7 класс
Вариант 1

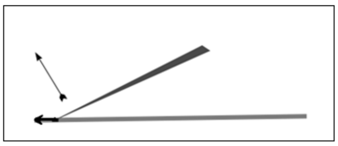
1. Один из самых длинных эскалаторов в России находится в г. Санкт-Петербурге на площади Ленина. Он преодолевает расстояние равное 131,6 м. Поручни на эскалаторе движутся на 2,0 % быстрее, чем лестница. Человек, стоящий на движущейся лестнице эскалатора, удерживает руку на поручне. Все время перемещаясь, рука относительно человека уезжает и человеку становится неудобно. В результате он перехватывает поручень на 50 см назад. Сколько раз человек перехватит поручень за все время движения? Время на перемещение руки назад не учитывать. Первое взятие за самый край поручня учитывать.

Решение:

1. Поручни движутся со скоростью $u=v\cdot(1+\delta v)$. *(3 балла)*
2. Тогда рука успеет добраться до конца эскалатора за время $\tau = l/u = l/v(1+ \delta v)$. *(3 балла)*
3. Тем временем остальная часть тела преодолевает расстояние $l_0= v\tau = l/(1+ \delta v)$. *(3 балла)*
4. Рука переместилась относительно остального тела на $\Delta l=l-l_0= \delta v*l/(1+ \delta v)=2{,}58$м. *(3 балла)*
5. Итого получаем 2,58/0,5 ~ 5 раз. *(3 балла)*

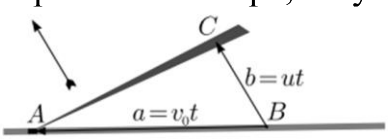
Ответ: 5 раз (15 баллов).

2. На рисунке приведено изображение со спутника с сохранением пропорций. Изображение представляет собой линию движения трактора и его дымовой след. Трактор двигался по дороге в направлении, указанном стрелкой на дороге. Скорость трактора составляла v_0 = 30 км/ч. Направление ветра обозначено другой стрелкой. Используя предоставленный рисунок, определите скорость ветра. При необходимости перерисуйте изображение и поясните все отметки и дополнительные построения на изображении. Соблюдайте пропорции. (20 баллов)



Решение:

1. Рисунок: Проведем из произвольной точки B на дороге линию, параллельную направлению ветра, и пусть она пересекает дым след в точке C. *(3 балла)*



2. Затем дым, испускаемый трактором в точке B, прошёл расстояние BC = ut, где u — скорость ветра. *(3 балла)*
3. Сам трактор проехал расстояние AB = v_0t. Значит мы можем измерить расстояния AB и BC на рисунке. *(3 балла)*

4. Вычисление: $u = v_0 \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{18\,\mathrm{mm}}{42\,\mathrm{mm}} 30\,\mathrm{km/h} \approx$ *(6 баллов).*
Ответ: 13 км/ч (15 баллов).

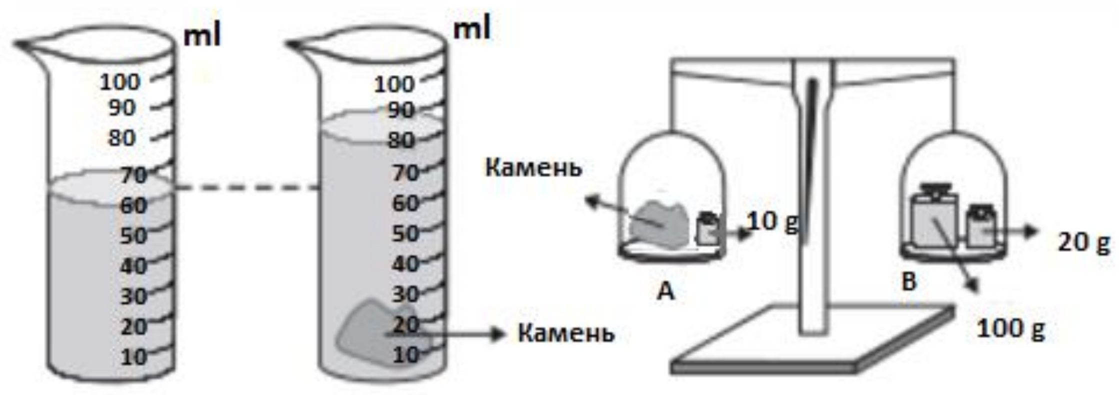
3. Известно, что когда мимо нас перемещается объект издающий звук, то звук сигнала сначала кажется высоким, а затем становится низким. То есть когда звук движется в нашу сторону, он кажется выше, чем есть на самом деле. А когда сигнал удаляется от нас, то слух воспринимает его ниже.
Насекомые производят множество разнообразных звуков. Например, жужжание создаётся в результате очень быстрой вибрации крыльев. Так, жук-навозник делает f = 85 взмахов крыльями в секунду.
Какое количество взмахов крыльями в секунду (f') услышит навстречу летящий другой такой же жук? Жуки летят с одинаковой скоростью v = 30 км/ч. Скорость звука в воздухе c = 330 м/с. Время между двумя взмахами крыльями (T) обратно пропорционально количеству взмахов в секунду (f). (30 баллов)
Решение:
1. Пусть о начальный момент времени (t=0) жуки находится на расстоянии l и первый жук делает первый взмах крыльями и испускает этим первый сигнал. Второй жук примет этот импульс спустя промежуток времени t_1. За это время звук пройдет путь $l-vt_1$. Следовательно, $t_1=(l-vt_1)/c$ (1). *(5 баллов)*
2. Следующий импульс первый жук издает через промежуток времени T. Этот импульс дойдет до второго жука в момент времени t_2:
$t_2=T+ ((l-vt_1)-vT-v(t_2-t_1))/c$ (2). *(10 баллов)*
3. Вычитая из выражения (2) выражение (1) и введя обозначение $t_2-t_1=T'_1$, получим: $T'=T-v(T+T')/c$. *(10 баллов)*
4. Отсюда находим: $T'=T(c-v)/(c+v)$. *(5 баллов)*
5. Так как $T\sim 1/f$. То, частота следования импульсов, воспринимаемая вторым жуком, будет равна $f'=f(c+v)/(c-v) \sim 89$ раз. *(5 баллов)*
Это изменение частоты получило название эффекта Доплера.
Ответ: f′=89 раз (35 баллов).

4. Исследуя измерения, можно изучить связь между физической величиной и другими физическими величинами, за исключением некоторого (безразмерного) числового фактора. Это исследование называется размерным анализом. Основой этого метода являются основные единицы измерения,
а именно стандартные единицы длины, массы и времени. Единицы измерения любых других физических величин практически всегда могут быть определены в терминах (комбинациях) этих основных единиц.
Пусть самолет летит в атмосфере со скоростью v относительно атмосферы, плотность которой равна ρ. Давление воздуха на крыла самолета пропорционально плотности и скорости, что можно записать так: $p = k\,\rho^a v^b$, где k - безразмерный коэффициент; a и b - некоторые числа. Определите, чему равны a и b.

Решение:
1. Размерности давления, плотности и скорости:
[p] = [(кг*м*с$^{-2}$)/м^2] = [кг*м$^{-1}$с$^{-2}$]

$[\rho] = [кг/м^3] = [кг*м^{-3}]$
$[v] = [м*с^{-1}]$. *(9 баллов)*
2. Уравнение размерностей со степенями a и b:
$[кг*м^{-1}с^{-2}] = [кг*м^{-3}]^a\ [м*с^{-1}]^b$ *(6 баллов)*
3. Получаем уравнение
$[кг*м^{-1}с^{-2}] = [кг^a\ м^{-3a-b}\ с^{-b}]$.или $[кг^1 * м*с^{-2}] = [кг^a\ м^{-3a-b}\ с^{-b}]$. *(5 баллов)*
4. Тогда учитывая степени: a =1, −3a -b=1, -b=-2. *(3 балла)*
5. Итого: Получаем: a = 1 и b = 2. *(2 балла)*
Ответ: a = 1 и b = 2 (25 баллов).

5. Определите плотность камня из данных на рисунке. Ответ дать в кг / м^3.



Решение:
1 Масса камня (м) = 100 грамм + 20 грамм - 10 грамм = 110 грамм = 120/1000 килограмм = 0,120 килограмма *(3 балла)*.
2 Объем (V) = 80 мл – 60 мл = 20 мл = 20/1000 литров = 2/100 литров = 0,02 литра.
1 литр = 0,001 м^3, тогда 0,02 литра = 0,02 х 0,001 м^3 = 0,00002 м^3 *(3 балла)*.
3 Плотность: $\rho = m / V$ = 0,110 кг / 0,00002 м^3 = 110 кг / 0,02 м^3 = 5500 кг / м^3 *(4 балла)*.
Ответ: ρ = 5500 кг / м^3 (10 баллов).

7 класс
Вариант 2

1. Один из самых длинных эскалаторов в России находится в г. Москва на Станции Парк Победы. Он преодолевает расстояние равное 130 м. Поручни на эскалаторе движутся на 2,0 % быстрее, чем лестница. Человек, стоящий на движущейся лестнице эскалатора, удерживает руку на поручне. Все время перемещаясь, рука относительно человека уезжает и человеку становится неудобно. В результате он перехватывает поручень на 50 см назад. Сколько раз перехватит человек поручень за все время движения? Время на перемещение руки назад не учитывать. Первое взятие за самый край поручня учитывать.

Решение:

1 Поручни движутся со скоростью $u = v \cdot (1+\delta v)$. *(3 балла)*

2 Тогда рука успеет добраться до конца эскалатора за время $\tau = l/u = l/v(1+\delta v)$. *(3 балла)*

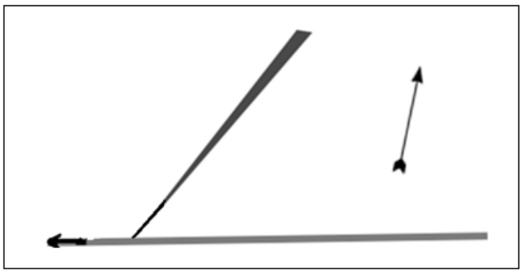
3 Тем временем остальная часть тела преодолевает расстояние $l_0 = v\tau = l/(1+\delta v)$. *(3 балла)*

4 Рука переместилась относительно остального тела на $\Delta l = l - l_0 = \delta v * l/(1+\delta v) = 2{,}47$м. *(3 балла)*

5 Итого получаем 2,47/0,5 ~ 4 раза. *(3 балла)*

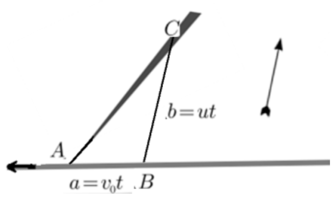
Ответ: 4 раза (15 баллов)

2. На рисунке приведено изображение со спутника с сохранением пропорций. Изображение представляет собой линию движения трактора и его дымовой след. Трактор двигался по дороге в направлении, указанном стрелкой на дороге. Скорость трактора составляла v_0 = 30 км/ч. Направление ветра обозначено другой стрелкой. Используя предоставленный рисунок, определите скорость ветра. При необходимости перерисуйте изображение и поясните все отметки и дополнительные построения на изображении. Соблюдайте пропорции.



Решение:

1. Рисунок: Проведем из произвольной точки B на дороге линию, параллельную направлению ветра, и пусть она пересекает дым след в точке C. *(3 балла)*



2. Затем дым, испускаемый трактором в точке B, прошёл расстояние BC = ut, где u — скорость ветра. *(3 балла)*
3. Сам трактор проехал расстояние AB = v_0t. Значит мы можем измерить расстояния AB и BC на рисунке. *(3 балла)*

4. Вычисление: $u = v_0 \frac{|BC|}{|AC|} =$ (1,9/3)*30≈19 км/ч. *(6 баллов)*
Ответ: 19 км/ч (15 баллов).

3. Известно, что когда мимо нас перемещается объект издающий звук, то звук сигнала сначала кажется высоким, а затем становится низким. То есть когда звук движется в нашу сторону, он кажется выше, чем есть на самом деле. А когда сигнал удаляется от нас, то слух воспринимает его ниже.
Насекомые производят множество разнообразных звуков. Например, жужжание создаётся в результате очень быстрой вибрации крыльев. Так, божьи коровки в полете взмахивают крыльями до f=100 раз в секунду.
Какое количество взмахов крыльями в секунду (f') услышит навстречу летящий другой такой же жук? Жуки летят с одинаковой скоростью v=30 км/ч. Скорость звука в воздухе c=330 м/с. Время между двумя взмахами крыльями (T) обратно пропорционально количеству взмахов в секунду (f).
Решение:
1 Пусть о начальный момент времени (t=0) жуки находится на расстоянии l и первый жук делает первый взмах крыльями и испускает этим первый сигнал. Второй жук примет этот импульс спустя промежуток времени t_1. За это время звук пройдет путь $l-vt_1$. Следовательно, $t_1=(l-vt_1)/c$ (1) *(5 баллов)*
2 Следующий импульс первый жук издает через промежуток времени T. Этот импульс дойдет до второго жука в момент времени t_2:
$t_2=T+ ((l-vt_1)-vT-v(t_2-t_1))/c$ (2). *(10 баллов)*
3 Вычитая из выражения (2) выражение (1) и введя обозначение $t_2-t_1=T'_1$, получим: $T'=T-v(T+T')/c$. *(10 баллов)*
4 Отсюда находим: $T'=T(c-v)/(c+v)$. *(5 баллов)*
5 Так как T~1/f. То, частота следования импульсов, воспринимаемая вторым жуком, будет равна $f'=f(c+v)/(c-v)$ ~ 105 раз. *(5 баллов)*
Это изменение частоты получило название эффекта Доплера.
Ответ: f′=105 раз (35 баллов).

4. Исследуя измерения, можно изучить связь между физической величиной и другими физическими величинами, за исключением некоторого (безразмерного) числового фактора. Это исследование называется размерным анализом. Основой этого метода являются основные единицы измерения, а именно стандартные единицы длины, массы и времени. Единицы измерения любых других физических величин практически всегда могут быть определены в терминах (комбинациях) этих основных единиц.

Предположим, что крыло самолета прямоугольное с длиной H и шириной L. Пусть этот самолет летит в атмосфере со скоростью v относительно атмосферы, плотность которой равна ρ. Поскольку подъемная сила самолета F пропорциональна длине его крыла, мы можем записать:

$$\frac{F}{H} = k\ \rho^a v^b L^c$$

где k - безразмерный коэффициент; a и b - некоторые числа. Определите, чему равны a и b. (25 баллов)

Решение:

1 Размерности силы, длины, плотности, скорости и ширины:

[F] = [кг*м*с$^{-2}$].

[H] = [м].

[ρ] = [кг/м^3] = [кг*м$^{-3}$].

[v] = [м*с$^{-1}$].

[L] = [м]. *(9 баллов)*

2 Уравнение размерностей со степенями a и b:

[кг*м*с$^{-2}$]/[м]= [кг*м$^{-3}$]^a [м*с$^{-1}$]^b [м]^c *(6 баллов)*

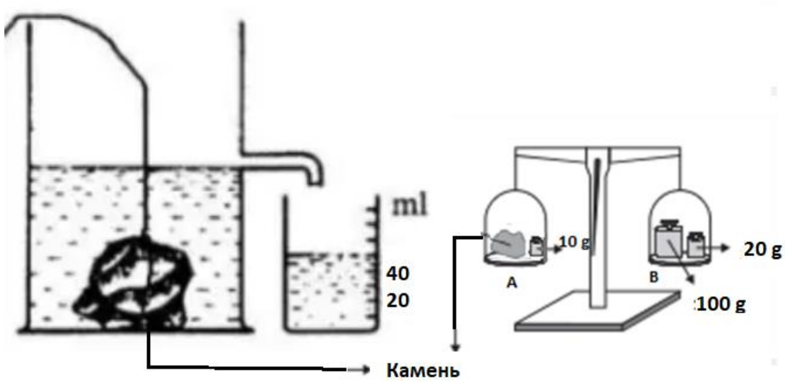
3 [м*с$^{-2}$]= [кг ^{a} м$^{-3a+b+c}$ с$^{-b}$]. Перепишем так: [кг ^{0} м^1*с$^{-2}$]= [кг ^{a} м$^{-3a+b+c}$ с$^{-b}$]. *(5 баллов)*

4 Тогда: a=1, −3a + b + c=1, −b=-2. *(3 балла)*

5 Получаем: a = 1, b = 2, c = 1. *(2 балла)*

Ответ: a = 1, b = 2, c = 1 (25 баллов).

5. Определите плотность камня из данных на рисунке. Ответ дать в кг / м^3.



Решение:

1 Масса камня (м) = 100 грамм + 20 грамм - 10 грамм = 110 грамм = 120/1000 килограмм = 0,120 килограмма. *(3 балла)*

2 Объем = 40 мл = 40/1000 литров = 4/100 литров = 0,04 литра

0,05 литра = 0,00005 м^3. *(3 балла)*

3 Плотность: ρ = m / V = 0,110 кг / 0,00005 м^3 = 110 кг / 0,05 м^3 = 2200 кг / м^3. *(4 балла)*

Ответ: ρ == 2200 кг / м^3 910 баллов).

7 класс
Вариант 3

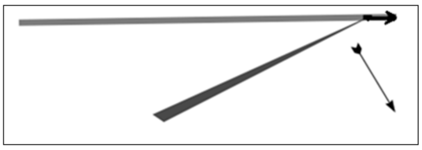
1. Один из самых длинных эскалаторов в России находится в г. Санкт-Петербурге на станции Чернышевская. Он преодолевает расстояние равное 131 м. Поручни на эскалаторе движутся на 1,5 % быстрее, чем лестница. Человек, стоящий на движущейся лестнице эскалатора, удерживает руку на поручне. Все время перемещаясь, рука относительно человека уезжает и человеку становится неудобно. В результате он перехватывает поручень на 60 см назад. Сколько раз перехватит человек поручень за все время движения. Время на перемещение руки назад не учитывать. Первое взятие за самый край поручня учитывать.

Решение:

1. Поручни движутся со скоростью $u=v\cdot(1+\delta v)$. *(3 балла)*
2. Тогда рука успеет добраться до конца эскалатора за время $\tau = l/u = l/v(1+\delta v)$. *(3 балла)*
3. Тем временем остальная часть тела преодолевает расстояние $l_0 = v\tau = l/(1+\delta v)$. *(3 балла)*
4. Рука переместилась относительно остального тела на $\Delta l = l - l_0 = \delta v * l/(1+\delta v) = 1{,}93$ м. *(3 балла)*
5. Итого получаем $1{,}93/0{,}6 \sim 3$ раза.

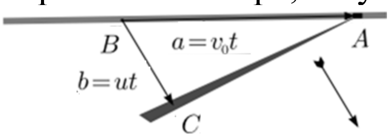
Ответ: 3 раза (15 баллов).

2. На рисунке приведено изображение со спутника с сохранением пропорций. Изображение представляет собой линию движения трактора, и его дымовой след. Трактор двигался по дороге в направлении, указанном стрелкой на дороге. Скорость трактора составляла v0 = 30км/ч. Направление ветра обозначено другой стрелкой. Используя предоставленный рисунок, определите скорость ветра. При необходимости перерисуйте изображение и поясните все отметки и дополнительные построения на изображении. Соблюдайте пропорции.



Решение:

1. Рисунок: Проведем из произвольной точки B на дороге линию, параллельную направлению ветра, и пусть она пересекает дым след в точке C. *(3 балла)*



2. Затем дым, испускаемый трактором в точке B, прошёл расстояние BC = ut, где u — скорость ветра. *(3 балла)*
3. Сам трактор проехал расстояние AB = v_0t. Значит мы можем измерить расстояния AB и BC на рисунке. *(3 балла)*
4. Вычисление:

$u = v_0 \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{18\,\mathrm{mm}}{42\,\mathrm{mm}} 30\,\mathrm{km/h} \approx$ *(6 баллов)*

Ответ: 13км/ч (15 баллов).

3. Известно, что когда мимо нас перемещается объект издающий звук, то звук сигнала сначала кажется высоким, а затем становится низким. То есть когда звук движется в нашу сторону, он кажется выше, чем есть на самом деле. А когда сигнал удаляется от нас, то слух воспринимает его ниже.

Насекомые производят множество разнообразных звуков. Например, жужжание создаётся в результате очень быстрой вибрации крыльев. Так, стрекозы в полете взмахивают крыльями до f = 250 раз в секунду.

Какое количество взмахов крыльями в секунду (f') услышит навстречу летящая другая такая же стрекоза? Стрекозы летят с одинаковой скоростью v = 30 км/ч. Скорость звука в воздухе c = 330 м/с. Время между двумя взмахами крыльями (T) обратно пропорционально количеству взмахов в секунду (f).

Решение:

1. Пусть в начальный момент времени (t=0) жуки находится на расстоянии l и первый жук делает первый взмах крыльями и испускает этим первый сигнал. Второй жук примет этот импульс спустя промежуток времени t_1. За это время звук пройдет путь $l-vt_1$. Следовательно, $t_1=(l-vt_1)/c$ (1). *(5 баллов)*

2. Следующий импульс первый жук издает через промежуток времени T. Этот импульс дойдет до второго жука в момент времени t_2:
$t_2=T+ ((l-vt_1)-vT-v(t_2-t_1))/c$ (2). *(10 баллов)*

3. Вычитая из выражения (2) выражение (1) и введя обозначение $t_2-t_1=T'_1$, получим: $T'=T-v(T+T')/c$. *(10 баллов)*

4. Отсюда находим: $T'=T(c-v)/(c+v)$. *(5 баллов)*

5. Так как $T \sim 1/f$. То, частота следования импульсов, воспринимаемая вторым жуком, будет равна $f'=f(c+v)/(c-v) \sim 251$ раз. *(5 баллов)*

Это изменение частоты получило название эффекта Доплера.

Ответ: f′=251 раз (35 раз).

4. Исследуя измерения, можно изучить связь между физической величиной и другими физическими величинами, за исключением некоторого (безразмерного) числового фактора. Это исследование называется размерным анализом. Основой метода являются основные единицы измерения, а именно стандартные единицы длины, массы и времени. Единицы измерения любых других физических величин могут быть определены в терминах (комбинациях) основных единиц.

Предположим, что скорость звука выражается как: $v = k\, p^a \rho^b$, где k -безразмерный коэффициент; a и b - некоторые числа, p - атмосферное давление, ρ - плотность воздуха. Определите, чему равны a и b.

Решение:

1. Размерности скорости давления и плотности:
$[v] = [м*с^{-1}]$,
$[p] = [(кг*м*с^{-2})/м^2] = [кг*м^{-1}с^{-2}]$
$[\rho] = [кг/м^3] = [кг*м^{-3}]$. *(9 баллов)*

2. Уравнение размерностей со степенями a и b:
$[м*с^{-1}] = [кг*м^{-1}\, с^{-2}]^a\ [кг*м^{-3}]^b$ *(6 баллов)*

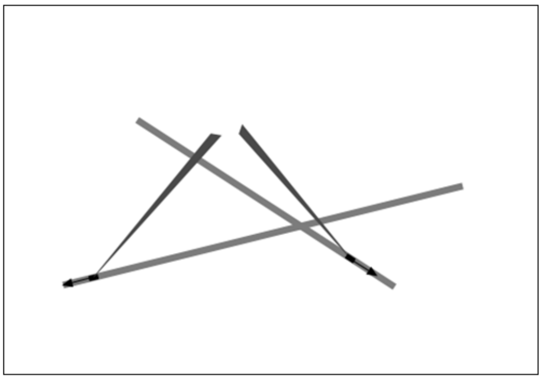
3. Получаем уравнение
[м*с$^{-1}$] = [кг$^{a+b}$ м$^{-a-3b}$ с$^{-2a}$] или [кг^0 * м*с$^{-1}$] = [кг$^{a+b}$ м$^{-a-3b}$ с$^{-2a}$]. *(5 баллов)*
4 Тогда учитывая степени: a + b=0,   −a − 3b=1, −1 = −2a. *(3 балла)*
5 Итого: Получаем: a = 1/ 2 и b = −1/ 2. *(2 балла)*
Ответ: a = 1/ 2 и b = −1/ 2 (25 баллов).

5. Определите плотность камня из данных на рисунке. Ответ дать в кг / м^3.

Решение:
1. Масса камня (м) = 150 грамм + 20 грамм - 30 грамм = 140 грамм = 140/1000 килограмм = 0,140 килограмма. *(3 балла)*
2. Объем (V) = объем пролитой воды = 25 см^3
25 см^3 = 0,000025 м^3. *(3 балла)*
3. Плотность: ρ = m / V = 0,140 кг / 0,000025 м^3 = 140 кг / 0,025 м^3 = 5600 кг / м^3. *(4 балла)*
Ответ: ρ == 5600 кг / м^3 (10 баллов).

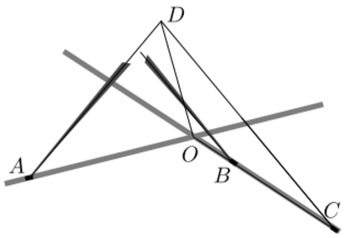
8 класс
Вариант 1

1. На рисунке приведено изображение со спутника с сохранением пропорций. Изображение представляет собой линию движения двух тракторов, и их дымовых следов. Тракторы двигаются по дорогам в направлениях, указанных стрелками на дорогах. Скорость тракторов составляла v_0 = 30км/ч. Используя предоставленный рисунок, определите скорость ветра. Считать, что оба трактора находились на перекрестке одновременно. При необходимости перерисуйте изображение и поясните все отметки и дополнительные построения на изображении. Соблюдайте пропорции.



Решение:

1. Рисунок. Тракторы будут находиться на одинаковом расстоянии от перекрестка, т.е. для текущего положения второго трактора C, (так мы находим точку C).



5 баллов

2. Сам трактор проехал расстояние OC = AO = v_0t *5 баллов*

3. След дыма можно найти в виде линии, параллельной следу дыма в точке его фактическое положение B. Такая встреча тракторов имелась бы, в результате произошло пересечение дымовых следов, что было бы теперь в положении D, с OD = ut. В месте пересечения линий находится дым, который были испущен в момент встречи тракторов. То есть, за время, которое ехал трактор расстояние AO = v_0t, дым пролетел расстояние OD= ut. *5 баллов*

4. Итак, находим

$$u = v_0 \frac{|OD|}{|AO|} = \frac{27\,\mathrm{mm}}{39\,\mathrm{mm}} 30\,\mathrm{km/h} \approx$$ *10 баллов*

Ответ: 21км/ч. (25 баллов)

2. Ультразвуковой анемометр замеряет скорость ветра. Он определяет время, которое требуется для достижения ультразвуковым сигналом от источника звука до датчиков. Далее рассчитывается скорость ветра. Пусть источник звука находиться в начале координат *O* = (0; 0), а три датчика в точках с координатами *A* = (0; a), *B* = (a; 0) и *C* = (−a; 0), где *a* = 211,1 мм. Анемометр держат так, чтобы все датчики располагались на одной горизонтальной плоскости.

Измеренные значения времен от источника звука до каждого из датчиков, оказалось равно соответственно t_A = 627,0 мкс, t_B = 625,2 мкс и t_C = 603,4 мкс. Какова скорость

ветра? Вы можете использовать разумные упрощающие приближения для расчетов.
Решение:
1. Пусть ux и uy обозначают компоненты скорости ветра c – скорость света.
Вариант 1
Пусть время t = s/u=a/c Тогда компоненты смещения: $s_x = u_x*a/c$, $s_y = u_y*a/c$).
Уравнения для времен распространения сигнала:

$t_A = \frac{1}{c}\left(a + u_y\frac{a}{c}\right)$ $t_B = \frac{1}{c}\left(a + u_x\frac{a}{c}\right)$ $t_C = \frac{1}{c}\left(a - u_x\frac{a}{c}\right)$ *10 баллов*

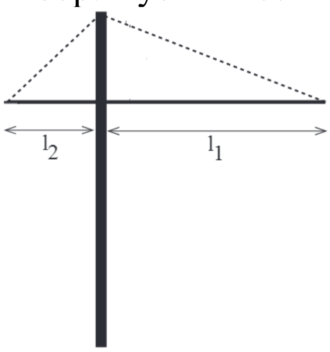
Вариант 2:
Уравнения для расстояний преодоленных сигналами:
$S_A = t_A(c+u_y)$; $S_B = t_B(c+u_x)$; $S_C = t_C(c-u_x)$; $S_B = S_C$ *10 баллов*
2. Учтем, что: $a/c = (t_B + t_C)/2$. *4 балла*
3. Найдем компоненты:

$$u_x = \frac{c^2}{a}\left[t_B - \frac{1}{2}(t_B + t_C)\right] = c\,\frac{t_B - t_C}{t_B + t_C} = 2a\frac{t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2}$$ =6.1 м/с.

$$u_y = \frac{c^2}{a}\left[t_A - \frac{1}{2}(t_B + t_C)\right] = 2a\frac{2t_A - t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2}$$ =7.1 м/с. *8 баллов*

4. Так как полная скорость $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ *6 баллов*
5. Получаем: u=9,36 м/с. *2 балла*
Ответ: 9.4 м/с. (30 баллов)

3. В строительном кране используются две балки, прикрепленные к вертикальной части крана справа и слева, и поддерживаемые кабелями, как показано на рисунке.
Какой минимальной массы *m* должен быть противовес, и на каком расстоянии от вертикальной части его необходимо для этого поместить на второй балке, чтобы гарантировать идеальную балансировку крана, когда кран не несет груз. Объяснить выбор. Пусть масса m_1 = 9т и m_2 = 3т длин: l_1 = 45м. и l_2 = 15 м. (15 баллов)



Решение:
1 Запишем правило моментов: $-m_1 g\frac{l_1}{2} + m_2 g\frac{l_2}{2} + m\ gl\ = 0$ *5 баллов*
L – Расстояние, необходимое для размещения противовеса.
2 Выразим массу противовеса
$m = (m_1 l_1 - m_2 l_2)/2l$ *3 балла*
3 Расстояние для противовеса необходимо выбрать максимальное, т.е равное l_2, так как при этом масса минимальная (это видно из обратной зависимости m~1/l)
5 баллов

4. В итоге получаем m= $(m_1 l_1 / l_2 - m_2)/2$ =12т. *2 балла*

Ответ: l=15м., m=12т. (15 баллов)

4. Соленая вода плотнее пресной, и в океане иногда можно обнаружить резкий вертикальный разрыв (изменение) солености (известный как «галоклин») между более пресной водой сверху и более соленой водой снизу. Это часто происходит вблизи побережий, где пресная вода впадает в море или где тают ледники или морской лед. Колебания солености и температура морской воды вызывают циркуляцию глубинных океанских вод и оказывают серьезное влияние на климат.

Представьте себе, что бревно, смытое рекой, унесено в море. В конце концов, бревно насыщается водой и начинает тонуть, но если оно достигает галоклина, оно может плавать на границе. Если однородное бревно имеет плотность ρ, а однородные плотности поверхностной (более пресной) и глубокой (более соленой) воды равны $\rho_П$ и ρ_C, то какая часть f объема бревна будет находиться выше галоклина в более пресной воде. Получите расчетную формулу. (10 баллов)

Решение:

1 Так как бревно будет плавать на границе галоклина, то погружающая сила на долю f объема бревна над галоклином будет равна и противоположна восходящей силе плавучести на долю 1-f ниже галоклина.

Запишем условие равновесия $f*V*(\rho-\rho_П)=(1-f)*V*(\rho_C-\rho)$ *7 баллов*

2 Находим $f=(\rho_C-\rho)/(\rho_C-\rho_П)$ *3 балла*

Ответ: $f=(\rho_C-\rho)/(\rho_C-\rho_П)$ (10 баллов)

5. В комнате висит светильник, состоящий из лампочки и некоторой системы охлаждения. Ночью светильник включают на ночной режим освещения, а утром переключают на более яркий режим. Ночью температура лампочки $T_н = 45^\circ C$, а утром она нагревается до $T_у = 65^\circ C$. По некоторым причинам охлаждение светильника испортилось, но ночная и утренняя мощность, подаваемая на светильник, не изменилась. Лампочка стала греться ночью до $T'_н = 100^\circ C$. При какой температуре в комнате (T_0) светильник перестанет работать, если лампочка перегорает при температуре $T = 125^\circ C$.

Решение:

1. Мощность системы охлаждения пропорциональна разности температур:
$P_{охл}=\alpha(T-T_0)$, здесь α — некоторый неизвестный коэффициент пропорциональности. *8 баллов*
2. Запишем уравнения теплового баланса в случае, когда система охлаждения работает в штатном режиме: $P_н=\alpha(T_н-T_0)$ $\quad$ $P_у=\alpha(T_у-T_0)$. *4 балла*
3. Когда система охлаждения стала работать хуже, изменился коэффициент пропорциональности (будем называть его к). Значит, уравнения теплового баланса после неисправности записываются как $P_н=к(T'_н-T_0)$ $\quad$ $P_у=к(T'_у-T_0)$
4 балла

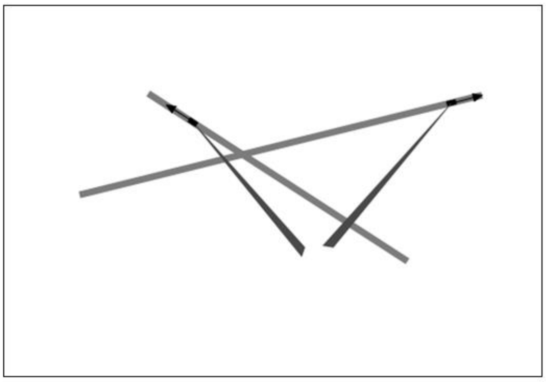
Получаем систему: $\alpha(T_н-T_0)=к(T'_н-T_0)$ $\qquad$ $\alpha(T_у-T_0)=к(T'_у-T_0)$ *2 балла*

Если подобная система получена другим методом, предыдущие баллы засчитываются как проделанная работа.

4. Выразим из системы T_0: $T_0 = (Тн * T'у - T'н * Ту)/(Тн - T'н + T'у - Ту) =$
$= (45 * 125 - 100 * 65)/(45 - 100+ 125 - 65) = -875/15 = -5\ ^0C$ *2 балла*

Ответ: -5 ^{0}C (20 баллов)

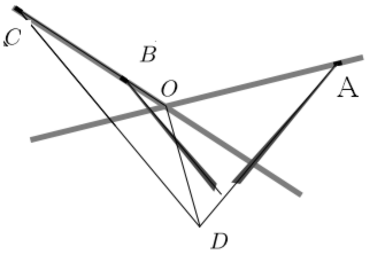
8 класс
Вариант 2



1. На рисунке приведено изображение со спутника с сохранением пропорций. Изображение представляет собой линию движения двух тракторов и их дымовых следов. Тракторы двигаются по дорогам в направлениях, указанных стрелками на дорогах. Скорость тракторов составляла $v_0 = 30$км/ч. Используя предоставленный рисунок, определите скорость ветра. Считать, что оба трактора находились на перекрестке одновременно. При необходимости перерисуйте изображение и поясните все отметки и дополнительные построения на изображении. Соблюдайте пропорции.

Решение

1. Рисунок. Тракторы будут находиться на одинаковом расстоянии от перекрестка, т.е. для текущего положения второго трактора С, (так мы находим точку С).



5 баллов

2. Сам трактор проехал расстояние $OC = AO = v_0t$

След дыма можно найти в виде линии, параллельной следу дыма в точке его фактическое положение В. Такая встреча тракторов имелась бы, в результате произошло пересечение дымовых следов, что было бы теперь в положении D, с OD = ut. *5 баллов*

3. В месте пересечения линий находится дым, который были испущен в момент встречи тракторов. То есть, за время, которое ехал трактор расстояние $AO = v_0t$, дым пролетел расстояние OD= ut. *5 баллов*

Итак, находим $u = v_0\frac{|OD|}{|AO|} = \frac{27\,\mathrm{mm}}{39\,\mathrm{mm}}30\,\mathrm{km/h} \approx$ *10 баллов*

Ответ: 21км/ч. (25 баллов)

2. Ультразвуковой анемометр измеряет скорость ветра. Он определяет время, которое требуется, для достижения ультразвуковым сигналом от источника звука до датчиков. Далее рассчитывается скорость ветра. Пусть источник звука находиться в начале координат O = (0; 0), а три датчика в точках с координатами A = (0; a), B = (a; 0) и C = (−a; 0), где a = 150,1 мм. Анемометр держат так, чтобы все датчики располагались на одной горизонтальной плоскости.

Измеренные значения времен от источника звука до каждого из датчиков, оказалось равно соответственно t_A = 450,8 мкс, t_B = 453,7 мкс. и t_C = 420 мкс. Какова скорость ветра? Вы можете использовать разумные упрощающие приближения для расчетов.

Решение:

1. Вариант 1

Пусть ux и uy обозначают компоненты скорости ветра c – скорость света. Пусть время t = s/u=a/c Тогда компоненты смещения: $s_x = u_x$*a/c, $s_y = u_y$*a/c).

Уравнения для времен распространения сигнала:

$$t_A = \frac{1}{c}\left(a + u_y\frac{a}{c}\right) \qquad t_B = \frac{1}{c}\left(a + u_x\frac{a}{c}\right) \qquad t_C = \frac{1}{c}\left(a - u_x\frac{a}{c}\right)$$ *10 баллов*

Вариант 2:

Уравнения для расстояний преодоленных сигналами:

$S_A = t_A(c+u_y)$; $S_B = t_B\,(c+u_x)$; $S_C = t_C\,(c-u_x)$; $S_B = S_C$ *10 баллов*

2. Учтем, что: $a/c = (t_B + t_C)/2$. *4 балла*

3. Найдем компоненты:

$$u_x = \frac{c^2}{a}\left[t_B - \frac{1}{2}(t_B + t_C)\right] = c\,\frac{t_B - t_C}{t_B + t_C} = 2a\frac{t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2}$$ =15,4 м/с.

$$u_y = \frac{c^2}{a}\left[t_A - \frac{1}{2}(t_B + t_C)\right] = 2a\frac{2t_A - t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2}$$ =12,8 м/с.

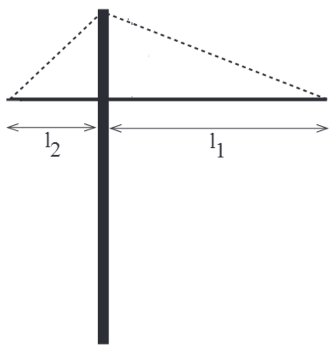
8 баллов

4. Так как полная скорость $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$. *6 баллов*

5. Получаем: u=20 м/с. *2 балла*

Ответ: 20 м/с. (30 баллов)

3. В строительном кране используются две балки, прикрепленные к вертикальной части крана справа и слева, и поддерживаемые кабелями, как показано на рисунке. Масса противовеса на второй балке установлена m, чтобы гарантировать идеальную балансировку крана, когда кран не несет груз.



Какой минимальной массы m_2 может быть вторая балка, и на каком расстоянии от вертикальной части необходимо для этого поместить противовес на второй балке. Объяснить выбор. Пусть масса m_1 = 9т и m = 6т длин: l_1 = 45м и l_2 = 15 м. (15 баллов)

Решение:

1 Запишем правило моментов: $$-m_1 g\frac{l_1}{2} + m_2 g\frac{l_2}{2} + m\ gl\ = 0$$ *5 баллов*

l – Расстояние, необходимое для размещения противовеса.

2 Выразим массу второй балки
$m_2= (m_1 l_1 /2- m l)*2/ l_2$ *3 балла*
3 Расстояние для противовеса необходимо выбрать максимальное, т.е равное l_2, так как при этом масса m_2 минимальная (это видно из прямой зависимости $m_2 \sim l$). При увеличении l разность $(m_1 l_1 /2- m)$ уменьшается, что и необходимо для получения минимальной m_2. *5 баллов*
4. В итоге получаем $m=(m_1 l_1 /2- m l)*2/ l_2 = (m_1 l_1 /2 l_2- m)*2 =(9* 45 /30- 6)*2=15$т. *2 балла.*
Ответ: l=15м., m=15т. (15 баллов)

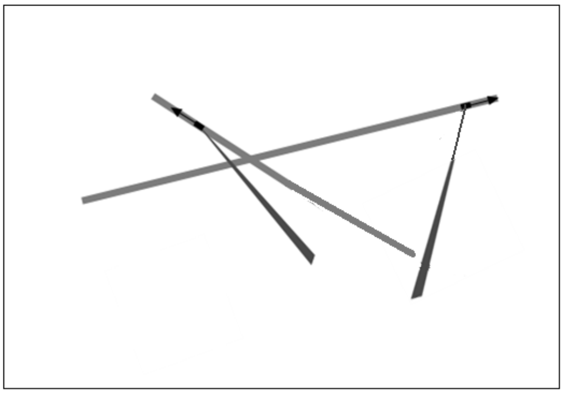
4. Соленая вода плотнее пресной, и в океане иногда можно обнаружить резкий вертикальный разрыв (изменение) солености (известный как «галоклин») между более пресной водой сверху и более соленой водой снизу. Это часто происходит вблизи побережий, где пресная вода впадает в море или где тают ледники или морской лед. Колебания солености и температура морской воды вызывают циркуляцию глубинных океанских вод и оказывают серьезное влияние на климат.
Представьте себе, что бревно, смытое рекой, унесено в море. В конце концов, бревно насыщается водой и начинает тонуть, но если оно достигает галоклина, оно может плавать на границе. Если однородное бревно имеет плотность ρ, а однородные плотности поверхностной (более пресной) и глубокой (более соленой) воды равны $\rho_П$ и ρ_C, то какая часть к объему бревна будет находиться ниже галоклина в более пресной воде. Получите расчетную формулу.
Решение:
1. Так как бревно будет плавать на границе галоклина, то погружающая сила на долю f объема бревна над галоклином будет равна и противоположна восходящей силе плавучести на долю 1-f ниже галоклина.
Запишем условие равновесия $f*V *(\rho-\rho_П)=(1- f)* V *(\rho_C-\rho)$ *7 баллов*
2 Находим $k= 1-f = 1- (\rho_C-\rho)/(\rho_C-\rho_П)$ *3 балла*
Ответ: $k= 1- (\rho_C-\rho)/(\rho_C-\rho_П)$ (10 баллов)

5. В детской комнате висит светильник, состоящий из лампочки и некоторой системы охлаждения. Ночью светильник включают на ночной режим освещения, а утром переключают на более яркий режим. Ночью температура лампочки $T_н = 40^\circ C$, а утром она нагревается до $T_у = 60^\circ$C. По некоторым причинам охлаждение светильника испортилось, но ночная и утренняя мощность, подаваемая на светильник, не изменилась. Лампочка стала греться ночью до $T'_н = 70^\circ C$. При какой температуре в комнате (T_0) светильник перестанет работать, если лампочка перегорает при температуре $T=125^\circ C$
Решение:
1. Мощность системы охлаждения пропорциональна разности температур:
$P_{охл}=\alpha(T-T_0)$, здесь α — некоторый неизвестный коэффициент пропорциональности. . *8 баллов*
2. Запишем уравнения теплового баланса в случае, когда система охлаждения работает в штатном режиме: $P_н=\alpha(T_н-T_0)$ $P_у=\alpha(T_у-T_0)$. *4 балла*

3. Когда система охлаждения стала работать хуже, изменился коэффициент пропорциональности (будем называть его к). Значит, уравнения теплового баланса после неисправности записываются как $Pн=к(T'н- T_0)$ $Pу=к(T'у- T_0)$
4 балла
4. Получаем систему: $\alpha(Tн-T_0) =к(T'н- T_0)$ $\alpha(Tу-T_0) =к(T'у - T_0)$ *2 балла*
Если подобная система получена другим методом, предыдущие баллы засчитываются как проделанная работа.
5. Выразим из системы T_0: $T_0= (Tн * T'у - T'н * Tу)/(Tн - T'н + T'у - Tу) =$
$= (40*125-70*60)/(40-70+125- 60)=800/35\sim22.8\ {}^0C$ *2 балла*
Ответ: 22,8 ^{0}C (20 баллов)

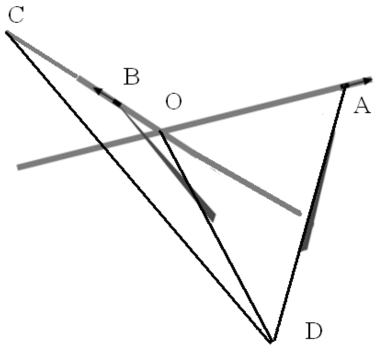
8 класс
Вариант 3

1. На рисунке приведено изображение со спутника с сохранением пропорций. Изображение представляет собой линию движения двух тракторов, и их дымовых следов. Трактора двигаются по дорогам в направлениях, указанным стрелками на дорогах. Скорость тракторов составляла $v_0 = 30$км/ч. Используя предоставленный рисунок, определите скорость ветра. Считать, что оба трактора находились на перекрестке одновременно. При необходимости перерисуйте изображение и поясните все отметки и дополнительные построения на изображении. Соблюдайте пропорции.



Решение:

1. Рисунок. Тракторы будут находиться на одинаковом расстоянии от перекрестка, т.е. для текущего положения второго трактора C, (так мы находим точку C).



5 баллов

2. Сам трактор проехал расстояние OC = AO = v_0t *5 баллов*

След дыма можно найти в виде линии, параллельной следу дыма в точке его фактическое положение B. Такая встреча тракторов имелась бы, в результате произошло пересечение дымовых следов, что было бы теперь в положении D, с OD = ut.

3. В месте пересечения линий находится дым, который были испущен в момент встречи тракторов. То есть, за время, которое ехал трактор расстояние AO = v_0t, дым пролетел расстояние OD= ut. *5 баллов*

4. Итак, находим $u = v_0 \dfrac{|OD|}{|AO|} =$ 30* 4,9/3,9≈ *10 баллов*

Ответ: 38км/ч. (25 баллов)

2. Ультразвуковой анемометр измеряет скорость ветра. Он определяет время, которое требуется, для достижения ультразвуковым сигналом от источника звука до датчиков. Далее рассчитывается скорость ветра. Пусть источник звука находиться в начале координат O = (0; 0), а три датчика в точках с координатами A = (0; a), B = (a; 0) и C =

(−a; 0), где a = 250 мм. Анемометр держат так, чтобы все датчики располагались на одной горизонтальной плоскости.
Измеренное значение времени от источника звука до каждого из датчиков, оказалось равно соответственно t_A = 741.5 мкс, t_B = 747 мкс. и t_C = 710 мкс. Какова скорость ветра? Вы можете использовать разумные упрощающие приближения для расчетов.

Решение

1. Вариант 1

Пусть ux и uy обозначают компоненты скорости ветра c – скорость света. Пусть время t = s/u=a/c Тогда компоненты смещения: $s_x = u_x$*a/c, $s_y = u_y$*a/c).

Уравнения для времен распространения сигнала:

$$t_A = \frac{1}{c}\left(a + u_y\frac{a}{c}\right) \qquad t_B = \frac{1}{c}\left(a + u_x\frac{a}{c}\right) \qquad t_C = \frac{1}{c}\left(a - u_x\frac{a}{c}\right)$$ *10 баллов*

Вариант 2:

Уравнения для расстояний преодоленных сигналами:

$S_A = t_A(c+u_y)$; $S_B = t_B(c+u_x)$; $S_C = t_C(c-u_x)$; $S_B = S_C$ *10 баллов*

2. Учтем, что: $a/c = (t_B + t_C)/2$. *4 балла*

3. Найдем компоненты:

$$u_x = \frac{c^2}{a}\left[t_B - \frac{1}{2}(t_B + t_C)\right] = c\,\frac{t_B - t_C}{t_B + t_C} = 2a\frac{t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2}$$ = 8,7 м/с.

$$u_y = \frac{c^2}{a}\left[t_A - \frac{1}{2}(t_B + t_C)\right] = 2a\frac{2t_A - t_B - t_C}{(t_B + t_C)^2}$$ = 6,1 м/с.

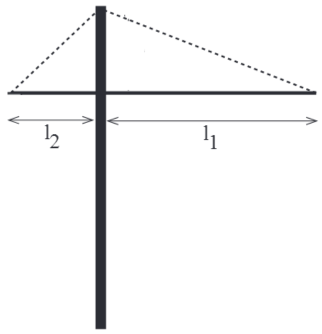
8 баллов

4. Так как полная скорость $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$.

6 баллов

5. Получаем: u=10,6 м/с. *2 балла*

Ответ: 10,6 м/с (30 баллов)



3. В строительном кране используется две балки, прикрепленные к вертикальной части крана справа и слева, и поддерживаемые кабелями, как показано на рисунке. Масса противовеса на второй балке установлена m, чтобы гарантировать идеальную балансировку крана, когда кран не несет груз.

Какой максимальной массы m_1 может быть первая балка и на каком расстоянии от вертикальной части для этого необходимо поместить противовес на второй балке. Объяснить выбор. Пусть масса m_2 = 3т и *m* = 3т длин: l_1 = 45м и l_2 = 15 м.

Решение:

1 Запишем правило моментов: $$-m_1 g\frac{l_1}{2} + m_2 g\frac{l_2}{2} + m\ gl\ = 0$$ *5 баллов*

l – Расстояние, необходимое для размещения противовеса.

2 Выразим массу второй балки

$m_1 = (m_2 l_2/2 + m\,l)*2/l_1$ *3 балла*

3 Расстояние для противовеса необходимо выбрать максимальное, т.е равное l_2, так как при этом масса m_1 максимальная (это видно из прямой зависимости $m_1 \sim l$). При увеличении l сумма ($m_2 l_2 /2+ m l$) увеличивается, что и необходимо для получения максимальной массы m_1. *5 баллов*
4. В итоге получаем $m_1= (m_2 /2+ m)*2/ l_1 = (m_2 + 2m) l_2 / l_1= 3т$. *2 балла*
Ответ: l=15м., m=3т.

4. Соленая вода плотнее пресной, и в океане иногда можно обнаружить резкий вертикальный разрыв (изменение) солености (известный как «галоклин») между более пресной водой сверху и более соленой водой снизу. Это часто происходит вблизи побережий, где пресная вода впадает в море или где тают ледники или морской лед. Колебания солености и температура морской воды вызывают циркуляцию глубинных океанских вод и оказывают серьезное влияние на климат.
Представьте себе, что бревно, смытое рекой, унесено в море. В конце концов, бревно насыщается водой и начинает тонуть, но если оно достигает галоклина, оно может плавать на границе. Какова плотность ρ однородного бревна? Однородные плотности поверхностной (более пресной) и глубокой (более соленой) воды равны $\rho_П$ и ρ_C, Часть f объема бревна находится ниже галоклина в более пресной воде. Получите расчетную формулу.
Решение:
1. Так как бревно будет плавать на границе галоклина, то погружающая сила на долю f объема бревна над галоклином будет равна и противоположна восходящей силе плавучести на долю 1-f ниже галоклина.
Запишем условие равновесия $f*V *(\rho-\rho_П)=(1- f)* V* (\rho_C-\rho)$ *7 баллов*
2. Находим $1-f = 1- (\rho_C-\rho)/(\rho_C-\rho_П)$
3. Отсюда $\rho= f (\rho_C-\rho_П)+ \rho C$ *3 балла*
Ответ: $\rho= f (\rho_C-\rho_П)+ \rho_C$

5. В детской комнате висит светильник, состоящий из лампочки и некоторой системы охлаждения. Ночью светильник включают на ночной режим освещения, а утром переключают на более яркий режим. Ночью температура лампочки Тн= 45 ^{0}C, а утром она нагревается до Ту = 55 ^{0}C. По некоторым причинам охлаждение светильника испортилось, но ночная и утренняя мощность, подаваемая на светильник, не изменилась. Лампочка стала греться ночью до T′н =80 ^{0}C. При какой температуре в комнате (T_0) светильник перестанет работать, если лампочка перегорает при температуре T=125 ^{0}C.

Решение:
1 Мощность системы охлаждения пропорциональна разности температур:
$Pохл=\alpha(T-T_0)$, здесь α — некоторый неизвестный коэффициент пропорциональности. *8 баллов*
2 Запишем уравнения теплового баланса в случае, когда система охлаждения работает в штатном режиме: $Pн=\alpha(Tн-T_0)$ $Pу=\alpha(Tу-T_0)$. *4 балла*
3 Когда система охлаждения стала работать хуже, изменился коэффициент пропорциональности (будем называть его к). Значит, уравнения теплового баланса после неисправности записываются как $Pн=к(T'н- T_0)$ $Pу=к(T'у- T_0)$

4 балла

4 Получаем систему: $\alpha(T_н - T_0) = к(T'_н - T_0)$ $\alpha(T_у - T_0) = к(T'_у - T_0)$ *2 балла*

Если подобная система получена другим методом, предыдущие баллы засчитываются как проделанная работа.

5 Выразим из системы T_0: $T_0 = (T_н * T'_у - T'_н * T_у)/(T_н - T'_н + T'_у - T_у) =$
$= (45*125-80*55)/(45-80+125-55)=1225/35 \sim 35\ ^0C$ *2 балла*

Ответ: 35 ^{0}C 2 балла

9 класс
Вариант 1

1. Простой теплообмен. Теплоизолированный сосуд разделен теплоизолирующей перегородкой. В одной части сосуда находится жидкость с удельной теплоёмкостью C_1, в другой части сосуда тоже жидкость с удельной теплоёмкостью C_2. После того как убрали перегородку, в сосуде установилась температура такая, что разность между максимальной температурой и установившейся в сосуде, оказывается в 1,5 раза меньше разности начальных температур жидкостей. Найдите отношение масс жидкостей. (30 баллов)

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$C_1m_1(T_3-T_1)+C_2m_2(T_3-T_2)=0 \qquad (1)$$

Выразим температуру T_3:

$$T_3=\frac{C_1m_1T_1+C_2m_2T_2}{C_1m_1+C_2m_2}. \qquad (2)$$

В задаче не сказано температура какого тела выше, поэтому будем решать задачу для двух случае в общем виде. Установившаяся температура всегда меньше максимальной. Примем отношение разности начальных температур к разности между максимальной и полученной за величину n:

Первый случай. Пусть $T_1>T_2$, тогда разность температур, составляет:

$$n(T_1-T_3)=T_1-T_2 \qquad (3)$$

Подставим уравнение (2) в (3) ;

$$n\left(T_1-\frac{C_1m_1T_1+C_2m_2T_2}{C_1m_1+C_2m_2}\right)=T_1-T_2. \qquad (4)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{(n-1)C_2(T_2-T_1)}{T_2C_1-T_1C_1}=\frac{(n-1)C_2}{C_1} \qquad (5)$$

Рассмотрим второй случай. Пусть

Пусть$T_2>T_1$, тогда разность температур, составляет:

$$n(T_2-T_3)=T_2-T_1 \qquad (6)$$

Подставим уравнение (2) в (3);

$$n\left(T_2-\frac{C_1m_1T_1+C_2m_2T_2}{C_1m_1+C_2m_2}\right)=T_2-T_1. \qquad (7)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{T_2-T_1}{(n-1)(T_2-T_1)}\frac{C_2}{C_1}=\frac{1}{(n-1)}\frac{C_2}{C_1} \qquad (8)$$

Видно, что уравнения (5) и (8) по сути своей одно и тоже, т.е. отношение массы $m_{мах}$при максимальной температуре к массе $m_{мин}$ при минимальной температуре равно:

$$\frac{m_{мах}}{m_{мин}}=\frac{(n-1)C_2}{C_1} \qquad (9)$$

По условию задачи n=1,5.

Получаем отношение масс в случае, если

1) $T_1>T_2$:

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{0{,}5C_2}{C_1}; \qquad (10)$$

2) $T_2 > T_1$

$$\frac{m_1}{m_2} = 2\frac{C_2}{C_1}. \qquad (11)$$

Критерии оценивания:

	Критерий	Количество баллов
1	Записано уравнение теплового баланса	2
2	Выражена конечная температура смеси T_3	2
3	Указано, что возможны два случая	2
4	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	12
5	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	12

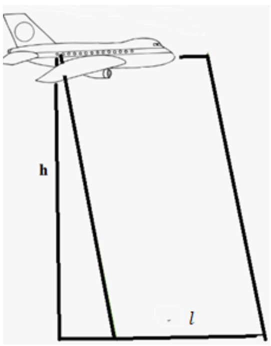
2. Пассажир авиарейса «Красноярск-Пхукет» знает, что самолёт летит на высоте 10 км с собственной скоростью v_1 =900 км/час. Ветер на этих высотах дует приблизительно с одинаковой скорость $v_2 = 100\frac{\text{км}}{\text{час}}$ как в прямом направлении, так и в обратном направлении. Ветер дует параллельно курсу. Наблюдая в иллюминатор, пассажир увидел, что время пролета одного и того же городка отличается на $\Delta t = 18$ с. Определите линейные размеры городка. Пассажир видит город под углом 30°. (10 баллов)

Решение:

Время пролёта самолёта не зависит от угла, под которым его видит пассажир, и можно считать, что вращение Земли не существенно, так самолёт летит с севера на юг и обратно, поэтому длина города будет равна:

$l = (v_1 + v_2)t_1$- самолёт летит по ветру; (12)

$l = (v_1 + v_2)t_1 = (v_1 - v_2)(t_1 + \Delta t)$ – самолёт летит против ветра.



Найдём время t_1:

$$t_1 = \frac{v_1 - v_2}{2v_2}\Delta t \qquad (13)$$

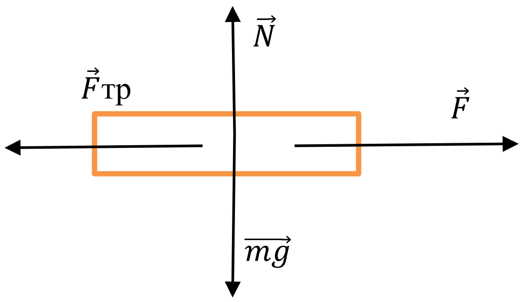
Определим длину города

$$l = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2v_2}\Delta t = 20000\text{ м} = 20\text{ км}. \qquad (14)$$

	Критерии	Баллы
1	Указано, что не важно под каким углом пассажир смотрит на появляющийся городок под крылом	1
2	Записаны формулы для расчета длины городка как в прямом, так и в обратном направлении (по 2 балла за формулу)	4
3	Выведена формула для расчета времени t_1 или t_2	2
4	Записана формула для расчета длины городка	2
5	Получено численное значение длины	1
	Итого	10

3. Любишь кататься – люби и саночки возить! Мальчик Вася, решил экспериментально выяснить какую массу m снега и на какое расстояние он сможет вывести в снежную погоду на детских санках, линейные размеры которых $S_0 = a \times b = 0{,}4 \times 0{,}8$ м^2, где a — ширина, b — длина, масса санок $m_0 = 3{,}5$ кг. Помогите ему ещё рассчитать и работу, которую он при этом совершает. Коэффициент трения полозьев санок о поверхность снега $f = 0{,}05$, масса снега падающего в единицу времени на единицу площади $\mu = 3\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^2\cdot\text{с}}$, ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2. Василий может к санкам прикладывать силу тяги F=200 Н. Средняя скорость Василия по всему пути составляет $v = 3$ м/с. (20 баллов)

Решение:



Рассмотри момент времени остановки санок.
Запишем второй закон Ньютона в векторной форме.

$$\vec{N} + \vec{F} + \overrightarrow{mg} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \qquad (15)$$

В момент времени t остановки санок их масса со снегом будет равна:

$$m = m_0 + m = m_0 + \mu S_0 t \qquad (16)$$

Сделаем проекцию уравнение (14) по осям:

$$F - F_{\text{тр}} = 0 \qquad (17)$$

$$N - mg = 0 \qquad (18)$$

Сила трения равна^

$$F_{\text{тр}} = \mu\,\mathrm{N} \qquad (19)$$

Силу трения мы получим из уравнений (16), (17) и (18):

$$F = F_{\text{тр}} = f(m_0 + m)g \qquad (20)$$

Рассчитаем из уравнения (20) массу, которую мальчик может сдвинуть:

$$m = \frac{F}{fg} - m_0 = 404{,}7\ \text{кг} \qquad (21)$$

Определим время, которое двигались санки:

$$t = \frac{m}{\mu S_0} = 421{,}6\ \text{с} \qquad (22)$$

Расстояние, которое прошли санки до остановки.

$$l = v \cdot t = 1264{,}7\ \text{м}. \qquad (23)$$

Рассчитаем работу, совершенную Василием:

$$A = F \cdot l = 252937\ \text{Дж} = 253\ \text{к Дж}. \qquad (24)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Сделан рисунок с силами	3
2	Записан второй закон Ньютона в векторной форме:	1
3	Сделаны проекции сил по осям: 1) По оси x 2) По оси y	 2 2
4	Записана связь силы трения с силой нормальной реакции	1
5	Записана формула масса санок со снегом	3
6	Выведена формула для определения массы снега	3
7	Подсчитана масса максимального снега	1
8	Записана формула для определения расстояния, которое проехали санки до остановки	1
9	Получен результат для расстояния	1

10	Записана формула для работы	1
11	Получен результат для работы	1
	Итого	20

4. Последовательно соединены сопротивления, каждое последующее в два раза меньше предыдущего (смотри рисунок, расположенный ниже). Во сколько раз изменится потребляемая мощность цепью, если к ней параллельно присоединить ещё одно сопротивление R_1=30 Ом. Примите R=30 Ом. (20 баллов)

Решение:

Рассмотрим последовательное соединение. Полное сопротивление цепи $R_{об}$ рассчитаем по формуле

$$R_{об} = R\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2048}\right). \quad (25)$$

Таким образом, чтобы найти сопротивление этой цепи надо найти сумму ряда, в котором

$$q = \frac{1}{2} \text{ — знаменатель прогрессии;} \quad (26)$$

$$b_1 = 1 \text{ —первый член прогрессии;} \quad (27)$$

$$b_n = (q)^{n-1} = \frac{1}{2048} \text{ – последний член прогрессии.} \quad (28)$$

Определим из уравнения (38) количество членов:

$$2^{n-1} = 2048, \quad (29)$$

Определить n не составляет особого труда, если помнить что $2^{10} = 1024$, поэтому $n - 1 = 11$, следовательно количество членов прогрессии равно $\mathrm{n} = 12$.

Найдем полное:

$$R_{об} = R\frac{b_1(q^n - 1)}{q-1} \approx 60 \text{ Ом.} \quad (30)$$

Присоединим к последовательной цепи параллельно сопротивление R. Общее сопротивление цепи будет составлять :

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_0\delta}{R_1 + R_0\delta} = 20 \text{ Ом.} \quad (31)$$

Мощность, потребляемая только последовательной цепочкой сопротивлений:

$$\mathrm{P}_1 = \frac{U^2}{R_{об}} \quad (32)$$

Мощность, потребляемая цепью с параллельно включенным R:

$$\mathrm{P}_2 = \frac{U^2}{R_2} \quad (33)$$

Отношение мощностей:

$$\frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2} = \frac{R_2}{R_{об}} = 0{,}33 \quad (34)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для расчета последовательной цепи в общем виде	2
2	Указано, что сопротивление такой цепочки считается как сумма геометрической прогрессии	3
3	Записана формула для расчета сопротивления с помощью суммы ряда	6
4	Получено численное значение сопротивления цепочки	1
5	Записана формула для расчета сопротивления при параллельном подключении	2
6	Получено численное значение сопротивления параллельном соединении	1
7	Записаны формулы для расчета потребляемой мощности По баллу за формулы	2
8	Получена формула для расчета отношений мощностей	2
9	Получено численное значение отношения мощностей	1
	Итого:	20

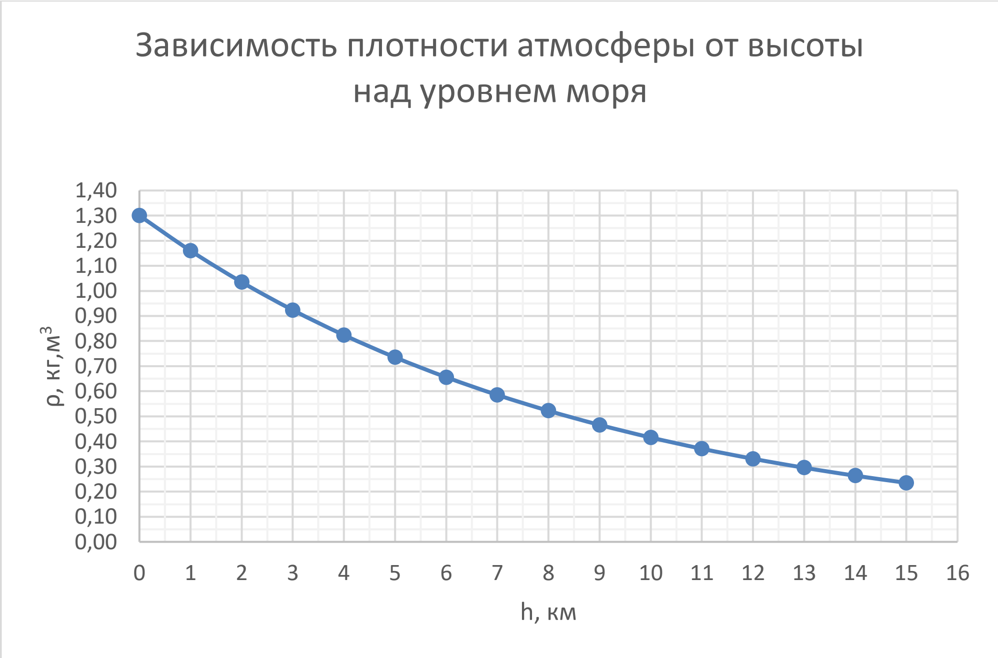
5. Высокоскоростные самолёты летают на высотах от 7 км до 13 км. Пользуясь графиком зависимости плотности атмосферы над уровнем моря, определите с какой скоростью v_1 должен лететь самолёт на высоте 7 км, чтобы его потребляемая мощность равнялась мощности, развиваемой им на высоте 13 км. На высоте 13 км самолёт летит со скоростью $v_2 = 900$ км/час.

Считайте, что:

1) самолёт движется равномерно прямолинейно с постоянной скоростью одинаковой на обеих высотах;

2) сила сопротивления со стороны воздуха прямо пропорциональна плотности, скорости и площади лобового сечения самолёта, т.е. $F = \alpha \rho s v$, где α - зависит от конструкции самолета.

(20 баллов)



Решение:

Так как самолёт летит равномерно, то сила тяги самолёта уравновешивает силу сопротивления, действующую на самолёт со стороны воздуха.

$$F = F_c = \alpha \rho v S \tag{35}$$

Мощность находится по формуле

$$P = Fv = \alpha\rho v^2 s \qquad (36)$$

Мощности самолёта на разных высотах равны соответственно:

$$P_1 = \alpha\rho_1 v_1^2 S \qquad (37)$$

$$P_2 = \alpha\rho_2 v_2^2 S \qquad (38)$$

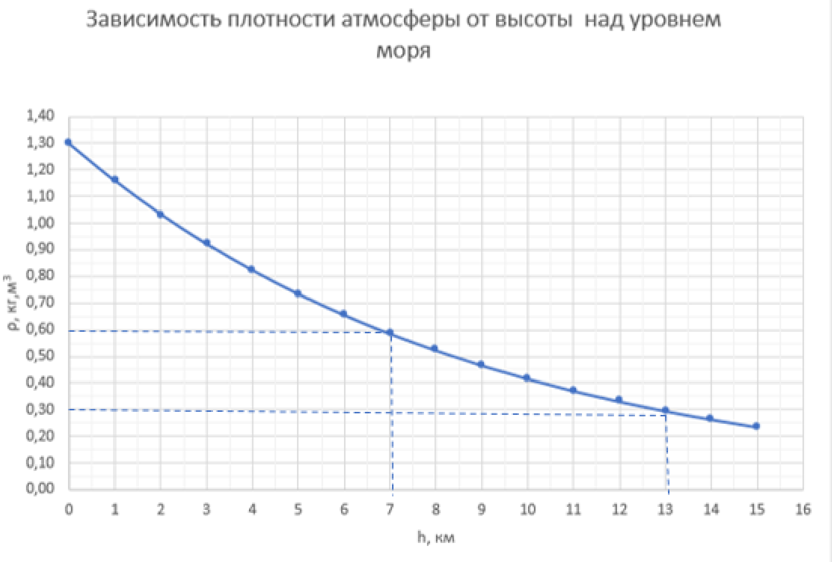
По условию задачи $P_1 = P_2$, (39)

Из уравнений (16), (17) и (23) выразим скорость:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} v_2, \qquad (40)$$

где ρ_2=0,3 кг/м^3 плотность воздуха на высоте 13 км, $\rho_1 = 0{,}6$ кг/м^3 плотность воздуха на высоте 7 км.

Плотности определяем по графику зависимости плотности атмосферы от высоты.



Подставим значения плотностей формулу (40) и получим значение скорости на высоте 7 км;

$$v_1 = \sqrt{\frac{0{,}3}{0{,}6}}\, 900 = 636{,}4 \text{ км/час} \qquad (41)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для мощности	2
2	Указано, что сила сопротивления равна силе тяги	4
3	Получена формула для расчета мощности с учетом силы сопротивления	4
4	Записаны формулы для расчета мощностей на различных высотах, по одному баллу за формулу	2
5	Выведена формула для скорости на высоте h_1	4
6	По графику определены значения плотностей, по одному баллу за каждое значение	2
7	Получено численное значение скорости на высоте	2
	Итого:	20

9 класс
Вариант 2

1. Простой теплообмен. Теплоизолированный сосуд разделен теплоизолирующей перегородкой. В одной части сосуда находится жидкость массой m_1, в другой части сосуда тоже жидкость массой m_2. После того как убрали перегородку, в сосуде установилась температура такая, что разность между максимальной температурой, и установившейся в сосуде, оказывается в 2,5 раза меньше разности начальных температур жидкостей. Найдите отношение удельных теплоёмкостей жидкостей. (30 баллов).

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$C_1 m_1 (T_3 - T_1) + C_2 m_2 (T_3 - T_2) = 0 \quad (1)$$

Выразим температуру T_3:

$$T_3 = \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2}. \quad (2)$$

В задаче не сказано температура какого тела выше, поэтому будем решать задачу для двух случае в общем виде. Установившаяся температура всегда меньше максимальной. Примем отношение разности начальных температур к разности между максимальной и полученной за величину n:

Первый случай. Пусть $T_1 > T_2$, тогда разность температур, составляет:

$$n(T_1 - T_3) = T_1 - T_2 \quad (3)$$

Подставим уравнение (2) в (3) ;

$$n\left(T_1 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2}\right) = T_1 - T_2. \quad (4)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{(n-1) C_2 (T_2 - T_1)}{T_2 C_1 - T_1 C_1} = \frac{(n-1) m_2}{m_1} \quad (5)$$

Рассмотрим второй случай. Пусть

Пусть$T_2 > T_1$, тогда разность температур, составляет:

$$n(T_2 - T_3) = T_2 - T_1 \quad (6)$$

Подставим уравнение (2) в (3);

$$n\left(T_2 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2}\right) = T_2 - T_1. \quad (7)$$

Выразим отношение теплоёмкостей:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{T_2 - T_1}{(n-1)(T_2 - T_1)} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{(n-1)} \frac{m_2}{m_1} \quad (8)$$

Видно, что уравнения (5) и (8) по сути своей одно и тоже, т.е. отношение массы $m_{мах}$при максимальной температуре к массе $m_{мин}$ при минимальной температуре равно:

$$\frac{m_{мах}}{m_{мин}} = \frac{(n-1) C_2}{C_1} \quad (9)$$

По условию задачи n=2,5.

Получаем отношение масс в случае, если

1) $T_1 > T_2$:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{1{,}5m_2}{m_1}; \quad (10)$$

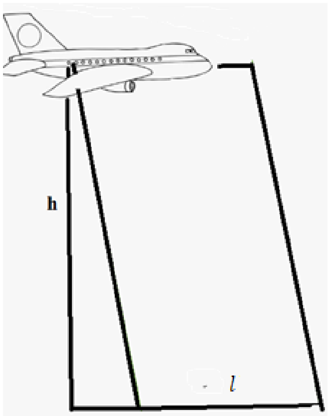
2) $T_2 > T_1$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{m_2}{1{,}5m_1}. \quad (11)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записано уравнение теплового баланса	2
2	Выражена конечная температура смеси T_3	2
3	Указано, что возможны два случая	2
4	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	12
5	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	12
	Итого	30

2. Пассажир авиарейса «Красноярск-Пхукет» знает, что самолёт летит на высоте 10 км с собственной скоростью v_1 =930 км/час. Ветер на этих высотах дует приблизительно с одинаковой скорость $v_2 = 100\frac{\text{км}}{\text{час}}$ как в прямом направлении, так и в обратном направлении. Ветер дует параллельно курсу. Наблюдая в иллюминатор, пассажир увидел, что время пролета одного и того же городка отличается на $\Delta t = 12$с. Определите линейные размеры городка. Пассажир видит город под углом 30°. (10 баллов)

Решение:



Время пролёта самолёта не зависит от угла, под которым его видит пассажир, и можно считать, что вращение Земли не существенно, так самолёт летит с севера на юг и обратно, поэтому длина города будет равна:

$l = (v_1 + v_2)t_1$- самолёт летит по ветру; (12)

$l = (v_1 + v_2)t_1 = (v_1 - v_2)(t_1 + \Delta t)$ – самолёт летит против ветра. (13)

Найдём время t_1:

$$t_1 = \frac{v_1 - v_2}{2v_2}\Delta t \quad (14)$$

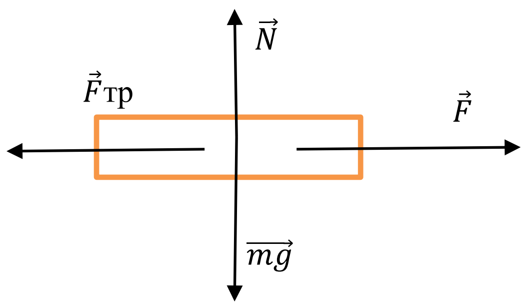
Определим длину города

$$l = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2v_2}\Delta t = 14248 \text{ м} = 14{,}2 \text{ км}. \quad (15)$$

	Критерии	Баллы
1	Указано, что не важно под каким углом пассажир смотрит на появляющийся городок под крылом	1
2	Записаны формулы для расчета длины городка как в прямом, так и в обратном направлении (по 2 балла за формулу)	4
3	Выведена формула для расчета времени t_1 или t_2	2
4	Записана формула для расчета длины городка	2
5	Получено численное значение длины	1
	Итого	10

3. Любишь кататься – люби и саночки возить! Мальчик Вася решил экспериментально выяснить, какую массу m снега и на какое расстояние он сможет вывести в снежную погоду на детских санках, линейные размеры которых $S_0 = a \times b = 0{,}5 \times 1{,}0$ м^2, где a – ширина, b – длина, масса санок $m_0 = 5$ кг. Помогите ему ещё рассчитать и работу, которую он при этом совершает. Коэффициент трения полозьев санок о поверхность снега $f = 0{,}05$, масса снега, падающего в единицу времени на единицу площади $\mu = 2{,}5\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^2\cdot\text{с}}$, ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2. Василий может к санкам прикладывать силу тяги F=200 Н. Средняя скорость Василия по всему пути составляет $v = 3$ м / с. (20 баллов)

Решение:



Рассмотри момент времени остановки санок.
Запишем второй закон Ньютона в векторной форме.

$$\vec{N} + \vec{F} + \overrightarrow{mg} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \qquad (16)$$

В момент времени t остановки санок их масса со снегом будет равна:

$$m = m_0 + m = m_0 + \mu S_0 t \qquad (17)$$

Сделаем проекцию уравнение (14) по осям:

$$F - F_{\text{тр}} = 0 \qquad (18)$$

$$N - mg = 0 \qquad (19)$$

Сила трения равна:

$$F_{\text{тр}} = \mu\,\mathrm{N} \qquad (20)$$

Силу трения мы получим из уравнений (18), (19) и (20):

$$F = F_{\text{тр}} = f(m_0 + m)g \qquad (21)$$

Рассчитаем из уравнения (21) массу, которую мальчик может сдвинуть:

$$m = \frac{F}{fg} - m_0 = 403{,}2\ \text{кг} \qquad (22)$$

Определим время, которое двигались санки:

$$t = \frac{m}{\mu S_0} = 322{,}56\ \text{с} \qquad (23)$$

Расстояние, которое прошли санки до остановки.

$$l = v \cdot t = 967{,}68\ \text{м}. \qquad (24)$$

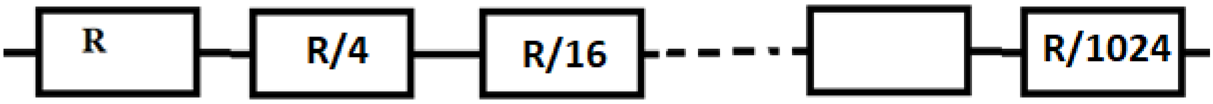
Рассчитаем работу, совершенную Василием:

$$A = F \cdot l = 193536\ \text{Дж}. \qquad (25)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Сделан рисунок с силами	3
2	Записан второй закон Ньютона в векторной форме:	1
3	Сделаны проекции сил по осям: 1) По оси x 2) По оси y	 2 2
4	Записана связь силы трения с силой нормальной реакции	1
5	Записана формула масса санок со снегом	3
6	Выведена формула для определения массы снега	4
7	Подсчитана масса максимального снега	1
8	Записана формула для определения расстояния, которое проехали санки до остановки	1

9	Получен результат для расстояния	1
10	Записана формула для работы	1
11	Поучен результат для работы	1
	Итого	20

4. Последовательно соединены сопротивления, каждое последующее в четыре раза меньше предыдущего. Во сколько раз изменится потребляемая мощность цепью, если к ней параллельно присоединить ещё одно сопротивление R_1=80 Ом. Примите R=30 Ом. (20 баллов)



Решение:

Рассмотрим последовательное соединение. Полное сопротивление цепи $R_{об}$ рассчитаем по формуле

$$R_{об} = R\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{1024}\right). \qquad (26)$$

Таким образом, чтобы найти сопротивление этой цепи надо найти сумму ряда, в котором

$$q = \frac{1}{4} \text{ — знаменатель прогрессии;} \qquad (27)$$

$$b_1 = 1 \text{ —первый член прогрессии;} \qquad (28)$$

$$b_n = (q)^{n-1} = \frac{1}{1024} \text{ – последний член прогрессии.} \qquad (29)$$

Определим из уравнения (38) количество членов:

$$4^{n-1} = (2 \cdot 2)^{n-1} = 1024, \qquad (30)$$

Определить n не составляет особого труда, если помнить что $2^{10} = 1024$, поэтому $n - 1 = 5$, следовательно количество членов прогрессии равно $n = 6$.

Найдем полное:

$$R_{об} = R\frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \approx 80 \text{ Ом.} = \qquad (31)$$

Присоединим к последовательной цепи параллельно сопротивление R_1. Общее сопротивление цепи будет составлять :

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_0\delta}{R_1 + R_0\delta} = 40 \text{ Ом.} \qquad (32)$$

Мощность, потребляемая только последовательной цепочкой сопротивлений:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_{об}} \qquad (33)$$

Мощность, потребляемая цепью с параллельно включенным R:

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} \qquad (34)$$

Отношение мощностей:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_{об}} = 0{,}5 \qquad (35)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для расчета последовательной цепи в общем виде	2
2	Указано, что сопротивление такой цепочки считается как сумма геометрической прогрессии	3

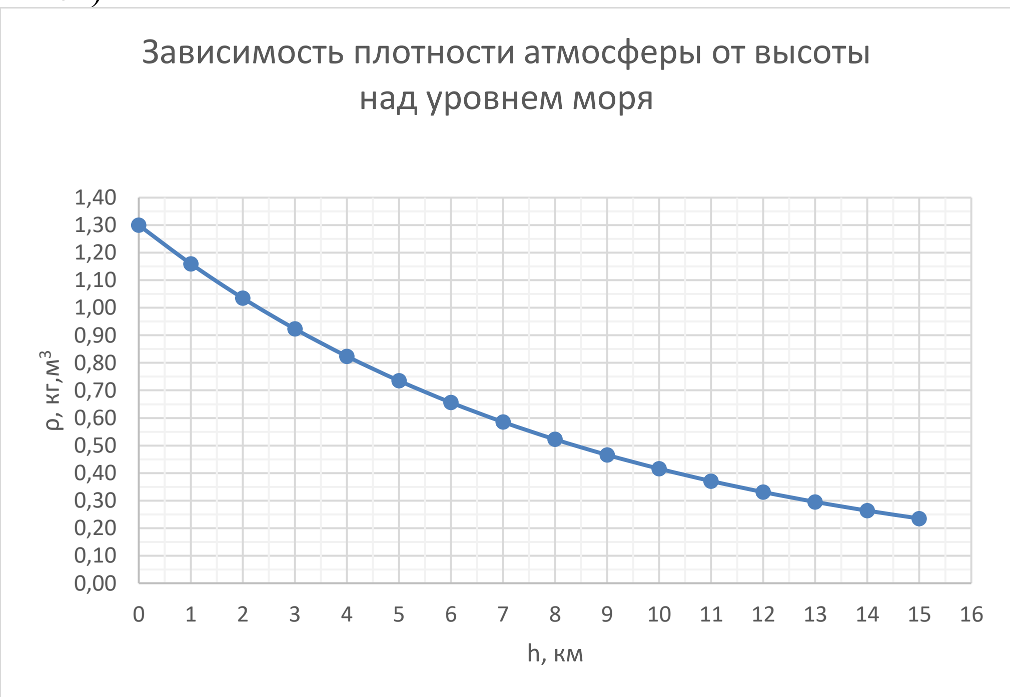
3	Записана формула для расчета сопротивления с помощью суммы ряда	6
4	Получено численное значение сопротивления цепочки	1
5	Записана формула для расчета сопротивления при параллельном подключении	2
6	Получено численное значение сопротивления параллельном соединении	1
7	Записаны формулы для расчета потребляемой мощности По баллу за формулы	2
8	Получена формула для расчета отношений мощностей	2
9	Получено численное значение отношения мощностей	1
	Итого	20

5. Высокоскоростные самолёты летают на высоте от 7 км до 13 км. Пользуясь графиком зависимости плотности атмосферы над уровнем моря, определите с какой скоростью v_1 должен лететь самолёт на высоте 10 км, чтобы его потребляемая мощность равнялась мощности, развиваемой им на высоте 13 км. На высоте 13 км самолёт летит со скоростью $v_2 = 900$ км/час.

Считайте, что:

1) самолёт движется равномерно прямолинейно с постоянной скоростью одинаковой на обеих высотах;

2) сила сопротивления со стороны воздуха прямо пропорциональна плотности, скорости и площади лобового сечения самолёта, т.е. $F = \alpha \rho s v$, где α - зависит от конструкции самолета. (20 баллов)



Решение:

Так как самолёт летит равномерно, то сила тяги самолёта уравновешивает силу сопротивления, действующую на самолёт со стороны воздуха.

$$F = F_c = \alpha \rho v S \quad (36)$$

Мощность находится по формуле

$$P = Fv = \alpha \rho v^2 s \quad (37)$$

Мощности самолёта на разных высотах равны соответственно:

$$P_1 = \alpha \rho_1 v_1^2 S \quad (38)$$

$$P_2 = \alpha \rho_2 v_2^2 S \quad (39)$$

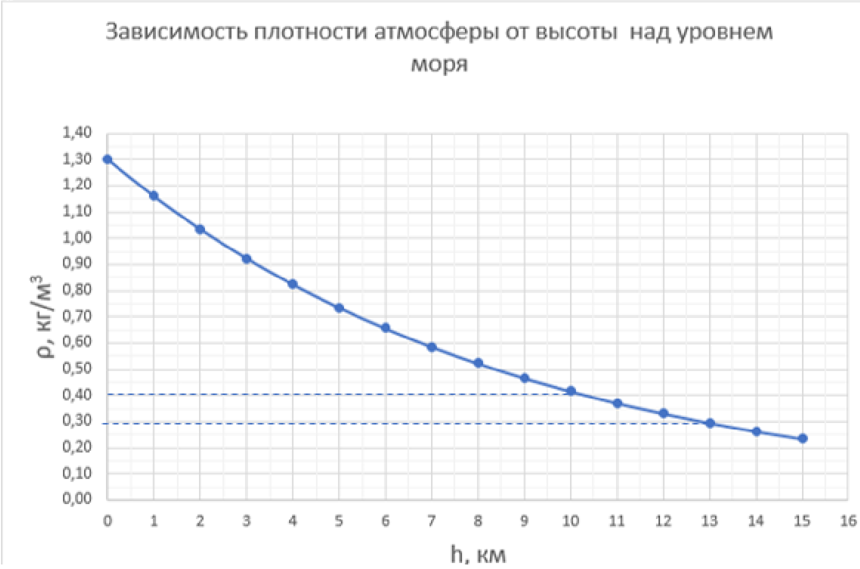
По условию задачи $P_1 = P_2$, (40)

Из уравнений (37), (38), (39), (40) выразим скорость:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\, v_2, \tag{41}$$

где ρ_2=0,3 кг/м^3 плотность воздуха на высоте 13 км, $\rho_1 = 0{,}4$ кг/м^3 плотность воздуха на высоте 10 км.

Плотности определяем по графику зависимости плотности атмосферы от высоты.



Подставим значения плотностей в формулу (41) и получим значение скорости на высоте 10 км:

$$v_1 = \sqrt{\frac{0{,}3}{0{,}4}}\, 900 = 779{,}4 \text{ км/час} \tag{42}$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для мощности	2
2	Указано, что сила сопротивления равна силе тяги	4
3	Получена формула для расчета мощности с учетом силы сопротивления	4
4	Записаны формулы для расчета мощностей на различных высотах, по одному баллу за формулу	2
5	Выведена формула для скорости на высоте h_1	4
6	По графику определены значения плотностей, по одному баллу за каждое значение	2
7	Получено численное значение скорости на высоте	2
	Итого	20

9 класс
Вариант 3

1. Простой теплообмен. Теплоизолированный сосуд разделен теплоизолирующей перегородкой. В одной части сосуда находится жидкость с удельной теплоёмкостью C_1, в другой части сосуда тоже жидкость с удельной теплоёмкостью C_2. После того как убрали перегородку, в сосуде установилась температура такая, что разность между максимальной температурой и установившейся в сосуде оказывается в n раз меньше разности начальных температур жидкостей. При каком n отношение теплоёмкостей будет соответствовать уравнению:
(30 баллов)

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{C_2}{C_1}$$

Решение:
Запишем уравнение теплового баланса:

$$C_1 m_1 (T_3 - T_1) + C_2 m_2 (T_3 - T_2) = 0 \quad (1)$$

Выразим температуру T_3:

$$T_3 = \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2}. \quad (2)$$

В задаче не сказано температура какого тела выше, поэтому будем решать задачу для двух случае в общем виде. Установившаяся температура всегда меньше максимальной. Примем отношение разности начальных температур к разности между максимальной и полученной за величину n:
Первый случай. Пусть $T_1 > T_2$, тогда разность температур, составляет:

$$n(T_1 - T_3) = T_1 - T_2 \quad (3)$$

Подставим уравнение (2) в (3) ;

$$n\left(T_1 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2}\right) = T_1 - T_2. \quad (4)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(n-1) C_2 (T_2 - T_1)}{T_2 C_1 - T_1 C_1} = \frac{(n-1) C_2}{C_1} \quad (5)$$

Рассмотрим второй случай. Пусть
Пусть$T_2 > T_1$, тогда разность температур, составляет:

$$n(T_2 - T_3) = T_2 - T_1 \quad (6)$$

Подставим уравнение (2) в (3);

$$n\left(T_2 - \frac{C_1 m_1 T_1 + C_2 m_2 T_2}{C_1 m_1 + C_2 m_2}\right) = T_2 - T_1. \quad (7)$$

Выразим отношение масс:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2 - T_1}{(n-1)(T_2 - T_1)} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{(n-1)} \frac{C_2}{C_1} \quad (8)$$

Получаем отношение масс в случае, если
1) $T_1 > T_2$:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{C_2}{C_1}; \quad (9)$$

2) $T_2 > T_1$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{C_2}{C_1}. \quad (10)$$

Таким образом, при n=2, не зависимо от того температура какого тела больше, отношение масс равно:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{c_2}{c_1} \tag{11}$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записано уравнение теплового баланса	2
2	Выражена конечная температура смеси T_3	2
3	Указано, что возможны два случая	2
4	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	11
5	Получено уравнение (5) или уравнение (10)	11
	Сделан вывод, что n=2	2
	Итого:	30

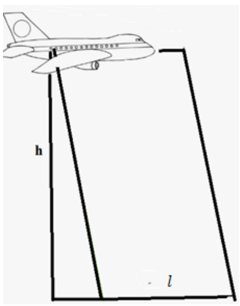
Задача 2 (10 баллов) Пассажир авиарейса «Красноярск-Пхутет» знает, что самолёт летит на высоте 10 км с собственной скоростью v_1 =930 км/час. Ветер на этих высотах с дует приблизительно с одинаковой скорость $v_2 = 200\frac{\text{км}}{\text{час}}$ как в прямом направлении, так и в обратном направлении. Ветер дует параллельно курсу. Наблюдая в иллюминатор, пассажир увидел, что время пролета одного и того же городка отличается на $\Delta t = 18$ с. с. Определите линейные размеры городка. Пассажир видит город под углом 30°.

Решение:

Время пролёта самолёта не зависит от угла, под которым его видит пассажир и можно считать, что вращение Земли не существенно, так самолёт летит с севера на юг и обратно, поэтому длина города будет равна:

$$l = (v_1 + v_2)t_1 \text{- самолёт летит по ветру;} \tag{12}$$

$$l = (v_1 + v_2)t_1 = (v_1 - v_2)(t_1 + \Delta t) \text{ – самолёт летит против ветра.}$$



Найдём время t_1:

$$t_1 = \frac{v_1 - v_2}{2v_2}\Delta t \tag{13}$$

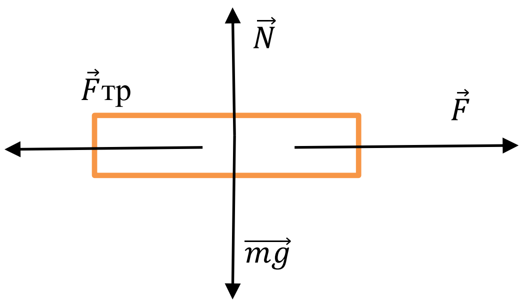
Определим длину города

$$l = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2v_2}\Delta t = 10{,}3 \text{ км.} \tag{14}$$

	Критерии	Баллы
1	Указано, что не важно под каким углом пассажир смотрит на появляющийся городок под крылом	1
2	Записаны формулы для расчета длины городка как в прямом, так и в обратном направлении (по 2 балла за формулу)	4
3	Выведена формула для расчета времени t_1 или t_2	2
4	Записана формула для расчета длины городка	2
5	Получено численное значение длины	1
	Итого	10

3. Любишь кататься – люби и саночки возить! Мальчик Вася, решил экспериментально выяснить какую массу m снега и на какое расстояние он сможет вывести в снежную погоду на детских санках, линейные размеры которых $S_0 = a \times b = 0{,}4 \times 1{,}0$ м^2, где a – ширина, b – длина, масса санок $m_0 = 5{,}5$ кг. Помогите ему ещё рассчитать и работу, которую он при этом совершает. Коэффициент трения полозьев санок о поверхность снега $f = 0{,}05$, масса снега падающего в единицу времени на единицу площади $\mu = 4\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$, ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2. Василий может к санкам прикладывать силу тяги F=200 Н. Средняя скорость Василия по всему пути составляет $v = 2{,}5$ м / с. (20 баллов)

Решение:



Рассмотри момент времени остановки санок.
Запишем второй закон Ньютона в векторной форме.

$$\vec{N} + \vec{F} + \overrightarrow{mg} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \qquad (15)$$

В момент времени t остановки санок их масса со снегом будет равна:

$$m = m_0 + m = m_0 + \mu S_0 t \qquad (16)$$

Сделаем проекцию уравнения (26) по осям:

$$F - F_{\text{тр}} = 0 \qquad (17)$$

$$N - mg = 0 \qquad (18)$$

Сила трения равна:

$$F_{\text{тр}} = \mu\,\text{N} \qquad (19)$$

Силу трения мы получим из уравнений (17), (18) и (19):

$$F = F_{\text{тр}} = f(m_0 + m)g \qquad (20)$$

Рассчитаем из уравнения (27) массу, которую мальчик может сдвинуть:

$$m = \frac{F}{fg} - m_0 = 394{,}5\ \text{кг} \qquad (21)$$

Определим время, которое двигались санки:

$$t = \frac{m}{\mu S_0} = 396{,}6\ \text{с} \qquad (22)$$

Расстояние, которое прошли санки до остановки.

$$l = v \cdot t = 991{,}5\ \text{м}. \qquad (23)$$

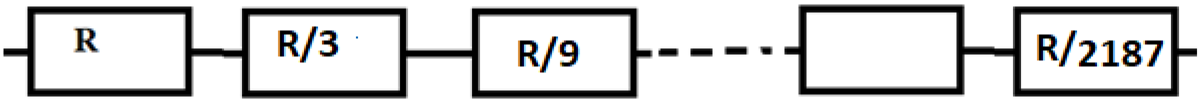
Рассчитаем работу, совершенную Василием:

$$A = F \cdot l = 198{,}3\ \text{к Дж}. \qquad (24)$$

Критерий	Количество баллов
Сделан рисунок с силами	3
Записан второй закон Ньютона в векторной форме:	1
Сделаны проекции сил по осям: 1) По оси x 2) По оси y	 2 2
Записана связь силы трения с силой нормальной реакции	1
Записана формула масса санок со снегом	3
Выведена формула для определения массы снега	3
Подсчитана масса максимального снега	1
Записана формула для определения расстояния, которое проехали санки до остановки	1

Получен результат для расстояния	1
Записана формула для работы	1
Поучен результат для работы	1
Итого	20

4. Последовательно соединены сопротивления, каждое последующее в три раза меньше предыдущего. Во сколько раз изменится потребляемая мощность цепью, если к ней параллельно присоединить ещё одно сопротивление R_1=90 Ом. Примите R=60 Ом. (20 баллов)



Решение:

Рассмотрим последовательное соединение. Полное сопротивление цепи $R_{об}$ рассчитаем по формуле

$$R_{об} = R\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{2187}\right). \qquad (25)$$

Таким образом, чтобы найти сопротивление этой цепи надо найти сумму ряда, в котором

$$q = \frac{1}{3} \text{ — знаменатель прогрессии;} \qquad (26)$$

$$b_1 = 1 \text{ —первый член прогрессии;} \qquad (27)$$

$$b_n = (q)^{n-1} = \frac{1}{2187} \text{ – последний член прогрессии.} \qquad (28)$$

Определим из уравнения (38) количество членов:

$$3^{n-1} = 2048, \qquad (29)$$

$n - 1 = 7,$ следовательно количество членов прогрессии равно $\mathrm{n} = 8$.

Найдем полное:

$$R_{об} = R\,\frac{b_1(q^n - 1)}{q-1} \approx 90 \text{ Ом}. \qquad (30)$$

Присоединим к последовательной цепи параллельно сопротивление R. Общее сопротивление цепи будет составлять :

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_0\delta}{R_1 + R_0\delta} = 45 \text{ Ом}. \qquad (31)$$

Мощность, потребляемая только последовательной цепочкой сопротивлений:

$$\mathrm{P}_1 = \frac{U^2}{R_{об}} \qquad (32)$$

Мощность, потребляемая цепью с параллельно включенным R:

$$\mathrm{P}_2 = \frac{U^2}{R_2} \qquad (33)$$

Отношение мощностей:

$$\frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2} = \frac{R_2}{R_{об}} = 0{,}5 \qquad (34)$$

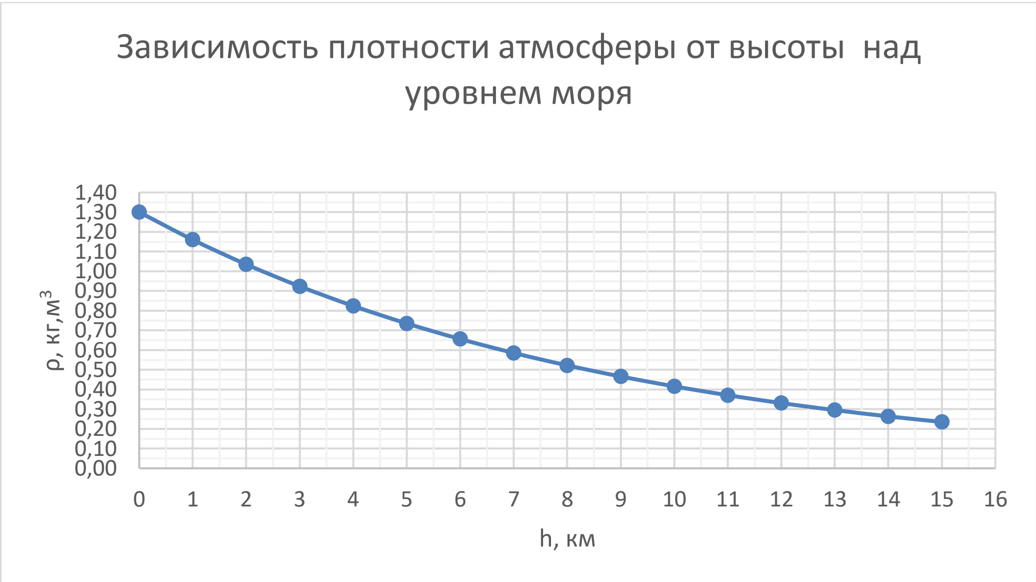
	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для расчета последовательной цепи в общем виде	2
2	Указано, что сопротивление такой цепочки считается как сумма геометрической прогрессии	3
3	Записана формула для расчета сопротивления с помощью суммы ряда	6
4	Получено численное значение сопротивления цепочки	1
5	Записана формула для расчета сопротивления при параллельном подключении	2
6	Получено численное значение сопротивления параллельном соединении	1
7	Записаны формулы для расчета потребляемой мощности По баллу за формулы	2
8	Получена формула для расчета отношений мощностей	2
9	Получено численное значение отношения мощностей	1
	Итого	20

5. Высокоскоростные самолёты летают на высоте от 7 км до 13 км. Пользуясь графиком зависимости плотности атмосферы над уровнем моря, определите с какой скоростью v_2 должен лететь самолёт на высоте 13 км, чтобы его потребляемая мощность была в 1,2 раза меньше мощности, развиваемой им на высоте 7 км. На высоте 13 км самолёт летит со скоростью $v_2 = 700$ км/час.

Считайте, что:

1) самолёт движется равномерно прямолинейно с постоянной скоростью одинаковой на обеих высотах.

2) сила сопротивления со стороны воздуха прямо пропорциональна плотности, скорости и площади лобового сечения самолёта, т.е. $F = \alpha \rho s v$, где α - зависит от конструкции самолета. (20 баллов)



Решение:

Так как самолёт летит равномерно, то сила тяги самолёта уравновешивает силу сопротивления, действующую на самолёт со стороны воздуха.

$$F = F_c = \alpha\rho v S \quad (35)$$

Мощность находится по формуле

$$P = Fv = \alpha\rho v^2 s \quad (36)$$

Мощности самолёта на разных высотах равны соответственно:

$$P_1 = \alpha\rho_1 v_1^2 S \quad (37)$$

$$P_2 = \alpha\rho_2 v_2^2 S \quad (38)$$

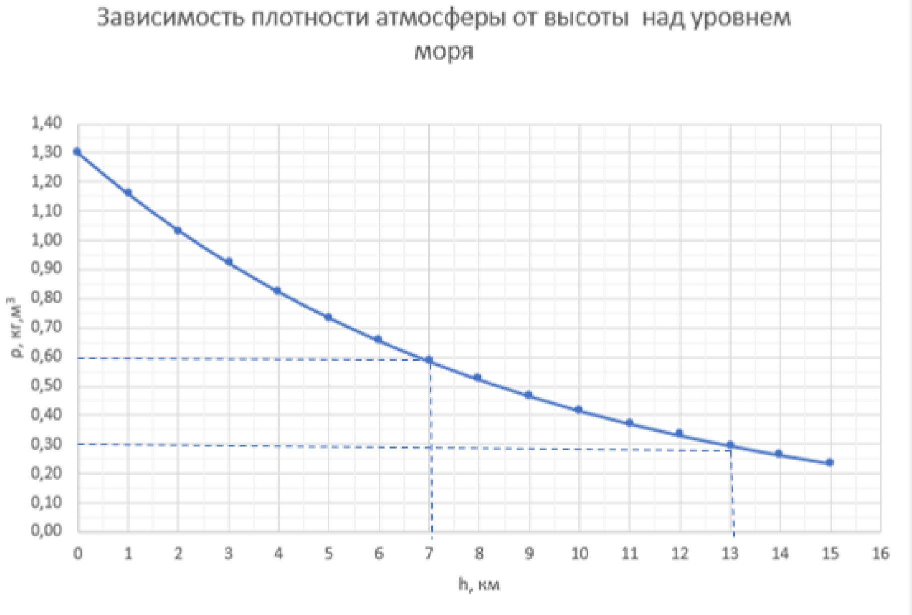
По условию задачи $P_1 = 1{,}2\ P_2$, (39)

Из уравнений (16), (17) и (18) выразим скорость:

$$v_{2=}\sqrt{\frac{P_2}{P_1}\frac{\rho_1}{\rho_2}}v_1 = \quad (40)$$

где ρ_1=0,3 кг/м^3 плотность воздуха на высоте 13 км, $\rho_1 = 0{,}6$ кг/м^3 плотность воздуха на высоте 7 км.

Плотности определяем по графику зависимости плотности атмосферы от высоты.

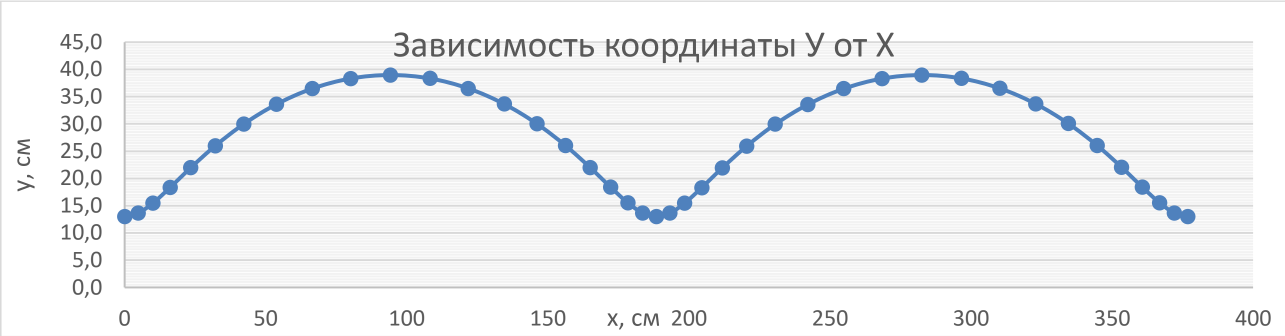


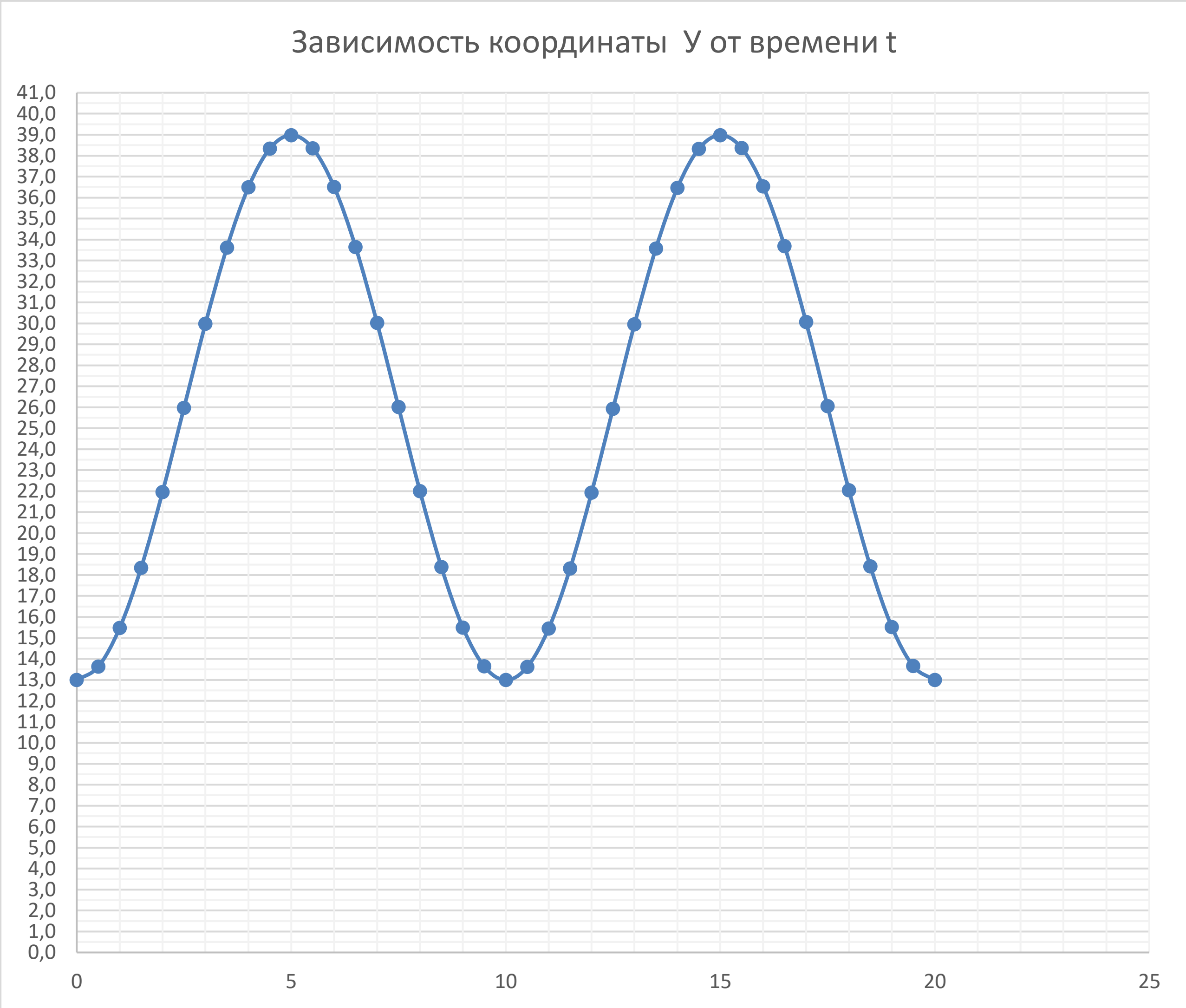
Подставим значения плотностей формулу (40) и отношение мощностей и получим значение скорости на высоте 13 км:

$$v_2 = 906 \text{ км/час} \quad (41)$$

	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для мощности	2
2	Указано, что сила сопротивления равна силе тяги	4
3	Получена формула для расчета мощности с учетом силы сопротивления	4
4	Записаны формулы для расчета мощностей на различных высотах, по одному баллу за формулу	2
5	Выведена формула для скорости на высоте h_1	4
6	По графику определены значения плотностей, по одному баллу за каждое значение	2
7	Получено численное значение скорости на высоте	2
	Итого	20

Графики к задаче 2.





10 класс

Вариант 1

1. Бочку с песком радиуса R вращают так, что она совершает n оборотов в секунду. Бочку наклонили под углом α к горизонту, на дне бочки на расстоянии *r* =15 см от оси симметрии сделали отверстие, через которое высыпается песок. По приведенным графикам зависимости *У=f(t)* и траектории *У = f(x)*, которую оставляет песок на поверхности, определите радиус бочки *R*, период, число оборотов бочки n, угол α, под которым наклонена бочка к горизонту. Оси *X* и *У* направлены вдоль поверхности Земли. Графики приведены на отдельной странице. Обязательно на них укажите все необходимые параметры, которые вы будете брать, для определения величин. (20 баллов)

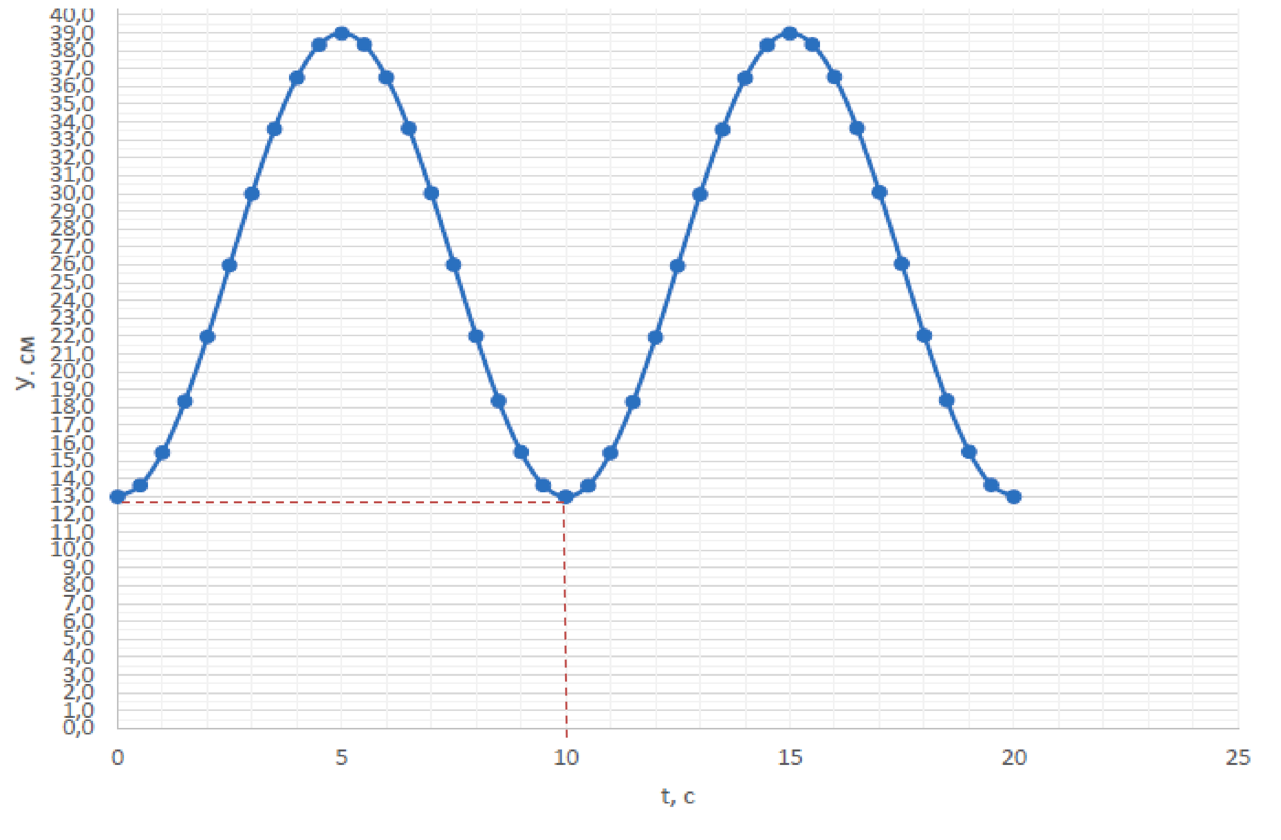
Решение:

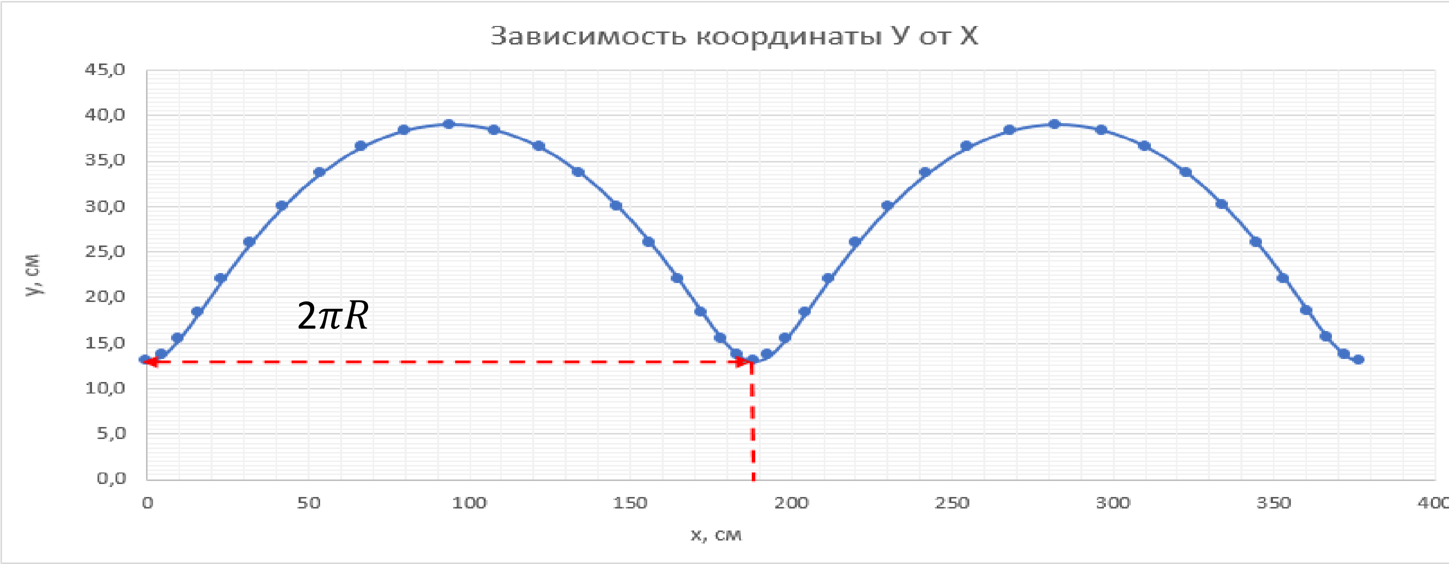
По графику зависимости У=f(t) определяем период

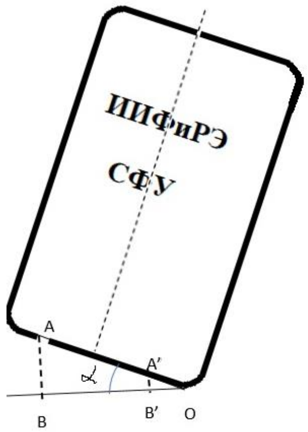
$$T=10\ с, \tag{12}$$

Число оборотов

$$n = \frac{1}{T} = 0{,}1\ c^{-1} \tag{13}$$







По графику У=f(x) определяем на какое расстояние сместилась бочка за период, оно примерно равно $\ell=2\pi R=188$ см.

Рассчитаем радиус бочки:

$$R = \frac{\ell}{2\pi} = 29{,}9 \text{ см.} \tag{14}$$

По этому же графику определяем размах колебаний :

$$BB' = 2r' = AA' \cos\alpha = 26 \text{ см.} \tag{15}$$

С другой стороны,

$$BB' = AA' \cos\alpha = 2r. \tag{16}$$

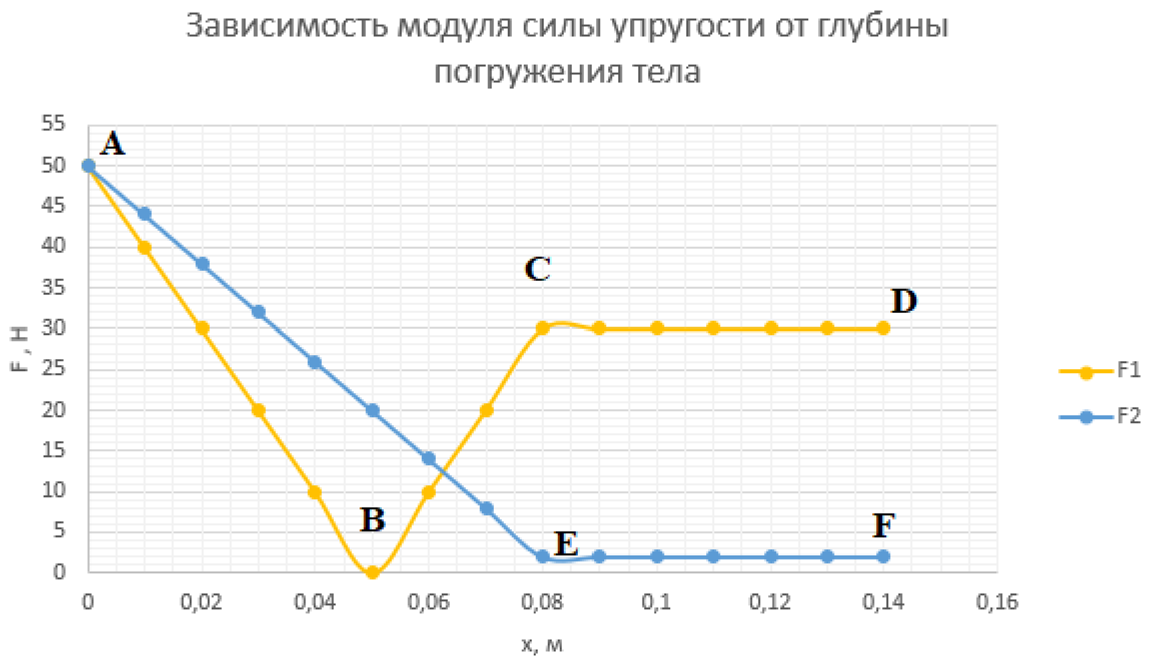
Определяем $\cos\alpha = \frac{BB'}{AA'} = \frac{26}{30}=0{,}8667$ (17)

$$\alpha = \arccos 0{,}8667 = 30^0. \tag{18}$$

	Критерий	Количество баллов
1	На графике У(t) обозначены 1) период 2) Размах колебаний	 1 2
2	Найден период	1
3	Рассчитано число оборотов за ед. времени	2
4	На графике У(х) указано расстояние, которое бочка проходит за один период	2
5	Записана формула для определения радиуса бочки	2
6	Рассчитан радиус	1
7	Записана формула, определяющая связь размаха с двойным радиусом	6
8	Найден угол 1) Если только косинус 2) значение угла	 1 2
	Итого	20

Задача 2 (17 баллов) Тело плотностью $\rho_0 = 800$ кг/м^3, площадью поперечного сечения $S = 0{,}1$ м^2. Один раз тело погружают в жидкостью плотностью ρ_1, затем в другую жидкость плотностью ρ_2.

На рисунке представлены графики зависимости силы упругости, действующей в жидкостях на тело. Определите отношение плотностей жидкостей. Определите отношение плотностей жидкостей. Ускорение свободного падения в данной задаче взято за 10 м/с^2. Опишите графики.



Решение:
В точке А сила упругости равна силе тяжести, так как на тело ещё не действует сила Архимеда.

$$F_{уп} = mg \tag{19}$$

Найдем массу тела $m = 5$ кг.
Участки CD и EF соответствуют ситуации, когда тела погружены полностью в жидкости, что позволяет определить длину тела ℓ=0,08 м
Рассмотрим график 1, Вначале сила упругости уменьшалась, так как сила тяжести превышала силу Архимеда, затем в координате x=5 см (точка B) сила Архимеда и сила тяжести сравнялись .

$$mg = \rho_1 gV \tag{20}$$

$$mg = \rho_1 gsx \tag{21}$$

$$\rho_1 = \frac{m}{x \cdot S} = 1000\,\frac{кг}{м^3} \tag{22}$$

Далее до точки С сила Архимеда увеличивалась, а сила упругости увеличивалась, то есть теперь тело притапливали, то есть сила упругости и сила тяжести на этом участке направлены в одну сторону Найдем силу Архимеда на участке CD:

$$F_{A1} = mg + F_{уп1} = 80 \text{ Н} \tag{23}$$

где $F_{уп1} = 30$ Н
Рассмотрим график для силы F_2. В этом случае сила Архимеда непрерывно нарастает, а сила упругости падает. В очевидно, что плотность второй среды меньше первой.
Определим силу Архимеда а участке EF;

$$F_A = mg - F_{уп2} = 48 \text{ Н, где } F_{уп2} = 2\text{Н}$$

Определим отношение плотностей жидкостей:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{mg - F_{уп2}}{mg + F_{уп1}} = \frac{48}{80} = 0{,}6 \qquad (24)$$

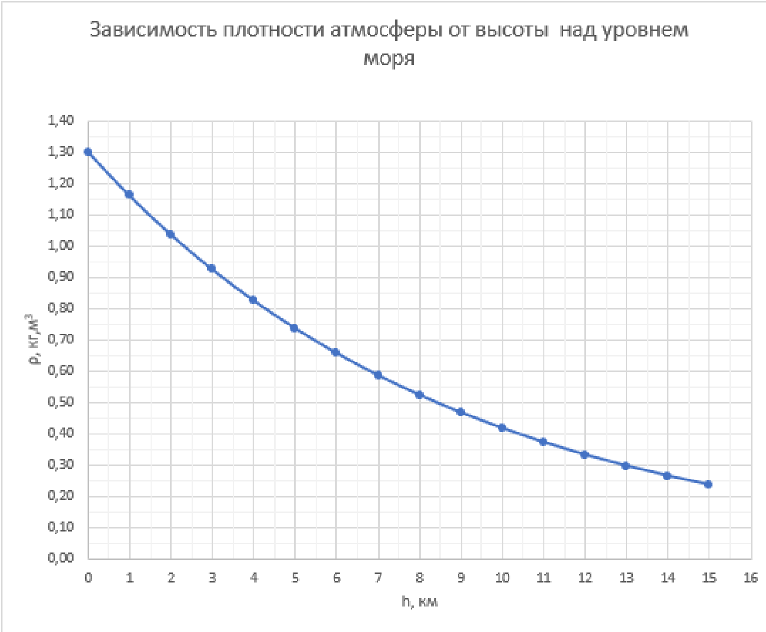
Определим плотность второй жидкости;

$$\rho_2 = 0{,}6p_1 = 600\,\frac{кг}{м^3} \qquad (25)$$

	Критерии	Баллы
1	Указано, что В точке А сила упругости равна силе тяжести	2
2	Определена масса груза	1
3	Для точки В записано равенство силы Архимеда и сила тяжести	2
4	Записана формула для расчета плотности первой жидкости	2
5	Получен результат для плотности первой жидкости	1
	Определены силы упругости для тел, после того как оно было погружено в различные жидкости По одному баллу за значения	2
6	Записаны силы Архимеда для случаем, когда тела полностью погружены в жидкость, по 2 балла за формулу	4
7	Записана формула для расчета плотности второй жидкости	2
8	Получено численное значение плотности ворой жидкости	1
	Итого	17

3. Высокоскоростные самолёты летают на высоте от 7 км до 13 км. На этой высоте дуют достаточно сильные ветра. Считайте, что на высоте 7 км скорость ветров 100 км/ч, а на высоте 13 км – 200 км/ч; Плотность воздуха тоже меняется с высотой. На графике представлена зависимость плотности атмосферы над уровнем моря. Собственная скорость самолёта составляет $v_с = 900$ км/час. Сила сопротивления со стороны воздуха прямо пропорциональна плотности, скорости и площади лобового сечения самолёта, т.е. $F = \alpha \rho s v,$ где α - зависит от конструкции самолета.

Определите во сколько раз отличаются мощности потребляемые самолётом на высотах 7 км до 13 км, если ветер дует попутно. (10 баллов)



Решение:

Так как самолёт летит равномерно, то сила тяги самолёта уравновешивает силу сопротивления, действующую на самолёт со стороны воздуха.

$$F = F_c = \alpha \rho v S \tag{26}$$

Мощность находится по формуле

$$P = Fv \quad =\alpha \rho v^2 s \tag{27}$$

Мощности самолёта на разных высотах равны соответственно:

$$P_1 = \alpha \rho_1 v_1^2 S \tag{28}$$

$$P_2 = \alpha \rho_2 v_2^2 S \tag{29}$$

В формулах (28) и (29) $v_{1,}$и v_2 относительные скорости самолета по отношению к ветру:

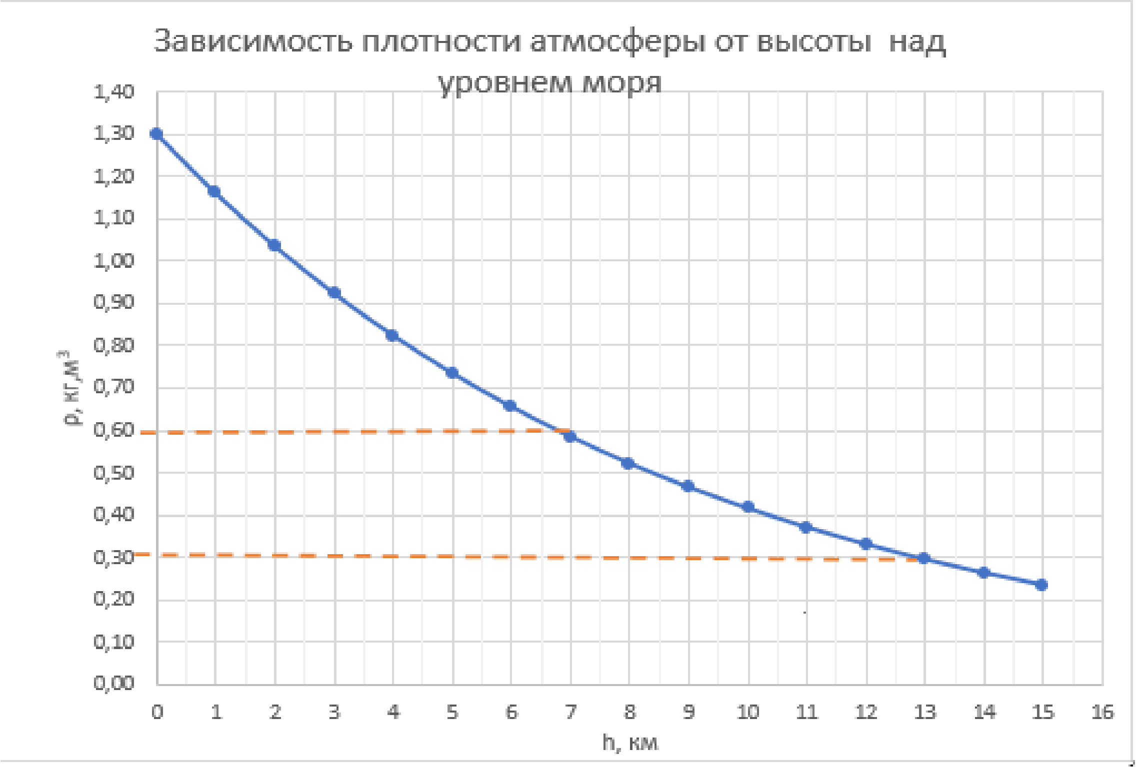
$$v_1 = v_c - v_{\text{в}_1} = 800 \text{ км/ч} \tag{30}$$

$$v_2 = v_c - v_{\text{в}_2} = 700 \text{ км/ч} \tag{31}$$

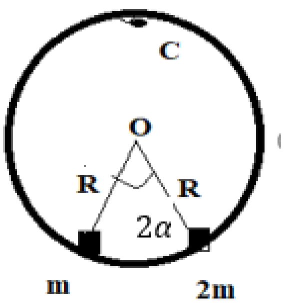
Плотности определяем по графику зависимости плотности атмосферы от высоты. ρ_2=0,3 кг/м^3 плотность воздуха на высоте 13 км, $\rho_1 = 0{,}6$ кг/м^3 плотность воздуха на высоте 7 км.

Отношение мощностей равно:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 v_2^2}{\rho_1 v_1^2} = 0{,}65 \tag{32}$$



	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для мощности в общем виде	1
2	Указано, что сила сопротивления равна силе тяги	1
3	Получена формула для расчета мощности с учетом силы сопротивления в общем виде	2
4	Записаны формулы для расчета мощностей на различных высотах, по одному баллу за формулу	2
5	Записана формула для скорости на высоте h, по одному баллу за формулу для высот h_1 и h_2	2
6	По графику определены значения плотностей, по одному баллу за каждое значение	2
7	Записана формула для отношения мощностей	2
	Получено численное значение для отношения плотностей	1
	Итого	13



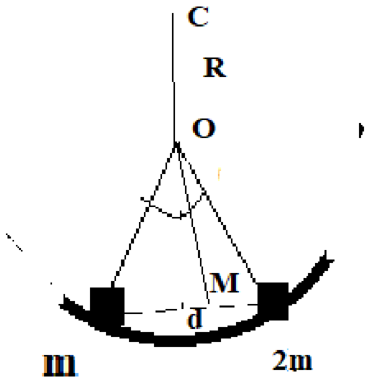
4. Необычный маятник. На невесомый обруч радиуса R= 50 см по краю образующей укреплены две гайки массами $m_1 = m$ и $m_2 = 2m$ (см. рисунок). Угол между радиусами составляет $2\alpha = 60°$. Обруч свободно подвесили на гвоздь. После того как он успокоился, его вывели из положения равновесия. Определите период колебаний такого маятника. (25 баллов)

Решение:

Данную систему можно рассматривать как математический маятник, у которого вся масса системы сосредоточена в точке М.

Координата центра масс лежит на прямой, соединяющей грузики, расстояние между которыми:

$$d = 2R\sin(\alpha), \qquad (33)$$



Тогда координата цента масс x лежит на линии, соединяющей грузы:

$$x = \frac{2m\,d}{m+2m} = \frac{4}{3}R\sin(\alpha) \qquad (34)$$

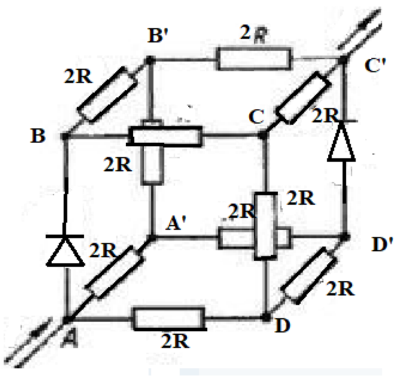
При подвешивании такой системы она стремится занять положение такое, чтобы точка М и точка С находились на одной прямой.: Длина ОМ - это расстояние от центра обруча до центра масс груза:1

$$0M = \sqrt{R^2 + x^2 - 2Rx\cos(90-\alpha)} = \frac{\sqrt{7}}{3}R \qquad (35)$$

Период колебаний математического маятника равен:

$$T = {}^{2\pi}\sqrt{\frac{\ell}{g}} = {}^{2\pi}\sqrt{\frac{R+0M}{g}} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{7}}{3}\cdot\frac{R}{g}} = 0{,}31 \text{ с-}$$

	Критерии	Количество баллов
1	Указано, что данную систему можно рассматривать как математический маятник	4
2	Определено расстояние между грузами	2
3	Определена координата центра масс системы	5
4	Рассчитано расстояние от центра масс до центра окружности	5
5	Записана формула для математического маятника	2
6	Выведена формула для периода колебаний такого маятника	6
7	Получено численное значение	1
	Итого	25

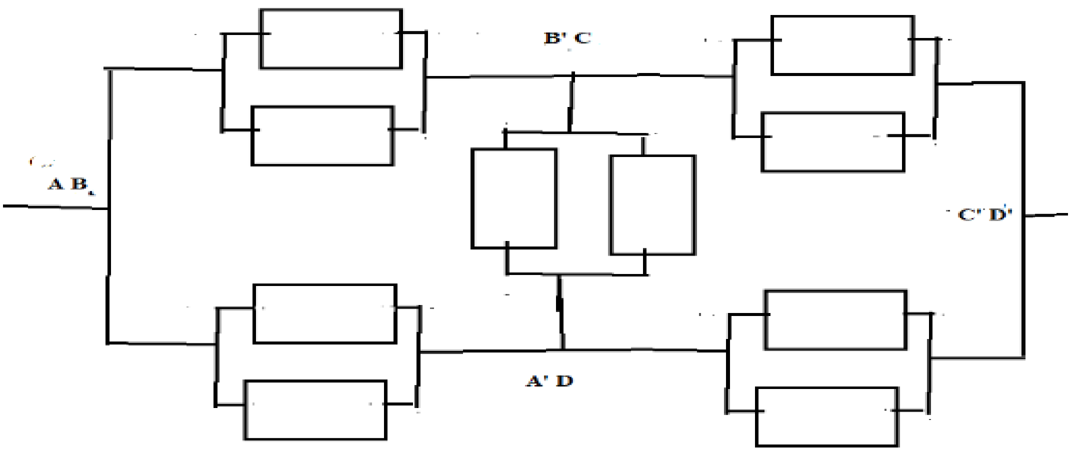


5. На рисунке представлена схема, где значение R=40 Ом. В два ребра куба в место сопротивления включены идеальные диоды. Определите полное сопротивление данной цепи, если между точками А и С’ приложено напряжение U= 160 В. (25 баллов)

Решение:

При таком подключении ток через диоды бежит, а значит точки А и В соединены накоротко, аналогично для точек С’ и D’.

Эквивалентная схема представлена на рисунке.



В силу симметрии ток не будет бежать через участки схемы B’C и A’D.
Сопротивление участков равны между собой:

$$R_{ABB'C} = R_{ABA'D} = R_{B'C\,C'D'} = R_{A'DC'D'} = R \qquad (36)$$

Сопротивление верхнего участка равно сопротивлению нижнего участка цепи:

$$R_I = R_{II} = 2R \qquad (37)$$

Полное сопротивление цепи:

$$R_0 = R. \qquad (38)$$

Ток бегущий через весь куб:

$$I = \frac{U}{R} = 4\ A \qquad (39)$$

Токи через все ребра где есть сопротивления равны между собой:

$$I_1 = \frac{I}{4} = 1\ \text{А}. \qquad (40)$$

Токи через диоды:

$$I_2 = \ 2I_1 = 1\ \text{А} \qquad (41)$$

Токи через ребра B’C’ и DC не текут.

	Критерии	Баллы
1	Указано, что токи через диоды бегут	2
2	Нарисована эквивалентная схема	9
3	Указано, что токи не бегут через участки схемы B’C и A’D.	4
4	Найдено полное сопротивление цепи	2
5	Найдены токи через все оставшиеся сопротивления	4
6	Найдены токи бегущие через диоды	4
	Итого:	25

10 класс
Вариант 2

1. Бочку с песком радиуса R вращают так, что она совершает n оборотов в секунду. Бочку наклонили под углом α=20° к горизонту, в дне бочки на расстоянии r от оси симметрии сделали отверстие, через которое высыпается песок. По приведенным графикам зависимости *У=f(t)* и траектории *У=f(x)*, которую оставляет песок на поверхности, определите радиус бочки R, период, число оборотов бочки n, расстояние r. Оси X и У направлены вдоль поверхности Земли. Графики приведены на отдельной странице. Обязательно на них укажите все необходимые параметры, которые вы будете брать для определения величин. (20 баллов)

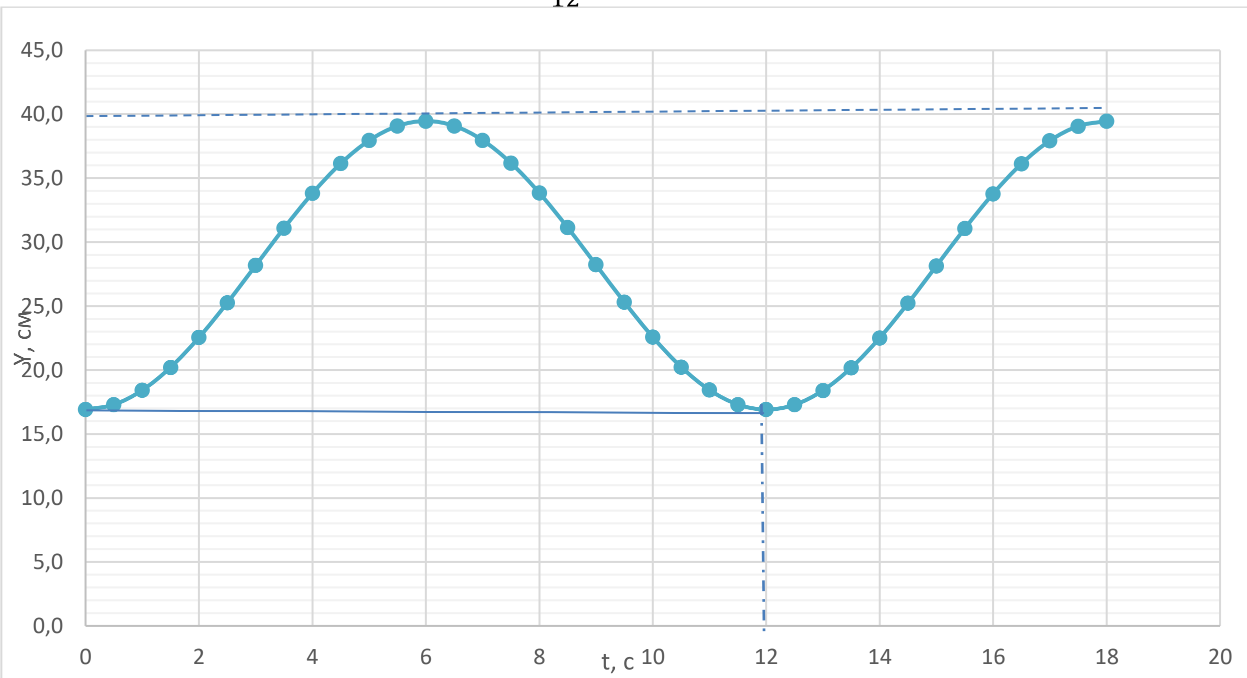
Решение:

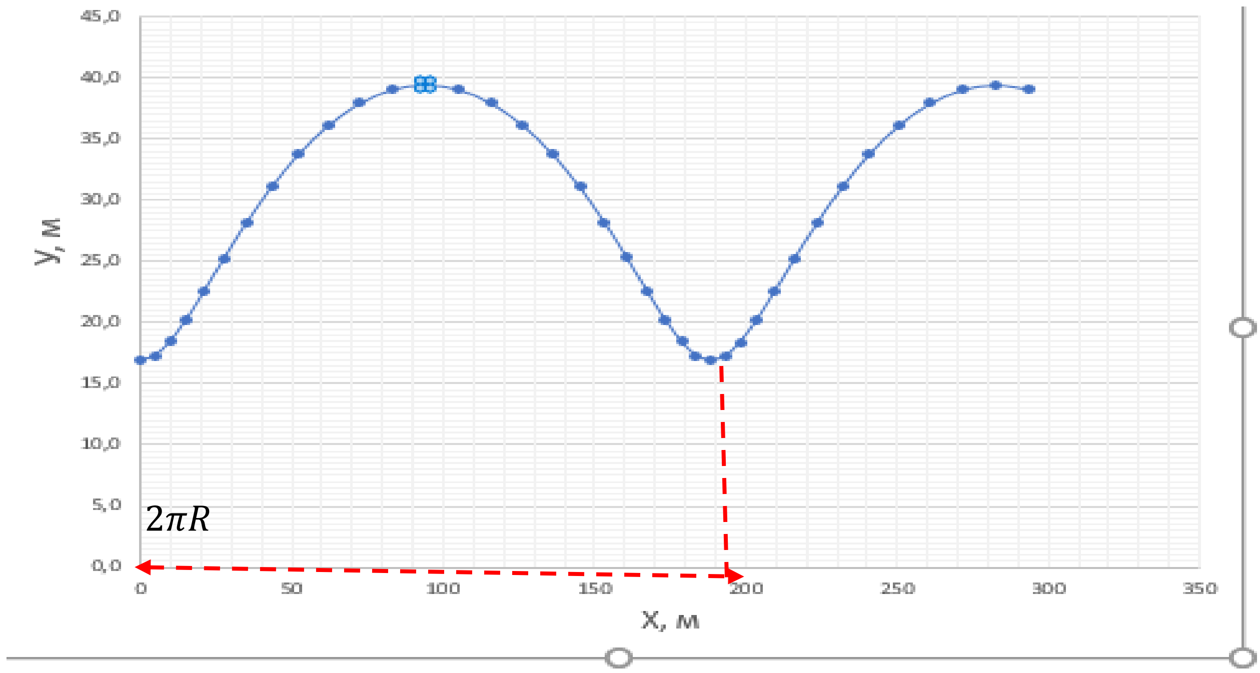
По графику зависимости У=f(t) определяем период

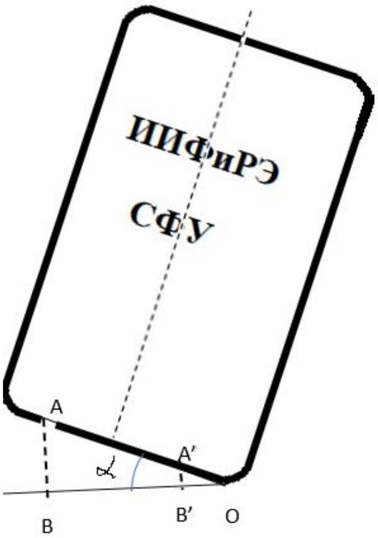
$$T=12\ \text{с}, \tag{12}$$

Число оборотов

$$n = \frac{1}{12} = 0{,}083\ c^{-1} \tag{13}$$







По графику У=f(x) определяем на какое расстояние сместилась бочка за период, оно примерно равно $\ell=2\pi R$ =188 см.

Рассчитаем радиус бочки:

$$R = \frac{\ell}{2\pi} = 29{,}9 \text{ см}. \qquad (14)$$

Впрочем радиус бочки можно определить более точно. Видно, что координата У колеблется возле числа 30, значит наш радиус равен 30 см.

По этому же графику определяем размах колебаний :

$$BB' = 2r' = AA' \cos\alpha = (39{,}5 - 17{,}0) = 22{,}5 \text{ см}. \qquad (15)$$

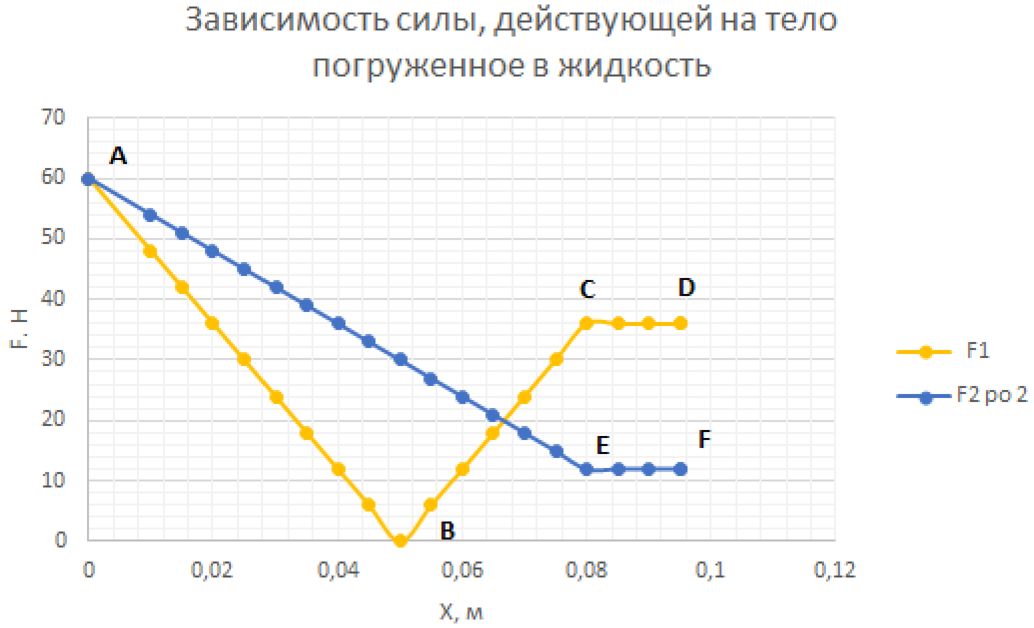
С другой стороны,

$$BB' = AA' \cos\alpha = 2r. \qquad (16)$$

Определяем $r = \frac{AA'}{2} = \frac{BB'}{2\cos\alpha} = \frac{22{,}5}{2\cos 20} \cong$11,3 см (17)

	Критерий	Количество баллов
1	На графике У(t) обозначены 1)период 2) Размах колебаний	 1 2
2	Найден период	1
3	Рассчитано число оборотов за ед. времени	2
4	На графике У(x) указано расстояние, которое бочка проходит за один период	2
5	Записана формула для определения радиуса бочки	2
6	Рассчитан радиус	1
	Примечание: если радиус найден как центр траектории, по п.5 и 4 объединяем и даём 5 балла	
7	Записана формула, определяющая связь размаха с двойным радиусом	7
8	Найдено расстояние, на котором сделано отверстие	2
	Итого	20

2. Тело плотностью $\rho_0 =$ 800 кг/м^3, площадью поперечного сечения $S = 0{,}1$ м^2. Один раз тело погружают в жидкость плотностью ρ_1, затем в другую жидкость плотностью ρ_2.
На рисунке представлены графики зависимости силы упругости, действующей в жидкостях на тело. Определите отношение плотностей жидкостей. Ускорение свободного падения в данной задаче взято за 10 м/с^2. Опишите графики. (20 баллов)



Решение:
В точке А сила упругости равна силе тяжести, так как на тело ещё не действует сила Архимеда.

$$F_{уп} = mg \tag{18}$$

Найдем массу тела $m = 6$ кг.
Участки CD и EF соответствуют ситуации, когда тела погружены полностью в жидкости, что позволяет определить длину тела ℓ=0,08 м
Рассмотрим график 1. Вначале сила упругости уменьшалась, так как сила тяжести превышала силу Архимеда, затем в координате x=5 см (точка В) сила Архимеда и сила тяжести сравнялись .

$$mg = \rho_1 gV \tag{19}$$

$$mg = \rho_1 gsx \tag{20}$$

$$\rho_1 = \frac{m}{x \cdot S} = 1200 \frac{кг}{м^3} \tag{21}$$

Далее до точки С сила Архимеда увеличивалась, и сила упругости увеличивалась, то есть теперь тело притапливали, то есть сила упругости и сила тяжести на этом участке направлены в одну сторону Найдем силу Архимеда на участке CD:

$$F_{A1} = mg + F_{уп1} = 96 \text{ Н} \tag{22}$$

где $F_{уп1} = 36$ Н
Рассмотрим график для силы $F_{2.}$. В этом случае сила Архимеда непрерывно нарастает, а сила упругости падает. В очевидно, что плотность второй среды меньше первой. Определим силу Архимеда а участке EF;
$F_A = mg - F_{уп2}$=48 Н,

где $F_{уп2}$=12Н

Определим отношение плотностей жидкостей:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{mg - F_{уп2}}{mg + F_{уп1}} = \frac{48}{96} = 0{,}5 \qquad (23)$$

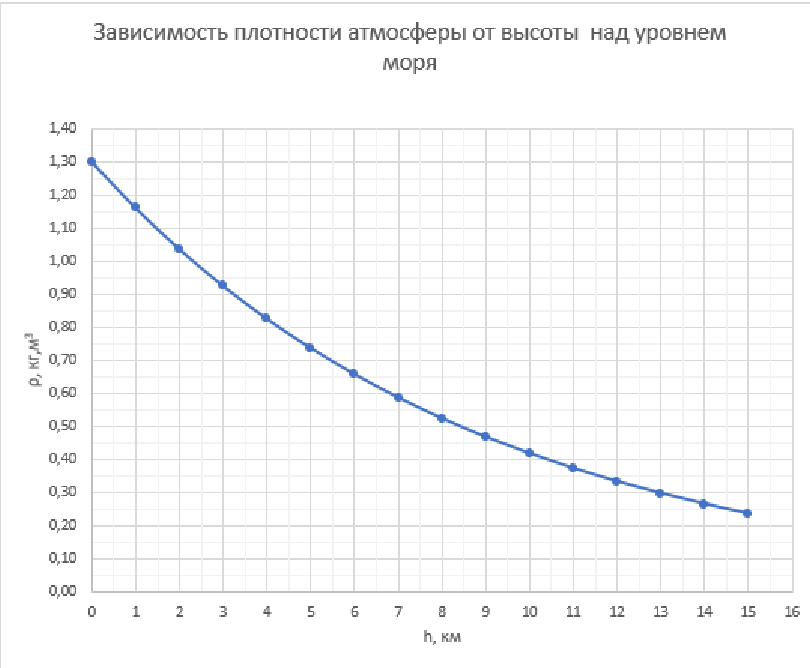
Определим плотность второй жидкости;

$$\rho_2 = 0{,}5p_1 = 600\,\frac{кг}{м^3} \qquad (24)$$

		Баллы
1	Указано, что В точке А сила упругости равна силе тяжести	2
2	Определена масса груза	1
3	Для точки В записано равенство силы Архимеда и сила тяжести	2
4	Записана формула для расчета плотности первой жидкости	2
5	Получен результат для плотности первой жидкости	1
	Определены силы упругости для тел, после того как оно было погружено в различные жидкости По одному баллу за значения	2
6	Записаны силы Архимеда для случаем, когда тела полностью погружены в жидкость, по 2 балла за формулу	4
7	Записана формула для расчета плотности второй жидкости	2
8	Получено численное значение плотности второй жидкости	1
	Итого	17

3. Высокоскоростные самолёты летают на высоте от 7 км до 13 км. На этой высоте дуют достаточно сильные ветра. Считайте, что на высоте 8,5 км скорость ветров 120 км/ч, а на высоте 13 км – 200 км/ч; Плотность воздуха тоже меняется с высотой. На графике представлена зависимость плотности атмосферы над уровнем моря. Собственная скорость самолёта составляет $v_с = 920$ км/час. Сила сопротивления со стороны воздуха прямо пропорциональна плотности, скорости и площади лобового сечения самолёта, т.е. $F = \alpha\rho s v$, где α - зависит от конструкции самолета.

Определите во сколько раз отличаются мощности потребляемые самолётом на высотах 8,5 км до 13 км, если ветер дует попутно. (10 баллов)



Решение:

Так как самолёт летит равномерно, то сила тяги самолёта уравновешивает силу сопротивления, действующую на самолёт со стороны воздуха.

$$F = F_c = \alpha\rho v S \tag{25}$$

Мощность находится по формуле

$$P = Fv = \alpha\rho v^2 s \tag{26}$$

Мощности самолёта на разных высотах равны соответственно:

$$P_1 = \alpha\rho_1 v_1^2 S \tag{27}$$

$$P_2 = \alpha\rho_2 v_2^2 S \tag{28}$$

В формулах (28) и (29) v_1, и v_2 относительные скорости самолета по отношению к ветру:

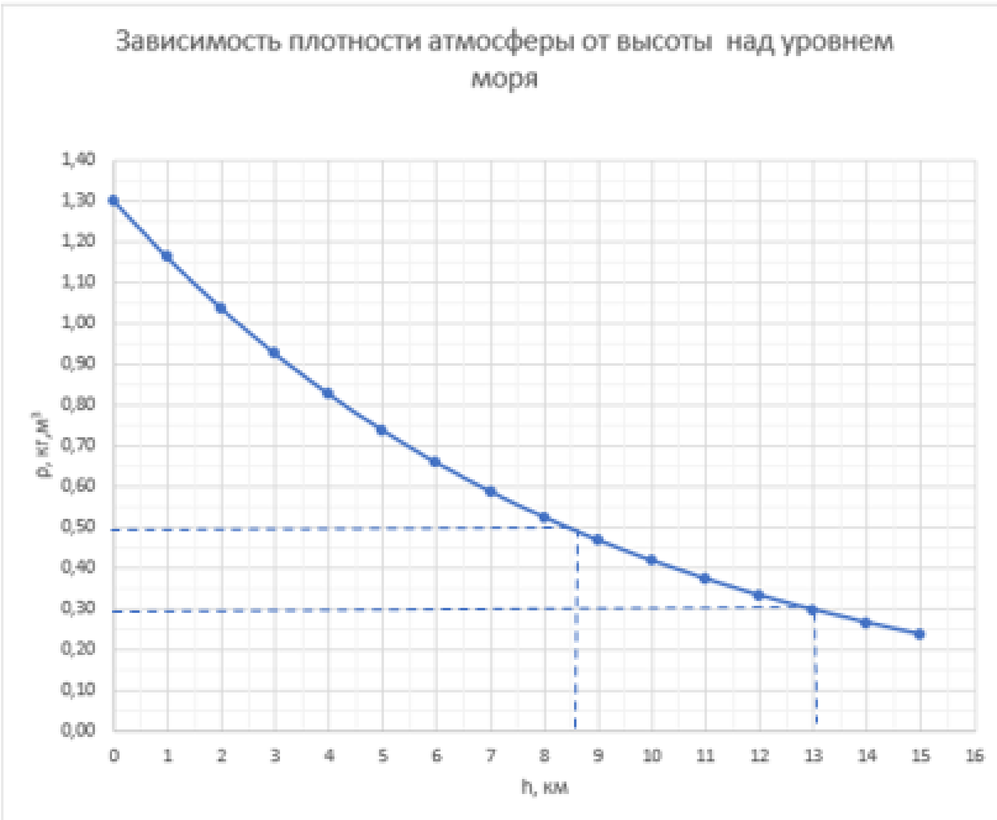
$$v_1 = v_c - v_{\text{в}_1} = 800 \text{ км/ч} \tag{29}$$

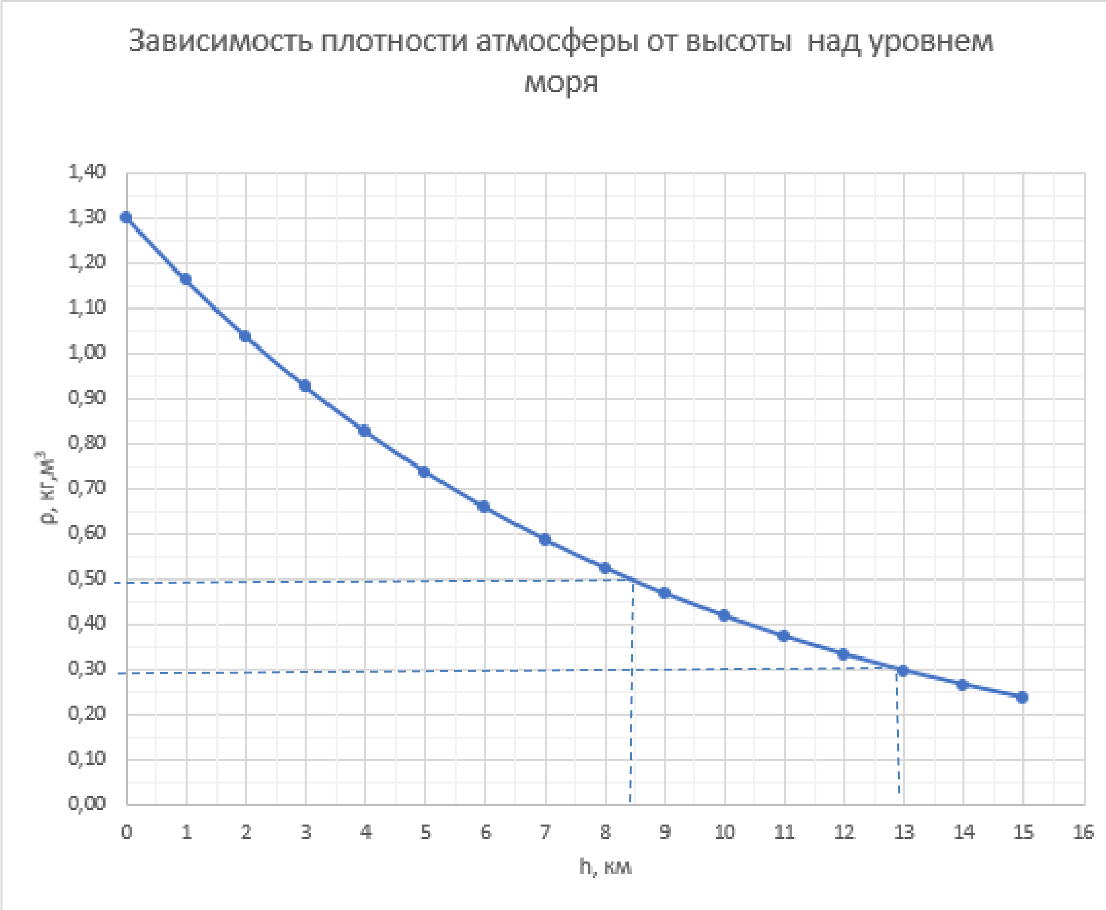
$$v_2 = v_c - v_{\text{в}_2} = 720 \text{ км/ч} \tag{30}$$

Плотности определяем по графику зависимости плотности атмосферы от высоты. ρ_2=0,3 кг/м^3 плотность воздуха на высоте 13 км, $\rho_1 = 0{,}5$ кг/м^3 плотность воздуха на высоте 8,5 км.

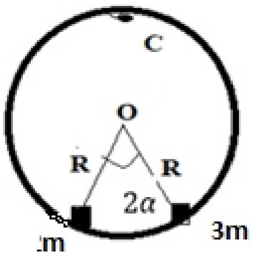
Отношение мощностей равно:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 v_2^2}{\rho_1 v_1^2} = 0{,}486 \tag{31}$$





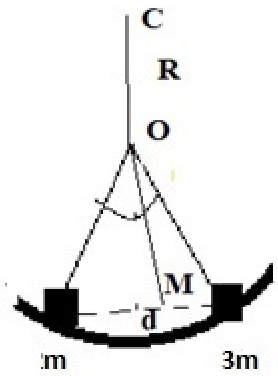
,	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для мощности в общем виде	1
2	Указано, что сила сопротивления равна силе тяги	1
3	Получена формула для расчета мощности с учетом силы сопротивления в общем виде	2
4	Записаны формулы для расчета мощностей на различных высотах, по одному баллу за формулу	2
5	Записана формула для скорости на высоте h, по одному баллу за формулу для высот h_1 и h_2	2
6	По графику определены значения плотностей, по одному баллу за каждое значение	2
7	Записана формула для отношения мощностей	2
8	Получено численное значение для отношения плотностей	1
	Итого	13



4. Необычный маятник. На невесомый обруч радиуса R= 1 м по краю образующей укреплены две гайки массами $m_1 = m$ и $m_2 = 3m$ (см. рисунок). Угол между радиусами составляет $2\alpha = 90°$. Обруч свободно подвесили на гвоздь. После того как он успокоился, его вывели из положения равновесия. Определите период колебаний такого маятника. (25 баллов)

Решение:

Данную систему можно рассматривать как математический маятник, у которого вся масса системы сосредоточена в точке М.



Координата центра масс лежит на прямой, соединяющей грузики, расстояние между которыми:

$d = 2R\sin(\alpha)$, (32)

Тогда координата цента масс x лежит на линии, соединяющей грузы:

$x = \frac{3m\,d}{m+3m} = \frac{3}{2}R\sin(\alpha)$ (33

При подвешивании такой системы, она стремится занять положение такое, чтобы точка М и точка С находились на одной прямой, т.е в равновесии. Длина ОМ - это расстояние от центра обруча до центра масс груза:

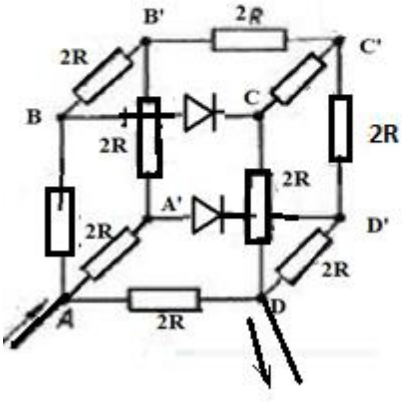
$$0M = \sqrt{R^2 + x^2 - 2Rx\cos(90-\alpha)} =$$

$$0M = \sqrt{R^2(1-\frac{3}{8})} = \sqrt{\frac{5}{8}}R \quad (34)$$

Период колебаний математического маятника равен:

$$T = {}^{2\pi}\sqrt{\frac{\ell}{g}} = {}^{2\pi}\sqrt{\frac{R+0M}{g}} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{\frac{5}{8}}}{g}R} = 0{,}137\ c\text{-} \quad (35)$$

	Критерии	Количество баллов
1	Указано, что данную систему можно рассматривать как математический маятник	4
2	Определено расстояние между грузами	2
3	Определена координата центра масс системы	5
4	Рассчитано расстояние от центра масс до центра окружности	5
5	Записана формула для математического маятника	2
6	Выведена формула для периода колебаний такого маятника	6
7	Получено численное значение	1
	Итого	25

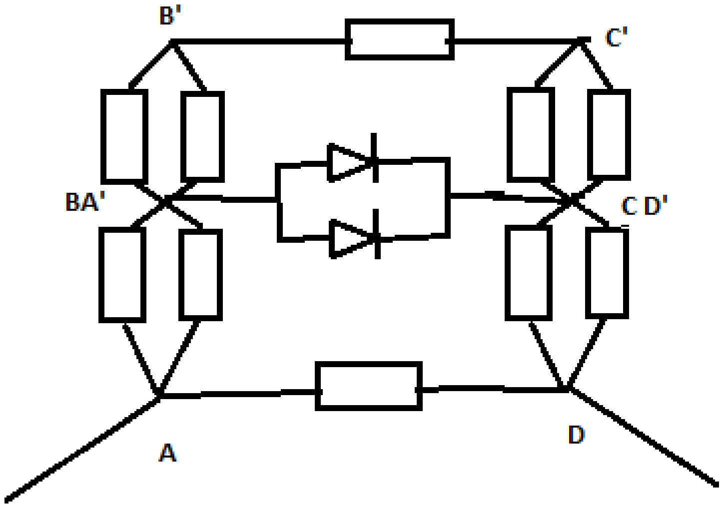


5. На рисунке представлена схема, где значение R=40 Ом. В два ребра куба в место сопротивления включены идеальные диоды. Определите полное сопротивление данной цепи, если между точками A и D приложено напряжение U= 160 В. (25 баллов)

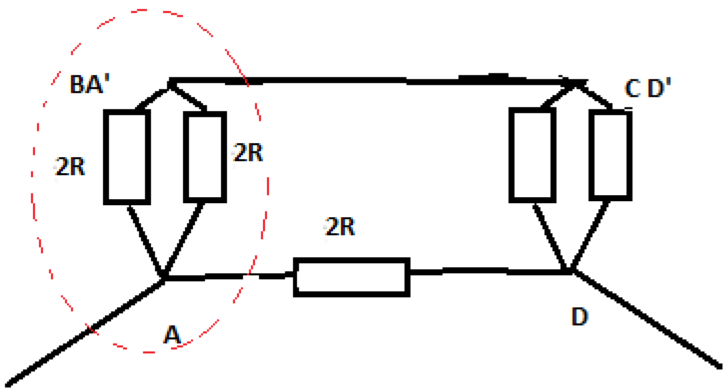
Решение:

При таком подключении ток через диоды бежит, а значит точки BA’ и CD’ соединены накоротко

Эквивалентная схема представлена на рисунке.



Следовательно, верхняя часть схемы не работает. Эквивалентная схема будет как на рисунке, представленном ниже.



Сопротивление параллельного участка цепи будет:

$$R_{ABA'} = R_{BCD'} = R$$

Сопротивление верхнего участка равно:

$$R_{AA'CD} = 2R$$

Полное сопротивление цепи:

$$R_0 = R.$$

Ток бегущий через весь куб:

$$I = \frac{U}{R} = 4\ A$$

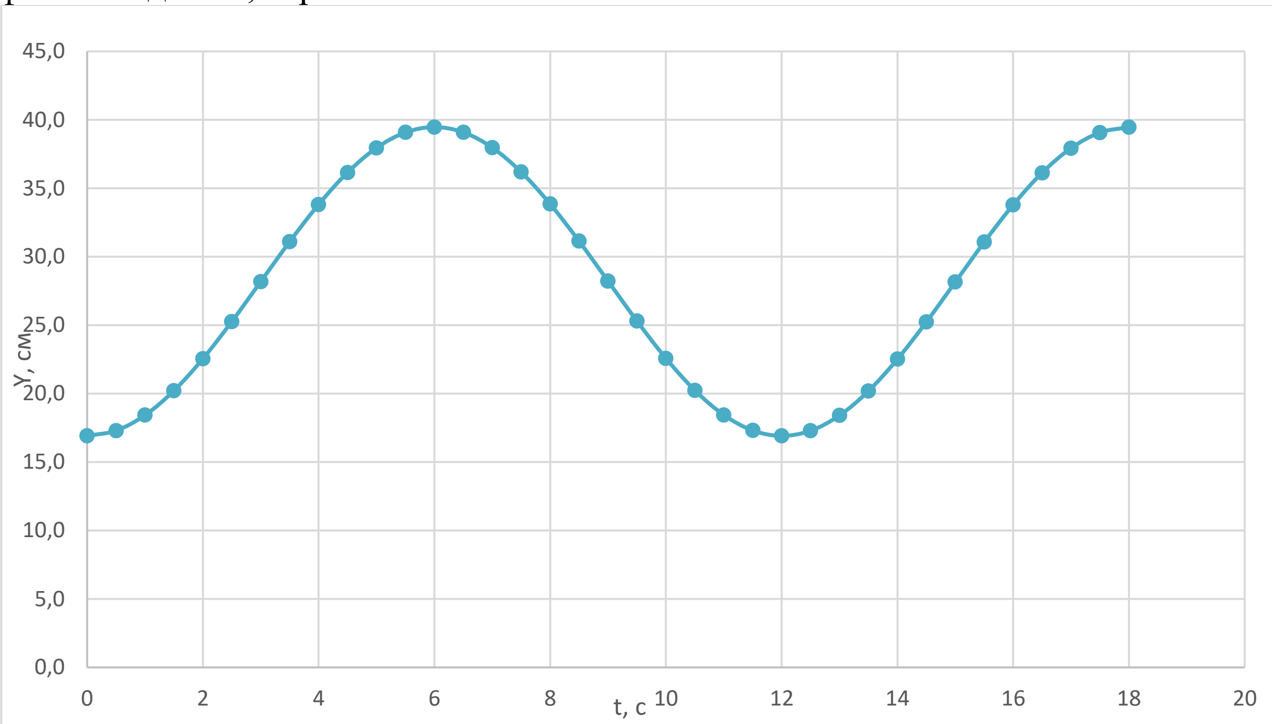
Токи через участок AD и
$I_1 = \frac{I}{2} = 2$ А.
Токи через участки AB, AA' CD и DD’ равны между собой, их значение равно:

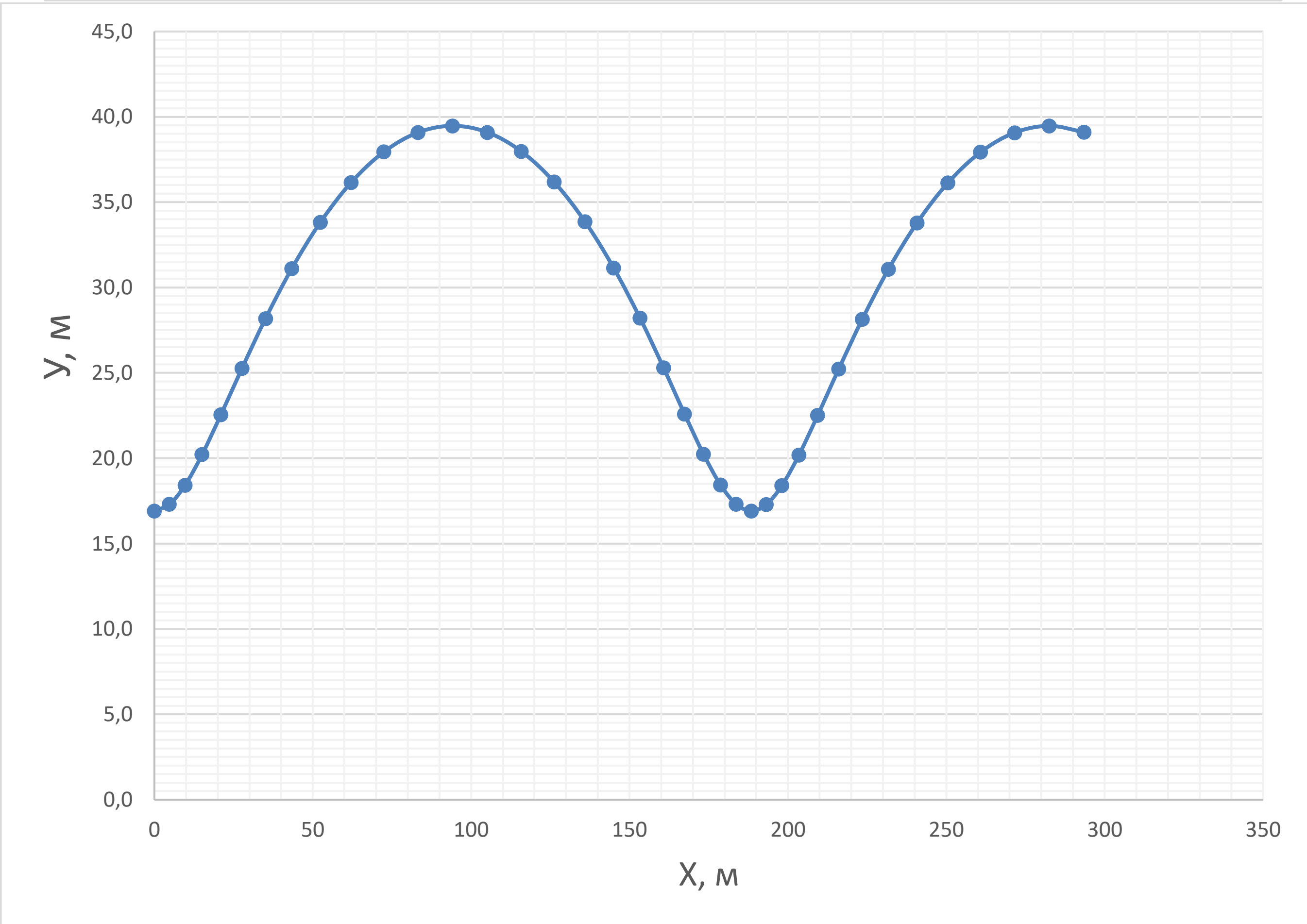
$$I_2 = \frac{I_1}{2} = 1\ A.$$

Токи через диоды:
$I_3 = 1$ А

	Критерии	Баллы
1	Указано, что токи через диоды бегут	2
2	Нарисована полная эквивалентная схема	8
3	Указано, что токи через верхнюю часть схемы не идут	4
4	Найдено полное сопротивление цепи	2
5	Найдены токи через все оставшиеся сопротивления: Через участок AD – 1 балл Указано, что токи через участки AB, AA' CD и DD’ равны между – 1 балл; Найдено значение тока через участки AB, AA' CD и DD’ – 2 балл	4
6	Найдены токи бегущие через диоды	4
	Итого:	25

Графики к задаче 1, вариант 2





10 класс
Вариант 3

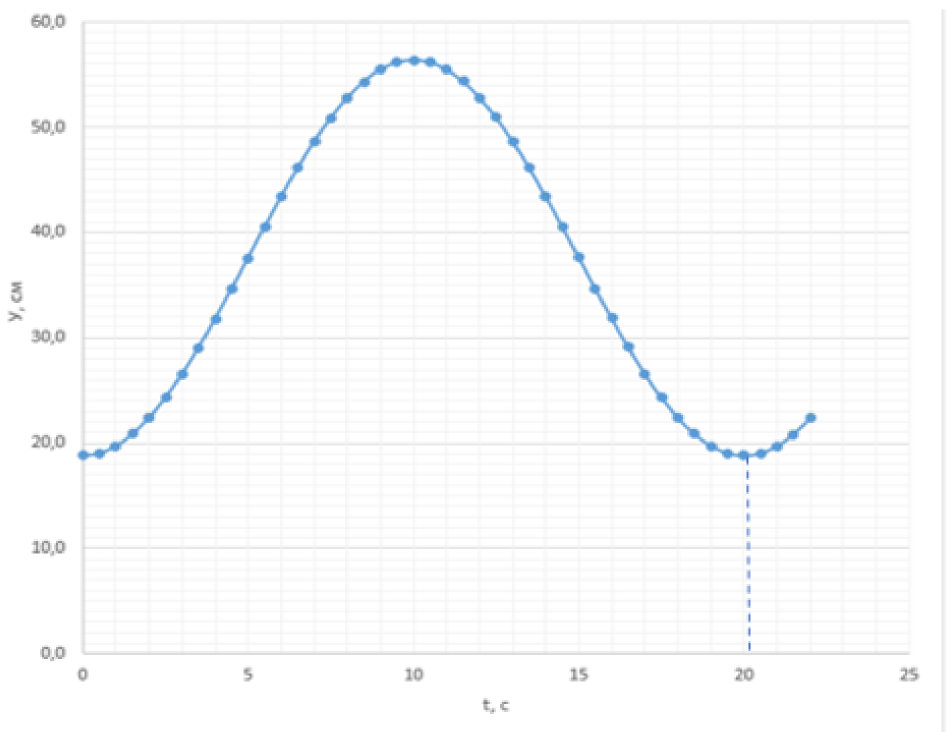
1. Бочку с песком радиуса R вращают так, что она совершает n оборотов в секунду. Бочку наклонили под углом α к горизонту, в дне бочки на расстоянии r=20 см от оси симметрии сделали отверстие, через которое высыпается песок. По приведенным графикам зависимости *У=f(t)* и траектории *У=f(x)*, которую оставляет песок на поверхности, определите радиус бочки R, период, число оборотов бочки n, угол α, под которым наклонена бочка к горизонту. Оси X и У направлены вдоль поверхности Земли. Графики приведены на отдельной странице. Обязательно на них укажите все необходимые параметры, которые вы будете брать, для определения величин. (20 баллов).

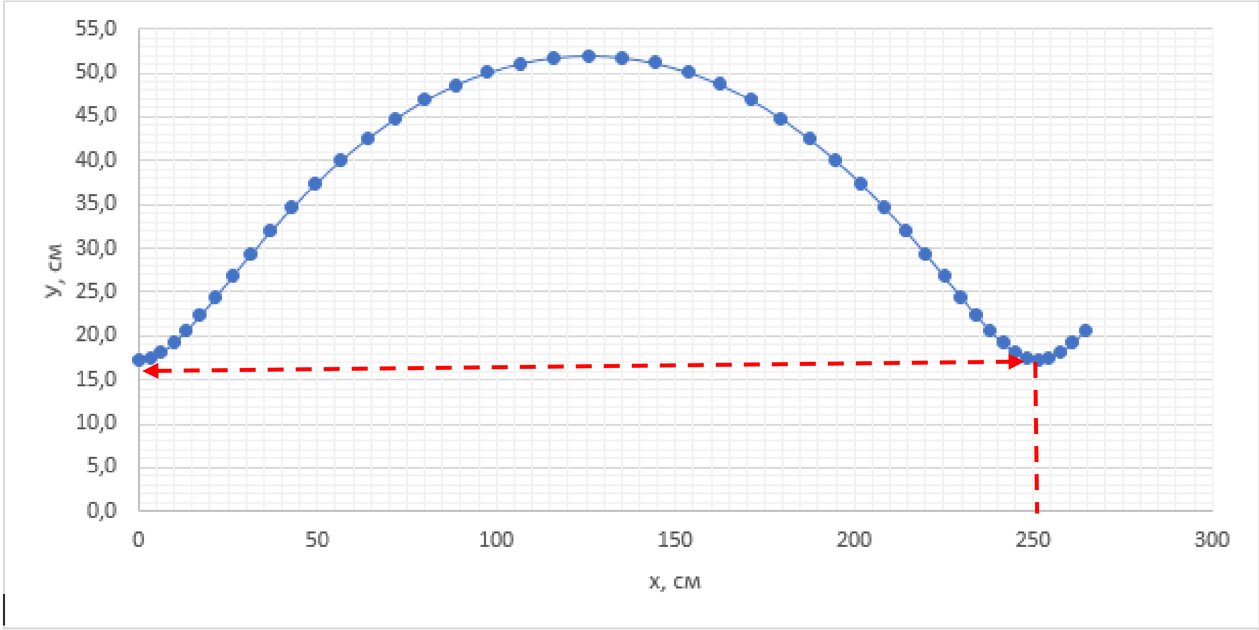
Решение:
По графику зависимости У=f(t) определяем период

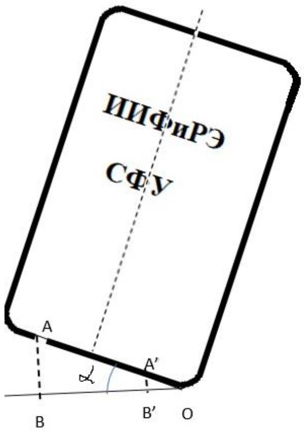
$$T=20 \text{ с}, \qquad (12)$$

Число оборотов

$$n = \frac{1}{T} = 0{,}05\ c^{-1} \qquad (13)$$







По графику У=f(x) определяем на какое расстояние сместилась бочка за период, оно примерно равно ℓ=$2\pi R$ =250 см.

Рассчитаем радиус бочки:

$$R = \frac{\ell}{2\pi} = 39{,}8 \text{ см}. \tag{14}$$

Впрочем радиус бочки можно определить более точно. Видно, что координата У колеблется возле числа 40, значит наш радиус равен 40 см.

По этому же графику определяем размах колебаний :

$$BB' = 2r' = AA' \cos\alpha = (52 - 17) = 35 \text{ см}. \tag{15}$$

С другой стороны,

$$BB' = AA' \cos\alpha = 2r. \tag{16}$$

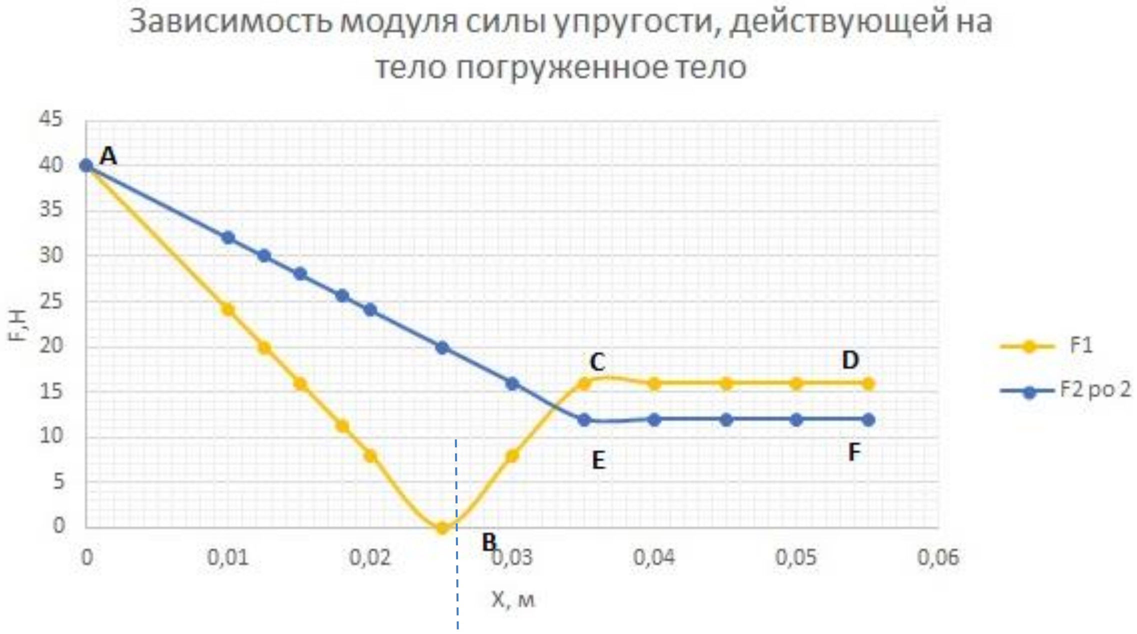
Определяем $\cos\alpha = \frac{BB'}{AA'} = \frac{35}{40}$=0,875 (17)

$$\alpha = \arccos 0{,}875 = 29^0. \tag{18}$$

	Критерий	Количество баллов
1	На графике У(t) обозначены 1) период 2) Размах колебаний	 1 2
2	Найден период	1
3	Рассчитано число оборотов за ед. времени	2
4	На графике У(x) указано расстояние, которое бочка проходит за один период	2
5	Записана формула для определения радиуса бочки	2
6	Рассчитан радиус	1
	Примечание: если радиус найден как центр траектории, по п.5 и 4 объединяем и даём 5 баллов	

7	Записана формула, определяющая связь размаха с двойным радиусом	6
8	Найден угол 1) Если только косинус 2) значение угла	 1 2
	Итого	20

2. Тело плотностью $\rho_0 =$ 1200 кг/м^3, площадью поперечного сечения $S = 0{,}1$ м^2. Один раз тело погружают в жидкость плотностью ρ_1, затем в другую жидкость плотностью ρ_2.
На рисунке представлены графики зависимости силы упругости, действующей в жидкостях на тело. Определите отношение плотностей жидкостей. Ускорение свободного падения в данной задаче взято за 10 м/с^2. Опишите графики. (20 баллов)



Решение.
В точке А сила упругости равна силе тяжести, так как на тело ещё не действует сила Архимеда.

$$F_{уп} = mg \qquad (19)$$

Найдем массу тела $m = 4$ кг.
Участки CD и EF соответствуют ситуации, когда тела погружены полностью в жидкости, что позволяет определить длину тела ℓ=0,08 м
Рассмотрим график 1, Вначале сила упругости уменьшалась, так как сила тяжести превышала силу Архимеда, затем в координате x=2,5 см (точка В) сила Архимеда и сила тяжести сравнялись .

$$mg = \rho_1 gV \qquad (20)$$

$$mg = \rho_1 gsx \qquad (21)$$

$$\rho_1 = \frac{m}{x \cdot S} = 1600\,\frac{кг}{м^3} \qquad (22)$$

Далее до точки С сила Архимеда увеличивалась, а сила упругости увеличивалась, то есть теперь тело притапливали, то есть сила упругости и сила тяжести на этом участке направлены в одну сторону Найдем силу Архимеда на участке CD:

$$F_{A1} = mg + F_{уп1} = 56 \text{ Н} \qquad (23)$$

где $F_{уп1} = 16$ Н

Рассмотрим график для силы $F_{2.}$. В этом случае сила Архимеда непрерывно нарастает, а сила упругости падает. В очевидно, что плотность второй среды меньше первой. Определим силу Архимеда а участке EF;

$$F_A = mg - F_{уп2}=28\ Н, где\ F_{уп2}=12Н$$

Определим отношение плотностей жидкостей:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{mg-F_{уп2}}{mg+F_{уп1}} = \frac{28}{56} = 0{,}5 \tag{24}$$

Определим плотность второй жидкости;

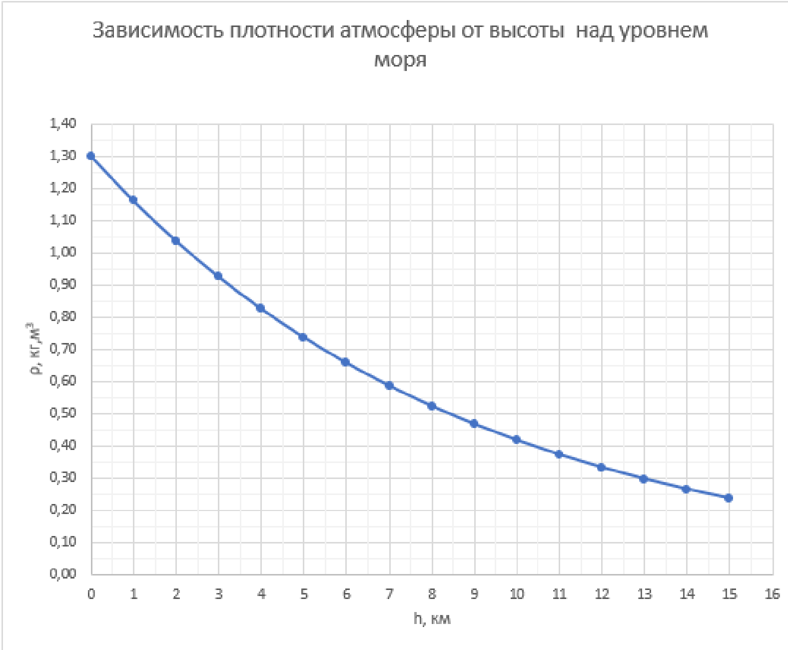
$$\rho_2 = 0{,}6p_1 = 800\,\frac{кг}{м^3} \tag{25}$$

	Критерии	**Баллы**
1	Указано, что В точке А сила упругости равна силе тяжести	2
2	Определена масса груза	1
3	Для точки В записано равенство силы Архимеда и сила тяжести	2
4	Записана формула для расчета плотности первой жидкости	2
5	Получен результат для плотности первой жидкости	1
	Определены силы упругости для тел, после того как оно было погружено в различные жидкости По одному баллу за значения	2
6	Записаны силы Архимеда для случаем, когда тела полностью погружены в жидкость, по 2 балла за формулу	4
7	Записана формула для расчета плотности второй жидкости	2
8	Получено численное значение плотности ворой жидкости	1
	Итого	17

3. Высокоскоростные самолёты летают на высоте от 7 км до 13 км. На этой высоте дуют достаточно сильные ветра. Считайте, что на высоте 7 км скорость ветров $v_{в_1}$ =100 км/ч. Собственная скорость самолёта составляет $v_с = 950$ км/час на всех высотах. Сила сопротивления со стороны воздуха прямо пропорциональна плотности, скорости и площади лобового сечения самолёта, т.е. $F = \alpha\rho s v$, где α - зависит от конструкции самолета.

Известно, что отношение мощности, что развивают двигатели самолета на высоте 10 км к мощности на 7 км составляет $\frac{P_2}{P_1} = 0{,}59$. Определите скорость ветра на высоте 10 км.

Плотность воздуха тоже меняется с высотой. На графике представлена зависимость плотности атмосферы над уровнем моря. (10 баллов)



Решение:

Так как самолёт летит равномерно, то сила тяги самолёта уравновешивает силу сопротивления, действующую на самолёт со стороны воздуха.

$$F = F_c = \alpha\rho v S \tag{26}$$

Мощность находится по формуле

$$P = Fv \quad =\alpha\rho v^2 s \tag{27}$$

Мощности самолёта на разных высотах равны соответственно:

$$P_1 = \alpha\rho_1 v_1^2 S \tag{28}$$

$$P_2 = \alpha\rho_2 v_2^2 S \tag{29}$$

Отношение мощностей равно:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 v_2^2}{\rho_1 v_1^2} \tag{30}$$

В формулах (28) и (29) $v_{1,}$и v_2 относительные скорости самолета по отношению к ветру:

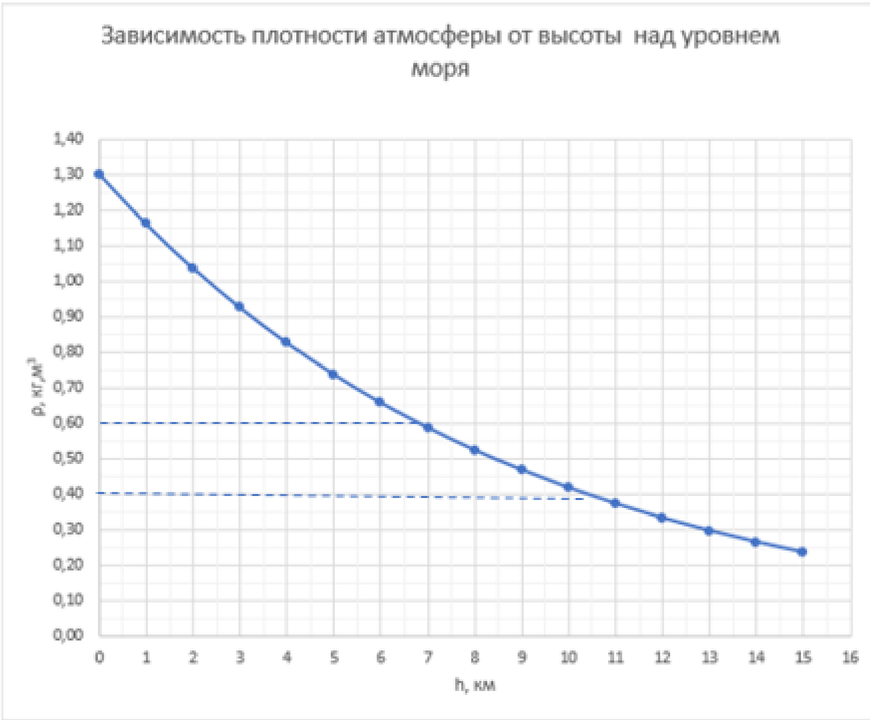
$$v_1 = v_c - v_{\text{в}_1} = 850 \text{ км/ч} \tag{31}$$

$$v_2 = v_c - v_{\text{в}_2} \tag{32}$$

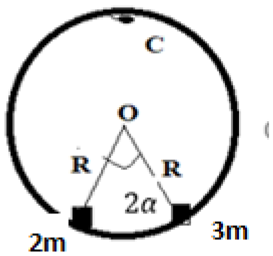
Плотности определяем по графику зависимости плотности атмосферы от высоты. ρ_2=0,4 кг/м^3 плотность воздуха на высоте 10,5 км, $\rho_1 = 0{,}6$ кг/м^3 плотность воздуха на высоте 7 км.

Из формулы (30). (31). (32) выразим скорость ветра на высоте 10,5 км:

$$v_{b_2} = v_\text{с} - \sqrt{\frac{P_2\rho_1}{P_1\rho_2}} \cdot (v_\text{с} - v_{\text{в}1}) = 150,3 \text{ км/час} \tag{33}$$



	Критерий	Количество баллов
1	Записана формула для мощности в общем виде	1
2	Указано, что сила сопротивления равна силе тяги	1
3	Получена формула для расчета мощности с учетом силы сопротивления в общем виде	2
4	Записаны формулы для расчета мощностей на различных высотах, по одному баллу за формулу	2
5	Записана формула для скорости на высоте h , по одному баллу за формулу для высот h_1 и h_2	2
6	По графику определены значения плотностей, по одному баллу за каждое значение	2
7	Записана формула для расчета скорости ветра на высоте h	2
	Получено численное значение для скорости	1
	Итого	13



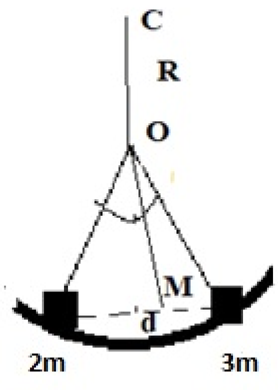
4. **Необычный маятник.** На невесомый обруч радиуса R = 100 см по краю образующей укреплены две гайки массами $m_1 = 2m$ и $m_2 = 3m$ (см. рисунок). Угол между радиусами составляет $2\alpha = 60°$. Обруч свободно подвесили на гвоздь. После того как он успокоился его вывели из положения равновесия. Определите период колебаний такого маятника. (25 баллов).

Решение:

Данную систему можно рассматривать как математический маятник, у которого вся масса системы сосредоточена в точке М.

Координата центра масс лежит на прямой, соединяющей грузики, расстояние между которыми:

$$d = 2R\sin(\alpha), \qquad (33)$$



Тогда координата цента масс x лежит на линии, соединяющей грузы:

$$x = \frac{3m\,d}{3m+2m} = \frac{6}{5}R\sin(\alpha) \qquad (34)$$

При подвешивании такой системы она стремится занять положение такое, чтобы точка М и точка С находились на одной прямой.: Длина ОМ - это расстояние от центра обруча до центра масс груза:1

$$0M = \sqrt{R^2 + x^2 - 2Rx\cos(90-\alpha)} =$$

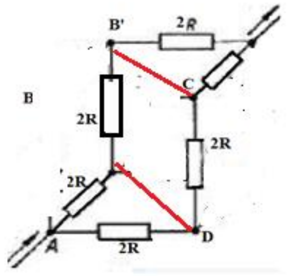
$$0M = R\sqrt{\frac{76}{100}} = 0{,}872R \ (35)$$

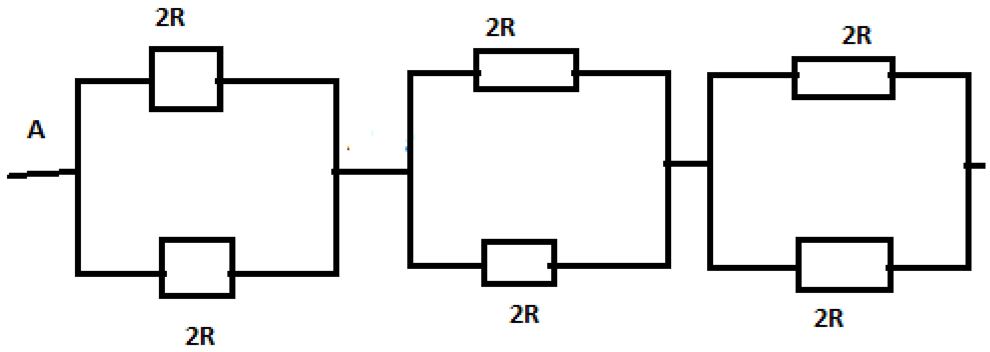
Период колебаний математического маятника равен:

$$T = {}^{2\pi}\sqrt{\frac{\ell}{g}} = {}^{2\pi}\sqrt{\frac{R+0M}{g}} = \sqrt{1{,}872\cdot\frac{R}{g}} = 0{,}19\text{ с-}$$

	Критерии	Количество баллов
1	Указано, что данную систему можно рассматривать как математический маятник	4
2	Определено расстояние между грузами	2
3	Определена координата центра масс системы	5
4	Рассчитано расстояние от центра масс до центра окружности	5
5	Записана формула для математического маятника	2
	Выведена формула для периода колебаний такого маятника	6
	Получено численное значение	1
	Итого	25

5. На рисунке представлена схема, где значение R=50 Ом. В два ребра куба в место сопротивления включены идеальные диоды. Определите полное сопротивление данной цепи, если между точками А и С' приложено напряжение U= 150 В. (25 баллов)
Решение:
При таком подключении ток через диоды не бежит.
Эквивалентная схема представлена на рисунках.





Сопротивление параллельного участка цепи равно:

$$R_1 = R$$

Таких участков у нас три последовательно соединённых, значит полное сопротивление цепи:

$$R_0 = 3R. \tag{38}$$

Ток бегущий через весь куб:

$$I = \frac{U}{3R} = 1\ A \tag{39}$$

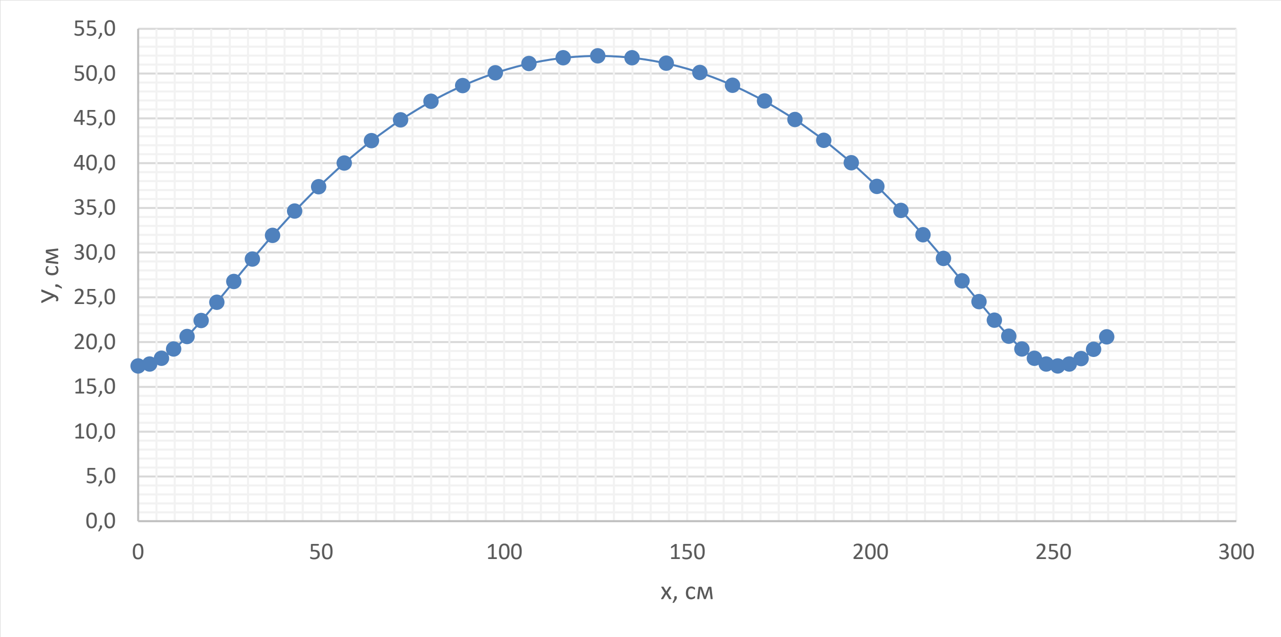
Токи через все оставшиеся сопротивления равны между собой и равны:ребра где есть сопротивления равны между собой:

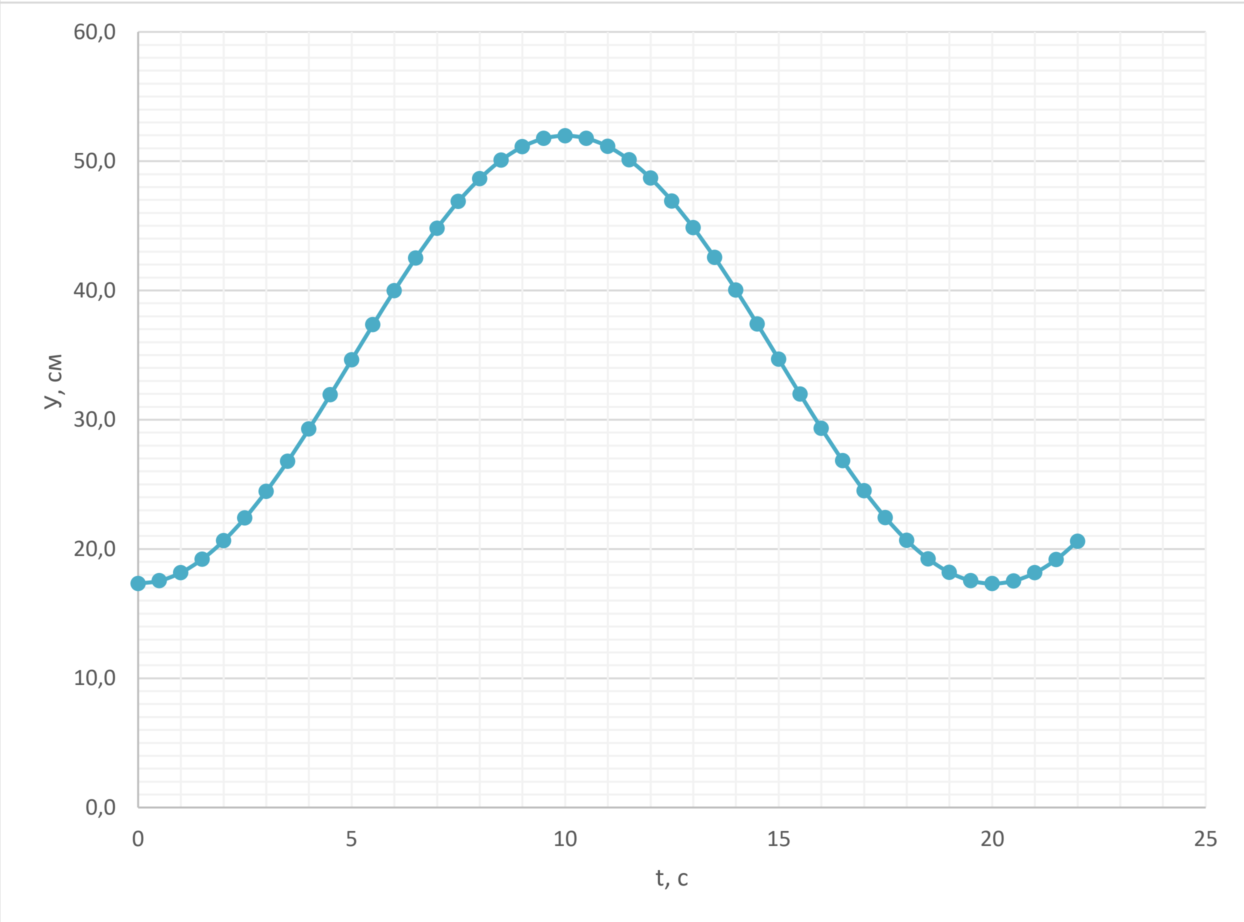
$$I_1 = \frac{\bar{I}}{2} = 0{,}5\ \text{А}. \tag{40}$$

Токи через диоды:

$$I_2 = 0$$

	Критерии	Баллы
1	Указано, что токи через диоды не бегут	4
2	Нарисована эквивалентная схема	11
3	Указано, что токи не бегут через участки схемы BB’, BC, A’D’, DD’.	4
4	Найдено полное сопротивление цепи	2
5	Найдены токи через все оставшиеся сопротивления	4
	Итого	25
	Итого:	25


55,0
50,0
45,0
40,0
35,0
30,0
25,0
20,0
15,0
10,0
5,0
0,0
у, см
0
50
100
150
200
250
300
х, см


60,0
50,0
40,0
30,0
20,0
10,0
0,0
у, см
0
5
10
15
20
25
t, c

11 класс

Критерии

Задача 1

1. Высказано предположение и приведены доводы в ползу того, что процесс расширения воздуха является адиабатическим. (3 балла)
2. Верно записано уравнение адиабаты в переменных $\{P,T\}$. (4 балла).
3. Получено выражение для изменении температуры и верный численный ответ. (3 балла).

Задача 2

1. Сформулировано условие прохождения частиц через систему дисков. (5 баллов).
2. Верно составлена система уравнений на критерии прохождения частицами системы дисков. (5 баллов).
3. Верно решена система и получен ответ в общем виде. (5 баллов).

Задача 3

1. Верно дано толкование хода графика: нелинейная зависимость в начале, наличие излома, линейная зависимость. (7 баллов).
2. Приведены доводы в пользу использования уравнения состояния в точке излома (4 балла).
3. Верно записано уравнение состояния и получен численный ответ. (4 балла).

Задача 4

1. Приведены рассуждения и рисунок в пользу идеи, объясняющей механизм перераспределения заряда на плоскости металла. Причем перераспределение таково, что метал действует как зеркало, отражающее заряд. И, как следствие, можно рассчитать силу, пользуясь законом Кулона. (8 баллов).
2. Записано выражение закона Кулона и получен численный ответ. (2 балла).

Задача 5

1. Приведены рассуждения и рисунок, поясняющие механизм возникновения у системы трех фокусных расстояний. (8 баллов).
2. Приведены верные формулы для оптических сил составных систем. (8 баллов)
3. Составлена система уравнений и получены верные численные ответы. (4 балла).

Задача 6

1. Перечислены факторы, объясняющие изменение темпа колебаний маятника. (8 баллов).
2. Верно составлены формулы для частоты колебаний маятника в самолете и на полюсе планеты. (8 баллов).
3. Верно получено общее выражение для относительного изменения частоты маятника (8 баллов).
4. Верно получен численный ответ (6 баллов).

Вариант 1

1. Решение

Поскольку разгерметизация и последующее расширение воздуха в салоне происходит ураганно, то этот процесс с высокой точностью можно считать адиабатическим. Действительно, вследствие низкой теплопроводности воздуха, при быстром расширении обменом теплом с окружающими телами можно пренебречь.

Для расширяющегося воздуха можно записать: $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$, где P_1, P_2 и V_1, V_2 - начальные и конечные значения давления и объема соответственно, $\gamma = \dfrac{7}{5}$ - показатель адиабаты воздуха (двухатомный газ). Перепишем это уравнение в переменных $\{P,T\}$, для чего воспользуемся уравнением состояния идеального газа: $PV = \nu RT$: $P_1^{1-\gamma}T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma}T_2^{\gamma}$. Отсюда: $T_2 = T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$,

$\Delta T = T_1\left(1-\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)$. С помощью графика из справочных материалов получаем:

Ответ: $\Delta T \approx 86^0$.

2. Решение

Частицы беспрепятственно пролетают через оба диска, попадая в отверстия при условии, если за время пролета расстояния L диски успевают повернуться на угол $\Delta\varphi = \varphi + 2\pi n$, где n - целое число (число полных оборотов). Так как угловые скорости, указанные в задаче, являются соседними, количество целых оборотов, которые делают диски за время пролета частиц, отличаются на единицу. Следовательно, можно записать для этих двух событий (V - скорость частиц):

$$\begin{cases} \frac{L}{V} = \frac{\varphi + 2\pi n}{\omega_1}, \\ \frac{L}{V} = \frac{\varphi + 2\pi(n-1)}{\omega_2}. \end{cases}$$

Решая эту систему относительно неизвестных $\{V, n\}$, получим:

Ответ: $V = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{2\pi}$,

3. Решение

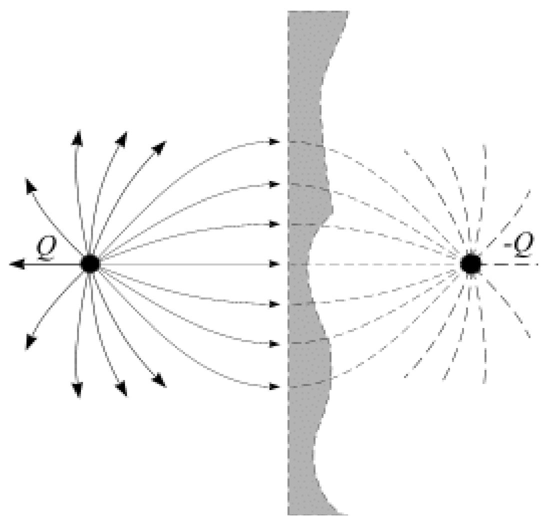
Требуются пояснения к ходу графика. До отметки 20 градусов быстрая криволинейная зависимость, это состояние насыщенного пара, когда в сосуде сосуществуют жидкость и ее пар. Эта зависимость экспоненциальная и превращается в линейную при исчезновении в сосуде жидкой фазы. В этой точке давление пара все еще равно давлению насыщенного пара при 20 градусах (данные в справочной таблице), с другой стороны этот газ подчиняется уравнению состояния: $P_{нас,20}V = \frac{m}{\mu}RT$. Отсюда для массы воды получим:

Ответ: $m = \frac{P_{нас,20}V\mu}{RT} \approx 17$ мг.

4. Решение

В основе решения рассуждения о конфигурации линий напряженности электрического поля от системы заряд+проводящая плоскость с учетом того, что поверхность металла эквипотенциальная, следовательно, линии напряженности поля перпендикулярны этой поверхности (см. рисунок).

Конфигурация поля такова, как будто поверхность металла является зеркалом для силовых линий, и распределение плотности перераспределенного в проводнике заряда таково, что взаимодействие заряда с поверхностными зарядами металла повторяют притяжение между точечными зарядами диполя:



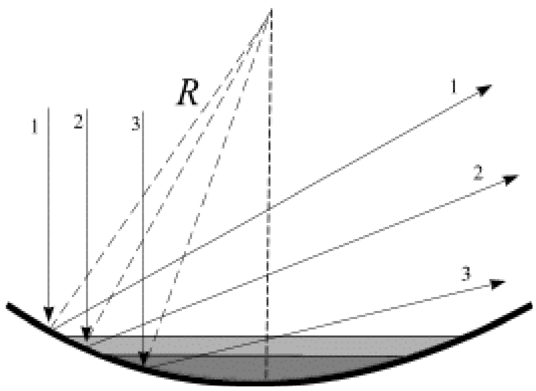
Ответ: $F = -k\frac{Q^2}{(2L)^2} \approx 0.225$ мкН.

5. Решение

Объяснение возникновения трех фокусов в такой системе следующее. Часть лучей широкого параллельного пучка могут иметь следующие траектории, как показана на рисунке.

Траектория 1 – отражение от вогнутой части зеркала. Оптическая сила этого участка $D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}$.

Траектория 2 – сначала прохождение через плоскую поверхность, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 радиуса R, затем отражение от вогнутого зеркала, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 и преломление на плоской поверхности. Плоская поверхность не обладает фокусирующим эффектом, поэтому для лучей траектории 2 оптическая сила системы представляется в виде: $D_2 = \frac{1}{f_2} = D_{зерк} + 2D_{жидк1} = \frac{2}{R} + 2(n_1 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_1}{R}$.



Аналогично рассуждаем для лучей траектории 3: $D_3 = \frac{1}{f_3} = D_{зерк} + 2D_{жидк2} = \frac{2}{R} + 2(n_2 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_2}{R}$.

Объединяем выражения для оптических сил в систему, из которой определяем параметры $\{R, n_1, n_2\}$:

$$\begin{cases} \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}, \\ \frac{1}{f_2} = \frac{2n_1}{R}, \\ \frac{1}{f_3} = \frac{2n_2}{R}. \end{cases}$$

Ответ: $R = 2f_1 = 80$ см, $n_1 = \frac{f_1}{f_2} = \frac{4}{3}$, $n_2 = \frac{f_1}{f_3} = \frac{8}{5}$.

6. Решение

Частота колебаний маятника определяется выражением: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Здесь l - длина подвеса, g - эффективное ускорение свободного падения на борту самолета, для которого можно записать: $g = \gamma\frac{M}{(R+h)^2} - \frac{V^2}{R+h}$. Первое слагаемое в этом выражении – ускорение свободного падения неподвижного тела на высоте h, второе слагаемое – результат центробежных эффектов из-за вращения самолета со скоростью V по окружности радиуса $R+h$. Для относительного изменения частоты можно записать: $\delta = \left|\frac{\Delta\omega}{\omega}\right| = \frac{\left|\sqrt{\gamma\frac{M}{(R+h)^2} - \frac{V^2}{R+h}} - \sqrt{\gamma\frac{M}{R^2}}\right|}{\sqrt{\gamma\frac{M}{R^2}}} = \left|\sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 - \frac{V^2R^2}{\gamma M(R+h)}} - 1\right|$.

Ответ: $\delta = \left|\sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 - \frac{V^2R^2}{\gamma M(R+h)}} - 1\right| \approx 0.18$ %.

Вариант 2

1. Решение

Поскольку разгерметизация и последующее расширение воздуха в салоне происходит ураганно, то этот процесс с высокой точностью можно считать адиабатическим. Действительно, вследствие низкой теплопроводности воздуха, при быстром расширении обменом теплом с окружающими телами можно пренебречь.

Для расширяющегося воздуха можно записать: $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$, где P_1, P_2 и V_1, V_2 - начальные и конечные значения давления и объема соответственно, $\gamma = \frac{7}{5}$ - показатель адиабаты воздуха (двухатомный газ). Перепишем это уравнение в переменных $\{P,T\}$, для чего воспользуемся уравнением состояния идеального газа: $PV = \nu RT$: $P_1^{1-\gamma}T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma}T_2^{\gamma}$. Отсюда: $T_2 = T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$,

$\Delta T = T_1\left(1-\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)$. С помощью графика из справочных материалов получаем:

Ответ: $\Delta T \approx 40^0$**.**

2. Решение

Частицы беспрепятственно пролетают через оба диска, попадая в отверстия при условии, если за время пролета расстояния L диски успевают повернуться на угол $\Delta\varphi = \varphi + 2\pi n$, где n - целое число (число полных оборотов). Так как угловые скорости, указанные в задаче, являются соседними, количество целых оборотов, которые делают диски за время пролета частиц, отличаются на единицу. Следовательно, можно записать для этих двух событий (V - скорость частиц):

$$\begin{cases} \dfrac{L}{V} = \dfrac{\varphi + 2\pi n}{\omega_1}, \\ \dfrac{L}{V} = \dfrac{\varphi + 2\pi(n-1)}{\omega_2}. \end{cases}$$

Решая эту систему относительно неизвестных $\{L, n\}$, получим:

Ответ: $L = \dfrac{2\pi V}{(\omega_1 - \omega_2)}$,

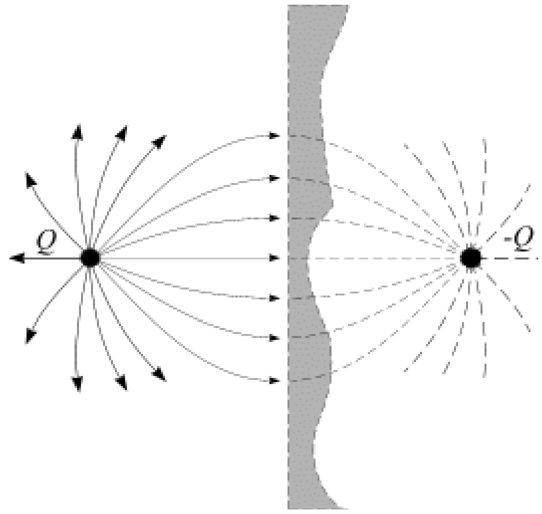
3. Решение

Требуются пояснения к ходу графика. До отметки 16 градусов быстрая криволинейная зависимость, это состояние насыщенного пара, когда в сосуде сосуществуют жидкость и ее пар. Эта зависимость экспоненциальная и превращается в линейную при исчезновении в сосуде жидкой фазы. В этой точке давление пара все еще равно давлению насыщенного пара при 16 градусах (данные в справочной таблице), с другой стороны этот газ подчиняется уравнению состояния: $P_{нас,20}V = \frac{m}{\mu}RT$. Отсюда для массы воды получим:

Ответ: $m = \dfrac{P_{нас,20}V\mu}{RT} \approx 14$ мг.

4. Решение

В основе решения рассуждения о конфигурации линий напряженности электрического поля от системы заряд+проводящая плоскость с учетом того, что поверхность металла эквипотенциальная, следовательно, линии напряженности поля перпендикулярны этой поверхности (см. рисунок).



Конфигурация поля такова, как будто поверхность металла является зеркалом для силовых линий, и распределение плотности перераспределенного в проводнике заряда таково, что взаимодействие заряда с поверхностными зарядами металла повторяют притяжение между точечными зарядами диполя:

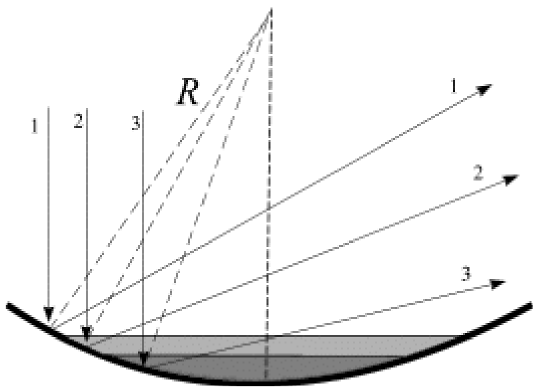
Ответ: $F = -k\dfrac{Q^2}{(2L)^2} \approx 2.25$ мкН.

5. Решение

Объяснение возникновения трех фокусов в такой системе следующее. Часть лучей широкого параллельного пучка могут иметь следующие траектории, как показана на рисунке.

Траектория 1 – отражение от вогнутой части зеркала. Оптическая сила этого участка $D_1 = \dfrac{1}{f_1} = \dfrac{2}{R}$.

Траектория 2 – сначала прохождение через плоскую поверхность, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 радиуса R, затем отражение от вогнутого зеркала, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 и преломление на плоской поверхности. Плоская поверхность не обладает фокусирующим эффектом, поэтому для лучей траектории 2 оптическая сила системы представляется в виде: $D_2 = \dfrac{1}{f_2} = D_{зерк} + 2D_{жидк1} = \dfrac{2}{R} + 2(n_1 - 1)\dfrac{1}{R} = \dfrac{2n_1}{R}$.



Аналогично рассуждаем для лучей траектории 3: $D_3 = \dfrac{1}{f_3} = D_{зерк} + 2D_{жидк2} = \dfrac{2}{R} + 2(n_2 - 1)\dfrac{1}{R} = \dfrac{2n_2}{R}$.

Объединяем выражения для оптических сил в систему, из которой определяем параметры $\{R, n_1, n_2\}$:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f_1} = \dfrac{2}{R}, \\ \dfrac{1}{f_2} = \dfrac{2n_1}{R}, \\ \dfrac{1}{f_3} = \dfrac{2n_2}{R}. \end{cases}$$

Ответ: $R = 2f_1 = 80$ см, $n_1 = \dfrac{f_1}{f_2} = \dfrac{8}{5}$, $n_2 = \dfrac{f_1}{f_3} = \dfrac{8}{7}$.

6. Решение

Частота колебаний маятника определяется выражением: $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$. Здесь l - длина подвеса, g - эффективное ускорение свободного падения на борту самолета, для которого можно записать:

$g=\gamma\frac{M}{(R+h)^2}-\frac{V^2}{R+h}$. Первое слагаемое в этом выражении – ускорение свободного падения неподвижного тела на высоте h, второе слагаемое – результат центробежных эффектов из-за вращения самолета со скоростью V по окружности радиуса $R+h$. Для относительного изменения частоты можно записать: $\delta=\frac{|\Delta\omega|}{\omega}=\frac{\left|\sqrt{\gamma\frac{M}{(R+h)^2}-\frac{V^2}{R+h}}-\sqrt{\gamma\frac{M}{R^2}}\right|}{\sqrt{\gamma\frac{M}{R^2}}}=\left|\sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2-\frac{V^2R^2}{\gamma M(R+h)}}-1\right|$.

Ответ: $\delta=\left|\sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2-\frac{V^2R^2}{\gamma M(R+h)}}-1\right|\approx 0.24$ %.

Вариант 3

1. Решение

Поскольку разгерметизация и последующее расширение воздуха в салоне происходит ураганно, то этот процесс с высокой точностью можно считать адиабатическим. Действительно, вследствие низкой теплопроводности воздуха, при быстром расширении обменом теплом с окружающими телами можно пренебречь.

Для расширяющегося воздуха можно записать: $P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}$, где P_1, P_2 и V_1, V_2 - начальные и конечные значения давления и объема соответственно, $\gamma=\frac{7}{5}$ - показатель адиабаты воздуха (двухатомный газ). Перепишем это уравнение в переменных $\{P,T\}$, для чего воспользуемся уравнением состояния идеального газа: $PV=\nu RT$: $P_1^{1-\gamma}T_1^{\gamma}=P_2^{1-\gamma}T_2^{\gamma}$. Отсюда: $T_2=T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$,

$\Delta T=T_1\left(1-\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)$. С помощью графика из справочных материалов получаем:

Ответ: $\Delta T\approx 20^0$.

2. Решение

Частицы беспрепятственно пролетают через оба диска, попадая в отверстия при условии, если за время пролета расстояния L диски успевают повернуться на угол $\Delta\varphi=\varphi+2\pi n$, где n - целое число (число полных оборотов). Так как угловые скорости, указанные в задаче, являются соседними, количество целых оборотов, которые делают диски за время пролета частиц, отличаются на единицу. Следовательно, можно записать для этих двух событий (V - скорость частиц):

$$\begin{cases}\frac{L}{V}=\frac{\varphi+2\pi n}{\omega_1},\\ \frac{L}{V}=\frac{\varphi+2\pi(n-1)}{\omega_2}.\end{cases}$$

Решая эту систему относительно неизвестных $\{\Delta\omega=\omega_1-\omega_2, n\}$, получим:

Ответ: $\Delta\omega=\frac{2\pi V}{L}$,

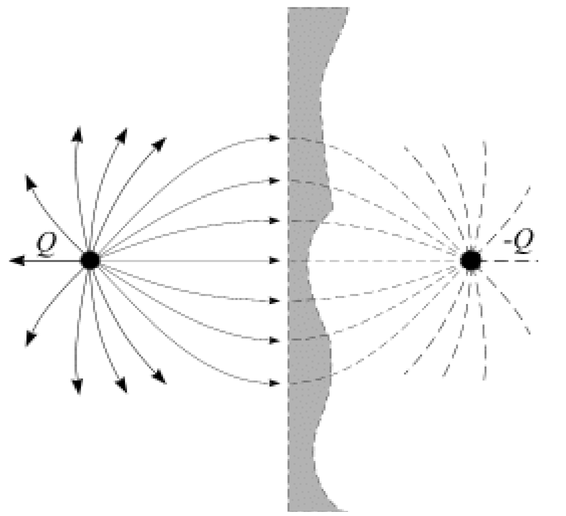
3. Решение

Требуются пояснения к ходу графика. До отметки 25 градусов быстрая криволинейная зависимость, это состояние насыщенного пара, когда в сосуде сосуществуют жидкость и ее пар. Эта зависимость экспоненциальная и превращается в линейную при исчезновении в сосуде жидкой фазы. В этой точке давление пара все еще равно давлению насыщенного пара при 25 градусах (данные в справочной таблице), с другой стороны этот газ подчиняется уравнению состояния: $P_{нас,20}V = \frac{m}{\mu}RT$. Отсюда для массы воды получим:

Ответ: $m = \frac{P_{нас,20}V\mu}{RT} \approx 23$ мг.

4. Решение

В основе решения рассуждения о конфигурации линий напряженности электрического поля от системы заряд+проводящая плоскость с учетом того, что поверхность металла эквипотенциальная, следовательно, линии напряженности поля перпендикулярны этой поверхности (см. рисунок).



Конфигурация поля такова, как будто поверхность металла является зеркалом для силовых линий, и распределение плотности перераспределенного в проводнике заряда таково, что взаимодействие заряда с поверхностными зарядами металла повторяют притяжение между точечными зарядами диполя:

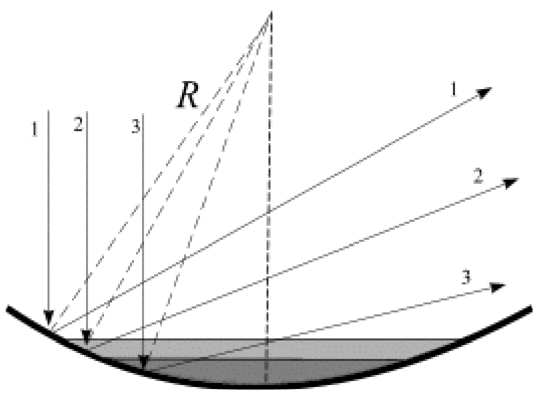
Ответ: $F = -k\frac{Q^2}{(2L)^2} \approx 50$ мкН.

5. Решение

Объяснение возникновения трех фокусов в такой системе следующее. Часть лучей широкого параллельного пучка могут иметь следующие траектории, как показана на рисунке.

Траектория 1 – отражение от вогнутой части зеркала. Оптическая сила этого участка $D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}$.

Траектория 2 – сначала прохождение через плоскую поверхность, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 радиуса R, затем отражение от вогнутого зеркала, затем преломление на сферической поверхности жидкости 1 и преломление на плоской поверхности. Плоская поверхность не обладает фокусирующим эффектом, поэтому для лучей траектории 2 оптическая сила системы представляется в виде: $D_2 = \frac{1}{f_2} = D_{зерк} + 2D_{жидк1} = \frac{2}{R} + 2(n_1 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_1}{R}$.



Аналогично рассуждаем для лучей траектории 3: $D_3 = \frac{1}{f_3} = D_{зерк} + 2D_{жидк2} = \frac{2}{R} + 2(n_2 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_2}{R}$.

Объединяем выражения для оптических сил в систему, из которой определяем параметры $\{R, n_1, n_2\}$:

$$\begin{cases} \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}, \\ \frac{1}{f_2} = \frac{2n_1}{R}, \\ \frac{1}{f_3} = \frac{2n_2}{R}. \end{cases}$$

Ответ: $R = 2f_1 = 100\,\text{см}$, $n_1 = \dfrac{f_1}{f_2} = \dfrac{5}{3}$, $n_2 = \dfrac{f_1}{f_3} = \dfrac{10}{9}$.

6. Решение

Частота колебаний маятника определяется выражением: $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$. Здесь l - длина подвеса, g - эффективное ускорение свободного падения на борту самолета, для которого можно записать: $g = \gamma \dfrac{M}{(R+h)^2} - \dfrac{V^2}{R+h}$. Первое слагаемое в этом выражении – ускорение свободного падения неподвижного тела на высоте h, второе слагаемое – результат центробежных эффектов из-за вращения самолета со скоростью V по окружности радиуса $R+h$. Для относительного изменения частоты можно записать: $\delta = \dfrac{|\Delta\omega|}{\omega} = \dfrac{\left|\sqrt{\gamma \dfrac{M}{(R+h)^2} - \dfrac{V^2}{R+h}} - \sqrt{\gamma \dfrac{M}{R^2}}\right|}{\sqrt{\gamma \dfrac{M}{R^2}}} = \left|\sqrt{\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2 - \dfrac{V^2R^2}{\gamma M(R+h)}} - 1\right|$.

Ответ: $\delta = \left|\sqrt{\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2 - \dfrac{V^2R^2}{\gamma M(R+h)}} - 1\right| \approx 0.15\ \%$.