

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ 5 КЛАСС

Общее количество баллов **100**. Решение каждой задачи оценивается Жюри из **20** баллов в соответствии с разработанными критериями и методикой оценки:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
20	Полное (верное) решение.
16-20	Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
12-16	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрены отдельные случаи, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
8-12	Верно рассмотрен один из двух существенных случаев.
6-8	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
2-6	Рассмотрены частные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0-2	Решение начато, но продвижение незначительное.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Указания к оцениванию отдельных задач содержатся в комментариях к решениям.

Вариант 1

1. Книги для занятий упаковали в 3 сумки. Потом из первой сумки переложили одну книгу во вторую сумку, из второй переложили одну книгу в третью сумку, из третьей переложили одну книгу в первую сумку. В результате оказалось, что средний вес книг в первой сумке уменьшился на 60 граммов, во второй сумке средний вес книг уменьшился на 20 граммов, а в третьей сумке средний вес книг увеличился на 100 граммов. В первой и второй сумках по 10 книг. Сколько книг в третьей сумке?

Ответ. 8.

Решение. Общее уменьшение веса в первой и второй сумках равно увеличению веса в третьей сумке, поэтому $10 \cdot (60 + 20) = 100 \cdot x$, $x = 8$.

Комментарий. Решение и ответ верные, но расчёты не показаны – 18 баллов. Использованы веса, но в решении есть ошибки – 10 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – 2 балла. Решение отсутствует – 0 баллов.

2. У Васи два будильника. Они оба звонят ровно в 7 утра, а потом первый звонит через 2 минуты, а второй через три минуты, пока их не отключат. В понедельник Вася 17 раз слышал звон будильника, после чего встал. Если будильники звонят одновременно, их звонок сливается и считается за один. Через сколько минут после 7 часов Вася встал?

Ответ. 24.

Решение. Первый будильник звонит в моменты 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, и т.д. Второй будильник звонит в моменты 0, 3, 6, 9, 12, 15, и т.д. Выпишем числа в ряд: 0, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24. В этом ряду 17-е число равно 24.

Комментарий. Неправильно учтён только первый или последний звонок – 19 баллов. Схема звонков верная, но есть ошибки в подсчёте – 10 баллов. В схеме звонков есть принципиальные ошибки – 10 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – 2 балла. Дан только ответ – 2 балла. Решение и ответ неверные или отсутствуют – 0 баллов.

3. У каждой из трёх фигуристок (Стася, Лены, Маши) есть отдельная часовая тренировка в зале, на льду, на беговой дорожке. Все тренировки начинаются в 10, 11, 12 часов. Одновременно одной и той же тренировки у двух фигуристок быть не может. Лена с 10 часов занимается в зале. Тренер по бегу сказал Лене, что Стася сегодня уже занималась. На льду Стася была не с 11 часов. Составьте все возможные расписания тренировок.

Ответ.

	Стася	Лена	Маша
10 часов	Бег	Зал	Лёд
11 часов	Зал	Лёд	Бег
12 часов	Лёд	Бег	Зал

или

	Стася	Лена	Маша
10 часов	Лёд	Зал	Бег
11 часов	Бег	Лёд	Зал
12 часов	Зал	Бег	Лёд

Решение. Если Стася занималась бегом с 10 часов, то Лена могла заниматься бегом в 11 или в 12 часов. Но если Лена занималась бегом в 11, то в 12 часов получится две тренировки на льду, противоречие. Поэтому Лена занималась бегом в 12 часов, и получаем расписание:

	Стася	Лена	Маша
10 часов	Бег	Зал	Лёд
11 часов	Зал	Лёд	Бег
12 часов	Лёд	Бег	Зал

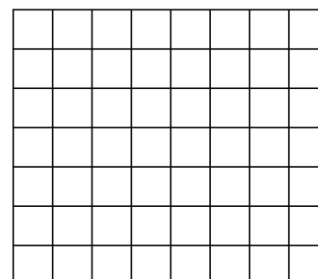
Если Стася занималась бегом с 11 часов, то Лена занималась бегом с 12 часов:

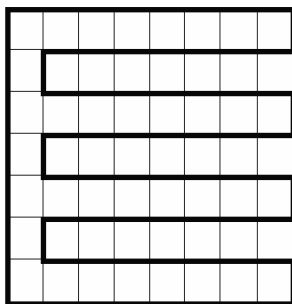
	Стася	Лена	Маша
10 часов	Лёд	Зал	Бег
11 часов	Бег	Лёд	Зал
12 часов	Зал	Бег	Лёд

Комментарий. Найдены оба варианта расписания – 20 баллов. Найден только один вариант расписания – 10 баллов. Наряду с верными в ответе даны и неверные варианты расписания – минус 2 балла за каждое неверное расписание, но не больше минус 6 баллов в совокупности. Расписания для фигуристок не полностью заполнены или не совмещены – не больше 5 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – до 2 баллов.

4. В прямоугольнике 7×8 проведите замкнутую ломаную по линиям сетки так, чтобы она проходила через каждый узел сетки ровно 1 раз. Ломаная не должна выходить за пределы прямоугольника.

Ответ. Например, так.





Комментарий. Любой верный рисунок – 20 баллов. Ломаная проведена через центры клеток или только через внутренние узлы – 10 баллов. Решение начато, но ломаная проходит не через все узлы – 2 балла. Ломаная проведена не по линиям сетки – 0 баллов.

5. В некоторых клетках таблицы 4×4 поставили по звёздочке так, что во всех строках разное число звёздочек, и во всех столбцах разное число звёздочек (от 0 до 4). Сколько звёздочек могло быть поставлено? Докажите, что других значений быть не может.

Ответ. 6 или 10.

Решение. Из пяти чисел 0, 1, 2, 3, 4 надо использовать четыре числа. Можно поставить 0, 1, 2, 3 звёздочки (всего 6), или 1, 2, 3, 4 звёздочки (всего 10).

*			
*	*		
*	*	*	

*	*	*	*
	*	*	*
		*	*
			*

Других вариантов не может быть, потому тогда была бы и строка с 0 звёздочек и с 4 звёздочками. Но если есть строка с 0 звёздочками, то нет столбца с 4 звёздочками; если есть строка с 4 звёздочками, то нет столбца с 0 звёздочками, и для столбцов возможны только 3 разных значения.

Комментарий. Полное верное решение с обоснованием и примерами размещения звёздочек – 20 баллов. Найден и обоснован только один вариант – 10 баллов. Не доказано, что других значений быть не может – минус 2 балла. Только ответ (без рисунка) – 5 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – до 2 баллов.

Вариант 2

1. Бельчонок набрал поровну сосновых, еловых и кедровых шишек. Потом он выкинул несколько еловых шишек и добавил столько же кедровых. Теперь еловых и сосновых шишек вместе стало 12, а сосновых и кедровых шишек стало вместе 28. Сколько кедровых шишек добавил бельчонок?

Ответ. 8.

Решение. Если бы еловые шишки не заменили на кедровые, обе суммы были бы равны. После замены первая сумма (12) уменьшилась на число убранных еловых шишек,

а вторая (28) сумма увеличилась на равное число добавленных кедровых шишек. Разность этих сумм равна удвоенному числу добавленных кедровых шишек: $\frac{28-12}{2} = 8$.

Комментарий. Решение и ответ верные, но расчёты не показаны – 18 баллов. Решение найдено подбором, не показано, что нет других решений – 15 баллов. Верная идея решения, но не доведена до самого конца – 15 баллов. В решении есть ошибки – 10 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – 2 балла. Только верный ответ без обоснования – 2 балла. Решение отсутствует – 0 баллов.

2. Доктор Пилюлькин провёл медосмотр коротышек – жителей Цветочного города. Все коротышки выстроились в ряд, а доктор каждому измерил температуру, каждого второго помазал йодом, каждого шестого – зелёнкой, и каждого седьмого – мазью от синяков. Каким по счёту был первый коротышка, которого доктор помазал и йодом, и зелёнкой, и мазью от синяков?

Ответ. 42.

Решение. Номера коротышек, которых помазали йодом, делятся на 2, номера тех, кого помазали зелёнкой, делятся на 6, кого помазали мазью, делятся на 7. Самое маленькое число, которое делится на 2, 6, 7, равно 42.

Комментарий. Верные рассуждения, но решение не доведено до конца – 15 баллов. Решение найдено подбором, не показано, что нет других решений – 15 баллов. Верная идея решения, но допущена ошибка – 10 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – 2 балла. Дан только ответ – 2 балла. Решение и ответ неверные или отсутствуют – 0 баллов.

3. У Ани, Оли, Светы и Маши разные увлечения. В свободное время одна из них рисует, другая вышивает, третья вяжет, а четвёртая лепит из глины. Девочка, которая рисует, живёт в одном доме с Аней и Светой. Аня и Маша показывают друг другу свои работы, а девочка, которая лепит, никому не показывает. Девочка, которая вяжет, живет не в том районе, что Света и Маша. Кто чем увлекается?

Ответ. Аня вышивает, Маша рисует, Света лепит, Оля вяжет.

Решение. По третьему условию девочка, которая вяжет, не Света и не Маша. И живет она в другом районе. Но мы знаем, что Аня и Света живут в одном районе. Значит, это Оля.

	Рисует	Вышивает	Вяжет	Лепит
Аня	–		–	–
Маша			–	–
Света	–		–	
Оля	–	–	+	–

Это позволяет заполнить таблицу до конца.

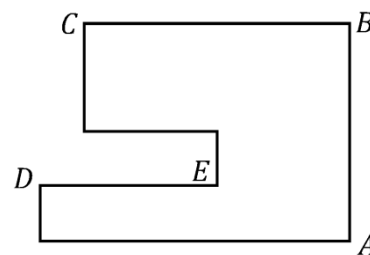
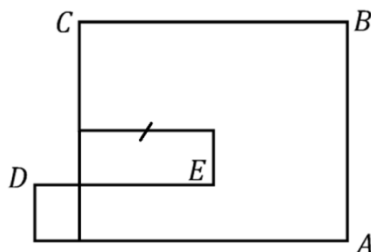
	Рисует	Вышивает	Вяжет	Лепит
Аня	–	+	–	–
Маша	+	–	–	–
Света	–	–	–	+
Оля	–	–	+	–

Комментарий. В качестве обоснования приведена таблица или схема, но не указано, как она заполнена – 15 баллов. Рассмотрено только одно предположение – 15 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – до 2 баллов. Дан только ответ – 2 балла. Решение и ответ неверные или отсутствуют – 0 баллов.

4. Найдите длину замкнутой ломаной (см. рисунок), если $AB = 17$, $BC = 15$, $DE = 7$.

Ответ. 78.

Решение. Проведём прямую, как показано на рисунке.



Длина отмеченного отрезка на столько же меньше 7, на сколько длина нижнего, самого длинного, больше 15. Поэтому сумма длин этих отрезков равна $7 + 15 = 22$. Суммарная длина вертикальных отрезков ломаной равна $2AB = 34$. Длина замкнутой ломаной равна $34 + 15 + 22 + 7 = 78$.

Комментарий. Верная идея решения, но допущена арифметическая ошибка – 15 баллов. Ответ найден из рассмотрения примера (неизвестным длинам отрезков приписаны допустимые значения) – 10 баллов. Только ответ – 2 балла. Решение начато, но продвижение незначительное – до 2 баллов. Решение и ответ неверные или отсутствуют – 0 баллов.

5. В таблице 5×5 расставлены числа (см. рисунок). Люда отмечает 5 чисел так, что в каждой строке и в каждом столбце отмечено ровно одно число. Какие значения может принимать сумма отмеченных чисел? Докажите, что других значений быть не может.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Ответ. 65.

Решение. Сложим числа первого столбца: $1 + 6 + 11 + 16 + 21 = 55$. Это числа из разных строк, но числа должны быть и из разных столбцов. Значит, к какому-то числу должно прибавиться 1, к какому-то 2, к другим – 3 и 4 (неважно, в каком порядке). Вся сумма увеличится на $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ и станет равной $55 + 10 = 65$.

Комментарий. Полное верное решение с доказательством – 20 баллов. В доказательстве используется верное, но необоснованное утверждение – 15-17 баллов. Присутствует верная идея решения, но есть ошибки – 10 баллов. Ответ получен из рассмотрения одного примера – 5 баллов. Ответ получен из рассмотрения нескольких примеров – 10 баллов. Только ответ – 2 балла. Решение начато, но продвижение незначительное – до 2 баллов.

Вариант 3

1. В наборе было поровну карандашей, ручек и фломастеров. Денис убрал несколько карандашей и добавил столько же фломастеров. Теперь ручек и карандашей

стало вместе 15, а ручек и фломастеров стало вместе 21. Сколько карандашей убрал Денис?

Ответ. 3.

Решение. Если бы карандаши не заменили на фломастеры, обе суммы были бы равны. После замены первая сумма (15) уменьшилась на число убранных карандашей, а вторая (21) увеличилась на равное число добавленных фломастеров. Разность этих сумм равна удвоенному числу убранных карандашей: $\frac{21-15}{2} = 3$.

Комментарий. Решение и ответ верные, но расчёты не показаны – 18 баллов. Решение найдено подбором, не показано, что нет других решений – 15 баллов. Верная идея решения, но не доведена до самого конца – 15 баллов. В решении есть ошибки – 10 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – 2 балла. Только верный ответ без обоснования – 2 балла. Решение отсутствует – 0 баллов.

2. Когда открыли новый магазин игрушек, Таня зашла туда в первый же день, и потом заходила каждый день. Олег зашел во второй день, и дальше заходил каждый второй день. Дима заходил каждый третий день, Игорь каждый четвертый день, Оля каждый пятый день. На какой день работы магазина они впервые все побывают в магазине в один и тот же день?

Ответ. 60.

Решение. Номера дней, в который заходит Олег, делятся на 2, у Димы эти номера делятся на 3, у Игоря на 4, у Оли на 5. Самое маленькое число, которое делится на 2, 3, 4, 5, равно 60.

Комментарий. Верные рассуждения, но решение не доведено до конца – 15 баллов. Решение найдено подбором, не показано, что нет других решений – 15 баллов. Верная идея решения, но допущена ошибка – 10 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – 2 балла. Дан только ответ – 2 балла. Решение и ответ неверные или отсутствуют – 0 баллов.

3. Жили в лесу четверо бельчат – Таш, Ив, Дюд и Сур. Один из них был чёрный, другой коричневый, третий рыжий, четвёртый серый. Чёрный бельчонок любит играть с Ивом и Ташем. У серого бельчонка хвост пышнее, чем у Ива и Дюда. У рыжего хвост пышнее, чем у Ива. Сур не играет ни с Ивом, ни с рыжим бельчонком. Определите, какого цвета каждый бельчонок.

Ответ. Таш рыжий, Ив коричневый, Дюд чёрный, Сур серый.

Решение. Из трёх первых условий можно определить, что Ив коричневый. По четвертому условию Сур не рыжий, и не чёрный, так как чёрный играет с Ивом. Значит, он серый.

	Чёрный	Коричневый	Рыжий	Серый
Таш	–	–		
Ив	–	+	–	–
Дюд		–		–
Сур		–		+

Это позволяет заполнить таблицу до конца.

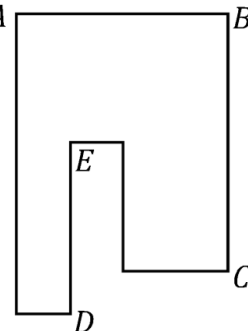
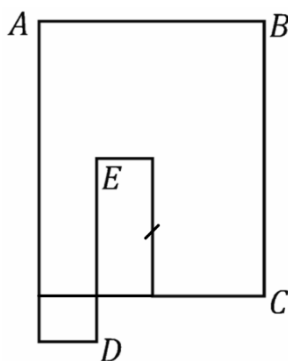
	Чёрный	Коричневый	Рыжий	Серый
Таш	–	–	+	–
Ив	–	+	–	–
Дюд	+	–	–	–
Сур	–	–	–	+

Комментарий. В качестве обоснования приведена таблица или схема, но не указано, как она заполнена – 15 баллов. Рассмотрено только одно предположение – 15 баллов. Решение начато, но продвижение незначительное – до 2 баллов. Дан только ответ – 2 балла. Решение и ответ неверные или отсутствуют – 0 баллов.

4. Найдите длину замкнутой ломаной (см. рисунок), если $AB = 16$, $BC = 13$, $DE = 8$.

Ответ. 74.

Решение. Проведём прямую, как показано на рисунке.



Длина отмеченного отрезка на столько же меньше 8, на сколько длина левого, самого длинного, больше 13. Поэтому сумма длин этих отрезков равна $8 + 13 = 21$. Суммарная длина горизонтальных отрезков ломаной равна $2AB = 32$. Длина замкнутой ломаной равна $32 + 13 + 21 + 8 = 74$.

Комментарий. Верная идея решения, но допущена арифметическая ошибка – 15 баллов. Ответ найден из рассмотрения примера (неизвестным длинам отрезков приписаны допустимые значения) – 10 баллов. Только ответ – 2 балла. Решение начато, но продвижение незначительное – до 2 баллов. Решение и ответ неверные или отсутствуют – 0 баллов.

5. В таблице 4×4 расставлены числа (см. рисунок). Вася отмечает 4 числа так, что в каждой строке и в каждом столбце отмечено ровно одно число. Какие значения может принимать сумма отмеченных чисел? Докажите, что других значений быть не может.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Ответ. 34.

Решение. Сложим числа первого столбца: $1 + 5 + 9 + 13 = 28$. Это числа из разных строк, но числа должны быть и из разных столбцов. Значит, к какому-то числу должно прибавиться 1, к какому-то 2, к какому-то – 3 (неважно, в каком порядке). Вся сумма увеличится на $1 + 2 + 3 = 6$ и станет равной $28 + 6 = 34$.

Комментарий. Полное верное решение с доказательством – 20 баллов. В доказательстве используется верное, но необоснованное утверждение – 15-17 баллов. Присутствует верная идея решения, но есть ошибки – 10 баллов. Ответ получен из рассмотрения одного примера – 5 баллов. Ответ получен из рассмотрения нескольких примеров – 10 баллов. Только ответ – 2 балла. Решение начато, но продвижение незначительное – до 2 баллов.

