Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	3	7	0	8	1	9

КГЭУ

Адрес площадки проведения

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия АБДУЛЛАЕВ

Имя АЛМАЗ

Отчество РУСЛАНОВИЧ

Дата рождения 6 апреля 2004 **Класс** 8

ОУ, местоположение Инженерный лицей-интернат КНИТУ-КАИ, Казань

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 10.03.19

Номер телефона 89274239137 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	3	7	0	8	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

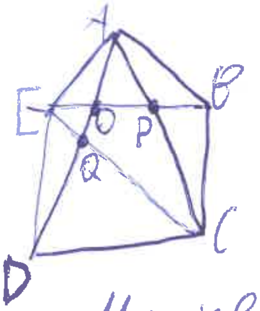
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

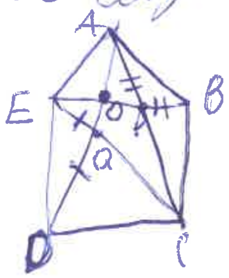
Сначала начертим этот пятиугольник:

1	2	3	4	5	Σ
0	0	20	20	20	60

30√



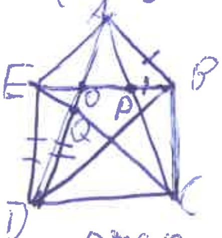
Мы не знаем какие ~~углы~~ стороны у △ABP и △DEQ равны, поэтому рассмотрим все случаи. Сначала я взял, что AP = BP, а EQ = DQ.



Значит $\angle EQD = \angle APB = 80^\circ \Rightarrow$ $\angle OQC = \angle OPC = 80^\circ$ ($\angle OQC$ и $\angle EQC$ – верт., а $\angle APB$ и $\angle OPC$ – тоже вертикальные);

~~$\angle APO = \angle APB$~~ $\angle APO + \angle APB = 180 \Rightarrow \angle APO = 180 - \angle APB$; ~~$\angle APB = \frac{180-80}{2} = 50 \Rightarrow$~~ $\angle APO = 100^\circ$, △APO – равноб., а раз $\angle APO = 100^\circ \Rightarrow OP = AP \Rightarrow \angle AOP = \frac{180-100}{2} = 40^\circ$, $\angle AOP = 40^\circ \Rightarrow \angle QOP = 180 - 40 = 140^\circ \Rightarrow \angle QCP = 360 - (80+80+140) = 60^\circ$, так-же можно и через △EQD;

теперь возьмем, что PB = AB, а ED = DQ (когда AP = AB, а ED = EQ ответ такой-же)



$\angle APB = \frac{180-80}{2} = 50$; $\angle EQD = \frac{180-80}{2} = 50$; $\angle OQC = \angle EQD = 50^\circ$; $\angle OPC = \angle APB = 50^\circ$; $\angle APO = 180 - 50 = 130^\circ$; $\angle AOP = \frac{180-130}{2} = 25^\circ$; $\angle POQ = 180 - 25 = 155^\circ \Rightarrow$ $\angle PCQ = 360 - (50+50+155) = 105^\circ$. ~~Если~~

Если ED = EQ, а AP = BP, так-же; если ED = QD, а AB = AP, так-же (105°), если EQ = DQ, а AB = BP, или AP = BP, а ED = DQ →

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

тогда решений нет, так-же как в вариантах, что ~~EQ~~ EQ=ED, а AP=BP; EQ=QD, а AB=AP; если в △EQD, основание не ED, то решений нет; если в △APD, основание не AD, то решений нет.

Ответ: ∠ACE=105° или 60° +20б

№4

+20б

Сначала, рассмотрим вариант, где мы взяли 15 шишек, у нас 15 баллов, если мы берём 1 шишку и меняем на 1 гриб, то количество баллов возрастает, пока мы не доходим до варианта: 8 шиш. и 7 гр., если мы дальше будем менять грибы на ягоды, то баллы будут уменьшаться, а если мы будем менять шишки на ягоды, то баллы будут увеличиваться, до момента: 0 шиш. 6 гр. 9 яг., дальше у нас нет шишек; дальше рассматриваем только грибы и ягоды, надо найти x гр. и y ягод, чтобы x+y=15 и чтобы x·y·3, было наибольшим из возможного, такие варианты: x=7, а y=8 или x=8, а y=7, которые дают нам наибольшее число: 168 и 7+8=15 => мы можем набрать максимум 168 баллов.

Ответ: 168

№5

Было сыграно 67 партий, а в одной партии играют 2 бельчонка; значит складывая кол. партий сыгранных каждым бельчонком

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

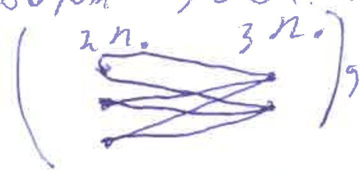
Вариант № 1 | M A 0 0 0 0 3 7 0 8 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

мы получим: $61 \cdot 2 = 122$; возьмём, что все сыграли 2 раза, тогда складывая мы получаем: $50 \cdot 2 = 100$; нам не хватает $122 - 100 = 22$ игры; $3 > 2$ на 1, значит меняя 2 на 3, мы будем прибавлять 1 игру $\Rightarrow$ нам надо чтобы 28 бельч. сыграли 2 партии, а 22 бельчонка сыграли 3 партии; чтобы ни- ~~Ответ: Возможно~~ каки два бельчонка сыгравшие 3 партии не играли друг с другом, надо чтобы $28 \cdot 2$ было равно $22 \cdot 3$, но $28 \cdot 2 = 56$, а $22 \cdot 3 = 66$, а $56 \neq 66$, значит это невозможно. +20б

Ещё можно доказать так: каждые 2 бел. которые играли 3 партии „закрывают" 3 бел. которые сыграли 2 партии,



значит надо чтобы $28 \vdots 3$, а $22 \vdots 2$, но $28 \not\vdots\, 3 = 7$, что это невозможно.

Ответ: невозможно, что бельчонки сыгравшие 3 партии не играли между собой.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	3	9	9	5	1	9

КГЭУ

Адрес площадки проведения

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Нужина

Имя Дарья

Отчество Юрьевна

Дата рождения 25.06.04 **Класс** 8

ОУ, местоположение МБОУ СОШ №3 с УИОП г. Бугульма

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы** 10.03.19

Номер телефона 89274971451 **Подпись** Нуж

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	3	9	9	5	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1

k - натуральное число

Док-ть, что $30k+1$, $30k+29$ - обязательно простые

Для доказательства того, что $30k+1$ и $30k+29$ - простые числа, докажем, что остальные не будут являтся простыми

1) Если чётное число 30 умножить на любое число и прибавить к нему чётное число, то в итоге получится чётное число. Чётные числа не являются простыми, т.к делятся на 2 (не считая 2, т.к. k-натур. число)

Значит, числа $30k+2$, $30k+4$, $30k+6$, $30k+8$... $30k+28$ - не простые

2) Число 30 делится на 3. Если число, кратное 3 умножить на любое число и прибавить к нему кратное трём, то получится число, кратное 3. Числа, кратные 3, не являются простыми (не считая 3, т.к. k-нат.ч)

Значит, числа из оставшихся $30k+3$, $30k+9$, $30k+15$, $30k+21$, $30k+27$ - не простые

3) Число 30 делится на 5. Если число, кратное 5 умножить на любое число и прибавить к нему кратное 5, то получится число, кратное пяти

Значит, числа из оставшихся $30k+5$, $30k+25$ - не простые

4) Остаются числа: $30k+1$, $30k+7$, $30k+11$, $30k+17$, $30k+19$, $30k+23$, $30k+29$

Их 8 штук. По условию из всех чисел 8 простые. Значит все эти оставшиеся числа простые.

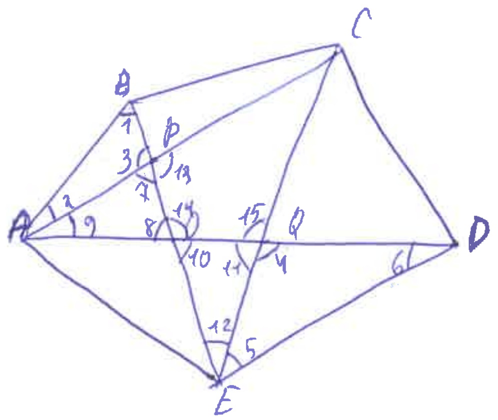
+20б

В их состав входят $30k+1$, $30k+29$, ч.т.д.

N3

1	2	3	4	5	Σ
20	6	20	6	2	54

30б



Найти значения ∠ACE.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	3	9	9	5	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

1) Обозначим все углы цифрами так, как показано у меня на чертеже
$\triangle ABP$ и $\triangle DEQ$ - равнобедренные с одним из углов, равным 80°
Также $\triangle APO$ и $\triangle EQO$ - равнобедренные
Рассмотрим все возможные значения.
Для нахождения $\angle ACE$, нам понадобится $\angle 3$ и $\angle 4$, входящие в равнобедренные Δ-ки.

1. Рассмотрим вариант, если $\angle 3 = 50°$ ($\angle 1 = 80$ либо $\angle 2 = 80°$; $(180-80):2=50$)
Существуют 2 варианта: а) $\angle 4 = 80°$
б) $\angle 4 = 50°$

~~а) $\angle 4 = 80°$, $\angle 11 = 100°$, $\angle 15 = 20°$~~

$\angle 7 = 180 - 50 = 130°$, $\angle 9 = \angle 8 = 25°$, $\angle 8 = \angle 10 = 25°$, $\angle 13 = 50°$, $\angle 14 = 155°$

а) $\angle 4 = 80°$, $\angle 11 = 100°$, $\angle 10 = \angle 12 = 40°$, но $\angle 10 = 25°$, значит не подходит
б) $\angle 4 = 50°$, $\angle 11 = 130°$, $\angle 10 = \angle 12 = 25°$, $\angle 15 = 50°$; $\angle ACE = 360 - 50 - 50 - 155 = 105°$

2. Рассмотрим вариант, если $\angle 3 = 80°$ ($\angle 1 = \angle 2 = 50°$)
Существуют также 2 варианта: а) $\angle 4 = 80°$
б) $\angle 4 = 50°$

$\angle 7 = 180 - 80 = 100°$; $\angle 9 = \angle 8 = 40°$, $\angle 13 = 80°$, $\angle 14 = 140°$, $\angle 8 = \angle 10 = 40°$

а) $\angle 4 = 80°$, $\angle 11 = 100°$; $\angle 10 = \angle 12 = 40°$, $\angle 15 = 80°$; $\angle ACE = 360 - 80 - 80 - 140 = 60°$
б) $\angle 4 = 50°$, $\angle 11 = 130°$, $\angle 10 = \angle 12 = 25°$, но $\angle 10 = 40°$, значит не подходит

3. При вычислениях значений углов я использовало свойства вертикальных и смежных углов.

Ответ: $\angle ACE = 105°$ или $\angle ACE = 60°$

+20б

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 3 9 9 5 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

15 шишек – по 1 баллу
15 грибов – кол-во баллов, равное удвоенному кол-ву шишек
15 ягод – кол-во баллов, равное утроенному кол-ву грибов
Надо выбрать 15 предметов из 45, при этом получить максимальное кол-во баллов

1) Во-первых, найдём самое выгодное соотношение шишек и грибов для одинакового кол-ва ягод.
Возьмём, к примеру, 7 ягод.
Существуют 3 варианта: а) шишек должно быть больше
б) шишек должно быть меньше
в) равное кол-во шишек и грибов

а) Например, 5 шишек, 3 гриба и 7 ягод
за шишки – $1 \cdot 5 = 5$ б
за грибы – $(5 \cdot 2) \cdot 3 = 30$ б
за ягоды – $3 \cdot 3 \cdot 7 = 63$ б
Всего: 98 баллов

б) Например, 3 шишки, 5 грибов и 7 ягод
за шишки – $1 \cdot 3 = 3$ б
за грибы – $(3 \cdot 2) \cdot 5 = 30$ б
за ягоды – $(5 \cdot 3) \cdot 7 = 105$ б
Всего: 138 баллов

в) Например, 4 шишки, 4 гриба и 7 ягод
за шишки – 4 б
за грибы – 32 б
за ягоды – 84 б
Всего: 120 баллов

Значит, наилучший вариант, шишек должно быть меньше
2) Во-вторых, найдём наилучшее кол-во шишек
а) 1 шишка – 1 б
7 грибов – 14 б
7 ягод – 147 б
Всего: 162 б

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 3 9 9 5 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

б) 2 шишки – 2б
6 грибов – 24б
7 ягод – 126 б
Всего: 152б

Значит, наилучший вариант – 1 шишка

3) В-третьих, найдем наилучшее кол-во грибов

а) 1 шишка – 1б
5 грибов – 10б
9 ягод – 135б
Всего: 146б

б) 1 шишка – 1б
9 грибов – 18б
5 ягод – 135б
Всего: 154б

в) 1 шишка – 1б
13 грибов – 26б
1 ягода – 39б
Всего: 66б

а если шишек 0
грибов 7
ягод 8, то 3·7·8 = 168 баллов

частные случаи рассмотрены!

6б

г) Из всех вариантов ~~наш~~ наилучшим будет 1 шишка, 7 грибов, 7 ягод, т.к. при умножение учитывается не только кол-во предыдущих продуктов, но и последующих

Баллов всего набирается: 1б + 14б + 147 = 162б

Ответ: 162 балла

№2

почему так!

$\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = \frac{25}{12}$, значит $ab = 12^2 = 144$

частный случай при отсутствии решения

6б.

?

$a+b=25$, $a \cdot b = 144$

почему?

Существует только одна пара чисел, удовлетворяющих условие: 9 и 16

Значит, $a=9$, $b=16$, либо $a=16$, $b=9$

Ответ: $\frac{9}{16}$ или $\frac{16}{9}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 9 | 9 | 5 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

1) Всего 50 бельчат

Была сыграна 61 партия

Каждый бельчонок сыграл либо 2, либо 3 партии

Возможно ли, что никакие 2 бельчонка, сыгравшие по 3 партии, не играли между собой.

1. Если это возможно, то бельчок, сыгравший 3 партии, должен играть с тремя бельчатами, сыгравшими по 2 партии. И также с ними играет второй бельчонок, сыгравший 3 партии.

В виде схемы это будет выглядеть так:

$1_2, 2_2, 3_2 \to 1_3$ $\quad$ $1_2, 2_2, 3_2 \to 2_3$

Почему они играют с теми же самыми?

x_2 - бельчата, играющие 2 партии

x_3 - бельчата, играющие 3 партии

Это значит, что между 5-ю бельчатами будет сыграно 6 партий.

Всего играло 50 бельчат, значит всего сыграно: $6 \cdot 10 = 60$ партий. Но это противоречит условию. Было сыграно 61 партия. Значит, обязательно найдутся 2 бельчонка, сыгравшие по 3 партии, которые играли между собой 2б незначительное продвижение.

Ответ: нет, не возможно

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	4	1	1	4	1	9

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 1

Фамилия КОЧУБЕЙ

Имя АНДРЕЙ

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 25.12.2003 **Класс** 8

ОУ, местоположение МАОУ ОК „Покровский", г. Красноярск

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 10.03.2019

Номер телефона +7-902-965-11-85 **Подпись** Коч

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 4 1 1 4 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №1.

Пусть n – натуральное число. Тогда пусть 2n – некое чётное число, тогда $30k+2n=2\cdot(15k+n)$ – составное, значит, что $30k+m$, где m – это натуральное число от 1 до 29, m – нечётное. Т.к. $30k+3n=3(10k+n)$ – составное $\Rightarrow$ m не делится на 3. И так как $30k+5n=5(6k+n)$ – составное $\Rightarrow$ m не делится на 5. Тогда для того, чтобы $30k+m$ было простым, нужно, чтобы m не делилось ни на 2, ни на 3, ни на 5, а единственные такие натуральные числа от 1 до 29 (включительно) являются: 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, а их всего 8, значит, что $30k+1$, $30k+7$, $30k+11$, ..., $30k+29$ – простые, то есть $30k+1$ и $30k+29$ обязательно простые, что и требовалось доказать.

1	2	3	4	5	Σ
20	6	12	20	20	78

30

Задание №5

Пусть утверждение верно (про то, что никакие два бельчонка ~~...~~ сыгравшие по 3 партии, не играли друг с другом). Тогда давайте представим всё в виде двудольного графа, где вершины – это бельчата, рёбра – это сыгранная партия (то есть, если два бельчата сыграли партию, то между ~~ними есть~~ их соответствующими вершинами есть ребро), в первой доли находятся вершины бельчат, сыгравшие по 2 партии, а

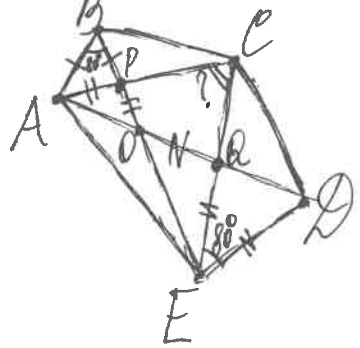
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

во второй доле-вершины бельчат, сыгравшие по 3 партии. Причём во второй доле у нас все вершины не имеют общих рёбер...

Раз в турнире всего было 61 партия, значит, что в нашем графе всего 61 ребро и 50 вершин, тогда сумма степеней всех вершин графа составляет $61 \cdot 2 = 122$ (т.к. каждое ребро имеет ровно по 2 вершины). Причём каждая вершина имеет хотя бы 2 ребра, значит, что вершин, у которых ~~по~~ степень составляет 3 ребра, всего $122 - 50 \cdot 2 = 22$, то есть во второй доле у нас ровно 22 вершины, а в первой $50 - 22 = 28$ вершин. Тогда из второй доли в первую исходит ровно $22 \cdot 3 = 66$ ~~вершин~~ рёбер, а из первой во вторую может исходить не больше $28 \cdot 2 = 56$ рёбер, а $66 > 56$. Противоречие, значит, что какие-нибудь два бельчонка, сыгравшие по 3 партии, играли между собой.

+20б

Ответ: нет, не возможно.



Задание №3.

Дано: $ABCDE$ - выпуклый пятиугол.,

$AC \cap BE = P$, $BE \cap AD = O$, $CE \cap AD = Q$,

$\angle DEQ = \angle ABP = 80°$, $DE = EQ$, $DQ = EQ$,

$AP = PO$, $AB = BP$.

Найти: $\angle ACE$.

Решение:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | MA000041 1419

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Решение:

Т.к. $\triangle ABP$ и $\triangle DEQ$ – равнобедренные, $\angle DEQ = \angle ABP = 80^\circ \Rightarrow \angle EQD + \angle EDQ = 180^\circ - \angle DEQ = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$, $\angle BAP = \angle APB$, $\angle APB + \angle PAB = 180^\circ - \angle ABP = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$; $\angle EDQ = \angle EQD \Rightarrow \angle EQD = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$; $\angle APB = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$.

Т.к. $\angle EQD$ и $\angle DQC$ – вертикальные, $\angle APB$ и $\angle OPC$ – вертикальные, $\angle APB = \angle EQD = 50^\circ \Rightarrow \angle OPC = \angle OQC = 50^\circ$.

Т.к. $\angle EQD = 50^\circ$, $\angle EQD$ и $\angle OQE$ – смежные $\Rightarrow \angle OQE = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

Т.к. $\triangle OQE$ – равнобедренный ($OQ = QE$) и $\angle OQE = 130^\circ \Rightarrow \angle QOE = \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ$

Т.к. $\angle POQ$ и $\angle QOE$ – смежные, $\angle QOE = 25^\circ \Rightarrow \angle POQ = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$.

Т.к. $\angle POQ + \angle OQC + \angle OPC + \angle PCQ = 360^\circ$, $\angle POQ = 155^\circ$, $\angle OQC = \angle OPC = 50^\circ \Rightarrow \angle PCQ = 360^\circ - 155^\circ - 50^\circ \cdot 2 = 360^\circ - 255^\circ = 105^\circ \Rightarrow \angle ACE = 105^\circ$

Ответ: $\angle ACE = 105^\circ$. один из двух случаев 12б

Задание №4.

Пусть a – это кол-во шишек, которые выбрал Бельчонок, b – кол-во грибов, а c – это кол-во ягод. Тогда из условия следует, что Бельчонок получит $a + 2ab + 3bc$ баллов. И нетрудно заметить, что $a + 2ab + 3bc = a \cdot (2b+1) + 3bc$, (заметим, что $b \neq 0$, т.к. кол-во очков будет равно a, что не лучший вариант) причём при натуральных b, $2b + 1 \leq 3b$ (равенство только при $b = 1$), значит,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 MA00004111419

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

что, ~~наибольшие~~ при большем с кол-во баллов лучше, чем при большем a, то есть для получения наибольшего кол-ва баллов нам нужно как можно большие c, чем a, и если a сделать хотя бы на один меньше, a c на один больше, то кол-во баллов станет меньше. А при $a=0$, кол-во баллов равно $3bc$, и наибольшее произведение bc, где $b+c=15$, является $7\cdot 8=56$, то есть кол-во баллов будет равно $56\times 3=168$. А при $a=1$, то баллы будут составлять: $b=1 \Rightarrow 42$ баллов; $b=2 \Rightarrow 77$ баллов; $b=3 \Rightarrow 106$ баллов; $b=4 \Rightarrow 129$ баллов; $b=5 \Rightarrow 146$ баллов; $b=6 \Rightarrow 157$ баллов; $b=7 \Rightarrow 162$ б; $b=8 \Rightarrow 161$ б; $b=9 \Rightarrow 154$ б; $b=10 \Rightarrow 141$ б; $b=11 \Rightarrow 122$ б; $b=12 \Rightarrow 97$ б; $b=13 \Rightarrow 66$ баллов; $b=14 \Rightarrow 29$ баллов; ~~$b=0 \Rightarrow 1$ балл~~, заметим, что всё меньше 168 баллов, а при больших a результаты будут ещё меньше (т.к $2b+1\leq 3b$, при $b\neq 0$), поэтому максимальное кол-во баллов составляет 168 баллов.

+20б

Ответ: 168 баллов.

Задание №2

$$\frac{a+b}{\sqrt{ab}}=\frac{25}{12} \Rightarrow \frac{(a+b)^2}{ab}=\frac{625}{144} \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{ab}+2=\frac{625}{144} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{337}{144} \Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{337}{144},$$ к данному выражению подходит только $\frac{9}{16}+\frac{16}{9}=\frac{337}{144}$, значит, что $\frac{a}{b}=\frac{9}{16}$ или $\frac{a}{b}=\frac{16}{9}=1\frac{7}{9}$.

почему? частный случай.

Ответ: $\frac{9}{16}$ или $1\frac{7}{9}$

6б

Лист 4 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

M	A	0	0	0	0	5	5	7	3	1	9

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Фельдрин

Имя Денис

Отчество Давыдович

Дата рождения 25.5.2004 **Класс** 8

ОУ, местоположение МБОУ Лицей №10, г. Красноярск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 10.3.19

Номер телефона 89509951292 **Подпись** Фел

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	5	5	7	3	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Заметим, что числа $30K+2$, $30K+4$, $30K+6$.. составные, т.к. их можно разложить на $2(15K+1)$, $2(15K+2)$ ... и т.д.

Так же можно заметить, что числа $30K+3$, $30K+6$ $30K+9$ $30K+12$.. аналогично раскладываются на $3(10K+1)$, $3(10K+2)$... и т.д.

То же самое работает и с числами $30K+5$, $30K+15$, $30K+25$: $5(6K+1)$, $5(6K+3)$ $5(6K+5)$.

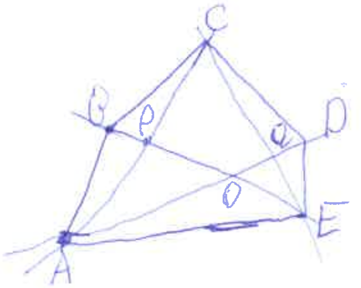
В итоге у нас осталось 8 чисел: $30K+1$, $30K+7$, $30K+11$, $30K+13$, $30K+17$, $30K+19$, $30K+23$, $30K+29$.

В изначальном ряде чисел было 8 простых чисел. Т.к. мы удалили все составные числа, и их осталось 8 то все оставшиеся числа простые, значит числа $30K+1$ и $30K+29$ простые, ч.т.д. +20б.

№3

Дано:
выпуклый пятиугольник $ABCDE$, BE и AC пересек. в P, CE и AD пересек. в Q, AD и BE пересек. в O, $\triangle BPA$ и $\triangle DEQ$ равнобедренные, $\angle$ при вершине $= 80^\circ$, $\triangle APO$ и $\triangle EQO$ равнобедренные

Найти: значения $\angle ACE$

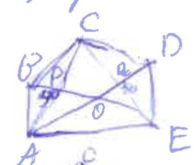


1	2	3	4	5	Σ
20	0	16	20	0	56

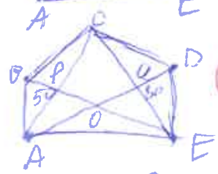
3о

Решение:

В условии не сказано, какие углы в равнобедренных треугольниках равны. Поэтому возможно 4 случая:



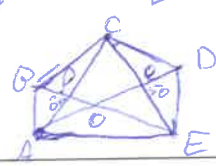
+ 1 случай: $AB=PB$ или $AB=AP$, тогда $\angle BPA = 50^\circ$ а так же $QD=ED$ или $QE=DE$, тогда $\angle DQE=50^\circ$
~~2 случай~~;



2 случай: $\angle BPA=50^\circ$, но $QD=QE$, и $\angle DQE=80^\circ$

+16б

Всего два случая, т.к. в задаче сказано, что угол при вершине, а не при основании!



3 случай: $BP=AP$, значит $\angle BPA=80^\circ$ и $\angle DQE=50^\circ$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

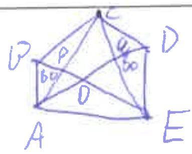
Вариант № 1 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 | 7 | 3 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

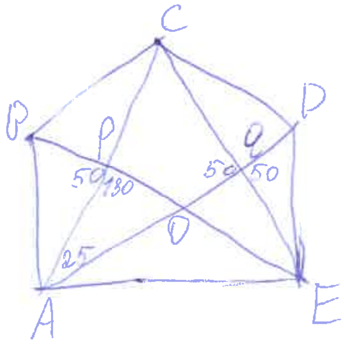
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4 случай: $\angle BPA = 80^\circ$ и $\angle DQE = 80^\circ$

+



Рассмотрим первый случай:



$\angle BPA = 50^\circ$ и $\angle DQE = 50^\circ$

$\left.\begin{array}{l}\angle BPE \text{ развёрнутый} \\ \angle BPA = 50^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \angle OPA = 130^\circ$

$\left.\begin{array}{l}\Delta OPA \text{ – равнобедр. (по условию)} \\ \angle OPA = 130^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \angle PAO = 25^\circ$

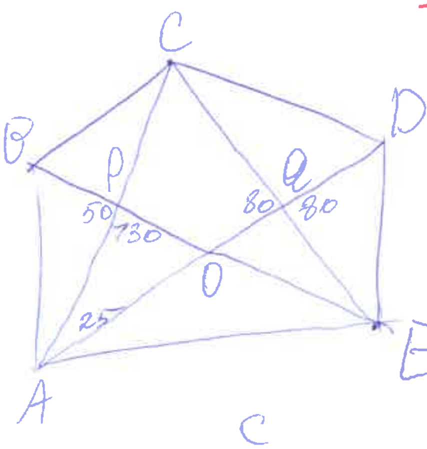
$\angle DQE = 50^\circ \Rightarrow \angle CQA = 50^\circ$ (т.к. они вертикальные

Теперь рассмотрим ΔACQ:

$\left.\begin{array}{l}\angle CAQ + \angle AQC + \angle QCA = 180^\circ \text{ (сумма углов треугольника)} \\ \angle CAQ = 25^\circ \\ \angle AQC = 50^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \angle ACQ = \angle ACE = 105^\circ$

+

Рассмотрим второй случай:



$\angle BPA = 50^\circ$, $\angle DQE = 80^\circ$

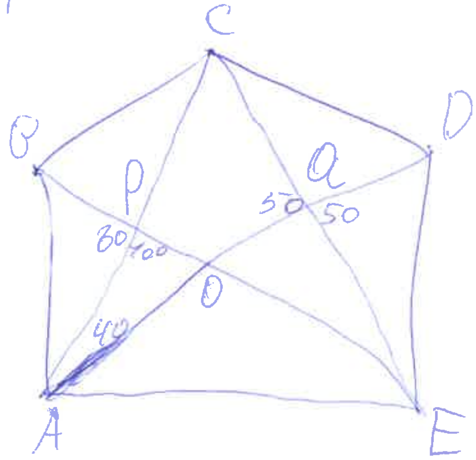
$\angle OPA = 130^\circ$ (т.к. $\angle BPE$ развёрнутый)

$\angle CQA = 80^\circ$ (т.к. $\angle CQA$ и $\angle DQE$ вертик.)

$\angle PAO = 25^\circ$ (т.к. ΔOPA равноб.)

$\angle ACE = 180^\circ - 25^\circ - 80^\circ = 75^\circ$

Рассмотрим третий случай:



$\angle BPA = 80^\circ$, $\angle DQE = 50^\circ$

$\angle OPA = 100^\circ$ (~~развёрнут~~ $\angle BPE$ развёрнутый)

$\angle PAO = 40^\circ$ (ΔOPA равноб.)

$\angle CQA = 50^\circ$ (вертикальные углы)

$\angle ACE = 180 - 40 - 50 = 90^\circ$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

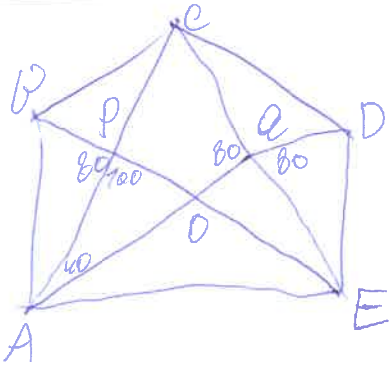
Вариант № 1

N	A	0	0	0	0	5	5	7	3	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим четвёртый случай:



$\angle BPA = 80^\circ$, $\angle DQE = 80^\circ$

$\angle OPA = 100^\circ$ (развёрнутый $\angle BPE$)

$\angle OAP = 40^\circ$ ($\triangle OPA$, равнобедр.)

$\angle CQA = 80^\circ$ (вертикальные)

$\angle ACE = 180 - 40 - 80 = 60^\circ$ +

Ответ: $60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 105^\circ$

№4

Пусть Бельчонок взял a шишек, b грибов и c ягод. Тогда он получит $a + 2ab + 3bc$ очков.

Можно заметить, что наибольший выигрыш в очках дают грибы и ~~орех~~ ягоды. Составим таблицу с кол-вом предметов и очками:

грибов	ягод	очков
0	15	0
1	14	42
2	13	78
3	12	108
4	11	132
5	10	150
6	9	162
7	8	168
8	7	168
9	6	162
10	5	150
11	4	132
12	3	108
13	2	78
14	1	42
15	0	0

Максимальное кол-во очков в таблице — 168. Значит наибольшее кол-во очков, которые мог заработать бельчонок, это 168.

+20б.

Ответ: 168 очков

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	4	8	1	1	1	9

г. Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Острый

Имя Алексей

Отчество Вадимович

Дата рождения 01.08.2004

Класс 8

ОУ, местоположение МАОУ Гимназия №1, г. Канск

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы ~~03.10.~~ 10.03.2019

Номер телефона 89835029399

Подпись Осм

ИНСТРУКЦИЯ. Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	4	8	1	1	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

(30 : 2; k – нат. число и второе слагаемое : 2)

1) Числа $30k+2; 30k+4; 30k+6 \dots 30k+28$ – чётные => они не простые. Таких чисел 14.

(30 : 3; k – нат. число и второе слагаемое : 3)

2) Числа $30k+3; 30k+9; 30k+15; 30k+21; 30k+27$ – : 3 => они не простые. Таких чисел 5.

(30 : 5; k – нат. число и второе слагаемое : 5)

3) числа $30k+5; 30k+25$ – не : на 5 => они не простые. Таких чисел 2.

$14+5+2=21$ простое число из 29.

$29-21=8$ => все числа невходящие в перечень выше простые, а числа $30k+14$

$30k+29$ не входят =>

$30k+1$ и $30k+29$ – простые числа.

+20б

1	2	3	4	5	Σ
20	6	18	20	20	84

3о

№5

$2\cdot(61-(50:2)\cdot 2)=22$ бельчонка сыграли по 3 партии

$22\cdot 3=66$ партий в сумме сыграло 22 тех бельчонка

$50-22=28$ бельчонков сыграло по 2 партии.

+20б

~~$22\cdot 3=66$~~

$28\cdot 2=56$ партий в сумме сыграло тех 28 бельчонков.

$66>56$ => что несколько бельчонков которые играли по 3 партии играли между собой.

Ответ: нет

№4

При ограниченом кол-ве сумме множителей, наибольшее произведение будет квадрат ~~этой тоц~~ половины суммы или произведение множителей отличающихся на 1 (в нашем случае 7 и 8) То есть если бы у нас были бы только шишки и грибы, то максимум балов мы получили взяв сначало 8 шишек и 7 грибов, но поскольку есть ягоды которые управляют это наибольшее произведение, то нужно брать или 7 грибов и 8 ягод или 8 ягод и 7 грибов. Действительно, взяв бы хоть одну шишку мы бы получили меньшее кол-во балов, т.к. В этом можно убедиться не-посредствено посчитав. А так мы получим за грибы $0\cdot 2\cdot 7=0$ балов, а за ягоды $7\cdot 3\cdot 8=168$ балов. В сумме мы получим 168 балов, что и является наибольшим количеством балов, которых возможно получить.

+20б

Ответ: 168 балов.

№3

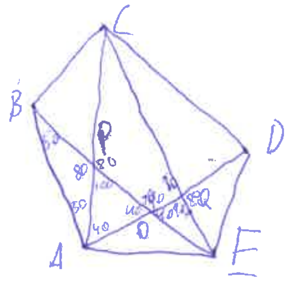
Дано:

$\triangle ABP$, $\triangle APO$, $\triangle DEQ$, $\triangle EQO$ } равнобедренные

в $\triangle ABP$ и $\triangle DEQ$ угол при вершине 80°

Найти: $\angle ACE$

1)



I) Если $\angle APB = 80°$, то

$\angle APO = 180 - \angle APB = 180 - 80 = 100°$ (смежные)

$\angle AOP = (180-100):2 = 40°$ ($\triangle APO$ равноб.)

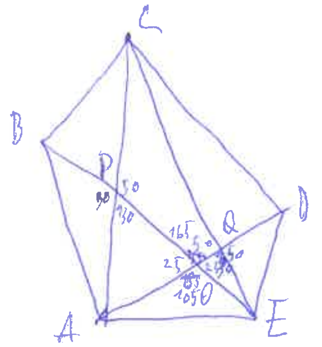
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	4	8	1	1	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$\angle EOQ = \angle AOP$ (верт. $\angle$)

$\angle OQE = 180 - 40 \cdot 2 = 100°$ ($\triangle OQE$ – равноб. иначе бы в $\triangle$ QED не было бы $\angle = 80°$)

$\angle EQD = 180° - 100 = 80°$

$\angle OQC = \angle EQD$ (верт.)

$\angle POQ = 180 - 40 = 140°$ (смежные $\angle$)

$\angle ACE = 360 - 140 - 80 - 80 = 60°$ (по теор. суммы $\angle$ четырехуг.; четырехуг. CPOQ)

II Если $\angle APB = 80°$, то

$\angle APB = (180 - 80) : 2 = 50°$ ($\triangle ABP$ – равноб.)

$\angle APO = 180 - \angle APB = 180 - 50 = 130°$ (смежные)

$\angle AOP = (180 - 130) : 2 = 25°$ ($\triangle APO$ – равноб.)

$\angle AOP = \angle EOQ = 25°$ (вертикальные)

$\angle OQE = 180 - 25 \cdot 2 = 130°$ ($\triangle OQE$ – равноб.; иначе бы в $\triangle EQD$ не будет $\angle = 80°$) $\Rightarrow$

! $\angle EQD = 180 - 130 = 50°$ (смежные)

$\angle POQ = 180 - 25° = 155°$ (смежные)

$\angle OPC = \angle APB = 50$ (верт.) $\Rightarrow$

$\angle OQC = \angle EQD = 50°$ (верт.)

$\angle ACE = 360 - \angle POQ - \angle OPC - \angle OQC =$

$= 360 - 155 - 50 - 50 = 105°$ (по теор. суммы $\angle$в четырех.; четырехуг. CPOQ)

Ответ: или 80° или 95°

+18б

№2

$$\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = \frac{25}{12}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = \frac{a}{\sqrt{ab}} + \frac{b}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{a}{b}}^{-1}$$

$$\frac{25}{12} = \frac{9}{12} + \frac{16}{12} = \frac{3}{4} + \frac{4}{3}$$

подбор!

6б.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{a}{b}}^{-1} = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{3}{4} \text{ или } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{9}{16} \text{ или } \frac{16}{9}$$

Ответ: $\frac{9}{16}$; $\frac{16}{9}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Красноярск, СФУ

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	3	9	5	6	1	9

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Иванченко

Имя Святослав

Отчество Игоревич

Дата рождения 11.06.2004 **Класс** 8

ОУ, местоположение г. Красноярск, МАОУ Лицей № 7

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы** 10.03.2019

Номер телефона +79504036655 **Подпись** ________

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 3 9 5 6 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 1

30k+1 ~~30k+2~~ ~~30k+3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ 7 ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ 11 ~~12~~ 13 ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~ 17 ~~18~~ 19 ~~20~~ ~~21~~ ~~22~~ 23 ~~24~~ ~~25~~ ~~26~~ ~~30k+27~~ ~~28~~ 29

Так как $k \in N$, то каждое из этих чисел превышает 30.

Так как 30 делится на 2, числа $30k+2$; $30k+4$; ... $30k+28$ будут делиться на 2, и будут составные. Вычеркнем их.

Аналогично, $30 \vdots 3 \to 30k+3$; $30k+6$; ... $30k+27$ — составные. Вычеркнем их.

Аналогично, $30 \vdots 5 \to 30k+5$; $30k+10$; ... $30k+25$ — составные. Вычеркнем их.

+20б

Осталось 8 чисел. Так как по условию 8 простых, то все эти числа — простые. Среди них есть числа $30k+1$ и $30k+29$. Следовательно, они простые. #

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	20	100

30

N2

$\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = \frac{25}{12} \to 12a+12b = 25\sqrt{ab} \to 12\sqrt{a}\sqrt{a} - 25\sqrt{a}\sqrt{b} + 12\sqrt{b}\sqrt{b} = 0 \to 12\sqrt{a}\sqrt{a} - 9\sqrt{a}\sqrt{b} - 16\sqrt{a}\sqrt{b} + 12\sqrt{b}\sqrt{b} = 0 \to$

$\to 3\sqrt{a}(4\sqrt{a} - 3\sqrt{b}) - 4\sqrt{b}(4\sqrt{a} - 3\sqrt{b}) = 0 \to (4\sqrt{a} - 3\sqrt{b}) \cdot (3\sqrt{a} - 4\sqrt{b}) = 0$

$3\sqrt{a} - 4\sqrt{b} = 0$ или $4\sqrt{a} - 3\sqrt{b} = 0$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | M | A | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 9 | 5 | 6 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$3\sqrt{a}=4\sqrt{b}$

$9a=16b$

$\frac{a}{b}=\frac{16}{9}$

$4\sqrt{a}=3\sqrt{b}$

$16a=9b$

$\frac{a}{b}=\frac{9}{16}$

Ответ: $\frac{16}{9}$ или $\frac{9}{16}$.

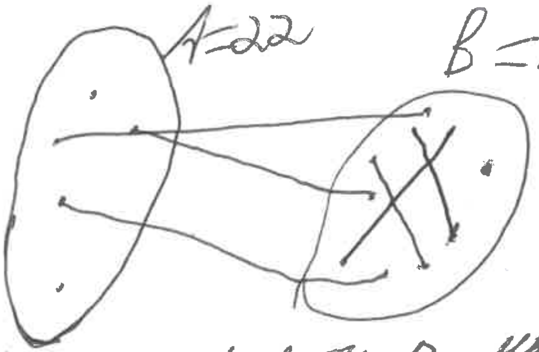
+20б

№ 5

Пусть
x (бельчат) сыграло 3 партии
50−x (бельчат) сыграло 2 партии
Тогда всего партий было $\frac{3x+2(50-x)}{2}$.

$\frac{3x+2(50-x)}{2}=61 \Rightarrow 3x+100-2x=122 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=22;\ 50-x=28$



+20б

Предположим, что никакие 2 бельчонка, сыгравшие по 3 партии, не играли между собой. Соединим на графе линией бельчат, которые играли между собой (рисунок выше). Посчитаем количество ~~этих~~ линий, соединяющих бельчат из множества A и бельчат из множества B. С одной стороны, их $22\cdot3=66$. С другой стороны, их не больше $28\cdot2=56$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 МА0000395619

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Получаем противоречие. Следовательно, утверждение неверно. Ответ: нет.

№4

По условию, количество баллов равно $Ш + Г \cdot 2Ш + Я \cdot 3Г = Ш + 2ШГ + 3ЯГ$.

При этом $Г + Ш + Я = 15 \rightarrow Я = 15 - Г - Ш$

Получаем: $Ш + 2ШГ + 3ЯГ = Ш + 2ШГ + 3Г(15 - Г - Ш) = Ш + 2ШГ + 45Г - 3Г^2 - 3ГШ = Ш - ШГ + 45Г - 3Г^2 = 45Г - 3Г^2 - Ш(Г-1)$

Отсюда, что если $Г \geq 1$ то ему лучше вместо Ш брать Я.

+20б

$Г = 0$

$Ш + 2ШГ + 3ЯГ = Ш \leq 15$

или

$Г \geq 1 \rightarrow Ш = 0$

$Ш + 2ШГ + 3ЯГ = 3ЯГ$

$Г + Я = 15 \rightarrow Я = 15 - Г$ $\rightarrow 3ЯГ = 3Г(15-Г)$ $\left| x = \frac{15}{2} - Г \right|$ $\rightarrow$

$\rightarrow 3Г(15-Г) = 3 \cdot \left(\frac{15}{2} - x\right)\left(\frac{15}{2} + x\right) = 3\left(\left(\frac{15}{2}\right)^2 - x^2\right) = 3 \cdot 7{,}5^2 - x^2$.

Поскольку $x^2 \geq 0$, то $3ЯГ$ будет тем больше, чем ~~больше~~ меньше x^2, или чем ближе будет $\frac{15}{2} - Г$ к нулю, или чем ближе $Г$ к $\frac{15}{2}$. Отсюда 2 варианта: $Г = 7$ или $Г = 8$: получается $3ЯГ = 3 \cdot 7 \cdot 8 = 168$. Это больше, чем 15 в

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 3 9 5 6 1 9 |

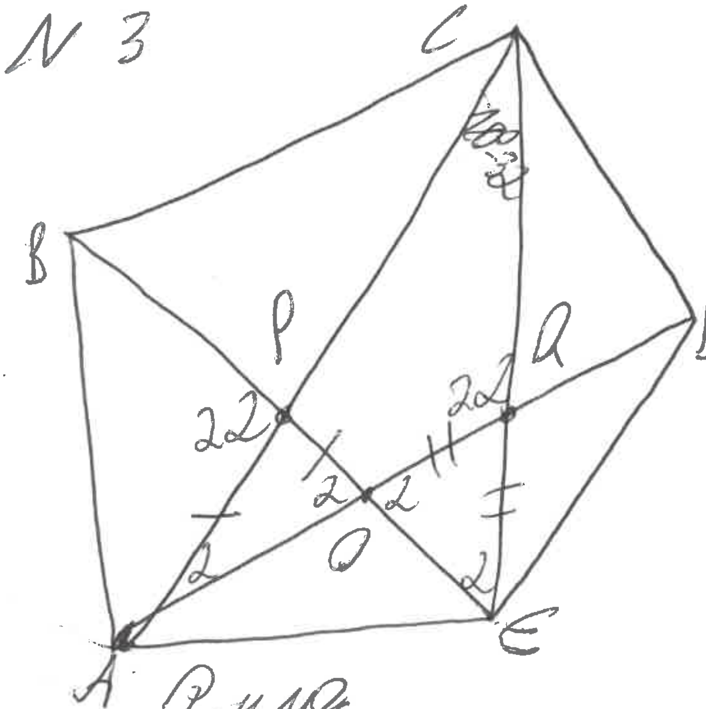
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

первом случае. Значит, бельчонок может получить максимум 168 баллов, взяв, например, 7 грибов и 8 ягод.

Ответ: 168.

N 3



Дано: ABCDE - вып. 5-уг-к; $BE \cap AC = P$; $AD \cap CE = Q$; $AD \cap BE = O$; $\triangle ABP$ и $\triangle DEQ$ - равноб. с $\angle$ при верш. 80°. $\triangle APO$ и $\triangle EQO$ - равноб.

Найти: $\angle ACE$.

Р-ние

1) $\triangle ABP$ - равноб. угол при верш. $= 80°$ | $\Rightarrow$ углы при осн. $= \frac{180° - 80°}{2} = 50°$ $\rightarrow$

$\triangle DEQ$ - равноб. угол при верш. $= 80°$ | $\Rightarrow$ углы при осн. $= \frac{180° - 80°}{2} = 50°$ $\rightarrow$

$\rightarrow \angle APB = 80° \rightarrow \angle APO = 100°$

$\rightarrow \angle DQE = 80° \rightarrow \angle EQO = 100°$

2) $\triangle APO$ - равноб. $\angle APO = 100° \Rightarrow \angle APO$ - тупой | $\rightarrow \angle APO$ - при верш. $\rightarrow AP = PO \rightarrow$

$\triangle EQO$ - равноб. $\angle EQO = 100° \Rightarrow \angle EQO$ - тупой | $\rightarrow \angle EQO$ при верш. $\rightarrow EQ = QO \rightarrow$

$\rightarrow \angle AOP = \angle OAP$

$\rightarrow \angle OEQ = \angle EOQ$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\angle AOP = \angle OAP$
$\angle OEQ = \angle EOQ$
$\angle AOP = \angle EOQ$ (верт.)
$\Rightarrow \angle AOP = \angle OAP = \angle OEQ = \angle EOQ = \alpha$

3) $\triangle APO$
$\angle APB$ – внешн.
$\Rightarrow \angle APB = \angle AOP + \angle OAP = \alpha + \alpha = 2\alpha$

4) $\triangle OQE$
$\angle AQC$ – внешн.
$\Rightarrow \angle AQC = \angle OEQ + \angle EOQ = \alpha + \alpha = 2\alpha$

5) $\triangle AQC$
$\angle A = \alpha$
$\angle Q = 2\alpha$
$\Rightarrow \angle ACQ = 180° - 3\alpha$
$\angle ACE = \angle ACQ$
$\angle APB = 2\alpha$
$\Rightarrow$

+20б

$\Rightarrow \angle ACE = 180° - 1{,}5 \angle APB$
$\angle APB \in \{80°; 50°\}$
$\Rightarrow$

$\rightarrow \angle ACE \in \{60°; 105°\}$.

Ответ: 60° или 105°.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	4	0	6	4	/	9

Красноярск, СФУ
Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 1

Фамилия Бекетов

Имя Александр

Отчество Павлович

Дата рождения 26, 11, 2003 **Класс** 8

ОУ, местоположение МАОУ сш № 152, Красноярск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы** 10.03.2019

Номер телефона 89835030390 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | М А 0 0 0 0 4 0 6 4 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1

Даны 29 чисел $30k+1, 30k+2, \dots, 30k+29$ из которых 8 простые

т.к $30k$ будет всегда делится на 2 (произведение двух чисел из которых одно чётное будет всегда чётным) и сумма двух чётных чисел делится на 2 то они не являются простыми.

Остаются числа: $30k+1; 30k+3; 30k+5; 30k+7; 30k+9; 30k+11; 30k+13; 30k+15; 30k+17; 30k+19; 30k+21; 30k+23; 30k+27; 30k+29$.

1	2	3	4	5	Σ
20	4	12	0	20	56

3 ✓

т.к $30k$ будет всегда делится на 3 (произведение двух чисел из которых одно делится на три будет всегда делится на 3) и сумма двух чисел делящихся на 3, будет делится на 3, то они не являются простыми.

Остаются числа: $30k+1; 30k+5; 30k+7; 30k+11; 30k+13; 30k+15; 30k+17; 30k+19; 30k+23; 30k+29$

т.к $30k$ будет всегда делится на 5 (произведение двух чисел из которых одно делится на 5 будет всегда делится на 5) и сумма двух чисел делящихся на 5, будет делится на 5, то они не являются простыми.

+20б

Остаются числа: $30k+1; 30k+7; 30k+11; 30k+13; 30k+17; 30k+19; 30k+23; 30k+29$ – осталось как раз 8 простых чисел ~~из~~ в которых так-же имеются $30k+1$ и $30k+29$

№ 2

нельзя возводить только знаменатель в квадрат!

найти $\frac{a}{b}$, если $\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = \frac{25}{12} \Rightarrow$?! $\frac{a+b}{ab} = \frac{25}{144} \Rightarrow a = 25-b$ и $a = \frac{144}{b} \Rightarrow$

подбор! 4б

$\Rightarrow 25-b = \frac{144}{b} \Rightarrow b(25-b) = 144$ если $b=9$, то $9(25-9)=144 \Rightarrow$
$= 9 \cdot 16 = 144 \Rightarrow 144=144 \Rightarrow b=9 \Rightarrow a = 25-9 = 16 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{16}{9}$ и все?

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

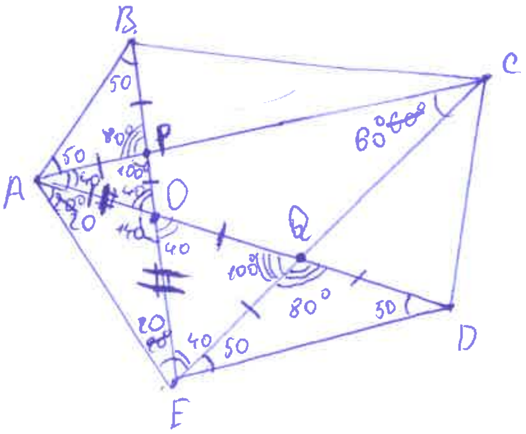
Вариант № 1

М	А	0	0	0	0	4	0	6	4	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3



Дано:

$BE \cap AC (\cdot) P$

$CE \cap AO (\cdot) Q$

$AD \cap BE (\cdot) O$

~~BR = AP~~

$\triangle ABP$ – равнобедр.

$\triangle DEQ$ – равнобедр.

$\angle BPA = \angle EQD = 80^\circ$

$\triangle APO$ – равнобедр

$\triangle EQO$ – равнобедр.

12 б

одно из двух решений найдено

~~Рассмотрим $\triangle APO$ и $\triangle OQE$~~

~~1) $\angle APO = \angle OQE$ (нашли)~~

~~2) $\angle PAO = \angle QEO$ (нашли)~~ $\Rightarrow$

~~3) $\angle POA = \angle QOE$ (вертикальные)~~

Решение

$\angle BPA + \angle APO = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APO = 180^\circ - \angle BPA = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$\angle EQD + \angle EQD = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EQO = 180^\circ - \angle EQD = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$\angle PAO + \angle APO + \angle AOP = 180^\circ \Rightarrow$

$\angle PAO + \angle AOP = 180^\circ - \angle APO = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

т.к $\triangle APO$ равнобедр $\Rightarrow \angle PAO = \angle AOP \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle PAO = \angle AOP = \dfrac{80^\circ}{2} = 40^\circ$

$\angle EQO + \angle QOE + \angle OEQ = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle QOE + QEO = 180^\circ - \angle OQE = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

т.к $\triangle EQO$ – равнобедр $\Rightarrow \angle QOE = \angle OEQ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle QOE = \angle OEQ = \dfrac{80^\circ}{2} = 40^\circ$

~~До~~ Рассмотрим $\triangle APO$ и $\triangle OQE$

1) $\angle APO = \angle OQE$ (нашли)

2) $\angle PAO = \angle QEO$ (нашли) $\Rightarrow \triangle APO = \triangle EQO$ ~~AP~~

3) $AP = EQ$

$\Rightarrow AO = OE \Rightarrow \angle OAE = \angle OEA$

$\angle OAE + \angle AEO + \angle AOE = 180^\circ \Rightarrow \angle OAE = \angle AEO = (180 - 140) : 2 = 20^\circ \Rightarrow$

$\angle CAE = \angle PAO + \angle OAE = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$ $\angle ACE + \angle CAE + \angle CEA = 180^\circ \Rightarrow$

$\angle CEA = \angle CEO + \angle OEA = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle ACE = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$

Ответ: $\angle ACE = 60^\circ$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	0	4	0	6	4	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 5

Всего была 61 партия, в одной партии участвуют 2 бельчонка одновременно => $61 \cdot 2 = 122$ раза бельчата сыграли всумме
Пусть x кол-во бельчат сыгравших 2 раза, а y кол-во бельчат сыгравших 3 раза =>
сост. сист. ур-ий

$$\begin{cases} \cancel{x+y=50} \\ \cancel{2x+3y=122} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+3y=122 \\ x+y=50 \quad | \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow -\begin{cases} 2x+3y=122 \\ 2x+2y=100 \end{cases}$$

$y = 22$ (бельчонка) – сыграли 3 раза => $50 - 22 = 28$ (бельчат) сыграли 2 раза

Т.к на два бельчонка сыгравших два раза приходится 3 бельчонка сыгравших 2 раза получается соотношение $\frac{2}{3}$, но т.к бельчат сыгравших 3 раза – 22, а бельчат сыгравших 2 раза – 28, то это соотношение не работает => невозможно, что никакие два бельчонка, сыгравшие по 3 партии, не играли между собой.

Ответ: Невозможно

+20б

$3 \cdot 22 > 61$. если бы было так.

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Зеленоградск, МБОУ „Лицей № 174" | МА0000444719

Площадка проведения (город, ОУ) Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Агровников

Имя Сергей

Отчество Сергеевич

Дата рождения 21.05.2004 **Класс** 8

ОУ, местоположение Зеленоградск, МБОУ „Лицей № 174"

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 8 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.2019

Номер телефона 89029111536 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 7 | 1 | 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №2

$(6a+b)^2 = 25ab$

$36a^2 + 12ab + b^2 = 25ab$

$36a^2 + b^2 = 13ab$

$36a^2 - 13ab + b^2 = 0$

1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	12	92

30б

$36a^2 - 4ab - 9ab + b^2 = 0$

$4a(9a-b) - b(9a-b) = 0$

$(4a-b)(9a-b) = 0$

$4a-b=0$ или $9a-b=0$

$b=4a$ или $b=9a$

1 случай, когда $b=4a$

+20б

$\frac{a}{b} = \frac{a}{4a} = \frac{1}{4}$

2 случай, когда $b=9a$

$\frac{a}{b} = \frac{a}{9a} = \frac{1}{9}$

Ответ: 2 случая (ответа). 1) $\frac{a}{b} = \frac{1}{9}$; 2) $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	0	4	4	4	7	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

Для доказательства и решения этой задачи воспользуемся следующим утверждением:

"если $a \vdots c$ и $b \vdots c$, то $a+b \vdots c$"

a, b - целые числа

c - натуральное число

Рассмотрим теперь наш набор чисел:

$30k+1, 30k+2, \ldots, 30k+29$

Теперь посмотрим, на какие числа делится $30k$. Это числа 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

Значит, все числа типа $30k$ + четное число - непростые ($\vdots 2$), все числа типа $30k$ + число, кратное 3 - не простые ($\vdots 3$), все числа типа $30k$ + число, кратное 5 - не простые ($\vdots 5$) ~~...~~; остальные ... не смотрим (6, 10, 15, 30), т.к. они будут относится к этим 3 предыдущим

$6 \vdots 2$

$10 \vdots 2$

$15 \vdots 3$

$30 \vdots 3$

В результате непростыми точно оказались: при любом k — нат. числ

$30k+2$ (:2)	$30k+10$ (:2)	$30k+21$
$30k+3$ (:3)	$30k+12$ (:2)	$30k+22$
$30k+4$ (:2)	$30k+14$ (:2)	$30k+24$
$30k+5$ (:5)	$30k+15$ (:3)	$30k+25$
$30k+6$ (:2)	$30k+16$ (:	$30k+26$
$30k+8$ (:2)	$30k+18$	$30k+27$
$30k+9$ (:3)	$30k+20$	$30k+28$

А простыми при некоторых значениях k (k - нат число) могут оказаться:

$$\underbrace{\begin{matrix} 30k+1 & 30k+11 & 30k+17 & 30k+23 \\ 30k+7 & 30k+13 & 30k+19 & 30k+29 \end{matrix}}_{8 \text{ штук}}$$

+20б

Значит, в этом наборе не более 8 простых.

Что и требовалось доказать.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 7 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание № 5

Предположим, что это возможно.

Тогда бельчата-шахматисты сыграли 64 партии суммарно: некоторые сыграли 3, некоторые 2 партии.

Можно записать следующее уравнение:

$\frac{3x+2y}{2}=64$ – количество партий

$3x+2y=128$, где x – это те бельчата, кот. играли 3 партии, а y – те бельчата, что играли по 2 партии

Также известно, что всего бельчат было 52.

Составим систему

$+\begin{cases}3x+2y=128\\ x+y=52\end{cases}$

+12б

$+\begin{cases}3x+2y=128\\ -2x-2y=-104\end{cases}$

$3\cdot24=72>64$ – противоречие условию.

$\left.\begin{matrix}x=24\\ y=28\end{matrix}\right\}$ нашлось натуральное решение

⇓

можно составить граф, в котором не будет кратных ребер

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 7 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит, никакие два бельчонка, сыгравшие по 3 партии, не играли между собой

Ответ: да, это возможно

Задача №3.

Дано:

ABCDE - выпуклый пятиугольник

$BE \cap AC = P$

$CE \cap AD = Q$

$AD \cap BE = O$

$\triangle ABP$ - р/б треуг. с углом 40° при вершине

$\triangle DEQ$ - р/б треуг. с углом 40° при вершине

$\triangle APO$ и $\triangle EQO$ - р/б треугольники

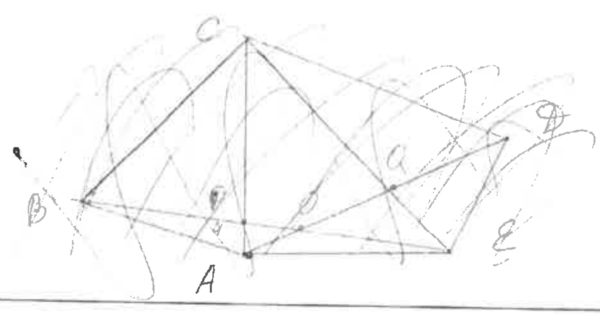
$\angle ACE$ - ?

Решение.

1 случай.

$\angle BPA = 40°$

$\angle DQE = 40°$

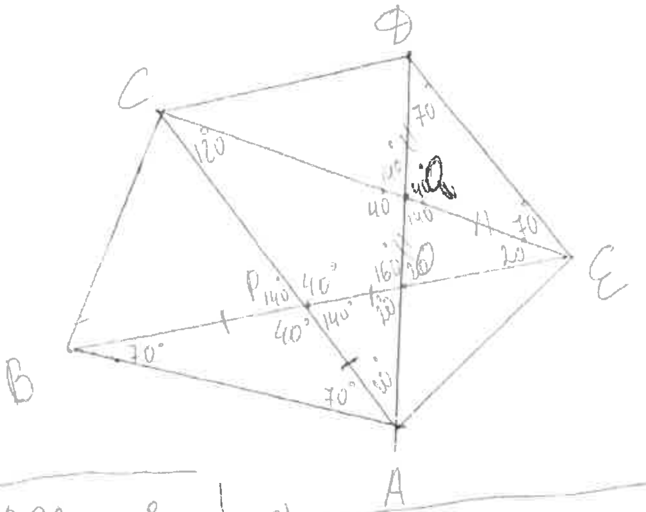


Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | M | A | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 7 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1) $\angle BPA = 140°$
$\angle DQE = 140°$
$\Downarrow$
$DQ = QE$
$BP = PA$
$\angle ABP = 70°$
$\angle PAB = 70°$
$\angle DEQ = 70°$
$\angle EDQ = 70°$

2) $\angle DQE = \angle CQA = \angle BPA = \angle CPE =$
$= 40°$ (вертикальные углы)
$\Downarrow$
$\angle APO = \angle EQO = 140°$

3) Известно, что ΔAPO и ΔEQO - р/б треугольники. Т.к. в этих треугольниках уже есть 1 тупой угол второго быть не может
$\Downarrow$
$\angle QOE = \angle QEO = \angle PAO = \angle POA$
$= 20° \Rightarrow \angle POD = 160°$

PCQO - четырехугольник, сумма углов в нем $360°$
$\Downarrow$
$\angle AE = 120°$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | МА00004444719

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

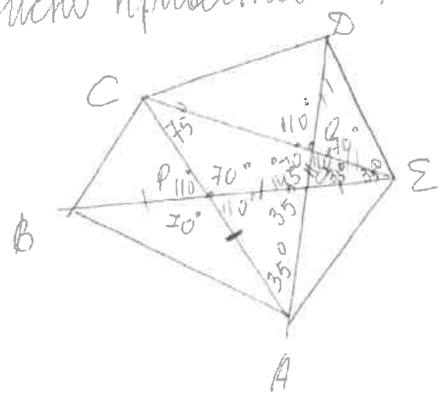
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2 случай

$\angle BPA = 70^\circ$

$\angle DQE = 70^\circ$

Здесь угол ACE находится (считается) абсолютно аналогично случаю 1, поэтому можно привести только рисунок



$\angle ACE = 75^\circ$

3 случай

$\angle BPA = 70^\circ$ или $\angle BPA = 40^\circ$

$\angle DQE = 40^\circ$ $\angle DQE = 70^\circ$

такого быть не может из-за подобия треугольников

$\Downarrow$ Имеем 2 ответа $\angle ACE = 75^\circ$, $\angle ACE = 120^\circ$

Ответ: 75°, 120° +20б

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 4 4 4 7 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №4.

Первый вывод, который нужно сделать выгоднее смотреть наборы только с ягодами и грибами, без шишек, т.к ягоды и грибы дают максимальную выгоду теперь осталось найти такое x грибов и y ягод, чтобы $x+y=25$, а $3xy$ было максимальным. Такими x и y оказались числа 12 и 13

$x=12$ $y=12$
$y=13$ $x=13$

$x+y=25$
$12+13=25$

$3\cdot12\cdot13 \to max$

$3\cdot12\cdot13=468$

Ответ 468

+20б

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Зеленогорск

Площадка проведения (город, ОУ)

H	A	0	0	0	0	4	3	9	0	1	9

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Орлов

Имя Владислав

Отчество Дмитриевич

Дата рождения 26.01.2004 **Класс** 8

ОУ, местоположение МБОУ „Лицей №174", Зеленогорск

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.19г

Номер телефона +7-923-318-37-39 **Подпись** [signature]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 4 3 9 0 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$(6a+b)^2=25ab$

$36a^2+12ab+b^2=25ab$

$36a^2-13ab+b^2=0$

$(6a-b)^2-ab=0$

$(6a-b)^2=ab$

$\frac{ab}{b}=\frac{(6a-b)^2}{b}$

$a=\frac{36a^2-12ab+b^2}{b}$

$\frac{a}{b}=\frac{36a^2-12ab+b^2}{b^2}$

$\frac{a}{b}=\frac{36a^2}{b^2}-\frac{12a}{b}+1$

~~$(6a-b)^2=ab$~~ $\cdot ab$

$36a^2-13ab+b^2=0$

$D=(-13b)^2-4\cdot36\cdot b^2=169b^2-144b^2=25b^2$

$a_{1,2}=\frac{13b\pm\sqrt{25b^2}}{72}=\frac{13\pm5b}{72}$

$a_1=\frac{b}{4}$ $a_2=\frac{b}{9}$

$36(a-\frac{b}{4})(a-\frac{b}{9})=0$

$(4a-b)(9a-b)=0$

$4a-b=0$

$a=1$ $b=4$

$\frac{a}{b}=\frac{1}{4}$

$9a-b=0$

$a=1$ $b=9$

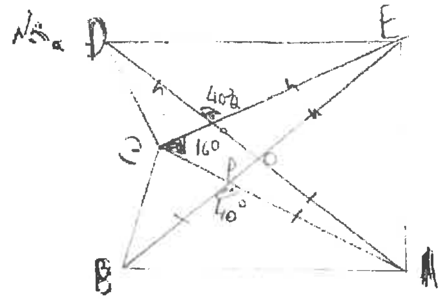
$\frac{a}{b}=\frac{1}{9}$

Ответ: $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{9}$.

+20б

№4

$C=160°$



1	2	3	4	5	Σ
20	20	0	20	0	60

30

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 MA000043901 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 $k>0$ по условию
по решету Эратосфена:
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
что ю 2, 3, 5, 7, ~~12~~, 13, 17, 19, 23, ~~27~~, 29, 11; 1 простые

но:
1) $30k+2$ всегда делится на 2 т.к. всегда четное, ведь на конце всегда 2
2) $30k+3$ всегда делится на 3 т.к. сумма цифр в числа всегда кратна 3 — $\frac{30k+3}{3} = (10k+1)\cdot 3$

+20б

3) $30k+5$ кратно 5 всегда т.к. оканчивается на 5
~~остальные~~ поэтому остается всего не более 8 ~~кратных~~ простых чисел: $30k+7$; $30k+13$; $30k+17$; $30k+23$; $30k+19$; $30k+29$; $30k+11$; 1
~~Ведь кратное и простое вместе образуют простое число~~

№4. Кол-во баллов = кол-во шишек + 2 · кол-во шишек · кол-во грибов + 3 · кол-во грибов · кол-во ягод
но т.к. максимум можно взять 25 предметов
x = кол-во шишек $x \le 25$
y = кол-во грибов $y \le x$
из этого $25-x-y$ кол-во ягод
Чем больше шишек тем меньше результат т.к.
$x+2xy+3y(25-x-y) < (x-1)+2(x-1)y+3y(25-x+1-y)$
$x+2xy+75y-3xy-3y^2 < (x-1)+2(x-1)y+75y-3xy+3y-3y^2$
$2x < (x-1)+3y$ т.к. чем $<x$ тем $>y$ и наоборот
минимальное $x=0$ из этого:
$0+2y\cdot 0+3y\cdot(25-y-0)$
$3y\cdot(25-y)$
$75y-3y^2$
$3(25y-y^2)$ $\qquad 3\cdot 12(25-12)=468$
$3y(25-y)$ $0<y<25$ $\qquad 3\cdot 13(25-13)=468$

+20б

самый максимальный ответ при $y=12$ и 13 и равен он 468
Ответ: 468

Лист 2 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	5	4	9	1	1	9

Норильск, НГ ИИ

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 2

Фамилия Докашенко

Имя Дима

Отчество Романовна

Дата рождения 07.03.2004 **Класс** 8

ОУ, местоположение МБОУ „Гимназия 55"

Предмет математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 02.03.2019

Номер телефона 89131400936 **Подпись**

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 5 4 9 1 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

k - натуральное число. Тогда $30k \geq 30$ и $30k = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot k$, $30k \vdots 2$, $30k \vdots 3$, $30k \vdots 5$, значит, если к $30k$ прибавить число, делящееся на 2, 3 или 5, то тогда и сумма также будет делиться на 2, 3 или 5 соответственно (если прибавляемое число делилось и на 2, и на 3, то сумма также будет делиться на 2 и на 3 и т.д.). Значит, эта сумма не будет являться простым числом ни при каком значении k.

Среди чисел $30k+1$, $30k+2$, ..., $30k+29$ на 2 делятся 14 чисел (каждое второе, половина чисел от $30k+1$ до $30k+28$), значит, никакое из этих 14 чисел простым не будет. Остается 15 чисел.

На 3 среди чисел изначальной последовательности делятся 9 чисел (каждое третье), при этом числа $30k+6$, $30k+12$, $30k+18$ и $30k+24$ уже были посчитаны раньше, значит, еще 5 чисел из 15 точно не могут быть простыми. Остается 10 чисел.

+20б

Среди чисел последовательности 5 чисел делятся на 5 (каждое 5-ое), при этом числа $30k+10$, $30k+15$, $30k+20$ уже были посчитаны ранее, оставшиеся числа $30k+5$ и $30k+25$, которые не могут быть простыми. Остается 8 чисел, которые могут быть простыми, значит, среди 29 последовательных чисел $30k+1$, $30k+2$, ..., $30k+29$ простыми могут быть не более 8 чисел.

1	2	3	4	5	Σ
20	0	12	0	20	52

30

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 5 4 9 1 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

В шахматном турнире участвовали 52 бельчонка.
Было сыграно 64 партии, причем каждый бельчонок сыграл либо 2, либо 3 партии, и никто из бельчат не играл друг с другом дважды. Значит, бельчат можно представить в виде графа. Если никакие два бельчонка, сыгравшие по 3 партии, не играли между собой, то все вершины, степень которых равна 3, связаны только с вершинами со степенью 2 (партии - ребра графа, если два бельчонка сыграли друг с другом, между соответствующими вершинами есть ребро).
Сумма степеней вершин равна удвоенному количеству ребер, а их 64, значит, сумма степеней вершин равна 128.

~~Пусть количество бельчат, сыгравших 3 партии, равно x, а бельчат, сыгравших 2 партии, равно y.~~
~~$3x+2y=128$, при этом $2y$ - тоже четное, значит, x должен быть равен четному числу~~
~~$y+x=52$, при этом x - четное, значит, y - тоже четное.~~
~~Пусть $x=\frac{1}{2}y$~~
~~$3x+4n=128$, при этом $3x \vdots 3$, а $128 \not\vdots 3$, $128:3=42$ (ост. 2). Значит,~~
~~$4n$ при делении на 3 должно давать остаток 2.~~
~~$4\cdot1=4$, $4:3=1$ (ост. 1), $4\cdot2=8$, $8:3$..., $4\cdot4=16$~~

+20б

Если бы все бельчата сыграли по 2 партии, то сумма степеней вершин была бы равна $52\cdot2=104$, но она равна 128. Если каждый-то 1 бельчонок сыграет 3 партии, то число 104 увеличится на 1 ($104+1$...). $128-104=24$, значит, 24 бельчонка сыграли 3 партии, тогда $52-24=28$ бельчат сыграли 2 партии.
Сумма степеней вершин со степенью 3 равна $24\cdot3=72$, тогда как сумма степеней вершин со степенью 2 равна $28\cdot2=56$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 5 4 9 1 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит, сумма степеней вершин со степенью 3 больше суммы степеней вершин со степенью 2, значит, обязательно какие-нибудь вершины со степенью 3 соединены с другими вершинами со степенью 3, так как в противном случае граф невозможно будет построить.

Следовательно, невозможно, чтобы никакие два бельчонка, игравшие по 3 партии, не играли между собой.

Ответ: невозможно, чтобы никакие два бельчонка, игравшие по 3 партии, не играли между собой.

№2

$(6a+b)^2=25ab$

$36a^2+12ab+b^2=25ab$

$36a^2+b^2=25ab-12ab$

$36a^2+b^2=13ab \quad 1:ab$

$36\frac{a^2}{ab}+\frac{b^2}{ab}=13$

$36\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=13$

$36\frac{a}{b}=13-\frac{b}{a} \quad 1:36$

$\frac{a}{b}=\frac{13}{36}-\frac{b}{36a}$

$\frac{a}{b}=\frac{13a}{36a}-\frac{b}{36a}$

$\frac{a}{b}=\frac{13a-b}{36a}$

Ответ: $\frac{a}{b}=\frac{13a-b}{36a}$

прозвиисший нет. −0б

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

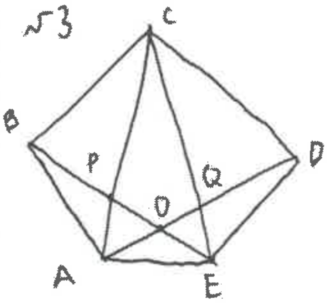
Вариант № 2

Н	А	0	0	0	0	5	4	9	1	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



$\triangle ABP$ и $\triangle DEQ$ равнобедренные с углом при вершине равным $40°$. Значит, $\angle BAP = \angle DEQ = 40°$. Тогда остальные два угла в каждом из треугольников равны либо $70°$ и $70°$, если углы при основании, либо $40°$ и $100°$, если углы при вершине – это углы при основании.

Рассмотрим $\triangle BPA$. Если $\angle ABP = \angle BPA = 70°$, то $\angle APO = 180° - 70° = 110°$, т.к. углы вертикальные. $\triangle APO$ и $\triangle EQO$ тоже равнобедренные, значит, $\angle PAO = \angle POA = (180° - 110°) : 2 = 35°$ ($\angle APO = 110°$ и не может быть углом при основании, т.к. в этом случае сумма углов $\triangle APO$ была бы больше $180°$).

Тогда $\angle QOE = \angle POA = 35°$, т.к. углы вертикальные. $\angle QOE$ – один из углов при основании, т.к. в противном случае $\angle OQE = \angle QEO = (180° - 35°) : 2 = 72{,}5°$, и $\angle DQE = 180° - 72{,}5° = 107{,}5°$, но $\angle DQE$ может быть равен только $70°$, $40°$ или $100°$.

$\angle QEO = \angle QOE = 35°$, т.к. если $\angle OQE = 35°$, то $\angle DQE = 145°$, чего быть не может.

При этом $\angle AOE = 180° - \angle POA = 180 - 35° = 145°$, тогда $\angle OAE + OEA = 180° - 145° = 35°$. Теперь можно найти $\angle ACE$, $\angle ACE = 180° - \angle CAQ - \angle QAE - \angle CEO - \angle PEA = 180° - 35° - 35° - 35° = 75°$ – это одна из возможных градусных мер $\angle ACE$

Ответ: $\angle ACE$ может равняться $75°$

Один из двух существенных случаев

12б

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Город Братск МАУ ДПО „ЦРО" | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 9 | 3 | 1 | 1 | 9 |

Площадка проведения (город, ОУ) — Шифр (не заполнять!)

Вариант № ________

Фамилия КОРШУНОВ

Имя Илья

Отчество Константинович

Дата рождения 16.01.2004 **Класс** 8

ОУ, местоположение „Лицей №2" г. Братск

Предмет Математика

Этап олимпиады заключительный

Работа выполнена на _____ **листах** **Дата выполнения работы** 03.03.192.

Номер телефона 890276435 75 **Подпись** Коршунов

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 9 | 3 | 1 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	Σ
20	20	6	8	20	74

30

№1.

При любом k ∗ 30k – чётное число, т.к. если в произведении чисел одно из них чётное, то произведение тоже будет чётным. 1) Если к чётному прибавить чётное, то получится чётное число. Существует только 1 простое число – 2, но оно не присутствует в этом ряду. Таким образом, остальные чётные числа вида: 30k+2; 30k+4; 30k+6 и т.д. являются составными.

2) Из любых 3-ёх последовательных чисел одно кратно 3-ём. Т.К. 30k⋮3, то, чтобы число ~~было к~~ сумма была кратна 3, надо, чтобы 2-ое слагаемое тоже было кратно 3. Это числа вида: 30k+3; 30k+6; 30k+9 и.т.д.

3) Из любых 5 чисел, одно кратно 5. т.к. 30k⋮5, то надо, чтобы 2-ое слагаемое было кратно 5. Это числа вида: 30k+5; 30k+10.

+20б

Составим числовой ряд и вычеркнем числа кратные 2, 3 и 5.

30k+1; $\cancel{30k+2}$; $\cancel{30k+3}$; $\cancel{30k+4}$; $\cancel{30k+5}$; $\cancel{30k+6}$; 30k+7; $\cancel{30k+8}$; $\cancel{30k+9}$; $\cancel{30k+10}$; 30k+11; $\cancel{30k+12}$; 30k+13; $\cancel{30k+14}$; $\cancel{30k+15}$; $\cancel{30k+16}$; 30k+17; $\cancel{30k+18}$; 30k+19; $\cancel{30k+20}$; $\cancel{30k+21}$; $\cancel{30k+22}$; 30k+23; $\cancel{30k+24}$; $\cancel{30k+25}$; $\cancel{30k+26}$; $\cancel{30k+27}$; $\cancel{30k+28}$; 30k+29. Все простые числа я обвёл кружочком. Их общее кол-во не превышает 8, что и требовалось доказать.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М А 0 0 0 0 3 9 3 1 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание № 2.

Дано:
$(6a+b)^2=25ab;$

Найти:
$\frac{a}{b}$

Решение: +20б

$(6a+b)^2=36a^2+12ab+b^2=25ab$

$36a^2-13ab+b^2=0$ тут две переменные!

$D=13^2-36\cdot4=169-144=25=5^2.$

$x_1=\frac{13+5}{72}=\frac{1}{4}$ $\quad x_2=\frac{13-5}{72}=\frac{1}{9}.$

$36a^2-13ab+b^2=36(a-\frac{1}{4}b)(a-\frac{1}{9}b)=(4a-b)(9a-b)=0$

$\left[\begin{array}{l}4a-b=0\\9a-b=0\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}4a=b\\9a=b\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}4=\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{1}{4}=\frac{a}{b}\\9=\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{1}{9}=\frac{a}{b}\end{array}\right.$

$(4a-b)(9a-b)=36a^2-13ab+b^2$

Ответ: $\frac{a}{b}=\frac{1}{4}$ или $\frac{a}{b}=\frac{1}{9}$

Задание № 5.

Дано:
52 участника;
64 партии;
2x - бельчонки, сыгравшие по 2 партии.
3y - бельчонки, сыгравшие по 3 партии.
Никто не играл дважды

Док-ть:
Возможно ли, чтобы 3y бельчонки, не играли друг с другом.

Док-во:

$\begin{cases}x+y=52\\2x+3y=128.\end{cases}$

I В одной партии принимает участие 2 бельчонка, поэтому мы $\frac{2x+3y}{2}$, чтобы узнать кол-во партий, равное 64. Отсюда всего было 128 партий, если учесть по 1-ому бельчонку, сыгравшему в каждой партии.

II. Решу систему методом сложения:

$2x+3y-2x-2y=128-104$

$y=24 \Rightarrow x=28.$

III 1)

Лист 2 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	0	3	9	3	1	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №5 (продолжение)

+20б

III.

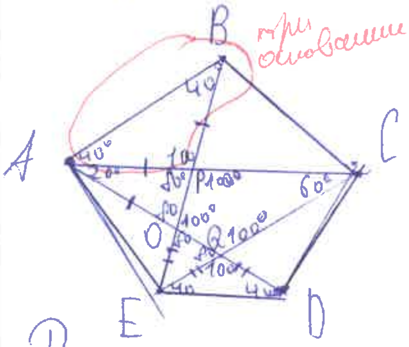
1) $y=24$; $24\cdot3=72$ партии от бельчонков, сыгравших 3 партии;

2) $x=28$; $28\cdot2=56$ партий от бельчонков, сыгравших по 2 партии.

3) $72>56 \Rightarrow$ Какие-то бельчата, сыгравшие по 3 партии играли между собой. В противном случае, кол-во партий от бельчат, сыгравших 2 раза, было бы больше кол-ва партий, сыгранных бельчатами по 3 партии.

Ответ: Нет, не может.

Задание №3:



при основании!

В условии сказано, что 40° – угол при вершине, а не при основании равнобедр. Δников ABP, DEQ!

Дано:

$BE \cap AC = P$; $\triangle ABP$ – равноб.;
$CE \cap AD = Q$; $\triangle DEQ$ – равноб.;
$AD \cap BE = O$; $\triangle APO$ – равноб.;
$\triangle EQO$ – равноб.
$\angle PAB = \angle PBA = \angle QED = \angle QDE = 40^\circ$

6б

частный случай при ошибочном решении.

Решение:

$\angle APB = 180^\circ - \angle PAB - \angle PBA = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$ (по т. о сумме углов)

$\angle EQD = 180^\circ - \angle QED - \angle QDE = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$ (по т. о сумме углов)

$\angle EPA = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ (т.к. смежные углы)

$\angle APO = \angle AOP = 80^\circ$ (т.к. углы при основании равноб. $\triangle APO$)

$\angle PAO = 180^\circ - \angle APO - \angle AOP = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$ (по т. о сумме углов)

$\angle EQA = 180^\circ - \angle EQD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ (т.к. смежные углы)

$\angle EQO = \angle EOQ = 80^\circ$ (т.к. равные углы при основании равноб. Δ)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 9 | 3 | 1 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание № 3 (продолжение)

* Рассмотрим выпуклый четырехугольник POQC:

1) сумма его углов $= 180 \cdot (4-2) = 360^\circ$.

2) $\angle OPC = \angle APB = 100^\circ$ (т.к. вертикальные);

3) $\angle POD = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ (т.к. смежные)

4) $\angle OQC = \angle EQD = 100^\circ$ (т.к. вертикальные углы);

5) $\angle PCQ = 360^\circ - \cancel{100^\circ} - \angle CPO - \angle POD - \angle OQC = 360^\circ - 100^\circ - 100^\circ - 100^\circ = 60^\circ$.

(по т. о сумме углов).

Ответ: $\angle ACE = 60^\circ$.

Задание №4.

Пример:

1 - шишка;
12 - грибов;
12 - ягод
} 456 баллов

Оценка:

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2x \\ z=3y \\ x+y+z=25 \end{cases}$$

x - шишки; $x=1$
y - грибы; $y=2x$
z - ягоды. $z=6x$

Вспомогат. утвержд.

85

Надо взять как можно меньше шишек, чтобы взять больше грибов или ягод. При этом кол-во грибов или ягод должно быть либо равными, либо очень близкими друг другу. В противном случае число будет уменьшаться. При этом должна присутствовать хотя бы одна шишка, ягода или гриб.

почему?

0 шишек
12 грибов
13 ягод
$\Rightarrow 3 \cdot 12 \cdot 13 = 468$.

Лист 4 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

г. Ангарск, Лицей №2

Площадка проведения (город, ОУ)

М	А	0	0	0	0	4	5	2	2	1	9

Шифр (не заполнять!)

Вариант № 3

Фамилия Тумуров

Имя Павел

Отчество Иннокентьевич

Дата рождения 15.12.2004 **Класс** 8

ОУ, местоположение МАОУ СОШ №40, г. Улан-Удэ

Предмет Математика

Этап олимпиады Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы** 1.03.2019

Номер телефона 89834511682 **Подпись** Тумуров

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 5 | 2 | 2 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Т.к. 42-четное число, а k – натуральное, то 42k – четное ⇒ ⇒ 42k + четное число = четное число (четн + четн = четн), ~~т~~ значит оно составное. Тогда числа в которых 2-ое ~~слаг. равно~~ слагаемое четное будут составными.

Т.к. ~~42~~ число 42 кратно 3, можно сделать вывод, что все числа ~~крат~~ в которых 2-ое слагаемое ~~равно~~ кратно 3 – составные. (можно вынести 3 за скобку)

Т.к. число 42 кратно 7, можно сделать вывод, что все числа в которых ~~в~~ 2-ое слагаемое ~~равно~~ кратно 7 – составные (можно вынести 7 за скобку).

1	2	3	4	5	Σ
20	0	16	20	6	62

30

Оставшиеся числа:

42k + 17; 42k+19; 42k+23; 42k+25; 42k + 29; 42k+31, и их ~~не~~ больше 7.

+20б

№4.

1) Шишки дают меньше баллов, чем ягоды при количестве ~~и~~ грибов равными и ~~мень~~ больше 1. ~~Их~~ Чтобы набрать ~~больше~~ большее баллов, нужно использовать больше ягод и грибов, а шишки исключить.

2) Чтобы произведение было больше, нужно, чтобы ~~вс~~ множители были как можно равными. ⇒ 11г + 10 ~~я~~ или 10г + 11я.

3) Подсчитаем ~~и~~ ~~кол~~ количество баллов в обоих случаях:

11·0 + 10·11·3 = 330.

10·0 + 11·10·3 = 330.

+20б

Как видим, они равны, значит максимальное количество баллов, которые можно набрать: 330.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № №3 | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 5 | 2 | 2 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

~~Может.~~ Не может.

$3x + 2\frac{(48-x)}{2} = 58 \to x = 20$

1) Сколько бельчонков сыграло 3 партии.

1) 48 бельчонков · 2 партии : 2 игрока = 48 партий.

20 бельчат сыграло по три партии.

2) $58 - 48 = 10$ партий $\Rightarrow$ $\frac{10}{2} = 5$ бельчонков сыграло 3 партии.

Неверно!

2) $48 - 5 = 43$ (бельчонка) — сыграли 2 партии.

3) $5 \cdot 3 = 15$ (б) — с ними сыграли бельчонки, сыгравшие 3 партии

$43 - 15 = 28$ (б) — остались.

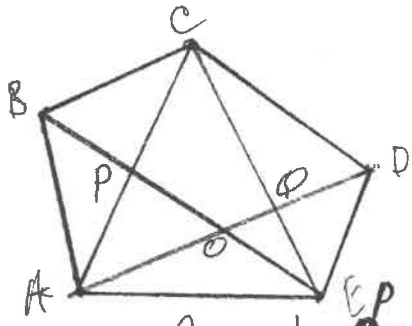
6б

28 бельчонков сыграли между собой.

Те 15 бельчонков, которые сыграли с бельчонками, сыгравшими 3 партии, должны играть между собой, но один остается без пары, что говорит нам о том, что это невозможно.

№3.

Ответ: 84°; 93°; 90°; 87°



Возможны 9 ситуаций, но по задаче нужны лишь углы $\angle BBA$; $\angle DQE$; ~~$\angle ...$~~, так, что их 4, но ~~одно ... , так что~~ ~~3.~~

1) ~~$\angle AOE$~~ Это: $\angle ABB = 64°$; $\angle DQE = 64°$.

2) $\angle APB = 58°$; $\angle DQE = 58°$. $\left(\frac{180-64}{2} = 58\right)$

3) $\angle ABB = 64°$; $\angle DQE = 58°$.

4) $\angle ABB = 58°$; $\angle DQE = 64°$.

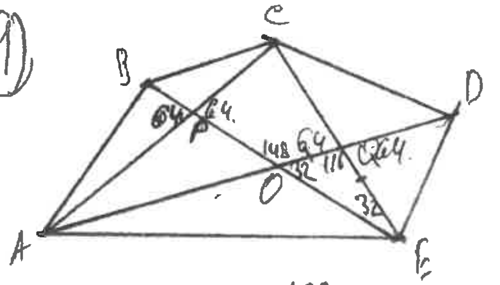
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № №3. | М А 0 0 0 0 4 5 2 2 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

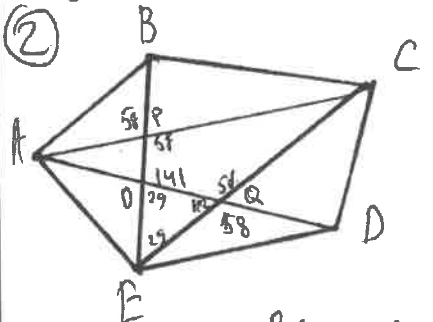
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(1)



1) ∠ CPO = ~~∠64~~∠APB = 64° (как верт).
∠EQD = ∠AQC = 64°.
2) ∠AQE = 180 − 64 = 116°.
3) Т.к. ∠AQC = 116°, то он не может быть углом при основании ⇒
⇒ ∠BEC = ∠DOE = ~~116~~ $\frac{180-116}{2}$ = 32°.
4) Т.к. ∠DOE = 32°, то ∠BOD = 148° ⇒ ∠ACE = 360 − (64+64+148) =
= 360 − 276 = 84°.

(2)



1) ∠CQA = 58° (как верт.)
∠CPE = ∠ADB = 58° (как верт).
2) ∠EQA = 180 − 58° = 122 (как смежн).
3) Т.к. ∠AQE > 90°, то он не может быть углом у основания ⇒
⇒ ∠BEC = ∠DOE = $\frac{180-122}{2}$ = 29°.
4) ∠EOC = 180 − 29 = 151° (как смежн)
5) ∠ACE = 360 − (58+58+141) = ~~257~~ ~~306~~ 360 − 267 = ~~103~~ 93

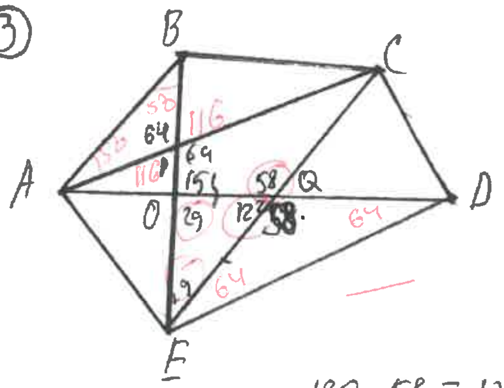
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______ | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 5 | 2 | 2 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

③



В условии сказано, что DEQ – равнобедренный с углом при вершине = 64°, у Вас углы при основании!

1) $\angle \cancel{\alpha} EQA = 180-58=122$ (как смежн.).

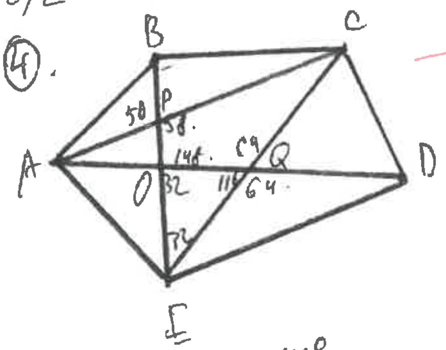
2) т.к. $\cancel{\ }\angle AQE = 122$, что больше 90°, он не может быть углом ~~прот~~ при основании, значит $\angle EOQ = \angle QEB = \dfrac{180-122}{2} = 29$.

3) $\cancel{\angle AQ}$ $\angle AQC = \cancel{180}\ 58°$; $\angle EPC = 64°$.

4) $\angle BOD = 180-29=151$.

5) $\angle ACE = 360-(64+151+58) = \cancel{27°}\ 360-273=87°$.

④.



аналогично.

+16б

1) $\angle AQE = 180-64=116°$.

2) $\angle CQA = \angle EQD = 64°$. $\angle EPC = APB = 58°$.

2) … не может быть углом при основании =>.

3) т.к. $\angle AQE > 90°$, значит он не может быть углом при основании

=> $\angle BEC = \angle DOE = \dfrac{180-116}{2} = 32$.

4) $\angle BOD = 180-32 = 148$.

5) $\angle ACE = 360-(58+148+64) = 360-270 = 90°$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

М	А	0	0	0	0	5	3	7	3	1	9

ХТИ-филиал СФУ, город Абакан

Площадка проведения (город, ОУ)

Шифр (**не заполнять!**)

Вариант № 3

Фамилия ИВАНОВА

Имя НАТАЛИЯ

Отчество ЕГОРОВНА

Дата рождения 11.06.2004. **Класс** 8 „Б"

ОУ, местоположение МБОУ „Лицей", город АБАКАН

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап олимпиады ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на _____ **листах** **Дата выполнения работы** 01.03.2019

Номер телефона 89969322931 **Подпись** [подпись]

ИНСТРУКЦИЯ. *Впишите свою фамилию, имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, наименование образовательного учреждения и адрес местоположения, название предмета, этап олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа, дату выполнения работы, контактный телефон.*

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	0	5	3	7	3	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5.

Составим систему и найдём кол-во бельчат которые сыграли 3 партии и которые сыграли 2 партии.

$$\begin{cases} x + y = 48 \\ \dfrac{2x+3y}{2} = 58 \end{cases}$$

30

Здесь x – число бельчат, сыгравших 2 партии, а y – 3 партии. Значит, если всего партий было сыграно 58, то, если сложить кол-во партий сыгранных каждым шахматистом, получим ~~значение~~ и разделим его на 2 мы и получим 58.

1	2	3	4	5	Σ
20	0	12	20	20	72

Решим систему:

$$\begin{cases} x+y=48 \quad |\cdot(-2) \\ \dfrac{2x+3y}{2}=58 \quad |\cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x-2y=-96 \\ 2x+3y=116. \end{cases} +$$

+

$3y-2y=116-96$

$y=20.$

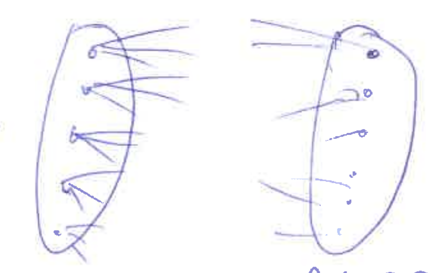
Найдём x.

$x+y=48$

$x+20=48$

$x=28.$ +

Составим граф:



$3y=3\cdot 20=60$ $\quad$ $2x=28\cdot 2=56.$

Из первого графа выходит 60 ребер (партий), значит, если шахматисты у неё играли между собой, то шахматисты x должны принять 60 ребер, но из них исходит 56 ребер, что меньше 60. Противоречие. Значит существует пара шахматистов, сыгравших 3 партии, которые играли между собой.

+20б

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ______ | М | А | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 3 | 7 | 3 | 1 | 9 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

$42k+14$; $42k+15$, ... $42k+35$ ~~последовательность~~

В данном ряду существует 11 четных чисел и так. как $K \in N$, то $(42k+x) > 2$, следовательно все эти числа составные.

Так. как $42k \vdots 3$, в ряду последовательности существует. $\underbrace{42k+15;\ 42k+18 \ldots + 42k+36}_{7 \text{ чисел кратных трем}}$

Из них три числа вошли в 11 четных чисел, которые мы определили составными, значит получаем еще $7-3=4$ новых составных числа, кратных трем. $(\vdots 3)$

Далее заметим, что $42k \vdots 7$, значит в ряду существует $\underbrace{42k+14, 42k+21 \ldots 42k+35}_{4 \text{ числа}}$ и из них есть только одно число ~~точно не кратное трем~~ $\not\vdots 3, 2$. Значит оно не вошло в найденные нами предыдущие $11+4=15$ составных ~~числа~~ чисел и в ряду из 22 чисел существует хотя бы $11+4+1=16$ составных чисел, ~~составится~~ значит простых чисел в ряду ≤ 6. $(22-16=6)$.

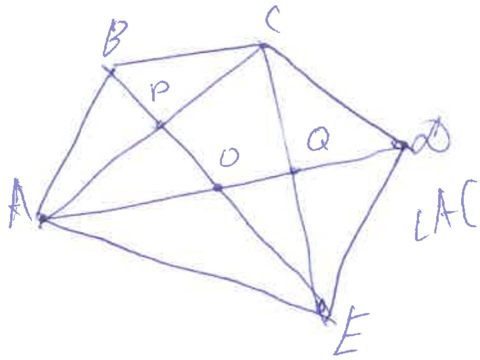
+20б

чтд.

Лист 2 из 6

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3.



и

$\angle ACE$ – ?

Дано:

ABCDE – выпукл. 5-угольник.
$AD \cap CE = Q$
$BE \cap AC = P$
$AD \cap BE = O$.
$\triangle ABP$ – равноб., $\angle DQE$ равноб.,
$\triangle OQE$ и $\triangle APO$ равноб.
один из углов тр-ка ABP и $\triangle DQE$ $= 64^\circ$

Чему может быть равен $\angle ACE$

Поймём, что нам не дано основание равнобедренных тр-ков, значит мы не знаем располoжения $\angle 64^\circ$ в $\triangle ABP$ и $\triangle DEQ$.

Заметим, что $\angle BPA$ может равняться:

1. 64° 2. $180^\circ - 2 \cdot 64^\circ = 52^\circ$ 3. $\frac{180^\circ - 64^\circ}{2} = 58^\circ$.

это уже угол при основании?

Аналогичные значения для $\angle EQD$.

1. 64° 2. $180^\circ - 2 \cdot 64^\circ = 52^\circ$ 3. $\frac{180^\circ - 64^\circ}{2} = 58^\circ$.

Далее, DQE может быть равен (по формуле $180^\circ - \angle EQD$, т.к. углы смежные):

1. $180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$. 2. $180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$. 3. $180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$.

~~Поймём, что тогда в этом тр-ке DEQ обязательно~~ будет основание OE, т.к. в равноб. тр-ке $\angle$ при основании всегда $< 90^\circ$. Найдём чему может равняться $\angle EOQ$:

1. $\frac{180^\circ - 116^\circ}{2} = 32^\circ$ 2. $\frac{180^\circ - 128^\circ}{2} = 26^\circ$ 3. $\frac{180^\circ - 122^\circ}{2} = 29^\circ$.

Далее $\angle$ QOP может быть равен (как смежный с углом QOE): 1. $180^\circ - 32^\circ = 148^\circ$. 2. $180^\circ - 26^\circ = 154^\circ$ 3) $180^\circ - 29^\circ = 151^\circ$.

Заметим, что значение $\angle QOP$ зависит от значения угла DOE. Значит, чтобы определить кол-во вариантов значения суммы углов $\angle CPO + \angle CQO + \angle QOP$, нужно посчитать кол-во вариантов значения суммы

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | M A 0 0 0 0 5 3 7 3 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

?!

∠BPA + ∠DQE, т.к. ∠CPO = ∠BPA и ∠DQE = ∠CQO как вертикальные

и оно равно 6.

1. 64+64 = 128
2. 64+58 = 122
3. 64+52 = 116
4. 58+58 = 116
5. 58+52 = 110
6. 52+52 = 104

много лишних несуществующих вариантов.

В условии сказано: угол при вершине, а не при основании!

12 б.

~~Какие~~ И тогда - то ∠ACE = 360° - ∠CPO - ∠BOQ - ∠CQO.
Вычтем из 360 каждую сумму и соответствующий значению ∠DOE ∠QOP. И получим, что ∠ACE может быть равен:

1. 360 - 128 - 148 = 360 - 260 - 16 = 100 - 16 = 84
2. 360 - 122 - ~~1~~51 = 360 - 270 - 3 = 90 - 3 = 87
3. 360 - 116 - 154 = 360 - 260 - 10 = 100 - 10 = 90
4. 360 - 116 - 151 = 360 - 260 - 7 = 100 - 7 = 93
5. 360 - 110 - 154 = 360 - 260 - 4 = 100 - 4 = 96
6. 360 - 104 - 154 = 360 - 250 - 8 = 110 - 8 = 102

Ответ: 84; 87; 90; 93; 96; 102

+ +

Вариант № 3 | М А 0 0 0 0 5 3 7 3 1 9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4.
Построим таблицу:

	М	Г	Я
Выбрали	x	y	$21-x-y$
Цена за 1	1	$2x$	$3y$

Значит всего баллов будет:

$$x + 2xy + (21-x-y)3y = x + 2xy + 63y - 3xy - 3y^2 =$$

$$= \cancel{x(2y}+ y(2x+63-3x-3y)+x$$

При $21-x-y=10$ и $y=11$, получим сумму баллов: $11\cdot3\cdot10=330$

При $y=10$ и $21-x-y=11$, сумма баллов: $10\cdot3\cdot11=330$ тоже

+20б

Чем больше x, тем меньше сумма баллов. При $y>11$, $(21-x-y)\leq 9$ сумма баллов <330. Значит макс. кол-во баллов: 330

Пример

	М	Г	Я
Кол-во	0	11	10
Цена		0	33

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	0	5	3	7	3	1	9

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2. $\frac{a}{b}$, при $9a+2b=9\sqrt{ab}$

$9a+2b=9\sqrt{ab} \quad /:b$

$\frac{9a+2b}{b}=\frac{9\sqrt{ab}}{b}$

$\frac{9a}{b}+2=\frac{9\sqrt{ab}}{b}$

$\frac{a}{b}=\left(\frac{9\sqrt{ab}}{b}-2\right)\cdot\frac{1}{9}$

$\frac{a}{b}=\frac{9\sqrt{ab}-2b}{9b}$

$\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{ab}}{b}-\frac{2}{9}$

Ответ: $\frac{\sqrt{ab}}{b}-\frac{2}{9}$.

– 0б

продвижений нет!