

Математика. 9 класс

2 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1) Числа a , b , c удовлетворяют равенствам $a(a + 1) = b(b + 1) = c(c + 1)$. Докажите, что $(a - b)(b - c)(c - a) = 0$.

2) На доске нарисована прямоугольная таблица 5×8 , в клетки которой Вася хочет расставить числа 3 и 1 так, чтобы в каждом столбце и в каждой строке сумма чисел делилась на 7. Удается ли ему это сделать?

3) В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD биссектриса угла B пересекает отрезок AD в точке M . Известно, что $AB = 4$, $BC = 9$ и $CD = 3$. В каком отношении точка M делит отрезок AD ?

4) Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение
$$x^2 y^3 = 3^{15} \cdot 20^{20} \cdot 5^{15}?$$

5) В последовательности $\{x_n\}$ $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{5}$, и все члены при $n \geq 3$ удовлетворяют соотношению $\frac{x_n}{x_{n-1}} = \frac{x_{n-2}}{2x_{n-2} - x_{n-1}}$. Найдите x_{100} .

Математика. 9 класс

3 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1) Числа x , y , z удовлетворяют равенствам $z(z + 1) = x(x + 1) = y(y + 1)$. Докажите, что $(x - y)(y - z)(z - x) = 0$.

2) На доске нарисована прямоугольная таблица 7×10 , в клетки которой Вася хочет расставить числа 3 и 1 так, чтобы в каждом столбце и в каждой строке сумма чисел делилась на 9. Удается ли ему это сделать?

3) В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC биссектриса угла D пересекает отрезок AB в точке M . Известно, что $BC = 5$, $CD = 7$ и $DA = 6$. В каком отношении точка M делит отрезок AB ?

4) Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение
$$x^3 y^5 = 3^{50} \cdot 6^{50} \cdot 10^{33}?$$

5) В последовательности $\{x_n\}$ $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{5}{8}$, и все члены при $n \geq 3$ удовлетворяют соотношению $x_{n-1}(x_n + x_{n-2}) = 2x_n x_{n-2}$. Найдите x_{101} .