ИНФОРМАТИКА
ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ
11 КЛАСС

Общее количество баллов 100. Решение первой задачи оценивается Жюри из 10 баллов, пятой задачи из 30 баллов и из 30 баллов остальных.

ВАРИАНТ 1

1. Перед Бельчонком лежат кубики с буквами, из которых составлено слово «олимпиада», какое количество различных «слов» (словом считается любая последовательность букв) разной длины можно составить из этих кубиков. Помогите бельчонку посчитать это число. Ответ обоснуйте.

Решение.

Слово «Олимпиада» содержит 2 буквы «а» и 2 буквы «и». Значит из всех букв слова можно составить:

$$P_9(1,1,2,1,1,2,1) = \frac{9!}{2!\,2!} = 90720$$

Слов длинной в 8 букв:

Если набор букв содержит 2 «и» и 2 «а» так можно выбрать 5 разных способов: $5 * \frac{8!}{2!2!} = 50400$

2 «а» и 1 «и»: $\frac{8!}{2!} = 40320$

2 «и» и 1 «а»: $\frac{8!}{2!} = 40320$

Итог: $50400 + 2 * 20160 = 90720$

7 Букв:

Набор содержит 2 «и» и 2 «а» $C_5^2 = 10$ разных способов $10 * \frac{7!}{2!2!} = 12600$

Содержит 2 «и» и 1 «а» 5 разных способов и так же наоборот: $2 * 5 * \frac{7!}{2!} = 25200$

Содержит только «и» или только «а»: $2 * \frac{7!}{2!} = 5040$

Содержит по одной «и» и «а»: $7! = 5040$

Итог: $25200 + 12600 + 2 * 5040 = 47880$

6:

2 «и» и 2 «а» $C_5^3 = 10$ способов: $10 * \frac{6!}{2!2!} = 1800$

2 «и» и 1 «а» $C_5^2 = 10$ способов и так же наоборот: $2 * 10 * \frac{6!}{2!} = 7200$

2 «и» или 2 «а» 5 способов: $2 * 5 * \frac{6!}{2!} = 7200$

По одной «и» и «а» 5 способов: $5 * 6! = 3600$

Только одна «и» или «а»: $2 * 6! = 1440$

Итог: $2 * 7200 + 1800 + 3600 + 1440 = 21240$

5:

2 «и» и 2 «а» $C_5^4 = 5$ способов: $5 * \frac{5!}{2!2!} = 150$

2 «и» и 1 «а» $C_5^3 = 10$ способов и так же наоборот: $2 * 10 * \frac{5!}{2!} = 1200$

2 «и» или 2 «а» $C_5^2 = 10$ способов: $2 * 10 * \frac{5!}{2!} = 1200$

По одной «и» и «а» $C_5^2 = 10$ способов: $2 * 10 * 5! = 2400$

Только одна «и» или «а» 5 способов: $2 * 5 * 5! = 1200$

Ни одной «и» и «а»: $5! = 120$

Итог: $3 * 1200 + 2400 + 120 + 150 = 6270$

4:

2 «и» и 2 «а»: $\frac{4!}{2!2!} = 6$

2 «и» и 1 «а» 5 способов и так же наоборот:$2*5*\frac{4!}{2!}=120$

2 «и» или 2 «а» $C_5^2=10$ способов: $2*10*\frac{4!}{2!}=240$

По одной «и» и «а» $C_5^2=10$ способов: $2*10*4!=480$

Только одна «и» или «а» 10 способов: : $2*10*4!=480$

Ни одной: $5*4!=120$

Итог: $2*480+2*120+240=1440$

3:

2 «и» и 1 «а» и наоборот:$2*\frac{3!}{2!}=6$

2 «и» или 2 «а» 5 способов: $2*5*\frac{3!}{2!}=30$

По одной «и» и «а» $C_5^2=5$ способов: $2*5*3!=60$

Только одна «и» или «а» 10 способов: : $2*10*3!=120$

Ни одной: $10*3!=60$

Итог: $120+2*60+30+6=276$

2:

2 «и» или 2 «а»: $2*\frac{2!}{2!}=2$

По одной «и» и «а»: $2*2!=4$

Только одна «и» или «а» 5 : $2*5*2!=20$

Ни одной: $10*2!=20$

Итог: $2*20+4+2=46$

1:$A_7^1=7$

Ответ: 258599

Примечание: *Допускается в работе не считать численный ответ, а оставить в виде факториалов.*

2. Бельчонок нашел в задачнике следующую систему уравнений:

$$\begin{cases}123_x+43_y=77\\ 83_y-14_x=66\end{cases},$$

но не смог ее решить. Имеет ли система уравнений решение? Ответ обоснуйте.

Решение.

$$\begin{cases}x^2+2x+3+4y+3=77\\ 8y+3-x-4=66\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2+2x+3+4y+3=77\\ y=\dfrac{67+x}{8}\end{cases}$$

$$x^2+2x+3+\frac{1}{2}(67+x)+3=77$$

$$x^2-30x+81=0$$

$$D=25+600=625$$

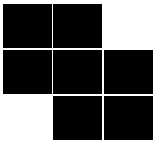
$$x=\frac{-5\pm 25}{4}=\left[\begin{array}{l}5\\ -7{,}5\end{array}\right.$$

Так как мы искали корни уравнения в натуральных числах, корень $x=-7{,}5$ не подходит. А корень $x=5$ удовлетворяет всем условиям. Подставим и получим $y=\frac{67+5}{8}=\frac{72}{8}=9.$

Ответ: $x=5, y=9.$

3. Бельчонок закрасил на клетчатом листе бумаги 15 клеток. Могло ли получиться так, чтоб у каждой закрашенной клетки было четное число закрашенных соседей? (клетки называются соседними, если они имеют общую сторону). Ответ обоснуйте.

Решение. Очевидно, что для 1 закрашенной клетки выполнение условий невозможно, так же как и для 2 и 3. Первая из возможных фигур, в которой условия выполняются, состоит из 4 закрашенных клеток и представляет собой квадрат 2x2. 5 и 6 так же невозможно, так как это объединение фигуры 4 и 1 или 2 соответственно, однако нарисовать фигуру, удовлетворяющую условиям из 7 клеток можно. Получится следующее:



И далее, добавление «уголка» из трех клеток не будет менять четности соседей у клеток.

В качестве фигуры из 8-ми закрашенных клеток можно представить полый квадрат 3x3 или два несвязанных квадрата по 4. Для 9-ти клеток такого нет. Так как для односвязной фигуры это будет либо 7+3 = 10 либо 8+3 = 11. 7+2 – не выполняет условия и 8 + 1 так же. Квадрат же из 9-ти клеток (3x3) будет иметь 4 клетки с нечетным числом соседей. Как было выше замечено, для 10 и 11 выполнение условий можно соблюсти. Для 12 можно нарисовать либо 3 несвязных квадрата 2x2, либо полый квадрат 3x3 и не связанный с ним квадрат 2x2, либо полый прямоугольник 3x4. Легко заметить, что далее любое число клеток можно закрасить таким образом, чтоб число соседей было четным. Дорисовывая по 3 клетки к предыдущим или рисуя полые прямоугольники. А значит и для 15 клеток такую фигуру нарисовать можно.

4. В базе данных жителей леса хранится следующая информация об его обитателях:

<Семейство животного> – 16 символов: русские строчные буквы,
<Имя> – 12 символов: русские строчные буквы,
<Окрас (цвет)> – 16 символов: русские строчные буквы,
<Год рождения> – число от 2007 до 2018.

Каждое поле записывается с использованием минимально возможного количества бит. Определите минимальное количество байт, необходимое для кодирования списка из 150 записей жителей леса, если буквы е и ё считаются совпадающими.

Решение.

Очевидно, что нужно определить минимально возможные размеры в битах для каждого из четырех полей и сложить их; важно! известно, что первые буквы имени, семейства и окраса – всегда заглавные, поэтому можно хранить их в виде строчных и делать заглавными только при выводе на экран (но нас это уже не волнует). Таким образом, для символьных полей достаточно использовать алфавит из 32 символов (русские строчные буквы, «е» и «ё» совпадают, пробелы не нужны). Для кодирования каждого символа 32-символьного алфавита нужно 5 бит ($32 = 2^5$), поэтому для хранения имени, окраса и семейства нужно (16 + 12 + 16)•5=220 бит. Для года рождения есть 12 вариантов, поэтому для него нужно отвести 4 бита.($2^4 = 16 \geq 12$) таким образом, всего требуется 224 бита или 28 байт. 28*150 = 4200байт.

Ответ: 4200

5. Дано N натуральных чисел. Написать программу, находящую минимальное натуральное число, не представимое в виде суммы никаких из этих чисел, если в эту сумму каждое исходное число может входить не более одного раза. Также сумма может состоять из одного числа.

Входные данные: первой строкой подается количество чисел N, второй строкой сами числа через пробел.

Выходные данные: искомое число.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
5 1 2 3 4 5	16
1 1	2

Решение.

```
 #include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;


int main()
{
   int n, sum;
   cin >> n;
   vector<int> a(n);
   vector<int> b(n);
   vector<int> c(n);
   for (int i = 0; i < n; i ++)
   {
      cin >> a[i];
      sum += a[i];
      b[i] = 0;
      c[i] = 1;
   }
   cout<<sum<<endl;
   b[n-1] += 1;
   int sum1=0, flag = 0, flag1 = 0;
   vector<int> null(b);
   for (int i = 1; i < sum; i++)
   {
      do
      {
         for(int k = 0; k < b.size(); k++)
            sum1 += b[k]*a[k];

         if(sum1 == i)
            flag++;
         sum1 = 0;
         b[n-1]+=1;
         for (int k = b.size()-1; k>=0; k--)
            if (b[k]>1)
            {
               b[k] = 0;
```

```
            b[k-1] += 1;
          }
      } while (b != c);
      if (flag == 0)
      {
        cout<<i;
        flag1++;
        break;
      }
      else
      {
        flag = 0;
        b = null;
      }
    }
    if (flag1 == 0)
      cout<<++sum;
}
```

ВАРИАНТ 2

1. Перед Бельчонком лежат кубики с буквами, из которых составлено слово «информатика», какое количество различных «слов» (словом считается любая последовательность букв) разной длины можно составить из этих кубиков. Помогите бельчонку посчитать это число. Ответ обоснуйте.

Решение.

Слово «Информатика» содержит 2 буквы «а» и 2 буквы «и». Значит из всех букв слова можно составить:

$$P_{11}(2,1,1,1,1,1,2,1,1) = \frac{11!}{2!\,2!} = 9979200$$

Слов длинной в 10 букв:

Содержащих АА и ИИ 7разных случаев: $7 * \frac{10!}{2!2!} = 6350400$

Содержащих АА и И либо ИИ и А: $2 * \frac{10!}{2!} = 3628800$

Итог: 9979200

9 Букв:

Содержащих АА и ИИ $C_7^2 = 21$ разный случай: $21 * \frac{9!}{2!2!} = 1905120$

Содержащих АА и И либо ИИ и А 5 разных случаев: $2 * 5 * \frac{9!}{2!} = 1814400$

Содержащих АА или ИИ: $2 * \frac{9!}{2!} = 362880$

Содержащих А и И: $9! = 362880$

Итог: 4445280

8:

Содержащих АА и ИИ $C_7^3 = 35$ разных случаев: $35 * \frac{8!}{2!2!} = 352800$

Содержащих АА и И либо ИИ и А $C_7^2 = 21$ разный случай: $2 * 21 * \frac{8!}{2!} = 846720$

Содержащих АА или ИИ 7 случаев: $2 * 7 * \frac{8!}{2!} = 282240$

Содержащих А и И 7 случаев: $7 * 8! = 282240$

Либо А либо И: $2 * 8! = 80640$

Итог: 1844640

7:

Содержащих АА и ИИ $C_7^4 = 35$ разных случаев: $35 * \frac{7!}{2!2!} = 44100$

Содержащих АА и И либо ИИ и А $C_7^3 = 35$ разных случаев: $2 * 35 * \frac{7!}{2!} = 176400$

Содержащих АА или ИИ $C_7^2 = 21$ разный случай: $2 * 21 * \frac{7!}{2!} = 105840$

Содержащих А и И $C_7^2 = 21$ разный случай: $21 * 7! = 105840$

Либо А либо И 7 случаев: $2 * 7 * 7! = 70560$

Ни одной из них: $7! = 5040$

Итог: 507780

6:

Содержащих АА и ИИ $C_7^5 = 21$ разный случай: $21 * \frac{6!}{2!2!} = 3780$

Содержащих АА и И либо ИИ и А $C_7^4 = 35$ разных случаев: $2 * 35 * \frac{6!}{2!} = 25200$

Содержащих АА или ИИ $C_7^3 = 35$ разных случаев: $2 * 35 * \frac{6!}{2!} = 25200$

Содержащих А и И $C_7^3 = 35$ разных случае: $35 * 6! = 25200$

Либо А либо И 21 случай: $2 * 21 * 6! = 30240$

Ни одной из них 7 случаев: $7 * 6! = 5040$

Итог: 114660

5:

Содержащих АА и ИИ 7 случаев: $7 * \frac{5!}{2!2!} = 168$

Содержащих АА и И либо ИИ и А 21 случай: $2 * 21 * \frac{5!}{2!} = 2520$

Содержащих АА или ИИ 35 случаев: $2 * 35 * \frac{5!}{2!} = 4200$

Содержащих А и И 35 случаев: $35 * 5! = 4200$
Либо А либо И 35 случаев: $2 * 35 * 5! = 8400$
Ни одной из них 21 случаев: $21 * 5! = 2520$
Итог: 22008
4:
Содержащих АА и ИИ: $\frac{4!}{2!2!} = 6$
Содержащих АА и И либо ИИ и А 7 случаев: $2 * 7 * \frac{4!}{2!} = 168$
Содержащих АА или ИИ 21 случай: $2 * 21 * \frac{4!}{2!} = 504$
Содержащих А и И 21 случаев: $21 * 4! = 504$
Либо А либо И 35 случаев: $2 * 35 * 4! = 1680$
Ни одной из них 35 случаев: $35 * 4! = 840$
Итог: 3702
3:
Содержащих АА и И либо ИИ и А: $2 * \frac{3!}{2!} = 6$
Содержащих АА или ИИ 7 случаев: $2 * 7 * \frac{3!}{2!} = 42$
Содержащих А и И 7 случаев: $7 * 3! = 42$
Либо А либо И 21 случай: $2 * 21 * 3! = 252$
Ни одной из них 35 случаев: $35 * 3! = 210$
Итог: 552
2:
Содержащих АА или ИИ: $2 * \frac{2!}{2!} = 2$
Содержащих А и И: $2! = 2$
Либо А либо И 7 случаев: $2 * 7 * 2! = 28$
Ни одной из них 21 случай: $35 * 2! = 70$
Итог: 102
1: $A_9^1 = 9$
Ответ: 26897133

Примечание: *Допускается в работе не считать численный ответ, а оставить в виде факториалов.*

2. Бельчонок нашел в задачнике следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 415_x - 56_y = 414 \\ 83_x + 15_y = 112 \end{cases},$$

но не смог ее решить. Имеет ли система уравнений решение? Ответ обоснуйте.

Решение.

$$\begin{cases} 4x^2 + x + 5 - 5y - 6 = 414 \\ 8x + 3 + y + 5 = 112 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 + x + 5 - 5y - 6 = 414 \\ y = 104 - 8x \end{cases}$$

$$4x^2 + x + 5 - 5(104 - 8x) - 6 = 414$$

$$4x^2 + 41x - 935 = 0$$

$$D = 1681 + 14960 = 16641$$

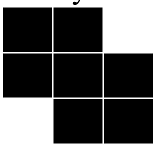
$$x = \frac{-41 \pm 129}{8} = \left[\begin{array}{l} 11 \\ -21{,}25 \end{array}\right.$$

Так как мы искали корни уравнения в натуральных числах, корень $x = -21{,}25$ не подходит. А корень $x = 11$ удовлетворяет всем условиям. Подставим и получим $y = 104 - 88 = 16$.

Ответ: x =11, y = 16

3. Бельчонок закрасил на клетчатом листе бумаги 11 клеток. Могло ли получиться так, чтоб у каждой закрашенной клетки было четное число закрашенных соседей? (клетки называются соседними, если они имеют общую сторону). Ответ обоснуйте.

Решение. Очевидно, что для 1 закрашенной клетки выполнение условий невозможно, так же как и для 2 и 3. Первая из возможных фигур, в которой условия выполняются, состоит из 4 закрашенных клеток и представляет собой квадрат 2x2. 5 и 6 так же невозможно, так как это объединение фигуры 4 и 1 или 2 соответственно, однако нарисовать фигуру, удовлетворяющую условиям из 7 клеток можно. Получится следующее:



И далее, добавление «уголка» из трех клеток не будет менять четности соседей у клеток.

В качестве фигуры из 8-ми закрашенных клеток можно представить полый квадрат 3x3 или два несвязанных квадрата по 4. Для 9-ти клеток такого нет. Так как для односвязной фигуры это будет либо 7+3 = 10 либо 8+3 = 11. 7+2 – не выполняет условия и 8 + 1 так же. Квадрат же из 9-ти клеток (3x3) будет иметь 4 клетки с нечетным числом

4. У Бельчонка в базе данных запасов на зиму хранятся записи, содержащие информацию о продуктах:

<Место хранения> – 16 символов: русские строчные,

<Название продукта> – 12 символов: русские строчные буквы,

<Максимальный срок хранения> – числа от 1 до 5,

<Год урожая> – числа от 2014 до 2018.

Каждое поле записывается с использованием минимально возможного целого количества байт. Определите минимальное количество байт, необходимое для кодирования списка из 137 записей учеников школы, если буквы е и ё считаются совпадающими.

Решение.

Очевидно, что нужно определить минимально возможные размеры в битах для каждого из четырех полей и сложить их; важно! известно, что первые буквы названия и места – всегда заглавные, поэтому можно хранить их в виде строчных и делать заглавными только при выводе на экран (но нас это уже не волнует). Таким образом, для символьных полей достаточно использовать алфавит из 32 символов (русские строчные буквы, «е» и «ё» совпадают, пробелы не нужны). Для кодирования каждого символа 32-символьного алфавита нужно 5 бит ($32 = 2^5$), поэтому для хранения места и названия нужно (16 + 12)•5=140 бит. Для срока годности, как и для года урожая, есть 5 вариантов, поэтому для него нужно отвести 3 бита.($2^3 = 8 \geq 5$) таким образом, всего требуется 150 бита или 19 байт. 19*137 = 2603байт.

Ответ: 2603.

5. Дано N натуральных чисел. Написать программу, находящую минимальное натуральное число, не представимое в виде суммы никаких из этих чисел, если в эту сумму каждое исходное число может входить не более одного раза. Также сумма может состоять из одного числа.

Входные данные: первой строкой подается количество чисел N, второй строкой сами числа через пробел.

Выходные данные: искомое число.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
5 1 2 3 4 5	16
1 1	2

Решение.

```
 #include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;


int main()
{
    int n, sum;
    cin >> n;
    vector<int> a(n);
    vector<int> b(n);
    vector<int> c(n);
    for (int i = 0; i < n; i ++)
    {
        cin >> a[i];
        sum += a[i];
        b[i] = 0;
        c[i] = 1;
```

```
    }
    cout<<sum<<endl;
    b[n-1] += 1;
    int sum1=0, flag = 0, flag1 = 0;
    vector<int> null(b);
    for (int i = 1; i < sum; i++)
    {
        do
        {
            for(int k = 0; k < b.size(); k++)
                sum1 += b[k]*a[k];

            if(sum1 == i)
                flag++;
            sum1 = 0;
            b[n-1]+=1;
            for (int k = b.size()-1; k>=0; k--)
                if (b[k]>1)
                {
                    b[k] = 0;
                    b[k-1] += 1;
                }
        } while (b != c);
        if (flag == 0)
        {
            cout<<i;
            flag1++;
            break;
        }
        else
        {
            flag = 0;
            b = null;
        }
    }
    if (flag1 == 0)
        cout<<++sum;
}
```