

**Математика. 9 класс**

**1 вариант**

*Работа рассчитана на 240 минут.*

*Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.*

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

- 1) Перед двумя бельчатами, которых зовут Рыжик и Дымок, две кучи орехов, в одной 47 орехов, в другой 74 ореха. Рыжик может взять себе любую кучу орехов, а другую кучу поделить на две части. Потом то же самое сделает Дымок с кучами, которые образовались. И дальше они по очереди берут себе одну кучу, а вторую делят на две части. Выигрывает тот, кто сделает это последним. Кто из них может выиграть при любых ходах другого, и как ему надо действовать?
- 2) Окружность радиуса 2 с центром в точке  $O$  проходит через точку  $K$ . В окружности радиуса 5 с центром в точке  $O$  проведены две перпендикулярные хорды  $AB$  и  $CD$ , пересекающиеся в точке  $K$ . На продолжении отрезка  $AB$  за точку  $A$  отложен отрезок  $AF = BK$ , а на продолжении отрезка  $CD$  за точку  $D$  отложен отрезок  $DE = CK$ . Найдите длину отрезка  $FE$ .
- 3) Юра взял три положительных числа, попарно перемножил их, сложил полученные произведения и получил число  $N \geq 75$ . Докажите, что сумма исходных чисел больше 14,5.
- 4) Число, меньшее 100000, больше числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, на 6363. Найдите все такие числа.
- 5)  $2n$  точек, являющихся вершинами правильного  $2n$ -угольника, соединены попарно непересекающимися отрезками. Оказалось, что это можно сделать 14-ю способами. Сколькими способами можно соединить попарно непересекающимися отрезками вершины правильного  $(2n + 2)$ -угольника?

**Математика. 9 класс**

**2 вариант**

*Работа рассчитана на 240 минут.*

*Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.*

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

- 1) В тетради написаны буквы русского и английского алфавитов, всего вместе 59 букв. Артём и Надя по очереди вычеркивают буквы, причём за раз можно вычеркнуть или 1, или 2, или 8, или 9 букв. Тот, кто не сможет сделать ход, проигрывает. Начинает Артём. Кто из них может выиграть при любых ходах другого, и как ему надо вычеркивать буквы?
- 2) В окружности проведены две перпендикулярные хорды  $AB$  и  $CD$ , пересекающиеся в точке  $K$ . Известно, что  $AK = 7$ ,  $KB = 1$ ,  $CK = 5$ . Найдите радиус окружности.
- 3) Числа  $a, b, c$  положительны и  $abc(a + 2b + 3c) = \frac{1}{6}$ . Докажите, что  $(a + 2b)(a + 3c) \geq 2$ .
- 4) Найдите все нечётные четырёхзначные числа, которые кратны, но не равны числам, записанным теми же цифрами, но в обратном порядке.
- 5) Коля поставил внутри выпуклого 24-угольника несколько точек, и соединил их непересекающимися отрезками между собой и с вершинами многоугольника. В результате многоугольник разбился на треугольники. Какое наименьшее число точек надо поставить, чтобы число треугольников превысило 50?

**Математика. 9 класс**

**3 вариант**

*Работа рассчитана на 240 минут.*

*Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.*

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

- 1) Чук и Гек по очереди берут орехи из кучи, в которой 84 ореха. За один раз можно взять 4 или 5 или 6 орехов. Тот, кто не сможет сделать ход, проигрывает. Первым берёт орехи Чук. Кто из них может выиграть при любых ходах другого, и как ему надо действовать?
- 2) В окружности проведены две перпендикулярные хорды  $AB$  и  $CD$ , пересекающиеся в точке  $K$ . Известно, что  $AK = 3$ ,  $KB = 1$ ,  $CK = 5$ . Найдите радиус окружности.
- 3) Числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  положительны и  $abc(a + 5b + c) = \frac{1}{5}$ . Докажите, что  $(a + 5b)(a + c) \geq 2$ .
- 4) Найдите все чётные четырёхзначные числа, которые кратны, но не равны числам, записанным теми же цифрами, но в обратном порядке.
- 5) Миша поставил внутри выпуклого 30-угольника несколько точек и соединил их непересекающимися отрезками между собой и с вершинами многоугольника. В результате многоугольник разбился на треугольники. Какое наименьшее число точек надо поставить, чтобы число треугольников превысило 60?