## ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ
## 6 КЛАСС

Общее количество баллов **100. Решение каждой задачи оценивается Жюри из 20 баллов** в соответствии с разработанными критериями и методикой оценки:

| Баллы | Правильность (ошибочность) решения |
|---|---|
| 20 | Полное (верное) решение. |
| 16-20 | Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение. |
| 12-16 | Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрены отдельные случаи, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 8-12 | Верно рассмотрен один из двух существенных случаев. |
| 6-8 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. |
| 2-6 | Рассмотрены частные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0-2 | Решение начато, но продвижение незначительное. |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

*Указания к оцениванию отдельных задач содержатся в комментариях к решениям.*

### Вариант 1

1. Можно ли расставить вместо звездочек в выражении

$$0,** + 0,** + 0,** + 0,** = 1$$

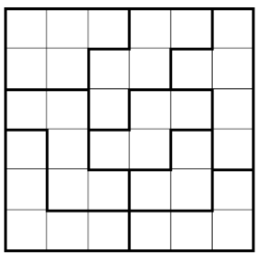
цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, используя каждую только один раз, так, чтобы получилось верное равенство?

**Решение.** Можно, например, $0{,}03 + 0{,}14 + 0{,}26 + 0{,}57 = 1$.

***Комментарий.*** *Полное правильное решение (верный пример) – 20 баллов.*

2. Разрежьте клетчатый квадрат $6 \times 6$ на различные клетчатые фигурки, каждая из которых состоит не более чем из 5 клеток и не является прямоугольником (или квадратом).

**Решение.** См. рисунок.



***Комментарий.*** *Полное правильное решение (верный рисунок) – 20 баллов.*

3. На спортивные соревнования среди шестиклассников пришло несколько учеников, причем некоторые из них были с папами, а всего учеников и пап было 56 человек. Оказалось, что учеников, пришедших без пап, на 10 меньше, чем остальных учеников. Сколько пап присутствовало на соревнованиях? (Папы не приходили без детей, у каждого папы на соревнованиях по одному ребёнку).

**Ответ.** 22 папы.

**Решение.** Пусть $x$ учащихся пришло без пап, тогда $x+10$ учащихся пришли с папами. Зная, что всего пришло 56 человек, составим уравнение $x+2(x+10)=56$, откуда $x=12$. Тогда пап: $12+10\ =22$.

***Комментарий.*** *Приведено полное обоснованное решение – 20 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, но в обосновании есть пробелы или неточности – 12-14 баллов. Верный ответ найден подбором, при этом не показано, что не может быть других решений – 12 баллов. Верный ответ без объяснений – 4 балла.*

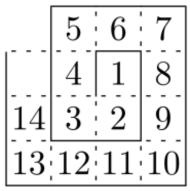
4. Абитуриент Сибирского федерального университета спросил в лесу на развилке дорог у трёх зверят: зайчонка, лисёнка и бельчонка – дорогу в университет (он знает, что путь ровно один). Первый сказал: «Налево». Второй сказал: «Первый указал неверную дорогу, «Необходимо идти направо». Третий сказал: «Первый указал неверную дорогу», «Второй оба раза сказал неправду», «Прямо». Известно, что лисенок всегда лжёт, бельчонок всегда говорит правду, а зайчонок говорит правду или ложь, чередуя их, начиная либо с правды, либо со лжи. Определите, в каком порядке отвечали зверята, и куда стоит идти абитуриенту, чтобы оказаться в университете?

**Ответ.** Налево. Первым был бельчонок, второй – лисёнок, а третьим – зайчонок.

**Решение.** Обозначим первого, второго и третьего зверят $I$, $II$, $III$ соответственно. Если $I$ солгал, то $II$ и $III$ первыми высказываниями сказали правду; это значит вдобавок, что $III$ вторым утверждением солгал. Значит, $III$ может быть только зайчонком (и в третий раз говорит правду), а $II$ тогда – бельчонок. Но их последние высказывания противоречат друг другу, что невозможно. Значит, $I$ сказал правду. Тогда первые высказывания зверят $II$ и $III$ ложны. Более того, $II$ солгал и во второй раз, ибо указал неверный путь; значит, $II$ – лисёнок. Поскольку $III$ лгал хотя бы раз, он – не бельчонок. Итого $III$ – зайчонок, $I$ – бельчонок, правильный путь – налево, и зайчонок действительно солгал только в первый и третий раз.

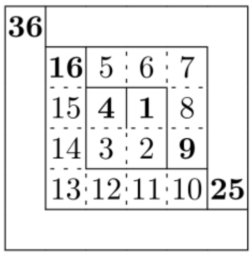
***Комментарий.*** *Полное правильное решение – 20 баллов. Верно рассмотрен один из существенных случаев – 12 баллов. Только верный ответ – 4 балла.*

5. Вася расставляет в клетки бесконечного клетчатого листа по спирали натуральные числа, начиная с 1 (см. рисунок). Какое число будет написано в клетке справа от числа 521?




**Ответ.** 616.

**Решение.** В тот момент, когда Вася выписывает число $n^2$, заполненные клетки образуют квадрат $n\times n$. Из алгоритма выписывания чисел ясно, что числа вида $n^2$ при четном $n$ расположены в диагонали, идущей влево и вверх от клетки с числом 4, а при нечетном $n$ – в диагонали, идущей вправо и вниз от клетки с числом 1. Поскольку $22^2=484\ <\ 521<529=23^2$, число 529 было выписано в процессе формирования квадрата со стороной 23. Так как $529-521=8$, число 521 находится на правой стороне этого квадрата на 8 клеток выше его правой нижней угловой вершины 529. Соседнее справа число находится на 9 клеток выше угловой клетки квадрата со стороной 25, содержащей число $25^2=625$. Значит, соседнее число равно 616.




*Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, но в обосновании есть пробелы или неточности – 12-14 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла. Решение начато, но значительных продвижений нет – 2 балла.*

## Вариант 2

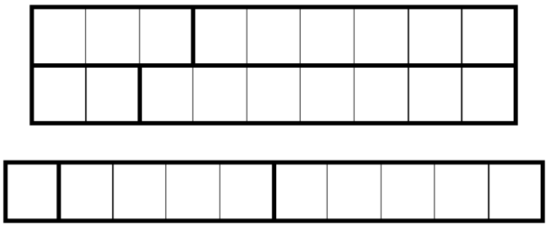
1. Можно ли, используя цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, составить три несократимые дроби $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ и $\frac{e}{f}$ такие, что $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}=1$. Каждую цифру можно использовать один раз или не использовать вовсе.

**Решение.** Можно, например, $\frac{3}{4}\cdot\frac{6}{1}\cdot\frac{2}{9}=1$.

***Комментарий.*** *Полное правильное решение (верный пример) – 20 баллов.*

2. Сложите из семи прямоугольников размерами $1\times1$, $1\times2$, $1\times3$, $1\times4$, $1\times5$, $1\times6$, $1\times7$ клеток два прямоугольника одинакового периметра, но разной площади.

**Решение.** Один из примеров приведён на рисунке. Полученные прямоугольники имеют периметр 22 и площади 18 и 10.



**Комментарий.** Полное правильное решение (верный рисунок) – 20 баллов.

3. У шестиклассниц Насти и Оксаны одинаковое количество тетрадей. Они купили одинаковые наборы наклеек. Настя наклеила на 7 тетрадей по одной наклейке, а на оставшиеся тетради – по 7 наклеек. Оксана наклеила на 13 тетрадей по одной наклейке, а на оставшиеся тетради – по 13 наклеек. Сколько наклеек было в наборе, если Настя и Оксана использовали свои наборы наклеек полностью?

**Ответ.** 91 наклейка.

**Решение.** Пусть у каждой девочки – $x$ тетрадей. Настя использовала $7+7(x-7)$ наклеек, а Оксана – $13+13(x-13)$ наклеек. Так как все наклейки использованы, то $7+7(x-7)=13+13(x-13)$. Решая это уравнение, получим: $x=19$. Значит, в каждом наборе было $7+7(19-7)=91$ наклейки.

***Комментарий.*** *Приведено полное обоснованное решение – 20 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, но в обосновании есть пробелы или неточности – 12-14 баллов. Верный ответ без объяснений – 4 балла.*

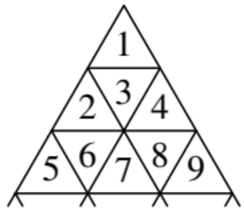
4. Лисёнок, зайчонок и бельчонок собрались в лесу, чтобы обсудить погоду. Лисенок всегда лжёт, бельчонок всегда говорит правду, а зайчонок говорит правду или ложь, чередуя их, начиная либо с правды, либо со лжи. На собрании каждый сказал две фразы. Первый зверь сказал: «Сегодня солнечно», «Сегодня дует сильный ветер». Второй сказал: «Сегодня целый день идёт дождь», «Сегодня нет ветра». Третий сказал: «Сегодня ярко светит солнце», «Сегодня нет ветра». Можно ли определить, каким по счету говорил зайчонок?

**Ответ.** Третьим.

**Решение.** Пусть сегодня солнечно. Тогда в первом утверждении соврал только второй, тогда второе его утверждение тоже ложь, ведь кто-то должен дважды солгать, значит, на самом деле дует ветер. В этом случае первое утверждение – правда, а второе – ложь только у третьего, и он зайчонок. Если же сегодня дождливый день, то первое утверждение является правдой только у второго, значит его второе утверждение тоже правдиво и день безветренный. В этом случае, снова зайчонком оказался третий, ведь он сказал ложь и правду.

***Комментарий.*** *Полное правильное решение – 20 баллов. Верно рассмотрен один из существенных случаев – 12 баллов. Только верный ответ – 4 балла.*

5. Каждая сторона равностороннего треугольника разбита на несколько равных частей по 1 см. Через точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. Вася расставляет по строкам слева направо натуральные числа, начиная с 1 (см. рисунок). Его друг Петя выбрал горизонтальный отрезок, являющийся общей стороной двух маленьких треугольников. В одном из этих треугольников оказалось число 335. Какое число стоит в другом?




**Ответ.** 373.

**Решение.** Как нетрудно заметить, в $k$ −й строке расположены числа от $(k-1)^2 + 1$ до $k^2$. Число 335 расположено в 19-й строке (в ней находятся числа от 325 до 361). При нечётном $k$ треугольники, примыкающие к нечётным числам, располагаются строчкой ниже. Под числом 325 находится 363. Сдвигаясь в обеих строках на 10 позиций вправо, мы получим, что под числом 335 находится число 373.

***Комментарий.*** *Полное правильное решение – 20 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, но в обосновании есть пробелы или неточности – 12-14 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла. Решение начато, но значительных продвижений нет – 2 балла.*

## Вариант 3

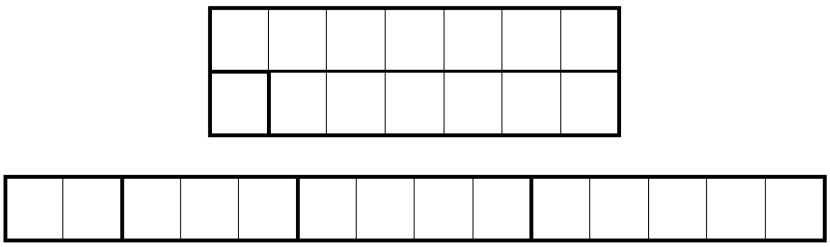
1. Можно ли, используя числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, составить три несократимые дроби $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ и $\frac{e}{f}$ такие, что $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} = 1$. Каждое число можно использовать один раз или не использовать вовсе.

**Решение.** Можно, например, $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{9} = 1$.

***Комментарий.*** *Полное правильное решение (верный пример) – 20 баллов.*

2. Сложите из семи прямоугольников размерами $1 \times 1$, $1 \times 2$, $1 \times 3$, $1 \times 4$, $1 \times 5$, $1 \times 6$, $1 \times 7$ клеток два прямоугольника одинаковой площади, но разного периметра.

**Решение.** Один из примеров приведён на рисунке. Полученные прямоугольники имеют площадь 14 и периметры 18 и 30.



***Комментарий.*** *Полное правильное решение (верный рисунок) – 20 баллов.*

3. У шестиклассниц Светы и Юли одинаковое количество тетрадей. Они купили одинаковые наборы наклеек. Света наклеила на 5 тетрадей по одной наклейке, а на оставшиеся тетради – по 5 наклеек. Юля наклеила на 17 тетрадей по одной наклейке, а на оставшиеся тетради – по 17 наклеек. Сколько наклеек было в наборе, если Света и Юля использовали свои наборы наклеек полностью?

**Ответ.** 85 наклеек.

**Решение.** Пусть у каждой девочки – $x$ тетрадей. Света использовала $5 + 5(x-5)$ наклеек, а Юля – $17 + 17(x-17)$ наклеек. Так как все наклейки использованы, то $5 + 5(x-5) = 17 + 17(x-17)$. Решая это уравнение получим: $x = 21$. Значит, в каждом наборе было $5 + 5(21-5) = 85$ наклеек.

***Комментарий.*** *Приведено полное обоснованное решение – 20 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, но в обосновании есть пробелы или неточности – 12-14 баллов. Верный ответ без объяснений – 4 балла.*

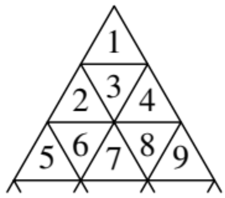
4. Бельчонок, зайчонок и лисёнок играют в игру. Лисёнок сказал: «Зайчонок глупее бельчонка». Зайчонок сказал: «Бельчонок выиграл». Бельчонок сказал: «Зайчонок не выиграл». Оказалось, что солгал ровно один из трёх зверей – самый глупый. Самый умный зверь выиграл игру. Кто он?

**Ответ.** Лисёнок.

**Решение.** Если солгал лисёнок, то, значит, зайчонок сказал правду. Тогда Бельчонок выиграл и зайчонок не глупее бельчонка. Но тогда бельчонок не может быть самым умным и по условию не может выиграть. Противоречие. Если же солгал зайчонок, то выиграл не бельчонок и верно, что зайчонок глупее бельчонка. Но тогда зайчонок не мог выиграть и, значит, выиграл лисёнок. Бельчонок при этом сказал правду, противоречия нет. Если солгал бельчонок, то зайчонок выиграл, и при этом остальные сказали правду, то есть, бельчонок тоже выиграл. Противоречие.

***Комментарий.*** *Полное правильное решение – 20 баллов. Верно рассмотрен один из существенных случаев – 12 баллов. Только верный ответ – 4 балла.*

5. Каждая сторона равностороннего треугольника разбита на несколько равных частей по 1 см. Через точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. Вася расставляет по строкам слева направо натуральные числа, начиная с 1 (см. рисунок). Его друг Петя выбрал горизонтальный отрезок, являющийся общей стороной двух маленьких треугольников. В одном из этих треугольников оказалось число 430. Какое число стоит в другом?




**Ответ.** 390.

**Решение.** Как нетрудно заметить, в $k$ –й строке расположены числа от $(k-1)^2+1$ до $k^2$. Число 430 расположено в 21-й строке (в ней находятся числа от 401 до 441). При нечётном $k$ треугольники, примыкающие к чётным числам, располагаются строчкой выше. Над числом 440 находится 400. Сдвигаясь в обеих строках на 10 позиций влево, мы получим, что над числом 430 находится число 390.

***Комментарий.*** *Полное правильное решение – 20 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, но в обосновании есть пробелы или неточности – 12-14 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла. Решение начато, но значительных продвижений нет – 2 балла.*