ИНФОРМАТИКА
ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ
9 КЛАСС

Общее количество баллов 100. Решение четвертой задачи оценивается Жюри из 10 баллов, пятой задачи из 30 баллов и из 20 баллов остальных.

ВАРИАНТ 1

1. Бельчонок решает следующую систему уравнений: $\begin{cases} 46_x = 52_y \\ 85_y = 76_x \end{cases}$. Найдите ее решения.

Решение.
4x + 6 = 5y + 2
7x + 6 = 8y + 5
3x = 3y +3
x = y + 1
4y + 4 + 6 = 5y + 2
y = 8;
x = 9;

Ответ: x = 9, y = 8.

2. В лесу можно пройти между двумя местами только по тропинкам. Известно, что от дома бельчонка выходят 15 тропинок, от берлоги медведя всего одна, а от всех остальных мест по 10. Может ли бельчонок сходить в гости к медведю, если известно, что тропинки в лесу не пересекаются? Ответ обосновать.

Решение. Понятно, что если нарисовать граф лесных тропинок, то он может быть несвязным. Рассмотрим компоненту связности, которая включает в себя дом Бельчонка. Из дома Бельчонка выходит 15 тропинок, а из любых других домов, кроме берлоги медведя – по 10, поэтому, чтобы выполнялся закон о четном числе нечетных вершин необходимо, чтобы и берлога медведя входила в эту же самую компоненту связности. А так как компонента связности – связный граф, то от дома бельчонка существует путь по тропинкам до берлоги медведя, что и требовалось доказать.

3. Бельчонок, Медвежонок, Ёжик, Совенок и Суслик играют в прятки. В том месте, где они играют, есть 12 мест-укрытий, где игроки могут хорошо спрятаться, но не более одного в одном укрытии. Сколькими способами игроки могут спрятаться, если одному из них искать? Ответ обосновать.

Решение. В данной задаче мы размещаем каждого участника игры по укрытиям, причем в каждое укрытие только одного игрока. Эта задача сводится к классической задаче об определении числа размещений без повторений 12 элементов по 4 местам.

$$A_{12}^{4} = \frac{12!}{(12-4)!} = 9 * 10 * 11 * 12 = 11880$$

Ответ: 11880.

4. Известно, что некоторое монофоническое устройство (в каждый момент времени может воспроизводиться не более одного звука) может издавать один из 13 разных звуков на протяжении секунды. Каждый звук шифруется минимально возможным количеством бит. Сколько секунд длится набор звуков объемом 200байт?

Решение.
$2^n \geq 5 + 7 = 12$ => n = 4. 200 байт = 200*8 = 1600 бит. 1600/4 = 400 секунд.
Ответ: 400.

5. Бельчонок выписал на листе бумаги пару натуральных чисел n и m такие, что $n < m$ и n и m - взаимно просты. А затем задумался: а сколько всего таких пар чисел существует? Напишите программу на одном из языков программирования, которая на вход получает натуральное число k и выводит все такие пары чисел, удовлетворяющие приведенным выше условиям, в порядке возрастания (пара $(n_1,\ m_1)$ считается меньше чем $(n_2,\ m_2)$, если $\frac{n_1}{m_1} < \frac{n_2}{m_2}$), причем m не превосходит число k.

Пример решения на языке C++.

```
#include <iostream>

using namespace std;

void farey(int n, int asc)
{
        int a, b, c, d, ta, tb, k;
        if (asc)
        {
                a = 1;
                b = n;
                c = 1;
                d = n - 1;
        }
        else
        {
                a = n - 1;
                b = n;
                c = n - 2;
                d = n - 1;
        }
        while (asc && (c <= n) || (!asc && (a > 0)))
        {
                cout<<a<<'/'<<b<<' ';
                k = (n + b)/d;
                ta = a;
                tb = b;
                a = c;
                b = d;
                c = k*c - ta;
                d = k*d - tb;
        }
}


int main()
{
        int n;
        cin >> n;

        farey(n, 1);

        return 0;
}
```

ВАРИАНТ 2

1. Бельчонок решает следующую систему уравнений: $\begin{cases} 71_x = 60_y \\ 97_y = 103_x \end{cases}$. Найдите ее решения.

Решение. 7x + 1 = 6y
9y + 7 = $x^2 + 3$
3,5x + 0,5 = 3y
7 = x^2 + 3 – 10,5x -1,5
$x^2 - 10{,}5x - 5{,}5 = 0$ /*2
$2x^2$ - 21x - 11 = 0
D = 441+44=529
X = $\frac{21\pm23}{4} = \left[\begin{array}{l} 11 \\ -0{,}5 \end{array}\right.$
Отрицательный корень не подходит.
77 + 1 = 6y => y = 78/6 = 13

Ответ: X=11, Y=13.

2. В лесу можно пройти между двумя местами только по тропинкам. Известно, что от дома бельчонка выходят 17 тропинок, от берлоги медведя всего три, а от всех остальных мест по 6. Может ли бельчонок сходить в гости к медведю, если известно, что тропинки в лесу не пересекаются? Ответ обосновать.

Решение. Понятно, что если нарисовать граф лесных тропинок, то он может быть несвязным. Рассмотрим компоненту связности, которая включает в себя дом Бельчонка. Из дома Бельчонка выходит 17 тропинок, а из любых других домов, кроме берлоги медведя – по 6, поэтому, чтобы выполнялся закон о четном числе нечетных вершин необходимо, чтобы и берлога медведя входила в эту же самую компоненту связности. А так как компонента связности – связный граф, то от дома бельчонка существует путь по тропинкам до берлоги медведя, что и требовалось доказать.

3. Бельчонок, Медвежонок, Ёжик и Суслик играют в прятки. В том месте, где они играют, есть 15 мест-укрытий, где игроки могут хорошо спрятаться, но не более одного в одном укрытии. Сколькими способами игроки могут спрятаться, если одному из них искать? Ответ обосновать.

Решение. В данной задаче мы размещаем каждого участника игры по укрытиям, причем в каждое укрытие только одного игрока. Эта задача сводится к классической задаче об определении числа размещений без повторений 15 элементов по 3 местам.

$$A_{12}^{4} = \frac{15!}{(15-3)!} = 13 * 14 * 15 = 2730$$

Ответ: 2730.

4. Известно, что некоторое монофоническое устройство (в каждый момент времени может воспроизводиться не более одного звука) может издавать один из 88 разных звуков на протяжении секунды. Каждый звук шифруется минимально возможным количеством бит. Какое количество байт сообщает набор звуков длиной 387 секунд?

Решение.
$2^n \geq 88$ => n =7бит одна клавиша. 287*7=2709бит композиция. 2709/8=338,625
То есть 339 байт

5. Бельчонок выписал на листе бумаги пару натуральных чисел n и m такие, что $n < m$ и n и m - взаимно просты. А затем задумался: а сколько всего таких пар чисел существует? Напишите программу на одном из языков программирования, которая на вход получает натуральное число k и выводит все такие пары чисел, удовлетворяющие приведенным выше условиям, в порядке убывания (пара $(n_1,\ m_1)$ считается меньше чем $(n_2,\ m_2)$, если $\frac{n_1}{m_1} < \frac{n_2}{m_2}$), причем m не превосходит число k.

Пример решения на языке C++.

```
#include <iostream>

using namespace std;

void farey(int n, int asc)
{
	int a, b, c, d, ta, tb, k;
	if (asc)
	{
		a = 1;
		b = n;
		c = 1;
		d = n - 1;
	}
	else
	{
		a = n - 1;
		b = n;
		c = n - 2;
		d = n - 1;
	}
	while (asc && (c <= n) || (!asc && (a > 0)))
	{
		cout<<a<<'/'<<b<<' ';
		k = (n + b)/d;
		ta = a;
		tb = b;
		a = c;
		b = d;
		c = k*c - ta;
		d = k*d - tb;
	}
}


int main()
{
	int n;
	cin >> n;

	farey(n, 0);

	return 0;
}
```