

**Математика. 9 класс**

**1 вариант**

*Работа рассчитана на 240 минут.*

*Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.*

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

1) Множество чисел от 1 до 20 разбили на 10 подмножеств, состоящих из двух чисел. После этого в каждом подмножестве нашли суммы чисел  $S_1, S_2, \dots, S_{10}$ . Какое наибольшее количество чисел из  $S_1, S_2, \dots, S_{10}$  может быть кратно 11?

2) Бельчата из трёх разных лесов собрались на встречу. После встречи бельчонок из хвойного леса сказал: «Теперь я знаю в два раза больше бельчат, чем вчера». Бельчонок из лиственного леса сказал: «Теперь я знаю в три раза больше бельчат, чем вчера». Бельчонок из елового леса сказал: «Теперь я знаю в четыре раза больше бельчат, чем вчера». Докажите, что кто-то из бельчат обсчитался. Предполагается, что до встречи каждый бельчонок знал бельчат только из своего леса, а после – из всех трёх лесов.

3) На стороне  $KN$  параллелограмма  $KLMN$  выбрана точка  $P$ , а на продолжении этой стороны за точку  $N$  выбрана точка  $Q$ , причем  $KP = PQ$ . Прямые  $LP$  и  $MN$  пересекаются в точке  $T$ , а прямые  $LQ$  и  $MN$  – в точке  $R$ . Докажите, что  $MR = RT$ .

4) В последовательности действительных чисел  $\{x_n\}$  известно, что  $x_1 = 17$ ,  $x_2 = 83$ , и все члены при  $n \geq 3$  удовлетворяют соотношению

$$x_{n+1} = x_{n-1} - \frac{1}{x_n}.$$

Какое максимальное количество членов может быть в этой последовательности?

5) Найдите сумму всех натуральных делителей числа  $N = 3^3 \cdot 4^4 \cdot 25^3$ .