Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	3	8	0	1	8

Якутск СВФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Пестникова

Имя Яна

Отчество Семеновна

Дата рождения 09.01.2007 **Класс** 5

ОУ, местоположение ____________

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный этап

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +7984107 ~~0742~~ 4862 **Подпись** Пест.

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

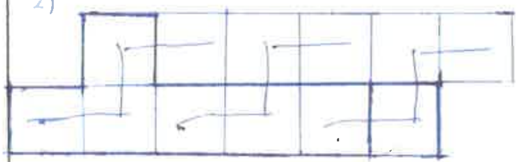
М	А	0	0	0	0	1	3	8	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) 2 дня он ел 8 ягод, 4 ~~6~~ дней ~~4 орехов~~ 1 орех, 3 дня 2 ореха и 5 ягод и остальные 3 дня он ел только грибы.

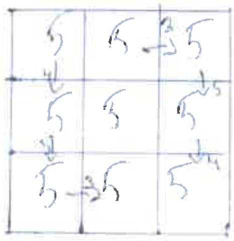
2)



1	2	3	4	5	Σ
10	20	18	20	0	68

30б

3)



→

1	2	3
4	5	6
7	8	9

4) Сказал правду Гриша, а съел орех Дима.
Боря не мог сказать правду т. к. если бы он сказал правду то Гриша сказал что Вася лжет, с Димой точно так же.
А если Вася Боря ~~с~~ сказал что виноваты два бельчонка, Дима и Гриша т. к. Вася говорит что Гриша виноват а Гриша говорит что это не он. Поэтому сказал правду Гриша а виноват Дима.

5) 54

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	2	1	4	1	8

КГЭУ
Адрес площадки проведения

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия МАКАРОВА

Имя ЕЛЕНА

Отчество Олеговна

Дата рождения 31.03.06 **Класс** 5

ОУ, местоположение г. Набережные Челны МАОУ „ЛИТ" N36

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона +7-903-318-21-29 **Подпись** [подпись]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	2	1	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1

Расписание приема пищи мог быть таким:

1	2	3	4	5	Σ
10	20	0	20	0	50

30

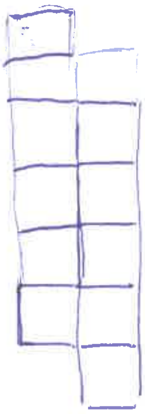
1 9яг
2 грибы
3 2ор
4 1ор 4яг
5 1ор 4яг
6 9яг
7 2ор
8 1ор 4яг
9 грибы
10 2ор

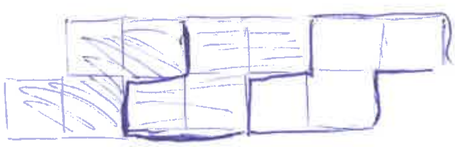
Всего: 30 ягод $(9\times2+4\times3)$, 9 орехов $(2\times3+1\times3)$ и 2 дня питался грибами

Ответ: 2 дня ел грибы

2

Можно совместить так: И разрезать так:





Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 2 2 1 4 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

На поляне не одного рыцарь. Потому что Гена сказал одну фразу как у Бори а другую как у Васи. Получается Гена не мог быть рыцарем так как тогда Боря и Вася были лжецами, а такого быть не может. И тоже самое с версиями о том что рыцарь Вася или Боря. А все рыцарями быть не могли так как утверждения Васи и Бори разные.

Ответ: нет рыцарей

№4

84-48=36

36:2=18

48+18=66-(число)-произведение 3ох чисел

Ответ 66

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	2	1	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	5	4	1	1	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1.

Фамилия ОЩЕПКОВА.

Имя АЛЁНА

Отчество Алексеевна.

Дата рождения 15.09.2006 **Класс** 5

ОУ, местоположение школа № 151, Красноярск.

Предмет Математика.

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2. **листах** **Дата выполнения работы** 3.03.18.

Номер телефона 89832950142. **Подпись** ______

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	9	4	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Если бельчонок 2 дня ест по 9 ягод, то будет 18 ягод, затем следующие 3 дня он ел 4 ягоды и 1 орех в день, так он съел 30 ягод и 3 ореха, далее он 3 дня ел по 2 ореха, получилось 30 ягод и 9 орехов, так он съел 30 ягод и 9 орехов за 8 дней, а грибы за 2 дня.

Ответ: 2 дня.

1	2	3	4	5	Σ
10	20	0	20	1	51

30

№2.

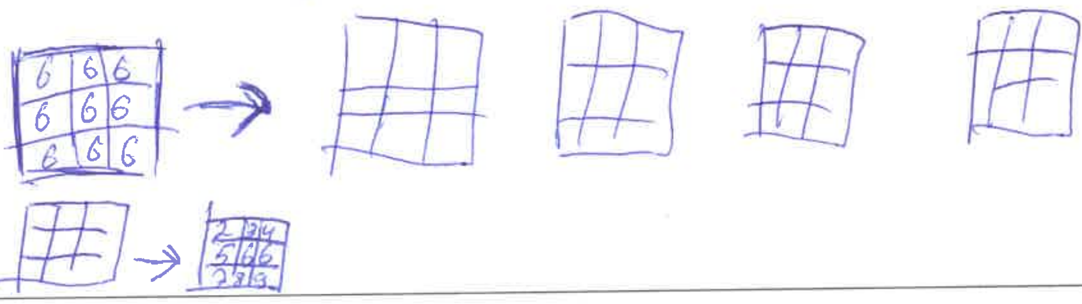
	С	З	В
Боря	М	И.	
Вася	И		Ф
Гена	М		Ф

Если бы Боря был рыцарем, то так не получилось бы. Потому-что он соврал если соврал Гена. Но если и он и Гена рыцари то тогда Вася соврал и значит они тоже. Поэтому среди бельчат все лжецы и рыцарей нету.

Ответ: рыцарей 0.

№3

~~Если~~.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

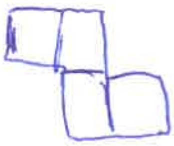
№5.

Между ~~чи~~ 84 и 48 разница 36. Нам нужно 36 : 2 = 18, и к 36 прибавить 18, 36 + 18 = 54 (с).

Ответ: среднее число если бы он увеличил на 1 равнялось бы 54.

№2.

Эту фигуру можно поделить на 3



части.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Абакан. ХТИ-филиал СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	2	2	4	3	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия МАКСИМОВ

Имя НИКОЛАЙ

Отчество ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 05.06.2006 **Класс** 5 Г

ОУ, местоположение МБОУ СОШ №1, село Красный Абакан

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ~~ЗЕ~~ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 89233972981 **Подпись** МАКСИМОВ

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	2	4	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: 3 дня бельчонок ел по 2 ореха и 5 ягод, 2 дня он ел по 8 ягод, 4 дня он ел по ореху, 3 дня он ел грибы.

решение:

1 д — 8 ягод
2 д — 8 ягод
3 д — 2 ореха 5 ягод
4 д — 2 ореха 5 ягод
5 д — 2 ореха 5 ягод
6 д — орех
7 д — орех
8 д — орех
9 д — орех
10 д — грибы
11 д — грибы
12 д — грибы

х дней — 12
1 д — 8 ягод, либо:
1 д — 1 орех, либо:
1 д — 2 ореха 5 ягод, либо:
1 д — грибы
всего: 31 ягода, 10 орехов

1	2	3	4	5	Σ
16	20	20	12	1	69

Зол

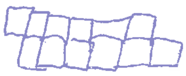
ягоды: $8+8+5+5+5 = 31$ (16, 21, 26, 31)
31 = 31 ягод столько же

орехи: $2+2+2+1+1+1+1 = 10$ (4, 6, 7, 8, 9)

остальное грибы

10 = 10 орехов столько же

ответ: №2.



одна фигура: 

2 фигуры: 

части: 

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 2 2 4 3 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

6 ходов:

1

7	5	5
9	5	5
5	5	5

2

7	5	5
4	5	5
10	5	5

3

7	5	5
4	3	5
7	8	5

4

7	5	5
4	5	9
7	8	9

5

7	5	6
4	5	6
7	8	9

6

7	2	3
4	5	6
7	8	9

Было:

5	5	5
5	5	5
5	5	5

Надо:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

№4.

Предположим, Дима съел. Вася говорит: "Орех съел Гриша",
Боря говорит, что орех съел Вася.
Гриша говорит, что Вася лжёт.
Дима говорит, что это не он.

Вася говорит: "Орех съел Гриша", а Гриша говорит про друг. Значит, Вася лжёт, и тогда орех съел не Гриша.
Боря тоже неправ, значит орех съел не Вася, а Дима съел орех, ведь Дима говорит, что это не он, значит это он, ведь он лжёт.

№5.

Ответ: 941, ведь:

$9 \cdot 4 \cdot (1+1) = 72$

$(9+1) \cdot 4 \cdot 1 = 40$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	6	0	1	1	8

г. Ангарск, МАОУ „Лицей №2"
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Гарц

Имя Анна

Отчество Андреевна

Дата рождения 08.12.2005 **Класс** 5

ОУ, местоположение МАОУ „СОШ №27 с углублённым изучением иностранных языков"

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 89501119848 **Подпись** Гар

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	6	0	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

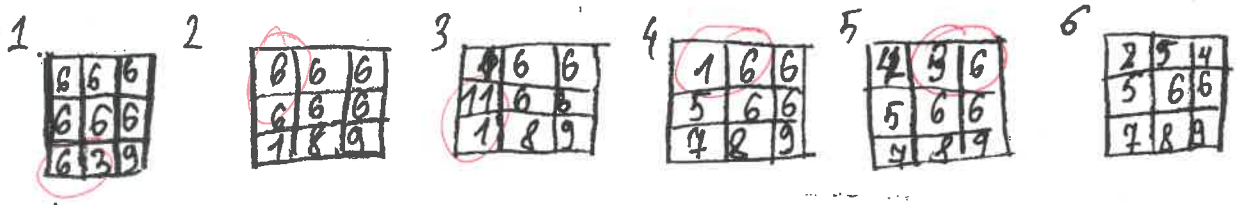
№1. Ответ: 2 дня Решение: 9 ягод, 9 ягод, 1 орех и 4 ягоды, 1 орех и 4 ягоды, 1 орех и 4 ягоды, 2 ореха, 2 ореха, 2 ореха – в итоге за 8 дней съедено 30 ягод и 9 орехов. 10-8=2 дня. Эти 2 дня Бельчонок ел только грибы.

№2

1) целая фигура: 2) разрезанная:

▪-разрезы.

№3



№4

Ответ: РЫЦАРЕЙ НЕТ.

	ВЧЕРА	СЕГОДНЯ	ЗАВТРА
МАТЕМАТИКА	–	–	+
ИНФОРМАТИКА	+	–	–
ФИЗИКА	–	+	–

Если бы были, то 2 бельчонка говорили и правду, и ложь.
Если бы было 2 рыцаря, то они говорили бы разные вещи (противоречили друг другу). Тоже самое с тремя.

№5

1) 84-48=36 2) 36:2=18 3) 48+18=66

Ответ: 66.

1	2	3	4	5	Σ
10	20	10	20	3	63

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	7	2	0	1	8

Красноярск СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия ХМЕЛЬНИЦКАЯ

Имя МАРИНА

Отчество БОГДАНОВНА

Дата рождения 27.04.2006 **Класс** 5

ОУ, местоположение школа №152, Красноярск

Предмет Математика.

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18.

Номер телефона 8 923 331 35 70 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

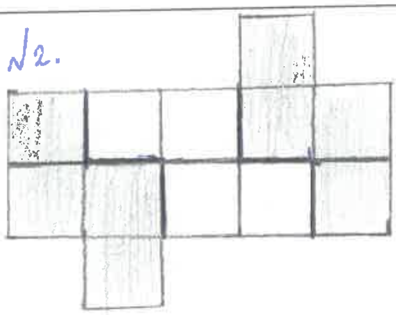
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	7	2	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.



1	2	3	4	5	Σ
14	20	20	20	0	74

30

№1.

Ответ: ~~7~~ 5 дней. Бельчонок явно пользовался всеми 3 способами, поэтому, первым действием мы:

1) 8я+5я = 13(я) - за 3 дня (использованы все 3 способа, но по 1 разу).

2) 1о+2о = 3(о.) - за 3 дня

31-13=18(я.) - на оставшиеся 9 дней (12д-3д=9дней).

10-3=7(о.) - на оставшиеся 9 дней.

Дальше, мы доо раскладываем 18 на 5 и 8 (пока не останется 0), и 7 на 1 и 2, причём, мы должны учитывать способы.

18=5+5+8.

7=2+2+2+1

Выходит, что мы использовали 1 способ 2 раза, 2 - 2 раза и 3 - 3 раза (без учёта 1 действия).

Теперь, прибавим наши первые расчёты.

1сп. ~~2+1=3~~ 1+1=2 раза.

2сп. ~~2~~ 1+1=~~3~~ 2 раза.

3сп. 2+1=3 раза

2+2+3=7 раз (дней) - от орехи или ягоды.

12-7=5 ~~раз~~ раз (дней) - грибы.

№3.

1)

5	5	5
5	5	~~5~~ 1
5	5	~~5~~ 9

2)

5	5	~~5~~ 0
5	5	~~7~~ 6
5	5	9

3)

5	~~5~~ 2	~~2~~ 3
5	5	6
5	5	9

4)

~~5~~ 1	2	3
~~5~~ 9	5	6
5	5	9

5)

1	2	3
9	5	6
~~5~~ 2	~~5~~ 8	9

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	7	2	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

б)

1	2	3
4	5	6
7	8	9

№4.5.4.

Ответ: Дима съел орех, Гриша был прав.

Если бы Дима был прав, то мы бы не смогли отыскать того, кто съел орех, значит, он был не прав и съел орех.

Если бы Боря был прав, то тогда Дима бы не съел орех, значит он не прав.

Если бы Вася был прав, то Дима не съел бы орех, значит, он не прав, а Гриша сказал правду.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Москва МАИ	МА 0 0 0 0 2 6 2 8 1 8
Площадка проведения (город, ОУ)	Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Элигорям

Имя Артем

Отчество Хачатурович

Дата рождения 20.01.2006 **Класс** 5

ОУ, местоположение г. Москва

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на _____ **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 8 926 878 03 10 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

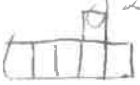
Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 2 6 2 8 1 8

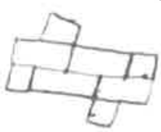
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1) Ответ: 4 дня, так как бельчонок 2 дня ел по 8 ягод и ~~3 д~~ 3 дня по 5 ягод и 2 ореха: 1) 16+5·3=31(яг.) и у нас осталось орехов 2) 2·3=6(ор.) и осталось 4 ореха; 3) 10−6=4(ор.) эти 4 ореха он съест по 1 ореху в день ~~4 д~~ 4 вас потраченные дни вычитаем из всех дней (12): 12−(2+3+4)=3 дня.4)

№2) сначала надо узнать сколько клеток будет ~~в 1 и~~ в наших трёх фигурках (по отдельности) — в 1 из 2 больших фигурок 6 клеток (во 2 тоже) —



. нужно сложить эти фигуры (6 клеток) и разделить на маленькие фигурки: 6·2:3=4(кл.) 4 клетки маленькая фигурка. есть 5 видов фигурок из 4 клеток:  я ~~подумал~~ подумал что  фигуры быть не могут из за клетки ~~кот~~  которая заштрихована. осталась только . вот что у меня получилось . без клеток: 

1	2	3	4	5	Σ
10	20	20	20	6	76

№3)

№4) Ответ: Гриша сказал правду. Дима съел орех так как если бы Дима сказал правду тогда

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | MA0000262818

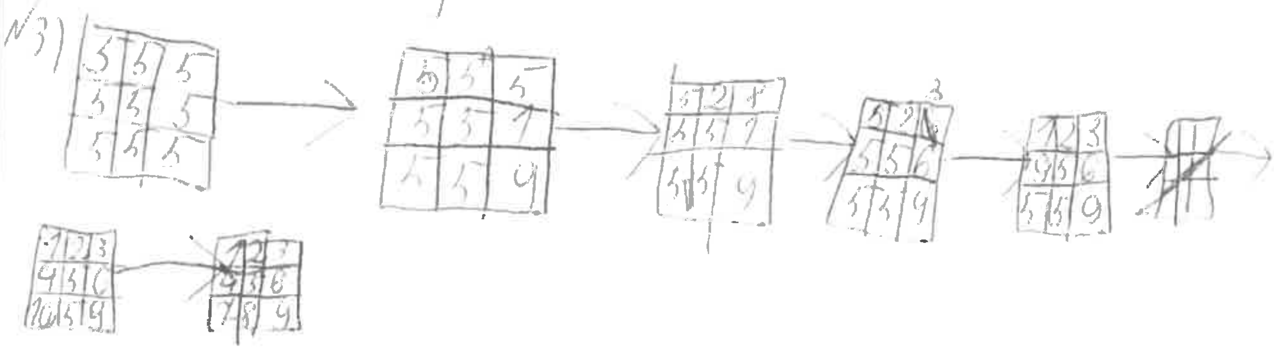
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

По словам Бори (если он лжет) то ~~он~~ Вася не ел орех, по словам Васи (если он лжет) то Гриша не ел орех, а по словам Гриши (если он лжет) Вася говорит правду — противоречие. Если Вася говорит правду, тогда виноват Гриша и так как ~~Д~~ Дима лжет, то Дима тоже виноват — противоречие. Если Боря говорит правду то виноват Вася и Дима так как он лжет. Если Гриша говорит правду то Дима съел орех.

№5) Ответ: 3 4 5 так как 5 самое большое число прибавляем 1 получается 6, ~~ст~~ умножаем: $3 \cdot 4 \cdot 6 = 72$. сходится. 3 самое маленькое число ~~А~~ вычитаем 1 получается 2 умножаем: $2 \cdot 4 \cdot 5 = 40$. сходится.

№3)



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МБОУ „Лицей №6"
Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	3	2	2	8	1	8

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Кузнцов

Имя Антон

Отчество Алексеевич

Дата рождения 16 01 2007 **Класс** 5

ОУ, местоположение МБОУ „Лицей №6"

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 03 03 18

Номер телефона 89246548486 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	0	3	2	2	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

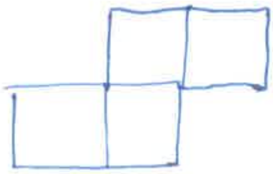
№1

Делаю методом подбора
два дня он ел ягоды - 18 ягод
три дня он ел орехи - 6 орехов
три дня он ел и орехи, и ягоды - 12 ягод 3 ореха
8 дней он ел орехи и ягоды тогда 2 дня он ел только грибы.

№2

складываю такую фигуру

И вырезаем вот такие 3 фигуры



1	2	3	4	5	Σ
10	20	20	1	0	51

30

№3

Данная задача не решается так как вычитая из одного числа и прибавляя другому сумма не меняется

$6 \cdot 9 = 54$ в первом квадрате $2+8+7+3+6+4+9+5+6=50$ во втором квадрате

№4

Ответ: 2 рыцаря бельчёнка, потому что их ответы совпадают

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ангарск „Ангарский лицей №2" | МА000033 4218
Площадка проведения (город, ОУ) | Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Круглов

Имя Олег

Отчество Игоревич

Дата рождения 23.08.2006. Класс 5 „А"

ОУ, местоположение МБОУ „СОШ №10", г. Ангарск.

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 листах Дата выполнения работы 03.03.18

Номер телефона 89501004191 Подпись ОК

ИНСТРУКЦИЯ. Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

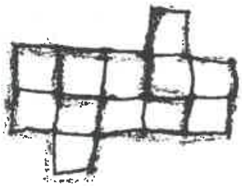
Вариант № 2

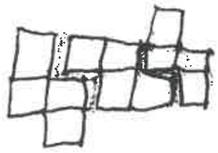
МА00003342 18

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2





1	2	3	4	5	Σ
16	20	20	20	0	76

№1

$31 = 5+5+5+8+8 = 5\cdot 3 + 8\cdot 2 = 15+16$

$3+2=5$ (дн.)

2 дня он ел по 8 ягод.

3 дня он ел по 2 ореха и 5 ягод.

За эти 5 дней он съел 31 ягоду и 6 орехов.

Осталось съесть 4 ореха.

$4:1=4$ (дн.) он ел по 1 ореху.

$5+4=9$ (дн.) – он ел не грибы.

$12-9=3$ (дн.) – он ел грибы.

Ответ: 3 дня он ел только грибы.

№3

0)

5	5	5
5	5	5
5	5	5

1)

1	5	5
9	5	5
5	5	5

2)

1	5	5
4	5	5
10	5	5

3)

1	5	5
4	5	5
7	8	5

4)

1	2	8
4	5	5
7	8	5

5)

1	2	3
4	5	10
7	8	5

6)

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | Н А 0 0 0 0 3 3 4 2 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Метод перебора.

Если правду говорит Боря, то:

~~Гриша~~ лжёт и Вася говорит правду, но правду Гриша говорит лишь один (по условию) ⇒ несоответствие.

Если правду говорит Вася, то:

Орех съел Гриша; Дима лжёт, но если Дима лжёт, то он съел орех, а орех съел кто-то один ⇒ несоответст-вие.

Если Гриша говорит правду, то:

Орех съел не Вася; виноват не Гриша; Вася лжёт; а орех съел Дима ⇒ всё правильно.

Если Дима говорит правду, то:

Орех съел не Вася; Вася лжёт; Вася не лжёт ⇒ несоответствие.

Ответ: Гриша сказал правду, а орех съел Дима.

№5

$x \cdot y \cdot (z+1)$.

Ответ: $x \cdot y \cdot (z+1)$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	4	6	9	1	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия ФЕДОРЕЕВ

Имя ДАРИЙ

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 22.07.06 **Класс** 5

ОУ, местоположение ШКОЛА N7, г. КРАСНОЯРСК

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 18.03.18

Номер телефона 8(913)047-34-63 **Подпись** ФД

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	4	6	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

-1) 2 дня, т.к можно выразить его рацион в единицах питания
Приняв 1 ягоду за 1 единицу, можно понять, что в день он потребляет 9 ед.
-В варианте 3) бельчонок потребляет те же 9 ед., из которых 4 составляют ягоды, значит 5 ед. составляет 1 орех. Но в варианте 2) один из орехов составляет те же 5 ед., но второй уже 4, т.е. его ценность снижается.
Ж Таким образом, 30 ягод и 9 орехов в случае, если ценность орехов не снижается (т.е. используется вариант 3)), составляют 75 ед.
Бельчонок не может съесть столько, т.к. в день он потребляет 9 ед., а 75 не кратно 9. Значит, необходимо снижать ценность орехов, используя их в в. 2). Таким образом, каждый раз мы будем снижать общую сумму на 1 ед. Снизив общую сумму на 3 (т.е. съев в. 2 3 раза), мы получим число 72, кратное 9. Значит, бельчонок 3 раза съел в. 2, использовав 6 орехов, остальные же орехи (3) использовал в варианте 2, таким образом прожив еще 3 дня и употребив 12 ягод в том числе. Оставшиеся же 18 ягод он мог использовать лишь в в. 1, прожив еще 2 дня. Таким образом, бельчонок прожил 3 дня с в. 2; 3 дня с в. 3 и 2 дня с в. 1; в сумме употребив 30 ягод и 9 орехов и прожив 8 из 10 дней.
Соответственно, оставшиеся 2 дня он жил только на грибах.

№5

Данный случай невозможен, т.к. если представить наименьшее число x, среднее y, а наибольшее z, уравнение будет выглядеть так:

-1) $(x+1)yz=48$
2) $xy(z+1)=84$

1) $(x+1)yz = xyz+yz$
2) $xy(z+1) = xyz+xy$

1	2	3	4	5	Σ
20	0	0	20	20	60

очевидно, что вариант 1 больше, т.к $yz>yx$; пример:

$(\underset{x}{2}+1)\underset{y}{3}\cdot\underset{z}{4}=36$; $\underset{x}{2}\cdot\underset{y}{3}(\underset{z}{4}+1)=30$

30

$(2+1)3\cdot4=\underbrace{2\cdot3\cdot4}_{24}+\underbrace{3\cdot4}_{12}$; $2\cdot3(4+1)=\underbrace{2\cdot3\cdot4}_{24}+\underbrace{2\cdot3}_{6}$; В задаче же все наоборот

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 6 | 9 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2.

0, т.к существует 8 вариантов-

1) Все рыцари;
2) Вася и Гена рыцари;
3) Гена и Боря рыцари;
4) Вася и Боря рыцари;
5) Вася рыцарь;
6) Боря рыцарь;
7) Гена рыцарь;
8) Все лжецы

При варианте 2) Гена скажет то же, что и Боря (сегодня матем), что является ~~правдой~~ ложью, что невозможно, т.к он ~~лжец~~ рыцарь.

При варианте 3) Вася скажет то же, что и Гена (физика вчера), что невозможно, т.к он лжец.

При варианте 4) Гена скажет то же, что и Боря (сегодня матем), что является ~~ложью~~ правдой, что невозможно, т.к Гена лжец.

При варианте 5) будет действовать парадокс варианта 3;
При варианте 6) парадокс 4) варианта;
При варианте 7) парадокс варианта 2).
При варианте 8) можно обойтись без парадоксов. Пример:

информатика	физика	математика
вчера	сегодня	завтра

Лист 2 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	1	4	5	0	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Богданова

Имя Елена

Отчество Андреевна

Дата рождения 02.06.2006 **Класс** 5

ОУ, местоположение Мариинская гимназия, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 8-(983)-289-41-54 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	4	5	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

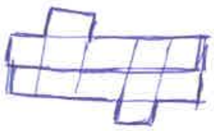
№1

В первые 3 дня бельчонок ел по 2 ореха и всего съел 6. Затем он ел 1 орех и 4ягоды (следующие 3 дня) и всего он съел 9 орехов и 12 ягод. Следующие 2 дня он ел по 9 ягод и всего он съел 30ягод и 9 орехов. Но осталось ещё 2 дня в течении которых он ел только грибы.

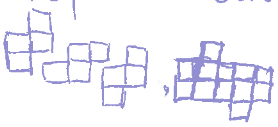
Ответ: 2 дня бельчонок ел только грибы.

№2

Из данных фигурок (повернув одну из них) я сложила фигурку(1)



. Чтобы разделить её на 3 равные части я узнала, сколько квадратов должно быть в 1 части.
$(6\cdot 2):3=4$ квадрата. Далее я разделила фигуру "1" на части, которые выглядели так: .

Ответ: .

№3

В квадрате $\begin{matrix}666\\666\\666\end{matrix}$ сначала меняем 6и6 на 5и7 и получаем $\begin{matrix}666\\566\\766\end{matrix}$, затем меняем 6и6 на 3и9, получилось $\begin{matrix}666\\566\\739\end{matrix}$, потом меняем 6и6 на 8и4, получаем $\begin{matrix}684\\566\\739\end{matrix}$, затем меняем 6и3 на 3и6 и получаем $\begin{matrix}684\\536\\769\end{matrix}$, затем меняем шестами (3и8 на 8и3) 3и8, получается $\begin{matrix}634\\586\\789\end{matrix}$, шестым ходом меняю 8и6 на 6и8 и в итоге получается $\begin{matrix}634\\566\\789\end{matrix}$.

1	2	3	4	5	Σ
10	20	6	20	0	56

Зи

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	4	5	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4

~~Рыцарями являются~~ Среди этих бельчат нет рыцарей т.к. Боря сказал, что сегодня о-да по математике, Гена был согласен с ним, однако он сказал, что вчера была олимпиада по физике, с чем согласился Вася, однако согласно мнению последнего сегодня олимпиада по информатике, что не соответствует мнению двух других. Мы заметили, что у каждого из них ответ на половину совпал с ответом другого, но т.к. есть и различия мы можем сделать вывод, что они все лжецы.

Ответ: среди них нет бельчат-рыцарей.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	0	1	5	2	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Лучихин

Имя Андрей

Отчество Юрьевич.

Дата рождения 2006.06.14 **Класс** 5

ОУ, местоположение лицей №7, г. Красноярск.

Предмет Математика.

Этап олимпиады Заключительный.

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 3.03.18

Номер телефона 8-902-966-32-35 **Подпись** Ау.

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	1	5	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

10 дней – 30 ял и 9 ор.

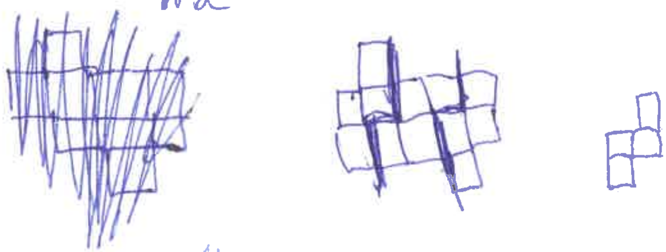
1) 30 ял = 9·2 ял + 4·3 ял (2 дня по 9 ял. и 3 дня по 4 ял. и 1 ор.)

2) 9 ор – 3·1 ор = 6 ор – 2·3 ор (3 дня по 2 ор.)

3) 10 дней – (2 дня + 3 дня + 3 дня) = 2 (дня) бельчонок ел только грибы.

Ответ: ~~8~~ 2 дней бельчонок ел только грибы.

№2



№4

Б – Сел – м., Зав – инф – лж

В – Сел – инф, Вч – физ. – лж.

Г – Вч – физ, Сел – м. – лж.

Ответ: 0 рыцарей

1	2	3	4	5	Σ
16	20	0	18	0	54

30

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ
Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	0	0	3	5	4	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Сивкин

Имя Максим

Отчество Алексеевич

Дата рождения 12.09.06 **Класс** 5

ОУ, местоположение ~~Казань~~ МБОУ „Лицей №44" г. Чебоксары

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 89530180335 **Подпись** Сивкин

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	5	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3.

5	5	5
5	5	5
5	5	5

→

5	5	5
5	2	5
5	8	5

→

5	5	5
5	2	1
5	8	9

→

5	5	5
3	2	1
7	8	9

→

5	5	5
0	5	1
7	8	9

→

1	5	0
4	5	6
7	8	9

→

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1	2	3	4	5	Σ
16	20	20	20	20	96

№ 4.

Рассмотрим все варианты. Если правду сказал Боря, то остальные лгут. и т.д со всеми случаями. Сделаем таблицы на все варианты

(Дима утверждал, что он не ел ореха, но если он врал, то это не так)

1) (прав Боря):

	Боря	Вася	Гриша	Дима
Кто съел	–	+	–	+

– было только 1 орех – противореч.

2) (прав Вася):

	Боря	Вася	Гриша	Дима
Кто съел	–	–	+	+

тоже самое, что и в первой. – противоречие.

3) (прав Гриша):

	Боря	Вася	Гриша	Дима
Кто съел	–	–	–	+

– подходит

4) (прав Дима):

	Боря	Вася	Гриша	Дима
Кто съел	+	–	–	–

– двое говорят правду – противоречие.

они двое говорят правду.

Ответ: прав Гриша, орех съел Дима.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	5	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$72 = 1\cdot1\cdot72 = 1\cdot2\cdot36 = 2\cdot2\cdot18 = 2\cdot4\cdot9 = 3\cdot3\cdot8 = 3\cdot4\cdot6 = 2\cdot4\cdot3\cdot1$

$40 = 1\cdot1\cdot40 = 1\cdot2\cdot20 = 2\cdot2\cdot10 = 2\cdot4\cdot5 = 8\cdot1\cdot5 = 4\ 4\ 5$

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

3·4 5 - числа

$3\cdot5\cdot5 = 75$

ответ: 75

№1

~~4д~~ орехи ягоды грибы

1д 1 ~~ор~~

2д 1

3д 1

4д 1

5д 2 5

6д 2 5

7д 8

8д 8

9д 2 5

10д

11д

12д

x
x
x } 3 дня

ответ: 3 дня

Лист 2 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

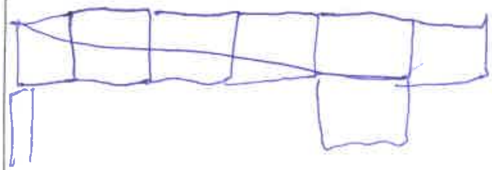
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	5	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

Адрес площадки проведения

14	А	0	0	0	0	0	3	5	5	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Ширкунова

Имя Мария

Отчество Михайловна

Дата рождения 23.05.2006 **Класс** 5

ОУ, местоположение МБОУ „Лицей № 44" г. Чебоксары

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 89871231127 **Подпись** Шир

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	5	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

5	5	5
5	5	5
5	5	5

→

1	5	5
9	5	5
5	5	5

→

1	5	5
4	5	5
10	5	5

→

1	5	5
4	5	5
7	8	5

→

1	2	8
4	5	6
7	8	5

→

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	0	80

30б

№4.

Обозначения: Л – лжёт, П – говорит правду, → – что говорит

Составим схему и будем от неё отталкиваться.

1)	2)	3)	4)	
Л	Л	П	Л	Боря → сделал Вася
Л	П	Л	Л	Вася → сделал Гриша
Л	Л	Л	П	Гриша → Вася лжёт
П	Л	Л	Л	Дима → сделал не Дима

1) Гриша лжёт, тогда по его словам Вася говорит правду, чего быть не может, т.к. говорит правду только один человек.

2) Гриша лжёт, тогда по его словам Вася говорит правду, чего быть не может, т.к. говорит правду только один человек.

3) Гриша лжёт, тогда по его словам Вася говорит правду, чего быть не может, т.к. говорит правду только один человек.

4) Остался 1 вариант: Гриша говорит правду. Здесь нет противоречия, всё сходится.

Находим, кто съел орех: Т.к. Дима лжёт, то мы видим, что это именно он съел орех.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	5	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Получаем ответ: правду сказал Гриша, орех съел Дима.

№ 1.

Найдём сколько дней бельчонок ел ягоды:

31 : (8 + 5) = ~~за~~ по 2 дня, остаток 5 ягод.

Следовательно +1 день, за который он съедает 5 ягод (3 случай).

Получается, что ел 2 дня по 8 ягод (1 случай), 3 дня по 5 ягод, 2 ореха (3 случай).

Разбираемся с орехами:

Их осталось — 10 ор. − 2 ор. · 3 = 4 ореха

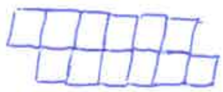
Следовательно +4 дня, за которые съедает по 1 ореху (2 случай).

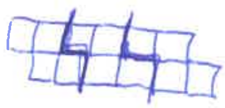
Считаем дни и находим сколько осталось их, т.е. находим сколько дней он ел грибы:

~~10~~ 12 − (2 + 3 + 4) = 3 дня − осталось, т.е. 3 дня бельчонок ел грибы.

Ответ: 3 дня.

№ 2.

Составляем фигуру: 

Делим её на части: 

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	0	0	3	5	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 5.

Чтобы найти такое ~~число~~ произведение, найдём среднее арифметическое: $(72+40):2=56$.

Ответ: 56

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

~~104~~ КГЭУ

Адрес площадки проведения

М	Н	0	0	0	0	0	4	0	8	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Евгеньев

Имя Григорий

Отчество Евгеньевич

Дата рождения 05.01.2006 **Класс** 5В

ОУ, местоположение гимназия № 122

Предмет математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона [illegible] **Подпись** [illegible]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	4	0	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	Σ
16	20	20	20	0	76

№1

Что бы получить 10 орехов он должен есть 3,3,3,1 или 2,2,3,3 , то есть 30 мин кол-во дней - 4 дня. 4 дня по 5 ягод + 1 день 8 и 1 день 3

Кол-во оставшихся дней + 12 - 10 = 2 ответ: два дня он ест только грибы

№2

№3

555 555 555 1) 505 5105 555 2) 523 5105 555 3) 523 5510 555 4) 523 556 559

5) 523 056 1059 6) 123 456 1059 7) 123 456 789

№4

Допустим, что правду сказал Боря. Боря говорит, что орех съел Вася. Так как он говорит правду Вася украл орех. Значит все кроме Бори врут. Дима лжёт. и ~~сх~~ Он говорит что он не крал орех. Если он лжет он его украл, а два человека не могут украсть орех. Значит Боря говорить правду не может.

Допустим, что правду говорит Гриша. Все кроме него лгут. Боря говорит, что виноват Вася. Так как он лжет Вася не виноват. Вася говорит, что виноват Гриша так как он лжёт Гриша не виноват. Дима говорит что он этого не делал ~~он лжёт~~ и ~~не~~ ~~но~~ так как он лжет он это и сделал. Всё

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

сошлось.

Ответ: Дима украл, правду сказал Гриша

№3

5 5 5
5 5 5
5 5 5

1)
5 5 0
5 5 10
5 5 5

2)
5 2 3
5 5 10
5 5 5

3)
5 2 3
5 5 6
5 5 9

4)
~~5 2 3~~
~~0 10 6~~
~~5 5 9~~

~~5) 1 2 3~~

~~5)~~
5 2 3
0 5 6
10 5 9

5)
1 2 3
4 5 6
10 5 9

6)
1 2 3
4 5 6
7 8 9

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______

М	А	0	0	0	0	0	4	0	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	0	0	4	7	5	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия ЛУЗГОВ

Имя ТИМУР

Отчество СЕ~~А~~РГЕЕВИЧ

Дата рождения 01.07.2006 **Класс** 5

ОУ, местоположение Е МБОУ ~~Тетюшская~~ Тетюшская СОШ №1 ~~ш~~ им. ~~ХХ~~ Хонжина П.С.

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 89033401840 **Подпись** Луз

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

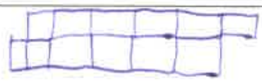
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	4	7	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2) Пусть будет такая фигура , узнаем ~~какая~~ площадь ~~будет по клет~~ фигуры $6 + 6 = 12$ км², узнаем какая площадь будет у 1 из 3 фигур $12 : 3 = 4$ км², возможны вот такие варианты . Рассмотрим этот вариант , пробуем делить на эти фигуры

, он у нас поделился.

Этот вариант подходит.

4) Пусть Боря скажет правду, то Вася соврёт, но Гена соврёт, так как он ~~не половин~~ сказал: „Вчера была олимпиада по физике", тоже самое, что и Вася. Если Гена соврал, то и Боря соврал, противоречие.

	Б.	В.	Г.	
1	+	−	−	✗
2	−	−	−	✓

1	2	3	4	5	Σ
10	20	20	20	0	70

30

Значит рыцарей 0.

1) Белка ~~Она~~ за 2 дня ела грибы. Пусть, она в I день съела 9 ягод, во II день 2 ореха, в III день 1 орех и 4 ягоды, в 3 остальные дни точно так же. Считаем сколько получилось $(9 + 4) \cdot 2 = 26$ ягод, $(2 + 1) \cdot 2 = 6$ орехов, в VII день она съела 1 орех и 4 ягоды, в VIII день 2 ореха, считаем $6 + 1 + 2 = 9$ орехов, $26 + 4 = 30$ ягод сходится с условием, значит $10 - 8 = 2$ дня бельчонок ел грибы.

3) Невозможно сделать. Сумма на рис. 1. это $6 \cdot 9 = 54$, а сумма на рис. 2. $2+3+4+5+6+6+7+8+9 = 50$. Суммы не одинаковые ~~подходят~~.

5) $84 - 48 = 36$ разница $36 : 2 = 18$ больше чем, когда к наименьшему прибавить 1. $48 + 18 = 66$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	4	7	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Лист 2 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	4	7	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	6	0	6	5	3	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Галабурда

Имя Артем

Отчество Сергеевич

Дата рождения 21.12.2005 **Класс** 5

ОУ, местоположение школа №149, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +7(913)570-31-35 **Подпись** Галабурда

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

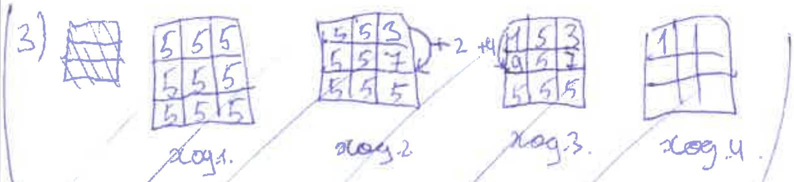
М	А	Д	0	0	0	0	6	5	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	Σ
16	20	20	20	12	88

30

3) 

переношу с вверха числа вниз.

4) Если ~~съел~~ сказал правду Вася, значит все остальные лгут, по Васиному мнению съел Гриша, но если Дима лжёт, значит он съел орех судя по высказыванию.

Если сказал правду Боря, то съел Вася орех, но т.к Дима тогда лжёт, то и он съел орех, а орех 1.

Если Гриша сказал правду, то Вася лжёт что орех съел Гриша, Боря сказал не правду - Вася не ел орех, значит орех съел Дима.

Если бы Дима сказал правду, то это был бы не он, значит Гриша врёт что Вася лжёт, значит Вася сказал правду, а 3 человека лгут.

Итог: Сказал правду Гриша, съел Дима.

1) ~~Чтобы~~ Чтобы бельчонку съесть 31 ягоду у него есть 1 способ:

2 дня по 8 ягод
4

3 дня по 5 ягод и 2 ореха

12 − 3 = 9 (дн) — ел грибы

за 5 дней он съел 31 ягоду и 6 орехов ему ещё нужно съесть 4 ореха и он съел 4 ореха за 4 дня

он за 9 дней съел 31 ягоду и 10 орехов значит оставшиеся дни он ел грибы.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	6	5	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) Ответ: 3 дня.

5) $z<y<x$ Ответ: 45

1. $xy(z+1)=72$
2. $(x+1)yz=40$
3. $x(y+1)z=45$

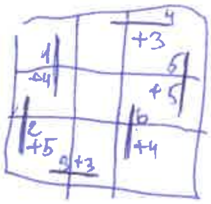
$x=9$
$y=4$
$z=1$

А произведение 36, может быть получено при умножении 9 и 4, 6 и 6, 36 и 1 но эти должны быть неравными и различными, подходят 9 и 4 и 1.

~~Яg~~ Я думаю, что, $z=1$ потому, что; при увеличении этого числа на 1 происходит большое увеличение результата он увеличивается почти в 2 раза и если оно равно 1 тогда в номере 1. xy (среднего и большого числа) будет равно: $72:(1+1)=36$

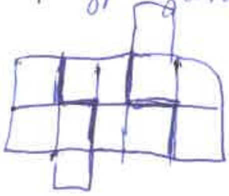
3) Переносим сверху числа вниз.

ход №1 ход №2 ход №3 ход №4 ход №5 ход №6



~~2) Я считаю что эта задача невыполнима, фигуру невозможно~~ ~~разрезать на 3 равные части, если этих 2 фигуры~~ ~~такие:~~

2)



3 ×  фигуры

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	0	0	7	1	7	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия ШАЙХЕТДИНОВ

Имя Артур

Отчество Маратович

Дата рождения 25.09.2006 **Класс** 5

ОУ, местоположение Средняя общеобразовательная школа N 2

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +7 (98?)189 93-35 **Подпись** Ш. Арт.

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

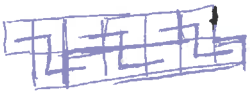
Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	7	1	7	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Ответ: за первые 4 дня бельчонок съест 8 орехов, ещё за 4 дня он съест 36 ягод, на 9 день бельчонок съест 1 орех и четыре ягоды, а на десятый день будет есть грибы. 1 день.

№2 

30б

1	2	3	4	5	Σ
1	20	20	20	0	61

№3 Ответ: задачу невозможно решить, так как в квадрате на рис. 1 сумма всех чисел равна 56, а в квадрате на рис. 2 сумма равна 54.

№4 Ответ: все троя бельчат лжецы, ~~что~~ потому что если Вася соврал что сегодня олимпиада по информатике, то он соврал и про то что вчера была олимпиада по физике, а значит соврал про физика и Гена, раз Гена соврал про физику, значит он соврал и про математику, и получается соврал и Боря. 0 рыцарей.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______

М	А	0	0	0	0	0	7	1	7	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______

М	А	0	0	0	0	0	7	1	7	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ангарск „Ангарский лицей №2" | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8 | 0 | 1 | 8

Площадка проведения (город, ОУ) Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Полковников

Имя Егор

Отчество Михайлович

Дата рождения 22.06.2006 Класс 5 „А"

ОУ, местоположение СОШ №10, город Ангарск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 1 листах Дата выполнения работы 03.03.18

Номер телефона 89500824466 Подпись

ИНСТРУКЦИЯ. Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № №2 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8 | 0 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть бельчонок ел 5 дн по 2 ор. и 5 ж. ⇒ он съел 10 ор. и 25 ж ⇒ 25+8=33 – не подходит по условию задачи.

Пусть бельчонок ел 4 дн по 2 ор и 5 ж ⇒ он съел 8 ор. и 20 ж ⇒ 20+8=36 – не подходит по условию.

Пусть бельчонок ел 3 дн по 2 ор. и 5 ж ⇒ он съел 6 ор. и 15 ж ⇒

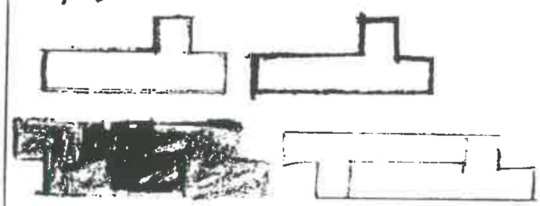
3+1 – подходит. (1+3 – два дня)

т.к орехов е он ел 4 дня по 1 ореху ⇒

12−(3+2+4)=3 (дня) бельчонок ел грибы.

Ответ: 3 дня.

№2



№3

1

1	5	5
5	5	5
9	5	5

3

1	2	3
4	5	6
9	1	7

5

1	2	3
4	5	6
7	1	9

2

1	2	8
4	5	6
9	1	9

4

1	2	3
4	5	6
7	1	8

6

1	2	2
4	5	6
7	8	9

№4

если

Т.	Л	П
Б.	−	+
Г.	−	+
В.	+	−
Д.	+	−

Не соответствуют условию

если

Т.	Л	П
Б.	+	−
Г.	−	+
В.	+	−
Ж.	+	−

подходит по условию

⇒ Гриша сказал правду. Орех съел Дима.

1	2	3	4	5	Σ
18	20	0	20	0	58

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск СШ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	1	2	2	8	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия ~~Морозов~~ Морозов

Имя ~~Артём~~ Артём

Отчество ~~Олегович~~ Олегович.

Дата рождения 4.05.2006. **Класс** 5

ОУ, местоположение Школа №10, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 3/8

Номер телефона Мама Наталья 89029250533 Олег Папа 2959590 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	2	2	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. $5+5+8+8+5=31$ (года) — 5 дней

$10:2=5$ (дней) бельчонок ел орехи

$5+5=10$ дней

$12-10=2$ дня бельчонок ел только грибы.

№3

~~Я считаю что это невозможно ведь не-~~
~~хватает одного хода~~

№4

прав		Виноватые
Боря	—	Вася, Дима - (но виноватый один)
Вася	—	Дима, Гриша.
Гриша	—	Боря, Дима.
Дима	—	Боря.

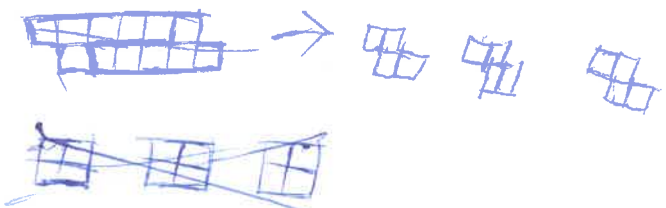
Прав - Дима виноват Боря.

№5

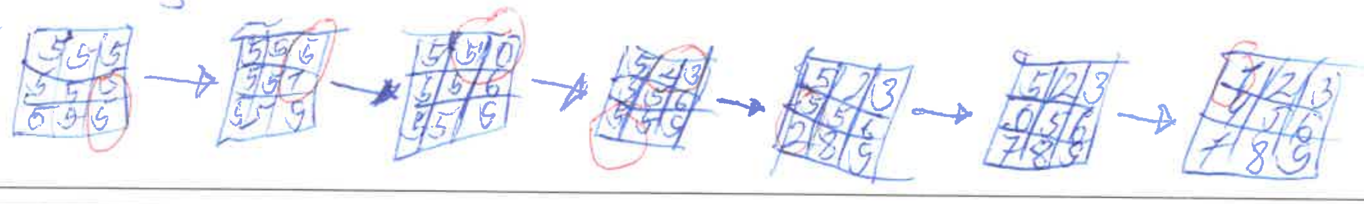
Я считаю что задачу невозможно решить, потому-что слишком большая разница в числах:
чтобы получить 40 нужно $2\cdot4\cdot5$, а чтобы получить 72 нужно $3\cdot3\cdot8$.

№2

~~если может оставаться меньше~~ и то:



№3



1	2	3	4	5	Σ
8	20	20	1	10	59

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

город Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	0	1	2	1	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Полевой

Имя Кирилл

Отчество Андреевич

Дата рождения 17.11.2005 **Класс** 5

ОУ, местоположение Лицей №7, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 3.03.18

Номер телефона 8 983 160 81 57 **Подпись** П

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	1	2	1	1	8

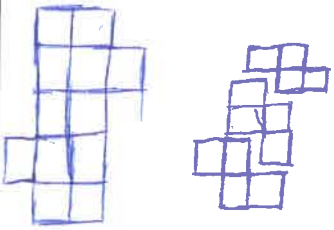
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Из 10 дней ~~Бе~~ бельчонок 2 дня ел только грибы

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	всего
ял.	9	9	4	4	4						30
ор.			1	1	1	2	2	2			9
гр.									+	+	

№2.



1	2	3	4	5	Σ
16	20	0	20	0	56

30

№4. Среди этих бельчат нету рыцарей. Потому что если бы Боря был рыцарем, то и Беня тоже был бы рыцарем, ведь их слова не противоречат друг-другу, но Беня не может быть рыцарем так-как половина его слов совпадает с Ва-сенькой, а вторая нет.

№5. 66

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	0	1	3	4	3	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Ахмадуллин

Имя Шамиль

Отчество Ильдусович

Дата рождения 25.09.2005. **Класс** 6

ОУ, местоположение Казанское суворовское военное училище

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 3.03.2018

Номер телефона 89600349879 **Подпись** [подпись]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

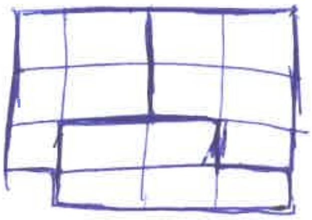
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	3	4	3	1	8

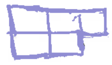
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1.

Должна получиться вот такая фигура:



					Σ
20	0	20	1	10	51

№2.

Ответ: по моему мнению такое может быть, т.к. если в компании, где только серые бельчата, будет 5 бельчат, и в компании, где только рыжие бельчата, будет 5 бельчат, то в целом всего уже больше 6 бельчат во всех компаниях.

№4

а) одна буква Г - может быть

б) одна буква И - может быть.

№5

1. 320 : 3 = 106 (дней) - гуляет 1-ая сестра.
2. 320 : 5 = 64 (дня) - гуляет 2-ая сестра.
3. 320 : 7 = 45 (дней) - гуляет 3-я сестра.
4. 106+64+45 = 215 (дней) - всего.
5. 7+5 = 12 (день) - гуляет 2-ая и 3-я сестра.
6. 7+3 = 10 (день) - гуляют 1-ая и 3-я сестра.
7. 5+3 = 8 (день) - гуляют 1-ая и 2-ая сестра.
8. 7+3+5 = 15 (день) - гуляет 1-ая; 2-ая и 3-я сестра.
9. 320 : 12 = 26 (дней) - 2-ая и 3-я
10. 320 : 10 = 32 (дней) - 1-ая и 3-я
11. 320 : 8 = 40 (дней) - 1-ая и 2-ая.
12. ~~261~~ 320 : 15 = 21 (день) - все
13. 26+32+40+~~18~~ 21 = 113 (дней)
14. 215-113 = 102 (дня) - гуляет всего.

Ответ: всего он будет гулять с сёстрами 102 дня

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	3	4	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

1) $14 \cdot 3 = 4\frac{2}{3}$ (б) – у каждого.

2) $4\frac{2}{3} : 2 = 2\frac{1}{3}$ (б) – должен дать 1-ый и 2-ой 3-ему.

3) $140 : 4\frac{2}{3} = 30$ (руб)

4) $5 - 4\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (б) – отдал 1-ый 3-ему.

5) $9 - 4\frac{2}{3} = 4\frac{1}{3}$ (б) – отдал 2-ой 3-ему.

6) $4\frac{1}{3} \cdot 30 = \frac{13 \cdot \cancel{30}^{10}}{\cancel{3}} = 130$ (р.) – 2-ому.

7) $\frac{1}{3} \cdot 30 = \frac{\cancel{30}^{10} \cdot 1}{\cancel{3}_1} = 10$ (р.) – 1-ому.

Ответ: 1-ому должны дать 10 рублей, а 2-ому – 130 рублей.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Н	А	0	0	0	0	1	4	4	6	1	8

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия

Имя

Отчество

Дата рождения

Класс

ОУ, местоположение

Предмет

Этап олимпиады

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы

Номер телефона

Подпись

ИНСТРУКЦИЯ. Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	4	4	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Σ

№	1	20	1	3	45

№1

№2 [illegible]

[illegible]

№3 7+4 = 11 рыбок всего

11 : 3 = 3,666666… ≈ 3,7 ~~[illegible]~~ [illegible]

[illegible]

[illegible]

Ответ: Буратино [illegible]

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	4	4	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

[illegible] Через [illegible] минут [illegible] один серый бельчонок при условии, что рыжих будет 11 и серых будет 11 или рыжих будет 1 а серых будет 3

Через [illegible] минут [illegible] один рыжий бельчонок при условии, что [illegible] будет 10, а серых будет 0

Ответ: а) [illegible], б) [illegible]

[illegible] [illegible] ~~11~~ [illegible] раз

[illegible] раз

[illegible]

[illegible]

Верно!

[illegible]

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Зеленогорск МБОУ Лицей № 174	МА000016091 8
Площадка проведения (город, ОУ)	Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Горохова

Имя Анастасия

Отчество Алексеевна

Дата рождения 23.05.2005 Класс 6

ОУ, местоположение г. Зеленогорск Заводская 8а

Предмет Математика

Этап олимпиады очный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 3.02.2018

Номер телефона 8-923-204-01-23 Подпись [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

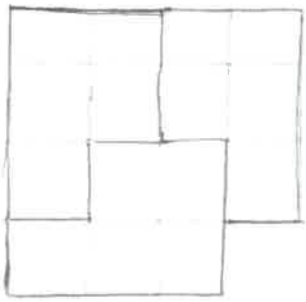
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	6	0	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1



1) В фигуре 15 клеток. Её надо разрезать на три части: 15 : 3 = 5 (к) - в каждой фигуре

2) Одна часть

					Σ
20	1	20	11	7	59

N3 Первый путешественник купил 5 бутылок воды, а второй 9 бутылок, значит всего у них 14 бутылок 5+9=14. Третий путешественник отдал другим 140 руб - это треть всех потраченных на воду денег, значит так стоит треть всех бутылок.

140 · 3 = 420 (руб) - потратили вообще
420 : 14 = 30 (руб) - стоит одна бутылка
30 · 5 = 150 (руб) - потратил на воду первый
30 · 9 = 270 (руб) потратил на воду второй

Каждый из них выпил одинаковое количество воды, значит они все выпили на 140 руб.

150 - 140 = 10 (руб) - выпил из воды первого третий
270 - 140 = 130 (руб) - выпил из воды второго третий.

Ответ: из 140, надо отдать 10 р первому, а 130 руб второму путешественнику.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 1 6 0 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 б) Может

АААААААА

ГГГГГГ

ИИИИИИИИИ

Пред. В последний ход детей останется: АИ И

Сначало удаляем все буквы Г с разными другими

1) Вычерк. ИГ - пол А
2) Выч ИГ - пол А
3) Выч АГ - пол И
4) Выч ИГ - пол А
5) Выч ИГ - пол А
6) Выч АГ - пол И

Осталось: АААААААА И ИИИИИИ ГГГГ

1) Выч АИ - пол Г
2) Выч АГ - пол И
3) Выч АИ - пол Г
4) Выч ИГ - пол А
5) Выч АИ пол Г
6) Выч АГ - пол И
7) Выч АИ - пол Г
8) [illegible] - пол [illegible]
9) Выч АИ пол Г
10) Выч АГ - пол И

а) не может

№5 320 : 7 = 45 (ост 5) ≈ 46

320 : 5 = 64

320 : 3 = 106 (ост 2) ≈ 107

~~В день~~ ~~Дней~~ Дней, когда все сестры вместе гуляли с братом будет столько же, сколько раз гуляла старшая сестра, так как в эти дни входят дни прогулок других сестер, значит 46.

Лист 2 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № [illegible] | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 0 | 9 | 1 | 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Уберем из всех дней прогулки каждой сестры те сразу 46 дней

64 − 46 = 18 (д) – гуляла одна с [illegible]

106 − 46 = 60 (д) – гуляла одна вторая с

60 + 18 = 78 (д) – [illegible]

78 + 46 = 124 (д) – гуляли вместе сестры с братом

Ответ: 124 дня, когда хотя бы одна из сестер будет гулять с братом

№2 В одной компании не может быть одна белка, потому что тогда это уже не компания

Значит в компаниях 2, 3, 4 белки

№3 Среднее количество бельчат во всех компаниях рассчитывается ~~[illegible]~~ количество бельчат в каждой группе по [illegible], делится на количество этих средних количеств.

Если все слагаемые меньше шести и их поделить на их количество, то число не будет больше шести.

Пример: 5 – среднее колич. бельчат в группах с серыми бельчат.

4 – среднее количество бельчат в компаниях с рыжими белками.

3 – среднее колич. бельчат в компаниях с разным мехом.

5 + 4 + 3 = 12 : 3 = 4 – меньше шести

[illegible] 2 + 4 + 3 = 9 : 3 = 3 – меньше шести

Ответ: Не может

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 1 6 0 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 а) не может

Чтобы получилось что осталась одна буква с надо, чтобы при последних ходах были буквы а, и

Для этого надо убрать с доски все буквы с, но когда мы [illegible] уберем буквы с с помощью какой-нибудь из букв а или и, то третья буква увеличивается. Также когда мы убираем все буквы с, то мы должны сохранять а и и, тогда количество букв с увеличится, тогда надо снова их убирать и так далее

поэтому у нас никогда не останется буквы с при таких условиях.

Ответ: не может

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	7	6	4	1	8

Шифр (не заполнять!)

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Вариант № 2

Фамилия Андреева

Имя Кристина

Отчество Васильевна

Дата рождения 09.03.2005 **Класс** 6

ОУ, местоположение МБОУ СШ №147, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 3.03.2018

Номер телефона 8-902-947-05-22 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

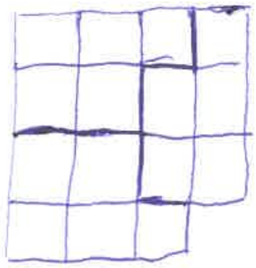
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	7	6	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.



					Σ
20	0	20	13	5	58

№2.

Ответ: нет, т.к. для того, чтобы среднее число всех бельчат было > 6, надо чтобы среднее число рыжих и серых было > 6, или чтобы число хотя бы одного цвета было > 6, а другое < 6.

№4.

а) ААААГГГГГГ ЙЙЙЙЙЙЙ.ГГГАГАГИ...

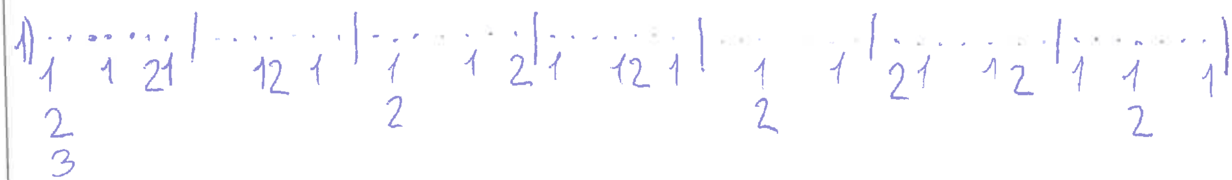
Ответ: нет, т.к. будет оставаться ещё буква „А" или „И"

б) ААААГГГГГГ ЙИИИИИИ.ИИИАИИ

Ответ: да, может.

№5.

1)



2) 3 сестра гуляет с ним каждый понедельник, 2 каждые 5 недель, 1 каждые 3 недели, значит - следующий раз они будут гулят через 15 недель = 105 дней. Каждые 105 дней с ним гуляют 45 дней.

3) 320 : 105 = 3 (ост. 5)

4) 3 · 45 = 135 (дн.)

5) за оставшиеся 5 дней с ним погуляют 2 раза. 135+2=137

Ответ: 137 дней.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	7	6	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

1) $140 \cdot 3 = 420$ (руб.) - потратили на воду.

2) $420 : (5 \overset{14}{+} 9) = 30$ (руб.) стоит 1 бутылка.

3) $14 : 3 = 4\frac{2}{3}$ - выпил каждый

4) $5 - 4\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ - 3 выпил у 1

5) $30 : 3 = 10$ (руб.) - отдать 1.

6) $140 - 10 = 130$ (руб.) отдать 2.

Ответ: 1 - 10 рублей, 2 - 130 рублей.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	2	1	0	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Снопкова

Имя Екатерина

Отчество Викторовна

Дата рождения 20.02.2005 **Класс** 6 В

ОУ, местоположение МАОУ «Лицей №7», Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 89535818305 **Подпись** Снопк

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

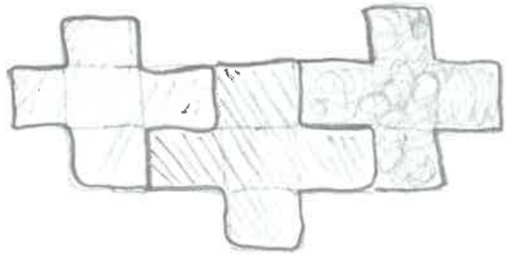
Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	2	1	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1



					Σ
20	0	15	5	19	59

№5

Есть закономерность. В первом десятке дней хотя бы один моет посуду 7 раз всего, во втором – 5; в третьем – 6, в четвертом – 6, в пятом – 5; в шестом – 7.

За 60 дней ребята моют – 7+5+6+6+5+7=36(р)

~~365:60=~~ Всего будет 6 десяткой по 60 дней и еще 5 дней.

$$\begin{array}{r} \times\, 36 \\ 6 \\ \hline 216 \end{array}$$

36·6=216(д) будет ~~подают~~ за 360 дней когда помоет хотя бы один

216+3=219(д) будет ~~помоют~~ за 365 дней когда помоет хотя бы один

Ответ: 219 д.

№4

5 серых → 4 → 3 → 2 → 1

8 рыжих → 7 → 6 → 5 → 4

7 черных ← 8 ← 9 ← 10 ← 11

5 серых → 4 → 3 → 2 → 1 ← 2 → 1 ← 2

8 рыжих → 7 → 6 → 5 → 4 → 3 → 2 ← → 1

7 черных ← 8 ← 9 ← 10 ← 11 → 10 ← 11 → 10

По отдельности могут остаться а) один серый бельчонок; б) один рыжий бельчонок, но вместе они остаться по одному не смогут т.к 5 – нечетное число, а 8 – четное

Ответ: нет.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	2	1	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Нет, так как при сложении среднего возраста <10 с <10 получится возраст средний меньше 10 лет.

Ответ: нет.

№3

7+4=11(р) было всего

11:3≈3,66(р) съел каждый

Предположим, что каждый съел по 3 рыбы

Значит, Буратино принес на 4 рыбы больше, чем съел, а ~~Лиса~~ Алиса на 1 рыбу больше.

За 1 рыбу можно дать 2,2 монеты, а значит за 4 рыбы 8,8 монет.

2,2+8,8=11(м)

Ответ: по 2,2(м) за 1 рыбу, т.е. Буратино – 8,8(м); Лисе Алисе – 2,2(м)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	9	9	6	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Королёва
Имя Виктория
Отчество Евгеньевна
Дата рождения 01.05.2005 **Класс** 6
ОУ, местоположение КМжг-и, Красноярск
Предмет Математика
Этап олимпиады Заключительный
Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018
Номер телефона 89135160457 **Подпись** Кор

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

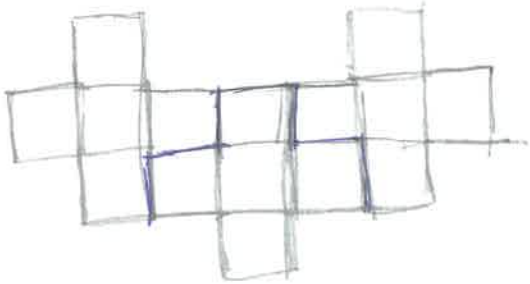
Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	9	9	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1)



Σ

20	15	0	8	20	63

5) Ответ: из 365 дней хотя бы один ребёнок моет посуду 219 дней, так как за 20 дней они моют посуду 12 дней. 365 : 20 = 18 (5 - остаток), 12 · 18 = 216. Из оставшихся 5 дней ~~т~~ ными дети посуду 3 ~~раза~~ дня. 216 + 3 = 219.

4) Ответ: ~~а~~

а) нет, не может. Я пыталась сделать так, чтобы остался 1 серый бельчонок, но у меня оставалось либо 2 серых, либо 2 рыжих.

б) да, может. После проделанных манипуляций у меня уже 12 серых, 13 чёрных 13 рыжих бельчат и остался ~~сь~~ 1 рыжий.

~~2~~) Ответ: да, может, например, на рисование ходят дети средний возраст, ходящих на рисование 19, 4, 6 лет. 29 : 3 = 9,(6). средний возраст, ходящих на лепку 4, 9, 16 лет. 29 : 3 = 9,(6), а на лепку ходят

19 + 4 + 6 + 9 + 16 = 54 : 5 = 10,8 – средний возраст детей, ходящих на кружок

Детей шестеро! Если кто-то занимается и рисованием, и лепкой, это надо было указать.

3)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	2	7	1	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Шистко

Имя Степан

Отчество Александрович

Дата рождения 16.06.2018 **Класс** 6

ОУ, местоположение МАОУ гимназия №10 г. Дивногорска

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +7 906 915 07 06 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

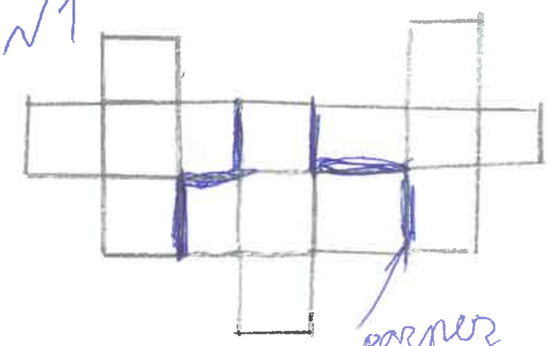
Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	2	7	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1



разрез

№2 средний возраст всех всегда меньше самого большого из средних возрастов групп.

$a+b$ | c

$(a+b):2 < 10$ противоречие $(a+b:2)$ или $(c:1)$ $< (a+b+c):3$

$c:1 < 10 \Rightarrow$

$(a+b+c):3 > 10$

Пример ср. 5

6 | 10 | 4

ср. 8 ср. 7.

Самое большое 8. $8 > 6{,}66$.

$(6+10+4):3 \approx 6{,}66$ (20)

Ответ: Нет.

№3 Б. $\frac{7}{7+4} = \frac{7}{11}$ от всей рыбы

А. $\frac{4}{7+4} = \frac{4}{10}$ от всей рыбы

должно достаться $\frac{7}{11}$, $\frac{4}{11}$ от всех монет

$11 \cdot \frac{7}{11} = 7$ (Б)

$11 \cdot \frac{4}{11} = 4$ (А)

Ответ: Буратино: 7 монет лисе 4 монеты

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	2	7	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 ~~За одну минуту прибегает 1, а уходят 2 тоесть 1мин − 1 бельчонок.~~

~~Если бельчата будут убегать равномерно, то есть последними останутся 2рыжих и 1 чёрный. в следующую минуту останутся 1с. 1р 1г. если любые 2 убегут получится 2б. одинакового цвета.~~

20	1	2	10	16	49

Решение: смоделировано убегания бельчат.

Как могут убегать равномерно бельчата

↑прибежал ↓убежал.

5с 8р 7г.

1мин ↑ ↓ ↓ 6с 7р 6г.

2мин ↓ ↓ ↑ 5с. 6р. 7г.

3мин. ↓ ↑ ↓ 4с. 7р 6г

4мин ↑ ↓ ↓ 5с 6р. 5г

5мин ↓ ↓ ↑ 4с 5р. 6г

6мин ↓ ↑ ↓ 3с 6р 5г.

7мин ↑ ↓ ↓ 4с 5р 4г

8мин ↓ ↓ ↑ 3с 4р. 5г

9мин. ↓ ↑ ↓ 2с. 5р. 4г

10 мин. ↑ ↓ ↓ 3с 4р 3г

11мин. ↓ ↓ ↑ 2с 3р 4г.

12мин ↑ ↑ ↓ 1с 4р, 3г

13мин. ↑ ↓ ↓ 2с 3р 2г

№5 дни в которые могут несколько детей.

раз в 12 дней $3\cdot4$ раз в 15 дней $3\cdot5$ раз в 20 дней $4\cdot5$ раз в 60 дней $3\cdot4\cdot5$

$365 : 3 = 121$ (2ост) $365 : 4 = 91$ (1 ост) $365 : 5 = 73$

$365 : 12 = 30$ 5ост. $365 : 15 = 24$ 5 ост. $365 : 20 = 18$ 5 ост. $365 : 60 = 6$ 5 ост.

$(121 + 91 + 73) - (30 + 24 + 18 + 6) = 207$ дней.

сколько дней мыли; 78 сколько дней с совпадениями

Ответ = 207 дней.

Деление с остатком так как нецелое количество раз помыть нельзя.

№4 продолж. Ответ: б один рыжий бельчонок.

14 мин. ↓ ↓ ↑ 1с. 2р. 3г.

15 мин прев ↓ ↑ ↓ 0с 3р 2г.

16 мин. ↑ ↓ ↓ 1с 2р 1г.

17 мин ↓ ↓ ↑ 0с 1р 2г

18мин. ↑ ↓ ↓ 1с. 0р 1г.

19 мин 1с 0р. 1г. ↓ ↑ ↓

0с. 1р. 0г.

19 мин.

Лист 2 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	4	0	Н	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Похабов

Имя Иван

Отчество Ильич

Дата рождения 23.12.04 **Класс** 6

ОУ, местоположение школа № 10, Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 8-913-190-25-11 **Подпись** [illegible]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

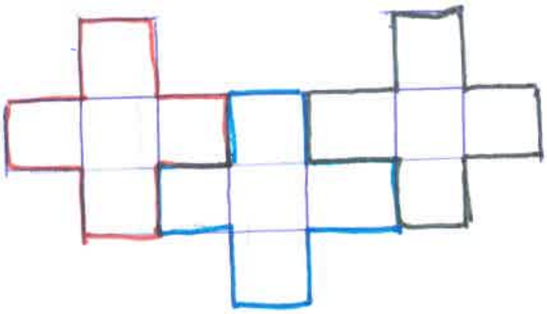
Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 0 | 4 | 1 | 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

					Σ
20	1	1	11	16	49

№1



№2

Может т.к. например, два ребёнка по 11 лет (каждый и рисует, и лепит) их средний возраст – 11 лет $\left(\frac{11+11}{2}=11\right)$, еще два ребёнка одному и другому 5 лет ходят на рисование $\left(\frac{11+11+4+5}{4}=7,75\right.$ - средний возраст - подходит) и на лепку ходит три ребёнка трёх, пяти и шести лет $\left(\frac{11+11+3+5+6}{5}=7,2\right.$ - подходит)

Общее рассуждение: Может т.к. на рисование и лепку по отдельности ходят все ребята младше 10 лет, а вместе больше 10 лет.

Не найден ср. возраст всех. Он равен: $\frac{11+11+4+5+3+5+6}{7}<10$.

№3

Если делить 11 на три части то получится что каждый съел по три рыбки и осталось еще 2. Если 11 делить на две части, то каждый получит по пять монет и останется еще 1. Получилось так:

	Р	М
Б	3	5
Л	3	5
К	3	

$+ 2р$ и $1м$

Чтобы не осталось остатка нужно дать одну монету Алисе или Буратино, тому кому из них не дали монеты дать рыбку и оставшуюся рыбку дать Базилио

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	4	0	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{47}{60}=\frac{282}{360}$ – отношение дней в которые дети мыли посуду и 360 дней

Еще в оставшиеся 5 дней могли мыть посуду как Аня и Саша, так и все три девочки.

Каждые 12 дней совпадают С и А, 15 дней – А и Г, 20 – С и Г, 60 – все три.

Всего получается у С и А – 24 пов. дня, у А и Г – 19, у С и Г – 14, у всех – 5 дней

~~282 – 24 – 19 – 14 – 5 = 219 (дн) + 2 = 221~~ ~~+3 = 222~~

~~282 – 23 – 19 – 14 – 5 = 218 (дн) + 2 = 220~~ ~~+3 = 221~~

$282 - 24 - 19 - 14 - 5 = 219$ (дн) $+3 = 222$, $+2 = 221$

Ответ – 222 или 221.

№4

б) Может

Например:

С	Р	Ч
5	8	7
6	7	6
5	6	7
6	5	6
5	4	7
6	3	6
5	2	7
6	1	6
5	2	5
4	3	4
3	2	5
4	1	4
3	0	3
2	1	2
3	0	1
2	1	0

С	Р	Ч
1	0	1
0	1	0

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	4	0	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

а) не может

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	3	1	7	9	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Ирбеткина

Имя Елизавета

Отчество Артемовна

Дата рождения 19.02.2005 **Класс** 6

ОУ, местоположение МАОУ СШ № 152, г. Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 89029733343 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

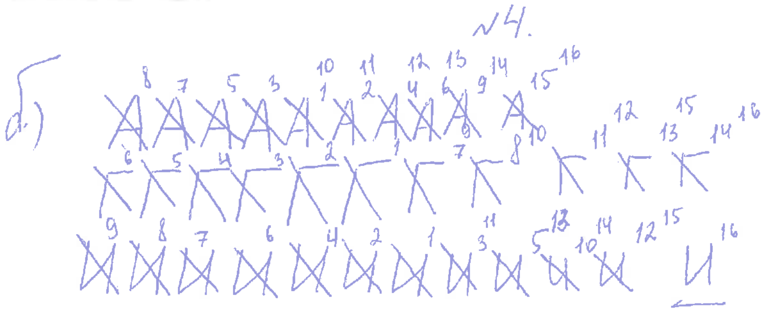
М	А	0	0	0	0	3	1	7	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

б.)



					Σ
20	0	20	10	1	51

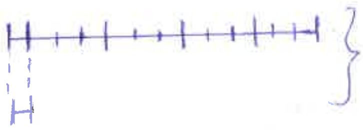
Ответ: может

№ 5.

1) 320 : 7 ≈ 42 (нед.) - всего
2) сестры могут не гулять с братом ≈ 3 дня в нед.
3) 42 · 3 ≈ 126 (дней) - за 320 дн. сестры не гуляют с братом
4) все сестры в неделю гуляют с братом за 1 день ≈ 1 раз
5) 42 · 1 = 42 (дня) - гул. все сестры за 1 день
6) 2 сестры за 1 раз могут в нед. гулять ≈ 2 раза.
7) 42 · 2 = 84 (дня) - гул. 2 сестры за 1 день.
8) 320 - (126 + 42 + 84) = 320 - 252 = 68 (дней) - гул. хотя бы 1 сестра

Ответ: 68 дней

№ 3.

1) 9 + 5 = 14 (бут.) - всего.
2) 14 : 3 = $4\frac{2}{3}$ (бут) - выпил каждый
3) $4\frac{2}{3}$ бут. стоят 140 руб
4) $5 - 4\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (бут.) - 1 пут. купил за 3 пут.
5) $9 - 4\frac{2}{3} = 4\frac{1}{3}$ (бут.) - 2 пут. купил за 3 пут.
6) 2п.  14 ч., 140 руб.
1п.
7) 14 частей всего.
8) 140 : 14 = 10 (р) - 1 ч., 1 пут
9) 10 · 13 = 130 (р) - 2 пут.

Ответ: 10 р. - 1 пут, 130 р. - 2 пут.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

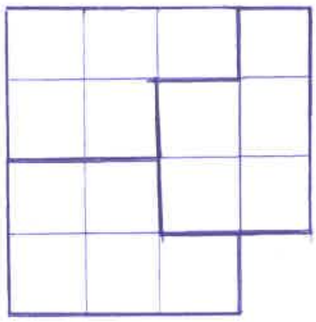
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	3	1	7	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	3	1	8	6	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Семенова

Имя Юлия

Отчество Андреевна

Дата рождения 15.02.2005 **Класс** 6

ОУ, местоположение МАОУ СШ №152, г. Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 89607606488 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

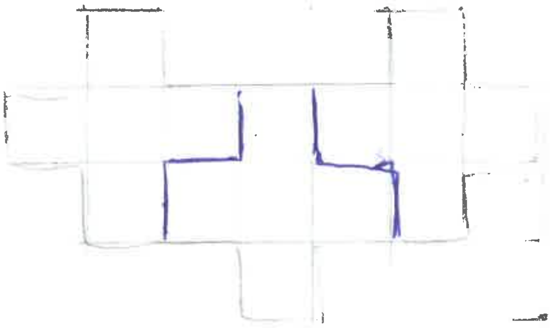
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | МА000031 8618

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1



20	0	20	15	0	Σ 55

№4 а) Ответ: нет, не может.

Т.к. число серых белок меньше всех (5<7<8), а значит в любых случаях серых белок будет либо 5, либо 1, но когда серых белок всего 1, то с ней будут обязательно либо рыжие белки, либо чёрные.

	С.Б.	Р.Б	Ч.Б.
	5	8	7
1.	−4	−4	+4
2.	+4	−4	−4
3.	−4	+4	−4

б) Ответ: да, может.

Т.к. число рыжих белок самое большое (5<7<8), а значит можно найти случай, там где останется одна рыжая белка.

Например:

С.Б	Р.Б.	Ч.Б
5	8	7
4	9	6
3	10	5
2	11	4
1	12	3
2	11	2
3	10	1
4	9	0
3	8	1
2	7	2
1	6	3
2	5	2
3	4	1
4	3	0
3	2	1
2	1	2
1	0	3
0	1	2
1	0	1
0	1	1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 3 1 8 6 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$7+4=11$ (рыб.)- всего.

$11:3=3\frac{2}{3}$ (рыбы)- съел каждый.

Лиса: принесла - 4 рыбы, съела $3\frac{2}{3}$, отдала $\frac{1}{3}$ рыбы.

Буратино: принёс - 7 рыб., съел $3\frac{2}{3}$, отдал $3\frac{1}{3}$ рыбы.

11 руб.- было всего

Кот съел $3\frac{2}{3}$ рыбы

$11 \cdot 3\frac{2}{3} = \frac{11}{1} \cdot \frac{3}{11} = 3$ (мон.)- ~~за~~ получат Лиса и Буратино за каждую целую отданную рыбу.

Значит:

$3\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} = 10$ (мон.)- получит Буратино

$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} = 1$ (мон.)- получит Лиса.

Ответ: Буратино получил 10 монет, а Лиса Алиса 1 монету.

~~№5~~

~~1) 365:7 ≈ 52 (нед.) + 1 дн.~~

~~2) 52 ·~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	6	9	7	1	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1.

Фамилия Брюханов.

Имя Иван

Отчество Андреевич

Дата рождения 12.02.2005 **Класс** 6

ОУ, местоположение БСОШ №2

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018.

Номер телефона 8950-994 73 83. **Подпись** Бр-

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

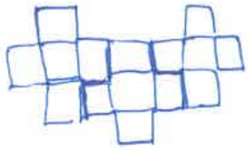
Вариант № 1

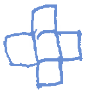
М	А	0	0	0	0	0	6	9	7	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1



3 фигуры:  : совпадают при наложении

					Σ
20	1	20	1	2	43

наложении с любыми (разворотами фигур.)

№2. если меньше 10: 9,8,7,6,5,4,3,2,1 то этого не может быть даже если всем будет по 9 лет.

Пример: 5 человек летят, 3 рисуют, всем им максимальное число лет – 9. 8 - кол-во детей. (5+3).

1) 9·(5+3) = 72 (года) всем детям вместе взятым

2) 72 : 8 = 9 (лет.) средний возраст всех ~~детей~~ детей;

9 < 10 < 11, 12 … ∞ ∴ значит этого не может быть.

Ответ: такого не может быть.

№3.

рыбок: 11 каждый съел по: $3\frac{2}{3}$ рыбок. (11 : 3)

монет: 11 1 рыбка стоит: 3 монетки (11 : $3\frac{2}{3}$).

$4 - 3\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (рыбок) осталось после того как они поели. $\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} = 3\frac{2}{3}$

$7 - 3\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$ (рыбок) $\frac{1}{3}$ рыбки стоит $(3\cdot\frac{1}{3})$ 1 монетку. 11 − 1 = 10 (мон.) даём Буратино

Ответ: значит Лисе Алисе мы даём 1 монету за то что она отдала кому Базилио $\frac{1}{3}$ рыбки, а Буратино получит 10 монет за то что отдал $3\frac{1}{3}$ $(\frac{10}{3})$, $(\frac{10}{3}$ = 10м.) рыбок.

№4

1мин – уходят 2 разных б., приходит 1 б. третьего цвета.

через 4 минуты уйдёт (например и серых и 4 рыжих, и придёт 4 чёрных бельчонка) – останется 1 серый, 4 рыжих, 11 чёрных

а) может. ; б) может.

через 7 минут останется один рыжий бельчонок – за 4 минуты уйдет 4 серых и 4 рыжих бельчонка при этом чёрных будет 11, за другие 3 минуты уйдёт 3 рыжих и 3 чёрных бельчонка, при этом серых уже будет 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	6	9	7	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 - продолжение.

мость 4 серых, 1 рыжий и 8 чёрных.

№5.

Аня моет в неделю посуду 2 раза в среду и субботу.
Саша моет посуду 1 раз в неделю - в четверг.
Галя моет посуду 1 раз в неделю - в пятницу.

другие условия

Все они за неделю моют посуду 4 раза.

1) 365 : 7 = 52 (ост 1) (недель в году.)

2) 52 · 4 = 208 (дней) в году хотя-бы один ребёнок моет посуду.

Ответ: 208 дней.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ
Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	0	0	7	9	8	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Исхакова

Имя Алия

Отчество Рамилевна

Дата рождения 12.01.05 **Класс** 6

ОУ, местоположение МБОУ „Гимназия №16" г. Казань

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 79520338145 **Подпись** Исх

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

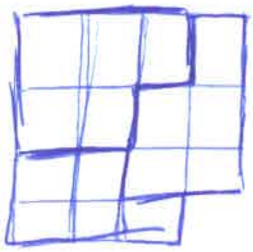
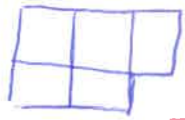
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	У	9	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Решение: так как ~~Вх~~ ~~кво~~ фигура состоит из 15 квадратов, то мы 15:3=5 и получаем кол-во клеток в одной фигуре. Разделим мы число 15 ~~на~~ на 5, так как фигуру нужно разрезать на 3 равные части.

Ответ:  , а форма этих 3 фигур 

Σ

20	0	10	13	3	46

4. а) Решение:

1. Сначала напишем буквы

АААА
ГГГГГГ
ИИИИИИИ

2. Затем уберем 4 пары букв А и Г, а потом добавим 4 буквы И

ГГ
ИИИИИИИИИИИ

3. Убераем 2 пары букв Г и И, добавим 2 буквы А

АА
ИИИИИИИИИ

4. Дальше продолжаем так же и приходим к такому ответу:

ИИИИ

Ответ: нет

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	7	9	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

б) Решение:

1. Сначала записываем все буквы

АААА
ГГГГГГ
ИИИИИИИ

2. Убираем 6 пар букв Г и И, а потом добавляем 6 букв А

АААААААААА
—
И

3. Убираем пару А и И, добавляем букву Г

ААААААААА
Г
—

4. Убираем пару А и Г, добавляем И

АААААААА
—
И

5. Затем продолжаем так же и приходим к ответу:

=
И

Ответ: да

5. Решение: я построила примерную таблицу по каким дням сёстры гуляют с Петей.

	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
1		•			•		
2			•				•
3				•			

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Дальше выясним сколько недель в 320 днях.
320 : 7 = 45 недель и ещё 5 дней. Таким образом 45 мы умножим на 5, потому что в неделю с ним гуляют примерно 5 дней. 45 · 5 = 225 затем прибавим 4, потому что за 5 дней ~~он~~ с ним гуляют 4 дня. 225 + 4 = 229 дней с ним гуляют.

Ответ: 229 дней

~~3. Решение: допустим, что каждый выпил 4,5 бутылки воды, то у одного из них осталась ещё половина бутылки с водой. Примерно Возьмем примерную цену половины бутылки в 10, а половина 5 рублей~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	0	3	8	5	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Садовьюк

Имя Егор

Отчество Александрович

Дата рождения 22.10.05. **Класс** 6

ОУ, местоположение Лицей №1, г. Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18.

Номер телефона 89835764957 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

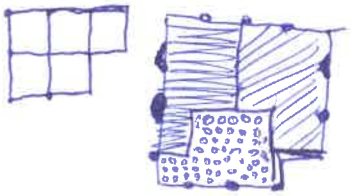
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	8	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

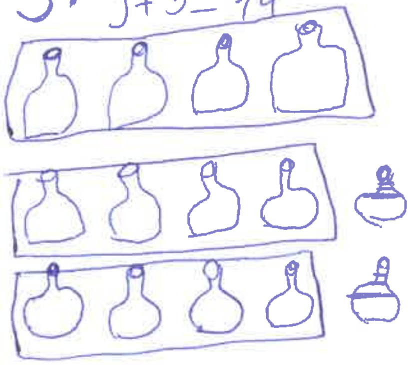
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1.



					Σ
20	0	20	13	0	53

3. $9+5=14$



КАЖДЫЙ ~~ВЫПИЛ ПО~~ ВЫПИЛ ПО 4 БУТЫЛКИ + ПО $\frac{1}{2}$ БУТЫЛКИ + $\frac{1}{6}$ БУТЫЛКИ

В БУТЫЛКЕ x ЛИТРОВ

$x:3$

$x:2$

ПУСТЬ $x=6$

$6:3$

$6:2$

$6\cdot4=24$ $\quad 24+3+1=28$

$6\cdot\frac{1}{2}=3$

$6\cdot\frac{1}{6}=1$

140 : 28 = 5 (цена за 1 литр)

$6\cdot5=30$ $\quad 6\cdot9=54$

30 − 28 = 2 (отдал первый)

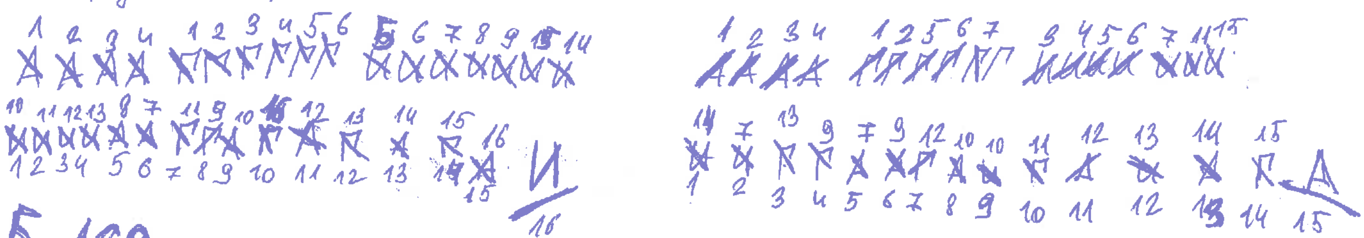
54 − 28 = 26 (отдал второй)

5 · 2 = 10 (РУБ) заплатил ~~за~~ третий первому

5 · 26 = 130 (РУБ) заплатил третий второму

4. а) ~~нет да~~ НЕТ

б) ~~да~~ ДА



5. 162 дня

2. да

СЕРЫЕ И РЫЖИЕ И (ЦВЕТНЫЕ (И РЫЖИЕ И СЕРЫЕ)) − 5

$(5+4):2=4{,}5$ $\quad 6>4{,}5$ $\quad (5+4+4):3=6{,}3...$

$(5+4):2=4{,}5$ $\quad 6>4{,}5$ $\quad 6{,}3>6$

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Якутск (ВФУ) | М А 0 0 0 0 0 6 6 3 1 8

Площадка проведения (город, ОУ) | Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Макаров

Имя Марк

Отчество Иннокентьевич

Дата рождения 01.01.05 **Класс** 6

ОУ, местоположение Якутск

Предмет математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** ______

Номер телефона ______ **Подпись** Марк

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

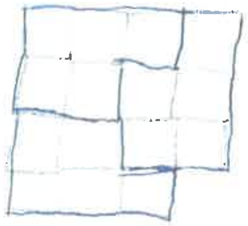
М	А	0	0	0	0	0	6	6	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

5 кл

Σ					
20	0	15	10	6	5

1)



3)

~~5+9=14~~   ~~14:3=4(ост.2)~~   ~~140:2=70~~

~~I – 54+1~~

~~II – 54+1~~

~~III – 4~~

~~Ответ: первые~~ два ~~вылили воды поровну, потому~~

I – 5 л   I – 5 л

II – 9 л   II – 5 л

III – 0 л   III – 4 л

Ответ: II отдает III 4 л, в то время как I ничего не дает, значит II получает 140 изделий

4)

Ответ: да

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	6	6	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~5)~~
370

2)

1 лог. – ~~3 сер. 3 рыж.~~ 2 сер. 3 рыж.
2 лог. – 4 ~~сер. 4 рыж.~~ 4 сер.
3 лог. ~~4 сер. 5 рыжих~~ 3 рыж.

$\Big\}$ 12

Ответ: да, так-как не говорится сколько бел. и лог.

5)

Лист 2 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	3	6	9	1.	8

г. Красноярск СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия ЖАРОВ

Имя АНДРЕЙ

Отчество ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 29.09.2005. **Класс** 6

ОУ, местоположение школа №10, Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018.

Номер телефона 89029421059 **Подпись** Жар

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

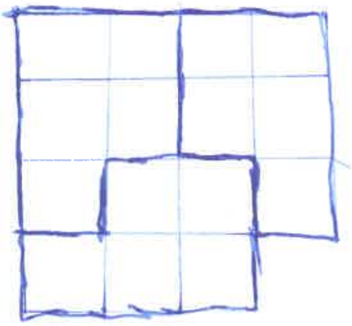
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	6	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1



					Σ
20	0	2	12	18	52

№3

Пусть x – стоимость 1 бутылки ~~тоо~~ составим уравнение:

$5x+9x=140$

$14x=140$

$x=140:14$

$x=10$

1) $10\cdot5=50$ (руб) – потратил на бутылки с водой I путешественник

2) $10\cdot9=90$ (руб)

Ответ: I должен получить 50 рублей, а II 90 рублей.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	Д	0	0	0	0	0	3	6	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

а) невозможно, так как для этого требуется, чтобы было 5 букв А, а их всего 4.

б) возможно.
разложим итоговую И на 4 буквы А, 6 букв Г и 7 букв И. У нас получится:

№5

I сестра будет гулять с Петей раз в 3 дня ⇒ ⇒ она погуляет с Петей 320:3=106 (ост 5) за 320 дней.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	6	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

II сестра будет гулять с Петей раз в 5 дней. => она будет гулять с Петей 320:5=64 раза за 320 дней

III сестра будет гулять с Петей раз в 7 дней => она будет гулять с ним 320:7=45 (ост 5) раз за 320 дней.

Вместе они будут гулять с Петей 45+64+106=215, но есть дни где несколько сестёр гуляют с Петей. Всего есть несколько таких вариантов:

1) то, что с Петей будет гулять I и II сестра. Всего таких дней будет 320:(3·5)=21 (раз)

2) что с Петей будет гулять I и III сестра. Всего таких дней будет 320:(3·7)=15 (раз)

3) то, что с Петей будет гулять II и III сестра. Всего таких дней будет 320:(5·7)=9

4) то, что с Петей будут гулять все сестры. Всего таких дней будет 320:(3·5·7)=3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	6	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит с Петей за 320 дней будут гулять хотя бы 1 сестра $215 - (21+15+9+3) = 215 -$

$-48 = 167$ (раз)

Ответ: за 320 дней с Петей будут гулять 167 раз

$215 - 21 - 15 - 9 + 3$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 6 | 9 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

Невозможно, так как получается противоречие: в большинстве компаний с рыжими бельчатами должно быть < 6 бельчат, также в компаниях в которых есть серые бельчата. => в большинстве компаний < 6 бельчат => в большинстве компаний не может находиться ≥ 6 бельчат.

Ответ: невозможно

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Якутск СВФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	3	3	6	7	1	8

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия ЗАГОРЕНКО

Имя АРИНА

Отчество АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 03.07.2005 **Класс** 6

ОУ, местоположение Якутск

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2019

Номер телефона 89142235514 **Подпись** Загоренко

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

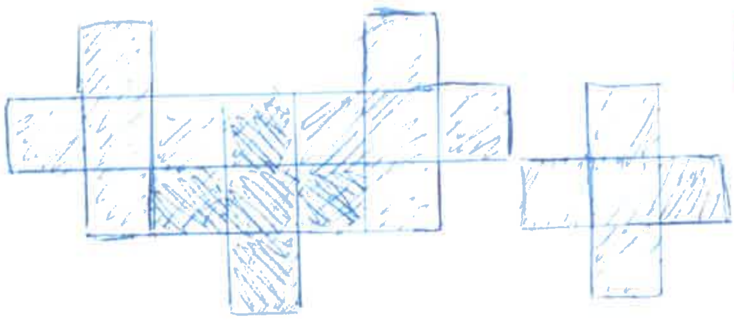
Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 3 | 6 | 7 | 1 | 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

20	0	20	20	3	Σ 64

№1.



№2.

Нет, потому что средний возраст обоих групп меньше 10 лет, а значит их сумма делённая на 2 тоже меньше десяти. Но если считать что есть дети, которые ходят или обе группы меньше 11, а те кто ходят только на одну, то 1х мы посчитали 1 раз. ~~[illegible]~~. Их число тоже уменьшится.

№3

1) $11:3=3\frac{2}{3}$ (к) — каждый съел

2) $7-3\frac{2}{3}=3\frac{1}{3}$ (руб) — Отдал Буратино Базилио

3) $4-3\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ (руб) — Отдала Лиса Базилио

4) $11:\frac{11}{3}=3$ (монетки) за $\frac{1}{3}$ рыбки должен дать Базилио

5) $3\cdot\frac{1}{3}=1$ (монетка) — Алисе

6) $3\cdot\frac{10}{3}=10$ (монеток) — Буратино.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	3	3	6	7	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4.
через 20 мин останется 1 рыжий бельчонок. ~~через~~ ~~мин~~ ~~останется~~ (1 игра) ~~бельчонок~~

б) ~~а)~~ р ~~4~~

С	Р	Ч
5	8	7
4	7	8
5	6	7
4	7	6
5	6	5
6	5	4
5	4	5
4	5	4
6	4	3
4	3	4
3	4	3
4	3	2
3	2	3
4	1	2
3	2	1
2	1	2
1	2	1
2	1	
1	0	~~0~~
0	1	0

Серый 1 остаться не может т.к. Рыжий и Черный чётный и нечётный числа.
Б рыжий может остаться 1 т.к. серый и черный оба одновременно или четные или нечётные.

№5
через 61 день они снова будут мыть посуду вдвоём. Из этих дней они могут посуду 37 дней.
1) 365 : 61 = 6 (~1 день)
2) 31 · 6 – 185 (умен)

Лист 2 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	8	3	5	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Кузнецова

Имя Эвелина

Отчество Дмитриевна

Дата рождения 20.12.2005 **Класс** 6

ОУ, местоположение МАОУ Лицей №9 „Лидер" г. Красноярск.

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 3,03.2018.

Номер телефона 8-933-332-82-92 **Подпись** ________________

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	8	3	5	1	8

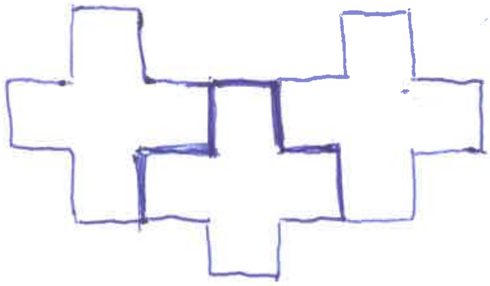
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Σ

20	1	20	20	0	61

№1



№2

Не может так быть потому что, если возраст средний по лепке ниже 10л. и средний возраст по рисованию ниже 10л, то как может получится средний возраст по кружкам больше 10 лет?

Возьмём к примеру средний возраст по лепке 9 лет, а по рисованию 8 лет.

$9+8=17$, $17:2=8{,}5$ всё равно получается меньше 10 лет, значит средний возраст по кружкам меньше 10 лет.

№3

Буратино 7 рыб   Л. Алиса 4 рыб.   К. Базилио 11 монет

Съели каждый $\frac{11}{3}$ $\frac{11}{3}$ $\frac{11}{3}$

Сколько съели от рыб Бур. $\frac{21}{3} - \frac{11}{3} = \frac{10}{3}$ монет Буратино

$\frac{12}{3} - \frac{11}{3} = \frac{1}{3}$ монет Л. Алисе

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	8	3	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

а) на поляне не может остаться один серый бельчёнок так как, у серого и чёрного бельчёнка одинаковые чётность (всегда). Значит может б) остаться один рыжый без серых и чёрных

серые: 5-4-5-6-5-6-5-6-5-6-5-4-3-4-3-2-1-0

чёрные: 7-6-5-4-5-4-5-4-5-4-5-4-3-2-1-0-1

рыжие: 8-9-8-7-6-5-4-3-2-1-0-1-2-1-2-1-0-1

№5

Все дни они будут мыть посуду так как в одной неделе все дни они моют посуду значит во все недели.

П	В	С	Ч	П	С	В
Аня	Саша	Таня	Аня	Саша	Все вместе	Аня

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	2	7	0	1	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1.

Фамилия ПОНОМАРЕНКО

Имя АННА

Отчество СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 17.05.2005 **Класс** 6

ОУ, местоположение Школа №10, КРАСНОЯРСК

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18.

Номер телефона +7953 5888149 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1.

М	А	0	0	0	0	2	2	7	0	1	8

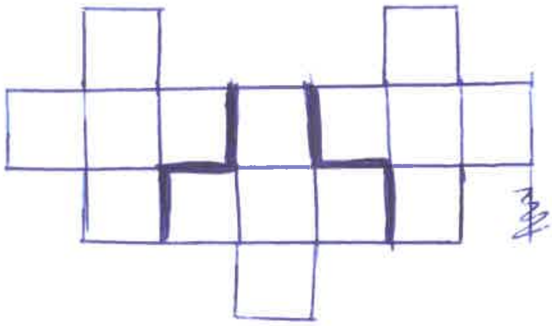
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Σ

20	20	2	13	18	73



№2.

Пусть художественном кружке 3 детей. Одному 16 лет, другому 15 лет, третьему 3 года.
Ребёнок, которому 16 лет занимается рисованием, ребёнок, которому 15 лет занимается лепкой, а ребёнок, которому 3 года занимается и лепкой и рисованием.

$(16+3):2=9{,}5$ (лет) — средний возраст детей, занимающихся рисованием.

$(15+3):2=9$ (лет) — средний возраст детей, занимающихся лепкой

$(16+15+3):3=\frac{34}{3}=11\frac{1}{3}$ (лет) — средний возраст детей в художественном кружке.

$11\frac{1}{3}>10 \Longrightarrow$ Возможно.

Ответ: Так может быть.

№3.

$7+4=11$ — всего было рыбок.

$\frac{7}{11}$ — часть рыбок принёс Буратино.

$\frac{4}{11}$ — часть рыбок принесла Лиса Алиса.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	2	7	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$11\cancel{0} \cdot \frac{7}{11} = \frac{77}{11} = 7$ (монеток) – должен получить Буратино.

$11 \cdot \frac{4}{11} = \frac{44}{11} = 4$ (монеток) – должна получить Лиса Алиса.

Ответ: Буратино должен получить 7 монеток, а Лиса Алиса 4 монетки.

№4.

б) Записываю в столбик количество бельчат определённого цвета через каждую минуту.

Серые.	Рыжие.	Чёрные.
5	8	7
6	7	6
7	6	5
8	5	4
9	4	3
10	3	2
11	2	1
12	1	0
11	0	1
10	1	0
9	0	1
8	1	0
7	0	1
6	1	0
5	0	1
4	1	0
3	0	1
2	1	0
1	0	1
0	1	0

Остался один рыжий бельчонок ⇒ может.

Ответ: может

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	2	7	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5.

НОД(3;4) = 12 ⇒ каждый 12-ый день Аня и Саша моют вместе.

НОД(3;5) = 15 ⇒ Каждый 15-ый день Аня и Галя моют вместе.

НОД(4;5) = 20 ⇒ каждый 20-ый день Саша и Галя моют вместе.

НОД(3;4;5) = 60 ⇒ Каждый 60-ый день все моют вместе.

365 : 3 ≈ 121 (день) – моет Аня.

365 : 4 ≈ 91 (день) – моет Саша.

365 : 5 = 7~~5~~ 3 (дней) – моет Галя. Округление.

365 : 12 ≈ 30 (дн.) – моет Аня и Саша вместе.

365 : 15 ≈ 23 (дн.) – моет Аня и Галя вместе.

365 : 20 ≈ 18 (дн.) – моет Саша и Галя вместе.

365 : 60 ≈ 6 (дн.) – моют все вместе. Арифмет. ошибка.

121 + 91 + 75 - 30 - 23 - 18 + 6 = 228 (дн.) Реш. верно

Ответ: 228 дней в году хотя бы один из детей будет мыть посуду.

N4

а) Один серый бельчонок не может остаться, так как при различных вариантах прибегания бельчат одним может остаться только рыжий бельчонок

Ответ: не может.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	1	6	9	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № I

Фамилия Костромина

Имя Елизавета

Отчество Денисовна

Дата рождения 25.06.2005 **Класс** 6

ОУ, местоположение МАОУ Лицей №7, г. Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона [redacted] **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

М	А	0	0	0	0	1	1	6	9	1	8

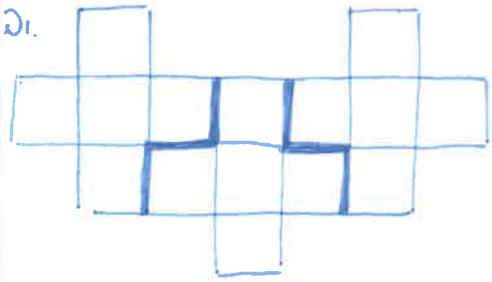
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Σ

20	12	15	20	5	7	2

№1.



№4.

Изначально было: Серых – 5 т.е. Нечет. Оранжевых – 8 т.е. Чет. Черных – 7 т.е. Нечет.

$\Rightarrow H_5\ Ч_8\ H_7$

Можно заметить, что после каждой выполняемой „операции" четность кол-ва бельчонков меняется: Н Ч Н ; Ч Н Ч ; НЧН; . . . и т.д.

То есть Четным кол-вом может быть и ноль, НО Нечетные всегда больше 1 либо 1.

Значит, даже если будем H_1 (с) $Ч_0$ (ор.), то все равно чер. ≠ 0.

Но, если будет H_0 (с) $Ч_1$ (ор.), то все равно чер. может быть = 0.

⇓

Серый не может остаться 1.
Оранжевый может.

№2.

Может.

Не стоит забывать о том, что есть еще и дети, которые занимаются в 2ух кружках. Значит их возраст посчитан и в 1ом группе, и во 2ой.

То есть может быть вот так:

в 1ой группе | во 2ой | (в кружке, тот кто в двух)

10 ; 11 ; 10 ; 9 , 8 | 12 ; 9 , 8

48 : 5 < 10 | 29 : 3 < 10

можно придумать пример и на неравенство

НО

10 + 11 + 10 + 9 + 8 + 12 = 60   60 : 6 = 10

т.е. не > 10, а =

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

М	А	0	0	0	0	1	1	6	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

	Принес	Съел.
Л.А.	4	$3\frac{2}{3}$
Б.	7	$3\frac{2}{3}$
К.Б.	—	$3\frac{2}{3}$ +11 мон.

По полам будет нечестно, т.к. Б. принес > Л.А.

Если Б. заберет → 7 мон. тоже будет нечестно, т.к. К.Б. ел рыбки Б.

→ 8 мон.

↓ 9 мон. будет честно.

$3\frac{2}{3} : \frac{11}{100} = \frac{11 \cdot 100}{3 \cdot 11} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}\%$

$63\frac{7}{11} - 33\frac{1}{3} = 63\frac{21}{33} - 33\frac{11}{33} = 30\frac{11}{33} = 30\frac{1}{3}\%$ – съел бурашило от того, что он принес.

$63\frac{7}{11} \cdot \frac{1}{2} < 30\frac{1}{3}$

Ответ: 9 мон. → бурашине ; 2 мон → лисе.

№5.

1) 365 : 3 = 121 (ост.) – моет дней в год Аня

2) 365 : 4 = 91 (ост..) – дней в год моет Таня

3) 365 : 5 = 73 (ост...) – дней в год моет Саша.

4) 365 – 121 – 91 – 73 = 80 (дней) – не моет ни кто.

5) 365 : 12 = 30 (ост...) – дней в год моют Аня и Таня.

6) 365 : 10 =

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	3	5	3	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр **(не заполнять!)**

Вариант № 2

Фамилия ТЫНАЕВА

Имя АЛИНА

Отчество МОМУИЖАНОВНА

Дата рождения 09.08.04 **Класс** 7

ОУ, местоположение Школа № 5, Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 89607716143 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	5	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Сначала Лена должна с помощью ~~2 м~~ второго мотка измерить первый.

Второй моток - 14 м 1. $14 \cdot 57 = 798$ (м)

С помощью второго мотка Лена сможет отмерить 798 м остается 2 м.

Теперь с помощью 2 м Лена должна измерить второй моток в 14 метров

~~У нас получится~~

С помощью мотка в 2 м измерием ~~от первого с в 800 м 200 метров. Измерив 200 м, бер у нас получает~~

1	2	3	4	5	Σ
16	0	20	8	0	44

30

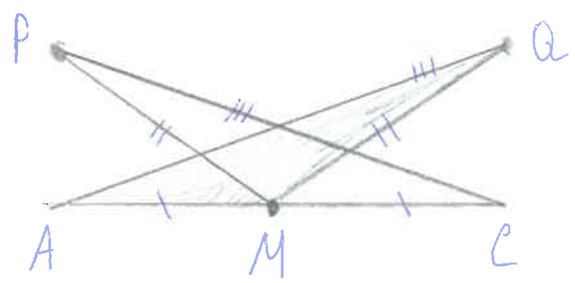
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 0 3 5 3 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4. Изобразим точки на рисунке.



AM = MC – по условию
MP = MQ – по условию
AQ = CP – по условию

Получилось два треугольника. △AMQ и △MPC.
△AMQ = △MPC по трём равным сторонам.
В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы. Значит ∠
А если в треугольнике 2 равных угла, то это равнобедренный треугольник. Поскольку у равнобедренного треугольника углы при основании равны, а у нас ∠ = ∠ , то AC – основание.
Тогда AB и BC – боковые стороны. А у равнобедр. треугольника боковые стороны равны.
AB = BC.

№3.
После того как мы стираем одну цифру, то уменьшаем число на разряд. Данное число не может быть шестизначным числом, поскольку возьмём самое большое пятизначное число: 99.999 и проделаем операцию: $\begin{array}{r} 99999 \\ -\ 9999 \\ \hline 90000 \end{array}$, что не подходит.

У нас должно получиться, что из числа ABCDN мы вычёркиваем 1 цифру. Мы обязательно должны вычеркнуть последнюю

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 0 3 5 3 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 (продолжение)

цифру, если мы её оставим, то получится: $\begin{array}{r} -ABCDN \\ ABCN \\ \hline 0 \end{array}$

$N-N=0$. Что не подходит по условию.

Значит вычеркиваем последнюю цифру: $\begin{array}{r} -ABCDN \\ ABCD \\ \hline 45678 \end{array}$

$A=4,5$, поскольку либо мы занимаем 1 десяток, либо нет.

$N=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$.

N не может быть равно 4 и больше, при этом условие не выполняется. N не равно 0. Тогда условие тоже не выполнится.

Предположим, что $N=3$, тогда

$\begin{array}{r} -ABCD3 \\ ABCD \\ \hline 45678 \end{array}$, откуда $D=5$. Получаем, что $\begin{array}{r} -ABC53 \\ ABC5 \\ \hline 45678 \end{array}$, значит

$C=7$. $\begin{array}{r} -AB753 \\ AB75 \\ \hline 45678 \end{array}$, откуда $B=0$. $\begin{array}{r} -A0753 \\ A075 \\ \hline 45678 \end{array}$. Значит $A=5$, а число -50753

$\begin{array}{r} -50753 \\ 5075 \\ \hline 45678 \end{array}$

Ответ: 50753

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	9	7	2	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия КОЧУБЕЙ

Имя АНДРЕЙ

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 25.12.2003 **Класс** 7

ОУ, местоположение Гимназия № 2, г. Красноярск.

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18.

Номер телефона 8-902-965-11-85 **Подпись** [подпись]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	9	7	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

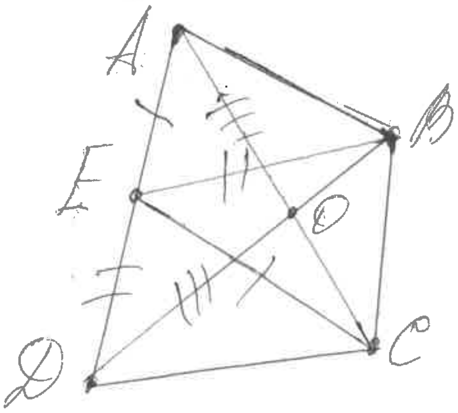
№1.

Если Лена к 600 приложет 14м. и согнёт на 14м, то получится 586м. И если она будет продолжать эту операцию до тех пор, пока не кончится шнур 600м., то в конце у неё получится $(600 : 14 = 42$ (ост. 12)) остаток 12 м. Потом нужно полученные 12 м приложить к шнуру 14 м, и получится $(14 - 12 = 2$ м) 2 метра. И нужно согнуть этих 2м. пополам, $(2 : 2 = 1$м) и получиться нам нужные 1м.

1	2	3	4	5	Σ
20	0	3	20	0	43

30

№4.



Дано: ABCD - четырёхугольник, ~~E∩A~~ E∈AD, AE = EC, ED = EB, AC ∩ BD = O, AO = OD.

Доказать: AB = CD.

Док-во.

Т.к. AO = OD ⇒ △AOD - равнобедренный ⇒ ∠OAD = ∠ODA.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 | 7 | 2 | 1 | 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Т.к. $ED=EB \Rightarrow \triangle BED$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle EDB=\angle EBD \Rightarrow \cancel{\angle ED}\,\angle ADO=\angle EBD=$
$=\angle OAD$.

Т.к. $AE=EC \Rightarrow \triangle AEC$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle EAC=\angle ECA$

Т.к. $\angle EAC+\angle AEC+\angle ECA=180^\circ \Rightarrow \angle AEC=$
$=180^\circ-(\angle EAC+\angle ECA)$.

Т.к. $\angle DEB+\angle EDB+\angle EBD=180^\circ \Rightarrow \angle DEB=$
$=180^\circ-(\angle EDB+\angle EBD)$

Т.к. $180-(\angle EAC+ECA)=\angle AEC$, $\angle DEB=$
$=180^\circ-(\angle EDB+EBD)$, $\angle EDB=\angle EBD=\angle EAC=$
$=\angle ECA \Rightarrow \angle AEC=\angle DEB$.

Т.к. $\angle AEC=\angle DEB$, $\angle AEC=\angle BEC+\angle AEB$,
$\angle DEB=\angle BEC+\angle DEC \Rightarrow \angle DEC=\angle AEB$.

Т.к. $\angle DEC=\angle AEB$, $AE=EC$, $ED=EB \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ECD=\triangle AEB$ (по СУС) $\Rightarrow$
$\Rightarrow DC=AB$.

№3.

$$\begin{array}{r} 38407 \\ -\ 3840 \\ \hline 34567 \end{array}$$

Ответ: 38407.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	0	5	8	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Дудкина

Имя Анастасия

Отчество Александровна

Дата рождения 03.10.04 **Класс** 7

ОУ, местоположение МАОУ лицей №12, ул. Шевченко, 8, г. Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 8(913)056-98-44 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

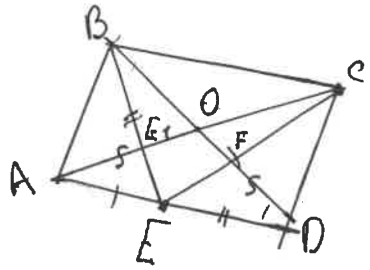
М	А	0	0	0	0	1	0	5	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. 600 : 14 = 42 (ост. 12) (м) – при наложении одного шнура на другой.
14 – 12 = 2 (м) – длина шнура, оставшегося за концом 1-го мотка.
2 : 2 = 1 (м) – получится, если перегнуть пополам остаток длиной 2 м.

4.



Дано: ▱ABCD; AE = EC; BE = ED; AO = OD.

Доказать: AB = CD.

Доказательство.

1. △AOD – равнобедренный (OA = OD) => ∠OAD = ∠ODA.

2. △BED – равнобедренный (BE = ED) => ∠EBD = ∠EDB (∠ODA).
⇓
∠EBD = ∠OAD

3. △AEC – равноб. (AE = EC)
∠EAC ⇓= ∠ACE

4. ∠AOB = ∠DOC (вертик. ∠)

Доп. постр.: (·) E₁; (·) F

5. 180° – (∠AOB + ∠EBD) = 180° – (∠COD + ∠ACE)
⇓
∠BE₁O = ∠OFC
⇓
∠AE₁E = ∠BE₁O = ∠OFC = ∠EFD
⇓
∠AEE₁ = ∠FED

6. ∠CAD = ∠BDE
∠EBD = ∠ACE
⇓
∠AEC = ∠BED
=> △ACE подобен △BDE

?

7. BO = OC (иначе ∠EBO ≠ ∠OCE)
⇓
△ACE = △BDE
⇓
BD = AC
AD = BC
∠BDA = ∠CAD
=> BA = CD

1	2	3	4	5	Σ
20	5	0	16	0	41

30

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 1 0 5 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

б. $|2018-2017|=1$

$|1-2018|=2017$

$2018\cdot(2017-2)+2017=468287$

Ответ: 468287.

2. $(100+(1\cdot 0,05))=1,05$ – 2014 г.

$1,05+(1,05\cdot 0,05)=1,1025$ – 2015 г

$1,1025+(1,1025\cdot 0,05)=1,157625$ – 2016 г

$1,157625+(1,157625\cdot 0,05)=1,21550625$ – 2017 г.

$1,21550625\cdot(1,21550625\cdot 0,05)=1,2762815625$ – 2018 г.

$1,2762815625\cdot 10^6=1276281,5625$

$1276281,5625\cdot 2,08=2654666$ (ч.)

Ответ: 2654 666 человек.

3. 4490

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	8	0	0	1	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Беляева ~~Ксения~~

Имя Ксения

Отчество Кирилловна

Дата рождения 19.10.2004 **Класс** 7

ОУ, местоположение МАОУ КУГ №1 „Универс", Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 89233532655 **Подпись** Беляева

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	8	0	0	1	8

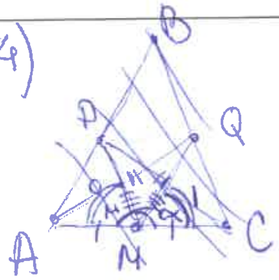
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	Σ
2	0	18	20	0	40

30

4)



Дано: $\triangle ABC$

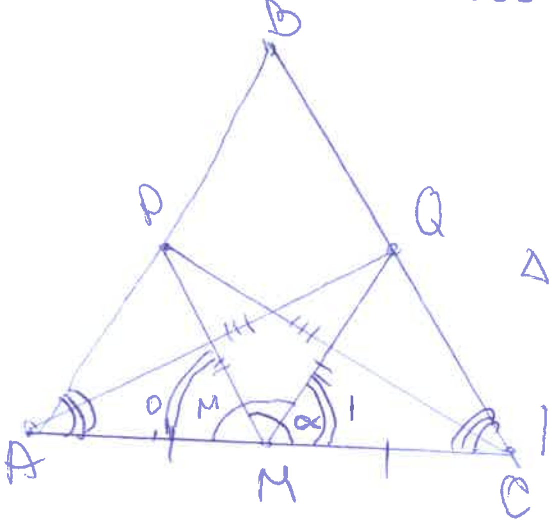
$AM = MC$

$PM = MQ$

$AQ = PC$

Доказать: $AB = BC$

Док-во: $\measuredangle$ $\triangle PCM$; $\triangle AQM$



$PM = MQ$

$PC = AQ$ } по условию

$AM = MC$

$\Rightarrow$

$\triangle PCM = \triangle AQM$ (по III пр.) $\Rightarrow$

$\angle \alpha = \angle M \Rightarrow$

$180 - \alpha = 180 - M \Rightarrow$

$\angle 1 = \angle 0$

$AM = MC$ } по усл $\Rightarrow$

$PM = MQ$

$\triangle APM = \triangle QCM$ (по ~~III~~ 2 ст и $\angle$) $\Rightarrow$

$\angle A = \angle C \Rightarrow$

$\triangle ABC$ – равнобедр. (т.к углы при основании равны)

ч.т.д.

1) 1сп. $\underbrace{800 : 2 : 2 \ldots : 2}_{400} = 1$

сложить ~~в~~ штур длиной 800м 400 раз пополам.

2сп.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 НА0000180018

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) $n = 2^m$

Я могу делать такие действия:

$x \cdot 2$; $x+7$; $x-7$

$\frac{x}{2}$; $x+14$; $x-14$. Первое число = 14.

1 дествие:

$$\frac{\frac{14}{2}+14}{2} = 10,5$$

$$\frac{10,5+14}{2} + 14 = \cancel{10}\ 26.25$$

Здесь завязываем узелок, отмечая эту длину.

2 действие:

$$\frac{\frac{14}{2}+14}{2} = 10,5$$

Получившееся отнимаем от предыдущего результата: $26.25 - 10,5 = 5,75$

Шнур длиной 14 м делим на 8: $\frac{14}{8} = 1,75$

?

$5,75 - 1,75 = 4$.

$\frac{4}{2} = 2$; $\frac{2}{2} = 1$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	8	0	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3) Т.к последняя цифра $\neq 0$, то стёрли последнюю цифру в числе. Если первая цифра – 4, то:

$$\begin{array}{r} -\,49yza \\ 49yz \\ \hline 45678 \end{array}$$

Такого быть не может, поэтому первая цифра – 5. Дальше решаем, как уравнение:

$$\begin{array}{r} -\,50753 \\ 5075 \\ \hline 45678 \end{array}$$

5) Первым вычитаем $|2-1|=1$

Вычитаем из каждого последующего.

Получается: 1; 2; 2; 3; 3... 1010.

Число: 1012

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	5	9	6	1	8

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № ______

Фамилия ______

Имя ______

Отчество ______

Дата рождения ______ Класс ______

ОУ, местоположение ______

Предмет ______

Этап олимпиады ______

Работа выполнена на ______ листах Дата выполнения работы ______

Номер телефона ______ Подпись ______

ИНСТРУКЦИЯ. Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	5	9	6	1	8

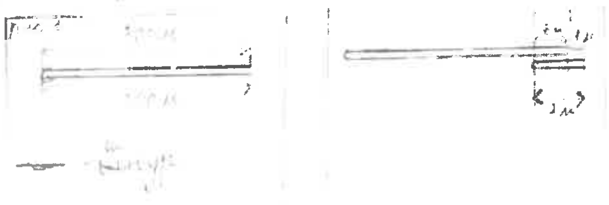
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 1

[illegible] конец [illegible] через [illegible] нагнутым, [illegible] получится шнур [illegible]. Затем [illegible] это [illegible] $14 = 1$ [illegible] (**рисунок 1**). [illegible] шнур [illegible] получится шнур [illegible] 2 м.

[illegible] шнура [illegible], и отрезаем шнур [illegible] где [illegible] шнур [illegible] (рис 2). Получим [illegible] шнура.



1	2	3	4	5	Σ
20	1	16	0	6	43

30

Задача № 3.

$$\begin{array}{r} -\ *\,*\,*\,*\,* \\ *\,*\,*\,* \\ \hline 3\,4\,5\,6\,7 \end{array}$$

Так как [illegible] подряд цифр равны, [illegible] цифрами [illegible] друг за другом, т.к. в результате [illegible] цифр получилось [illegible], а это значит, что [illegible] последнюю цифру первого числа. То есть: $*_1 = *_5$, $*_2 = *_6$, $*_3 = *_7$ и $*_4 = *_8$.

Начинаем подставлять числа.

$$\begin{array}{r} -\ 3\,8\,4\,0\,7 \\ 3\,8\,4\,0 \\ \hline 3\,4\,5\,6\,7 \end{array}$$

Проверка: $38407 - 3840 = 34567$, $34567 = 34567$.

Ответ: загаданное число – 38407

Задача № 4.

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 0 5 9 6 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

AE = EC, BE = ED

AD = [illegible]

Доказать AB = DC

Доказательство:

AD = BC ?

AB = DC.

Задача 2

Если 2017 то когда может остаться число 2017.

[illegible] два числа [illegible] 2018) [illegible] только [illegible]

[illegible] числа.

2016 : 2 = 1008 (2) осталось после 1008 ходов

1008 : 2 = 504 (2) — остался после 1512 ходов

504 : 2 = 252 (2) — остался после 1764 ходов

252 : 2 = 126 (2) — остался после 1890 ходов

126 : 2 = 63 (2) — остался после 1953 ходов

Теперь к 63 числам добавляем [illegible] число 2017.

63 + 1 = 64 (2) после добавления числа 2017

64 : 2 = 32 (2) — остался после 1985 ходов

32 : 2 = 16 (2) — остался после 2001 ходов

16 : 2 = 8 (2) — ост. после 2009 ходов

8 : 2 = 4 (2) — ост. после 2013 ходов

4 : 2 = 2 (2) — ост. после 2015 ходов

2 : 2 = 1 (2) — ост. после 2016 ходов

Оставшееся [illegible] число 2018 и получаем на 2017 ходу [illegible] 2018 − 1 = 2017

Ответ: может остаться [illegible] число 2017.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ МА0000059618

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

[illegible]

Лист ____ из ____

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Зеленогорск МБОУ „лицей №174" | М А 0 0 0 0 2 4 7 2 1 8

Площадка проведения (город, ОУ) — Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Крысь

Имя Максим

Отчество Владимирович

Дата рождения 03.08.2009 Класс 7Б

ОУ, местоположение г. Зеленогорск, МБОУ „лицей №174"

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 03.02.2021

Номер телефона [illegible] Подпись [illegible]

ИНСТРУКЦИЯ. Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	4	7	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание № 1.

Каждый моток нужно сложить вдвое и разрезать на 2 половины. Получатся 4 мотка — 7 м, 7 м, 400 м, 400 м. Берем 3 мотка — 7 м и 400 м, и 2 моток 7 м. Выкладываем моток длиной 400 м и сбоку вдоль него 2 мотка по 7 м. Нужно перекладывать ~~первый~~ сначала первый моток вперед относительно второго мотка 7 м, а потом второй вперед относительно первого и так далее пока ~~на~~ в конце 400 м ого мотка не останется 1 м, который нужно отрезать 400 : 7 = 57 (ост. 1)

Задание № 3.

Заданное число — $\overline{abcde} = 10000a+1000b+100c+10d+e$

1. Если вычеркнуть первую цифру — получится $\overline{a}\cdot 10000$

2. Если не вычеркивать последнюю цифру — получится число с нулем на конце.

$\Downarrow$

$\overline{abcde}-\overline{abcd} = 45678$

1	2	3	4	5	Σ
20	4	20	0	2	46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$10000a + 1000b + 100c + 10d + e - 1000a - 100b - 10c - d$
$= 9(1000a + 100b + 10c + d) + e = 45678$

т.к. 45678 не кратно 9 — нужно перенести букву "e" в правую часть уравнения, чтобы 45678 − e — было кратно 9

Кратность 9 — сумма цифр равна кратна 9

$4+5+6+7+8 = 30 = 27 + 3$ — т.к. мы отнимаем "e", то $27 + \underline{3}$ это $45678 - \underline{3}$

кратно некратно

$\Downarrow$

$e = 3$

$\Downarrow$

$9(1000a + 100b + 10c + d) = 45675$

$1000a + 100b + 10c + d = 5075$

$$\begin{array}{r} 50753 \\ -\ 5075 \\ \hline 45678 \end{array}$$

$a = 5 \quad b = 0 \quad c = 7 \quad d = 5 = a \quad e = 3$

И так $50753 - 5075(3) = 45678$

Ответ: Заданное число — 50753.

Задание №4.

Дано: $\triangle ABC$, M — середина отрезка AC,

$P \in AB$, $Q \in BC$, $AQ = CP$, $MQ = MP$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______ | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 7 | 2 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Исходя из того, что M – середина AC (MA = MC), MQ = MP, AQ = CP, я сделал вывод, что ΔABC – равнобедренный, где AC – основание. Исходя из теорема в равнобедренном треугольнике, боковые стороны равны, а в ΔABC AB и BC – боковые стороны ⇒ AB = BC

№ 5.

В этой задаче есть 2 пути решения, лишь 1 из которых будет верным – 1 идти от 1 до 2022 2. идти от 2022 до 1

Начнем со 2.

$|2022-2021|=1$

$|1-2020|=\underline{2019}$

$|2019-2018|=1$

$|1-2017|=\underline{2016}$

Видно, что числа уменьшаются, значит в конце у нас будет маленькое число.

1.) $|1-2|=1$ $|3-7|=4$

$|1-3|=2$ $|4-8|=4$

$|2-4|=2$ $|4-9|=5$

$|2-5|=3$ Видим закономерность – 1+1+0+1+0+1+0 ... +1+0.

$|3-6|=3$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______ | Н | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 7 | 2 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

В конце тысячи — ([illegible] − 2022) = 1011

Ответ 1011.

Задание №2.

По условию, каждый год население уменьшалось на 4% в течении 2 лет

В [illegible] в городе жило 250 тыс человек.

В [illegible] г в городе жило [illegible] $\cdot \left(\frac{19}{20}\right)^2$ = [illegible] человек

Ответ [illegible] человек.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	5	5	0	1	8

Канск, Канский педагогический
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Острый

Имя Алексей

Отчество Владимович

Дата рождения 01.08.2004 **Класс** 7

ОУ, местоположение МАОУ ~~Гн~~ Гимназия №1, Канск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 8-983-502-93-95 **Подпись** [подпись]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	5	5	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Шаг 1 – разделим 600 м мотком пополам. (600:2=300)
Шаг 2 – разделим 300 м моток на максимальное количество 14 м и возьмём остаток. (300:14=21(ост.6))
Шаг 3 – разделим 14 м моток пополам. (14:2=7) и возьмем его.
Шаг 4 – ~~разрежем 7~~ м отмерим в 7 метровом мотке 6 м (из мотка в шаге 2) и разрежем его в этом месте. (7-6=1) Меньшая часть и будет 1 м.

№3

$$-\begin{array}{r}ABCDE\\ABCDE\\\hline 34567\end{array} \qquad -\begin{array}{r}E\\E\\\hline 0\end{array} \Rightarrow \text{зачеркнули } E. \qquad -\begin{array}{r}ABCDE\\ABCD\\\hline 34567\end{array}$$

А=3 или 4.
Мы можем найти остальные цифры (А=3 $-\frac{B}{\frac{3}{4}}$ => В=8 и т.д.)

Если А=3, то $-\begin{array}{r}38407\\3840\\\hline 34567\end{array}$, а если 4 то $-\begin{array}{r}49518\\4951\\\hline 34567\end{array}$, а это невозможно.

Ответ: 38407.

№5

2−1=1
3−1=2
4−2=2
5−2=3
6−3=3

Здесь всегда есть закономерность: k если k не четное (k = кол-во ходов.), то $\frac{k+1}{2}$ наиб. число (во всех взятых числах.)
2017 ⋮̸ 2. Из 2018 чисел через 2017 ходов останется 1 число.
По формуле (2017+1):2 = 1008 – наибольшее число

Ответ: 1008

30

1	2	3	4	5	Σ
20	6	20	0	1	47

№2

x – число человек в 2013 году.
$x+0{,}05(x+0{,}05(x+0{,}05(x+0{,}05(x+0{,}05x)=2{,}05263162\,5x$ – число жителей в 2018 году (число целое.)
2,052631625 : 125
2,052631625 : 125 = ~~2,3164373~~ 0,0164373. Самое ближнее к 5.000.000 ис
5.000.000 = 1.643.730 человек
Ответ: 1.643.730

№4

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МИ МОСКВА | МА0000263018
Площадка проведения (город, ОУ) | Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Смирн. СТРОЙ

Имя ИВАН

Отчество КОНСТАНТИНОВИЧ

Дата рождения 10.05.2004 **Класс** 7

ОУ, местоположение МОСКВА, МИ

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 3.03.2018

Номер телефона 8909 920 [illegible] **Подпись** [illegible]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	6	3	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

Лене необходимо сложить каждый из шнуров ~~попо~~ вдвое и отмерять на большем шнуре длины меньшего, пока не останется отрезок шнура в 1 метр. так как:

$$\begin{array}{r|l} -400 & 7 \\ \underline{35} & 57 \text{ (ост. 1)} \\ -50 & \\ \underline{49} & \\ 1 & \end{array}$$

1	2	3	4	5	Σ
20	0	8	12	8	48

30

№ 5.

В первые 1011 ходов 2022 и 1 становятся 2021, а все ~~остальные~~ – в пары последовательных чисел и в итоге – ещё 1010 единицу. После через ещё 505 ходов единицы становятся 505 нулями, а оставшиеся 505 ходов нули поочерёдно становятся в пару к 2021-ому и в конце остаётся 2021.

Ответ: 2021.

№ 3

Ни 4, ни 5, ни 6, ни 7, ни 8 нельзя получить вычитанием числа из самого себя, значит была стёрта цифра разряда единицу. и это выглядит так: $\overline{xa\,bcde}$ и решение методом научного перебора:

$$\begin{array}{r} -\overline{xa\,bcde} \\ \underline{\overline{xa\,bcd}} \\ 45678 \end{array}$$

5063 ~~4~~ ~~3~~ ~~0~~ 4 ~~2~~

~~5068~~

~~4~~3 ~~5~~ 6 ~~4~~ 2

$$\begin{array}{r} 50753 \\ -\underline{5075} \\ 45678 \end{array}$$

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______ МА 0000263 018

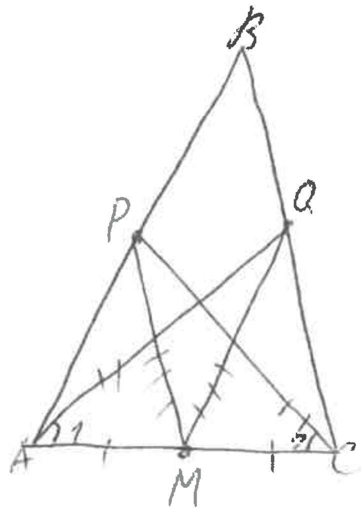
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4.

Дано: $AM = MC$,
$\triangle ABC$
$P \in AB$
$Q \in BC$
$AQ = CP$
$MQ = MP$

док-ть $AB = BC$



Док-во

$AQ = CP$, $MQ = MP$, $AM = MC$ $\Rightarrow$ $\triangle AQM = CPM$

$\angle 1 = \angle 2$, $AQ = CP$, AC - общ. $\Rightarrow$ $\triangle AQC = \triangle CPA$ $\Rightarrow$ $\angle A = \angle C$ $\Rightarrow$ +

?

$\Rightarrow$ $\triangle ABC$ - р/б $\Rightarrow$ $AB = BC$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	3	5	6	1	8

г. Красноярск СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Максимов

Имя Роман

Отчество Денисович

Дата рождения 10.11.2004 **Класс** 4

ОУ, местоположение Школа №4, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 89994485687 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	3	5	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) Сначала Лена должна отмерять на шнуре длиной 200 м шнур по 114 метров 7 раз, таким образом она отмерит 798 м, оставшаяся часть шнура длиной 2 м и её она должна согнуть пополам, тогда получится шнур длиной 1 м.

2) Каждый год население падало на 5 %, то есть становилось 95 % от населения в прошлом году, то есть уменьшалось на $\frac{95}{100}$ => эту дробь можно сократить и получится $\frac{19}{20}$. Если ~~по~~ в период с 2014 г. – 2018 г. население уменьшалось, то всего оно уменьшалось 4 раза по 5 %, то есть уменьшалось на $\frac{19}{20}$ 4 раза, это $\frac{19^4}{20}$, что равно $\frac{130321}{160000}$ это не сократимая дробь т.к. у 130321 и 160000 нету общих простых делителей т.к. 130321 – это 19^4, а 19 это простое число. Значит что жителей в ~~этом~~ городе на 1 марта 2018 г. было 130321.

3) В числе убрали именно цифру, которая означала единицы т.к. если бы цифра отвечала за другой разряд, тогда чтобы первое число что вычитаем единиц было одинаковое кол-во и в ответе было бы ноль единиц. Если убрали единицу, то числа вы найдём так:

Я пробовал варианты когда первое число шестизначное и первая цифра должна была быть единицей так как в ответе её разряда сотни тысяч не должно быть, а десятков тысяч может быть только один, но такого быть не может так как $\frac{1\ldots}{45648}$ даже если мы занимаем десяток, то мы должны отнять один и получить 4, такого быть не может. Но первое число может быть пятизначным, и вот оно 60453, т.к.

$$\begin{array}{r} 60453 \\ -\ 6045 \\ \hline 45648 \end{array}$$

1	2	3	4	5	Σ
20	20	18	20	12	90

306

4)

Дано: $AM = MC$, $PM = QM$, $AQ = PC$.

$AB = BC$

1) $\triangle AQM = \triangle PCM$ т.к. по III пр. почему?

2) => $\angle PMC = \angle AMQ$

=> $\angle QMC = \angle PMA$ т.к. $\angle PMC + \angle PMA = 180°$; $\angle AMQ + \angle QMC = 180°$

=> $\triangle APM = \triangle QMC$ по пр. (Стор. Уг. Стор.)

=> $\angle BAC = \angle BCA$ – они являются углами при основании равнобедренного треугольника ABC =>

=> $AB = BC$

что

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	3	5	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5) Так как мы всегда записываем модуль числа, значит что отрицательных чисел быть не может. Но и больше 2021 быть не может так как мы всегда отнимали и число должно ~~так~~ 2021-ого хода последний т.к. каждый раз мы вместо 2 чисел пишем 1 значит мы отнимали 1 число за ход и в конце мы отнимем 2021 число и останется последнее. Мы брали числа от 1 до 2021 и от числа мы отнимали число которое меньше его на 1010, значит у нас останется 2022 и 1

2022 почему быть не может?

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ангарск Лицей №2 | МА000001580018

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Блохин

Имя Андрей

Отчество Александрович

Дата рождения 07.07.2004 Класс 7А

ОУ, местоположение г. Ангарск МБОУ СОШ №10

Предмет математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 02 листах Дата выполнения работы 03.03.2018

Номер телефона 8902546 1868 Подпись

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	5	8	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Ане надо сошить по палам 600м => у неё будет 2·300м, потом опять сошет по палам 300м => 2·150м и т.д пока не получит 2·75м потом 75:14=5 (5ост) и получит 5 отрезков по 14м и один по 5м, потом 14:5=2 (4 ост) и получит 2 отрезок по 5м и один 4м => 5м − 4м = 1м

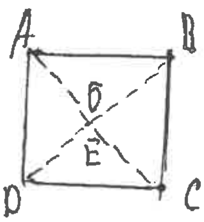
№4

1	2	3	4	5	Σ
20	18	16	0	0	54

30

Дано:
ABCD, AE = EC и BE = ED, AO=OD

Доказать:
AB = CD



Доказательство,
Из условия можно сказать что точки O и E являются одной точкой стоящими по середине четырёхугольника, а т.к растояние между A, B, C, D и E одинаковое т.е удаляется одинаковое растояние от точки E => AB = DC

№3

Зачеркнули e т.к если бы её не зачеркнули то последняя цифра была бы 0. У нас тогда остаются варианты
c = 9, 8, 7
d = 2, 1, 0

$$\begin{array}{r} - \; abc29 \\ abcd \\ \hline 34567 \end{array}$$ — неполучается

e = 6 ?
d = 9

$$\begin{array}{r} - \; 49518 \\ 4951 \\ \hline 34567 \end{array}$$ — неполучается

$$\begin{array}{r} - \; 38407 \\ 3840 \\ \hline 34567 \end{array}$$

Ответ: 38407, 3840

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА00001580 18

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

A_0 - 2013

$A_1 = A_0 + \frac{1}{20} A_0$

$A_2 = A_1 + \frac{1}{20} A_1$

$A_3 = A_2 + \frac{1}{20} A_2$

$A_4 = A_3 + \frac{1}{20} A_3$

$A_5 = A_4 + \frac{1}{20} A_4$ - 2018

$A_4 \vdots 20$

$A_3 \vdots 400$

$A_2 \vdots 8000$

$A_1 \vdots 160.000$

$A_0 \vdots 3.200.000$

$A_0 = 3200000$

$A_1 = 3360000$

$A_2 = 3528000$

$A_3 = 3704400$

$A_4 = 3889620$

$A_5 = 4.084.101$

Ответ 4.084.101 жителей.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	3	1	8	8	1	8

Норильск, НГИИ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Докашенко

Имя Дина

Отчество Романовна

Дата рождения 07.03.2004 **Класс** 7Б

ОУ, местоположение МБОУ „Гимназия №5", Норильск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 8913 110 09 36 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	3	1	8	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

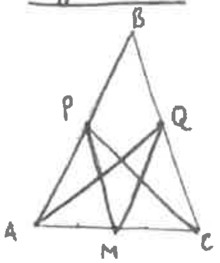
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 1.

Есть два мотка шнура, в первом 800 м, во втором 14 м. Для того, чтобы отмерить 1 м шнура, можно от длины первого мотка, в котором 800 м, с помощью второго мотка 57 раз отмерить 14 м. Таким образом будет отмеряно 798 м шнура. Останется еще 2 м, и шнур этой длины необходимо просто сложить пополам, получив таким образом два куска шнура длиной 1 м.

Ответ: от длины первого мотка необходимо 57 раз отмерить длину второго мотка, а оставшуюся длину шнура разделить пополам.

Задание 4.



Дано:

M - середина AC

$AQ = CP$

$MQ = MP$

Доказать:

$AB = BC$

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle AQM$ и $\triangle CPM$

1. $AM = MC$ по условию
2. $AQ = CP$ по условию
3. $PM = MQ$ по условию

Значит, $\triangle AQM = \triangle CPM$ по трем сторонам (третьему ~~признаку~~ равенства треугольников).

1	2	3	4	5	Σ
20	0	0	20	20	60

30

Рассмотрим $\triangle APM$ и $\triangle CQM$

1. $AM = MC$ по условию
2. $PM = MQ$ по условию
3. $\angle AMP = \angle AMQ - \angle PMQ$, $\angle CMQ = \angle PMC - \angle PMQ$ $\Rightarrow \angle AMP = \angle CMQ$, так как $\angle AMQ = \angle PMC$ как соответствующие элементы $\triangle AQM = \triangle CPM$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М А 0 0 0 0 3 1 8 8 1 8

Вариант № 2

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит, $\triangle APM = \triangle CQM$ по двум сторонам и углу между ними (первому признаку равенства треугольников)

Следовательно, $\angle PAM = \angle QCM$ как соответственные элементы равных $\triangle APM = \triangle CQM$, следовательно, $\triangle ABC$ - равнобедренный, и $\angle PAM$ и $\angle QCM$ — углы при основании AC, следовательно, $AB = BC$ как боковые стороны равнобедренного треугольника, ч.т.д.

Задание 5.

На доске записаны числа $1, 2, 3, \ldots, 2022$. За один ход можно выбрать любые два числа a и b и записать вместо них число $|a-b|$. Это модуль, следовательно, числа $|a-b|$ и $|b-a|$ будут равны. Для того, чтобы после 2021-го хода получить наибольшее число, необходимо вычесть из наибольшего возможного числа наименьшее возможное или наоборот.

Наибольшее из возможных чисел — это 2022. Большего, чем это число, числа получить не получится.

Наименьшее из представленных чисел — это число 1, наименьшее из возможных в данном случае чисел — это 0, если учитывать, что можно записывать разность любых двух чисел, в том числе и равных.

Следовательно, необходимо, чтобы после 2020-го хода на доске оставалось какое-то из этих чисел.

Это возможно. ~~Из~~ Для этого необходимо записать разности чисел, одно из которых на 1 больше другого, начиная с числа 2, так как если начинать с числа 1 (пары 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6 и так далее), то последней парой из составленных будет пара 2021 и 2022, и из числа 2022 не будет вычтено наименьшее из возможных чисел.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | M A 0 0 0 0 3 1 8 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

После того, как будут найдены все разности таких чисел, начиная с числа 2 (2 и 3, 4 и 5, 6 и 7 и так далее), на доске останутся записаны число 2022 и 1011 единиц, среди которых 1010 разностей чисел, одно из которых на 1 больше другого, и 1 единица, которая была написана на доске изначально.

Как видно, количество единиц нечетное, значит, нельзя получить число 0, записывая разности единиц, так как после 2019-го хода останутся числа 0, 1 и 2022, потому, что при разбиении 1011 единиц на пары 1 единица остается.

Затем, 2020-им и 2021-им ходами необходимо вычесть либо из 2022 числа 1 и 0, либо из 1 числа 0 и 2022, либо любую другую из возможных комбинаций.

В итоге, после 2021-го хода останется число 2021, оно и будет ~~[illegible]~~ наибольшим из возможных.

Ответ: число 2021.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. КРАСНОЯРСК, СФУ | М А 0 0 0 0 0 5 6 0 1 8

Площадка проведения (город, ОУ) | Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия ИВАНЧЕНКО

Имя СВЯТОСЛАВ

Отчество ИГОРЕВИЧ

Дата рождения 11.06.2004 **Класс** 7

ОУ, местоположение Лицей N 7, Красноярск

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +79504036655 **Подпись** [подпись]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

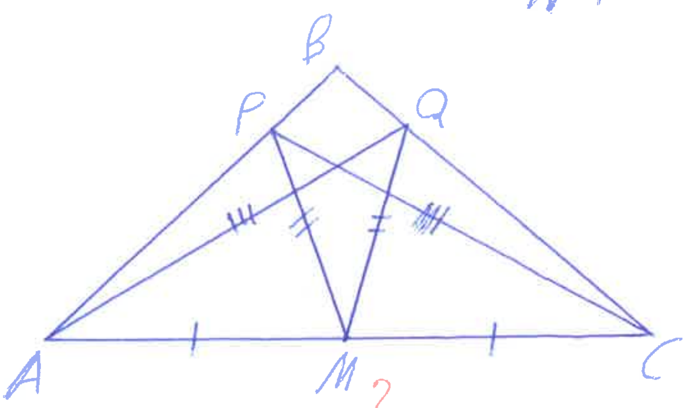
Вариант № 2

M	A	0	0	0	0	0	5	6	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N4



1	2	3	4	5	Σ
20	8	20	20	1	69

30 б

почему?

1) $\triangle PMC = \triangle QMA \to \angle PMC = \angle QMA$

$\angle PMC$ смежен $\angle PMA$

$\angle QMA$ смежен $\angle QMC$ $\to \angle PMA = \angle QMC$

2) $\triangle PMA = \triangle QMC \to \angle QCM = \angle PAM$

3) $\triangle ABC \to \triangle ABC$ - равноб.; $AB = BC$

N 3

Обозначим заданное натуральное число - a_1; которое получилось после вычёркивания цифры - a_2. В результате вычитания получилось $a_1 - a_2$. Если стёрли не последнюю цифру, то получилось

$$\begin{array}{r} abcdef..z \\ - \quad ghijk..z \\ \hline ....0 \end{array}$$

- не 45678

Значит стёрли последнюю цифру и $a_1 = a_2 \cdot 10 + z$, где z - последняя цифра a_1. Получаем $a_1 - a_2 =$ $= 10a_2 - a_2 + z = 9a_2 + z = 45678$, где ~~[illegible]~~ $a_2 \in N$; $z \in [0..9]$

Получаем $45678 = 5075 \cdot 9 + 3$; откуда

$A_2 = 5075$; $A_1 = 50753$.

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	5	6	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Пусть в 2013 году проживало X человек. Тогда в 2018 году проживает $0{,}95^5 \cdot X = \frac{19^5}{20^5}X$ человек, и причем $\left(\frac{19}{20}\right)^5 X \le 250000$, и X – целое ≥ 0.

~~Тогда~~ Предположим, что $X \ge 1$. Тогда 5 раз кол-во населения умножалось на $\frac{19}{20}$, и так как НОД$(19; 20) = 1$, то $\left(\frac{19}{20}\right)^5 X \ge 19^5$. Но $19^5 > 16^5 = 2^{20} > 1000000 > 250000$, и противоречие с условием. Значит $X \ne 1$, и $X = 0$.

Ответ: 0

№1

1) Лена может отмерить 2 м следующим образом:

Лена отрезает 2 м.

2) Лена может сложить 2 м пополам:

; разрезаем здесь:

1 м отрезали

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	5	6	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Вася стирает a и b и записывает $|a-b|$:
это $\text{В.Э}|a-b| = a-b$; $\text{В.Э}|a-b| = -(a-b) = b-a$. Т.е. он от $>$его числа отнимает $<$ее.

Операция:
Было $a;\ b$, где $a>b$ (если это не так то поменяем местами)
Стало $a-b$

Если потом $a-b$ будет отниматься, то
Было $c;\ a-b$
Стало $c-a+b$

У каждой составляющей $\pm a-b$ поменялся знак.
Теперь ясно, что кол-во отрицательных составляющих в конце будет не меньше
$2022 \text{ div } 2 - 1 = 1010$; это для максимальной суммы будут числа от 1 до 1010. Будет число в итоге $1011+1012+\ldots+2022-(1+2+\ldots+1010) =$
$= 1+2+3+\ldots+2022 - 2(1+2+3+\ldots+1010) = \frac{2023\cdot2022}{2} -$
$- \frac{2\cdot1011\cdot1010}{2} = 2023\cdot1011 - 1011\cdot1010 = 1011\cdot1013 =$
$= 1024143$.

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Норильск, НГИИ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	3	1	9	0	1	8

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Прокудина

Имя Ярославна

Отчество Александровна

Дата рождения 15.12.03. **Класс** 7 В

ОУ, местоположение МБОУ „Гимназия №5", г. Норильск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный.

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018.

Номер телефона +79134943020 **Подпись** Прокудина

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | M | A | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 9 | 0 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Отмерив 57 раз по 14 м с помощью мотка шнура длиной 14 м, у нее останется 2 м. (т.к $57 \cdot 14 = 798$, а 800 м $- 798$ м $= 2$ м). Разрезав получившийся шнур пополам, у нее будет 1 м шнура ($2:2=1$).

№3

1. Стёрли последнюю цифру числа, т.к. при вычитании вычитались бы одинаковые числа, т.е. разность оканчивалась бы на 0.
2. В числе больше 5-ти цифр, т.к. из числа сотен тысяч нужно занимать. ?

Схема вычитания:

$$\begin{array}{r} ABCDEF \\ -\ ABCDE \\ \hline 45678 \end{array}$$

3. ~~Число~~ Цифра $A=1$, т.к. только при занимании у числа сотен тысяч равному 1, при вычитании 5-ти-значного числа из 6-тизначного получится 5-тизначное число разности.

4. ~~Число~~ Цифра $B=6$, т.к. если бы оно было равно 5, то при занимании для ~~числа~~ цифры C и вычитании 1, не получится 4.

5. Цифра $C=1$, т.к. $5+6=11$ и $11-10$ (занимаемые из 6) $=1$.

6. Цифра $D=8$, т.к. потребуется занимание для числа десятков

7. Цифра $E=6$, т.к. $7+8=15$, $15+1$ (для занимания единицы) $=16$ и $16-10$ (занимаемые из 8) $=6$

8. Цифра $F=4$, т.к. $8+6=14$ и $14-10$ (занимаемые из 6) $=4$

Ответ: 161864.

№4.

$AH=HC$, т.к. H-середина AC

$AQ=CP$

$HQ=HP$

Доказать: $AB=BC$

$\triangle PHQ$ равнобедренный, т.к. $PH=HQ$

$\triangle APQ = \triangle CQP$, т.к.: 1) PQ - общая сторона; 2) $PC=AQ$ по условию; 3) $\angle PQA = \angle QPC$, т.к.: ?

$\left.\begin{array}{l} \angle PQA = \angle PQH - \angle HQA \\ \angle QPC = \angle QPH - \angle HPC \end{array}\right|$; а $\angle PQH = \angle QPH \Big| \Rightarrow \angle PQA = \angle QPC$.

$\triangle APQ = \triangle CQP$ по 1-ому признаку $\Rightarrow AP = QC$

$\angle BPQ = \angle BQP$ т.к. смежные с равными углами $\angle PQH$ и $\angle QPH$ (т.к. углы при основании $\triangle PHQ$)

$\Rightarrow \triangle PBQ$ равнобедренный.

$\triangle PBQ$ равнобедренный $\Rightarrow PB = BQ$

$\left.\begin{array}{l} AB = AP + PB \\ BC = QC + BQ \end{array}\right.$, а $\left.\begin{array}{l} AP = QC \\ PB = BQ \end{array}\right| \Rightarrow AB = BC$

№5

Могут браться любые числа. Если взять наибольшее и наименьшее число, то оставшееся наибольшее число $|2022-1|$ или $|1-2022|$ (2021)

1	2	3	4	5	Σ	
20	0	10	8	3	41	30

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ангарск „Ангарский лицей №2" | МА000011918

Площадка проведения (город, ОУ) | Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Сафарова

Имя Анисо

Отчество ФАЙЗАЛИЕВНА

Дата рождения 15.04.2004 Класс 7

ОУ, местоположение СОШ N10

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на _____ листах Дата выполнения работы 03.03.2018

Номер телефона 89634146952 Подпись

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | МА00001191 18

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Отмерить от 600 м, 14 м с помощью шнура и отметить ~~то~~ от отметки снова отмерить 14 м и продолжать отмерять и т.д., пока не останется 12 м, от 14 м отмерить 12 м и отрезать, получится кусочек равный 2 м, сложить его пополам и разрезать.

№3.

Пусть x первоначальное число,

~~предположим что это 7 значное, тогда пусть~~

~~x = kc ymnz yakc~~

если зачёркнута было не последняя, то последняя цифра первоначального равна последней цифре полученного, тогда ~~их~~ заканчивалась 0, но это не так. => было зачеркнуто последнее число

если x - 7-ми значное, представим x в виде 7-ми значного числа pyzmnkc, то

$$\begin{array}{r} -\,pyzmnkc \\ 34567 \\ \hline yzmnk \end{array}$$

~~=>~~ не может быть => x не 7-ми значное

если x - 6-ти значное, представим x в виде kpyzmn

$$\begin{array}{r} -\,kpyzmn \\ 34567 \\ \hline kpyzm \end{array}$$

=> $kp-3<10$ => $kp<13$ => $k=1$ => $p=2,1,0$

$$\begin{array}{r} -\,14yzmn \\ 34587 \\ \hline 1 \end{array}$$

если $k=1$, то $p=4$ => x - не 6-ти значное

если x - 5-ти значное, представим в виде pyzmn

$$\begin{array}{r} -\,pyzmn \\ 34567 \\ \hline pyzm \end{array}$$

$p-3=0$ => ~~p≤4~~ $3\le p\le 4$ => $p=3,4$

$p=4$?

~~если $p=3$, тогда $y=8$, $z=3$, $m=8$~~ если $p=3$, тогда ~~y~~ $y=8$, $z=4$, $m=0$, $n=7$

$$\begin{array}{r} -\,\cancel{3\ldots} \\ \cancel{34567} \\ \hline \cancel{3839} \end{array} \qquad \begin{array}{r} -\,38407 \\ 34567 \\ \hline 3840 \end{array}$$

Ответ: число 38407

1	2	3	4	5	Σ
20	0	18	0	3	41

30

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 1 1 9 1 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 5

Если он будет вычитать числакоторые всередине не прочал 1, ~~[illegible]~~, 2018, ~~[illegible]~~ и из 3 вычтем 3, то ~~[illegible]~~ останется 2017

Ответ: 2017

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Братск Мау ДПо „ЦРО"

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	2	0	3	3	1	8

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия КОРШУНОВ

Имя ИЛЬЯ

Отчество КОНСТАНТИНОВИЧ

Дата рождения 16.01.2004 **Класс** 7

ОУ, местоположение БР, Братск „МБОУ „Лицей №2"

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона ~~8907~~ 89833446183 **Подпись** Корш

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

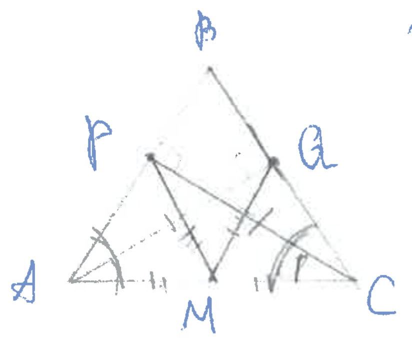
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	0	3	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



Дано:

M – середина AC

PQ = PC

MQ = PM

Док-ть:

AB = AC

I Рассмотрим ∡ AQM и PMC;

1) AM = MC (т.к. M – сер. AC);

2) PM = QM (по усл)

3) PQ = PC (усл.)

AQM = PMC (по III пр.) ⇒ QAC = PCA

~~III~~ II. Рассмотрим △ AQC и PAC

1) AC – общая;

2) AQ = PC

3) ∠QAC = ∠ACP (п. I)

AQC = PAC (по III пр.)

III. Рассмотрим △ ~~APQ~~ PBC и ~~AQC~~ PQB.

1) ∠AQP = ∠CPB (т.к. смеж. углы равны);

2) AQ = PC (усл.)

3) ∠PAQ = ∠~~A~~PCQ (п. I)

⇒ △ABQ = △PBC

IV. ~~AB +~~ AP + PB = AC

1	2	3	4	5	Σ
20	0	0	20	0	40

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 2 0 3 3 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

1. 800 : 14 = 57 (2 ост) => 2 м осталось.

2. ~~2 о~~ 2 м складываем по полам и получаем 1 ~~шш я~~

2. 14 м складываем по полам и отмечаем фраза. Получится: 7 · 3 = 21 м.

3. 21 м : 2 = 10 ~~(1 м ост)~~ м и 1 метр остается

№5.

Ответ: 2022.

1. ~~99 100-99 99-1~~ 100 - 1 = 99. Так можно сделать 49 раз.

2. 99 - 2 = 97 так можно сделать 24 раза.

3. и таким циклами выйдет что наибольшее число ~~22~~ 2020

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Братск, МАУДПО, ЦРО	М А 0 0 0 0 2 2 8 6 1 8
Площадка проведения (город, ОУ)	Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия МЕДВЕДЕВА

Имя ВЛАДИСЛАВА

Отчество ОЛЕГОВИЧА

Дата рождения 30.09.04 **Класс** 7

ОУ, местоположение Братск МБОУ Лицей №1

Предмет Математика

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 1 листах **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 8904 147 01 17 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	2	8	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) Мне нужно сложить 200 м веревки 5 раз пополам и у нее будут сложенные отрезки длиной 25 метров потом отрезать от отрезки 25 метров, приложить к ней веревку 14 м и отрезать от 25 метров 4 метров. Затем сложить 14 метров вдвое, и получите 7 метров, затем приложить 7 метров к 9 метрам и отрезать 2 метра, после сложить эту веревку пополам получите 1 метр.

5) 2021-2 = 2019

1	2	3	4	5	Σ
20	0	3	20	0	43

301

4) Дано: [illegible]
M-сер AC
$P \in AB$
$Q \in BC$
$AQ = CP$
$MQ = MP$
Док-ть
$AB = BC$

Рассмотрим $\triangle MPQ$ т.к. $MQ = PQ \Rightarrow \triangle MPQ$ равнобедр.
т.к. $MC = MA$ (усл), $AP = [illegible]$ (усл), $PC = AQ$ (усл) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle CMP = \triangle QMA$ (по III признаку)
т.к. $\angle MCP = \angle [illegible] \Rightarrow [illegible]$ равнобедр $\Rightarrow MC = MP = MQ = MA$
т.к. $\angle [illegible]CP = \angle CAQ$ (док), $CP = AQ$ (усл), AC-общ $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle CAP = \triangle CAQ$ [illegible]
$\angle MQP - \angle MQA = \angle MPQ - \angle MPC$ $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CPQ = \angle [illegible] \Rightarrow \angle CPQ + \angle APC = \angle AQP + \angle CQA \Rightarrow$

3) 50753

т.к. $\Rightarrow \angle APQ = \angle CQP$
т.к. $\angle CQP$ [illegible] $\angle PQB$ смежн $\Rightarrow \angle CQB - \angle CQP =$

2) 250000

$= \angle APB - \angle APQ \Rightarrow \angle BPQ = \angle BQP \Rightarrow \triangle PQB$ - равнобедренный $\Rightarrow PB = BQ$

$$\left.\begin{array}{l} AP = CQ \text{ (док)} \\ PB = BQ \text{ (док)} \\ AB = AP + PB \\ BC = CQ + BQ \end{array}\right\} \Rightarrow AB = CB$$

ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	3	0	5	8	1	8

г. Ангарск Лицей №2
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Ткачев

Имя Иван

Отчество Викторович

Дата рождения 07.05.2003 **Класс** 8

ОУ, местоположение Лицей - интернат №61

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +79240166455 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 3 0 5 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(1) Минимальное количество десятиклассников – 6. Нужно найти максимальное количество. Чтобы получить как можно больше десятиклассников, нужно задействовать минимум одиннадцатиклассников. Для этого, нужно сделать так, чтобы один одиннадцатиклассник служил соседом сразу для двух десятиклассников (т. к. для большего количества десятиклассников одного одиннадцатиклассника не хватит). При организовании нужных троек, получаем 15 троек, ~~[illegible]~~ в каждой из которых по 2 10-классника и одному 11-класснику, и еще остаток из 2 двух человек. Среди них будут 1 10-классник и 1 11-классник. ~~[illegible]~~ Значит, 10-классников: $15 \cdot 2 + 1 = 31$ десятиклассник

Ответ: от 6 до 31

18	20	2	4	1	45

Σ

(2) $|\sqrt{y} - \sqrt{x}| = \sqrt{2xy + \frac{1}{2}}$

1 случай (если $\sqrt{y} > \sqrt{x}$):

$\sqrt{y} - \sqrt{x} = \sqrt{2xy + \frac{1}{2}}$

$(\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 = 2xy + \frac{1}{2}$

$y - 2\sqrt{xy} + x = 2xy + \frac{1}{2}$

$x + y = 2xy + 2\sqrt{xy} + \frac{1}{2}$

$x + y = (\sqrt{2xy} + \sqrt{\frac{1}{2}})^2$

$\sqrt{x+y} = \sqrt{2xy} + \sqrt{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{x+y} - \sqrt{2xy} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

2 случай (если $\sqrt{y} < \sqrt{x}$):

$\sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{2xy + \frac{1}{2}}$

$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 2xy + \frac{1}{2}$

$x - 2\sqrt{xy} + y = 2xy + \frac{1}{2}$

$x + y = 2xy + 2\sqrt{xy} + \frac{1}{2}$

$x + y = (\sqrt{2xy} + \sqrt{\frac{1}{2}})^2$

$\sqrt{x+y} = \sqrt{2xy} + \sqrt{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{x+y} - \sqrt{2xy} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1　　　　М А 0 0 0 0 3 0 5 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(2) 3 случай (если $\sqrt{y}=\sqrt{x}$):

$\sqrt{2xy+\frac{1}{2}}=0$

$2xy+\frac{1}{2}=0$

$2xy=-\frac{1}{2}$

$xy=-\frac{1}{4}$

$x^2=-\frac{1}{4}$

$x=$ не сущ. (квадрат числа не может быть отриц.)

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(3) Теоретически, это сделать можно, т.к. площадь этого квадрата (13^2-1) кратна 4. С практической точки зрения это невозможно

Доказательство: Прямоугольниками 1×4 можно заполнить фигуры, ~~которые~~ одна из сторон которых будет кратна 4, или на фигуры, которые состоят из фигур, написанных ранее. Вырезанная точка попадет в какую-либо фигуру и нарушит правило, сказанное ранее, т.к. одна из сторон фигуры или фигуры, ее составляющей, не будет ~~равна~~ кратна 4

Ответ: нет

(5) По формуле числа сочетаний $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$ можно найти количество отрезков $\frac{35!}{2!(35-2)!}=\frac{35!}{2\cdot33!}=\frac{34\cdot35}{2}=17\cdot35=595$ отрезков

Допустим, что одна из красных точек является середной сразу для нескольких отрезков. Количество этих отрезков $\left(\frac{35}{2}\right)$, не более

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	3	0	5	8	1	8

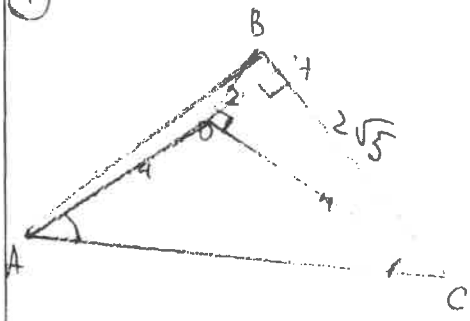
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5) Не более 17, значит, точек может быть $595 - 17 = 578$

Ответ: 578 точек

4)



Дано: $BD=2$; $DA=DC=4$; $BC=2\sqrt{5}$

Д-ть: $S_{\triangle ABC} < 13$

Д-во: $2^2+4^2=(2\sqrt{5})^2 \Rightarrow \triangle BDC$ - прямоугольный

$\triangle ADC$ - равнобедренный (по усл.)

Проведем высоту AH,

$S_{ADC} = 2\sqrt{5}\,AH$

$2\sqrt{5}\,AH < 13$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	3	0	5	7	1	8

г. Ангарск Лицей №2

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Воронин

Имя Борис

Отчество Филиппович

Дата рождения 13.06.2003 Класс 8

ОУ, местоположение Лицей-интернат №1

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы 03.03.2018

Номер телефона +79834248599 Подпись

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 3 0 5 7 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Пусть y - количество первокурсников (I). Второкурсник (II).

Тогда $y_{наим.} = 10$ (ст.) - по условию

С каждым I обязательно стоит II. Студенты выстроились в ряд. => вокруг 1 II (если он не первый и не последний) стоит 2 I. Значит, если первым будет стоять ~~...~~ I, то в каждой тройке студентов будет по 2 I (Схема: I II I | I II I | I II I ....)

Таких пар в ряду 56 : 3 = 18 (ост. 2)

Последний студент в последней паре (54-й по счёту) - I, значит 55-й - I, если 56-й - II и наоборот. А если и 55-й, и 56-й - I, то рядом с ними не окажется II, что противоречит условию задачи. Значит один из двух последних студентов - I.

Следовательно, $y_{наиб.} = (18 \cdot 2) + 1 = 36 + 1 = 37$ (ст.).

Значит, $y \in [10; 37]$.

18	19	2	3	1	Σ 43

Ответ: в ряду могло стоять от 10 до 37 первокурсников.

№2 если $\sqrt{y} > \frac{1}{2}\sqrt{x}$, то $|2\sqrt{y} - \sqrt{x}| = 2\sqrt{y} - \sqrt{x}$

если $\sqrt{y} < \frac{1}{2}\sqrt{x}$, то $|2\sqrt{y} - \sqrt{x}| = \sqrt{x} - 2\sqrt{y}$

если $\sqrt{y} = \frac{1}{2}\sqrt{x}$, то $|2\sqrt{y} - \sqrt{x}| = 0$

$|2\sqrt{y} - \sqrt{x}| = \sqrt{4xy+1}$ / $\{x>0; y>0\}$ - по условию

$2\sqrt{y} - \sqrt{x} = \sqrt{4xy+1}$

$(2\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 = 4xy+1$

$4y - 4\sqrt{xy} + x = 4xy + 1$

$x + 4y = 4xy + 4\sqrt{xy} + 1$

$x + 4y = (2\sqrt{xy} + 1)^2$

выражение $\sqrt{x^2} = |x|$, но $\sqrt{y} = x$, если $x>0$, значит

$\sqrt{y} = \sqrt{x^2}$

$\sqrt{y} = x$

$\sqrt{x+4y} = 2\sqrt{xy} + 1$

$\sqrt{x+4y} - 2\sqrt{xy} = 1$

$\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = \sqrt{4x+1}$

$(\sqrt{x} - 2\sqrt{y})^2 = 4x + 1$

$x - 4\sqrt{xy} + x = 4x + 1$

$x + 4y = (2\sqrt{xy} + 1)^2$

выражение $\sqrt{x^2} = |x|$, но $\sqrt{y} = x$, если $x>0$, значит

$\sqrt{y} = \sqrt{x^2}$

$\sqrt{y} = x$

$\sqrt{x+4y} = 2\sqrt{xy} + 1$

$\sqrt{x+4y} - 2\sqrt{xy} = 1$

$\sqrt{4xy+1} = 0$

$4xy + 1 = 0$

$4xy = -1$

$xy = -\frac{1}{4}$

$x = -\frac{y}{4}$

$4xy > -1 \Rightarrow$

$x > -\frac{1}{4y}$

$y \geq 0,\ x \geq 0.$

$y>0$ по условию, значит $x<0$, но $x>0$ по условию. Получаем противоречие. Значит в данном случае $\sqrt{x+4y} - 2\sqrt{xy}$ не существует

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | МА0000305718

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 продолжение

Ответ: $\sqrt{x+4y}-2\sqrt{xy}=1$.

№3 С теоретической точки зрения можно, т.к. $S_{кв.} = 11\cdot 11-1=121-1=120$ кл. $S_ф = 1\cdot 4=4$ кл. N(кол-во фигур) $=120:4=30$.

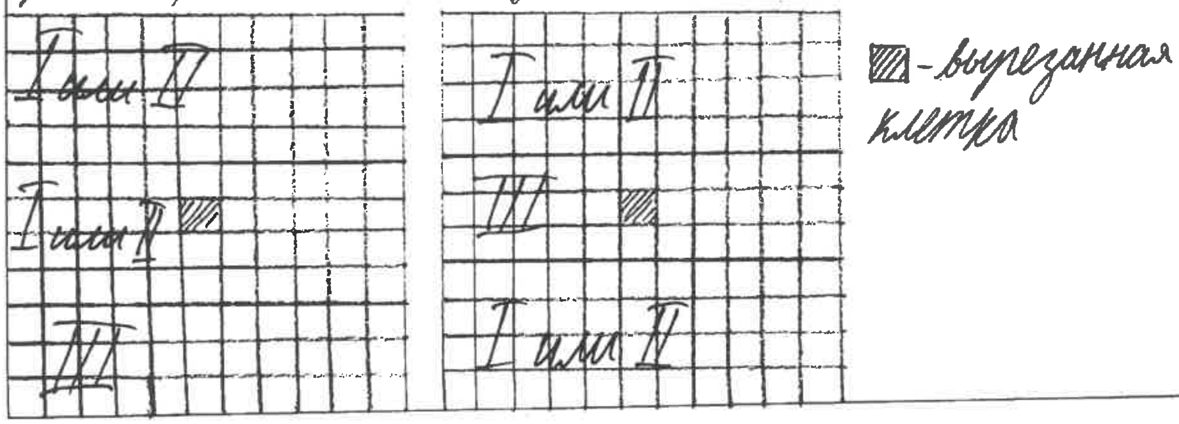
Однако с практической точки зрения нельзя.

Док-во: Разобьём квадрат на 3 фигуры $S_1=S_2=4\cdot 11$ кл., $S_3=3\cdot 11$ кл.. Если вырезанная клетка находится в 1-й или 2-й фигуре, то разделить её фигурами 1×4 становится невозможным, т.к. $11\cdot 4-1=43$; $43:4=10{,}75$ф. Если вырезанная клетка находится в 3-й фигуре, то её можно разделить с теоретической точки зрения $3\cdot 11-1=32$; $32:4=8$. Фигуру 3×11 разбить фигурами 1×4 нельзя, т.к. $3\cdot 11=33$; $33:4=8{,}25$.

Но фигуру 3×11 с вырезанной клеткой также не получится, т.к. расположить вертикально их не получится, а в одной строке не может поместится целое количество прямоугольников 1×4, т.к. $11:4=2{,}75$. Чтд.

Ответ: нет.

рис. 1 расположение фигур 4×11 и 3×11 в квадрате 11×11



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 3 0 5 7 1 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

√5) I) По формуле числа сочетаний $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ найдём количество отрезков, которое можно получить, соединив все точки.

$C_{31}^2 = \frac{31!}{2!(31-2)!} = \frac{31!}{2!\,29!} = \frac{30 \cdot 31}{1 \cdot 2} = 15 \cdot 31 = 465$ отрезков.

Если точки находятся на одной окружности и каждая, кроме одной, т.к. точек нечётное количество, имеет симметричную ей точку, то 30 точек образуют $30:2=15$ отрезков, пересекающихся в одной точке.

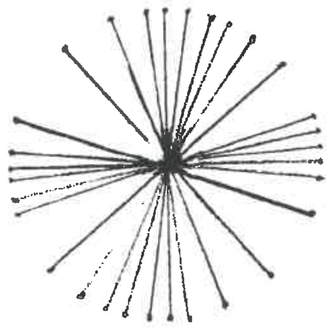
Значит ~~точек~~ количество точек пересечения будет равняться $465-14=451$ точка.

II) Если красные точки и красные центры отрезков не ~~...~~ а красные точки это одно и тоже, ~~...~~ точки из 31 данной точки, являющиеся центрами других отрезков, то минимальное возможное количество красных точек – 1.

Если точки находятся на одной окружности, а одна из них в центре окружности ~~...~~ и остальные имеют по симметричной точке, то 30 точек образует $30:2$ отрезков, пересекающихся в 31-й точке.

Ответ: I – 451 точка; II – 1 точка

рис. 2 II способ



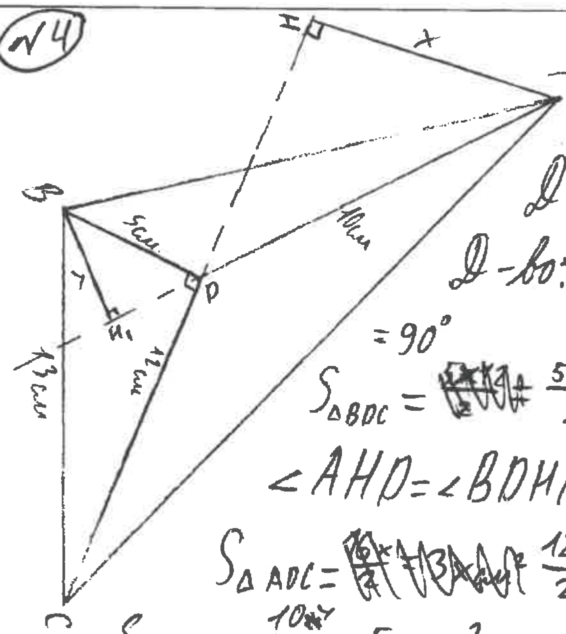
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______ М А 0 0 0 0 3 0 5 7 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4



Дано: $BC = 13$см; $DA = 10$см; $DB = 5$см.; $DC = 12$см.

Д-ть: $S_{ABC} \le 96$.

Д-во: $\sqrt{12^2+5^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$см. $\Rightarrow \angle BDC = 90^\circ$

$S_{\Delta BDC} = \frac{5\cdot 12}{2} = \frac{60}{2} = 30$см²; проведём высоты в остальных Δ.

$\angle AHD = \angle BDH$ (накр. леж.) $\Rightarrow AH \parallel BD$

$S_{\Delta ADC} = \frac{12x}{2} = 6x$см²

$S_{\Delta ADB} = \frac{10y}{2} = 5y$см²

$S_{\Delta ABC} = 30 + 5x + 6y = 30\left(\frac{1}{6}x + \frac{1}{5}y\right) = 30\left(\frac{5}{30}x + \frac{6}{30}y\right)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	3	7	2	1	8

г. Новокузнецк, "МБОУ "СОШ №12"

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Рамазанова

Имя Амина

Отчество Рустановна

Дата рождения 11.01.03 **Класс** 8

ОУ, местоположение г. Кемерово, школа №14

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 89134128344 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	3	7	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №1
рассмотрим случай в котором минимальное кол-во десятиклассников 6
они должны стоять с одиннадцатиклассником и в этом случае обязательно найдется ~~для~~ 10-класснику место.

18	20	5	0	1	44

Σ

Рассмотрим случай в котором максимальное кол-во десятиклассников это 31. пусть - 10-ти классники - x, а 11-классники y.

$x\,|\,\underbrace{yxx\ yxx\ \ldots\ yxx}_{\text{таких троек 15.}}\,|\,y$ - эта расстановка является максимальной т.к места для нового x - нет, максимальный разрыв между y и y - 2x.

Значит кол-во x в расстановке может быть от 6 до 31 : $x \in [6;31]$; $6 \leq x \leq 31$

Ответ: $x \in [6;31]$

Задание №2.

$|\sqrt{y} - \sqrt{x}| = \sqrt{2xy + \frac{1}{2}}$

$\sqrt{y} - \sqrt{x} = \sqrt{2xy + \frac{1}{2}}$ или $\sqrt{y} - \sqrt{x} = -\sqrt{2xy + \frac{1}{2}}$

$y - 2\sqrt{xy} + x = 2xy + \frac{1}{2}$

$y + x = 2xy + 2\sqrt{xy} + \frac{1}{2}$

$y + x = (\sqrt{2xy} + \sqrt{\frac{1}{2}})^2$

$\sqrt{y+x} = \sqrt{2xy} + \sqrt{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{x+y} - \sqrt{2xy} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$y - 2\sqrt{xy} + x = -2xy - \frac{1}{2}$

$y + x = -(2xy - 2\sqrt{xy} + \frac{1}{2})$

~~$x+y = -(\sqrt{2xy} - \sqrt{\frac{1}{2}})^2$~~

~~$\sqrt{x+y} = -\sqrt{}$~~

$x + y = -(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{2xy})^2$

$\sqrt{x+y} = \sqrt{-(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{2xy})^2}$

$\sqrt{x+y}$ = решений нет.

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	3	7	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание № 3

1 2 3 4 … 13.

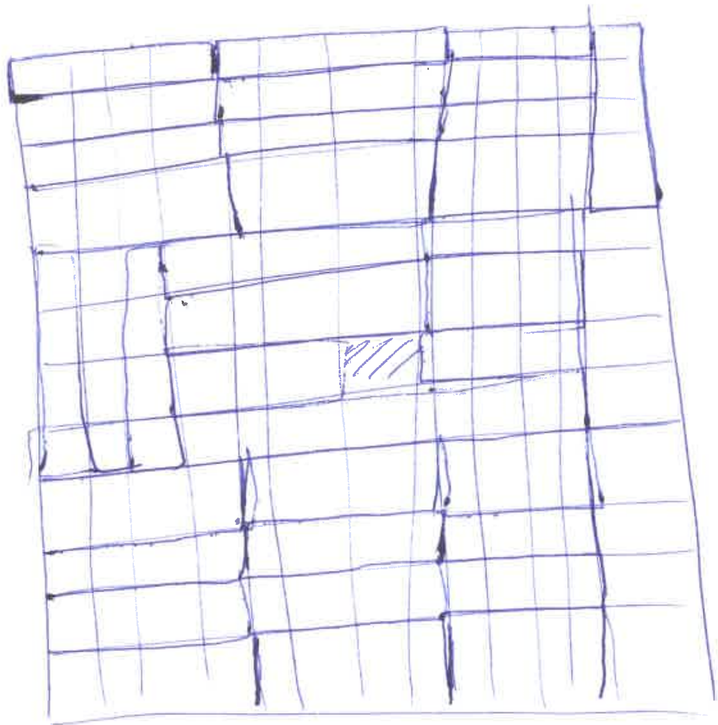
1	2	3	4	1	2	…
2	3	4	1	2	3	…
3	4	1	2	3	4	…
4	1	2	3	4	1	
1	2	3	4	1	2	
2	3	4	1	2	3	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

Раскрасим квадрат комбинаторной раскраской. У нас получается, что:

1 ряд:

ряд	кол-во единиц	кол-во двоек	кол-во троек	кол-во четверок
1	4	3	3	3
2	3	4	3	3
3	3	3	4	3
4	3	3	3	4
5	4	3	3	3
6	3	4	3	3
7	2 3	3	4	4
8	3	3	3	4
9	4	3	3	3
10	3	4	3	3
11	3	3	4	3
12	3	3	3	4
13	4.	3	3	3
Итог	42	42	42	42.

Закрашенный квадратик у нас убирает единицу, поэтому кол-во цифр становится одинаковое кол-во.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	3	7	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №5

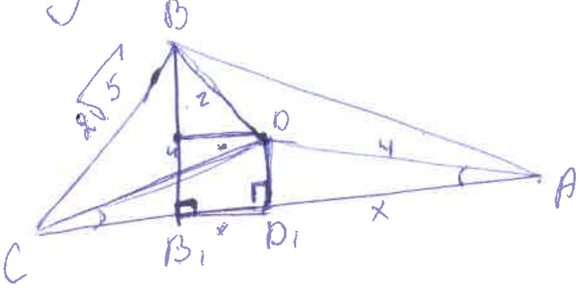
Расположим точки на окружности, так чтобы напротив каждой, через центр стояла другая. Рассмотрим 34 точки у каждой из которых есть противоположная ~~тодтка~~ между ними отрезки - это диагонали центр у всех общий поэтому мы уменьшим кол-во красных точек на 16. рассмотрим сколько всего ребер у этого графа:

$$\frac{35 \cdot \cancel{34}^{17}}{\cancel{2}_1} = 595$$

и ~~сэконо~~ на каждой из них есть красная точка и с экономленные 16 точек: $595 - 16 = 579$

Ответ: 579 красных точек.

Задание № 4



Дано: $\triangle ABC$: $CB = 2\sqrt{5}$

$D \in \triangle ABC$; ~~$D=$~~ $BD = 2$;

$DA = DC = 4$.

Док-ть: $S_{\triangle ABC} > 13$.

Док-во:

CA - общее основание т-ков, тогда $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{BB_1}{DD_1}$

Пусть $AD_1 - x$, тогда

$DD_1 = \sqrt{2 - x}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	7	3	2	1	8

Шифр (не заполнять!)

КРАСНОЯРСК, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Вариант № I

Фамилия КАРПОВ

Имя ДЕНИС

Отчество ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 10.10.03 **Класс** 8

ОУ, местоположение ЛИЦЕЙ №6 "ПЕРСПЕКТИВА", КРАСНОЯРСК

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ **Дата выполнения работы** 03.03.18

Работа выполнена на 2 **листах** **Подпись**

Номер телефона +79659700002

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	7	3	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Σ

18	0	1	0	10	29

1) Может быть от 6 до 31 десятиклассников. Чтобы это посчитать, "позаполняем" ряд из 47 учеников разными способами. А заполняем мы цепочками из учеников либо длиной в 2 человека, либо в 3. Цепочка из 1 не подходит, так как у них должны присутствовать 11кл. А цепочки >3ч. не подходят, так как опять же нужно ставить 11кл. чтобы соблюдать условия, но тогда они просто дробятся на меньшие по длине. Из 2-ых цепочек нам подходит – "10, 11к." так как даёт больше 10к. Чтобы получить 6к 10к. мы ставим её 1 раз, остальные 47 – 6·1 = 35 мест занимаем 11к. Для 7-ми берём 2раз и т.д. до 24 (46 : 2 = 23 один 10к., которого мы можем поставить на окончание "...10 11к 10к."). Больше кол-во мы получаем лучшей 3 цепочкой – "11 10 10", в которой 2ой 10к. получает свою 11к. от следующего повтора. Чётные кол-ва от 24 до 31 мы получаем, ставя тройки подряд, а потом заполняя 11к до конца, а нечётные – взяв меньшее чётное близкое число, сделав его тройками, а потом добавляя "11 10" и 11 до конца. Таким образом, 45 : 3 · 2 = 30 + 1 : 1 · 1 = 31 10клас. – максимальное возможное.

5) Наименьшее кол-во таких точек – 67. Для начала, определим такое расположение точек, чтобы кол-во отрезков было минимальным, а некоторые крайние точки накладывались друг на друга – для этого подходит обычная прямая, на которой эти 35 точек расположены через одинаковые промежутки. Прямая минимализирует кол-во отрезков, так как один отрезок между точкой и другой наиболее от неё отдалённой, уже содержит все

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	7	3	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5, продолжение) отрезки к другим точкам, с одинаковое расстояние между точками делает так, что некоторые середины накладываются друг на друга, например в случае пяти точек, центр отрезка между двумя крайними точ. лежит на центре отрезка между 2 и 4 точ. В итоге, все точки кроме крайних из 35 данных становятся красными, так как являются центром между двумя соседними – это 33 кр. точ., и все середины единичных отрезков с которыми совпадают все остальные середины больших чётных по кол-ву содер. точек отрезков, как середины больших нечётных в случае с изначальными т., таким середин – 34. 34+33=67 красных точек минимум. Больше на прямой середин нет.

3) Нет, нельзя, так каждый раз расставляя прямоуголь-ники, мы меняем чётность в ряду или в столбце, а в итоге у нас должны получиться 72 нечётных 1 чётный столбец и также с рядами, но из-за постоянного изменения чётности мы не сможем создать такую ситуацию. ?

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МЭИ Москва

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	0	7	3	2	1	8

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Сергеева

Имя Алексия

Отчество Дмитриевна

Дата рождения 10.04.2003 **Класс** 8

ОУ, местоположение Жуковский

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.02.2018

Номер телефона 89251588900 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 МА00000073218

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Для 6-23 — можно. Каждому 10-класснику должен соответство-вать 11-классник, а оставшиеся люди – 11-классники

Схема для 6-23 10-классников:

$\underbrace{10,11,10,11,10,11\ldots10,11}_{2n},\underbrace{11,11\ldots11}_{47-2n}$ n-кол-во 10-классников

Σ

18	0	20	3	10	51

Для 24:

10, 11, 10, 11 ... 10

Для 25-31 — можно 10,11,10,10,11,10 . . .

$\underbrace{10,11,10,10,11,10,10,11,10\ldots10,11,10}_{\frac{3}{2}a},\underbrace{10,11,10,11,10\ldots}_{47-a}$

На каждого 11-классника приходится 2 10-классника

а для: 31 – 45, 30 – 42, 29 – 39, 28 – 36, 27 – 33, 26 – 30, 25 – 27

Может ли быть больше 31 10-классника?

~~Самое выгодное положение~~ – 10, 11, 10, 10, 11, 10...

Вокруг ~~каждого 11-классника по 2 10-классника~~

Подряд не может идти больше 2 10-классников. С краю может быть максимум 1.

Значит ~~в центре~~ максимум (не считая краёв):

$45 \cdot \frac{2}{3} = 30$

Но в это может быть лишь при 10 в начале или в конце.

Тогда с краю может быть макс-1 10-классник

=> максимум = 30 + 1 = 31

Ответ: 6-31.

№ 3

Напишем в квадрат цифры от 1 до 4 таким образом:

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | M A 0 0 0 0 0 7 3 2 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	4	3	2	1	4	3	4	1	4	3	2	1
2	1	4	3	2	1	4	2	2	1	4	3	2
3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3
4	3	2	1	4	3	2	4	4	3	2	1	4
1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1
2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2
3	2	1	4	3	2	X	4	3	2	1	4	3
4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4
1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1
2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2
3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3
4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4
1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1

В каждом прямоугольнике 1×4, есть цифры 1, 2, 3, 4. Если мы можем разрезать квадрат, то каждой цифры в нём поровну. ~~Каждой цифры~~ = $\frac{13\cdot 13-1}{4}=42$

~~Но цифр 2 не 42 => разрезать~~ нельзя.

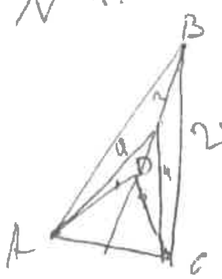
~~Ответ: нет.~~ Двоек всего 43 => разрезать нельзя

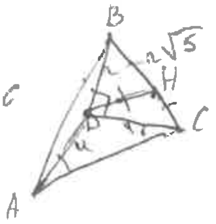
Ответ: нет.

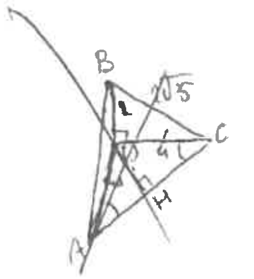
№ 4.

Дано:
△ABC
$BC=2\sqrt{5}$
$DB=2$
$DA=DC=4$

Док-ть: $S_{\triangle ABC}<13$







Док-во:

Рассмотрим △DBC

$BC^2=\cancel{AB^2}DB^2+DC^2$ $\left((2\sqrt{5})^2=4^2+2^2\right)$

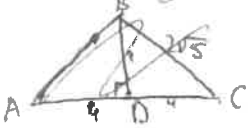
=> △BDC - прям. ∠D - прям. (теор. Пифагора)

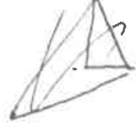
~~=> D∈AC~~

$S_{\triangle BDC}=8$

Проведём DH - ~~выс~~ мед.

Правильный чертеж





Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 МА0000073218

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Нq - √x1 = √2xy+1~~ Проведём

Рассмотрим $\triangle ABC$

$AB < 6$

Рассмотрим $\triangle ADC$

$AC < 8$

Рассмотрим. $\triangle BDC$

$DH = BH = HC = \sqrt{5}$ (лемма о медиане)

$S_{\triangle ADC} < 3$?

$S_{\triangle BDA} < 2$

$\Rightarrow S_{\triangle ABC} < 13$

ч.т.д.

№5.

Всего точек $= \frac{35 \cdot 34}{2} = 595$

Расставим точки ~~в ряд~~ на одинаковом расстоянии друг от друга на одной прямой

~~Всего будет 35, 36 точек~~

$33 + 34$ точки. 33 - все точки, кроме крайних 34 - все середины в промежутках между точками. Других мест занимать точка не будет, т.к. $\frac{n}{2}$, либо $\in \mathbb{Z}$, либо $= x + \frac{1}{2}$.

Всего

$33 + 34 = 67$ точек.

При расстановке не на одной прямой будут „лишние" точки.

Если расставлять на одной прямой, но не на одинаковом расстоянии, то красные точки будут не только в центрах.

Оценка?

$\Rightarrow 67$ - минимум.

Ответ: 67

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Якутск, СВФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	0	4	3	5	1	8

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Дарбасов

Имя Дамир

Отчество Алексеевич

Дата рождения 28.06.2003 **Класс** 8

ОУ, местоположение СВФУ

Предмет математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +7914307[redacted] **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	4	3	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 1

Ответ: максимальное кол-во первокурсников = 57 человек, ~~минимальное~~ минимальное 10 человек.

Σ

18	0	1	18	8	45

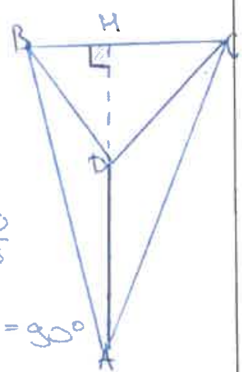
Т.к если расположить первокур и второкурс в специальном порядке получится 37 человек первокурсников. Порядок: сначала ставится первокурсник затем один второкурсник, ~~за~~ после второкурсника идут 2-а первокурсника за ними один второкурсник и так далее. В итоге получается максимальное кол-во = 57 человек

N 4

~~DA~~ $DB = 5$, $DA = 10$, $DC = 13$, $BC = 13$

исходя из теоремы Пифагора получается $\triangle BDC$ - прямоуг ($\angle D = 90$)

т.к $BD^2 + DC^2 = BC^2$ ($25 + 144 = 169$) $\Rightarrow S_{BDC} = 5 \cdot 12 : 2 = 30$



$S_{BDC} = \frac{\text{высоту на основание}}{2} = \frac{BC \cdot DH}{2} = 30$

Проведем DH - высота $\Rightarrow DH = 30 \cdot 2 : BC = 60 : 13 = \frac{60}{13}$

Допустим точка D находится на отрезке AH $\Rightarrow \angle AHB = 90°$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{BC \cdot AH}{2} = \frac{13 \cdot (10 + \frac{60}{13})}{2} = \frac{190}{2} = 95$

$S_{ABC} = 95 < 96$ (что и требовалось доказать)

А если $D \notin AH$?

N 5

Ответ: наименьшее количество крт = 30.

Чтобы добиться такого результата я выстроил 31 точку на одной линии на одинаковом расстоянии друг от друга. В итоге получилось так, что большинство кр. точек совпадали между собой либо совпали с черными точками. В итоге подсчитав я получил 30 крт

их тоже покрасим

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	4	3	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N3.

Ответ: нельзя разрезать.

Т.к если из квадрата 11×11 вырезать кв. 1×1 останется площадь равная 120, значит нужно уместить 30 прямоуг 1×4, но это нельзя сделать при любом построении фигур, потому что сторона кв = 11, а 11 нечетное число, даже если бы кв 1×1 находился в любом другом месте, то все равно нельзя было бы уместить 30 прямоуг 1×4

N2

$|\sqrt{4y} - \sqrt{x}| = \sqrt{4xy+1}$

$\sqrt{x+4y} - \sqrt{4xy} = 1$?

$\sqrt{4xy+1} = \sqrt{(\sqrt{4xy}+1)^2 - 4\sqrt{xy}}$

Ответ 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	0	8	1	1	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр **(не заполнять!)**

Вариант № 1

Фамилия Прачик

Имя Ксения

Отчество Александровна

Дата рождения 17.01.03 **Класс** 8

ОУ, местоположение Лицей №9 "Лидер", Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 8 902 963 00 41 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	0	8	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

20 | 20 | 20 | 19 | 19 | 98

Задача №1

Пусть (д) – десятиклассник, (о) – одиннадцатиклассник

По условию задачи с каждым десятиклассником стоит одиннадцати классник => не обязательно выполняется условие, что обязательно с каждым одиннадцати-классником стоит десятиклассник.

Т.к по условию десятиклассников не меньше 8 => (д)⩽8 => десятиклассников может быть 8. Пример расстановки:

$\underbrace{(о), (о), (о) \ldots (о)}_{38 \text{ одиннадцати-классников}}$ (д) (д) (о) (д) (д) (о) (д) (д) (о) – условие задачи выполнится

Максимально возможный вариант возможен, когда повторяется цикл из (о) (д) (д) (о). Этот цикл начнётся с одиннадцатиклассника и закончится им же т.к всего 47 чел. Если располагать их в через одного, то число (д) будет равняться 23, но во первом случае (д) будет 31. Т.к в любой части цикла можно заменить (д) на (о), то кол-во (д) будет любым целым числом из интервала от 8 до 31 включительно.

Задача №2

$|\sqrt{y}-\sqrt{x}|=\sqrt{2xy+\frac{1}{2}}$ Возведём в квадрат обе части.

$(\sqrt{y}-\sqrt{x})^2 = 2xy+\frac{1}{2}$ – раскрываем скобки.

Т.к. модуль не ограцательная величина => справедливо $|x|^2 = x^2$.

$y - 2\sqrt{xy} + x = 2xy+\frac{1}{2}$

$y+x = 2xy+\frac{1}{2}+2\sqrt{xy}$

ФСУ (формула сокращенного умножения квадрата разницы, который можно представить как:

$y+x = (\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{2xy})^2$

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 8 | 1 | 1 | 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\{y+x=(\sqrt{\tfrac12})^2+2\cdot\sqrt{\tfrac12}\cdot\sqrt{2xy}+(\sqrt{2xy})^2 \Rightarrow$

$y+x=\frac12+\sqrt2\cdot\sqrt{2xy}+(\sqrt{2xy})^2$

$y+x=\frac12+2\sqrt{xy}+2xy$ (изначальное выражение)

$y+x=(\sqrt{\tfrac12}+\sqrt{2xy})^2 \Rightarrow$

$\sqrt{x+y}=\sqrt{\tfrac12}+\sqrt{2xy}$

$\underbrace{\sqrt{x+y}-\sqrt{2xy}}_{\text{искомое выражение}}=\sqrt{\tfrac12}$

Ответ: $\sqrt{\frac12}$

3.

повторяются

	2	1	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2
	1	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1
	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4
	2	1	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2
	1	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1
	3	4	1	2	3	4	▨	2	3	4	1	2	3
	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4
	2	1	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2
	1	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1
	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4
1 строка	2	1	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2

повторяются

Доска 13×13

▨ – вырезанная клетка.

Раскрасим данную доску в 4 цвета так, чтобы как бы не положить фигуру 1×4 (▭▭▭▭) Она занимала все 4 цвета

1 цвет – 1
2 цвет – 2
3 цвет – 3
4 цвет – 4.

В 1 квадрате 4×4 как бы не поместить фигуру она займет 4 клетки разных цветов (без повторений). Как не сдвигать данную фигуру, она в любом случае займёт именно 4 клетки разных цветов.

2 всего ~~42~~ 43 клетки.
3 всего 42 клетки
1 всего 41 клетка
4 всего 42 клетки

Т.к всего клеток 168 ((13×13−1 (вырезан))
43+42+41+42 = 168.
Т.к количество цветов разное ⇒ расположить фигуры 1×4 на данной доске нельзя.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

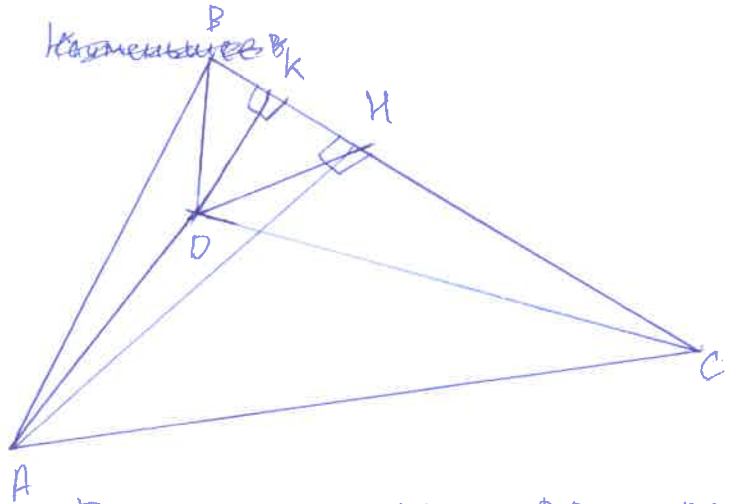
Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 1 0 8 1 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 4

~~Наименьшее~~



Дано:
$BD = 2$ см
$DC = 4$ см $= DA$
$BC = 2\sqrt{5}$
Доказать: $S_{ABC} < 13$ см

Док-во:

Рассмотрим $\triangle BDC$. $BD = 2$, $DC = 4$; $BC = 2\sqrt{5}$ (по условию)

$2^2 + 4^2 = (\sqrt{20})^2 \Rightarrow \triangle BDC$ – прямоугольный (по теореме Пифагора) $\Rightarrow$

$\angle BDC = 90°$.

Проведем из $\angle BDC$ высоту DK. Т.к $h = \frac{ab}{c}$ справедливо лишь для $\triangle$ $\Rightarrow$ (катет, катет, высота, гипотенуза)

$DK = \frac{2 \cdot 4}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

Проведем высоту AH в $\triangle ABC$.

$DK \leq DH$ т.к перпендикуляр – кратчайшее расстояние от точки к прямой. (равно – случай, если они совпали).

$AH \leq AD + DH$ т.к треугольник в ином случае не существует. $\Rightarrow$

~~$Dk \leq$~~

Справедливо $BK \leq AH \leq AD + DH \Rightarrow$

$AH \leq 4 + \frac{3}{\sqrt{5}}$

Т.к $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Rightarrow$ $S_{ABC} \leq \frac{1}{2} \cdot 4\frac{3}{\sqrt{5}} \cdot 2\sqrt{5}$

$S_{ABC} \leq \frac{3 + 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \cdot 2\sqrt{5}$

$S_{ABC} \leq \frac{3 + 6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$S_{ABC} \leq \frac{3 + \sqrt{180}}{\sqrt{5}}$

$S_{ABC} \leq \frac{3}{\sqrt{5}} + \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$S_{ABC} \leq \frac{3}{\sqrt{5}} + 6$

$\frac{3}{\sqrt{5}} + 6 < 13 \Rightarrow S_{ABC} < 13$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	0	8	1	1	8

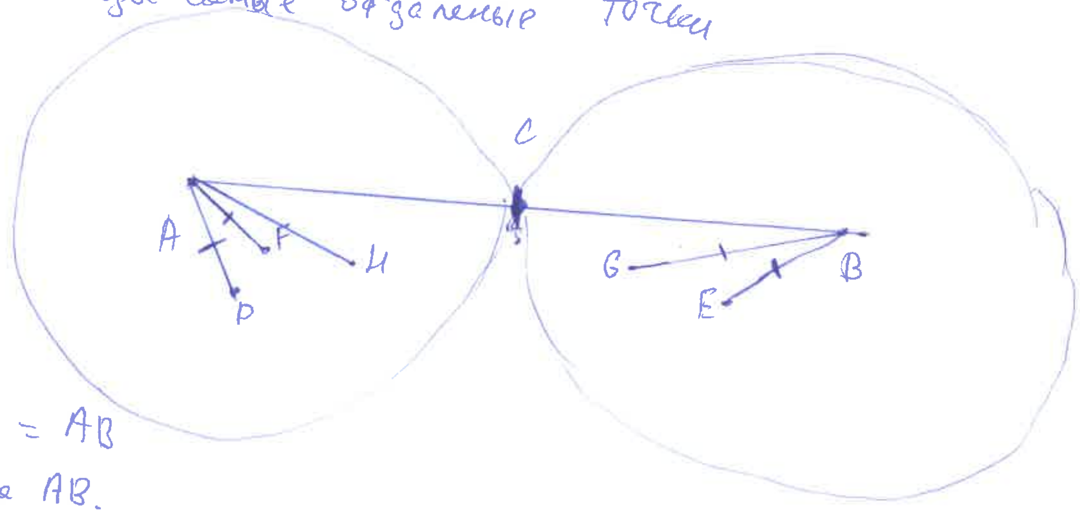
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №5

Наименьшее возможное число возможно если расположить все точки на одной прямой, так ~~33 (по краю~~ чтобы каждая новая точка (за исключением двух самых первых) являлась серединой уже существующего отрезка

Рассмотрим две самые отдаленные точки



D кругов = AB

C середина AB.

Каждый новый отрезок будет давать новую середину. Любая точка, которую можно соединить с A или B будет лежать внутри данных (кругов) окружностей, но так, чтобы A и B оставались самыми отдаленными => справедливо

$2 \cdot 35 - 1$ (точка C, которая считается два раза) = 69

или $2 \cdot 34 - 1$?

− 2 крайние?

• | − красные точки.

Пр: 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	7	0	2	1	8

город Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Сёмушкина

Имя Екатерина

Отчество Ивановна

Дата рождения 28.11.2002 **Класс** 8

ОУ, местоположение Лицей №9 "Лидер", г. Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона +79831661488 **Подпись** Катюта

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	7	0	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Σ

3	2	20	20	20	65

① • рядом с каждым первокурсником – второкурсник
• первокурсников не менее 10.
• в ряду 56 студентов

(нет условия, что с каждым второкурсником должен стоять первокурсник)

приведем пример, подходящий под условия выше

1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 ~~2~~ $\underbrace{2 \ldots 2}_{36 \text{ второкурсников}}$ — всего 56 студентов

(под единицами: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10)

в ряду 10 первокурсников и рядом с каждым из них стоит второкурсник, далее стоят одни второкурсники

здесь может не подходить только если

- 1 1 ...

нет 2 рядом

или

1 1 1

нет 2 рядом

однако не сказано, что необходимо минимальное число, а кол-во возможных первокурсников от 10 до 28 и может подходить любой вариант.

Ответ: 10 первокурсников – минимум

28 первокурсников – максимум

(подходят значения между ними)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

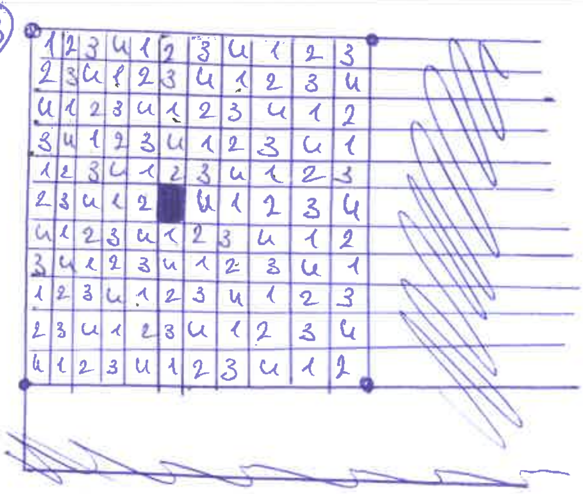
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	7	0	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(3)



вырезанная центральная клетка закрашена

Давайте раскрасим квадрат так, что будут клетки 1, 2, 3, 4 и ~~...~~ в каждом прямоугольнике 1×4 будут все эти клетки.

всего клеток $11 \times 11 - 1 = 120$ и клеток каждой цифры должно быть 30.

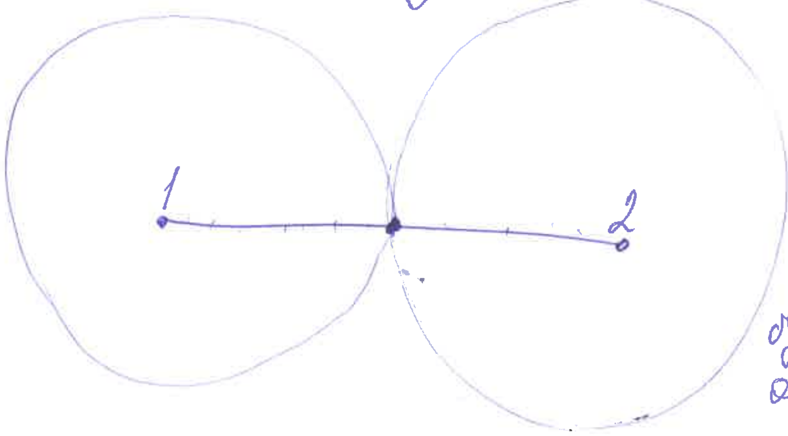
при раскраске, показанной на рисунке, в любом месте можно поставить прямоугольник 1×4.

клетки	количество
1	30
2	31
3	29
4	30

но так как их не поровну, то разрезать квадрат таким образом нельзя.

(5) 31 точка на плоскости

выберем 2 (две) между которыми наибольшее расстояние.



пусть они будут центрами окружностей (радиус одинаков) и эти окружности пересекаются в центре отрезка между 1 и 2.

все остальные точки будут в пределах этих окружностей

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	7	0	2	1	8

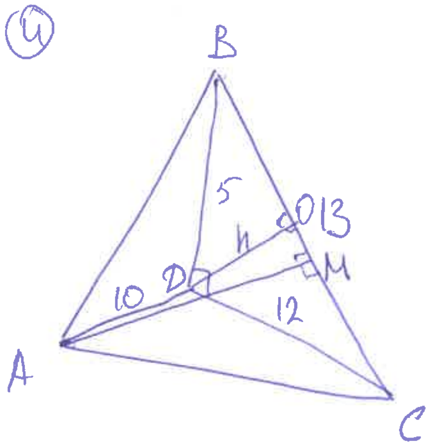
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

если нет, то 1 и 2 будут уже не самыми отдаленными точками
наиболее оптимальный вариант – прямая и тогда середины отрезков и точки будут накладываться
всё кол-во красных точек: $31 \cdot 2 - 3$
считаем все связи точек и отнимаем две крайние и одну на пересечении, т.к. считать её второй раз не нужно

Ответ: 59 точек.

④



Доказать: $S_{ABC} < 96$

$\triangle BDC$ – прямоугольный (по теореме Пифагора) (т.к. стороны – 5, 12 и 13

$a^2+b^2=c^2$

$25+144=169$)

$S_{BDC} = \frac{ah}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30$

выразим DO (это также высота в $\triangle BDC$)

$\frac{ah}{2} = 30$

$13h = 60$

$h = \frac{60}{13}$

проведем AM – высота в $\triangle ABC$, кратчайшее расстояние от A до стороны BC

$AM < AD + DO$

$AD + DO = 10 + \frac{60}{13} = \frac{190}{13}$

посчитаем, если бы AD+DO – высота

$S_{ABC} = \frac{ah}{2} = \frac{\frac{190}{13} \cdot 13}{2} = \frac{\overset{95}{\cancel{190}} \cdot \cancel{13}}{\cancel{13} \cdot \cancel{2}} = 95$

$95 < 96$

Лист 3 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	7	0	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(2) $x, y \geq 0$

$|2\sqrt{y} - \sqrt{x}| = \sqrt{4xy+1}$

какие значения: $\sqrt{x+4y-2\sqrt{xy}}$

$(2\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 = 4xy+1$

$(2\sqrt{y})^2 - 2\cdot(2\sqrt{y})\cdot(\sqrt{x}) + (\sqrt{x})^2 = 4xy+1$

$4y - 4\sqrt{xy} + x = 4xy+1$

$4y - 4\sqrt{xy} + x - 4xy = 1$

$x + 4y - 4\sqrt{xy} - 4xy = 1$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	4	8	0	1	8

г.Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Фаленко

Имя Оксана

Отчество Алексеевна.

Дата рождения 21.08.03 **Класс** 8

ОУ, местоположение Школа №10, г.Красноярск.

Предмет Математика.

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 8902 960 36 99 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	4	8	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

					Σ
16	20	0	2	1	39

(1) Найдем максимальное и минимальное количества десятиклассников (Д)

минимальное – 6

Построим пример: одиннадцатиклассник (О):

ДОДОДОДОДОД $\underbrace{OO\ldots O}_{36}$

максимальное – 15

Заметим, что у каждого, стоящего в ряду не более двух соседей.

$\Rightarrow$ С каждым Д может стоять один О и один Д.

Построим пример, расставляя учеников

3-ками, начиная с О:

$\underbrace{ОД}\underbrace{ОДДОДДОДД\ldots ОДД}_{15}$ ~~ДД~~ Останется 2 места,

которые можно заполнить единственным образом, поскольку 1 клетка – крайняя.

Тогда максимальное количество – 32 Д.

Докажем, что не может быть больше:

С каждым Д стоит О, значит среди каждых 3х учеников

не более 2 Д. $\frac{47}{3} = 15\frac{2}{3}$. $\Rightarrow$ Можно поставить 15 троек,

и оставшиеся 2 места занять единственным образом.

Ответ: 31.

(2) $\left(\sqrt{y} - \sqrt{x}\right)^2 = (\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 \Rightarrow$

$|\sqrt{y} - \sqrt{x}| = \sqrt{2xy + \frac{1}{2}}$; $/\wedge 2$

$(\sqrt{y} - \sqrt{x})^2 = 2xy + \frac{1}{2}$

$y - 2\sqrt{yx} + x = 2xy + \frac{1}{2}$

1) $x + y = 2\left(\sqrt{xy} + \frac{1}{2}\right)^2$

$\sqrt{x+y} = \sqrt{2}\left(\sqrt{xy} + \frac{1}{2}\right)_2$

$= \sqrt{2xy} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

~~2) $2xy = \frac{1}{2}(2y - 4\sqrt{yx} + 2x - 1)$~~

~~$2xy = \frac{1}{2}((\sqrt{2}(\sqrt{y} - \sqrt{x}))^2 - 1^2$~~

~~$2xy = \frac{1}{2}$~~

$\Rightarrow \sqrt{x+y} - \sqrt{2xy} = \underline{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

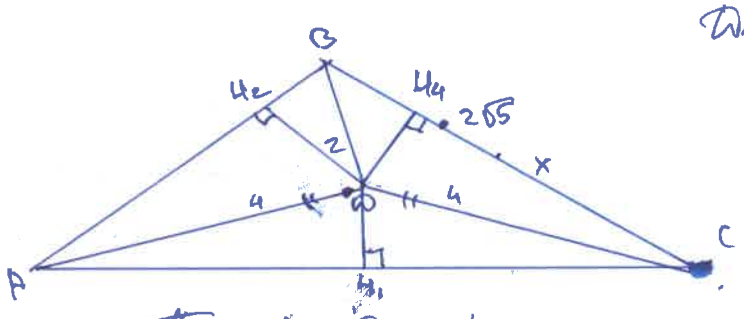
Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	4	8	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(4)



Дано: $\triangle ABC$, $BC = 2\sqrt{5}$, $OB = 2$, $OA = OC = 4$

Найти: $S_{\triangle ABC} < 13$.

Проведём $OH_4 \perp BC$.

$x = H_4C$.

$2\sqrt{5} - x = BH_4$.

По т. Пифагора:

$OH_4 = \sqrt{2^2 - (2\sqrt{5}-x)^2} = \sqrt{4^2 - x^2}$

$4 - 20 + 4\sqrt{5}x - x^2 = 16 - x^2$

$4x\sqrt{5} = 32$

$x = \frac{8}{\sqrt{5}}$.

$S_{\triangle BOC} = OH_4 \cdot \frac{BC}{2} = 8$

(5) Всего отрезков: $\frac{35 \cdot 34}{2} = 595$. Чтобы количество красных точек было минимально, количество совпадений середин отрезков должно быть максимально.

Рассмотрим процесс построения новой вершины ~~отрезка~~: n-я точка даёт $n-1$ отрезков, каждый со своей красной точкой.

Но если расположить точки по окружности, то красная точка противолежащих точек будет совпадать в центре окружности.

Т.е будет добавляться $n-2$ красных точек.

Тогда в этом случае будет минимальное количество точек:

$\cancel{595}\ \frac{35 \cdot 33}{2} + 1$ точек

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ — Площадка проведения (город, ОУ)

МА000000955518 — Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия БИРЮКОВ

Имя ЕГОР

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 23.07.03 **Класс** 8

ОУ, местоположение лицей №9 „Лидер", г. Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона +79138307088 **Подпись** ____________

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	0	0	9	5	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Преобразуем равенство $|2\sqrt{y}-\sqrt{x}| = \sqrt{4xy+1}$, т.к.

~~обе части неотрицательные, то можно возвести обе части в квадрат (в том числе модули)~~

					Σ
18	20	20	3	0	61

$$(2\sqrt{y}-\sqrt{x})^2 = 4xy+1$$

$$4y-4\sqrt{xy}+x = 4xy+1$$

$$4y+x = 4xy+4\sqrt{xy}+1$$

$$4y+x = (2\sqrt{xy}+1)^2$$

Из получившегося равенства, мы можем преобразовать выражение и найти ответ:

$$\sqrt{x+4y} - 2\sqrt{xy} = \sqrt{(2\sqrt{xy}+1)^2} - 2\sqrt{xy} = \cancel{2\sqrt{xy}}+1-\cancel{2\sqrt{xy}} = 1$$

Ответ: 1

№3

Закрасим квадрат 11×11 цифрами 1,2,3,4 так, чтобы при подставлении прямоугольника 1×4 в любое место, в нём были цифры 1,2,3,4

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4
4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
2	1	4	3	2		4	3	2	1	4
4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3
2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4
4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2

Таким образом, если этот квадрат 11×11 можно разрезать на прямоугольники 1×4, значит цифр 1,2,3,4 должно быть одинаковое кол-во. Если хоть кол-во какого-нибудь двух цифр не совпадает значит нельзя. Посчитаем например 2 и 1

„1" – 29 штук

„2" – 31 штука

Ответ: нельзя

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	9	5	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Если известно наименьшее кол-во первоучеников, то можно найти наибольшее. Т.к рядом с каждым первоучеником обязательно стоит второученик, то можно сделать вывод, что подряд могут стоять только два первоученика и у каждого по одну сторону будет второученик. Трое подряд первоученика стоять не могут, т.к. тот, который стоит по середине будет с двух сторон окружён первоучениками, это нарушает условие. Приведём пример такой расстановки, в которой будет максимально возможное кол-во первоучен. и минимальное второучен. Без разницы с чего будет начинаться ряд при такой расстановке, т.к. второй случай будет зеркальным отражением первого. П-первоученик, В-второученик

Расстановка

ПВППВППВППВППВППВППВППВППВППВПП→

→ВППВППВППВППВППВППВППВППВ.

Итого максимально возможное кол-во первоучеников в ряде 37, а минимальное (по условию задачи) 10.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

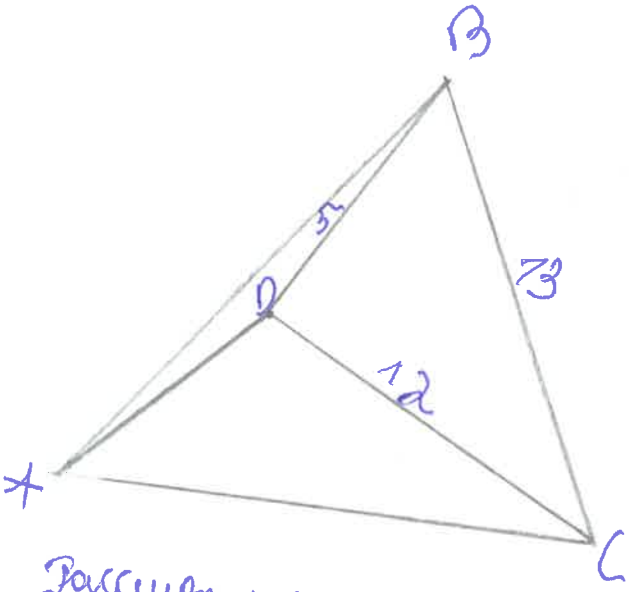
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	9	5	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4



Рассмотрим $\triangle BDC$

$BD^2+DC^2=5^2+12^2=25+144=169=13^2=BC^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BDC$ – прямоугольный (по теореме Пифагора) $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_{BDC}=\frac{1}{2}BD\cdot DC=\frac{1\cdot 5\cdot \cancel{12}^{6}}{\cancel{2}}=30$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	6	2	9	1	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Философ

Имя Владимир

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 15.02.2003 **Класс** 9

ОУ, местоположение МАОУ лицей №9 „Лидер", Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 3.03.2018

Номер телефона 8 902 928 2028 **Подпись** Философ

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	6	2	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Пусть $f(x)=a_1x^2+b_1x+c_1$

$g(x)=a_2x^2+b_2x+c_2$

$h(x)=a_3+x^2+b_3x+c_3.$

1	2	3	4	5	Σ
20	4	20	18	12	74

$f(2)=g(3)=h(4)$

$g(2)=h(3)=f(4)$

$h(2)=f(3)=g(4)$

$\Downarrow$

$f(2)+g(2)+h(2)=g(3)+h(3)+f(3)=h(4)+f(3)+$

$+g(4)$

$$\begin{cases} f(2)+g(2)+h(2)=g(3)+h(3)+f(3) \\ g(3)+f(3)+h(3)=f(4)+h(4)+g(4) \\ f(4)+g(4)+h(4)=f(2)+g(2)+h(2) \end{cases}$$

Т.к. сумма квадратных трехчленов = квадратному трехчлену, пусть $f(x)+g(x)+h(x)=Ax^2+Bx+C$, тогда система выше ~~будет~~ выглядеть так:

$$\begin{cases} A\cdot 2^2+B\cdot 2+C=9A+3B+C \\ 9A+3B+C=16A+4B+C \\ 16A+4B+C=4A+2B+C \end{cases}$$

$16A+4B+C=4A+2B+C$

$12A=-2B$

$B=-6A$

$9A+3\cdot(-6A)+C=16A+4(-6A)+C$

$-9A+C=-8A+C$

$-A=0$

$A=0$

$B=-6A$

$B=0$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 0 6 2 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Т.к. $A=B=0$, то $f(x)+g(x)+h(x)=C$

Т.к. C – свобод член, то он является константой.

№1

$$\frac{\sqrt{mn}+\frac{m+n}{2}}{2}=\frac{\sqrt{nm}}{2}+\frac{m}{4}+\frac{n}{4}=\left(\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ нужно найти ~~все~~ натуральные значения $\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2}$, а оно натурально тогда, когда $\sqrt{m}$ и $\sqrt{n}$ – ~~точные~~ квадраты натуральных чисел одной четности.

~~самое~~ ближ. квадрат натурального числа к 2118 это $46^2=2116$, тогда ~~все числа n и m~~ нужно найти все ~~числа~~ возможные пары одной четности среди чисел от 1 до 46.

нечетных 23 и четных 23, тогда кол-~~во пар~~ пар каждых $C_{23}^2=\frac{23!}{2!\cdot 21!}=23\cdot 11=253$

Тогда всего пар $253\cdot 2=506$.

Ответ: 506.

№4

Т.к. $A=B$, то и $(r-p)(r-q)(q-p)-1=3p+5q-2$

если среди r, p и q нет четных чисел, то

$$\underbrace{\underbrace{(r-p)}_{\text{чет}}\underbrace{(r-q)}_{\text{чет}}\underbrace{(q-p)}_{\text{чет}}}_{\text{чет}}=\underbrace{\underbrace{3p}_{\text{неч.}}+\underbrace{5q}_{\text{неч}}-\underbrace{1}_{\text{неч}}}_{\text{неч.}}$$

$\Rightarrow$ ~~должно быть~~ такого быть не может

Тогда предположим, что есть одно чётное, а т.к. чётное простое одно и оно наименьшее среди всех, то $p=2$. Остальные нечет.

$$\underbrace{\underbrace{(r-2)}_{\text{неч.}}\underbrace{(r-q)}_{\text{чет}}\underbrace{(q-2)}_{\text{неч}}}_{\text{чет.}}=\underbrace{\underbrace{5q}_{\text{неч}}+\underbrace{5}_{\text{неч}}}_{\text{чет.}}$$

это верно $\Rightarrow$ предположение верно и $p=2$.

Т.к $r>q$, то $(r-2)>(q-2)$

$(r-2)(r-q)(q-2) > (r-q)(q-2)^2 > (q-2)^2$

т.к $r>q$ то $(r-q)>0$

$(q-2)^2 < 5q+5.$

$q^2-4q+4<5q+5$

$q^2-9q-1<0$

$q^2-9q-1=0$

$D=b^2-4ac=81+4=85$, $\sqrt{D}=\sqrt{85}$ $\quad 10>\sqrt{85}>9$

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\dfrac{9\pm\sqrt{85}}{2}$ $\qquad 9<\dfrac{9+\sqrt{85}}{2}<10$

$x_1=\dfrac{9-\sqrt{85}}{2}<0$

$9<x_2=\dfrac{9+\sqrt{85}}{2}<10$ — ~~наиб.~~ наиб. простое число <10 это 7, тогда $q\in[1;7]$.

пусть $q=3$, тогда

$(r-2)(r-3)(1)=15+5$

$r^2-5r+6=20$

$r^2-5r-14=0$; $D=25+56=81$, $\sqrt{D}=9$ $\Rightarrow$

$r_{1,2}=\dfrac{5\pm 9}{2}$; $r_1=7$; $x_2\neq -2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | МА0000062918

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\Rightarrow q=3$; $p=2$; $r=7$ | $\Rightarrow$ подходит по условию

$(7-2)(7-3)(3-1)-1=3\cdot2+5\cdot3-2=19$

Если $q=5$.

$(r-2)(r-5)(5-2)-1=3\cdot2+5\cdot5-2=29$

$(r^2-7r+10)\cdot\cancel{3}=\cancel{3}0$

$r^2-7r=0$

$r_1=7$

$r_2\neq-7$

$\Downarrow$

$p=2, q=5, r=7$ — подходит по условию

Если $q=7$

$(r-2)(r-7)(7-2)-1=3\cdot2+7\cdot5-2=6+35-2=39$

$q=7$ не подходит т.к 39 — не простое число.

Ответ: $p=2$; $q=3;5$; $r=7$.

№6.

$2n+2\leqslant120$

$n\leqslant59$.

$2n+2$ — всегда четна $\Rightarrow$ Кате может иметь орехи только с четных клеток. ~~а Васе~~, а Васе все орехи с клеток от 1 до 59.

Если Вася возьмет орехи клеток от 1 до 59 (таких 30) 30 орехов, причем не сидится со всех дол нечет., то у Кати тоже будут возьмут ~~один~~ орех с одной клетки, такого, что они вдвоем.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 6 2 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

У Васи все орехи с нечет. клеток от 1 до 59,
у Коли все орехи, взятые от через 4 клетки,
от 4 до 120 (4, 8, ... 116, 120).
Вася может взять еще орехи с тех
четных клеток, откуда Коля не возьмет.
~~2, 6~~ начертим таблицу, где каждому Васиному
ореху соответствует Колин.

Вася	2	10	14	18	~~22~~ 26	34	~~38~~ 42	46	50	56
Коля	6	22	30	38	54	70	86	~~104~~ 94	102	114

60 уже не подходит
итого у каждого по 40, а вместе у них 80.
Больше не возможно т.к Вася взял все нечет.
и 10 чет., остальные 19 взял Коля.
~~[illegible]~~ Но т.к не сказано, что ~~[illegible]~~
на каждый Колин орех, может найтись один у
Васи, то Коля мог забрать все остальные.
Т.е у Коли 120 − 40 = 80 орехов.
Ответ: у Васи 40 орехов, у Коли 80 орехов.

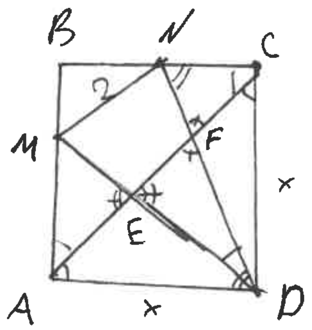
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 0 6 2 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2



Дано: $MN=2$; $ABCD$ - квадрат, $\angle MDN = 45^\circ$

Найти: EF - ?

Решение: $\angle BCA = \angle ACD = \angle BAC = \angle CAD = \angle MDN = 45^\circ$ т.к. AC - диагональ в квадрате $ABCD$

$\angle NFC = \angle AFD$, как вертик.

⇓

$\triangle NCF \sim \triangle AFD$ по двум углам.

$K_1 = \frac{NF}{FD} = \frac{CF}{FA} = \frac{NC}{AD}$

$\angle MEA = \angle CED$ ~~т.к.~~ как вертик.

$\triangle MAE \sim \triangle CED$ по двум углам.

$K_2 = \frac{AE}{CE} = \frac{ME}{ED} = \frac{AM}{CD} = \frac{AM}{AD}$ т.к. у квадрата все стороны равны.

$EF =$ ~~CE - FC~~ $= CA - CF - AE$

Пусть ~~x = CD~~ сторона квадрата $= x$

$(x - NC)^2 + (x - MA)^2 = 4$

$x^2 - 2x \cdot NC + NC^2 + x^2 - 2x \cdot MA + MA^2 = 4$

$2x^2 - 2x(NC - MA) + NC^2 + MA^2 = 4$

$\frac{NF}{FD} = \frac{CF}{FA} = \frac{NC}{x}$

$\frac{AE}{CE} = \frac{ME}{ED} = \frac{AM}{x}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 МА00000629118

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$AM = \frac{\overset{AE}{\cancel{AB}} \cdot x}{CE\ \cancel{ED}} \cancel{t} = \frac{AE \cdot x}{(EF+FC)}$$

$$NC = \frac{CF \cdot x}{FA} = \frac{FC \cdot x}{(EF+AE)}$$

$$\cancel{x = \frac{NC(EF+AE)}{FC} = AM(EF+FC}$$

$$EF = \frac{FC \cdot x}{NC} - AE = \cancel{AM}\ \frac{AE \cdot x}{MA} - FC$$

$$EF = \frac{FC \cdot x}{NC} - AE$$

$$EF = \frac{AE \cdot x}{MA} - FC$$

$$2EF = \frac{FC \cdot x}{NC} + \frac{AE \cdot x}{MA} - AE - FC$$

$$2EF + AE + FC = x\left(\frac{FC}{NC} + \frac{AE}{MA}\right)$$

$$AC - EF = x\left(\frac{FC}{NC} + \frac{AE}{MA}\right)$$

$$x\left(\frac{FC}{NC} + \frac{AE}{MA}\right) = FC + AE$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	0	6	2	6	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Фомин

Имя Георгий

Отчество Владимирович

Дата рождения 30.06.2002 **Класс** 9

ОУ, местоположение МАОУ лицей №9 „Лидер”, г. Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 3.02.2018

Номер телефона [redacted] **Подпись** ГФом

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	6	2	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1.

$$\frac{\sqrt{mn}+\frac{m+n}{2}}{2}=\frac{\left(\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2}}\right)^2}{2} \Rightarrow$$ можно сделать вывод, что ~~$\sqrt{m}$~~ m и n – квадраты четных чисел, т.к. если мы нечетное число поделим на 2, то получим дробь, но т.к. у нас есть ограничение: $m<n<2\cancel{0}118$ (четных чисел до $2118 - 1058$) $\Rightarrow$ таких пар – сумма всех нечетных натуральных чисел до 1057 (поскольку $m\neq n$ и $m<n$) $\Rightarrow$ кол-во натуральных пар – $1058\cdot\cancel{529}$ 264 ~~$=559682$~~ $=279312$

3.

$$f(2)+h(2)+g(2)=g(3)+f(3)+h(3)=f(4)+g(4)+h(4)$$

Пусть $N=const$

Сумма трех трехчленов всегда равна трехчлену, пусть она равна трехчлену Ax^2+Bx+C

1) $\begin{cases}4A+2B+C=N \mid\cdot 4\\ 9A+3B+C=N\mid\\ 16A+4B+C=N\end{cases}$

~~$-\begin{matrix}16A+4B+C=N\\4A+2B+C=N\mid\cdot 4\end{matrix}$~~

2) $4A+2B+C=N\mid\cdot 4$

$-\begin{matrix}16A+8B+4C=4N\\16A+4B+C=N\end{matrix}$

$4B+3C=3N$

3) $-\begin{matrix}4A+2B+C=N\mid\cdot 9\\9A+3B+C=N\mid\cdot 4\end{matrix}$

$6B+5C=5N$

4) $\begin{cases}6B+5C=5N\mid\cdot 3\\4B+3C=3N\mid\cdot 5\end{cases}$

$\begin{cases}18B+15C=15N\\20B+15C=15N\end{cases}$

1	2	3	4	5	Σ
8	0	20	4	8	40

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | МА00000626/18

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$18B+15C=20B+15C$

$2B=0 \Rightarrow B=0 \Rightarrow C=\overset{N}{\cancel{0}}$, т.к. $4\cdot 0+3C=3N \Rightarrow A=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ многочлен $f(x)+g(x)+h(x)$ — является константой #

5.

1) У Васи не могло быть ореха в ячейке под номером 60 и больше, т.к. $60\cdot 2+2=122$, а максимальная ячейка имеет номер 120.
2) ячейка Коли не может быть ячейкой Васи
3) Все ячейки Коли имеют четный номер
4) Общее кол-во орехов — четное, т.к. они разделили орехи поровну
5) Как бы бельчата не делили орехи максимальное кол-во орехов у них на двоих может быть 80, т.к. в любом случае у них будет по 30 орехов, т.к. все нечетные ячейки до 60 приходятся на Васю, а Коле соответствующие им ячейки
6) ~~И~~ Остальные орехи приходящиеся на Васю — находятся на четных позициях до 59 (исключая ячейки Коли)
7) И таким образом у них могло быть не более 80 орехов (на двоих)

Ответ: 80

4.

Предположим, что $p=2$, т.к. ~~х~~ 2 единственное четное и самое маленькое простое число, тогда: проверим на четность (r и q — нечетные)

$A: \underbrace{(\text{нечет}-\overset{(2)}{\text{чет}})}_{\text{нечет}}\underbrace{(\text{нечет}-\text{нечет})}_{\text{чет}}\underbrace{(\text{нечет}-\overset{(2)}{\text{чет}})}_{\text{нечет}} \Rightarrow A:$ четное

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	0	0	6	2	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~В: 3.~~

В: $\underbrace{3 \cdot \text{чет}(2)}_{\text{четное}} + \underbrace{5 \cdot \text{нечет}}_{\text{нечетное}} - 2 \Rightarrow \text{чет} + \text{нечет} - 2 = \text{нечет}$

$\Downarrow$

$p \neq 2 \Rightarrow$ все числа – нечетные (p, q, r)

$(r-p)(r-q)(q-p) = 3p + 5q - 2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	4	4	6	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Дубасов

Имя Александр

Отчество Анатольевич

Дата рождения 21.05.2002 **Класс** 9

ОУ, местоположение МБОУ СОШ №4, г. Боготол

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 8-962-073-67-51 **Подпись** Дубасов

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 6 | 1 | 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Пусть k – целое число, тогда $\frac{\frac{m+n}{2}+\sqrt{mn}}{2}=k^2 \mid \cdot 2$;

$\frac{m+n}{2}+\sqrt{mn}=2k^2 \mid \cdot 2$; $m+n+2\sqrt{mn}=4k^2$; $\sqrt{m}^2+2\sqrt{mn}+\sqrt{n}^2=4k^2$;

$(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2=(2k)^2$; $\sqrt{m}+\sqrt{n}=\pm 2k$; $k=\pm\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2}$.

Чтобы k было целым, нужно, чтобы $\sqrt{m}+\sqrt{n}$ было четным числом, а четное число = чет. + чет, либо нечет. + нечет.

Числа m и n будут принадлежать ряду квадратов натуральных чисел (1, 4, 9, ... 1936 (44^2)) меньше 2018. В ряду 44 числа – 22 нечет. и 22 чет.: И т.к $m<n$, то для нечетного ряда (1, 9, 25 ...) для m_1 будет 21 вариант $(m;n)$, для m_2 – 20 вариантов и т.д. – всего выходит $\frac{1+21}{2}\cdot 21=231$ пара $(m;n)$.

Для четного ряда точно так же; всего выходит $231\cdot 2 = 462$ пары чисел $(m;n)$.

Ответ: 462 пары.

№5.

Вася не может взять орех номером > 49, т.к. в ином случае Коле нечего будет брать. Орехи 51, 53, 55, ..., 97, 99 не может взять никто, т.к. Коля может брать только четные ~~числа~~ орехи т.к. 2n+2 – четное число. Всего 25 „бесполезных" орехов ⇒ остается 75 орехов на двоих, или 37 орехов на каждого (1 лишний)

Допустим, что орехи 24–49 (26 орехов) берет Вася – таким образом Коля забирает все четные числа от 50 до 100, которые не может взять Вася. Ещё Вася берет 1, 2, 3, 5, 7, 9, 10 орехи, тогда Коле достаются 4, 6, 8, 12, 16, 20, 22 орехи. Оставшиеся орехи мы никак не можем использовать, т.к. это будет нарушать уже существующий порядок распределения орехов. ⇒ 26 + 7 = 33

Ответ: по 33 ореха максимально могло быть у обоих бельчат.

30

1	2	3	4	5	Σ
20	2	0	4	12	38

№4.

3p + 5q – нечетное число, т.к. единственное простое четное число – 2 очевидно будет меньше, чем выр-е 3p + 5q, где p и q простые числа. Нечет. число = четн. + нечет., ⇒ либо p, ...

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	4	4	6	1	8

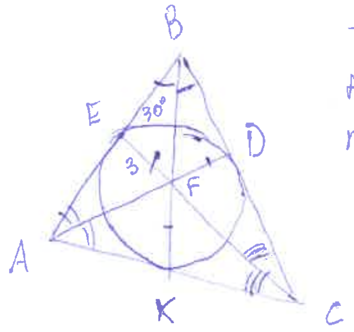
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

... либо q – четное число, и т.к. 2 – наименьшее простое и единственное четное среди простых, а $p<q<r$, то $p=2$.

№2.



Точка пересечения биссектрис в треугольнике – центр вписанной в него окружности, где (в данном случае) $FE=FD=FK=r$ (радиусы); $\Rightarrow FD=FE=3$?

Ответ: $FD=3$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	3	1	6	6	1	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Тропин

Имя Михаил

Отчество Алексеевич

Дата рождения 22.03.02 **Класс** 9

ОУ, местоположение ККК им Лебедя, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 8 953 856 19 20 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	3	1	6	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

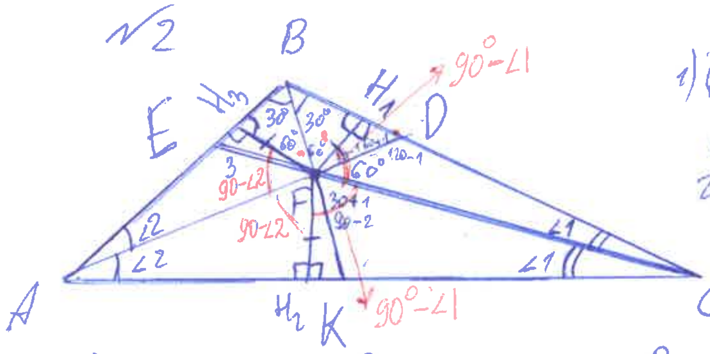
1) Преобразуем выражение из условия: $\frac{m+n+2\sqrt{mn}}{4}=a^2$, где a^2 – квадрат целого числа. $m+n+2\sqrt{mn}=\frac{a^2}{4}$; $(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2=(\frac{a}{2})^2$; $\sqrt{m}+\sqrt{n}=\frac{a}{2}$ – невозможно, т.к. сумма иррациональных = иррациональному числу, a – целое, если m и n не являются квадратами целых чисел => m и $n = m_1^2$ и n_1^2 соответственно => $2(m_1+n_1)=a$. Всего таких квадратов < 2018 = 44, так как $45^2>2018$. Следовательно пары таковы: 1^2 и 2^2, 2^2 и 3^2 ... 43^2 и 44^2: 43 пары

Ответ: 43

1	2	3	4	5	Σ
14	4	1	18	12	49

30

№2



1) Обозначим $\angle BAD=\angle 2$, $\angle BCE=\angle 1$, проведем высоты (радиусы) к сторонам

2) $\angle H_3FB=60°=\angle H_1FB$; $\angle AFH_3=90-\angle 2=\angle AFH_2$; $\angle CFH_1=90-\angle 1=\angle CFH_2$.

$2\angle 1+2\angle 2=180-60° \Rightarrow \angle 1+\angle 2=60°$ ($S_{\angle B}=60°$) +

3) $\angle H_1FD=180°-\angle AFH_3-H_3FB-H_1FB=\cancel{90}\,180°-90°+\angle 2-60°-60°=\angle 2-30°$ +

4) $\angle CFD=\angle CFH_1-\angle DFH_1=90°-\angle 1-\angle 2+30°=120°-60°$ (см ② п) $=60°=\angle EFH_3$ 6 ? +

5) $\angle CFK=\angle BFH_1-\angle H_1FC+180° \overset{\text{или}}{=} 180°-\angle BFH_1-H_1FD-DFC=$
$=-60-90+\angle 1+180°=\cancel{3}\,30°+\angle 1 \overset{\text{или}}{=} 180°-60°-\angle 2+30°-60°=90°-\angle 2$

?

Тогда $\angle 1=\angle 2=30°$, $EF=FD=3$

$\angle 1+\angle 2=60°$

Ответ: $FD=3$

№5

Максимальное $n=49$, так как $2n+2=100$ max. a – Васино число, k – число Коли. k – чётно и в промежутке? $[50; 100]$ может стоять только число k => 25 чётных чисел из этого промежутка выпадает. Чтобы числа повторялись минимальное число раз необходимо задействовать все чётные числа из $[50; 100]$. Всего получилось 26 пар и остался промежуток: $[1; 23]$. Выпадают нечёт. ~~чётные~~ число, нечетные образовать $k<24$. Такие как: 11, 13, 15, 17, 18, 19, 21, 23. 18 может выпадает, т.к. $18=8\cdot 2+2$, а я использую $k=8$. Остаётся ещё 7 пар. Всего 33 пары => 66 ор.

Ответ: 66 орехов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	3	1	6	6	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

$B = 3p + 5q$. Т.к. B-прост. $\Rightarrow$ B-неч., т.к. $B \neq 2$ $\Rightarrow$ $p = 2$. Т.к. чёт + неч. = неч.

r- нечет.

$2 < q < r$. $B = 6 + 5q$. q-неч $\Rightarrow$ B оканчивается на 1 $\Rightarrow$ $A-1$ оканчивается на ноль $\Rightarrow (r-2)(r-q)(q-2) \vdots 10 \Rightarrow r - q \vdots 2$, т.к. если $r-2 \vdots 2$ или $q - 2 \vdots 2$, то r или q - чётн, что невозможно.

$r - q \vdots 2$, $r - 2 \vdots 5$, т.к. если $q - 2 \vdots 5$, то $A \ngtr B \Rightarrow r-q = 2$, $r - 2 = 5$

$r = 7$ $q = 5$

$2 < 5 < 7$ $B = 6 + 25 = 31$; $A = 3 \cdot 5 \cdot 2 + 1 = 31$. Других вариантов нет, т.к. $A - 1 \vdots 10$.

Ответ: $p=2$, $q=5$, $r=7$

№3

~~$f(x)+g(x)+h(x) = f(x) + g(x+1) + h(x+2)$~~

$f(1)+g(1)+h(1) = f(1) + f(3) + f(2)$

$f(2)+g(2)+h(2) = f(2) + f(1) + f(3)$

$f(3)+g(3)+h(3) = f(3) + f(2) + f(1)$

ЧТД

Лист 2 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	0	0	4	5	9	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия СТЕПАНОВА

Имя Елена

Отчество Сергеевна

Дата рождения 21.06.2002 **Класс** 9

ОУ, местоположение МБОУ „СОШ №43" г. Чебоксары

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 89176713945 **Подпись** Ст

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	3	0	0	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 1:

$$\frac{\sqrt{mn} + \frac{m+n}{2}}{2} = y^2 \quad \Big| \cdot 2$$, где y - целое число.

1	2	3	4	5	Σ
18	6	0	0	16	40

$$\sqrt{mn} + \frac{m+n}{2} = 2y^2 \quad \Big| \cdot 2$$

$$2\sqrt{mn} + m + n = 4y^2$$

$$(\sqrt{m} + \sqrt{n})^2 = 4y^2$$

$$(\sqrt{m} + \sqrt{n})^2 - 4y^2 = 0$$

$$(\sqrt{m} + \sqrt{n} - 2y)(\sqrt{m} + \sqrt{n} + 2y) = 0$$

$\sqrt{m} + \sqrt{n} - 2y = 0$ $\qquad$ $\sqrt{m} + \sqrt{n} + 2y = 0$

$\sqrt{m} + \sqrt{n} = 2y$ $\qquad$ $\sqrt{m} + \sqrt{n} = -2y$

$\Rightarrow (\sqrt{m} + \sqrt{n}) \vdots 2 \Rightarrow (m+n) \vdots 2$

$2118 = 46^2 + 2 \Rightarrow \sqrt{n} \leq 46^*$ и $3 \leq \sqrt{n}$ (т.к m - натуральное число, должно быт меньше n и таким же по четности)

При $\sqrt{n} = 46$, $\sqrt{m}$ может быть 23 варианта.

При $\sqrt{n} = 45$, $\sqrt{m}$ может быть 23 варианта.

Если сложить все варианты:

$23 + 23 + 22 + 22 + 21 + 21 + 20 + 20 \ldots + 1 + 1 = 48 \cdot 12 = 576$

Ответ: 576 пар.

Задача № 5:

Из 120 чисел 60 четных и 60 нечетных. У Коли орехи могут быть только с четными номерами и больше или равными 4. У Васи максимальный номер 59 ($2 \cdot 59 + 2 = 120$). Из этих чисел у Васи и Коли могут быть 28 номеров. 30 нечетным номерам меньшим 59 соответствуют 14 четных до 59 и 16 после 59. 8 из оставшихся четным числам до 59 соответствует

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	3	0	0	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

8 чисел (четных) после 59. Остальные ~~7~~ четных чисел после 59 получить уже нельзя.

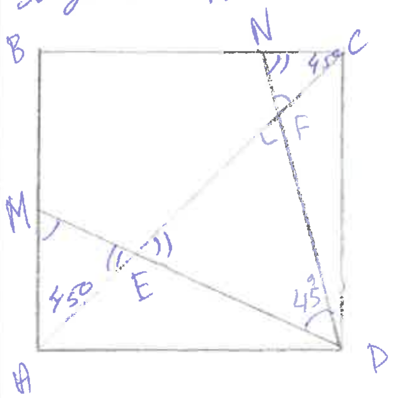
Осталось ~~7~~ 6 чисел (из числа общих) и 2.

Это числа 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26 из них можно составить только 2 пары.

Итого ~~[illegible]~~ 30 + 8 + 2 = 40 пар.

Ответ: максимальным количеством орехов у обоих бельчат является 40.

Задача №2:



$\angle DFE = \angle NFC$ (вертикальные)

$\angle FED = \angle MEA$ (вертикальные)

$\angle BCA = 45° = \angle BAC$ (AC – диаг, биссект)

$\angle FNC = 180° - \angle NFC - 45° = \angle FED$

$\angle AME = 180° - \angle AEM - 45° = \angle DFE$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle NCF \sim \triangle EFD \sim \triangle AME$

$$\frac{DF}{FC} = \frac{DE}{NC} = \frac{EF}{FN} \qquad EF = \frac{DE \cdot FN}{NC}$$

$$\frac{DF}{AM} = \frac{DE}{AE} = \frac{EF}{EM} \qquad EF = \frac{DF \cdot EM}{AM}$$

$$\frac{NC}{AE} = \frac{CF}{AM} = \frac{FN}{EM} \qquad NC = \frac{AE \cdot CF}{AM}$$

$$FE = \frac{DE \cdot FN \cdot AM}{AE \cdot CF} = \frac{DF \cdot EM \cdot NC}{AE \cdot CF} \Rightarrow DE \cdot FN \cdot AM = DF \cdot EM \cdot NC$$

$BN^2 + BM^2 = 4.$

$AM = AB - BM$

$NC = AB - NB$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва МЭИ : МА000026871/8

Площадка проведения (город, ОУ) — Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия НИКОНЕНКО

Имя Кирилл

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 09.01.2002 **Класс** 9

ОУ, местоположение МОУ СШ №30, Г. Волжский, Волгоградская обл.

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона +7-937-733-94-53 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 00 | 0 | 2 | 6 | 8 | 7 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$$\frac{\frac{m+n}{2}+\sqrt{mn}}{2} = \frac{\frac{m+n+2\sqrt{mn}}{2}}{2} = \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2}{4} = \left(\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2}\right)^2$$

Для того, чтобы $\left(\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2}\right)^2 \in Z$, нужно, чтобы $\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2} \in Z$ => $\sqrt{m}+\sqrt{n} \in Z$ => $\sqrt{m} \in Z$, $\sqrt{n} \in Z$

$m<n<2014$, $m\in N, n\in N$ => $m<n\le 1936$

1	2	3	4	5	Σ
18	0	20	5	4	47

$\sqrt{m}<\sqrt{n}\le 44$

$\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2} \in Z$ => $\sqrt{m}$ и $\sqrt{n}$ одной четности, т.к. $1\le\sqrt{m}<\sqrt{n}\le 44$, значит вариантов, когда $\sqrt{m}$ и $\sqrt{n}$ – нечетные, ~~всего~~ $22+21+\ldots+1 = \frac{23\cdot 22}{2} = 11\cdot 23$,

а т.к. ~~всего~~ нечетных в пределе до 44 столько же сколько и четных, то вариантов, когда $\sqrt{m}$ и $\sqrt{n}$ – четные, тоже $11\cdot 23$

$11\cdot 23+11\cdot 23 = 23\cdot 22 = 506$

Ответ: 506

№4

В простое число, т.к ~~$1<p<q<r$, то B – нечетное~~ $p,q\in N$, то $B>2$ => B - нечетное, оно нечетное оно тогда, когда p и q разной четности, откуда $p=2$. Итак, $(p-2)(r-q)(q-2)=5(q+1)$, чтобы равенство ?

было выполнено, при условии того, что B, A - простое, нужно, чтобы $q=5$; $r=7$

Ответ: $(2;5;7)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 2 6 8 7 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Ответ: 50, Решение: $2n+2$ - всегда четное, значит, если Коля будет начинать орех с четного места, то Вася уже его брать не может, т.к $2n+2>n$. $2n+2$ (при $n=1$) $=4$, значит Вася легко может собрать первые 3 ореха; $2n+2\le 100$, $n\le 49$,

значит, пусть Вася соберет все нечетные орехи, номера которых $\in[5, 49]$;

тогда к 3 добавится еще 22, итого 25, значит у обоих бельчат 50

№3

$f(x)=a_1x^2+b_1x+c_1$,
$g(x)=a_2x^2+b_2x+c_2$,
$h(x)=a_3x^2+b_3x+c_3$, из условия следует, что

$$f(1)+g(1)+h(1)=f(2)+g(2)+h(2)$$

$$a_1+b_1+c_1+a_2+b_2+c_2+a_3+b_3+c_3=4a_1+2b_1+c_1+4a_2+2b_2+c_2+4a_3+2b_3+c_3$$

$$(b_1+b_2+b_3)+3(a_1+a_2+a_3)=0$$, также

$$f(1)+g(1)+h(1)=f(3)+g(3)+h(3)$$

$$a_1+b_1+c_1+a_2+b_2+c_2+a_3+b_3+c_3=9a_1+3b_1+c_1+9a_2+3b_2+c_2+9a_3+3b_3+c_3$$

$$8(a_1+a_2+a_3)+2(b_1+b_2+b_3)=0$$

$$4(a_1+a_2+a_3)+(b_1+b_2+b_3)=0$$

?!

$$a_1+a_2+a_3=b_1+b_2+b_3=0$$

$f(x)+g(x)+h(x)=x^2(a_1+a_2+a_3)+x(b_1+b_2+b_3)+c_1+c_2+c_3=c_1+c_2+c_3$, т.е не зависит от $x\Rightarrow f(x)+g(x)+h(x)$ - константа.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ — Площадка проведения (город, ОУ)

M	A	0	0	0	0	1	6	3	2	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Булатов

Имя Роман

Отчество Романович

Дата рождения 19.08.2002 **Класс** 9С

ОУ, местоположение МАОУ Гимназия №13 „Академ“; г. Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 8 983 292 04 53 **Подпись** Б

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | M A 0 0 0 0 1 6 3 2 1 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$$\frac{\sqrt{mn}+\frac{m+n}{2}}{2}=\frac{m+2\sqrt{mn}+n}{4}=\left(\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2}\right)^2=x^2,$$ где $x\in\mathbb{Z}$ получ

$\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2}=|x|$, но т.к. $m\in N$ и $n\in N$, то $|x|> \Rightarrow \frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{2}=x$;

(~~зн~~) зн.:

1) $(\sqrt{m}+\sqrt{n})\in\mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{m}\in N$ (т.к. $m\in N$) и $\sqrt{n}\in N$ (т.к. $n\in N$)

(условные обозначения: Ч – чётное число, Н – нечётное число)

2) $(\sqrt{m}+\sqrt{n})$ – Ч

Из 1) следует, что $m=y^2$, $y\in N$, $n=r^2$, $r\in N$

Т.к. $m<n<2118$ то $y<r<\sqrt{2118}$

Найдём $r_{наиб.}$. $46^2=2116$, $47^2=2209$, значит $r_{наиб}=46$

Ответом на вопрос задачи будет удвоенное кол-во пар нечётных чисел (пар чётных чисел от 2 до 46 будет столько же, сколько и нечётных от 1 до 45) от 1 до 45 с условием, что $y<r$ (т.к. $(\sqrt{m}+\sqrt{n})$–Ч к (Ч+Ч=Ч и Н+Н=Ч и Н+Ч=Н) то подходят пары в которых оба числа либо Ч, либо Н). Таких пар будет $22+21+20+\ldots+1=253$. Ответ: таких пар 506

1	2	3	4	5	Σ
20	0	10	0	8	38

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 0 1 6 3 2 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$f(x)=ax^2+bx+c$

$g(x)=dx^2+ex+f$

$h(x)=mx^2+nx+r$

1) $f(2)=g(3)=h(4)$

2) $f(3)=g(4)=h(2)$

3) $f(4)=g(2)=h(3)$

Из 1), 2) и 3) следует, что 4) $f(2)+g(2)+h(2)=g(3)+h(3)+f(3)=$

$=h(4)+f(4)+g(4)$

5) $f(x)+g(x)+h(x)=x^2(a+d+m)+x(b+e+n)+(c+f+r)$

Очевидно, что $(c+f+r)=const$

Подставив в 5) 4) получим $4(a+d+m)+2(b+e+n)+(c+f+r)=$

$=9(a+d+m)+3(b+e+n)+(c+f+r)=16(a+d+m)+4(b+e+n)+(c+f+r)\Big|-$

$-(c+f+r)-(4(a+d+m)+2(b+e+n))$

$5(a+d+m)+1(b+e+n)\cancel{+(c+f+r)}=12(a+d+m)+2(b+e+n)=0\Big|-10(a+d+m)$

$-2(b+e+n)$

$2(a+d+m)=0$

$(a+d+m)=0$

$(b+e+n)=0$

Отсюда $f(x)+g(x)+h(x)=x^2\cdot 0+x\cdot 0+const$

ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	6	3	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Наиб. возможное $n=59$, т.к. при $n=60$ $2n+2=122$, а $2n+2<120$ по усл. Рассмотрим случай, когда Вася берёт орехи из клеток со всеми номерами и (возможными) начиная с 1:

В.	1	2	3	5	7	9	10	11	13	14	15	17	18	19	21	23	25	26	27	29	31	33	34	35
К.	4	6	8	12	16	20	22	24	28	30	32	36	38	40	44	48	52	54	56	60	64	68	70	72

В. 37 39 41 42 43 45 46 47 49 50 51 53 55 57 58 59

В этом случае каждый из них получил 40 орехов

Ответ: 40 орехов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	1	4	0	9	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Боков

Имя Адам

Отчество Исрапилович

Дата рождения 05.07.2002 **Класс** 9

ОУ, местоположение МАОУ Лицей №9 „Лидер", г. Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 89659004781 **Подпись** Боков

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 1 4 0 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	Σ
20	20	6	18	16	80

Задача №1. Пусть выражение равно некоторому x^2.

$\frac{\frac{m+n}{2}+\sqrt{mn}}{2}=x^2$, умножим на 4 (можем это сделать, т.к. обе части >0)

$m+n+2\sqrt{mn}=4x^2$

$(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2=4x^2$

$\sqrt{m}+\sqrt{n}=2x$

Корни из m и n в сумме дают какое-то ~~двух~~ четное число.
Найдем все пары (m, n) такие, что $m<n<2018$ и $\sqrt{m}+\sqrt{n}=$ четное число. Но для начала определим, какое наиб. значение может принять $\sqrt{n}$, при условии, что это - натуральное число.

$45^2=2025>2018$, $\sqrt{n}=45$ быть не может. $44^2=1936<2018$, значит, наиб. $\sqrt{n}=44$.

Тогда найдем все пары различных чисел, в сумме дающих четное число.

1) $\sqrt{m}=1$. Суммы $1+3, 1+5, 1+7 \dots 1+43$ — 21 пара.
2) $\sqrt{m}=2$. Суммы: $2+4, 2+6, 2+8 \dots 2+44$ — 21 пара.
3) $\sqrt{m}=3$. Суммы: $3+5, 3+7, \dots 3+43$ — 20 пар.
4) $\sqrt{m}=4$. Суммы. $4+6, 4+8 \dots 4+44$ — 20 пар.

...

42) $\sqrt{m}=42$. Суммы: $42+44$ — 1 пара.

Для $\sqrt{m}=43$ и $\sqrt{m}=44$ пар нет, т.к. должно быть в сумме четное число и слагаемые должны быть различны.
Мы складываем либо два четных, либо два нечетных числа, находя число пар, увеличивая $\sqrt{m}$ на 1. Каждый раз, когда $\sqrt{m}$ два раза увеличился на 1, число пар уменьшалось на 1, т.к. мы „выбрасываем" одно четное или одно нечетное число, меньшее $\sqrt{m}$. Таким образом, число пар $(\sqrt{m}, \sqrt{n})$.

$2(1+2+3+4\dots+21)=462$.

Значит, и пар чисел (m, n) тоже 462, мы в соответствие каждому $\sqrt{m}$ и $\sqrt{n}$ ставим квадрат целого числа.
Если бы m и n не были квадратами чисел, то $\sqrt{m}+\sqrt{n}=$ иррац. число, а 2x — число рациональное и целое по условию.

Ответ: 462 пары

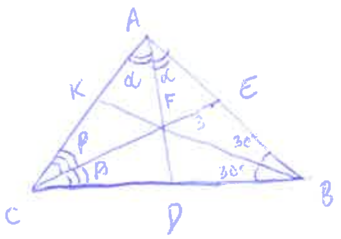
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 1 4 0 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №2.



Дано: $\triangle ABC$. AD, CE, BK – биссектрисы. F – т. пересечения AD, CE, BK. $\angle ABF = 30^\circ$. $FE = 3$.

Найти: FD.

Решение: т.к. BK – биссектриса, то $\angle ABF = \angle CBF = 30^\circ$

Пусть $\angle CAD = \angle BAD = \alpha$ (AD – бисс.), а $\angle ACE = \angle BCE = \beta$ (CE – бисс.).

Сумма углов в $\triangle$-ке $= 180^\circ$, $\Rightarrow$ $\angle A + \angle C + \angle B = 2\alpha + 2\beta + 2 \cdot 30^\circ = 180^\circ$;

$2\alpha + 2\beta = 180 - 2 \cdot 30 = 120$, $\Rightarrow$ $\alpha + \beta = 60^\circ$.

В $\triangle$-ке AFC $\angle AFC = 180 - \alpha - \beta = 120^\circ$; $\angle DFE$ – вертикальный с $\angle AFC$, $\Rightarrow$ $\angle DFE = \angle AFC = 120^\circ$.

Рассмотрим $BEFD$. $\angle B + \angle F = 120 + 2 \cdot 30 = 180^\circ$, $\Rightarrow$ около $BEFD$ можно описать окружность. Т.к. $\angle FBE = \angle FBD$, то они опираются на равные дуги, а значит и хорды, стягивающие эти дуги, равны, $\Rightarrow$ $FE = DF = 3$

Ответ: $FD = 3$

Задача №3. $f(1) = g(2) = h(3)$; $f(2) = g(3) = h(1)$, $f(3) = g(1) = h(2)$, $\Rightarrow$?

$\Rightarrow$ $f(1) = g(1) = h(1)$; $f(2) = g(2) = h(2)$; $f(3) = g(3) = h(3)$

пусть ко-ты в $f(x)$ равны a_1, b_1, c_1; в $g(x)$ a_2, b_2, c_2; в $h(x)$ a_3, b_3, c_3

Выпишем все получившиеся трёхчлены в виде равенств:

I. $f(1) = a_1 + b_1 + c_1 = g(1) = a_2 + b_2 + c_2 = h(1) = a_3 + b_3 + c_3$

II. $f(2) = 4a_1 + 2b_1 + c_1 = g(2) = 4a_2 + 2b_2 + c_2 = h(2) = 4a_3 + 2b_3 + c_3$

III. $f(3) = 9a_1 + 3b_1 + c_1 = g(3) = 9a_2 + 3b_2 + c_2 = h(3) = 9a_3 + 3b_3 + c_3$

Вычтем из II-го I-е, получим:

$3a_1 + b_1 = 3a_2 + b_2 = 3a_3 + b_3$; домножим на 3:

IV. $9a_1 + 3b_1 = 9a_2 + 3b_2 = 9a_3 + 3b_3$.

Вычтем из III-го IV-е, получим:

V. $c_1 = c_2 = c_3$ $\Rightarrow$ ко-ты c равны во всех трёхчленах.

Вычтем из I-го V-е, получим:

VI. $a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = a_3 + b_3$

Вычтем из II сначала V, затем удвоенное VI, получим:

$2a_1 = 2a_2 = 2a_3$, что равносильно VII. $a_1 = a_2 = a_3$, $\Rightarrow$ все a равны.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Вычтем из I сначала V, затем VII, получим:

$b_1=b_2=b_3$, $\Rightarrow$ все ко-фы в в трёхчленах равны.

Мы выяснили, что все ко-фы равны. По нам известно, что, к примеру, $f(1)=g(2)=h(3)$, или:

$a_1+b_1+c_1=4a_2+2b_2+c_2=9a_3+3b_3+c_3$

$a_1=a_2=a_3$, $b_1=b_2=b_3$, $c_1=c_2=c_3$. Можем сократить. Получим

$0=2a_2=7a_3+b_3$, из чего следует, что

$a_1=a_2=a_3=0$, $b_1=b_2=b_3=0$.

Значит, $f(x)+g(x)+h(x)=a_1x^2+b_1x+c_1+a_2x^2+b_2x+c_2+$

$+a_3x^2+b_3x+c_3=c_1+c_2+c_3=3c_1=3c_2=3c_3$, c – независимый коэф,

$\Rightarrow$ $f(x)+g(x)+h(x)=const$, ч.т.д.

Задача №4. $(r-p)(r-q)(q-p)+1=3p+5q$

Допустим, среди чисел p, q, r нет 2. Тогда левая часть окажется нечетной, а правая четной, противоречие (все простые числа, кроме 2 – неч.)

$$\underbrace{\underbrace{(r-p)}_{ч}\underbrace{(r-q)}_{ч}\underbrace{(q-p)}_{ч}+\underbrace{1}_{неч}}_{неч}=\underbrace{\underbrace{3p}_{неч}+\underbrace{5q}_{неч}}_{ч}$$

Значит, $p=2$. Почему p? Потому что 2 – наименьшее простое число, а p – наименьшее из тройки p, q, r, $\Rightarrow$ только p может быть равно 2. Заменим p:

$(r-2)(r-q)(q-2)+1=3\cdot2+5q=6+5q$

$(r-2)(r-q)(q-2)=5+5q$

По условию $r>q$. Значит, $r-2>q-2$. Составим неравенство:

$(r-2)(r-q)(q-2)>(r-q)(q-2)^2>(q-2)^2$, т.к. $r-q>1$

Чтобы найти всевозможные q, ~~найдем~~ решим неравенство

$(q-2)^2>5+5q$

$q^2-2q+4>5+5q$

$q^2-7q-1>0$

$D=49+4=53$

$q_1=\frac{7-\sqrt{53}}{2}$, $q_2=\frac{7+\sqrt{53}}{2}$

$q>0$, $\Rightarrow$ ветви ↑, $\Rightarrow$ $q\in\left(-\infty;\frac{7-\sqrt{53}}{2}\right)\cup\left(\frac{7+\sqrt{53}}{2};+\infty\right)$

В этой области все q такие, что $(q-2)^2>5+5q$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	1	0	0	0	0	1	4	0	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Но если это так, то $(r-2)(r-q)(q-2) > 5+5q$, значит, ищем q в области $\left(\frac{7-\sqrt{53}}{2}; \frac{7+\sqrt{53}}{2}\right)$. В этой области имеется 4 простых числа: 2, 3, 5, 7. $p=2$, рассмотрим все q_x от 3 до 7.

1) $q=3$

$(r-2)(r-3)\cdot 1 = 5+15=20$, $\Rightarrow$ $r=7$ Пока подходит.

2) $q=5$

$(r-2)(r-5)\cdot 3 = 5+25=30$

$(r-2)(r-5)=10$, $\Rightarrow$ $r=7$. Пока подходит.

3) $q=7$

$(r-2)(r-7)\cdot 5 = 5+35=40$

$(r-2)(r-7)=8$, простого r, большего q не существует.

Теперь проверим, что $\cancel{(r-2)(r-q)(q-2)=5+5q}$ $(r-p)(r-q)(q-p)+1 = 3p+5q$ с полученными числами будет являться простым.

1) $p=2$, $q=3$, $r=7$.

$5\cdot 4\cdot 1+1 = 3\cdot 2+5\cdot 3=21$, не простое, $\Rightarrow$ не подходит.

2) $p=2$, $q=5$, $r=7$.

$5\cdot 2\cdot 3+1 = 3\cdot 2+5\cdot 5=31$, простое, $\Rightarrow$ подходит, и это единственная подходящая тройка чисел.

Ответ: $p=2$, $q=5$, $r=7$.

Задача №5. Ответ: 33

• Почему не больше? Для начала определим, что у Коли могли быть только четные орехи, т.к. $2n+2=2(n+1)$ – четное. Если у Васи четный орех, то у Коли номер не делится на 4. Если у Васи нечетный орех, то у Коли номер $\vdots 4$. ~~Допустим, у них по 38 орехов.~~ ~~Всего от~~ 1 до 100 – 50 четных чисел, значит, для использования Васей осталось 12 четных чисел. Если он возьмет их все, то останется 26 орехов, которые должны быть кратны 4 (т.к. взял четные), а от 1 до 100 столько нет. Если бы он взял меньше 12, то осталось бы еще больше орехов, кратных 4, чего быть не может (если все ч числа использованы, то Вася берёт из нечетных, тогда у Коли соответствующие им сравны делиться на 4). Значит, больше 37 нельзя.

• Почему 37 подходит? Приведём пример в виде таблицы.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 1 4 0 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ Васи 1 2 3 5 7 9 10 11 13 14 15 17 18 19 21 22 23 25 26 27 29 30 31
№ Коли 4 6 8 12 16 20 22

№ Васи 33 34 35 37 38 39 41 42 43 45 46 47 49
№ Коли

Почему нельзя 34? Наибольшее число номера ореха Васи равно 49. От 1 до 49 – 25 неч. и 24 ч. чисел. Если он берёт 34, то всего задействовано 68 номеров, среди которых не ~~более~~ менее 18 нечетных (т.к. всего 50 чётных чисел от 1 до 100). Значит, не менее 18 среди них – делятся на 4. Но мы не сможем подобрать так, чтобы было 34.

Пример для 33 (почему ~~было~~ подходит).

№ Васи 1 2 3 5 7 9 10 11 13 14 15 17 18 19 20 21 22 23 25 26 27 29 30 31 33 34 35 37 38 39 41 42 43
№ Коли 4 6 8 12 16 20 22 24 28 30 32 36 38 40 44 46 48 52 54 56 60 62 64 68 70 72 76 78 80 84 86 88

45 46 47 49
92 94 96 100

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	2	6	4	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Сверпова

Имя Дарья

Отчество Владимировна

Дата рождения 04.09.2002г **Класс** 9

ОУ, местоположение МБОУ СШ № 85, г. Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 3.3.2018г

Номер телефона 89232891703 **Подпись** Дар.Свер

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М 1 0 0 0 0 1 2 6 4 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Если k - целое число, $\frac{\frac{m+n}{2}+\sqrt{mn}}{2}=k^2$, $\frac{m+2\sqrt{mn}+n}{2}=2k^2$, $(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2=4k^2$; $\sqrt{m}+\sqrt{n}=2k$. Т.к. $m<n<2018$, $\sqrt{m}<\sqrt{n}\le 44$. $\sqrt{m}+\sqrt{n}$ - четное число, значит и m и n должны быть или оба нечетными, или оба четными. Одинаково для четных и нечетных есть 21 вариант, какое число $\sqrt{m}$ (от 1 до 41 или от 2 до 42), и для каждого из них есть несколько вариантов $\sqrt{n}$. Всего различных вариантов:

$2\cdot\frac{21\cdot 22}{2}=21\cdot 22=462$.

Ответ: 462 пары.

1	2	3	4	5	Σ
20	0	20	10	8	58

№5 $2(n+1)\le 100 \Rightarrow n\le 49$ - Вася может взять орех с номером не больше, чем 49. Если Вася возьмет все нечетные орехи ≤ 49, Коля может взять столько же орехов. Всего получается 50. Осталось 25 нечетных >49, которые мы не сможем использовать, и 25 четных, но не делящихся на 4. Из них можно образовать 9 пар $n : 2(n+1)$. (Не 12, т.к. некоторые числа может взять и Вася и Коля)

Всего взяли орехов $25\cdot 2+9\cdot 2=68$

~~[illegible]~~

№4 Т.к. $3p+5q$ - простое число, оно или равно 2, или нечетно. Оно не может быть равно 2, т.к. тогда p и q должны быть отрицательными или дробными, но они простые. Если и p и q нечетные, $3p+5q$ - четно, значит или p, или q четно. Т.к. $p<q$ и 2 - единственное четное простое число, $p=2$. $5q+6$ - всегда простое число, если q - простое ~~[illegible]~~ и $q\ge 3$ (т.к. $5q$ и 6 - взаимно просты). Остается найти пары (q, r), чтобы $(r-2)(r-q)(q-2)+1=5q+6$ = простому числу

$(r-2)(r-q)(q-2)=5(q+1)$. Один из ?сомножителей правой части должен быть равен ~~[illegible]~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	2	6	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тогда или $r=7$ $(r-2=5)$, или $q=7$ $(q-2=5)$. $r-q$ не могут быть $=5$, т.к. они оба нечетные.

Если $r=7$: $5(7-q)(q-2)=5(7+q)$; $q^2-8q+15=0$, $(q-3)(q-5)=0 \Rightarrow q=3$ или $q=5$. Если $q=3$, $(r-p)(r-q)(q-p)+1=21$, а это не простое число.

Если $q=7$; $5(r-2)(r-7)=5\cdot 8$; $r^2-9r+1=0$ имеет иррациональные корни.

Ответ: $p=2$, $q=5$, $r=7$.

№3 $f(x)=a_1x^2+b_1x+c_1$; $g(x)=a_2x^2+b_2x+c_2$; $h(x)=a_3x^2+b_3x+c_3$; $f(x)+g(x)+h(x)=ax^2+bx+c=(a_1+a_2+a_3)x^2+(b_1+b_2+b_3)x+(c_1+c_2+c_3)$

$$+\begin{cases} f(1)=g(2)=h(3) \\ h(1)=f(2)=g(3) \\ g(1)=h(2)=f(3) \end{cases}$$

$f(1)+h(1)+g(1)=g(2)+f(2)+h(2)=h(3)+g(3)+f(3)$

$a+b+c=4a+2b+c=9a+3b+c.$

$$\begin{cases} (4a+2b+c)-(a+b+c)=0 \\ (9a+3b+c)-(4a+2b+c)=0 \\ (9a+3b+c)-(a+b+c)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a+b=0 \\ 5a+b=0 \\ 8a+2b=0 \end{cases}$$

$3a+b=5a+b$
$3a=5a$
$a=0$

$3a+b=0$
$0+b=0$
$b=0$

$f(x)+g(x)+h(x)=0\cdot x^2+0\cdot x+c=c.$

№2 Не хватает информации для нахождения однозначного значения FD.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	6	3	0	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия СУПРУНЕЦ

Имя ВАДИМ

Отчество ВАСИЛЬЕВИЧ

Дата рождения 14.03.2002 **Класс** 9

ОУ, местоположение г. Красноярск, МАОУ Лицей №9 "Лидер"

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 89082205550 **Подпись** Су

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	0	0	6	3	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$$\frac{\frac{m+n}{2}+\sqrt{mn}}{2} = \frac{\frac{m+n+2\sqrt{mn}}{2}}{2} = \frac{m+n+2\sqrt{mn}}{4} = \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2}{2^2}$$

т.к это число является квадратом целого числа ⇒ m и n тоже являются квадратами целых чисел, но т.к $\sqrt{mn}$ – тоже целое число и $\sqrt{m}+\sqrt{n}$ кратно 2 ⇒ m и n имеют одинаковую четность. Если $m=44$, то n мы можем выбрать 21 способами (кол-во четных чисел от 1 и до 42). Для $m=43$, n мы можем выбрать также 21 способами. Количество выбора пар для m и n – четных $C_{22}^{2} = \frac{22!}{20!\,2!} = \frac{21\cdot 22}{2}$, для m и n–нечетных $C_{22}^{2} = \frac{22!}{20!\,2!} = \frac{21\cdot 22}{2}$ ⇒ всего количество пар $(m, n) = \frac{21\cdot 22}{2} + \frac{21\cdot 22}{2} = 21\cdot 22 = 462$. $\frac{44\cdot 21}{2} = 462$ (т.к для каждого m – 21 n, но потом они просто будут меняться местами).

Ответ: 462 пары чисел m и n.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	6	16	82

№3

Т.к $f(1)=g(2)=h(3)$; $f(2)=g(3)=h(1)$; $f(3)=g(1)=h(2)$, то $f(1)+h(1)+g(1)=f(2)+g(2)+h(2)=f(3)+g(3)+h(3)$. Пусть $K(x)=f(x)+h(x)+g(x)$ ⇒ $K(1)=K(2)=K(3)=m$. Пусть $K(x)=ax^2+bx+c$ ⇒

$$\begin{cases} K(1)=a+b+c=m \\ K(2)=4a+2b+c=m \\ K(3)=9a+3b+c=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 9a+3b+c-4a-2b-c=m-m \\ 5a+b=0 \\ 4a+2b+c-a-b-c=m-m \\ 3a+b=0 \end{array}$$

$$\begin{cases} 5a+b=0 \\ 3a+b=0 \end{cases} \Rightarrow 2a=0,\ a=0 \quad \text{т.к } 5a+b=0 \Rightarrow b=0 \Rightarrow K(x)=0\cdot x^2+0\cdot x+c = c \Rightarrow f(x)+g(x)+h(x)=c$$

Поэтому $K(x)=const \Rightarrow f(x)+g(x)+h(x)=const$

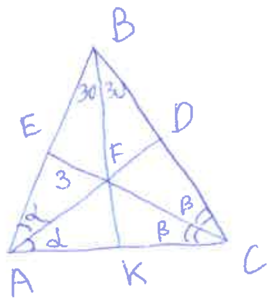
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 0 6 3 0 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2



$\angle ABF=30$; $FE=3$

т.к BK – биссектриса по условию $\Rightarrow \angle ABF=\angle KBC=30 \Rightarrow$

$\angle ABC=2\angle ABF=60$

Пусть $\angle DAC=\angle EAD=\alpha$ (AD-биссектриса по условию)

$\angle DCE=\angle ECA=\beta$ (CE – биссектриса по условию)

т.к $\angle ABC+\angle BAC+\angle BCA=180 \Rightarrow 60+2\alpha+2\beta=180$

$2\alpha+2\beta=120 \Rightarrow \alpha+\beta=60$. Рассмотрим $\triangle AFC$.

$\alpha+\beta+\angle AFC=180$, но т.к $\alpha+\beta=60 \Rightarrow \angle AFC=180-60=120$

$\angle AFC=\angle EFD$ (как вертикальные). В четырехугольнике $EBDF$ $\angle EBD=60$, $\angle EFD=120$, т.к $\angle EBD+\angle EFD=120+60=180 \Rightarrow EBDF$ – вписанный.

$\angle EBF=\angle FBD$ и они являются вписанными $\Rightarrow$ $\smile EF=\smile FD \Rightarrow EF=FD$, т.к опираются на равные дуги $\Rightarrow FD=EF=3$

($\smile EF=\smile FD$)

Ответ: 3

№5

Внезависимости от четности n, число $2n+2$ – всегда четное $\Rightarrow$ у Коли всегда будут клетки с номерам четными, Если n – нечетное то, если $n=2k+1$, то $2n+2=4k+2+2=4k+4 \Rightarrow$ при n – нечетном $2n+2$ кратно 4. Но при этом у Васи не может быть клетка с номерам большими 49, т.к $49\cdot 2+2=100$, а на полосе всего 100 клеток, $\Rightarrow$ у Васи есть клетки с нечетными номерами от 1 до 49, то есть всего 25 клеток, а у Коли соответствующие им номера клеток кратные 4. Если же Вася будет использовать клетки с номерами кратными 4, то у Коли будут номера также кратные 4 и они будут совпадать у Коли, и у Васи, что невозможно. Коля может использовать клетки с четными номерами, но не кратными 4 (иначе их общее количество орехов не будет максимальным). Эти номера разбиваются на пары: 2-6; 10-22; 14-30; 18-38; 26-54; 34-70; 42-86; 46-94; 50 мы не можем использовать, т.к $50\cdot 2+2>100$, что противоречит условию.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 0 6 3 0 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

У нас есть 8 пар чисел. Всего 16 чисел. Если мы используем число, то парное ему (в паре с ним) мы использовать не можем, т.к оно переходит к другому мальчику ⇒ Вася может взять только 8 из этих 16 чисел (при чем только первые в каждой паре) ⇒ у него будет 25+8= 33 числа, и у Толи тоже будет 33 числа. Всего у них будет 66 чисел. Больше чисел быть не может, т.к если Толя будет использовать числа ~~кратные~~ четырем, то он не сможет использовать нечетные числа, иначе они будут совпадать. Также если Вася будет использовать числа кратные 4, то у Толи не хватит клеток чтобы у них были номер 2n+2, т.к некоторые из них должны будут быть кратны 4, А четные числа не кратные 4, мы уже доказали, что Вася может использовать, только 8. Т.к у него всего 12 чисел: 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46 ($50 \cdot 2+2>100$). При этом среди них есть 8 парных чисел, то есть использовав какое-то уже нельзя использовать одно другое число ⇒ он может использовать максимум $12-8+\frac{8}{2}=4+4=8$ ⇒ у него максимум 33 числа. И мы уже привели пример, когда у Толи также будут 33 числа, такие чтобы выполнялось условие и они отличались от Васиных чисел. Всего 33+33=66 орехов.

Ответ: 66 чисел (орехов).

N4

Т.к $p<q<r$ и $p \geq 2$, Рассмотрим 2 случая

1) $p>2$ ⇒ p – нечетное ⇒ $3p+5q$ – четное, т.к p и q – нечетные, а нечетное + нечетное = четное, но $(r-p)(r-q)(q-p)+1$ = четное · четное · четное + нечетное = четное + нечетное = нечетное, что невозможно т.к $A=B$ (по условию). ⇒ $p=2$

2) $p=2$ ⇒ $B=6+5q$, $A=(r-2)(r-q)(q-2)+1$

т.к $B=A$

$6+5q=(r-2)(r-q)(q-2)+1$ (если $q-2=5$ ⇒ $q=7$, а $r=5$, что невозможно)

$5(1+q)=(r-2)(r-q)(q-2)$ очевидно, что $r-2=5$?, а $1+q=(r-q)(q-2)$

$r=7$ ⇒ $1+q=(7-q)(q-2)$ ⇒ $7q-14-q^2+2q=1+q$ ⇒ $-q^2+8q-15=0$

$D=64-4\cdot(-1)\cdot(-15)=4$, $\sqrt{D}=2$ $q_1=\frac{-8-2}{2}=5$ $q_2=\frac{-8+2}{2}=3$

при $q=5$ $6+25=31$ – простое, при $q=3$ $6+15=21$ – не простое ⇒ $q=5$

Ответ: $p=2$; $q=5$; $r=7$ (я нашел только 1 пару)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	1	0	5	0	1	8

Город. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия Гаямов

Имя Никита

Отчество Владимирович

Дата рождения 14.08.01 **Класс** 10

ОУ, местоположение Лицей 9, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона + 7 913 5545148 **Подпись** Г. Н.

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | МА00001050018

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

					Σ
20	15	0	0	20	55

1 I сумма от 1 до $n = \frac{(1+n)n}{2}$,

сумма от 1 до $n+1 = \frac{(1+n)n}{2} + n+1$

II $\begin{cases} \frac{(1+n)n}{2} \vdots 10 \\ \frac{(1+n)n}{2} + n+1 \vdots 10 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{(1+n)n}{2} \vdots 10 \\ n+1 \vdots 10 \end{cases}$ (т.к. первое слагаемое должно быть $\vdots 10$)

Во второй строке n может быть равен 19 29 39 49 59 69 79 89 99.

подставя $n=19$ в 1 уравнение, получаем:

$$\frac{(1+19)19}{2} = \frac{20\cdot 19}{2} = 190 \vdots 10$$

Ответ: 19

2. $\begin{cases} x^2+y^2=18 \\ x^3+y^3=54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2-2xy=18 \\ (x+y)(x^2-xy+y^2)=54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2-2xy=18 \\ (x+y)(18-xy) \end{cases}$ *подставили из первого ур-ния*

Пусть $x+y=a$, $xy=b$, тогда

$\begin{cases} a^2-2b=18 \\ a(18-b)=54 \end{cases}$ $\begin{cases} b=\frac{a^2-18}{2} \\ 18a-\frac{a^3-18a}{2}=54 \end{cases}$, рассмотрим 2-ое ур-ние

$18a-\left(\frac{a^3-18a}{2}\right)=54$

$36a-a^3+18a=108$

$a^3-54a+108=0$ $(a-6)(a^2+6a-18)=0$

	1	0	−54	108
6	1	6	−18	0

$a=6$ $b=9$

$a=3-3\sqrt{3}$ $b=9+9\sqrt{3}$

$a=-3+3\sqrt{3}$ $b=9-9\sqrt{3}$

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	0	5	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) $\begin{cases} x+y=6 \\ xy=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x=3 \\ y=3 \end{matrix}$

$\begin{cases} x+y=-3-3\sqrt3 \\ xy=9+9\sqrt3 \end{cases} \Leftrightarrow x^2-(-3-3\sqrt3)x+9+9\sqrt3$ – ~~теорема~~ обратной теорема Виета

$D=(-3-3\sqrt3)^2-4\cdot1(9+9\sqrt3)<0, \Rightarrow$ ~~корней~~ нет

$\begin{cases} x+y=-3+3\sqrt3 \\ xy=9-9\sqrt3 \end{cases} \Leftrightarrow x^2-(-3+3\sqrt3)+9-9\sqrt3$ верно

$D=(-3+3\sqrt3)^2-4\cdot1\cdot(9-9\sqrt3)=36-18\sqrt3-36+36\sqrt3=16\sqrt3$

$x_1=\frac{-3+3\sqrt3+16\sqrt3}{2}=\frac{19\sqrt3-3}{2}$ $\sqrt{D}$!

$x_2=\frac{-3+3\sqrt3-16\sqrt3}{2}=\frac{-13\sqrt3-3}{2}$

$\Downarrow$

$x_1=3 \quad y=3$

$x_2=\frac{19\sqrt3-3}{2} \quad y_2=\frac{-13\sqrt3-3}{2}$

$x_3=\frac{-13\sqrt3-3}{2} \quad y_3=\frac{19\sqrt3-3}{2}$

Ответ: $\left\{(3;3), \left(\frac{-13\sqrt3-3}{2}; \frac{19\sqrt3-3}{2}\right), \left(\frac{19\sqrt3-3}{2}; \frac{-13\sqrt3-3}{2}\right)\right\}$

5) $\frac{3}{3-x}+\frac{12}{12-y}=\frac{36-3y+36-12x}{36-3y+12x+xy}$, ~~36~~ $x\cdot y=1$ $y=\frac{1}{x}$, замена

$\frac{36-3\cdot\frac{1}{x}+36-12x}{36-3\frac{1}{x}+12x+1}\cdot x = \frac{-12x^2+72x-3}{-12x^2+37x-3}=1-\frac{35x}{12x^2-37x+3}$

пусть $f(x)=1-\frac{35x}{12x^2-37x+3}$ тогда задача сводится к нахождению значения в минимума. Для этого найдем $f'(x)$

$f'(x)=\left(1-\frac{35x}{12x^2-37x+3}\right)'=-\frac{(35x)'(12x^2-37x+3)+35x(12x^2-37x+3)'}{(12x^2-37x+3)^2}=$

$=-\frac{35(12x^2-37x+3)+35x(24x-37)}{(12x^2-37x+3)^2}=\left(\frac{-420x^2+105}{(12x^2-37x+3)^2}\right)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

найдем экстремум. т.м.

$-\left(\dfrac{-420x^2+105}{(12x^2-37x+3)^2}\right)=0$ ОДЗ $12x^2-37x+3\neq 0$

$-420x^2+105=0 \mid :105$

$4x^2=1$

$x^2=\frac{1}{4}$

$x=\pm\frac{1}{2}$

$x=\frac{1}{2}$ (по условию $x>0$)

по ОДЗ подходит. $12\frac{1}{4}-37\cdot\frac{1}{2}+3<0$

подставляем в уравнение $\dfrac{3}{3-\frac{1}{2}}+\dfrac{12}{12-\frac{1}{2}}=$

$=\dfrac{3}{2\frac{1}{2}}+\dfrac{12}{10}=\dfrac{3}{\frac{5}{2}}+\dfrac{12}{10}=\dfrac{6}{5}+\dfrac{12}{10}=\dfrac{12}{10}+\dfrac{12}{10}=2,4$

Ответ: 2,4.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КРАСНОЯРСК, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

M	A	0	0	0	0	1	3	2	9	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия ЦЫКИНА

Имя ДИАНА

Отчество ВИТАЛЬЕВНА

Дата рождения 7.06.00 **Класс** 10

ОУ, местоположение ~~М~~ ГИМНАЗИЯ N13, КРАСНОЯРСК

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 2516636 **Подпись** Д.Цык

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 2 | 9 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Воспользуемся формулой арифметической прогрессии $S_n = \frac{(a_1+a_n)n}{2}$

Σ

10	20	30	10	43

Тогда $\begin{cases} \frac{(1+n)n}{2} \vdots 10 \\ \frac{(2+n)(1+n)}{2} \vdots 10 \end{cases}$

? Наименьшее значение n, при котором выполняется условие системы равно 19.

Ответ: $n = 19$.

№5

Дано: $\frac{3}{3-x} + \frac{12}{12-y}$ $\quad 0<x<3,\ 0<y<12,\ xy=1$

$$\frac{3}{3-x} + \frac{12}{12-y} = \frac{36-3y+36-12x}{36-3y-12x+xy} =$$

т.к. $xy = 1$.

$$= \frac{72-3y-12x}{37-3y-12x}$$

$0 < x < 3$

$0 < 12x < 36$

$0 < y < 12$

$0 < 3y < 36$

$$+\begin{cases} 0 < 3y < 36 \\ 0 < 12x < 36 \end{cases}$$

$0 < 3y+12x < 72$

Пусть $a = 3y+12x$

Тогда $0 < a < 72$

$$\frac{72-a}{37-a} = 1 + \frac{35}{37-a}$$

Чтобы дробь $\frac{35}{37-a}$ принимала наименьшее значение необходимо, чтобы $(37-a)$ было максимальным. Тогда это значение будет принимается при $a = 1$. ?

$1 + \frac{35}{37-1} = 1\frac{35}{36}$

Ответ: $1\frac{35}{36}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	0	1	3	2	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Дано: выпуклый 111-угольник
$P = 156$.

Док-ть: найдутся три вершины, образующие треуг., площадь треугольника, образованного трёх данных вершин $S < 1$.

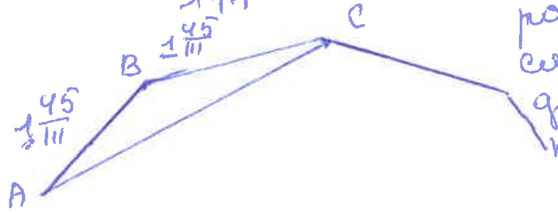
Док-во: Рассмотрим случай, при котором наибольшие значения ~~углов~~ углов и сторон 111-угольник будут ~~при~~ равны значениям углов и сторон данного 111-угольника, если бы он был правильным. максимальны

Тогда наибольший угол 111-угольника

$$\alpha = \frac{109 \cdot 180}{111} = 176\frac{84}{111}^\circ$$

а наибольшая сторона будет равна

$$a = \frac{156}{111} = 1\frac{45}{111}$$



рассматриваем случай, в котором для образования треугольника берем три подряд идущие вершины.

По т. косинусов в $\triangle ABC$

$$AC = \sqrt{2\left(1\frac{45}{111}\right)^2 - 2\cdot\left(1\frac{45}{111}\right)^2 \cos 176\frac{84}{111}^\circ}$$

Для удобства вычислений, округлим

$1\frac{45}{111} \approx 1,5$, $176\frac{84}{111}^\circ \approx 180^\circ$

Тогда $AC = 3$, поскольку мы округляли и $AB+BC>AC$, то $AC<3$

По формуле Герона при округл. $p = \frac{1,5+1,5+3}{2}$, $\frac{p}{2} < 3$

~~$S =$~~ $\frac{p}{2} <$

$$S = \sqrt{\frac{p}{2}\left(\frac{p}{2} - 1,5\right)\left(\frac{p}{2} - 1,5\right)\left(\frac{p}{2} - AC\right)}$$

подкоренное знач. принимает значение < 2

$S < 1$.

ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2.

M	A	0	0	0	0	1	3	2	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

$$\begin{cases} x^2+y^2=18 \\ x^3+y^3=54 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=18 \\ (x+y)(x^2-xy+y^2)=54 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2=18 \\ (x+y)(18-xy)=54 \quad (*) \end{cases}$$

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

$(x+y)^2=18+2xy$

$xy=\dfrac{(x+y)^2-18}{2}$

$(*)$ $(x+y)(18-xy)=54$

$(x+y)\left(18-\dfrac{(x+y)^2-18}{2}\right)=54$

Пусть $a=x+y$

$a\left(18-\dfrac{a^2-18}{2}\right)=54$

$a(36-a^2+18)=108$

$a^3-54a+108=0$

~~$a^3-54a+18$~~

$$\begin{array}{l|l} a^3+0\cdot a^2-54a+108 & a-6 \\ \hline -\ a^3-6a^2 & a^2+6a-18 \\ \quad 6a^2-54a & \\ -\ 6a^2-36a & \\ \quad -18a+108 & \\ -\ -18a+108 & \\ \quad 0 & \end{array}$$

$(a-6)(a^2+6a-18)=0$

$a=6$ или $a^2+6a-18=0$

$x+y=6$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$$

$(3,3)$

$D=36-4\cdot(-18)=108$

$a_{1,2}=\dfrac{-6\pm6\sqrt3}{2}=-3\pm3\sqrt3$

$x+y=-3-3\sqrt3$ не подходит, т.к $(x+y)>0$, поскольку $x^3+y^3>0$

$x+y=-3+3\sqrt3$

$(x+y)^2=(-3+3\sqrt3)^2$

$x^2+2xy+y^2=36-18\sqrt3$

$2xy=18-18\sqrt3$

$xy=9-9\sqrt3$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	3	2	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} xy = 9 - 9\sqrt{3} \\ x + y = -3 + 3\sqrt{3} \end{cases}$$

$$y = -3 + 3\sqrt{3} - x$$

$$-3x + 3\sqrt{3}x - x^2 = 9 - 9\sqrt{3}$$

$$x^2 + x(3 - 3\sqrt{3}) + 9 - 9\sqrt{3} = 0$$

$$D = 9 - 18\sqrt{3} + 27 - 36 + 36\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 + 3\sqrt{3} \pm \sqrt{18\sqrt{3}}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 3\sqrt{3} + \cancel{18}\ 3\sqrt[4]{12}}{2}$$

$$y_1 = \frac{(-3 + 3\sqrt{3}) \cdot 2 + 3 - 3\sqrt{3} - 3\sqrt[4]{12}}{2} = \frac{-3 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt[4]{12}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt[4]{12}}{2}$$

$$y_2 = \frac{-3 + 3\sqrt{3} + 3\sqrt[4]{12}}{2}$$

Ответ: $(3;3)$, $\left(\frac{-3 + 3\sqrt{3} + 3\sqrt[4]{12}}{2}; \frac{-3 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt[4]{12}}{2}\right)$, $\left(\frac{-3 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt[4]{12}}{2}; \frac{-3 + 3\sqrt{3} + 3\sqrt[4]{12}}{2}\right)$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Н	А	0	0	0	0	1	4	2	9	1	8

город Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Шумков

Имя Денис

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 18.07.01 **Класс** 10

ОУ, местоположение Лицей № 6, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 8-950-430-20-20 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	4	2	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Т.к. по условию к числу оканчивающемуся на 5 мы прибавили число x, а затем снова получили число, что оканчивается на 5, можно сказать, что это число - делится на 10.

По формуле суммы арифметической прогрессии от 1 до n:

$\frac{(n+1)n}{2}$, т.к. число оканчивается на 5, то

$\frac{(n+1)(n+2)}{2}$, где одно из чисел кратно десяти

то $n+1$ - число, что кратно 10,

это исходит из факта, что как и первое число, так и 2 заканчивается на 5, а следовательно, т.к. это последовательные числа, имеют общий множитель, который ~~и~~ дает разность в 10:

20; 30; 40 - возьмем несколько первых десяток $(n+1)$

$\frac{19 \cdot 20}{2} = 190$; $\frac{20 \cdot 21}{2} = 210$ - не подходит.

$\frac{29 \cdot 30}{2} = 435$ $\frac{30 \cdot 31}{2} = 465$ - подходит.

Ответ: $n = 29$.

					Σ
20	18	0	0	19	57

№2

$$\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ x^3+y^3=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} (x+y)^2-2xy=8 \\ (x+y)^3-3xy(x+y)=16 \end{array}$$

$(x+y)^3 = x^3+y^3+3x^2y+3xy^2$

Пусть $x+y=a$; $xy=b$, то

$$\begin{cases} a^2-2b=8 \\ a^3-3ab=16 \end{cases} \qquad b=\frac{a^2-8}{2}$$

$a^3 - \frac{3a^3+24a}{2} = 16 \Rightarrow 2a^3 - 3a^3+24a = 32$

$-a^3+24a=32$

$a^3-24a+32=0$.

$$\begin{array}{r|l} a^3-24a+32 & a-4 \\ \hline -\;a^3-4a^2 & a^2+4a-8 \\ 4a^2-24a & \\ -\;4a^2-16a & \\ -8a+32 & \\ -\;-8a+32 & \\ 0 & \end{array}$$

$a=4 \Rightarrow (a-4)(a^2+4a-8)=0$

$a=4 \Rightarrow b=\frac{4^2-8}{2}=4$

$\begin{array}{l} x+y=4 \\ x\cdot y=4 \end{array} \Rightarrow x=2;\ y=2$.

$a^2+4a-8=0$.

$D=16+32=48$

$x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{48}}{2}$ - рациональное.

Ответ: $(2;2)$.

$y=?$ Не закончено.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 2 | 9 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 №5 Преобразуем:

$$\frac{2}{2-x}+\frac{8}{8-y}=\frac{16-2y+16-8x}{\underbrace{16+xy}_{1\text{ (по условию)}}-2y-8x}=\frac{32-2y-8x}{17-2y-8x}$$

$\Rightarrow$ При наименьшем $2y+8x$ — наименьшее значение.

$2y+8x=2y+\frac{8}{y}\Rightarrow$

наименьшее значение y:

$(2y+\frac{8}{y})'=0$

$2-\frac{8}{y^2}=0\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $y=2$; $x=0{,}5\Rightarrow$

$$\frac{32-4-4}{17-4-4}=\frac{24}{11}$$ 9

Ответ: наименьшее значение $=\frac{24}{11}$.

$\frac{9}{8}<\frac{8}{7}<\frac{6}{5}<\frac{5}{4}<\frac{4}{3}\ldots$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. КРАСНОЯРСК, СФУ | МА000023381 8

Площадка проведения (город, ОУ) | Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия СЕЛЕЗНЁВ

Имя ГЛЕБ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 02.10.2001 **Класс** 10

ОУ, местоположение ШКОЛА N7, КРАСНОЯРСК

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 12 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +79135870871 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | M | A | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 3 | 8 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

					Σ
20	19	18	17	20	94

N1

Пусть $S(X)$ – сумма чисел от 1 до X. Тогда, ~~тогда~~ по условию $S(n) = 5K$, т.к. если число оканчивается на 5, то оно делится на 5, здесь $K \in N$ и K-нечетное, и значит $S(n+1) = 5m$, где $m \in N$, $m > n$ и m-нечетное.

$S(n+1) - S(n) = n+1 = 5(m-n)$. т.к. нечетные числа => их разность четна и значит $n+1$ делится на 10. Значит n чем минимум 19, т.к. $n+1$ должно делиться на 10 и должно быть двузначным, 9 не подходит и значит для начала $n=19$.

~~Проверка:~~

$\cancel{S(19) = \frac{19\times 20}{2}}$

Но $n=19$ не подходит т.к.

$S(x) = \frac{x(x+1)}{2}$ и если $x+1 = 4 \cdot Z$, $Z \in N$ то это число четное, а 20 – это четное число => первая сумма не будет ~~делиться~~ ~~на~~ оканчиваться на 5. Значит и n минимум 29. Проверка:

$S(29) = \frac{29\times 30}{2} = 15 \cdot 29$ => оканчивается на 5 и

$S(30) = \frac{30\times 31}{2} = 15\times 31$ => оканчивается на 5

=> Ответ: $n=29$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 2 3 3 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$$\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ x^3+y^3=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=8 \\ (x+y)(x^2+y^2-xy)=16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=8 \\ (x+y)(8-xy)=16 \end{cases}$$

Пусть $x+y=a$, $xy=b$,

тогда система приобретает вид:

$$\begin{cases} a^2-2b=8 \\ a(8-b)=16 \end{cases} \quad \cancel{\Rightarrow a=\frac{16}{8-b}}, ~~причем~~ \cancel{b\neq 8}.$$

$$\cancel{\Rightarrow a^2-2b=\left(\frac{16}{8-b}\right)^2-2b=\frac{256}{64-16b+b^2}}-2b=8$$

$$\Rightarrow b=\frac{a^2-8}{2}$$

$$\Rightarrow a\left(8-\frac{(a^2-8)}{2}\right)=16$$

$$a\left(8-\frac{a^2}{2}-4\right)=16$$

$$a\left(12-\frac{a^2}{2}\right)=16$$

Заметим, что $a=4$ подходит.

Значит ~~левая часть~~ равенство представимо в виде: a^2+4a-8

$$12a-\frac{a^3}{2}-16=0 \Rightarrow (a-4)(a^2+4a-8)=0$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 2 3 3 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим вторую скобку. Чтобы были еще корни она должна быть равна 0. Это квадратный трехчлен

$\Rightarrow D = 4\cdot 4 + \cancel{4\cdot 4}^{32} = 16 \cancel{-32 < 0}^{48}$. Значит больше нет таких a. $a_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{48}}{2} = -2 \pm \sqrt{48}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ x^2+y^2=8 \end{cases} \Rightarrow x = 4-y$ $\begin{cases} x+y=\pm\sqrt{12}-2 \\ x^2+y^2=8 \end{cases}$

$\Rightarrow (4-y)^2+y^2=8 \Rightarrow 16-8y+2y^2=8$

$8-8y+2y^2=0 \Rightarrow 4-4y+y^2=0$

$\Rightarrow (y-2)^2=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x=4-2=2.$

~~Ответ: $x=y=2$.~~ ~~$x=\pm\sqrt{12}-2$~~

продолжение на другом листе N 12.

N 3.

Пусть $a_1, a_2 \dots a_{77}$ – стороны этого 77-угольника. Тогда рассмотрим треугольники, у которых стороны совпадают с сторонами 77-угольника. Докажем, что среди них нет треугольника с площадью меньше 1. Тогда ~~пусть угол между a_1 и a_2~~ пусть угол α_n лежит между a_n и a_{n+1} стороной (α_{77} лежит между a_{77} и a_1). Тогда получим, что:

$\left.\begin{aligned} &a_1\cdot a_2\cdot\tfrac{1}{2}\cdot\sin\alpha_1 \geq 1 \\ &a_2\cdot a_3\cdot\tfrac{1}{2}\cdot\sin\alpha_2 \geq 1 \end{aligned}\right\}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\vdots$

$a_{77} \cdot a_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\alpha_{77} \geq 1.$ } 77 штук

~~Угловой угол~~ Если мы увеличим левую часть, то неравенство не изменится, тогда ~~если~~ $\sin\alpha \leq 1$ то верно получим нер-ва, т.к. мы заменим каждый $\sin\alpha$ на 1.

$a_1 \cdot a_2 \geq 2$

$a_2 \cdot a_3 \geq 2$

$\vdots$

$a_{77} \cdot a_1 \geq 2$

Т.к. $a_1, a_2 > 0$ то ~~спокойно~~ перемножим нер-ва и получим, что:

$a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot \ldots \cdot a_{77}^2 \geq 2^{77}$

Но тогда по условию $a_1 + a_2 + \ldots + a_{77} = 108.$

~~Как мы знаем по нер-ву о средних:~~

~~$a^2b^2 \leq \frac{a^4+b^4}{2}$.~~

~~Значит:~~

~~$a_1^4 \cdot a_2^4 \cdot \ldots \cdot a_{76}^4$~~

~~$\Rightarrow$ разобьем эти штуки на пары по 2, где числа в ней вида $a_n a_{n+1}$ и a_{77} без пары. Тогда, по неравенству о средних $a_n + a_{n+1} \geq 2\sqrt{a_n a_{n+1}}$ и мы перейдем к нер-ву:~~

~~$2\sqrt{a_1 a_2} + 2\sqrt{a_3 a_4} + \ldots + 2\sqrt{a_{75} a_{76}} + a_{77} \leq 108$~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА000023381 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Аналогично разбивая на пары и словия применяя нер-во о средних приходим к нер-ву:

$$\sqrt[4]{a_1a_2a_3a_4}+\sqrt[4]{a_5a_6a_7a_8}+\ldots+\sqrt[4]{a_{73}a_{74}a_{75}a_{76}}+a_{77}\leq 108$$

(и мы ещё либо дополним (либо не уменьшим левую часть)

Теперь всего чисел стало $\frac{76}{4}=17$ и ещё a_{77}.

Применяя ещё раз аналогичного метода, пока не останется одно число мы получим, что:

$$\sqrt[8]{a_1a_2\ldots a_{76}}\cdot\sqrt[3]{a_{77}}\leq 108.$$ (т.к. мы сначала раз понижали ~~степень в~~ брали корень, всего операций $76\to 38\to 17\to 18\to 9\to 3\to 4\to 2\to 1$)

2 степень корня; 3 степ. корня; первый раз берем в пару a_{77} что это не портит; 4 степень корня; опять добавим a_{77} на что-то; 5; 6; 7; с a_{77} в степень

Причем 2 появляется перед степенью на каждом ~~шаге~~ степени.

$$2^{8}\sqrt{2a_1a_2\ldots a_{76}\cdot a_{77}\cdot a_{77}^{9}}\leq 108.$$ (двойка из-за 77)

Возведем в 9 степень обе части неотрицательны и получим, что

$$a_1^{n}\cdot a_2^{n}\ldots a_{77}^{n}\cdot a_{77}^{13}\leq 108^{9}=(2^2\cdot 3^2)^9$$

$$\Rightarrow a_1^{n}\cdot a_2^{n}\ldots a_{77}^{n}\leq$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | МА0000233818

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

По нер-ву о средних:

$$\frac{a_1+a_2+\dots+a_{77}}{77} \geqslant \sqrt[77]{a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_{77}}$$

$$\Rightarrow \frac{108}{77} \geqslant \sqrt[77]{a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_{77}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{108}{77}\right)^{77} \geqslant a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_{77}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{108}{77}\right)^{77\cdot 2} \geqslant a_1^2\cdot a_2^2\cdot\ldots\cdot a_{77}^2$$

То есть $\frac{108}{77} < 1,3$, а $1,3^2 < 2 \Rightarrow$

$$(a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_{77})^2 \leqslant \left(\frac{108}{77}\right)^{77\cdot 2} < 2^{77} \leqslant (a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_{77})^2$$

Но такого быть не может $\Rightarrow$ мы не правы и среди них найдется такой Δ с площадью меньше 1.

$108 : 77 = 1,4$; -77; 310; -308; 2

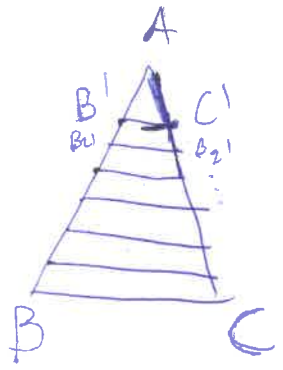
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 2 3 3 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

а) 

(рис 1)

Рассмотрим ситуацию. Если $a \parallel BC$, то если мы сможем построить отрезок длиной $\frac{1}{\sqrt{7}} AC$, то сможем построить и разбиение, т.к. картинка будет иметь вид как на рис. 1, где эти прямые $\parallel a$, то есть мы сможем сделать $\triangle AB'C'$, где $AC' = \frac{1}{\sqrt{7}} AC$ и $B'C' \parallel BC$, тогда эти треугольники будут подобны и $K = \sqrt{7} \Rightarrow$ площади соотносятся как $\frac{K^2}{1} = 7$ $\left(\frac{ABC}{AB'C'} = K\right)$. Тогда дальше если сторона нового (его номер по размеру n) будет $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{7}} AC$ и одна (нижняя по рисунку) сторона будет $\parallel BC \parallel a$, то тогда $K = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{7}}$ и площадь его будет равна $\frac{n}{7}$ площади ABC и значит площадь трапеции между ним и предыдущим по размеру треугольником будет равна $\frac{n}{7} ABC - \frac{n-1}{7} ABC = \frac{1}{7} ABC \Rightarrow$ все трапеции будут равновелики.

С помощью циркуля и линейки мы можем построить прямоугольный равнобедренный треугольник со сторонами 1 и $\Rightarrow$ получить сторону $\sqrt{2}$ (мы просто откладываем с помощью циркуля AC откладываем этот отрезок, восстанавливаем из его начала перпендикуляр и откладываем по нему расстояние AC). ~~Аналогично для следующей раз~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 3 | 8 | 1 | 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Берём~~ Докажем по индукции, что мы можем получить любую сторону длина которой $\sqrt{n+1}\,AC$, где $n \in N$.

База $n=1$ у нас есть AC, значит уже получили $\sqrt{2}$ по описанию в прошлом пункте.

Пусть для k мы умеем, тогда докажем что имея сторону $\sqrt{k}AC$ получить сторону ~~стор~~ $\sqrt{k+1}\,AC$. Мы аналогично берем AC восстанавливаем перпендикуляр из концов отрезка (а затем откладываем на этом перпендикуляре ~~отрез~~ отрезок равный $\sqrt{k}\,AC$.

Тогда гипотенуза равна $AC\cdot\sqrt{\sqrt{k}^2+1} = \sqrt{k+1}\,AC$

Доказано. Значит мы получим любую сторону вида $\sqrt{n}\,AC$ ~~где~~, ~~где~~ $n=7$ получим и $\sqrt{7}\,AC$ и $\sqrt{7}\,AC$ и т.д.

~~и значит сможем построить и отрезок вида $\frac{1}{\sqrt{7}}AC$, т.к. отложим AC под прямым углом~~

~~Значит отложим откладываем откладываем эти отрезки на стороне AC и проводим $B'_nC'_n \parallel BC$ и получаем отсекаем этой все нужные треугольники и получим 7 равновеликих фигур.~~

~~б) Как и в пункте а) получим стороны вида $\sqrt{n}\,AC$~~

Значит если мы отложим гипотенузу AC и затем ~~отложим~~ из одного из его концов угол $\sin^{-1}$ которого равен $\frac{1}{\sqrt{7}}$ ~~AC~~ ~~как~~ ~~затем из свободного соединим~~. затем опустим перпендикуляр на сторону угла то мы получим ~~равнобедренный~~ ~~и~~ прямоугольный Δ с одной из сторон равной $\frac{AC}{\sqrt{7}}$ и

Вариант № 1 МА00002338/8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Затем откладывая последовательно от АС эти отрезки по возрастанию и и получим нужную нам картину с разбиением.~~

Затем получив аналогичным образом отрезки вида $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{7}}$ АС и откладывая их последовательно по возрастанию на АС и получим искомую картину разбиения.

Непонятно, как строить $\sqrt{\frac{n}{7}}AC$, д-но для $\sqrt{k}AC$, $k\in N$

б) Аналогичным образом как в предыдущем пункте получим отрезки длин которых вида $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{7}}$ АС, где $n\in N$ от 1 до 7. и $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{7}}$ АВ.

Тогда откладывая их по соответствующим сторонам АС и АВ получим подобные треугольники.

Причем К между соседними по размеру (один лежит в другом) равен

$$\frac{\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{7}}AC}{\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{7}}AC} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n-1}} \Rightarrow K^2=\frac{n}{n-1}$$

$\Rightarrow$ площадь трапеций между ними $\frac{1}{\sqrt{7}}$ АС. То есть мы просто ~~откладывая~~ затем соединяем эти отрезки и получаем искомое разбиение.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5

Заметим, что знаменатели не равны 0.

=> приведем это выражение к общему знаменателю:

$$\frac{2(8-y)+8(2-x)}{(8-y)(2-x)} = \frac{16-2y+16-8x}{8\cdot 2-8x-2y+xy}$$

$$= \frac{32-2y-8x}{16-8x-2y+1} = \frac{32-2y-8x}{17-8x-2y}.$$

Пусть $2y+8x=a$, тогда выражение примет вид:

$$\frac{32-a}{17-a} = \cancel{32}\,\frac{17-a}{17-a}+\frac{15}{17-a},$$

т.к. $17-a\neq 0$ (т.к. это произведение ненулевых скобок)

то: $1+\frac{15}{17-a}$ ~~→ min~~ => чем больше a,

тем ~~меньше~~ больше значение выражения.

=> $a=8x+2y$ должно быть ~~максимально~~ минимально =>

~~$a\ max = 8\cdot 2+8\cdot 2 = 32$ (такая эта точка, т.к. иначе в ней знаменатель 0)~~

=> минимум равен $1+\frac{15}{17-32}=0$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	3	3	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

По неравенству о средних $8x+2y \geq 2\sqrt{8x\cdot 2y} = 2\cdot 4\cdot\sqrt{x\cdot y} = 8$. Значит минимум при $a=8$ и это будет равно $1+\frac{15}{17-8} = 1+\frac{15}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$ и ~~$x=$~~ или пример $x=\frac{1}{4}$ и $y=3$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | МА0000233818

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2 (продолжение)

$$x+y=\pm\sqrt{12}-2$$
$$x^2+y^2=8$$

$$x=\pm\sqrt{12}-2-y$$

$$\Rightarrow y^2+(\pm\sqrt{12}-2-y)^2=8$$

$$y^2+(\sqrt{12}-2-y)^2=8$$

$$y^2+12+4+y^2-2\sqrt{12}\,y+4y-4\sqrt{12}=8$$

$$2y^2+(8-4\sqrt{12})+y(4-2\sqrt{12})=0$$

$$D=(4-2\sqrt{12})^2-8(8-4\sqrt{12})$$

$$\cancel{16}-16\sqrt{12}+\cancel{48}-\cancel{64}+32\sqrt{12}=16\sqrt{12}$$

$$y_{1,2}=\frac{-4+2\sqrt{12}\pm4\sqrt[4]{12}}{4}$$

$$x_{1,2}=\frac{-4+2\sqrt{12}\mp4\sqrt[4]{12}}{4}$$ (т.к. симметричные уравнения)

$$y^2+(-(y+2+\sqrt{12}))^2=8$$

$$y^2+y^2+4+12+4\sqrt{12}+4y+2\sqrt{12}\,y=8$$

$$2y^2+(8+4\sqrt{12})+y(4+2\sqrt{12})=0$$

$$D=(4+2\sqrt{12})^2-8(8+4\sqrt{12})<0$$

Не отбросил отриц. корни, в остальном верно.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	2	4	8	1	1	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1.

Фамилия Трифонов

Имя Данил

Отчество Витальевич

Дата рождения 09.04.2001 **Класс** 10

ОУ, местоположение Гимназия №13, г. Красноярск.

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.18

Номер телефона 89080186069 **Подпись** Трифонов

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 8 | 1 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 $n \in N$, n - двузначное.

Выпишем ряд чисел от 1 до x, пока число x не будет иметь последнюю цифру 5 и $x+1$ не будет иметь на конце 5.

Схема: 1) последняя цифра у числа y!
2) число из ряда y

1.) 1 3 6 0 5 1 8 6 $\overbrace{5\ 5}^{9\text{ не двузнач.}}$ 6 8 1 5 0 6 3 1 0
2) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

подходит т.к $29 \in N$ и 29 - двузначное

0 1 3 6 0 5 1 8 6 $\overbrace{5\ 5}$
20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40.

Ответ: $n=29$.

20	1	0	2	15	38 (Σ)

№2

$$\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ x^3+y^3=16 \end{cases}$$

1) $x^3+y^3=16$

$(x+y)(x^2-xy+y^2=16$

$(x+y)(8-xy)=16$

$(x+y)\left(\frac{8}{16}-\frac{xy}{16}\right)=1$

2)
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=1 \\ \frac{1}{2}-\frac{xy}{16}=1 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} x+y=-1 \\ \frac{1}{2}-\frac{xy}{16}=-1 \end{cases} (2) \end{array}\right.$$

(1): $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=-8 \end{cases} \rightarrow y=1-x.$

$x(1-x)=-8$

$x-x^2+8=0$

$x^2-x-8=0$

$D=1+32=33$

$x=\frac{1\pm\sqrt{33}}{2}$; $\left[\begin{array}{l} x=\frac{1+\sqrt{33}}{2} \\ x=\frac{1-\sqrt{33}}{2} \end{array}\right.$

Из первой (1) системы получаем решение:

$\begin{cases} x=\frac{1+\sqrt{33}}{2} \\ y=\frac{1-\sqrt{33}}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} x=\frac{1-\sqrt{33}}{2} \\ y=\frac{1+\sqrt{33}}{2} \end{cases}$

(2): $\begin{cases} x+y=-1; \\ xy=24; \end{cases}$ $x(-1-x)=24$

$-x^2-x-24=0$

$x^2+x+24=0.$

$D>0 \Rightarrow$ у (2) системы нет решений.

Ответ: $\left(\frac{1+\sqrt{33}}{2}; \frac{1-\sqrt{33}}{2}\right), \left(\frac{1-\sqrt{33}}{2}; \frac{1+\sqrt{33}}{2}\right)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	2	4	8	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 5

$$\frac{2}{2-x}+\frac{8}{8-y} \Rightarrow \quad 0<x<2, \quad 0<y<8$$

$$xy=1 \rightarrow y=\frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{2(8-y)+8(2-x)}{(2-x)(8-y)}=\frac{16-2y+16-8x}{(2-x)(8-y)}=\frac{32-8x-2y}{(2-x)(8-y)}=$$

$$=\frac{32-8x-2y}{16-2y-8x+\underbrace{xy}_{1}}=\frac{32-8x-2y}{17-8x-2y}\Rightarrow$$

$$\begin{array}{r|l} 32-8x-2y & 17-8x-2y \\ \cline{2-2} 17-8x-2y & 1 \\ 15 & \end{array}$$

$$\Rightarrow 1+\frac{15}{17-8x-2y}=1+\frac{15}{17-8x-\frac{2}{x}}=1+\frac{15x}{-8x^2+17x-2}$$

Рассмотрим функцию $f(x)=-8x^2+17x-2$
её максимальное значение при $\left(x=\frac{-b}{2a}\right)$

$x=\frac{-17}{-16}=\frac{17}{16}$, тогда.

$$1+\frac{15\cdot x}{-8x^2+17x-2}=1+\frac{15\cdot\frac{17}{16}}{-8\left(\frac{17}{16}\right)^2+17\cdot\frac{17}{16}-2}=\frac{\frac{255}{16}}{-\frac{8\cdot 289}{16^2}+\frac{289}{16}-\frac{32}{16}}=$$

$$=\frac{255}{-\frac{8\cdot 289}{16}+289-32}=\frac{255}{\frac{289}{2}-32}=\frac{255\cdot 2}{225}=\frac{51\cdot 2}{45}=\frac{102}{45}$$

Ответ: $\frac{102}{45}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1.

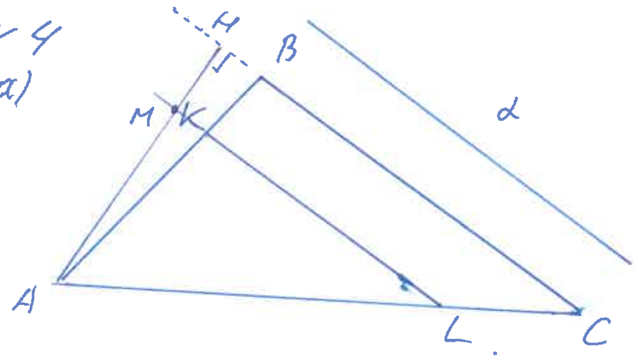
М	А	0	0	0	0	2	4	8	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4

а)



$\alpha \parallel BC$.

AH - высота на BC.

При делении треугольника на фигуры с равными площадями, когда делящая прямая параллельна одной из его сторон, должны получаться трапеция и треугольник.

Когда делим первый раз:

Пусть $BC \parallel KL$, тогда KL пересекает высоту в т. M.

$$S_{трапеции} = S_{треуг.}$$

$$\frac{1}{2}(KL+BC)HM = \frac{1}{2}AM\cdot KL \quad (1)$$

из подобия AB и AKL: $$\frac{BC}{KL} = \frac{AH}{AM} = \frac{AM+MH}{AM} = 1 + \frac{MH}{AM} \quad (2)$$

Разделим ур-ние (1) на KL.

$$\left(1+\frac{BC}{KL}\right)HM = AM.\ \text{Подставим (2)}$$

$$\left(2+\frac{MH}{AM}\right)HM = AM$$

$$2HM + \frac{HM^2}{AM} = AM$$

$$HM^2 + 2HM\cdot AM - AM^2 = 0;\ AM^2 - 2AMHM - HM^2 = 0$$

$$D = 4HM^2 + 4HM^2 = 8HM^2;\quad \sqrt{D} = 2\sqrt{2}HM$$

$$AM = \frac{2HM + 2\sqrt{2}HM}{2} = HM(1+\sqrt{2})$$ (отрицательный корень отбрасывается)

$$\frac{AM}{HM} = \frac{1+\sqrt{2}}{1}$$ т.е. каждый раз отношение высоты треугольника к высоте трапеции будет $\frac{1+\sqrt{2}}{1}$.

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

м	А	0	0	0	0	2	6	3	3	1	8

Москва МЭИ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия НОВИЧКОВА

Имя ИРИНА

Отчество ЮРЬЕВНА

Дата рождения 19.09.2001 **Класс** 10

ОУ, местоположение ГБНОУ ПО "Губернский лицей", г. ПЕНЗА

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 8-927-385-97-69 **Подпись** [подпись]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М1 00 0 0 26 33 1 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2

$\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ x^3+y^3=16 \end{cases}$

пусть $x+y=a$, тогда

$x^2+2xy+y^2=a^2$

$xy=\frac{a^2}{2}-4$

20	19	3	4	14	60

Σ

$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)=16$

$a\left(8-\frac{1}{2}a^2+4\right)=16$

$-\frac{1}{2}a^3+12a-16=0$

$a^3-24a+32=0$

$a_1=4$

	1	0	-24	32
4	1	4	-8	0

$a^2+4a-8=0$

$a=-2\pm2\sqrt{3}$

1) $a=4$

$\begin{cases} x+y=4 \Rightarrow x=-y+4 \\ x^2+y^2=8 \Rightarrow 16-8y+y^2+y^2=8 \end{cases}$

$y^2-4y+4=0$

$(y-2)^2=0$

$\begin{cases} y=2 \\ x=2 \end{cases}$

2)

$\begin{cases} x=a-y \\ xy=\frac{a^2}{2}-4 \end{cases}$

$-y^2+ya=\frac{a^2}{2}-4$

$-2y^2+2y\cdot a-a^2+8=0$

$D=4a^2+8(8-a^2)=$

$=4(16-a^2)$

если $a=-2-2\sqrt{3}$, то $D<0$ $16-4(4+2\sqrt{3})<0$

при $a=-2+2\sqrt{3}$

$\begin{cases} y=-1+\sqrt{3}+\sqrt{2\sqrt{3}}, \\ x=-1+\sqrt{3}-\sqrt{2\sqrt{3}} \end{cases}$

Ответ: $x=y=2$; $x=-1+\sqrt{3}-\sqrt{2\sqrt{3}}$

$y=-1+\sqrt{3}+\sqrt{2\sqrt{3}}$

И наоборот, x и y можно переставить

Лист 1 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5.

Рассмотрим ф-цию

$\frac{2}{2-x}+\frac{8}{8-y}=f$

$xy=1$

$0<x<2$

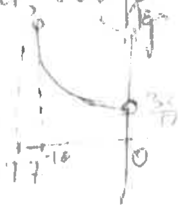
$0<y<8$

$f=\frac{16-2y+16-8x}{16-2y-8x+xy}$

$f=\frac{32-2(y+4x)}{17-2(y+4x)}$

пусть $-2(y+4x)=a$, тогда $f=\frac{32+a}{17+a}$

$a\in(-16;0)$



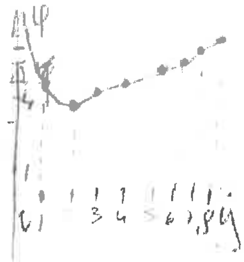
ф-ия убывающая

$a\to 0$

$xy=1$

$\varphi=4x+y=\frac{4}{y}+y=\frac{4+y^2}{y}$

Рассмотрим ф-цию $\varphi=\frac{4+y^2}{y}$



$\varphi_{min}=4 \Rightarrow 4x+y=4$

$f_{min}=\frac{24}{11}=2\frac{2}{11}$

Ответ: $\min\left(\frac{2}{2-x}+\frac{8}{8-y}\right)=2\frac{2}{11}$

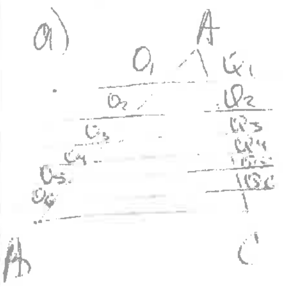
4.

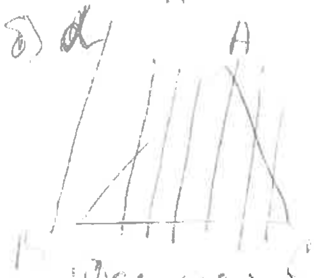
Дано: $\triangle ABC$, пр. α

а) $\alpha \parallel BC$

б) $\alpha \nparallel BC$, $\alpha \nparallel AB$, $\alpha \nparallel AC$

Док-ть: разделить $\triangle ABC$ на 7 равновелик. ч.

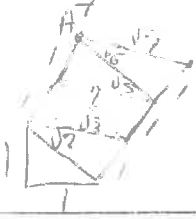




Реш-ие:

а) $\triangle AO_1Q_1 \sim \triangle ABC$, $k^2=\frac{1}{7} \Rightarrow \frac{AO_1}{AB}=\frac{AQ_1}{AC}=\frac{O_1Q_1}{BC}=\frac{1}{\sqrt{7}}$

Мы знаем, что если откладывать единич. отр., то найдётся



$AB=\sqrt{7}$, строим $O_1A=1$.

продолжение на с. 5 →

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | м А 0 0 0 0 2 6 3 3 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1

$\begin{cases} \frac{1+n}{2}\cdot n = x \\ \frac{(1+n)(2+n)}{2} \cdot y \end{cases}$ x ок. на 5 y ок. на 5 $x \vdots 5$ $y \vdots 5$ n_{min} - ?

$n(n+1) = 2x$ $\Rightarrow n(n+1)$ и $(n+1)(n+2) \vdots 10$

$(n+1)(2+n) = 2y$

1) пусть n - чётное, тогда n+2 - чт. и n+1 - нечетное

а) $n \vdots 10 \Rightarrow n+1$ оканчивается на 11, n+2 - на 12 $\Rightarrow y \not\vdots 5 \Rightarrow$ не м.б.

б) $n \vdots 2$; $n+1 \vdots 5$; $n+2 \vdots 2 \Rightarrow$ n оканчив. на 4

среди n и n+2 одно из чисел $\vdots 4 \Rightarrow$ получается, что $\frac{n(n+1)}{2}$ или $\frac{(n+1)(n+2)}{2} \vdots 10 \Rightarrow$ x или $y \not\vdots 5 \Rightarrow$ не м.б.

2) пусть n - нечетное, тогда n+2 - нч; n+1 - чт.

а) $n \vdots 5$; $n+1 \vdots 2 \Rightarrow$ n оканчив. на 5 $\Rightarrow$ n+1 ок. на 6, n+2 ок. на 7

тогда $(n+1)(n+2)$ не будет оканчив. на 5 $\Rightarrow$ не м.б.

б) $n+1 \vdots 10 \Rightarrow$ n оканчив. на 9

$n+1 = 20$

$n = 19 \Rightarrow (n+1)(n+2) = 20\cdot 21 = 2y$

$y = 210$ не м.б.

$n+1 = 30$

$n = 29 \Rightarrow \begin{cases} 29\cdot 30 = 2x \\ 30 \cdot 31 = 2y \end{cases}$ $\begin{cases} x = 435 \\ y = 465 \end{cases}$

далее при переборе n будет возрастать $\Rightarrow$ $n_{min} = 29$.

Ответ: 29.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 М8000026331 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Предположим, Δов с $S<1$ нет. Наименьший (3 Δки с) Δ — это Δ, у которых вершины — последовательные точки 77 угольника. Тогда пронумеруем вершины $a_1, a_2, \dots, a_{77}$ и получим:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a_1a_2\sin\alpha \geq 1 \\ \frac{1}{2}a_2a_3\sin\beta > 1 \\ \dots \\ \frac{1}{2}a_{77}a_1\sin\delta > 1 \\ a_1 + \dots + a_{77} = 108 \\ \alpha+\beta+\dots+\delta = 180\cdot 75 \end{cases}$$

$\alpha, \beta, \dots \delta$ — углы 77-ка.

$\sin x \leq 1$ (x — любой угол) все $\sin x$ не могут равняться 1 => при $\sin x < 1$

$a_i a_{i+1} > 2$ или $a_1 a_{77} > 2$

где $i \in N$; $i \in [1; 76]$

средняя сторона 77ка $= \frac{108}{77} = 1\frac{31}{77}$. При увеличении одной из сторон будет уменьшаться другая.

Известно, что если $a, b, c, \dots, \delta$ — произвольные числа, >0.

$$\begin{cases} \underbrace{a\cdot b\cdot c \cdot \dots \cdot \delta}_{n} = \max \\ \cancel{a+b+}\dots = q \ (q \text{ — известное число}) \end{cases}$$

то $a=b=\delta=\frac{q}{n}$ — n — кол-во

=> если при стороне $= 1\frac{31}{77}$ ~~нет~~ есть Δ с $S<1$, то и при других сторонах тем более будут эти Δ.

$\left(1\frac{31}{77}\right)^2 = \frac{108^2}{77^2} = \frac{11664}{11858} < 2 \Rightarrow$ Δ с $S<1$ существуют => что и требовалось доказать.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 МА000026331 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

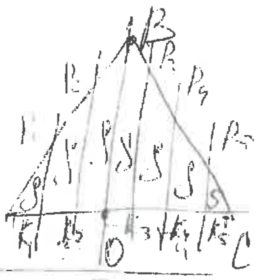
продолжение №4.

Если $AB=\sqrt{7}$, то как построим 1? $\sqrt{2}$?

$\frac{AO_2}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$; т.к. у нас есть отрезок длиной $\sqrt{2}$, то строим его на отр. AB. Аналогично с AO_3, AO_6. Далее строим BC и || ей прямые через построенные точки.

б) У нас получаются треугольники с 2х сторон относительно т. B либо т. B е лост из прямых.

Во 2ом случае



$S_{AP_1K_1} \sim S_{AP_2K_2}$

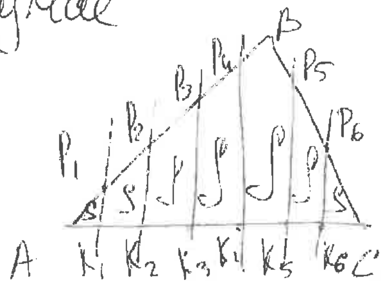
$k = \frac{1}{\sqrt{2}}$ аналогично с п. 1

(делим AO на 3, это и будет единичный отр.)

$\frac{AO}{OC} = \frac{x}{7-x}$ (x, т.к. не обязательно будет так, как на картинке. x может принимать значения от 1 до 7)

Далее будет подобие Δ, аналогичное с п. 1, только изначально отмерим AC, а не AB.

в 3 случае



$S_{AP_1K_1} = S_{AP_4K_4}$, $k = \frac{1}{2}$ или $\frac{1}{\sqrt{кол-во\ S}}$

отмерим точки с левой стороны, потом с помощью подобия справа, оставшаяся ~~его~~ фигура $K_4P_4BP_5K_5$ тоже будет с $S = \frac{1}{7}$

Лист 5 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва, М.И. | МА 000 02638 | 8

Площадка проведения (город, ОУ) | Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия ЗАГРЕКОВ

Имя НИКИТА

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 01.03.2002г **Класс** 10

ОУ, местоположение Пензенская обл., г. Пенза, Губернский лицей

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на А4 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2002

Номер телефона 89521984967 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	2	6	3	8	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

n – натур. число двузначное $S_n = ...0$ $S_{n+1} = ...0$ $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$

(3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210)

Путём вычислений я нашёл, что $S_{19} = 190$, а $S_{20} = 210$ $\Rightarrow n = 19$

Ответ: $n = 19$

20	2	3	4	10	Σ 39

№2

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 18 \\ x^3 + y^3 = 54 \end{cases}$$

$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 54$

$(x+y)(18 - xy) = 54$

$1 \cdot 54$, $54 \cdot 1$, $2 \cdot 27$, $27 \cdot 2$, $6 \cdot 9$, $9 \cdot 6$, $3 \cdot 18$, $18 \cdot 3$

$\begin{cases} x + y = 1 \\ 18 - xy = 54 \end{cases}$ нет целых корней

$\begin{cases} x + y = 54 \\ 18 - xy = 1 \end{cases}$ нет целых корней

$\begin{cases} x + y = 2 \\ 18 - xy = 27 \end{cases}$ н. ц. к.

$\begin{cases} x + y = 27 \\ 18 - xy = 2 \end{cases}$ н. ц. к.

$\begin{cases} x + y = 6 \\ 18 - xy = 9 \end{cases}$

$y = 6 - x$

$6x - x^2 = 9$

$x^2 - 6x + 9 = 0$

$D = 36 - 36 = 0$

$x = \frac{6}{2} = 3$

$y = 3$

$\begin{cases} x + y = 9 \\ 18 - xy = 6 \end{cases}$ н. ц. к.

$\begin{cases} x + y = 3 \\ 18 - xy = 18 \end{cases}$

$y = 3 - x$

$x(3 - x) = 0$

$x_1 = 0$ $x_2 = 3$

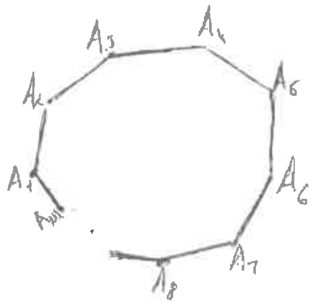
$y_1 = 3$ $y_2 = 0$

Путём проверки выяснилось, что эти корни не подходят

$\begin{cases} x + y = 18 \\ 18 - xy = 3 \end{cases}$ н. ц. к.

Ответ: $(3; 3)$

№3



Дано: $n = 111$ $P = 15{,}6$ $A_1A_2A_3...A_{111}$ – выпукл.

Док-ть: существование $A_xA_yA_z$, $S_\Delta < 1$

Док-во

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | МА 00 0026 3818

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) В среднем каждая сторона многоугольника равна $\frac{P}{n} = \frac{156}{111} \approx 1,4$.
Если какие-то стороны будут больше 1,4, то какие-то из сторон должны быть < 1,4, скомпенсировать увеличение др. стороны, сохранить P.

2) $S_\triangle = \frac{ab \cdot \sin\varphi}{2}$. Чтобы док-ть существование $\triangle$ с $S < 1$, надо рассмотреть наиб. возможную $S_\triangle$. Во-первых нам нужно наиб. $a \cdot b$. Это будет только при $a = b$, а также другие соседние стороны не должны быть $< a$ или $< b$ => берём средние значения сторон: $a = b = 1,4$

3) ~~sin ∈ [0;~~ $\sin \in [-1;1]$, но в нашем случае $\sin \in (0;1]$.
$S = \frac{1,4 \cdot 1,4}{2} \cdot \sin\varphi = 0,98 \cdot \sin\varphi < 1$ т.к. $\sin\varphi \in (0;1]$.

#

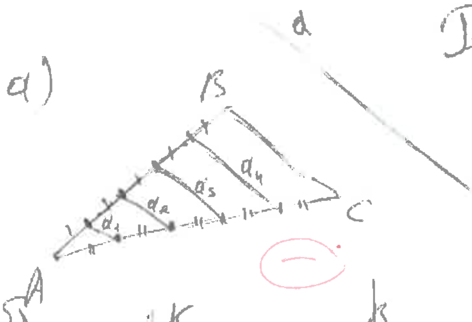
№ 4.

Дано: $\triangle ABC$ и $a \in \alpha$

Начертить: $a_1, a_2, a_3, a_4 \parallel a$
а) $a \parallel BC$
б) $a \not\parallel AB, BC, AC$.

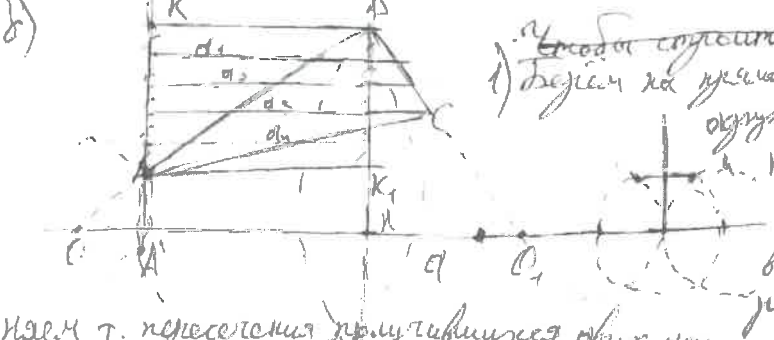
Решение

а)



С помощью линейки делим сторону AB на 5 равных частей. То же проделываем со стороной AC. По Т Фалеса $a_1 \parallel a_2 \parallel a_3 \parallel a_4 \parallel a$ значит $a_1 \parallel a_2 \parallel a_3 \parallel a_4 \parallel a$. И части равны?

б)



~~Чтобы строить ⊥ от прямой~~
1) Берём на прямой любой длины отрезок. Строим окружность центром в середине отрезка и r равным половине длины отрезка. Затем строим окр-ти с центром в т. пересечения окружности и a с радиусом = r предыдущ. окр. Соединяем т. пересечения получившихся двух окружностей с первонач. окр-тью. Соединяем середину получивш. отрезка с серединой первонач. отрезка. Получился пер-

Лист 2 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 2 6 3 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

пендикуляр. (т. пересечения продолженных сторон с пр. a обозначим за O_1 a)

2) Достраиваем △ABC так, чтобы одним из его оснований была пр. a. Получится △ OBO_1. Берём за радиус OB и проводим окр с центром в т. O. Берём за радиус O_1B_1 проводим окр. с центром в т. O_1.

Точки пересечения окр. соединяем. Обозначим прямую как BB_1'
$O_1B = O_1B'$ и $BK = B'K$ (где K - т. пересечения пр. BB_1' с пр a) =>
$BB_1' \perp$ пр a

3) Берём за радиус OA и проводим окр с ц. в т. O. Берём за радиус O_1A и проводим окр с ц. в т. O_1. Соединяем т. пересечений окр.-тей и аналогично получаем что $AA_1' \perp a$

4) Теперь строим перпендикуляр (мы это уже умеем) к пр. AA_1' пересекающ. её в т. A. и $\cap BB' = K_1$

Также строим пер-ляр к пр. BB' пересекающ. её в т. B. и пересек AA' в т. K.

5) AK и BK_1 делим на 5-т равных. Соединив последовательно (1-ую с 1-ой, 2-ую со 2-ой и т.д.) точки мы получим прямые $a_1 \parallel a_2 \parallel a_3 \parallel a_4 \parallel a$.

№5

$\frac{3}{3-x} + \frac{12}{12-y} = min.$ $\frac{3}{3-x} > 1$ $\frac{12}{12-y} > 1$ =>

$0 < x < 3$, $0 < y < 12$ и $xy = 1$ $\frac{3}{3-x} + \frac{12}{12-y} > 2$; min > 2

Чтобы получить миним. сумму нужно чтобы $\frac{3}{3-x} = \frac{12}{12-y}$ Д-во?

Путём математических вычислений получаем $x = 0,5$ $y = 2$?

$\frac{3}{3-0,5} = \frac{6}{5} = \frac{12}{10}$; $\frac{12}{12-2} = \frac{12}{10}$; $min = \frac{12}{10} + \frac{12}{10} = \frac{24}{10} = 2,4$

Ответ: min = 2,4.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	С	0	0	0	3	0	7	4	1	8

Бийск

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Седов

Имя Никита

Отчество Сергеевич

Дата рождения 23.01.2001 **Класс** 10

ОУ, местоположение МБОУ СОШ №3 Бийск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 8 903 073 4777 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	0	3	0	7	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 1

Число n в разряде единиц имеет цифру 9, и число (n+1) в единицах имеет цифру 0, т. к. только цифра 0 способна сохранить в разряде единиц числа S_n (сумма от 1 до n) цифру 5, когда к S_n прибавляют число (n+1).

$$S_n = \frac{1+n}{2}\cdot n = \frac{n(n+1)}{2} = \ldots 5$$

Число n не делится на 2, т. к. оканчивается на цифру 9, значит $\frac{n+1}{2}$ оканчивается на 5. $(n+1) \neq 10$, т. к. тогда n будет равно 9 (это не удовлетворяет условию).

Следует, минимальное двузначное число (n+1), которое при делении на 2 образует в единицах цифру 5, — это 30.

Значит $n = 30-1 = 29$

Ответ: 29.

20	2	5	0	20	47

Σ

N 5

$$\frac{2}{2-x} + \frac{8}{8-y} = \frac{2(8-y)+8(2-x)}{(2-x)(8-y)} = \frac{16-2y+16-8x}{16-8x-2y+xy} =$$

$xy=1$

$$= \frac{32-2y-8x}{17-2y-8x} = \frac{32-(2y+8x)}{17-(2y+8x)}$$

$k_{наим} = (2y+8x)_{наим} = 2\cdot 0+8\cdot 0 = 0$

$$\frac{2}{2-0} + \frac{8}{8-0} = 1+1 = 2$$

Ответ: 2

Пусть $2y+8x=k$

$\frac{32-k}{17-k} \vee \frac{32-(k+1)}{17-(k+1)}$

$(32-k)(16-k) \vee (31-k)(17-k)$

$512-16k-32k+k^2 \vee 527-17k-31k+k^2$

$-48k \vee 15-48k$

$0 < 15$

значит, чем больше k, тем больше $\frac{32-k}{17-k}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 7 | 4 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$$\frac{2}{2-x}+\frac{8}{8-y}=\frac{2(8-y)+8(2-x)}{(2-x)(8-y)}=\frac{16-2y+16-8x}{16-8x-2y+xy}=$$

$x \cdot y=1$

$$=\frac{32-2y-8x}{17-2y-8x}=\frac{32-(2y+8x)}{17-(2y+8x)}$$

$k=2y+8x=2y+\frac{8}{y} \quad \left(x=\frac{1}{y}\right)$

исследование

при $y=2$ $k=2\cdot2+\frac{8}{2}=8$

при $y=1$ $k=2+8=10$

при $y=0{,}5$ $k=1+16=17$

при $y=0{,}1$ $k=0{,}2+80=80{,}2$

при $y=4$ $k=8+2=10$

при $y=3$ $k=8\frac{2}{3}$

Пусть $2y+8x=k$

$$\frac{32-k}{17-k} \vee \frac{32-(k+1)}{17-(k+1)}$$

$(32-k)(16-k)\vee(31-k)(17-k)$

$512-16k-32k+k^2 \vee 527-17k-31k+k^2;$

$-48k \vee 15-48k$

$0 \vee 15$

$0<15$

Значит, чем меньше K, тем меньше значение $\frac{32-k}{17-k}$

$$k=2y+\frac{8}{y}=\frac{2y^2+8}{y}$$

$ky=2y^2+8$

$2y^2-ky+8=0$

$y_0=\frac{k}{2\cdot2}=\frac{k}{4}$ – наименьшее y

$$k_0=\frac{2\cdot y_0^2+8}{y_0}=\frac{2\cdot\frac{k^2}{16}+8}{\frac{k}{4}}$$

$k_0=k$ – наименьшее $2y+8x$

$$\frac{k^2}{4}=\frac{k^2}{8}+8$$

$$\frac{2k^2}{8}=\frac{k^2}{8}+8 \Rightarrow \frac{k^2}{8}=8 \Rightarrow k=8$$

$$k=8=\frac{2y^2+8}{y} \Rightarrow 2y^2-8y+8=0 \Rightarrow y^2-4y+4=0$$

$(y-2)^2=0$

$y=2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 3 0 7 4 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} y=2 \\ xy=1 \end{cases}$$

$x=\frac{1}{2}$

$x=0,5$

$$\frac{2}{2-x}+\frac{8}{8-y}=\frac{2}{2-0,5}+\frac{8}{8-2}=\frac{2}{1,5}+\frac{8}{6}=$$

$$=\frac{4}{3}+\frac{4}{3}=2\frac{1}{3}$$

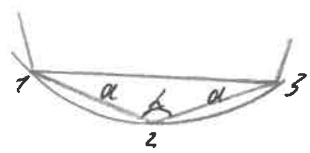
Ответ: $2\frac{1}{3}$

№3

Докажем, что правильный 77-угольник с $P=108$ имеет искомые 3 вершины.

~~сторона~~ $=\frac{108}{77}$ $\quad a=\frac{108}{77}$ $\quad S_\Delta=\frac{1}{2}\cdot a\cdot a\cdot \sin\angle$

Допустим, что есть эти три точки, тогда



$S_{1\Delta}=\frac{1}{2}\cdot\frac{108}{77}\cdot\frac{108}{77}\cdot\sin\angle=$

$=\frac{11664}{5929}\cdot\frac{1}{2}\cdot\sin\angle=\frac{5832}{5929}\cdot\sin\angle$ $\quad \frac{5832}{5929}<1$

Угол $\angle$ явно будет ~~...~~ очень близким к 180°, но меньше, и ~~...~~ $\sin\angle$ тогда будет очень близок к нулю.

Значит $S_{1\Delta}$ здесь гораздо меньше 1.

Пусть выпуклый 77-угольник неправильный, тогда стороны его будут не равны, но если где-то стороны меньше, чем a $(a=\frac{108}{77})$, то и S_Δ тогда будет меньше, чем $S_{1\Delta}$, что следует из $S_\Delta=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot\sin\angle$

№2

Ответ: $x=2$ $y=2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

[illegible] | НА000033О118

Площадка проведения (город, ОУ) — Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия [illegible]

Имя [illegible]

Отчество [illegible]

Дата рождения [illegible] **Класс** [illegible]

ОУ, местоположение [illegible]

Предмет [illegible]

Этап олимпиады [illegible]

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** [illegible]

Номер телефона [illegible] **Подпись** [illegible]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	3	3	0	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

20	20	5	1	0	46

Σ

[illegible]

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	3	3	0	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

[illegible]

[illegible] = [illegible] $= 14$

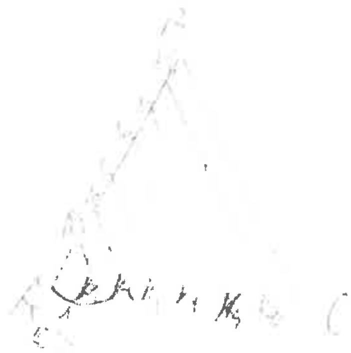
[illegible] $= 14^2$ [illegible] 190 [illegible] $= 40$ [illegible]

[illegible] ≤ 1

[illegible]

№4

а) [illegible]



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	Л	0	0	0	0	0	0	2	1	1	8

МЭИ , г Москва

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Маклаков

Имя Дмитрий

Отчество Алексеевич

Дата рождения 19.08.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение ~~МОУ~~ ГБОУ Лицей "Вторая школа" г. Москва

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 03 03 2018

Номер телефона +7-917-593-57-77 **Подпись** Мак

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	1	0	0	0	0	0	0	2	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

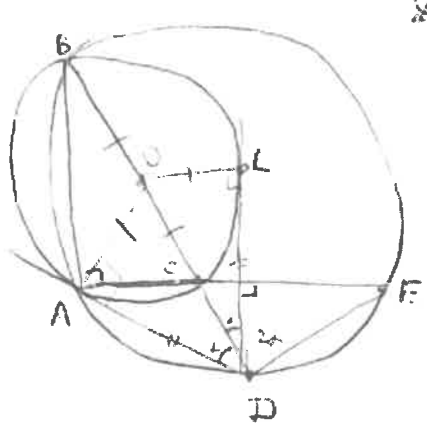
№1

Очевидно, что если на пояске все бельчата ~~лжецы~~ лжецы, то это будет неправдой (т.к. нет ни хитрецов, ни рыцарей => все лжецы солгали) Т.е. будет на пояске 25 лжецов и 0 рыцарей.

Допустим, что есть хотя бы один рыцарь => есть хотя бы по одному лжецу и хитрецу. Если лжецов более одного, то они скажут правду, что не может быть, => их не более одного лжеца. Рассмотрим хитрецов. Если их более одного, то как минимум один из них должен солгать, но при этом вокруг него будут и лжец, и рыцари, и хитрецы (т.е. ?) => хитрец должен быть тоже один, причём он не должен говорить после лжеца. Соответственно, будет $25-1-1=23$ рыцаря.

Ответ: 0, 23 рыцаря

№4



Дано: $\angle BAC = 90^\circ$, AD кас.
ω – окр., описан. $\triangle ABC$, O – центр
DL – биссектриса; DL – кас., l

AC : CE – ?

Реш. O: AO = OL = OC = OB (радиусы)
AD = DL (касат.)
=> DO биссек. $\angle ADL$
Пусть $\angle ADO = \alpha$ => $\angle LDE = \angle ADL = 2\alpha$

1	2	3	4	5	Σ
20	0	6	8	4	38

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	0	2	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке справа

1. Из соображений симметрии $LD \perp AE$ (т.к. LD – кас. к ω, $\Rightarrow LD$ будет касательной к окружности, симметричной ω относительно LD, $+ \angle ADL = \angle LDE$)

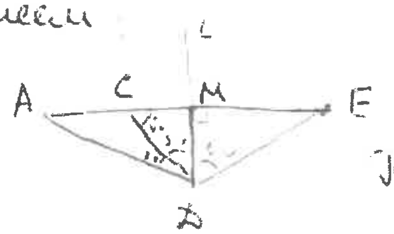
2. $\angle AOD = 90 - \angle ODA = 90^\circ - \alpha = \angle LOD$

$\angle ECD = 90^\circ - \angle CDL = 90^\circ - \alpha = \angle OCA$

$\Rightarrow \angle AOC = \angle OCA \Rightarrow \triangle AOC$ – равнобед., $AO = AC$, и, т.к. $AO = OC \Rightarrow \triangle AOC$ – равносторонний

$\Rightarrow \angle AOD = 90^\circ - \alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

3. Имеем



$AE \cap LD = M$

Пусть $DE = \ell$, тогда $MD = \frac{1}{2}\ell$, $ME = \frac{\sqrt{3}}{2}\ell$

$CM = \operatorname{tg} 30^\circ \cdot MD = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}\ell = \frac{1}{2\sqrt{3}}\ell$

$\cancel{CM = \operatorname{tg} 30^\circ \cdot MD = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\ell}$

$$\Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{AM - CM}{ME + CM} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\ell - \frac{1}{2\sqrt{3}}\ell}{\frac{\sqrt{3}}{2}\ell + \frac{1}{2\sqrt{3}}\ell} = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{AC}{CE} = \frac{1}{2}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 М 1 0 0 0 0 0 0 2 1 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№5

1 $f(x)=0$ тогда левая и правая части будут равны 0.

Больше функций вида $f(x)=n$ нет, т.к. в правой части есть множитель, умноженный на y^2, т.е. он будет меняться.

2. Также из-за y^2 у нас не может быть тригонометрических и ~~tg~~ функций, т.к. при увеличении y будет увеличиваться y^2, а тригонометрические функции растут медленнее.

3 Логарифмов быть не может из аналогичных соображений.

4 Рассмотрим степенную функцию.

Угадываем, что подходит $f(x)=\pm x^2$. Проверим.

$f(x)=x^2$: $f(x^2-y^2)=x^4+y^2\cdot y^2-2x^2y^2$

$x^4+y^4-2x^2y^2=x^4+y^4-2x^2y^2$ V

$f(x)=-x^2$: $f(-x^2-y^2)=-x^4+y^2\cdot(-y^2)+2x^2y^2$

$-(x^2+y^2)^2=-x^4-y^4+2x^2y^2$

$-(x^2+y^2)^2=-(x^2+y^2)^2$ V

Докажем, что других степенных функций быть не может. Рассмотрим $f(x)=x^n$. Тогда степени y будут: $y^{2n}=y^2\cdot y^n \Rightarrow 2n=2+n \Rightarrow \underline{n=2}$, других быть не может.

Ответ: $f(x)=0$; $f(x)=x^2$, $f(x)=-x^2$?

Лист 3 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	1	0	0	0	0	0	0	2	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Для того, чтобы существовали p и q, надо, чтобы n^2+2 и $2n-1$ были степенями одного и того же числа.

Следовательно, $n \equiv 1 \mod 2$

Если $n \equiv 3 \mod 10$, то $n^2+2 \equiv 1 \mod 10$,

$2n-1 \equiv 5 \mod 10$,

это невозможно, т.к. если $m \equiv 5 \mod 10$, то $m^k \equiv 5 \mod 10$, $k \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow$ надо рассмотреть случаи $n \equiv 1, 5, 7, 9 \mod 10$

Убеждаемся, что один из подходящих $n=5$ $\left(\begin{array}{l} n^2+2=27, \ p=2 \\ 2n-1=9, \ q=3 \end{array}\right)$.

Ответ: $n=5$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	3	1	4	1	8

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Григорен

Имя Михаил

Отчество Оганесович

Дата рождения 29.10.1999 **Класс** 11

ОУ, местоположение МБОУ СШ № 5 (г. Красноярск, ул. Краснодарская 5Б)

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.02.2018

Номер телефона 89607658213 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	1	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Т.к. в условии не обозначено, что хитрец говорит и когда, то пусть каждый бельчонок либо лжец, либо рыцарь. Рассмотрим 15 бельчонков, убежавших в лес. Когда может в лес убежать лжец?

Если лжец говорит эту фразу, то среди оставшихся бельчат (без учёта этого лжеца) четное кол-во лжецов. После лжеца ни рыцарь, ни лжец не могли сказать эту фразу (т.к. рыцарь соврал бы, т.к. лжецов останется четное кол-во, а лжец скажет правду, т.к. лжецов опять-таки четное кол-во). Значит, первые 14 бельчонков, убежавшие в лес — рыцари, а пятнадцатый — либо лжец, либо рыцарь.
Пусть он был рыцарь. Тогда лжецов среди 25 бельчонков было нечётное кол-во лжецов. Т.к. 15 рыцарей уже есть, то лжецов могло быть 1, 3, 5, 7, 9. Если же пятнадцатый бельчонок был лжец, то возможен вариант с 11 лжецами: первые 14 рыцари, остальные лжецы. Больше 11 лжецов быть не может, т.к. рыцарей не меньше 14.

Ответ: 1; 3; 5; 7; 9; 11.

3. Раз $(n^2+2n+3)^p=(2n+1)^q$, а $n, p, q \in N$, то у n^2+2n+3 и $2n+1$ должен быть наибольший общий делитель x, больший 1 $(x>1)$.
Если n^2+2n+3 и $2n+1$ делятся на x, то n^2+2 и $2n+1$ на него делятся. Отсюда же число $n^2-2n+1=(n-1)^2$ делится на него. Тогда $НОД(2n+1; n^2+2n+3) = НОД(n^2-2n+1; 2n+1) = x$. Отсюда же $НОД(2n+1; n^2+2n+3-(n^2-2n+1)) = НОД(2n+1; 4n+2) = 2n+1$.
Значит, $\frac{n^2+2n+3}{2n+1} \in N$.
n — четное число (предположим обратное: тогда число n^2+2n+3 — четное, а $2n+1$ — нечётное, а при натуральных степенях четность не меняется).
Пусть $n=2k, k \in N$.
$\frac{4k^2+4k+3}{4k+1} = k + \frac{3k+3}{4k+1} = k+1+\frac{k-2}{4k+1} \in N \Rightarrow \frac{k-2}{4k+1} \in Z$
Т.к. $4k+1 > k-2$ при $k \in N$, то $k-2=0 \Rightarrow n=4$.
Проверим: $27^p = 9^q \Rightarrow 3^{3p} = 3^{2q} \Rightarrow \begin{matrix} p=2 \\ q=3 \end{matrix}$. Ответ: $n=4$

1	2	3	4	5	Σ
20	6	16	0	8	50

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	0	3	1	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5. Подставим $x=y=0$:

$f(0)=0\cdot f(0)+0\cdot f(0)=0.$

Теперь подставим $x=x$, $y=0$ и $x=0$, $y=x$:

$f(x^3)=x^2\cdot f(x)$; $f(x^3)=x\cdot f(x^2)$

Отсюда $x^2\cdot f(x)=x\cdot f(x^2)$ при всех x

Отсюда $x\,(x\cdot f(x)-f(x^2))=0$ при всех действительных x, значит $f(x^2)=x\cdot f(x)$, это верно при всех x, в т.ч. и $x=0$.

Подставим в это выражение $-x$:

$f(x^2)=-x\cdot f(-x)=x\cdot f(x) \Rightarrow x\,(f(x)-f(-x))=0$ при любом x.

Отсюда $f(x)$ - нечётная функция.

Пусть $f(x)=c\cdot x^{2n-1}$, где c - действительное число, ~~...~~ $n\in\mathbb{Z}$

тогда $c\cdot x^{4n-2}=x\cdot c\cdot x^{2n-1}$ (т.к. $f(x^2)=x\cdot f(x)$)

$c\cdot x^{4n-2}=c\cdot x^{2n}$

Если $c\neq 0$, то $4n-2=2n \Rightarrow n=1$. $f(x)=cx$ подходит:
$c(x^3+y^3)=x^2\cdot cx+y\cdot cy^2$

Если $c=0$, то $f(x)=0$ при любом x.

Если $f(x)$ не является степенной функцией, то больше решений нет (тригонометрические функции не подходят, т.к. у $f(x)$ нет периода, в отличие от тригонометрических).

Ответ: $\left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=c\cdot x,\ c\neq 0. \end{array}\right.$

2. Пусть число в левом верхнем углу - a. Тогда число в правом верхнем углу - $a+18d_1$, в левом нижнем углу - a^2+18d_4, в правом нижнем углу - $a^2+18d_3+18d_4=(a+18d_1)^2+18d_2$.

Заметим, что в одной клетке стоит одно положительное число.

Рассмотрим клетку в 19 строке, близ лежащую к ~~левому~~ нижнему углу. Тогда, с одной стороны, ~~...~~ число в ней равно $a^2+18d_4+d_3$, с другой - $(a+d_1)^2+18d_4$. Отсюда $d_3=2ad_1+d_1^2$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	0	0	3	1	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Теперь рассмотрим клетку, в 19 строке ~~...~~ соседнюю с правым нижним углом. С одной стороны, число в ней равно

$(a+18d_1)^2+18d_2$, с другой — $(a+17d_1)^2+18d_2+d_3$. Отсюда

$d_3 = 2ad_1 + 25d_1^2 = 2ad_1 + d_1^2$

$d_1^2 = 25d_1^2 \Rightarrow d_1 = 0.$

Тогда $(a+18d_1)^2+18d_2 = a^2+18d_2 = a^2+18d_2+d_3 \Rightarrow d_3=0.$

Тогда таблица имеет следующий вид:

Очевидно, что $a \cdot b = a \cdot b$.

ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	4	1	4	1.	8

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Лещенко

Имя Софья

Отчество Андреевна

Дата рождения 01.02.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение МАОУ СОШ №150, г. Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на _____ **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 83131861235 **Подпись** СЛ

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	Σ
20	20	6	20	0	66

№1

Всего 25 бельчат

Рыцари +

Лжецы −

Хитрецы если − ⊕, если + ⊖

1) Предположим, что среди всех бельчат есть хоть один рыцарь, т.к. его фраза является правдой, тогда есть хоть 1 лжец и 1 хитрец. Так же есть еще рыцарь.
Лжец будет только 1, т.к. если их будет двое, что они скажут правду, это невозможно.
Разберёмся с хитрецами. Допустим их не менее 2 хитреца, оба говорят правду. После лжеца может говорить один из них, и не могут стоять после рыцаря. Тогда один хитрец стоит за хитрецом и один из них врёт => противоречие.
Значит хитрец только 1. => рыцарей 25 - 1л - 1х = 23 рыцаря

О О О О О О О О О О О О О О О ...
Р Л Р Х Р Р Р Р Р Р Р Р Р

2) Возможен вариант, что рыцарей нет на поляне, при ситуации, если все бельчата будут лжецами.

О О О О О О О О О О ...
Л Л Л Л Л Л Л Л Л Л Л

Ответ: 0 или 23.

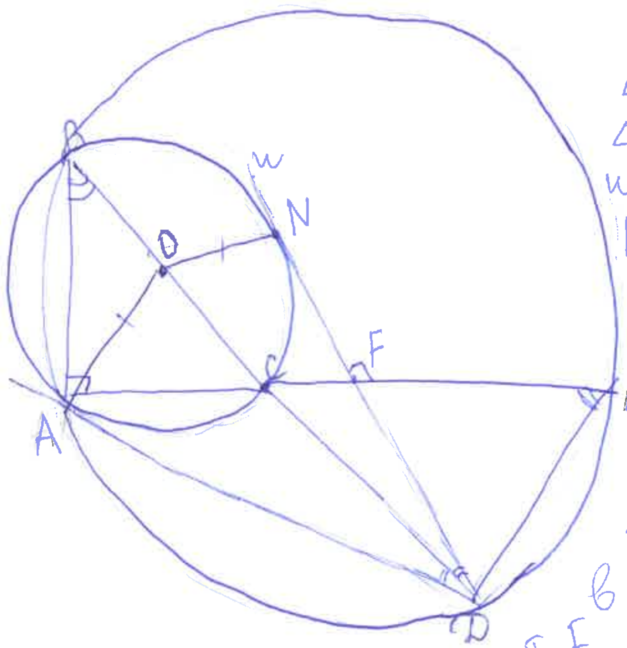
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 0 4 1 4 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.



Дано:
$\triangle ABC$ прямоугольный, $\angle A = 90°$, w – описанная окружность, AD – касательная, DN – биссектриса $\angle ADE$

Найти: $\frac{AC}{CE} = ?$

Решение: Биссектриса $\angle ADE$ касается окружности в т. N, пересекает AE в т. F. Пусть O центр окружности описанной около $\triangle ABC$. Проведём прямые OA и ON $\Rightarrow$ $OA = ON = r$
$\angle AED = \angle ABD$ т.к. опираются на хорду AD,
$\angle DAE = \angle ABD$, $\triangle ADE$ равнобедренный.
$\angle DAE = \angle AED = \angle ABD$,
DF – медиана и высота $\triangle ADE$; $AB \perp AE$; $DN \perp AE$; $AB \parallel DN$;

$\triangle AOD = \triangle NOD$, т.к. $AO = ON = r$ (катеты) и OD (гипотенуза) $\Rightarrow$ $\angle NDO = \angle ADO = \angle ABD$.
Рассмотрим $\triangle ADF$, $\angle AFD = 90°$
Обозначим равные углы за x, тогда $3x = 90° \Rightarrow x = 30°$
$AD = 2DF$
$\frac{CF}{AC} = \frac{DF}{2DF} = \frac{1}{2}$ (св-во биссектрисы)
$CE = 2AC$; $\frac{AC}{CE} = \frac{1}{2}$
Ответ: 1:2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 1 | 4 | 1 | 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

$(n^2+2)^p=(2n-1)^9$

Рассмотрим выражение $(n^2+2)^p$, оно может быть чётным и нечётным, а выражение $(2n-1)^9$ всегда будет нечётным => будем подставлять нечётные числа

Пусть $n=1$

$3^p \neq 1^9$ невозможно

Пусть $n=3$

$11^p \neq 5^9$ невозможно

Пусть $n=5$

$27^p=9^9=(3^3)^2=(3^2)^3$ верно;

$n=5$ подходит

Пусть $n=7$

$51^p \neq 13^9$ невозможно

Пусть $n=9$

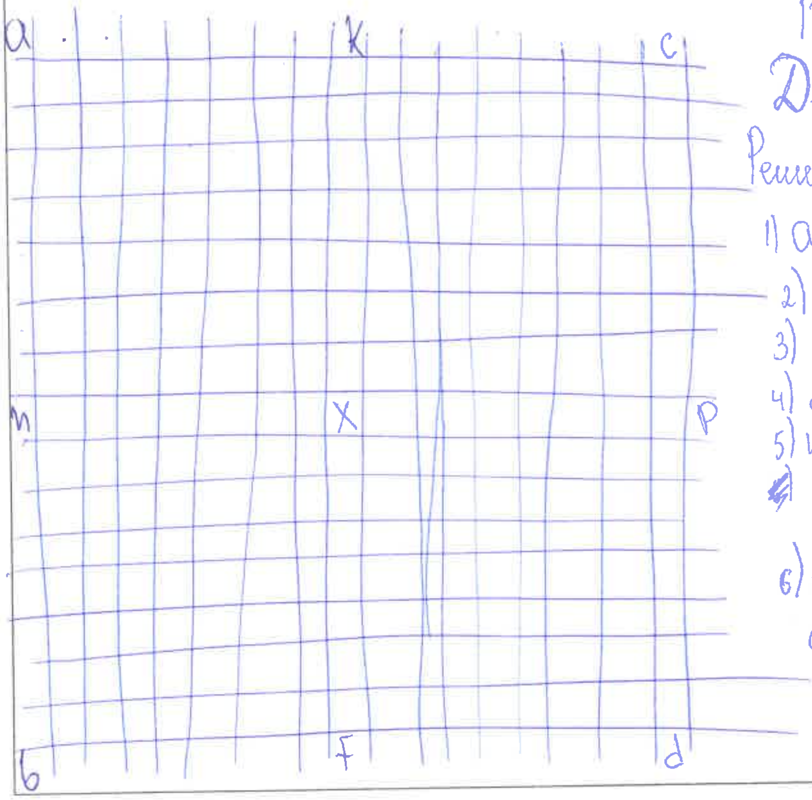
$83^p \neq 17^9$ невозможно

Пусть $n=11$

$123^p \neq 21^9$ невозможно

Ответ: $n=5$

№2.



17·17

Д-ть: $ad=bc$

Решение:

1) $a(1;1)$
2) $b(1;17)$
3) $c(17;1)$
4) $d(17;17)$
5) $n(1;9)$ – середина левого столбца => $n=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
6) $p(17;9)$ – середина правого столбца => $p=\sqrt{\frac{c^2+d^2}{2}}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	4	1	4	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

X – середина таблицы

$X = \frac{h+p}{2} \Rightarrow X = \frac{\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} + \sqrt{\frac{c^2+d^2}{2}}}{2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} + \sqrt{\frac{c^2+d^2}{2}}\right)$

$K(8;1)$ – середина верхней строки $= \frac{a+c}{2}$

$F(8;17)$ – середина нижней строки $= \frac{b+d}{2}$

$X = \sqrt{\frac{K^2+F^2}{2}}$ (по столбцам) $\Rightarrow$

$X = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + \left(\frac{b+d}{2}\right)^2\right)}$

Имеем выражение $\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} + \sqrt{\frac{c^2+d^2}{2}}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 + \left(\frac{b+d}{2}\right)^2\right)}$

Преобразуем, умножим обе части на $2\sqrt{2}$

$\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} = \sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$

$(a^2+b^2) + 2\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sqrt{d^2+c^2} + (d^2+c^2) = (b+d)^2 + (a+c)^2$

$\cancel{a^2} + \cancel{b^2} + 2\sqrt{(a^2+b^2)(d^2+c^2)} + \cancel{d^2} + \cancel{c^2} = \cancel{b^2} + 2bd + \cancel{d^2} + \cancel{a^2} + 2ac + \cancel{c^2}$

$2\sqrt{(a^2+b^2)(d^2+c^2)} = 2bd + 2ac$

$\sqrt{(a^2+b^2)(d^2+c^2)} = bd + ac$

$\left(\sqrt{(a^2+b^2)(d^2+c^2)}\right)^2 = (bd+ac)^2$

$(a^2+b^2)(d^2+c^2) = (bd)^2 + 2bd\cdot ac + (ac)^2$

$(ad)^2 + \cancel{(ac)^2} + \cancel{(bd)^2} + (bc)^2 = \cancel{(bd)^2} + 2bd\cdot ac + \cancel{(ac)^2}$

$\cancel{(ad)^2+(bc)^2}$ $(ad)^2 + (bc)^2 = 2bd\cdot ac$

$(ad)^2 + (bc)^2 - 2bd\cdot ac = 0$

$(ad-bc)^2 = 0$; $ad = bc$

ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

M	A	0	0	0	0	1	4	8	5	1	8

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Донец

Имя Екатерина

Отчество Александровна

Дата рождения 08.08.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение МАОУ лицей №9 "Лидер", г. Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 89232990715 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	4	8	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Если лжецов вообще не было, то любой рыцарь бы соврал, поэтому
на поляне из 25 бельчат был хотя бы один лжец. Предположим, что, пока
на поляне было больше 10 бельчат, один лжец ушел. Тогда либо ушед-
ший после него рыцарь соврал (т.к. после ухода лжеца осталось чет-
ное число лжецов), либо ушедший после него лжец сказал правду,
чего быть не может. Из этого мы можем рассудить, что либо лжецы
вообще не уходили, либо лжец ушел последним, и после ухода этого
лжеца ~~на~~ поляне осталось 10 бельчат (до этого никто из лжецов не мог
уйти). Тогда количество лжецов не превышает 11. Также мы знаем,
что на поляне есть хотя бы один рыцарь. Тогда, если рыцари всегда
говорят правду, на поляне находится нечетное число лжецов. Из чего
выходит, что количество лжецов может быть не-
вышеизложенного
четным и не превышающим 11, то есть 1, 3, 5, 7, 9, 11.

Ответ: 1, 3, 5, 7, 9, 11.

№2. Пусть числа в левом верхнем, правом верхнем, левом нижнем и правом
нижнем углах обозначены как x, y, z, a соответственно. По свойству
арифметической прогрессии, число, стоящее в середине арифмети-
ческой прогрессии, равно среднему арифметическому первого и
последнего членов арифметической прогрессии. Тогда число, стоящее
в середине верхней строки равно $\frac{x+y}{2}$, а в середине нижней: $\frac{z+a}{2}$;
число в середине левого столбца равно $\sqrt{\frac{x^2+z^2}{2}}$, а в середине пра-
вого $\sqrt{\frac{y^2+a^2}{2}}$ (т.к. в столбцах арифметическую прогрессию образуют
не сами числа, а их квадраты). Рассмотрим также центральную
клетку всей таблицы. С одной стороны, она является серединой
средней строки, и число в ней равно: $\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{x^2+z^2}{2}}+\sqrt{\frac{y^2+a^2}{2}}\right)$, а с другой –
она есть середина среднего столбца, и число в ней равно тогда:
$\sqrt{\frac{1}{2}\left(\left(\frac{x+y}{2}\right)^2+\left(\frac{z+a}{2}\right)^2\right)}$. Также помним, что нам нужно доказать равенство
$xa=yz$. Теперь приравняем значение числа центральной клетки:

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x^2+z^2}{2}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{y^2+a^2}{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\left(\frac{x+y}{2}\right)^2+\left(\frac{z+a}{2}\right)^2\right)}$$

$$\frac{\sqrt{x^2+z^2}}{2\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{y^2+a^2}}{2\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{(x+y)^2}{8}+\frac{(z+a)^2}{8}} \quad /\cdot 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{x^2+z^2}+\sqrt{y^2+a^2}=\sqrt{(x+y)^2+(z+a)^2},$$ затем возведем в квадрат обе части:

$$(x+y)^2+(z+a)^2=x^2+z^2+y^2+a^2+2\sqrt{(x^2+z^2)(y^2+a^2)}$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{y^2}+\cancel{z^2}+\cancel{a^2}+2xy+2az-\cancel{x^2}-\cancel{z^2}-\cancel{y^2}-\cancel{a^2}=2\sqrt{(x^2+z^2)(y^2+a^2)} \quad /:2$$

$xy+az=\sqrt{(x^2+z^2)(y^2+a^2)}$, снова возводим обе части в квадрат:

$$x^2y^2+a^2z^2+2xyza=(x^2+z^2)(y^2+a^2)$$

$\cancel{x^2y^2}+\cancel{a^2z^2}+2xyza-\cancel{x^2y^2}-x^2a^2-z^2y^2-\cancel{z^2a^2}=0$, перенесем вправо:

$$(xa)^2+(zy)^2-2xyza=0 \Rightarrow (xa-yz)^2=0 \Rightarrow xa-yz=0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow xa=yz$, что и требовалось доказать.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	0	80

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

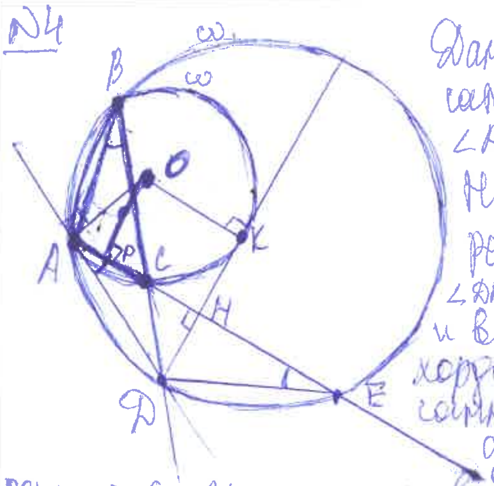
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	4	8	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4



Дано: $\triangle ABC$, $D \in BC$, ω – описанная около $\triangle ABC$, AD – ка-
сательная, ω_1 – описанная около $\triangle ABD$, DH – бис-са
$\angle ADE$, DK – касательная, $AC : CE = 1 : 2$
Найти: $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$

Решение:
$\angle DAH = \angle ABD$ (угол между хордой и касательной
и вписанный угол на дуге, отсекаемой данной
хордой), пусть $\angle ABD = \alpha$. Также $\angle AED = \angle ABD$ (впи-
санные углы, опирающиеся на одну и ту же
дугу). Тогда получаем, что $\triangle ADE$ – равнобед-
ренный (углы при основании равны), тогда DH, как биссектриса по
условию, является также и медианой, и высотой, т.е. $\angle AHD = 90°$
и $AH = HE$. Также из этого $AH \parallel OK$ (т.к. $AH \perp KH$ и $OK \perp KH$ как радиус в точку касания)
Проведем серединный перпендикуляр к стороне AC $\triangle ABC$ (середина сторо-
ны пусть точка P). Тогда $OKHP$ – прямоугольник.
$CE = CH + HE = CH + AH$ (т.к. $\triangle ADE$ – равнобедренный) $= 2PC + 2CH = 2(PC + CH) =$
$= 2PH$, но по условию $CE = 2AC$, тогда $AC = PH$, и тогда $AP = CH$, а $AC =$
$= 2CH$. Тогда $AP = \frac{1}{2} OK$ (т.к. $OKHP$ – прямоугольник), а $OK = AO = r$, тогда
$AP = \frac{1}{2} AO$, иными словами, катет прямоугольного $\triangle AOP$ равен поло-
вине гипотенузы $\Rightarrow \angle AOP = 30°$, тогда $\angle OAP = 60°$. $\angle OAD = 90°$ (т.к.
$OA \perp AD$ как радиус в точку касания) $\Rightarrow \angle HAD = \alpha = 90° - 60° = 30°$,
тогда и $\angle ABC = 30°$. В $\triangle AHD$ углы $30°$ и $90°$ $\Rightarrow \angle ADH = 60°$. Рассмотрим
$\triangle AHD$. Заметим, что $\frac{HD}{AD} = \frac{CH}{AC} = \frac{1}{2}$, а это следует из свойства, которым
обладает биссектриса $\triangle$-ка (делит сторону на отрезки, пропорцио-
нальные двум другим сторонам), из этого получаем, что CD –
биссектриса $\triangle AHD$. Тогда если $\angle ADH = 60°$, то $\angle CDH = 30°$, а $\triangle CHD$ –
прямоугольный $\Rightarrow \angle HCD = 60°$ и $\angle HCD = \angle ACB$ (вертикальные) $=$
$= 60°$. Получаем, что ~~углы искомого~~ искомые углы данного
изначально $\triangle ABC$ равны $30°$, $60°$ и $180 - 30° - 60° = 90°$.
Ответ: $30°$, $60°$, $90°$

№3 $(n^2+2n+3)^p = (2n+1)^q$. Начнем с того, что справа стоит за-
ведомо нечетное число, тогда и n^2+2n+3 тоже должно быть
нечетным (т.к. возведение нечетного числа в любую степень
его четность не меняет). Исходя из этого, нам подходят только чет-
ные n. Проверим $n=2$ и $n=4$:
$n=2$: $11^p = 5^q$ – натуральных решений нет
$n=4$: $27^p = 9^q \Rightarrow 3^{3p} = 3^{2q}$ – натуральные решение $p=2$ и $q=3$,
например, поэтому $n=4$ нам подходит. Далее примем, что
$n \geq 5$.
Чтобы равенство, находящееся в условии, имело натуральные ре-
шения p и q, числа n^2+2n+3 и $2n+1$ должны являться степенями

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	1	4	8	5	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

одного и того же простого числа, то есть иметь один общий простой делитель. Вспомним об этом позже, а пока обозначим общий простой делитель этих чисел за x, а числа представим в виде: $n^2+2n+3=xa$; $2n+1=xb$, где a и b - натуральные числа. Заметим, что $2n=xb-1$. Домножим первое равенство на 4: $(2n)^2+8n+12=4xa$, теперь подставим значение числа $2n$:

$(xb-1)^2+4(xb-1)+12=4xa$

$(xb)^2-2xb+1+4xb-4+12=4xa$

$(xb)^2 \vdots x + 2xb \vdots x + 9 = 4xa \vdots x$. Видим, что сумма чисел делится на x, значит, каждое слагаемое должно делиться на x. Из этого получаем, что $9 \vdots x$, а т.к. x - простое число, то $x=3$. Тепер вспоминаем о том, что общий делитель у двух заявленных чисел один, и они являются его степенями, то есть $n^2+2n+3=3^k$, $2n+1=3^m$, причем, т.к. мы рассматриваем $n \geq 5$, справедливо то, что $k>m$ и $m \geq 3$, ведь при $n=4$ мы получили $k=3$ и $m=2$, а плюс ко всему, число n^2+2n+3 растет быстрее, чем $2n+1$, так что оба написанных чуть выше неравенства справедливы. Теперь, вернувшись еще выше изложенной информации, запишем:

$(3^m-1)^2+4(3^m-1)+12=4\cdot 3^k$

$3^{2m}-2\cdot 3^m+1+4\cdot 3^m-4+12=4\cdot 3^k$

$3^{2m}+2\cdot 3^m+9=4\cdot 3^k$. Т.к. k и m - натуральные, а $k>m$, то $3^k\cdot 4 \vdots 3^m$. Аналогично, т.к. $3^{2m} \vdots 3^m$ и $2\cdot 3^m \vdots 3^m$, чтобы вся сумма делилась на 3^m нужно, чтобы $9 \vdots 3^m$, но т.к. $m \geq 3$, этого быть не может. Поэтому $n \geq 5$ не удовлетворяют условию, значит, ответ единственный: $n=4$.

Ответ: $n=4$.

№5 Т.к. данное равенство должно соблюдаться при любых действительных x и y, то подставим вместо них $(-x)$ и $(-y)$:

$f(-x^3-y^3)=x^2f(-x)-yf(y^2)$. Если функция будет четной, то равенство не придет к изначальному виду, но если функция будет нечетной, то: $-f(x^3-y^3)=-x^2f(x)-yf(y^2) \mid :(-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x^3+y^3)=x^2f(x)+yf(y^2)$ - получили первоначальное, поэтому функции, подходящие под условие, как минимум, должны быть нечетными.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

КГЭУ

Адрес площадки проведения

М	А	0	0	0	0	1	7	2	3	1	8

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Апаков

Имя Михаил

Отчество Эдгарович

Дата рождения 13.01.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение МАОУ „Лицей 131", Казань

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона [redacted] **Подпись** Ап

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 2 | 3 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Ответ: 23 или 0.

Решение: Пусть среди Бельчат есть Р. Он говорит правду, значит, среди оставшихся бельчат есть хотя бы 1 Л, Р и Х. Пусть $Л_1$ — один из лжецов. Он лжёт, значит, среди оставшихся 24 бельчат либо нет Р, либо нет Л, либо нет Х. Из доказанного выше следует, что Р и Х среди них есть. Значит, там нет Л и $Л_1$ — единственный Л среди всех бельчат. Пусть среди бельчат есть ≥ 2 Х, из них — это $Х_1$ и $Х_2$. Тогда если убрать одного из них, то среди оставшихся 24 есть ≥ 1 Х, хотя бы 1 Л (это $Л_1$), и хотя бы один Р. Значит, каждый из них говорил правду (каждый из всех Хитрецов, не только $Х_1$ и $Х_2$!). Значит, все хитрецы сказали правду, но они говорят правду только если предыдущий бельчонок солгал. Солгать, как мы доказали, мог только Л. Но лжецов только один, это $Л_1$, и он не мог говорить перед каждым из хитрецов, которых хотя бы 2. Противоречие. Значит, хитрецов ≤ 1. Т.к. их ≥ 1, то их ровно 1. Значит, Рыцарей $25-1-1=23$. Такое возможно, например, пусть говорят в таком порядке: $РХЛ\underbrace{Р\ldots Р}_{22}$.

Иначе, если среди бельчат нет Р, то всего Рыцарей 0. Такое тоже возможно, например, если все бельчата Лжецы.

Таким образом, рыцарей могло быть только 23 или 0, и то, и то возможно.

№4. Ответ: 1:2

Решение: Пусть O — центр ω; бис-са ∠ADE кас-ся ω в K; ∠ABC=α.

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	0	80

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

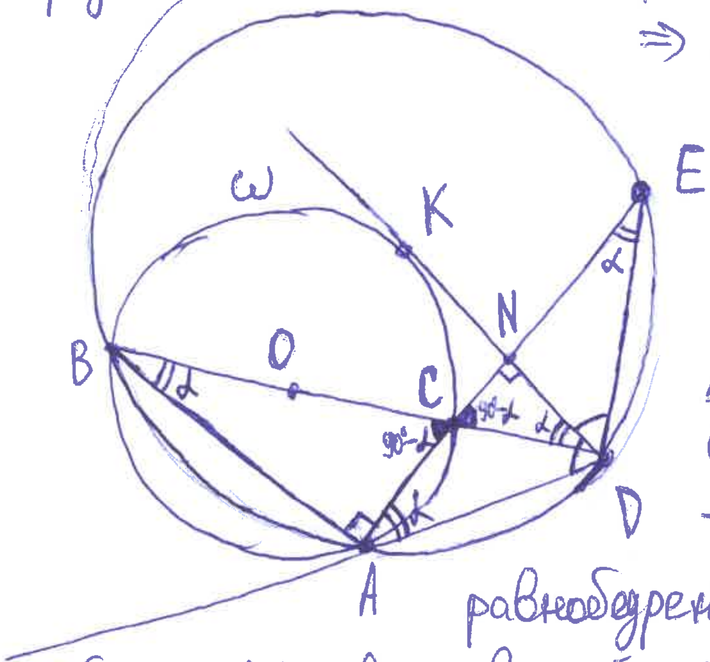
Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	7	2	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 Продолжение: Заметим, что $ADEB$ — вписанный $\Rightarrow \angle AED = \angle ABD = \alpha$. Также, по т. об угле между касательной и хордой, $\angle CAD = \angle CBA = \alpha$, то есть $\angle AED = \angle EAD = \alpha$. Т.к. ΔABC — прямоугольный, O — середина BC, $\angle ACB = 90° - \angle ABC = 90° - \alpha$. ΔAED —



равнобедренный, т.к. $\angle AED = \angle EAD$. Значит, его бис-са DK яв-ся высотой и медианой $\Rightarrow \angle AND = 90°$ и $AN = NE$, где N — точка пересечения DK и AE. Следовательно, $AB \perp AE$ и $DK \perp AE \Rightarrow AB \parallel DK \Rightarrow \angle BDK = \angle DBA = \alpha$. Заметим, что $\angle ADB = 180° - \angle DBA - \angle BAD = 180° - \alpha - (90° + \alpha) = 90° - 2\alpha$. Также, т.к. ω — вписана в $\angle ADK$, её центр O лежит на бис-се этого угла, то есть $\angle ODA = \angle ODK$. Т.к. $\angle ODA = \angle BDA = 90° - 2\alpha$, $\angle ODK = \angle BDK = \alpha$, получаем, что $90° - 2\alpha = \alpha \Rightarrow \underline{\alpha = 30°}$. Тогда $\angle ADC = \angle ADN - \angle CDN = (90° - \alpha) - \alpha = 30° \Rightarrow AC = CD$. В прям-м Δ катет против угла в $30°$ в 2 раза короче гипотенузы, значит, $CN = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AC$. Тогда, $AN = AC + CN = AC + \frac{1}{2}AC = \frac{3}{2}AC$. Т.к. $AN = NE$, получаем, что $AE = 2\cdot AN = 3AC$. Значит, $CE = AE - AC = 2\cdot AC \Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{AC}{2\cdot AC} = \frac{1}{2}$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3. Ответ: $n=5$

Решение: Заметим, что у чисел n^2+2 и $2n-1$ одинаковый набор простых делителей. Действительно, если одно из них делится на какое-то простое 5, а другое нет, то после возведения обоих чисел в некоторые натуральные степени, одно число по-прежнему будет дел-ся на 5, а другое нет. Значит, равны они быть не могут. Пусть, $n^2+2 \vdots r$ и $2n-1 \vdots r$, где r-простое. Тогда $(2n-1)^2 \vdots r$, т.е. $4n^2-4n+1 \vdots r$, и $4(n^2+2) \vdots r$, т.е. $4n^2+8 \vdots r$. Значит, $(4n^2+8)-(4n^2-4n+1) \vdots r$. Или раскрыв скобки $4n+7 \vdots r$. Тогда, $(4n+7)-2\cdot(2n-1) \vdots r$. Что равносильно, $9 \vdots r$. Значит, $r=3$. То есть, мы доказали, что n^2+2 и $2n-1$ обязательно являются некоторыми степенями тройки.

Пусть $2n-1=3^k$, $n^2+2=3^m$. Ясно, что $m\in\mathbb{N}$, также $k\neq 0$, иначе $(2n-1)^q=1^q$, но $n^2+2>2 \Rightarrow (n^2+2)^p>2^p>1$.

Значит, $k,m\in\mathbb{N}$. Также, $n^2+2>2\sqrt{2n^2}=2\sqrt{2}\cdot n>2n>2n-1$.

Значит, $3^m>3^k \Rightarrow m>k$. Абсолютно аналогично как и выше, $4\cdot3^m-3^{2k}=4\cdot(n^2+2)-(2n-1)^2=4n+7$. $(4\cdot3^m-3^{2k})-2\cdot3^k=$
$=4n+7-2\cdot(2n-1)=9=3^2$. Заметим, что степень вхождения 3 в левую часть в точности равна 3^k, т.к. $m, 2k>k$, то есть $4\cdot3^m-3^{2k}-2\cdot3^k=3^k(\underbrace{4\cdot3^{m-k}-3^k}_{\vdots 3}-2)$.

Значит, $k=2$ (ведь в правой части степень вхождения $\vdots 3$ в точности равна 2. Получаем, что $2n-1=3^2=9 \Rightarrow n=5$

При этом $n=5$ действительно подходит, ведь тогда $n^2+2=27$, $2n-1=9$ и $27^2=9^3=3^6$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	1	7	2	3	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2. Решение: Пусть таблица выглядит так:

$a_1\ a_1+d_1\ a_1+2d_1 \dots a_1+16d_1$

$a_2\ a_2+d_2\ a_2+2d_2 \dots a_2+16d_2$

$\vdots$

$a_{17}\ a_{17}+d_{17} \dots a_{17}+16d_{17}$

По условию $a_2^2-a_1^2=a_3^2-a_2^2$,

$(a_2+d_2)^2-(a_1+d_1)^2=(a_3+d_3)^2-(a_2+d_2)^2$,

$(a_2+2d_2)^2-(a_1+2d_1)^2=(a_3+2d_3)^2-(a_2+2d_2)^2$

Вычитая из второго первое, и из третьего первое:

(1) $2a_2d_2+d_2^2-2a_1d_1-d_1^2=2a_3d_3+d_3^2-2a_2d_2-d_2^2$

$4a_2d_2+4d_2^2-4a_1d_1-4d_1^2=4a_3d_3+4d_3-4a_2d_2-4d_2^2$

домножив первое на 4 и вычтя из 2-го:

$$4a_1d_1-4a_2d_2=4a_2d_2-4a_3d_3$$

$$a_1d_1+a_3d_3=2a_2d_2$$

из (1) получаем, что $d_2^2-d_1^2=d_3^2-d_2^2$.

$d_1^2+d_3^2=2d_2^2$

Аналогично рассуждая получаем, что

$d_2^2+d_4^2=2d_3^2$

$d_3^2+d_5^2=2d_4^2$

$\vdots$

$d_{15}^2+d_{17}^2=2d_{16}^2$

$a_2d_2+a_4d_4=2a_3d_3$

$\vdots$

$a_{15}d_{15}+a_{17}d_{17}=2a_{16}d_{16}$

Значит, последовательности

$d_1^2, d_2^2, \dots, d_{17}^2$

$a_1d_1, a_2d_2, \dots, a_{17}d_{17}$ — арифметические прогрессии

Откуда получаем, что $\frac{a_1d_1}{d_1^2}=\frac{a_{17}d_{17}}{d_{17}^2}$, то есть

$\frac{a_1}{d_1}=\frac{a_{17}}{d_{17}} \Rightarrow a_1d_{17}=d_1a_{17} \Rightarrow 16a_1d_{17}=16a_{17}d_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1(a_{17}+16d_{17})=a_{17}(a_1+16d_1)$, то есть

прав. нижн. $\cdot$ лев. верх. $=$ прав. верх. $\cdot$ лев. нижн., ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ангарск. ~~МБ~~ „Лицей №2"

Площадка проведения (город, ОУ)

МА00000057018

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Бутаков

Имя Ефим

Отчество Сергеевич

Дата рождения 30.03 2000 Класс 11

ОУ, местоположение МБОУ „СОШ №10", г. Ангарск.

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы 03.03 2018г

Номер телефона 89025442555 Подпись [подпись]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	5	7	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

1) 0 рыцарей и 25 лжецов — подходит.

2) Если есть ~~хотя~~ бы 1 рыцарь => есть хотя бы по одному хитрецу и лжецу, значит > 1 лжеца не может быть, т.е

$n \cdot р + 1\ л + (24-n)\ х,$

если хитрец пойдет после ~~[illegible]~~ рыцаря => 1 хитрец всего.

если хитрец пойдет после лжеца => ~~лжецов~~ хитр ≥ 2

если ~~лжецов~~ хитр ≥ 2 => ~~[illegible]~~ - все ~~лжецы~~ хитр должны идти после лжецов,

а лжецов — 1.

=> Если есть хотя бы 1 рыцарь => есть только 1 хитрец и 1 лжец =>

=> 23 рыцаря

Ответ: 0; 23.

№2 Рассмотрим таблицу 12×17, x — ~~координата~~ номер столбца, y — номер строки сверху вниз.

	1-е	9-е	17-е
1-е	a_1	$\frac{a_1+a_2}{2}$	a_2
9-е	$\sqrt{\frac{a_1^2+b_1^2}{2}}$	X	$\sqrt{\frac{a_2^2+b_2^2}{2}}$
17-е	b_1	$\frac{b_1+b_2}{2}$	b_2

Рассмотрим числа: $(1;1) = a_1$

$(9;1) = \frac{a_1+a_2}{2}$

$(17;1) = a_2$

$$\left.\begin{aligned}(1;17) &= b_1\\(17;17) &= b_2\end{aligned}\right\} \Rightarrow (1;9) = \sqrt{\frac{a_1^2+b_1^2}{2}}$$

$(17;9) = \sqrt{\frac{a_2^2+b_2^2}{2}}$

по строкам: $x = \dfrac{\sqrt{\frac{a_1^2+b_1^2}{2}} + \sqrt{\frac{a_2^2+b_2^2}{2}}}{2}$

$\Rightarrow$

по столбцам $x = \sqrt{\dfrac{\left(\frac{b_1+b_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)^2}{2}}$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{\frac{a_1^2+b_1^2}{2}} + \sqrt{\frac{a_2^2+b_2^2}{2}}}{2}\right)^2 = \frac{\left(\frac{b_1+b_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)^2}{2}$$

$$\frac{a_1^2+b_1^2+a_2^2+b_2^2+2\sqrt{(a_1^2+b_1^2)(a_2^2+b_2^2)}}{8} = \frac{b_1^2+2b_1b_2+b_2^2+a_1^2+2a_1a_2+a_2^2}{8}$$

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	0	80

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 0 5 7 0 1 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$2\sqrt{(a_1^2+b_1^2)(a_2^2+b_2^2)} = 2(b_1b_2+a_1a_2)$$

$$\cancel{a_1^2 a_2^2}+b_1^2\cdot a_2^2+a_1^2\cdot b_2^2+\cancel{b_1^2 b_2^2}=\cancel{b_1^2b_2^2}+\cancel{a_1^2a_2^2}+2b_1b_2a_1a_2$$

$$b_1^2a_2^2+a_1^2b_2^2-2b_1b_2a_1a_2=0$$

$$(b_1a_2-a_1b_2)^2=0$$

$$b_1a_2=a_1b_2, \quad \text{ч.т.д.}$$

№3 1) $n^2+2 \vee 2n-1$

$n^2-2n+3>0$

2) пусть $n^2+2 \vdots r \Rightarrow 2n-1 \vdots r \Rightarrow$

$\Rightarrow n^2+2+2n-1 \vdots r$

$(n+1)^2 \vdots r$

$n+1 \vdots r$

$2(n+1) \vdots r$

$2(n+1)-(2n-1)=3 \vdots r \Rightarrow r=3$ – единственный простой делитель.

$\Rightarrow$ пусть $n^2+2=3^a$, $\quad a>b$

$2n-1=3^b$,

$n^2+2n-1=3^b(1+3^{a-b})$

$(n+1)^2=3^b(1+3^{a-b}) \Rightarrow 3^b$ – квадрат и $(1+3^{a-b}) \vdots 3$ \ квадрат.

$1+3^{a-b}=k^2$

$3^{a-b}=(k-1)(k+1)$ – оба не могут $\vdots 3 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k-1=1 \\ k+1=1 \end{array}\right.$ $\quad k=2$; $k=0$ – не подходит

$\Rightarrow 3^{a-b}=3 \Rightarrow a-b=1$, $a=b+1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} n^2+2=3^{b+1} \\ 2n-1=3^b \end{array}\right. \Rightarrow n^2+2=3(2n-1) \Rightarrow$

$n^2-6n+5=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n=1 \text{ – не подходит т.к } p=0 \\ n=5 \end{array}\right.$

Ответ: 5

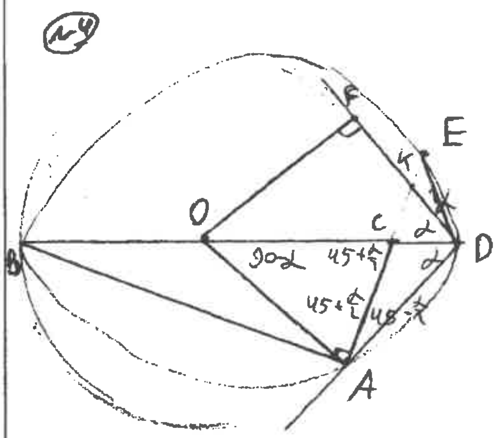
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 0 5 7 0 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4



Дано: AD – кас
$\angle BAC = 90^\circ$
$\angle ADF = \angle FDE$

Найти: $\frac{AC}{CE} = ?$

Решение: 1) $OA \perp AD$, $OF \perp FD$; $OA = OF$; $FD = AD \Rightarrow \triangle OFD = \triangle OAD \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle ADO = \angle ODF = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FDE = 2\alpha$

2) $\angle BAE = 90^\circ \Rightarrow BE$ – диаметр $\Rightarrow \angle BDE = 90^\circ = 3\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha = 30^\circ$

$\angle OAC + \angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \angle CAD = 45 - \frac{\alpha}{2} = 30^\circ \Rightarrow \angle AED = 30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow ADE$ – равнобедренный DK – высота $= X \Rightarrow AD = 2X \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{CK}{CA} = \frac{KD}{DA} = \frac{1}{2}$ – свойство биссектрисы;

$\left.\begin{matrix} CK = a \\ CA = 2a \end{matrix}\right\} \Rightarrow KE = 3a \Rightarrow \frac{CA}{CE} = \frac{2a}{a+3a} = \frac{1}{2}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МЭИ, Москва	МА 0 0 0 0 0 2 6 9 1 8
Площадка проведения (город, ОУ)	Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Абдул Гани

Имя Надим

Отчество Ахмадович

Дата рождения 09.06.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение МБОУ лицей №7 им. Д.П. Уланова

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +7(925)-310-10-80 **Подпись** Абд.

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	2	6	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1

Пусть среди бельчат существует хотя-бы один рыцарь, тогда если рыцарь скажет правду, то среди бельчат должно быть хотя-бы 2 рыцаря (~~[illegible]~~(рыцарь говорит, что среди остальных бельчат есть ещё один рыцарь), 1 лжец и 1 хитрец. Лжец всегда лжёт (по условию), значит среди бельчат, кроме него, не должно быть либо рыцарей, либо лжецов, либо хитрецов, но рыцарь и хитрец есть, значит лжецов — нет, следовательно среди 25 бельчат есть только 1 лжец.

Рассмотрим случаи с хитрецами:

а) Хитрец говорит правду после лжеца, тогда, кроме этого хитреца есть ещё один хитрец, который может только солгать (т.к. после того, кто сказал правду хитрец лжёт, а после лжеца сказал правду другой хитрец) и т.к. будет существовать и рыцарь, и лжец, и хитрец, то тот не сможет этого сделать, следовательно — противоречие.

б) Хитрец говорит ~~[illegible]~~ ложь после рыцаря, тогда другого хитреца существовать не может, значит среди бельчат только 1 лжец, 1 хитрец и 25−1−1=23 рыцаря.

Также возможен случай, когда рыцарей нет, когда все 25 бельчат — лжецы.

Ответ: 0 или 23 рыцаря.

1	2	3	4	5	Σ
20	1	2	12	4	39

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М1 0000026918

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№2

В каждом столбце или строке таблицы 17×17 расставлены одинаковые числа (в таком случае — это арифметическая прогрессия с основанием 0), потому что не возможно расставить разные числа в таблицу так, чтобы соблюдалось условие. Значит произведение числа в левом верхнем углу и числа в правом нижнем углу равно произведению чисел в двух других углах, т.к. в каких-то двух соседних углах числа равны.

№3

$(n^2+2)^p=(2n-1)^q$ можно переписать

как: $(n^2+2)^p=(n^2-(n-1)^2)^q$ из:

$(n-1)^2=(n^2-2n+1)=n^2-(2n-1)$

$2n-1=n^2-(n-1)^2$

$(n^2+2)^p=(n^2-(n-1)^2)^q$ будет выполняться только когда: $(n^2+2)=X^a$, $(n^2-(n-1)^2)=X^b$, где a, b, X — натуральные числа.

Такое возможно при $n=5$

$(25+2)^p=(25-16)^q$

$27^p=9^q$

$p=2 \quad q=3$

Ответ: $n=5$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 МА00000269 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$f(f(x)-y^2)=f(x^2)+y^2f(y)-2f(xy)$

Такое равенство будет выполняться при $f(x)=x^2$:

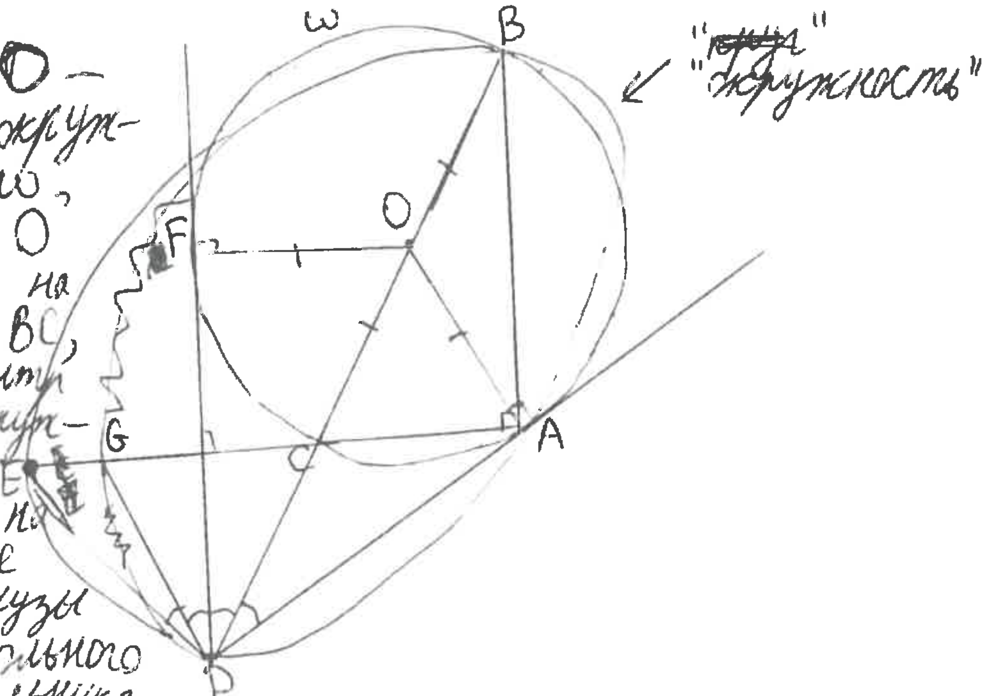
$f(x^2-y^2)=x^4+y^2\cdot y^2-2x^2y^2$

$(x^2-y^2)^2=x^4-2x^2y^2+y^4$

$(x^2-y^2)^2=(x^2-y^2)^2$

Ответ: $f(x)=x^2$.

№4



Пусть O — центр окружности ω, тогда O лежит на центре BC, т.к. центр опис. окружности лежит на середине гипотенузы прямоугольного треугольника.

Пусть FD — биссектриса ∠ADE и FD — касательная к окружности ω, тогда ∠FDO = ∠ODA, т.к. центр впис. в угол окружности лежит на биссектрисе ⇒ ∠EDF = 2∠FDO = 2∠ODA.

Продолжение см. на листе 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 МА0000026918

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

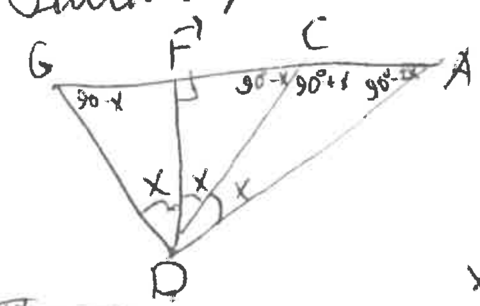
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

$\angle EDF = \angle FDA \Rightarrow AE \perp FD$, т.к. FD делит AE пополам ($\angle EDF = \angle FDA$)

$FO = AO = CO = OB$ – радиусы окружности ω.

Пусть DG – биссектриса $\angle EDF$, тогда $\angle EDG = \angle GDF = \angle FDC = \angle CDA = x$

Рассмотрим $\triangle GAD$: ~~x~~



$\angle GAD = 180° - (90° + x) - x = 90° - 2x$

$\angle GDF' = \angle F'DC = 90° - x$

$\angle DCA = 180° - (90° - x) = 90° + x$

~~Итак~~

$x = 30°$

$\dfrac{F'A}{F'D} = tg\, 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} : \dfrac{1}{2} = \sqrt{3}$ $F'A = F'D\sqrt{3}$

$\dfrac{F'C}{F'D} = tg\, 30° = \dfrac{1}{2} : \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $F'C = \dfrac{F'D}{\sqrt{3}}$

$EF' = F'A$

$\dfrac{F'A}{F'C} = \dfrac{F'D\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{F'D} = 3$ $F'A = 3F'C$

$\dfrac{AC}{AE} = \cancel{\dots}$ $\dfrac{AC}{2F'A} = \dfrac{F'A - F'C}{6F'C} = \dfrac{3F'C - F'C}{6F'C} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

Ответ: 1; 3.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	0	7	3	1	1	8

КГЭУ
Адрес площадки проведения

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия ПЕТУХОВА

Имя ЕКАТЕРИНА

Отчество СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 16.05.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение МАОУ „Лицей N 3", г. Чебоксары, ул. 139-й Стрелковой Дивизии, 12

Предмет Математика

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 8-952-027-52-97 **Подпись** ________

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 0 7 3 1 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1
На полене 25 бельчат. Каждый их них лжец, рыцарь или хитрец.
1) Лжец говорит неправду => фраза должна быть ложной => среди остальных бельчат нет лжеца, нет рыцаря или нет хитреца.
Если среди оставшихся нет рыцарей => хитрец, который говорит после лжеца скажет ложь, а должен сказать правду. => против-е
Если нет хитреца, то рыцарь скажет ложь => против-е
Значит, среди остальных бельчат нет лжецов => Всего среди 25 бельчат 1 лжец.
2) Теперь узнаем сколько было хитрецов.
Если 1 хитрец => 23 рыцаря, 1 лжец, 1 хитрец.
Если хитрец говорит после рыцаря, то он должен солгать, но его высказывание будет правдивым → значит, после рыцаря не говорит
Если 2 хитреца → если хитрец говорит после лжеца, то он говорит правду и его высказывание правдиво, тогда 2-й хитрец будет говорить после 1-го хитреца => должен солгать, но его высказывание будет правдивым =>
=> не может быть больше 1 хитреца
3) Значит на полене может быть 23 рыцаря, 1 лжец и 1 хитрец (при условии, что хитрец говорит после рыцаря)
Или на полене нет рыцарей и хитрецов, а одни лжецы
Ответ: 23 рыцаря или 0.

1	2	3	4	5	Σ
20	0	6	8	4	38

N3
$(n^2+2)^p = (2n-1)^q$
1) число $(2n-1)$ - нечетное => $(2n-1)$-нечетное => $(n^2+2)^p$-нечетное =>
=> (n^2+2) - нечетное => n^2 - нечетное => n - нечетное
2) Чтобы выполнялось равенство, числа (n^2+2) и $(2n-1)$ должны быть ~~кратны~~ одному и тому же числу, и быть одним и тем же числом, но в разных степенях, т.е. $(n^2+2) = a^x$ $(2n-1) = a^y$
3) n-оканчивается на 1 => (n^2+2)-окан-ся на 3 ; $(2n-1)$-окан-ся на 1
$(n^2+2)^p$-окан-ся на 3, 9, 7, 1 $(2n-1)^q$-окан-ся на 1
$\Downarrow$
$p \vdots 4$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______ | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 3 | 1 | 1 | 8 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4) n-окан-ся на 3 $\Rightarrow$ (n^2+2)-окан-ся на 1 $(2n-1)$-окан-ся на 5
$(n^2+2)^p$-окан-ся на 1 $(2n-1)^q$-окан-ся на 0 и 5 $\Big| \Rightarrow$ пересечений нет

5) n-окан-ся на 5 $\Rightarrow$ (n^2+2)-окан-ся на 7 $(2n-1)$ – на 9
$(n^2+2)^p$ – на 7, 9, 3, 1 $(2n-1)^q$ – на 9, 1
$p \vdots 4$ $p \vdots 2$

6) n-окан-ся на 7 $\Rightarrow$ (n^2+2)-окан-ся 1 $(2n-1)$ – на 3
$(n^2+2)^p$-окан-ся на 1 $(2n-1)^q$-окан-ся на 3, 9, 7, 1 $\Rightarrow p \vdots 4$

7) n-окан-ся на 9 $\Rightarrow$ (n^2+2)-окан-ся на 3 $(2n-1)$ – на 7
$(n^2+2)^p$-окан-ся на 3, 9, 7, 1 $(2n+1)^q$-окан-ся на 7, 9, 3, 1.

8) $n=1 \Rightarrow n^2+2=3$ $2n-1=1$ – не подходит, т.к. $p, q \in N$
$n=3 \Rightarrow n^2+2=11$ $2n-1=5$ – не подходит
$n=5 \Rightarrow n^2+2=27$ $2n-1=9$ $27^p=9^q$ $3^{3p}=9^{2q} \Rightarrow 3p=2q$
$n=7 \Rightarrow n^2+2=51$ $2n-1=13$ – не подходит

9) При дальнейшем рассмотрении чисел, оканчивающихся на 1, 5, 7, 9 не будет выполняться условие $(n^2+2) \vdots a$ и $(2n-1) \vdots a$

Ответ: $n=5$

№5

$f(f(x)-y^2)=f(x^2)+y^2f(y)-2f(xy)$

1) Заметим, что в правой части равенства есть слагаемое $y^2f(y)$, которое возводит y минимум в 3 степень. Значит в левой части функция тоже должна возводить y минимум в 3 степень.

2) Пусть $f(x)=x^2$
$f(x)-y^2=x^2-y^2$ $f(f(x)-y^2)=(x^2-y^2)^2=x^4-2x^2y^2+y^4$ – левая часть
$f(x^2)=(x^2)^2=x^4$ $y^2 \cdot f(y)=y^2 \cdot y^2=y^4$ $2f(xy)=2x^2y^2$
$f(x^2)+y^2f(y)-2f(xy)=x^4+y^4-2x^2y^2$

Значит функция $f(x)=x^2$ – является решением

3) Если функция $f(x)$ будет возводить переменную x в степень, больше 2, то слева x^n будет возводиться в степень $n \Rightarrow x^{2n}$
Но справа x будет возводиться в степень $n+2 \Rightarrow x^{n+2}$ $\Big| \Rightarrow$
$\Rightarrow 2n=n+2 \Rightarrow n=2 \Rightarrow n$ – не может быть больше 2

Ответ: $f(x)=x^2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______

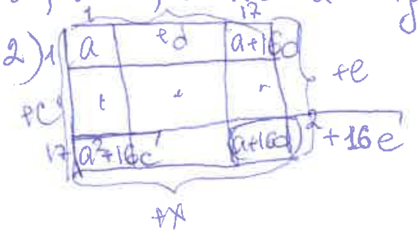
М	А	0	0	0	0	0	7	3	1	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

1) число в левом верхнем углу – a, арифметическая прогрессия в 1-й строке a, a+d, a+2d и т.д. => в правом верхнем углу a+16d

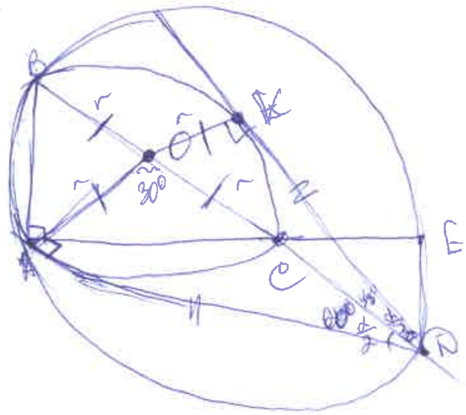
2) 

$\cancel{(a+16d)^2+16e-(a^2+16c)=16x}$

$\cancel{a^2+32ad+256d^2+16e-a^2-16c=16x}$

$\cancel{32ad+256d^2+16e-16c=16x \quad x=2ad+16d^2+e-c}$

№4



1) DK – бис-са

2) $\angle ADK=\angle KDE=\alpha$

3) $\angle AOK=360°-90°-90°-\alpha=180°-\alpha$

4) $AD=DK$ (т.к касательные) =>

=> $\Delta AOD=\Delta KOD$ =>

=> $\angle ODK=\angle ADO=\frac{\alpha}{2}$ => $\angle AOD=\angle KOD=90°-\frac{\alpha}{2}$

5) $\angle BAE=\angle BDE$ – опир-ся на BE – вписанные углы => $\angle BDE=90°$

6) $\angle ACB=\angle ECD$ (вертик-е), $\angle BAC=\angle CDE$ (по док-му) => $\Delta BAC\sim\Delta EDC$ (по 3-м углам)

7) $\angle ODE=\alpha+\frac{\alpha}{2}=\frac{3\alpha}{2}=90°$ => $\alpha=60°$ => $\angle AOD=30°$

$OD=\frac{OA}{\sin 60°}=\frac{r}{\frac{\sqrt3}{2}}=\frac{2r\sqrt3}{3}=\frac{2\sqrt3 r}{3}$ => $CD=\frac{2\sqrt3 r}{3}-r=\frac{2\sqrt3 r-3r}{3}=\frac{r(2\sqrt3-3)}{3}$

8)

Ответ: $\frac{AC}{CE}=2:1$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Москва, МГУ | МА 0 0 0 0 0 5 7 7 1 8

Площадка проведения (город, ОУ) — Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Васянович

Имя Дмитрий

Отчество Сергеевич

Дата рождения 14.11.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение ГБОУ Физтехлицей 2007, г. Москва

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона 79682036480 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

м	*	0	0	0	0	0	5	7	7	/	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$(n^2+2)^p = (2n-1)^q$, $n, p, q \in \mathbb{N}$

Очевидно, что при всех $n \in \mathbb{N}$ n^2+2 [illegible] $2n-1$

$n^2+2 > 2n-1$

$n^2-2n+3>0$ [illegible] $n^2+2>2n-1$

$n^2-[illegible]>0$

Тогда $n^2+2=(2n-1)^{\frac{q}{p}}$

Из этого следует, что $n^2+2 \vdots (2n-1)$

То $n^2+2 = k(2n-1)$

$n^2-2kn+k+2=0$

$D = 4k^2-4k-8 = (2k-1)^2-9$

$n_{1,2} = \frac{2k \pm \sqrt{[illegible]}}{2}$

Т.к. $n \in \mathbb{N}$, то дискриминант должен являться полным квадратом, т.е. $(2k-1)^2-9=n^2$. Т.е. разность между квадратами равна 9, а [illegible] они оба квадраты натуральные. Очевидно, что тогда верхний [illegible] если квадраты равны 16 и 25 (т.к. [illegible] квадратов меньше, а разность [illegible] меньше 9, если [illegible] 9 [illegible] квадрат [illegible] натур. чисел $\in \mathbb{N}$))

строго!

$(2k-1)^2=25$, и $D=16$, и $k=3$

Тогда $n_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2} \Rightarrow \left|\begin{array}{l} n=5 \\ n=1 \text{ — не подходит, т.к. } [illegible] \end{array}\right.$

[illegible] будет [illegible] [illegible] $\notin \mathbb{N}$)

Тогда $n=5$

Проверка

$27^p = 9^q$, [illegible] [illegible] числа p и q [illegible] $p=2$, $q=3$

$27^2-9^3 \Leftrightarrow (3^3)^2=(3^2)^3 \Leftrightarrow 3^6=3^6 \Rightarrow$ [illegible]

$n=5$ единственное, т.к. единственное k

Ответ: $n=5$

1	2	3	4	5	Σ
20	0	12	20	6	58

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	1	0	0	0	0	0	5	7	7	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$f(f(x)-y^2)=f(x^2)+y^2f(y)-2f(xy)$

Покажем, что $f(x)=x^2$ удовлетворяет равенству

$f(x^2-y^2)=x^4+y^2y^2-2x^2y^2$

$(x^2-y^2)^2=x^4-2x^2y^2+y^4=(x^2-y^2)^2$

т.е. $0=0 \Rightarrow f(x)=x^2$ подходит

Докажем, что другие функции не подходят

1) $y=kx^2$

$f(kx^2-y^2)=kx^4+y^2\cdot k-2kx^2y^2$

$k(kx^2-y^2)^2=k(x^2-y^2)^2 \quad | \; k/(k\neq 0)$

$(kx^2-y^2)^2=(x^2-y^2)^2$

$kx^2-y^2=x^2-y^2$

$(k-1)x^2=0$

т.к. $x\in R$ то $k=1$ — единственное k

Ответ: $f(x)=x^2$

* Отдельно рассмотрим случай, если $f(x)=0$, т.е. $0=0$, $0=0$, но, скорее всего, этот случай не подразумевался решением.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

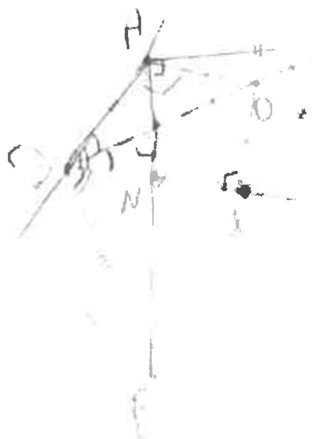
Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	0	5	7	2	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4



Пусть биссектриса [illegible] пересекает ω в точке X

[illegible]

O – центр ω

[illegible]

[illegible] центр описанной окружности – середина гипотенузы

Тогда [illegible]

$DX \cap AC = N$, [illegible] K

(ω, описанная около ABD)

Обозначим $\angle ADB$ [illegible] $\angle$

Проведем [illegible] и BK. Проведя [illegible] подсчет углов [illegible]

[illegible]

[illegible] $\frac{\alpha}{2}$ [illegible] $\frac{\alpha}{2}$ [illegible]

[illegible] $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$, $\angle AOB = \beta$. Они опираются на 1 [illegible]

и вписанные $\Rightarrow \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \beta \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{\beta}{2} \Rightarrow \alpha = \beta$

Отсюда следует, что [illegible] $\Rightarrow$ [illegible]

[illegible] (по [illegible]) $\Rightarrow AD = DX$

Пусть радиус ω = r

ABED является вписанным четырехугольником $\Rightarrow \angle NAE + \angle BE = 180$

$4\alpha + 90 - \alpha = 180$

$3\alpha = 90 \Rightarrow \alpha = 30$

[illegible] $\angle AND$ [illegible] $\Rightarrow DC$ – [illegible] в прямоугольном треугольнике

△ADE [illegible] (теорема [illegible])

[illegible] на [illegible])

Лист 3 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 0 5 7 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

и 4 (пересечение)

Тогда в 4-угольнике, AN = NE

по т. косинусов $AC^2 = r^2 + r^2 - 2 r \cdot r \cdot \cos(30°)$

$AC^2 = 2r^2\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2r^2 \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2} = r^2(2-\sqrt{3})$

~~AC =~~ $AC = r \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} = r \cdot \sqrt{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2} = r \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$

$\angle ANV = 180 - \angle AND = 90$

Тогда $\triangle CDN \sim \triangle CDV$ (по 2 углам)

~~по т. косинусов~~ по т. синусов в $\triangle ACD$

$$\frac{AC}{\sin 30} = \frac{CD}{\sin 30} \Rightarrow AC = CD$$

$CN = CD \cdot \cos \angle DCN = CD \cdot \cos 60 = \frac{CD}{2} \Rightarrow AN = NE = AC + \frac{AC}{2} = \frac{3}{2} AC$

⇓

$AE = 2AN = 3AC$

⇓

C делит в отношении 1 к 2, считая от A

Ответ: $\frac{AC}{CE} = \frac{1}{2}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА00000557911

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Рассмотрим ситуацию, когда бельчонок сказал неправду. Т.к. он солгал, то какого-то "тела" и [illegible] среди 25 бельчат нет, тогда очевидно, т.к. [illegible] должен быть 1 "тела".* Но мы знаем, что бельчата [illegible] лжецов есть [illegible] => хитрецы всегда говорят правду *(если два [illegible] по 1, т.е. 1 лжец, 1 хитрец, 23 рыцаря) Тогда кол-во лжецов и хитрецов совпадает, и каждый хитрец говорил после лжеца (т.е. хитрецы и лжецы чередуются) Но тогда если лжецов больше 1, то второй лжец скажет правду => лжецов не более 1. Рассмотрим число хитрецов (но не 0, т.к. рыцари говорят что есть хотя бы 1 лжец)

среди нас есть 1 лжец

Хитрецов не менее 1 (т.к. рыцари говорят, что [illegible] 1 [illegible]) Если хитрецов 2 или более (лжец всего 1), то максимум 1 бельчонок-хитрец скажет правду. Другие солгут, однако среди бельчат [illegible] 1 лжец, хитрец и рыцарь => хитрец всего 1 => рыцарей 25-1-1=23 рыцаря, и это единственное возможное число рыцарей. Ответ: 23 рыцаря

* Отдельно возможен случай, если все бельчата лжецы, т.е. если рыцарей и хитрецов 0. Но [illegible] такой случай не [illegible] (т.к. [illegible] лжецов не меньше 1)

Лист 5 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Лицей г. Ангарск, Иркутская обл. | М А 0 0 0 0 3 3 2 8 1 8

Площадка проведения (город, ОУ) Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Дерменёва Мария

Имя Мария

Отчество Алексеевна

Дата рождения 10.02.2000 Класс 11

ОУ, местоположение МАОУ «Ангарский лицей №2» им. М.К.Янгеля

Предмет математика

Этап олимпиады Заключительный этап

Работа выполнена на 1 листах Дата выполнения работы 03.03.18

Номер телефона 8 983 448 4484 Подпись

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 3 3 2 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

N1.

I. Рассмотрим кол-во рыцарей.

1) Пусть их 0, тогда все остальные могут быть лжецами → → выполняется

2) Пусть хотя бы один рыцарь есть, тогда есть и хотя бы один лжец и хотя бы один хитрец

II. Рассмотрим кол-во лжецов.

1) Пусть их больше одного, тогда когда лжец будет говорить на полене будут и лжец, и рыцарь и хитрец, а значит тот скажет правду → противоречие

2) Тогда рассмотрим вариант когда лжец 1.

III. Рассмотрим кол-во хитрецов

1) Пусть их больше одного, тогда когда хитрец будет говорить на полене ~~где~~ будут и лжец, и рыцарь, и хитрец, а значит ему придется говорить правду. Так как правду он говорит только после соврaвшего, говорить он сможет либо после лжеца, либо после соврaвшего хитреца. А так как хитрец не может врать в данном пункте, хитрец говорит только после лжеца. А так как лжец только один, то и хитрец только один.

IV. при 23 рыц. 1 хит и 1 лжеце - все условие выполняются

(когда говорит лжец ~~на полене только рыцари и хитрец~~, тогда говорит хитрец)

1	2	3	4	5	Σ
20	0	6	20	0	46

Лист 1 из 4

№1 Продолжение

23 - 1 - 1.

1) Когда говорит лжец - на поляне только рыцари и хитрец

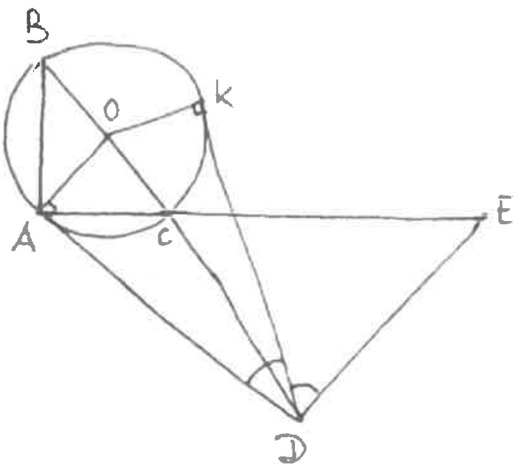
2) Хитрец говорит после рыцаря (врет) - и на поляне находится только рыцари и лжец.

3) Когда говорит рыцарь - на поляне рыцари, хитрец и лжец ⇒

⇒ все выполнится

Ответ: 0,23

№ 4



DK - бисс

ABC - прямоугол.

$\angle A = 90°$

AD - касательная

DK - касательная

E принадлежит окружности описаной вокруг $\triangle ABD$

I. 1) Пусть $\angle ADB = \alpha$, тогда $\angle BDK = \alpha$, т.к. $\triangle DAO = \triangle DKO$ по трем сторонам

2) $\angle ODE = 90°$, т.к. A, B, D, E лежат на одной окружности, а значит $\angle BAE = \angle BDE$, т.к. опираются на одну дугу BE

~~3) DK - бисс (по условию) ⇒ ∠ADK = ∠KDE то есть 2α = 90 - α~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № МА000033 2818

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

3) $\mathcal{D}K$ - бисс (по условию) $\to \angle A\mathcal{D}K = \angle K\mathcal{D}E \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A\mathcal{D}O + \angle O\mathcal{D}K = \angle O\mathcal{D}E - \angle O\mathcal{D}K$

$2\alpha = 90 - \alpha$

$\alpha = 30°$

II. 1) $\angle AO\mathcal{D} = 90° - \angle A\mathcal{D}O = 60°$ (сумма углов треугол.)

2) $OA = OC \Rightarrow \angle OCA = \dfrac{180 - \angle AO\mathcal{D}}{2} = 60°$

3) $\angle AC\mathcal{D} = 180° - \angle OCA = 120°$

4) $\angle CA\mathcal{D} = 180° - \angle AC\mathcal{D} - \angle O\mathcal{D}A = 30°$ (сумма углов треугол.)

5) $\angle CA\mathcal{D} = \angle C\mathcal{D}A \Rightarrow \triangle AC\mathcal{D}$ - равнобед. $AC = C\mathcal{D}$

6) $\angle CE\mathcal{D} = 90 - \angle EC\mathcal{D} = 30°$ (сумма углов треугол.)

7) $CE = 2C\mathcal{D}$ (т.к. $C\mathcal{D}$ лежит против угла в $30°$ в прямоугольном треугольнике $C\mathcal{D}E$, CE-гипп.)

8) Пусть $C\mathcal{D} = x$, тогда $AC = x$, $CE = 2x$

$$\frac{AC}{CE} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

Ответ. C делит AE $1:2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______ М А 0 0 0 0 3 3 2 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$(n^2+2)^p = (2n-1)^q \qquad n,p,q \in \mathbb{N}$

$n^2+2 = (2n-1)^k, \ k \in \mathbb{N}$ т.к.

1) $n^2+2 > 2n-1$

$n^2+3 \vee 2n$

1) $n<0$ гм5

2) $0<n<1$

$n^2+3>2, \ 2n<0$ гм2

3) $n>1$

$n=1$

$4>2$, дальше

n^2+3 возр. быстрее $2n$

2) Если у n^2+2 будут другие делители равны не будет

$n^2+2 = t^k, \ n,t,k \in \mathbb{N}$

$n=5$

$t=3$

$k=3$

Проверим

$n^2+2=27$

$2n-1=9$

$27^p = 9^q$ (например $p=2, q=3$)

Ответ: $n=5$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Москва МЭИ	МА 0 0 0 0 2 8 1 7 1 8

Площадка проведения (город, ОУ) — Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Бабаев

Имя Григорий

Отчество Александрович

Дата рождения 10.11.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение МЭИ, Москва

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона [illegible] **Подпись** [illegible]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

1	A	0	0	0	0	2	8	1	7	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№1

1) На поляне могло быть 0 рыцарей, ~~когда бы~~ например 10 лжецов и 15 хитрецов. Тогда бы все они солгали, т.к. рыцарей нет, а они утверждали, что есть.

2) Одного рыцаря быть не может, так как его утверждение было бы ложным, ведь кроме него рыцарей нет.

3) Рассмотрим вариант, когда рыцарей (x) $1 < x < 23$. Пусть ~~…~~ есть только 1 лжец и $25 - x - 1$ хитрецов. Тогда первым выступит лжец и он солжет, ведь кроме него нет лжецов. Затем выступят рыцари и скажут правду, т.к. есть ещё хотя бы ведь кроме которого … и хитрец. За счёт того, что 1 рыцарь, лжец …, рыцарей меньше 23, а лжец только 1, хитрецов ≥ 2. Хитрецы действительно будут говорить правду (они говорят после рыцарей), ведь ~~…~~ кроме выступающего ~~…~~ есть ещё хотя бы 1 рыцарь, хитрец и лжец. Все условия выполнены.

4) Пусть рыцарей 23, ~~…~~ тогда, чтобы они говорили правду, необходимо, чтобы был 1 лжец и 1 хитрец. Сначала говорят 23 рыцаря, затем говорит лжец и лжёт, т.к. он единственный лжец, затем говорит хитрец и тоже лжёт, т.к. он единственный хитрец.

5) Больше, чем 23 рыцарей быть не может, т.к. не хватает места для ещё хотя бы одного лжеца и хитреца и они не смогут сказать правду.

Ответ. 0, [2; 23]

1	2	3	4	5	Σ
12	0	6	20	0	38

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1   М10000281718

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3

1) Заметим, что $2n-1$ — нечётное $\Rightarrow (2n-1)^q$ — нечётное

При чётном n, n^2+2 — чётное и $(n^2+2)^p$ чётное $\Rightarrow$ равенство не может быть достигнуто $\Rightarrow n$ — нечётное

2) Также заметим, что m и p и q натуральные, значит равенство достигается, если при раскладывании чисел n^2+2 и $2n-1$ должны быть одинаковые и степени при делителях должны быть пропорциональны

$n^2+2 = a_1^{b_1} \cdot a_2^{b_2} \cdot a_3^{b_3} \cdot a_4^{b_4} \dots a_n^{b_n}$

$2n-1 = a_1^{c_1} \cdot a_2^{c_2} \cdot a_3^{c_3} \cdot a_4^{c_4} \dots a_n^{c_n}$

причём, $\frac{b_1}{c_1} = \frac{b_2}{c_2} = \frac{b_3}{c_3} = \dots = \frac{b_n}{c_n}$, а это достигается, только когда $n^2+2 = m^a$, $2n-1 = m^b$

Тогда, при $p = b$, $q = a$

$(n^2+2)^p = m^{ab} = (2n-1)^q$

При $n=5$

$n^2+2 = 27 = 3^3 \Leftrightarrow (n^2+2)^2 = 3^6 = (2n-1)^3$.

$2n-1 = 9 = 3^2$

При $n \neq 5$ не существует таких натуральных m и a, что $n^2+2 = m^a$.

Ответ: 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

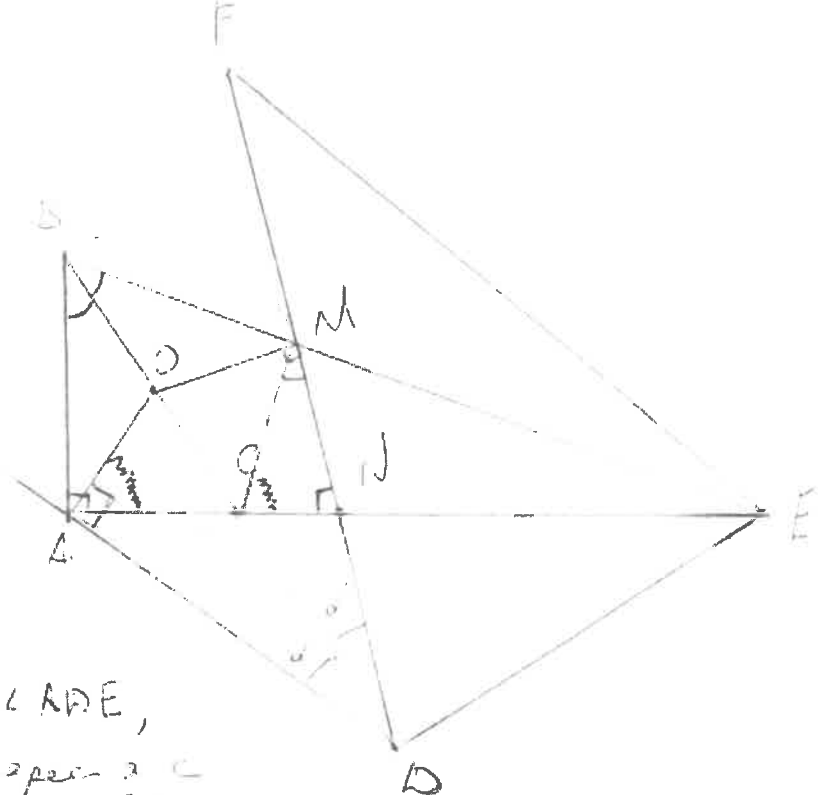
Вариант № 1 | МА000028171 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1

r - радиус ω



1) DF - бис-са $\angle ADE$,
F - точка пересечения с окружностью, описанной вокруг $\triangle ABD$, M - точка касания ω

2) O - центр ω, AD = MD - касательные ⇒ $\angle OAD = \angle OMD = 90^\circ$
По св-ву прям. уг. △, O лежит на BC. BD проходит через O. AD и MD - касательные ⇒ BD - бис-са $\angle ADM$.

3) $\triangle AOD = \triangle MOD$ (OD - общ, $\angle ADO = \angle MDO$) ⇒ $\angle AOD = \angle MOD$ ⇒ $\angle AOB = \angle MOB$ (смежные)

4) $\triangle AOB = \triangle MOB$ (BO = AO = OM, как радиусы, $\angle AOB = \angle MOB$) ⇒
⇒ $\angle ABO = \angle MBO$

5) $\angle ABO$ опирается на дугу $\overset{\frown}{AD}$, $\angle MBO$ на дугу $\overset{\frown}{DE}$,
$\angle ABO = \angle MBO$ ⇒ $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DE}$ ⇒ AD = DE.

6) AD = DE ⇒ △ADE - равнобедренный ⇒ DF - биссектриса - медиана, N = DF ∩ AE ⇒ $\angle AND = 90^\circ$ ⇒
⇒ AN ∥ OM (накрест лежащие углы)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | M A 0 0 0 0 2 8 1 7 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

7) MN – касательная => $\angle CMN = \angle CBM = \angle ABO$

8) $\angle MCN = 30^\circ - \angle CMN$, $\angle BCA = 30^\circ - \angle ABC$ =>
=> $\angle MCN = \angle BCA$, $\triangle AOC$ – равнобедренный $(AO = CO)$ =>
=> $\angle OAC = \angle OCA$ => $\angle OAC = \angle MCN$

Отсюда, $AO \parallel MC$ (AC – секущая)

9) $AO \parallel MC$, $AC \parallel OM$ => $AOMC$ – параллелограмм =>
=> $AC = OM = r$

10) В $\triangle ABC$ гипотенуза $BC = 2r$, и катет $AC = r$ => $\angle ABC = 30^\circ$

11) ~~В $\triangle ABB$ ... $180^\circ - 30^\circ - ... = 30^\circ$~~

12) $\angle$ ~~KEB ... ADB~~
$\triangle BOM \sim \triangle BCE$ ($\angle B$ общ, $OM \parallel CE$)
$k = \frac{BO}{BC} = \frac{1}{2}$

13) В $\triangle BOM$ $BM = 2 \cdot r \cdot \cos 30^\circ = r\sqrt{3}$
В $\triangle BOA$ $BA = 2 \cdot r \cdot \cos 30^\circ = r\sqrt{3}$
Из пункта 12 следует, что $BE = 2BM = 2r\sqrt{3}$

14) В $\triangle ABE$ $\angle A = 30^\circ$ => $AE = \sqrt{4r^2 3 - r^2 3} = 3r$

15) $AC = r$, $CE = 3r - r = 2r$ =>
$\frac{AC}{CE} = \frac{1}{2}$

Ответ $\frac{1}{2}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

МЭИ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	3	2	3	9	1	8

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Шацура

Имя Максим

Отчество Александрович

Дата рождения 16.01.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение СОШ №179, г. Москва

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +7 985 353547 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	3	2	3	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Пронумеруем бельчат в порядке, обратном порядку их убивания. То есть сначала умер 25, потом 24 и т.д., а ~~остальные~~ бельчата с 10 по 1 так и остались на поляне ~~Вообще двое подряд~~ больше одного лжеца (лжецов) убежать не могут, т.к. тогда один из них точно скажет правду т.к. четность количества лжецов изменится. Этот лжец должен быть ~~либо~~ первым, либо последним (убегающим) иначе либо рыцарь перед ним либо, после него соврёт, т.к. изменится четность лжецов

Найдем минимум лжецов.

сначала должны убежать ~~два~~ 14 рыцарей, ~~под~~ потом 1 лжец и на поляне останется еще 10 лжецов. ~~Из соо~~ Итого 11 лжецов. Из соображений четности, среди оставшихся 10 лжецов любых 2 можно заменить на рыцарей и тогда условие тоже будет выполнятся, то есть лжецов ~~не~~ может быть 11, 9, 7, 5, 3, 1. ~~На~~ на поляне бельчат не Среди оставшихся количества лжецов не может быть нечетное лжец ~~соврет~~ скажет правду т.к. тогда убегающий (если он есть), либо соврут убегающие рыцари (если убегающего лжеца не было)

Ответ: 1, 3, 5, 7, 9, 11

1	2	3	4	5	Σ
20	4	4	6	6	40

№2

Пусть a - число в правом верхнем углу.
и ~~первой строчки~~ строго распишем в общем виде первые две строки, где d и b - числа, которые мы прибавляем в арифм прогрессиях

a	$a+d$	$a+2d$
$\sqrt{a^2+b}$	$\sqrt{a^2+2ad+d^2+b}$	$\sqrt{a^2+4ad+4d^2+b}$

Заметим, что вторая строка является арифм прогрессии при $b=0$. Если $b\neq0$ (и $d\neq0$), то поскольку выражения под корнем, разности между соседними членами прогрессии престанут быть равны между собой.

Аналогично для d, если $d=0$ (и $b\neq0$) прогрессии и по вертикали и по горизонтали сохраняются, но если $d\neq0$, то поскольку d находится под корнем, прогрессии не будет

$\Rightarrow$ либо $d=0$ либо $b=0$

$\Rightarrow$ либо ~~числа не изм~~ в одной строчке могут быть только одинаковые числа, либо ~~тоже в~~ только в одном столбце

т. е. либо так

a	a ... a	a
b	b ... b	b

либо так

a		b
a		b
a		b
a		b
a		b

Отсюда очевидно, что $a \cdot b = b \cdot a$ ч.т.д.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

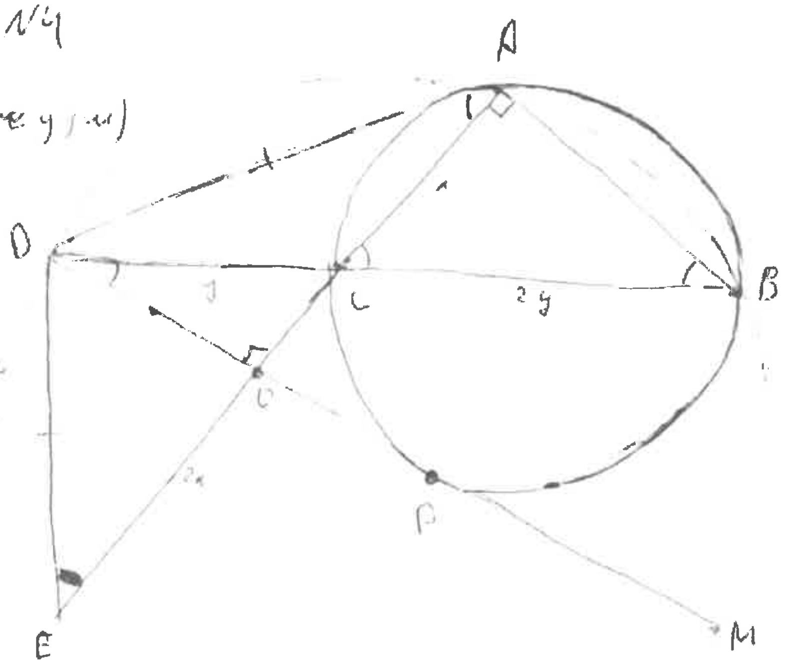
Вариант № 2

M	A	0	0	0	0	3	2	3	9	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№4



$\angle DAE = \angle ABD = \angle AED$
(т.к. они опираются на общую дугу)

$\Rightarrow AD = DE$,

DM – биссектриса $\angle EDA$

$\Rightarrow DM$ – диаметр большей окружности

$DM \perp EA$ (т.к. это биссектриса ΔEDA)

$\Delta EDC \backsim \Delta BCA$

$\Rightarrow \frac{BC}{CD} = \frac{EC}{CD}$, $(\cdot) O \in DM \cap AE$

Если EA это x, то $OC = 0{,}5x$

$\frac{OC}{CD} = \frac{AC}{CB} = \frac{1}{2}$, $\Rightarrow \Delta DOC \backsim \Delta CAB$

$\Rightarrow \angle \cancel{AA} CAB = \angle COD = 90^\circ$

$\Rightarrow CB$ – диаметр ω. $(\cdot) P \in DM \cap \omega$

$\Rightarrow \angle ADB = \angle MDB = \angle ABD$ (т.к. $\Delta CDO \backsim \Delta ABC$)

$\Rightarrow \angle ACB = \angle ABC = 45^\circ$

Ответ: $\angle CAB = 90^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 3 2 3 9 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Допустим мы нашли такое $f(x)$, что

$$f(x^3+y^3) = x^2 f(x) + y f(y^2)$$

~~Увеличим x на некоторое k~~

$$\cancel{f((x+k)^3+y^3) = (x+k)^2 f(x+k) + y f(y^2)}$$

Тогда при $x=0$ получаем

$f(y^3) = y f(y^2)$ это должно выполнятся всегда, если такая функция существует

Аналогично при $y=0$

$$f(x^3) = x^2 f(x)$$

$\Rightarrow$ либо $f(x)=x$, либо $f(x)=0$

Ответ $f(x)=x$, $f(x)=0$

№3

$(n^2+2n+3)^p = (2n+1)^q$ такое возможно только если одна часть равенства в первой степени равна другой части в какой-то степени, то есть либо $(n^2+2n+3)^p = 2n+1$, либо $n^2+2n+3 = (2n+1)^q$

первый вариант невозможен, т.к у правой части степень изначально ниже, а $p \geq 1$

второй вариант $(n^2+2n+3 = (2n+1)^q)$ тоже невозможен, т.к при $q=1$ или 2 равенство решений не имеет, а при $q>2$ степень многочлена справа будет больше $\Rightarrow$ таких n не существует

Ответ: $\varnothing$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Москва, МГУ — Площадка проведения (город, ОУ)

м	А	0	0	0	0	2	9	6	8	1	8

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия Кулина

Имя Анна

Отчество Алексеевна

Дата рождения 24.06.2000 **Класс** 11

ОУ, местоположение МОУ Гимназия г. Малоярославец, г. Малоярославец

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2018

Номер телефона +7(910)864-38-88 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | МК0000296818

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	Σ
20	4	2	20	8	54

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что вписано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Дано

△ABC,

∠A = 90°;

(.)D ∈ BC (продолжение),

AD – кас к окр.

описс △ABC окр ω;

AC ∩ опис около △ABD окр. = E,

AM – биссек ∠ABE,

DM – кас к окр ω

Найти:

AC : CE

Решение.

1) △ABC (∠A = 90°), окр ω опис около △ABC ⇒ (.)O – центр окр. ω ∈ BC, BO = OC = OA = R_ω = a (ввод. доп обознач.)

2). По теор. о касат. и сек-й: $DA^2 = DC \cdot DB$; DA и DM – касат-е к окр. ω, провед. из (.)D (касат, провед. из 1-ой точки) ⇒ DA = DM (по теор. об отрезках касат, провед. из

⇒ $DA^2 = DM^2 = DC \cdot DB$

3). △BOA – р/б, △AOC – р/б ⇒ ∠OBA = ∠BAO = 90° – ∠OAC = 90° – ∠OCA (углы при осн. р/б △-ка, сумма углов в △-ке)

4) DA кас к окр. ω ⇒ OA ⊥ DA ; ∠BAC = 90°, ∠OAD = 90° ⇒ ∠CAD = 90° – ∠OAC = ∠BAO

5). ∠ABD = ∠AED, т.к. они опир. на одну и ту же дугу) ⇒ ∠ACB = ∠DCE как вертик.

⇒ △ABC ~ △DEC по двум = углам ⇒ ∠EDC = 90°

6). △ADE: ∠EAD = ∠ABC = ∠AED ⇒ △ADE – р/б, т.е. AD = DE = DM

7). Пусть ∠ABC = α, ∠BCA = β / равные этим углам углы обозн. = α или β)

8) AM (доп. постр.) ; AM – хорда; OC радиус ⇒ AM ⊥ OC (.)AM ∩ OC = K; AK = KM; ⇒ ∠CAM = α ; △AMC – р/б ⇒ ∠AMC = α

9). ∠AMD = ½ ∠AOM = 2α (теор об угле между хордой и кас-ой) ⇒ ⇒ ∠AED = ½ ∠AMD ⇒ (.)M – центр опис около △ABD окр ⇒ ⇒ AM = AD = MD ⇒ 2α = 60° ⇒ α = 30° ⇒ β = 60° ⇒ ~~AC~~ AC = a

Лист 1 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | МА0000296818

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение)

а) И действ. в $AR = a\sqrt{3}$, т.к. $\angle CAR = 30°$; $\triangle ARC$ - р/б,

RМ - биссек. медиана, высота $\Rightarrow \angle ATR = CTR = 90°$, где ~~(·)T~~

$RD \cap AC = T$ $\Rightarrow \angle ADC = 30°$, т.е $\triangle ACD$ - р/б; $AC = CD = a$

и). $\triangle CDE$ ($\angle D = 90°$) $\angle CED = 30° \Rightarrow EC = 2 \cdot CD = 2a$

Значит, $AC = a$, $CE = 2a \Rightarrow AC : CE = a : 2a$

$AC : CE = 1 : 2$

Ответ: 1:2, считая от (·)A

* вариант иного построения, т.е продлить BC за (·)B - невозможно, т.к. в этом случае DM не касается окр. ω.

№5:1

~~1) Допустим, что~~ первый сказал лжец, тогда ~~А 8 (8 случаев в)~~

① Максимально возможное количество рыцарей - 23. ~~т.к.~~ Все они говорят с 1-го по 23 по очереди, 24-ый говорит хитрец, и он лжёт, т.к. перед ним говорил рыцарь (т.е правду говорил перед ним).
И действительно хитрец лжёт, т.к. среди оставшихся бельчат нет хитрецов, т.к. последний - лжец (ведь первые 23 бельчонка не врали). Аналогично, лжец врёт, т.к. среди остальных кроме него больше нет бельчат лжецов

Ответ. 23.

② 1 - лжец, все последующие кроме последних ~~2-ух хитрецы~~, последние два рыцари

Если все 25 бельчат - лгуны, то хитрецов и рыцарей нет $\Rightarrow 0$; такой вариант возможен, т.к. утверждение каждого лжеца - ложь

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 МА00002968118

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 (продолжение)

Ответ 0

(3) Если на поляне есть рыцарь, то обязательно должен быть хитрец и лжец. Если хитрец говорит правду, то перед ним обязательно сказали ложь, т.е. хитрец или лжец стоит перед ним. Если хитрец, то система не существует, т.к. обязательно должен присутствовать лжец, и тогда ~~один~~ оба хитреца должны сказать правду. Если лжец, тогда должен быть еще один хитрец, который уже не может солгать, т.к. Значит, должен быть еще один лжец, но этого быть не может, т.к. все персонажи уже присутствуют на поляне, т.е. мать больше нельзя => существуют только два варианта: (1) и (2)

Ответ: 3 или 0.

№5

$f(f(x)-y^2) = f(x^2) + y^2(f(y)) - 2f(xy)$

$x, y \in R$, x и y - любые числа, тогда возьмем $x=y=t$ $\Rightarrow$ $f(f(t)-t^2) = f(t^2) + t^2 \cdot f(t) - 2f(t^2)$

$f(f(t)-t^2) = t \cdot f(t) - f(t^2)$

1) $t=0 \Rightarrow f(f(0)) = -f(0)$

2) $t=1 \Rightarrow f(f(1)-1) = f(1) - f(1)$; $f(f(1)-1) = 0$

3) $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow f(f(1)-1) = f(1) + f(-1) - 2f(-1)$

$f(1) - f(-1) = 0$; $f(1) = f(-1)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | МА 0 0 0 0 2 9 6 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~4) $t\ldots t$~~

... 5 (продолжение)

$f(f(t)-t^2)=f(t^2)+t^2(f(-1))-2f(t^2)$

~~$f(f(t)-t^2)=f(t^2)+t^2(f(t))-2\ldots$~~

~~$f(f(t)-t^2)=t\ldots f(t)-f(t^2)$~~

$f(f(t)-t^2)=t^2f(-1)-f(t^2)$

4). $x=y=-1$

$f(f(-1)-1)=f(1)+f(-1)-2f(1)$

$f(f(-1)-1)=f(-1)-f(1)$

$f(f(-1)-1)=0$

5). $y=f(x)$

$f(f(x)-f^2(x))=f(x^2)+f(x)\cdot f(f(x))-2f(x\ f(x))$

$x=f(y)$

$f(f(f(y))-y^2)=f(f^2(y))+y^2f(y)-2f(f(y)\cdot y)$

6) $x=ky$

$f(f(ky)-y^2)=f((ky)^2)+y^2f(y)-2f(ky^2)$

$y=px$

$f(f(x)-px)=f(x^2)+px\,f(px)-2f(px^2)$ $(f(p))(f(x^2))$

$f(f(x)-px)=f(x^2)+px\cdot f(p)\cdot f(x)-2f(p)(f(x^2))$

$f(f(x)-px)=$ ~~$f(x^2)(1-2f(p))+px$~~ $f(x)(f(x)+px\,f(p)-2f(xp))$

$f(f(x)-px)=f(x)+px\,f(p)-2f(xp))$

$f\left(\frac{f(x)}{x}-p\right)=f(x)+px\,f(p)-2f(xp)$

На основ действ 1-3 => ф-ция $f(x)$ - четная, симметрична относ оси Oy

$y=\frac{1}{x}$ => $f\left(f(x)-\frac{1}{x^2}\right)=f(x^2)+\frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)-2f(1)$

~~$f\left(\frac{f(x)\cdot x^2-1}{x^2}\right)=$~~ ф-ция $f(x)$ - парабола

=> $y=ax^2+bx+c$, где $a,b,c\in R$; $c=0$, $b=0$, $y=ax^2$, где $a\in R$

Ответ. ~~($y=ax^2+bx+c$, где $a,b,c\in R$)~~ $y=ax^2$, где $a\in R$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 MA 0 000 29 6 8 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2

1) Если все числа в таблице равны между собой и >0 (не нули), то произведения, которые сравниваются, равны априори. Т.к. и в строках, и в столбцах арифметические прогрессии постоянные.

2). a $a+16k$

$\sqrt{a^2+16l} \ldots \sqrt{a^2+16l}+p = (a^2+16k)^2+16t$

(Согласно условию задачи)

$\begin{cases} a\cdot(\sqrt{a^2+16l}+p) = \sqrt{a^2+16l}\cdot(a+16k) \\ a\cdot((a+16k)^2+16t) = \sqrt{a^2+16l}\,(a+16k) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ если $\sqrt{a^2+16l}+p = (a+16k)^2+16t$, то задача решена. Достаточно найти хотя бы одну систему $lptk$, которая удовлетворяет хотя бы одному равенству, при условии, что $a>0$, тогда

а). Допустим, что $l=2$, $p=3$, $k=0$, $t=1$, тогда

$\sqrt{a^2+32}+3 = a^2+16$

$a^2+32 = a^4+26a^2+169$

$a^4+25a^2+137=0$

$D = 625-137 = 478$; $D>0$

$a^2 = \frac{-25\pm\sqrt{478}}{2}$; $a^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 = \frac{\sqrt{478}-25}{2}$ <0; $a = \sqrt{\frac{\sqrt{478}-25}{2}}$

б) $l=0$, $p=3$, $k=-1$, $t=-16$

$a+3 = a^2-32a$

$a^2-33a-3=0$

$D = 1089+3 = 1092$

$a = \frac{33\pm\sqrt{1092}}{2}$; $a>0 \Rightarrow a = \frac{33+\sqrt{1092}}{2}$

Т.к. значения $l=0$, $p=3$, $k=-1$, $t=-16$ удовл. равенству в действ. 2, то искомые произв. равны. Доказано!

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 МА00002968118

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3

$(n^2+2)^p = (2n-1)^q$

$n, p, q \in N$

$p = \log_{(n^2+2)}(2n-1)^q$

$q = \log_{(2n-1)}(n^2+2)^p$

$p = \dfrac{\log_{2n-1}(2n-1)^q}{\log_{(2n-1)}(n^2+2)} = \dfrac{q}{\log_{(2n-1)}(n^2+2)}$

$(n^2+2)^{\frac{q}{\log_{(2n-1)}(n^2+2)}} = (2n-1)^q$

$(n^2+2)^{\frac{1}{\log_{(2n-1)}(n^2+2)}} = 2n-1$, если $q \not| 2$.

ОДЗ $\begin{cases} 2n-1>0 \\ 2n-1\neq 1 \\ n+2>0 \\ n+2\neq 1 \end{cases}$ $\dfrac{\log_{(2n-1)}(2n-1)}{\log_{(2n-1)}(n^2+2)} = \log_{(n^2+2)}(2n-1) \Rightarrow$

~~$\Rightarrow (n^2+2$~~ $\Rightarrow \log_{(n^2+2)}(2n-1)$ n^2+2 $= 2n-1$

$n^2+2 = (2n-1)^{\log_{(2n-1)} n^2+2}$

$n^2+2 = n^2+2$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

[illegible] | М А 0 0 0 0 3 2 4 0 1 8
Площадка проведения (город, ОУ) | Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 2

Фамилия [illegible]

Имя [illegible]

Отчество [illegible]

Дата рождения [illegible] **Класс** 11

ОУ, местоположение Аничков лицей, [illegible]

Предмет [illegible]

Этап олимпиады [illegible]

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы** [illegible]

Номер телефона [illegible] **Подпись** [illegible]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	3	2	4	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут, а хитрецы могут как сказать правду, так и солгать. Рассмотрим ситуацию, когда на поляне [illegible] бельчонок. [illegible] бельчонок говорит фразу и убегает в лес.

Если этот бельчонок лжец, то среди [illegible] $x:2$ лжецов, тогда $(x-1):2$, а [illegible] бельчонок, сказавший фразу лжец, [illegible] $1:2$ [illegible] противоречит. Если же [illegible] сказавший фразу — рыцарь, значит на поляне $x:2$ лжецов, что противоречит [illegible] хитрец и [illegible] $(n-1)$ [illegible] убегает [illegible] после того, как с поляны [illegible]. А так как [illegible] может только хитрец, [illegible] показаниях то после [illegible] опять же только хитрец, так как [illegible] (см. выше). Таким образом, [illegible] только [illegible] хитрец [illegible], все остальные будут хитрецы. [illegible] один лжец, а значит среди оставшихся бельчат четное число лжецов. (То есть [illegible] 3, 5, 7, 9, [illegible] (четное [illegible] нечетное)

Если же среди [illegible] бельчат, [illegible] все [illegible] нечетное [illegible]

Хитрецов [illegible] правду и хитрец, [illegible] как только [illegible] говорящие неправду (см. выше). А когда рыцарь [illegible] или правдивый хитрец [illegible] может только лжец, так как рыцарь говорит, что среди [illegible] бельчат $x:2$ лжецов, значит [illegible] должно быть $(x-1):2$, то [illegible] в лес.

Осталось рассмотреть случай, в котором среди [illegible]

1	2	3	4	5	Σ
10	4	2	20	4	40

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | МА0000324018

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

[illegible] $2, 4, 6, 8, 10$. [illegible] $[1, 11]$

Ответ: $[1, 11]$

Задача 3

$(n^2 + 2n + 3)^p = [illegible]$

[illegible]

Ответ: [illegible]

Задача 4

[illegible]

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | М А 0 0 0 0 3 2 4 0 1 8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

и если $f(x)$ [illegible] $x^3 y^2$, а в правой x^2 [illegible] y^2 [illegible]

[illegible] при приведении к [illegible] в правой части [illegible] будут [illegible] x^2 [illegible] y. При возведении функции в [illegible] в левой части x и y [illegible]. При [illegible] в правой части останутся $x^3 y$, а в левой [illegible]. При [illegible] $\sin / \cos / tg / ctg$ [illegible] в левой части [illegible] в [illegible] [illegible] и то, так как [illegible] x и y. При [illegible] в [illegible] сократ[illegible] [illegible] меньше, чем в левой части. При [illegible] [illegible]

[illegible] $f(x)$ [illegible]

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	6	0	0	3	2	4	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2

Пусть в левом верхнем углу [illegible], тогда в правом верхнем углу [illegible] ~~[illegible]~~ [illegible] [illegible], [illegible] в левом нижнем углу [illegible] $a^2+15\ell$, [illegible] [illegible], [illegible] в правом нижнем углу [illegible]

[illegible]

(!) $a(\sqrt{a^2+15\ell}+15k) = (a+15\ell)\sqrt{a^2+15\ell}$

$a\sqrt{a^2+15\ell}+15ak = a\sqrt{a^2+15\ell}+15\ell\sqrt{a^2+15\ell}$

$15k = 15\ell\sqrt{a^2+15\ell}$ [illegible]

При $k=\ell=0$ [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] $\sqrt{a^2+15\ell}+15k$ [illegible]

[illegible] $\Rightarrow$ $k=\ell$

При [illegible]

[illegible]

При $k \ne 0$: $a^2+15\ell \geq 0$

$\ell \geq -\frac{a^2}{15}$

$\frac{k}{\ell} \geq 0$

$\frac{k^2}{\ell^2} = a^2+15\ell$

$k^2 = a^2\ell^2+15\ell^3$

[illegible]

Лист 04 из 04

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

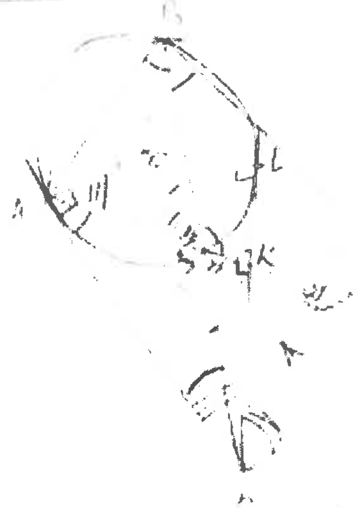
Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	3	2	4	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке справа

Задача 4



$\angle AED = \angle ABD$ [illegible]

В четырёхугольнике $BKDE$ [illegible]

$\angle BAD + \angle DKB = \angle ABE + \angle ADE$ (3)

[illegible]

т.к. ABC [illegible] $\angle ACC$

$\angle ACC = 180 - \angle CAC - \angle CCA = 180° - 2\angle CAC$ ($\triangle CAC$ р/б)

$\angle CAC = \angle 1 + \angle BAC$ [illegible]

Пусть $\angle BAC = 4$

$\Rightarrow \angle ACC = 180° - 2(\angle 1 + 4) = 180° - 2\angle 1 - 2 \cdot 4 \ldots 30°$

$\angle 2 = 180 \ldots \angle 1 + \angle 4$

$\angle 1 + \angle 2 = \ldots \angle BAD = 30° + 4 \Rightarrow \angle EAD = \angle 2 = \angle AED$

$\Rightarrow \triangle AED$ р/б $\Rightarrow AD$ [illegible] биссектриса и высота $\Rightarrow$

$\Rightarrow DE \perp AN$ [illegible] AF [illegible]

В четырёхугольнике $ACLD$ $\angle CAD = \angle CLD = 90°$ [illegible]

$\Rightarrow \angle ACL + \angle ADL = 180$

В четырёхугольнике $ACLK$ $\angle CLK = \angle LKA = 90°$ [illegible] высоты)

$\Rightarrow \angle ACL + \angle CAK = 180$ [illegible]

[illegible] (3) [illegible] $\angle ADL = \angle CAK$ [illegible]

(3) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 2 + \angle AEB = \angle 1 + \angle DBE + \angle 2 \ldots \angle 2$

$\angle AEB = 180 - \angle DBE - \angle 1 - \angle 2$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 2 + 180 - \angle DBE - \angle 1 - \angle 2 = \angle 1 + \angle DBE + 180 \ldots$

$\angle 2 = \ldots \angle DBE \ldots \angle DBE \Rightarrow BE$ — биссектриса

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	0	3	2	4	0	1	8

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

По теореме о биссектрисе треугольника $\frac{AC}{CE} = \frac{AB}{BE} = \frac{1}{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow |BE| = 2|AB|$

$\triangle DTE \sim \triangle BCE$ по двум углам $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{TE}{CE} = \frac{DE}{BE} = \frac{1}{2} \Rightarrow |BE| = 2|DE| \Rightarrow |DE| = |AB| = |AD| \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABD$ р/б $\Rightarrow \angle ADB = \angle 2$ ... $= \angle 2 \Rightarrow \triangle ACD$ р/б
($|AC| = |CD|$)

$|DC| = |CT| = |CD| = |TD|$ (медиана) $\Rightarrow \triangle CDT$ равност. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DCT = 60° = \angle ACB \Rightarrow \angle CDK = 30°$

$\angle ADK = \angle 90° = \angle 2 + 30° = \angle 3 + \angle CDK \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\angle 3 = 60° \Rightarrow \angle 3 = 30°$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180° \Rightarrow \angle 1 = 90°$

Ответ: $\angle BAC = 90°$
$\angle ABC = 30°$
$\angle ACB = 60°$