

Математика. 9 класс

Шифр	ФИО	Итого балл	Статус
МА0001590525	Ларин Никита Владимирович	100	Победитель
МА0001484525	Мухина Полина Ильинична	100	Победитель
МА0001529325	Мусатов Глеб Алексеевич	98	Победитель
МА0001031725	Ягудина Айгуль Марселевна	95	Победитель
МА0001307825	Ермаков Александр Андреевич	90	Победитель
МА0001136125	Молодцова Елизавета Сергеевна	88	Победитель
МА0001418225	Малашенко Вероника Сергеевна	84	Победитель
МА0001243525	Ким Сергей Станиславович	80	Победитель
МА0001662625	Обухов Илья Юрьевич	80	Победитель
МА0001847325	Пьянков Иван Алексеевич	80	Победитель
МА0001166125	Снегирева Дарья Игоревна	80	Победитель
МА0001700725	Тукмаков Максим Валерьевич	80	Победитель
МА0001275525	Симоненко Кирилл Сергеевич	78	Победитель
МА0001319925	Белых Данил Сергеевич	75	Призёр II степени
МА0001590725	Селиванов Дмитрий Александрович	75	Призёр II степени
МА0000981625	Шувалова Кира Алексеевна	74	Призёр II степени
МА0001320325	Грязнова Валерия Маратовна	72	Призёр II степени
МА0001620425	Кошкин Иннокентий Юрьевич	71	Призёр II степени
МА0001078825	Долбилов Николай Александрович	70	Призёр II степени
МА0001070425	Мухитова Азалия Ильгизаровна	70	Призёр II степени
МА0001875225	Ушакова Елизавета Ильинична	70	Призёр II степени
МА0001153425	Кокорин Всеволод Владимирович	68	Призёр II степени
МА0001702325	Кудряшов Максим Анатольевич	67	Призёр II степени
МА0001981525	Гробовая Дарья Сергеевна	66	Призёр II степени
МА0001726625	Шиповский Никита Олегович	66	Призёр II степени
МА0001176025	Заломаев Сергей Максимович	62	Призёр II степени
МА0001252525	Понемасова Елизавета Александровна	62	Призёр II степени
МА0001542025	Бронников Вячеслав Анатольевич	60	Призёр III степени
МА0001877425	Мальцев Оскар Романович	56	Призёр III степени
МА0001725525	Николайчук Александр Сергеевич	56	Призёр III степени
МА0001750125	Пономарева Ольга Павловна	56	Призёр III степени
МА0001788225	Емельянова Марина Антоновна	55	Призёр III степени
МА0001706325	Зятиков Ангел Аркадьевич	55	Призёр III степени
МА0001704425	Стукалова Ольга Константиновна	55	Призёр III степени
МА0001020725	Абрамова Екатерина Дмитриевна	54	Призёр III степени
МА0001166525	Дадаева Аниса Чингисхановна	54	Призёр III степени
МА0001317825	Ершов Даниил Дмитриевич	54	Призёр III степени
МА0001856025	Проняев Никита Русланович	54	Призёр III степени
МА0001603125	Антонов Кирилл Алексеевич	53	Призёр III степени
МА0001255225	Латыпова Амина Тимуровна	52	Призёр III степени
МА0001726525	Швалева Виолетта Андреевна	52	Призёр III степени

МА0001434725	Воротников Сергей Андреевич	50	Призёр III степени
МА0001838225	Ивлева Калерия Алексеевна	50	Призёр III степени
МА0000980525	Нуждина Екатерина Евгеньевна	50	Призёр III степени

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 9 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	20	20		100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2.

Дано:

$\triangle KLM$

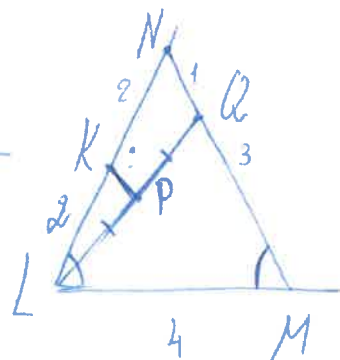
Q внутри угла

$$KL=2; MQ=3; LM=4$$

$$\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$$

P - середина LQ

Найти: KP



Решение:

$$1. \text{ Д.н. } MQ \cap LK = N$$

2. $\triangle NLM$: $\angle NLM = \angle LMN$, значит, $\triangle NLM$ - равнобедренный, а так как $\angle NLM = 60^\circ$, то $\triangle NLM$ - равносторонний.

$$\text{Тогда } NL = MN = LM = 4$$

$$NK = NL - LK = 4 - 2 = 2$$

$$NQ = NM - MQ = 4 - 3 = 1$$

$$3. \triangle NLQ:$$

K - середина NL, т.к. $KL = KN = 2$.

P - середина LQ по условию.

Значит, KP - средняя линия $\triangle NLQ$ по определению.

$$\text{Тогда } KP = \frac{1}{2} NQ = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5$$

Ответ: 0,5.

205.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 9 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

н4.

Рассмотрим 1 такую операцию и изменение при ней суммы квадратов и всех остальных чисел n и $n+1$

$$S = n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1 \Rightarrow \begin{matrix} n-1 & n+2 \\ n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = (2n^2 + 2n + 1) + 4 = S_1 + 4 \end{matrix}$$

Таким образом, после каждой операции сумма квадратов

т.к. остальные числа при этом не затрагиваются, то сумма квадратов ост. чисел не меняется.

Таким образом, сумма квадратов всех чисел увеличивается на 4 после каждой такой операции.

После 16 операций сумма будет равна:

$$S_{16} + 16 \cdot 4 = 0^2 + (-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + \dots + (5)^2 + 16 \cdot 4 = 2(0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25) + 64 = 2 \cdot 55 + 64 = 174.$$

Ответ: 174

205.

Покажем, что описанная в ситуации задача достижима:

$$\begin{array}{cccccccccccc} & \underline{-5} & & \underline{-4} & & -3 & & -2 & & -1 & & 0 & & 1 & & 2 & & 3 & & 4 & & 5 \\ 1) & -6 & & \underline{-3} & & -3 & & \underline{-2} & & \dots & & & & & & & & & & & & \\ 2) & -6 & & \underline{-4} & & -3 & & -1 & & -1 & & \dots & & & & & & & & & & \\ 3) & -6 & & \underline{-5} & & -2 & & -1 & & -1 & & \dots & & & & & & & & & & \\ 4) & -7 & & \underline{-4} & & -2 & & -1 & & -1 & & 0 & & \dots & & & & & & & & \\ 5) & -2 & & \underline{-4} & & \underline{3} & & 0 & & -1 & & 0 & & \dots & & & & & & & & \\ 6) & -2 & & \underline{-5} & & \underline{-2} & & \underline{-1} & & 0 & & 0 & & \dots & & & & & & & & \end{array}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 9 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$7) -2 \quad -5-3 \quad \underline{0} \quad 00 \quad 12 \dots$$

$$8) -2 \quad -5-3-1 \quad \underline{00} \quad 22 \dots$$

$$9) -2 \quad -5-3-2 \quad \underline{0} \quad 122 \dots$$

$$10) -2 \quad -5 \quad -3-2 \quad -1 \quad 222 \dots$$

$$11) -2 \quad -5 \quad -4 \quad -1-1 \quad 222 \dots$$

$$12) -2 \quad -6 \quad -3 \quad -1-1 \quad 222 \dots$$

$$13) -8 \quad -5-3 \quad -1-1 \quad 222 \dots$$

$$14) -8 \quad -5 \quad -3-1-1 \quad 222 \underline{3}$$

$$15) -8 \quad -5-3-1-1 \quad 22445$$

$$16) -8 \quad -5-3-2-1 \quad 123445$$

Посчитаем сумму квадратов

$$64 + 25 + 9 + 5 + 1 + 1 + 4 + 9 + 16 + 16 + 25 = 100 + 64 + 5 + 5 = 174$$

№1

Ответ: 502 купца

Оценка:

Л.к с каждой разбойник рядом есть $\geq k$, то купцов за столан даются двое
Л.к с каждой купца сидит ровно 1 разбойник, то с ним сидит и
ровно 1 купец, то есть купцов сидит парами. Тогда для каждого
купца из пары дадим найтись рядом сидящий разбойник. Также
сразу, все купцы сидят парами. Тогда их четное число, а стало
быть на

С каждой стороны от такой пары может быть не больше 2-х
Р, т.к. иначе найдется разбойник, рядом с которым нет



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

M	A	0	0	0	1	5	9	0	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

ни одного куста, что противоречит
условию задачи. Таким образом,
с каждой парой K сидит ≤ 4 Р.

Длина нити ≈ 100 см, масса ≈ 10 г, температура ≈ 502 К

Так как к четное количество (по заказному), то их не больше 500.

Тогда посчитаем количество P -
с катодом $\sqrt[n]{\frac{900}{2}} = 250$ ~~каждый~~ ^{сидит} $\leq 4P$, при этом при таком подсчёте
каждую группу разбойников мы считаем ровно 2 раза:
Относительно кучков...

Значит всего разбейников $\leq \frac{250.4}{2} = 500$

Значит, всего птиц $\leq 500 + 500 = 1000$, то их 100% -
 - противная 2 курсов разбитков

противоречие. Значит, ^{руководителей} руководителей не меньше 502. Преположение неверно. Тогда

Григорьев,



Всего жителей:

$$4 \cdot 248 + 3 \cdot 3 = 992 + 9 = 1001$$

Умк кук кунусов: $(248 + 3) \cdot 2 = 502$

Кстати, что же все примеры условия на кривых и раздвиг точек вращения

Масени образи, 502 рупца достигнуто

205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	5	9	0	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$a_n = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2}$$

$$n \in \mathbb{N}, n \in [1; 100]$$

$$a_n = 1 + \frac{n-4}{n^2-n+2}$$

Пусть найдены $k \in \mathbb{N}, l \in \mathbb{N}, k < l, k \leq 100, l \leq 100$, что

$$a_k = a_l$$

$$1 + \frac{k-4}{k^2-k+2} = 1 + \frac{l-4}{l^2-l+2}$$

$$\frac{k-4}{k^2-k+2} = \frac{l-4}{l^2-l+2} \quad (1)$$

$f(x) = x^2 - x + 2$ квадратичная функция, график parabola, ветви вверх.
 $D = b^2 - 4ac$; $D < 0$, значит $\forall x \in \mathbb{R} f(x) > 0$

Тогда (1) $\Leftrightarrow (k-4)(l^2-l+2) = (l-4)(k^2-k+2)$
 $kl^2 - 4l^2 - kl + 4l + 2k - 8 = lk^2 - 4k^2 - kl + 4k + 2l - 8$
 $kl(l-k) - 4(l^2-k^2) + 2l-2k = 0$

$$(l-k)(kl - 4(l+k) + 2) = 0. \text{ м.к. } l \neq k, l > k, \text{ то}$$

$$kl - 4l - 4k + 2 = 0$$

$$l(k-4) = 4k+2$$

м.к. пара $(4; l)$ не является решением $\forall l \in \mathbb{N}$, то

$$l = \frac{4k+2}{k-4}$$

$$l = 4 + \frac{14}{k-4}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	5	9	0	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

н.к. $l \in \mathbb{N}, \text{ то}$

$$\left(4 + \frac{14}{k-4}\right) \in \mathbb{N}, \text{ т.е. } \frac{14}{k-4} \in \mathbb{Z}$$

Тогда $(k-4)$ - целый делитель числа 14.

$$k-4 = 1$$

$$k = 5$$

$$kl = 18 \quad +$$

$$k-4 = 2$$

$$k = 6$$

$$kl = 11 \quad +$$

$$k-4 = 7$$

$$k = 11$$

$$kl = 6 \quad -, \text{ т.к. } l > k$$

$$k-4 = 14$$

$$k = 18$$

$$kl = 5 \quad -, \text{ т.к. } l > k.$$

$$k-4 = -1$$

$$k = 3$$

$$kl = -10 \quad -$$

$$k-4 = -2$$

$$k = 2$$

$$kl = -3 \quad -$$

$$k-4 = -7$$

$$k = -3$$

$$kl = 2 \quad -$$

$$k-4 = -14$$

$$k = -10$$

$$kl = 3 \quad -$$

т.к. $\begin{cases} l \in \mathbb{N} \\ k \in \mathbb{N} \end{cases}$

Получаем ровно 2 совпадающие пары среди $k < l \leq 100$.
Тогда разность чисел в последовательности a_n будет
равно 98

Стоит заметить, что a_5 действительно равно a_{18} и

$$a_5 = 1 + \frac{1}{22} = \frac{23}{22} \quad a_6 \text{ равно } a_{11} :$$

$$a_{18} = 1 + \frac{14}{324-18+2} = 1 + \frac{14}{308} = 1 + \frac{1}{22} = \frac{23}{22}$$

$$a_5 = \frac{23}{22} = a_{18}$$

$$a_6 = 1 + \frac{2}{32} = \frac{17}{16}$$

$$a_{11} = 1 + \frac{7}{112} = 1 + \frac{1}{16} = \frac{17}{16}$$

$$a_6 = a_{11}$$

Ответ: 98

205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

1

М А О О О 1 5 9 0 5 2 5

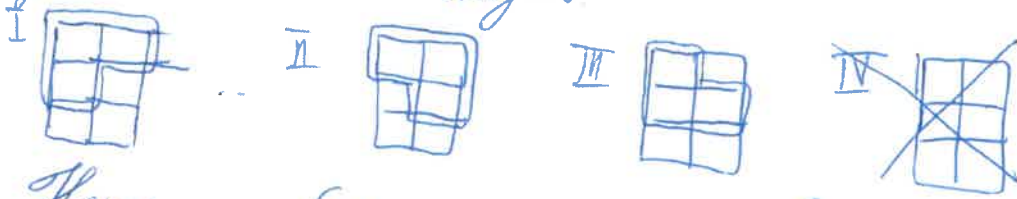
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

NS:

Посмотрим, каким образом может быть разложен прямоугольник 3×10 на ушки. Рассмотрим левую верхнюю клетку и посмотрим, в какой ушко она может входить:



Нетрудно убедиться, что других вариантов быть не может. Также покажем, что III невозможно, так как тогда не существует ушка, в которой могла бы лежать левая ^{нижняя} ~~верхняя~~ клетка.

Теперь рассмотрим I:
левая ^{нижняя} клетка может лежать в ушко тогда и только тогда, когда второй ушко распадается так:



А в II: только если так:



В обоих случаях от нашей доски 3×10 отсоединяется слева прямоугольник 3×2 .

Остается доска 3×8 .

Аналогичным рассуждением ^{для смежных прямоугольников} найдем, что наша доска



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	5	9	0	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

разобьётся на 5 прямоугольников 3×2 .

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Очевидно, что количество способов покрасить исходный прямоугольник - это просто произведение количества способов покрасить каждую его часть. ~~т.е. для каждой покраски одной части будут соответствовать все возможные. Для этой задачи 3х2 красится независимо друг от друга.~~ Таким образом, количество покрасок всего прямоугольника равно произведению количества покрасок $1 \times 3 \times 2$ прямоугольников.

Тогда считаем крайним окошечком матрицы 3×2 чтобы он был на 2-м этаже третью ветку.



$1, 2, 3, 4, 5, 6$ - индекс клеток (как показано на рис)
цвет клетки с индексом n

II Если цвет $u_3 = u_4$, то как мы не разместили ушки в этом случае?
~~Какого~~ выбор $u_3 = u_4$ - 3 варианта. " 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100, 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116, 118, 120, 122, 124, 126, 128, 130, 132, 134, 136, 138, 140, 142, 144, 146, 148, 150, 152, 154, 156, 158, 160, 162, 164, 166, 168, 170, 172, 174, 176, 178, 180, 182, 184, 186, 188, 190, 192, 194, 196, 198, 200, 202, 204, 206, 208, 210, 212, 214, 216, 218, 220, 222, 224, 226, 228, 230, 232, 234, 236, 238, 240, 242, 244, 246, 248, 250, 252, 254, 256, 258, 260, 262, 264, 266, 268, 270, 272, 274, 276, 278, 280, 282, 284, 286, 288, 290, 292, 294, 296, 298, 300, 302, 304, 306, 308, 310, 312, 314, 316, 318, 320, 322, 324, 326, 328, 330, 332, 334, 336, 338, 340, 342, 344, 346, 348, 350, 352, 354, 356, 358, 360, 362, 364, 366, 368, 370, 372, 374, 376, 378, 380, 382, 384, 386, 388, 390, 392, 394, 396, 398, 400, 402, 404, 406, 408, 410, 412, 414, 416, 418, 420, 422, 424, 426, 428, 430, 432, 434, 436, 438, 440, 442, 444, 446, 448, 450, 452, 454, 456, 458, 460, 462, 464, 466, 468, 470, 472, 474, 476, 478, 480, 482, 484, 486, 488, 490, 492, 494, 496, 498, 500, 502, 504, 506, 508, 510, 512, 514, 516, 518, 520, 522, 524, 526, 528, 530, 532, 534, 536, 538, 540, 542, 544, 546, 548, 550, 552, 554, 556, 558, 560, 562, 564, 566, 568, 570, 572, 574, 576, 578, 580, 582, 584, 586, 588, 590, 592, 594, 596, 598, 600, 602, 604, 606, 608, 610, 612, 614, 616, 618, 620, 622, 624, 626, 628, 630, 632, 634, 636, 638, 640, 642, 644, 646, 648, 650, 652, 654, 656, 658, 660, 662, 664, 666, 668, 670, 672, 674, 676, 678, 680, 682, 684, 686, 688, 690, 692, 694, 696, 698, 700, 702, 704, 706, 708, 710, 712, 714, 716, 718, 720, 722, 724, 726, 728, 730, 732, 734, 736, 738, 740, 742, 744, 746, 748, 750, 752, 754, 756, 758, 760, 762, 764, 766, 768, 770, 772, 774, 776, 778, 780, 782, 784, 786, 788, 790, 792, 794, 796, 798, 800, 802, 804, 806, 808, 810, 812, 814, 816, 818, 820, 822, 824, 826, 828, 830, 832, 834, 836, 838, 840, 842, 844, 846, 848, 850, 852, 854, 856, 858, 860, 862, 864, 866, 868, 870, 872, 874, 876, 878, 880, 882, 884, 886, 888, 890, 892, 894, 896, 898, 900, 902, 904, 906, 908, 910, 912, 914, 916, 918, 920, 922, 924, 926, 928, 930, 932, 934, 936, 938, 940, 942, 944, 946, 948, 950, 952, 954, 956, 958, 960, 962, 964, 966, 968, 970, 972, 974, 976, 978, 980, 982, 984, 986, 988, 990, 992, 994, 996, 998, 1000, 1002, 1004, 1006, 1008, 1010, 1012, 1014, 1016, 1018, 1020, 1022, 1024, 1026, 1028, 1030, 1032, 1034, 1036, 1038, 1040, 1042, 1044, 1046, 1048, 1050, 1052, 1054, 1056, 1058, 1060, 1062, 1064, 1066, 1068, 1070, 1072, 1074, 1076, 1078, 1080, 1082, 1084, 1086, 1088, 1090, 1092, 1094, 1096, 1098, 1100, 1102, 1104, 1106, 1108, 1110, 1112, 1114, 1116, 1118, 1120, 1122, 1124, 1126, 1128, 1130, 1132, 1134, 1136, 1138, 1140, 1142, 1144, 1146, 1148, 1150, 1152, 1154, 1156, 1158, 1160, 1162, 1164, 1166, 1168, 1170, 1172, 1174, 1176, 1178, 1180, 1182, 1184, 1186, 1188, 1190, 1192, 1194, 1196, 1198, 1200, 1202, 1204, 1206, 1208, 1210, 1212, 1214, 1216, 1218, 1220, 1222, 1224, 1226, 1228, 1230, 1232, 1234, 1236, 1238, 1240, 1242, 1244, 1246, 1248, 1250, 1252, 1254, 1256, 1258, 1260, 1262, 1264, 1266, 1268, 1270, 1272, 1274, 1276, 1278, 1280, 1282, 1284, 1286, 1288, 1290, 1292, 1294, 1296, 1298, 1300, 1302, 1304, 1306, 1308, 1310, 1312, 1314, 1316, 1318, 1320, 1322, 1324, 1326, 1328, 1330, 1332, 1334, 1336, 1338, 1340, 1342, 1344, 1346, 1348, 1350, 1352, 1354, 1356, 1358, 1360, 1362, 1364, 1366, 1368, 1370, 1372, 1374, 1376, 1378, 1380, 1382, 1384, 1386, 1388, 1390, 1392, 1394, 1396, 1398, 1400, 1402, 1404, 1406, 1408, 1410, 1412, 1414, 1416, 1418, 1420, 1422, 1424, 1426, 1428, 1430, 1432, 1434, 1436, 1438, 1440, 1442, 1444, 1446, 1448, 1450, 1452, 1454, 1456, 1458, 1460, 1462, 1464, 1466, 1468, 1470, 1472, 1474, 1476, 1478, 1480, 1482, 1484, 1486, 1488, 1490, 1492, 1494, 1496, 1498, 1500, 1502, 1504, 1506, 1508, 1510, 1512, 1514, 1516, 1518, 1520, 1522, 1524, 1526, 152

431 - 2 оставшихся (кроме 433)

$U_2 - 1$ оставшийся вариант (крае U_1 и U_3)

155 - 2 варианта (кране 153)

U_6 - 100% вариант (красн U_5 и $U_3 = U_4$)
тогда по кривой частоты

Тогда по правилу умножения матриц $u_{54} u_{34} = u_{44}$.

II Если $g_3 \neq g_4$, то

$k_1 = 3$ варианта (любых)

$u_2 = 2$ (крайне ч.)

далее выбираем, какие из клеток 3 или 4 пойдёт в этот уток;

Она крапится в 1 оставшийся для этого урока час

другие из 3 и 4 пойдёт в следующий улавок и может быть покрашены в 2 цвета (крайн. другой т.к. $U_3 \neq U_4$)

June 8 1899

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 9 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

далее красим u_5 в один из

2 цветов (края u_3 или u_4

(в зависимости от того, какая из них входит в этот уголок)).

Оставшиеся u_6 красить автоматически, т.к. в этом уголке

2 клетки уже покрашены, а цветов всего 3.

Тогда по правилу умножения количество способов будет

$$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 48 \text{ способов}$$

Таким образом, прямоугольник 3×2 можно покрасить $12 + 48 = 60$ способами.

Тогда n изначальной прямоугольник можно покрасить 60^5 способами

$$60^5 = 6^5 \cdot 10^5 = 36 \cdot 36 \cdot 6 \cdot 10^5 = 216 \cdot 36 \cdot 10^5 = 777600000$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ \times 36 \\ \hline 1296 \\ + 648 \\ \hline 7776 \end{array}$$

Ответ: 777600000. способов.

208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	1	4	8	4	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

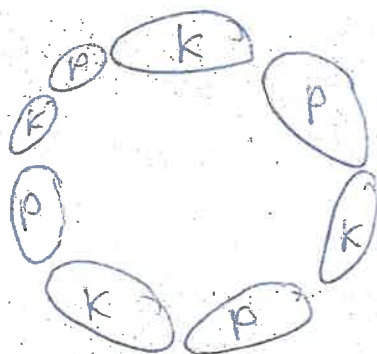
1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	20	20		100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1
Разобьем расстановку купцов и разбойников на группы подряд идущих купцов и разбойников



Так как такие группы чередуются, их поровну. Пусть их по n штук.

Так как рядом с каждым купцом ровно один разбойник, то в каждой такой группе купцов их ровно 2. (если бы был 1 - то рядом с ним было бы 2 разбойника, если более 2 - рассмотрим не крайнего - рядом с ним 0 разбойников). Значит всего купцов ровно $2n$.

~~В каждой~~ В каждой группе разбойников, их не более 2 (если больше - рассмотрим не крайнего, рядом с ним не найдется купца) $\Rightarrow$ Всего разбойников $\leq 2n$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	1	4	8	4	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 1 (продолжение)

Мы хотим как можно меньше купцов
 $\Rightarrow$ как можно больше разбойников
~~т.к. их $\leq 2n$ Пусть разбойников x .~~

$$x + 2n = 100$$

$x \leq 2n \Rightarrow x$ может быть максимум $= 2n, 2n-1, 2n-2, 2n-3$

1) $x = 2n$
 $4n = 100$
 $n = 25$

2) $x = 2n-1$

$\Rightarrow$ хотим найти min n (т.к. купцов $2n$)

Пусть разбойников $2n-a$ (где $a \geq 0$)

Тогда

$$(2n-a) + 2n = 100$$

$$4n = 100 + a$$

при $a = 0, 1, 2$ правая часть $\nrightarrow 4$

при $a = 3$ $n = 25$

(ясно, что при больших a , n будет еще больше)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	4	8	4	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

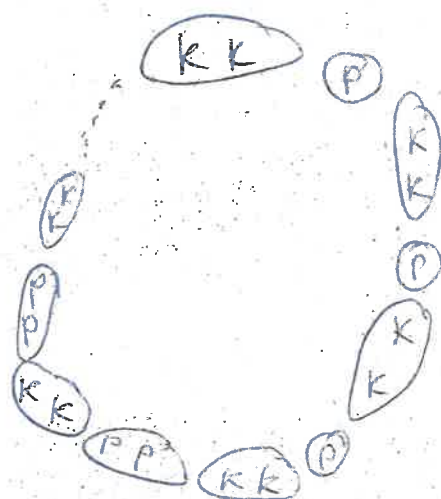
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолжение)

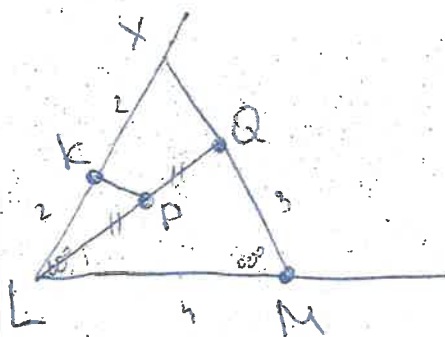
Значит, купцов минимум $2 \cdot 251 = 502$
 пример:



чередовать (К, К) и (Р, Р)
 и в трех местах
 поставить по 1 разбойнику
 вместо ~~Р, Р~~

тогда купцов $251 \cdot 2 = 502$
 разбойников $248 \cdot 2 + 1 + 1 + 1 = 499$
 205.

№2



продлим MQ до пересечения
 с LX = T. X

в $\triangle LMX$ два угла по 60°

$\triangle LMX$ - равностор.

$$LX = XM = LM = 4$$

$$KX = 4 - 2 = 2 \Rightarrow T, K - \text{середина } LX$$

$$XQ = 4 - 3 = 1$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	1	4	8	4	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (продолжение)

Значит, кр-ер мин $\triangle L X Q \Rightarrow k_p = \frac{1}{2} \times Q = 0,5$

Ответ: $k_p = 0,5$ 208.

№3

(500 $b > c$)

Предположим для каких-то b и c a_b и a_c совпали. Тогда:

$$a_b = a_c = \frac{b^2 - 2}{b^2 - b + 2} = \frac{c^2 - 2}{c^2 - c + 2}$$

$$(b^2 - 2)(c^2 - c + 2) = (c^2 - 2)(b^2 - b + 2)$$

$$b^2c^2 - b^2c + 2b^2 - 2c^2 + 2c - 4 = b^2c^2 - bc^2 + 2c^2 - 2b^2 + 2b - 4$$

$$bc(c - b) + 4b^2 - 4c^2 + 2c - 2b = 0$$

$$(c - b)(bc - 4(b + c) + 2) = 0$$

т.к. $b \neq c$

$$bc - 4b - 4c + 2 = 0$$

$$(b - 4)(c - 4) = 14$$

т.к. b и c - натур и $b > c$, возможны только 2 случая (т.к. $14 = 1 \cdot 14$ и $2 \cdot 7$)



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	4	8	4	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолжение)

1) ~~белые~~

$$b-4=14 \text{ и } c-4=1 \Rightarrow b=18 \text{ и } c=5 \Rightarrow a_b=a_c=\frac{23}{22}$$

$$2) b-4=7 \text{ и } c-4=2 \Rightarrow b=11 \text{ и } c=6 \Rightarrow a_b=a_c=\frac{17}{16}$$

Значит, для всех остальных чисел a_n будут различными, т.е. a_n принимает 98 различных значений

Ответ: 98

208

№4

Рассмотрим как изменяется сумма квадратов всех чисел при выполнении одной операции

$$\text{было } n^2 + (n+1)^2 = 2n^2 + 2n + 1$$

$$\text{стало } (n-1)^2 + (n+2)^2 = 2n^2 + 2n + 5$$

так как остальные числа никак не изменяются, то при выполнении каждой операции сумма квадратов чисел увеличивается на $2n^2 + 2n + 5 - (2n^2 + 2n + 1) = 4$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	1	4	8	4	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4 (продолжение)

Значит, после 16 операций, она увеличится на $4 \cdot 16 = 64$

изначально было:

$$2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2) = 150 \Rightarrow \text{в конце станет равно}$$

$$150 + 64 = 174$$

Ответ: 174

№5

205.

Рассмотрим сначала кол-во способов раскрасить так прямоугольник 2×3 так, что разбить его на уголки можно 2 способами



или



В обоих случаях $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способов расставить цвета внутри уголка $\Rightarrow$ по 36 способов во всей таблице



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 4 8 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (продолжение)

Но могут быть пересечения (когда таблицу можно разбить и так, и так)
Тогда возможны 2 варианта расположения цветов

3	2
3	3
1	2

или

1	2
3	3
2	1

⇒ совпадающих вариантов 12

так как в каждой таблице по 6 способов расставить цвета (цифры)

Всего способов $36 + 36 - 12 = 60$

Теперь вернемся к таблице 3x10 и рассмотрим 2 самых левых столбца
Уголок, покрывающий левую верхнюю клетку может располагаться только так

///	
///	
///	

или

///	///
///	///
///	///

но тогда однозначно определяется и второй уголок

///	///
///	///
///	///

или

///	///
///	///
///	///



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 4 8 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (продолжение)

но тогда кол-во способов разрезать доску 3×10 равно кол-ву способов разрезать 3×2 умножив на кол-во способов разрезать 3×8

Аналогично кол-во способов разрезать 3×8 равно кол-ву способов разрезать 3×6 умножив на кол-во способов разрезать 3×2 и так далее.

В итоге, получается, что кол-во способов разрезать 3×10 равно кол-ву способов разрезать 3×2 в пятой степени,

т.е. $60^5 = 777600000$

Ответ: $60^5 = 777600000$

185.

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 9 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1

Назовём разбойника довольным, если рядом с ним сидит курец. С одной стороны, каждый курец даёт довольным не больше 2 разбойников. А с другой стороны, все разбойники довольны. Пусть k — кол-во курцов. Тогда:

$$k \geq \underbrace{1001 - k}_{\text{кол-во разбойников}} \rightarrow 2k \geq 1001 \rightarrow k \geq 500,5 \rightarrow k \geq 501. \text{ Поскольку рядом с каждым курцом сидит ровно один курец, то курцов можно разбить на пары сидящих рядом} \Rightarrow \text{их чётное кол-во. Наименьшее чётное число, большее } \geq 501 \text{ это } 502.$$

Пример на 502

Положим 502 курца попарно в круг. У нас $\frac{502}{2} = 251$ пара $\Rightarrow$ у нас 251 «прёйм» между парами. В 248 «прёймов» положим по паре разбойников, а в 3 оставшихся по одному. У каждого разбойника будет сосед курец, и их будет $248 \cdot 2 + 3 = 499 = 1001 - 502$.

208.

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	20	18		98

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

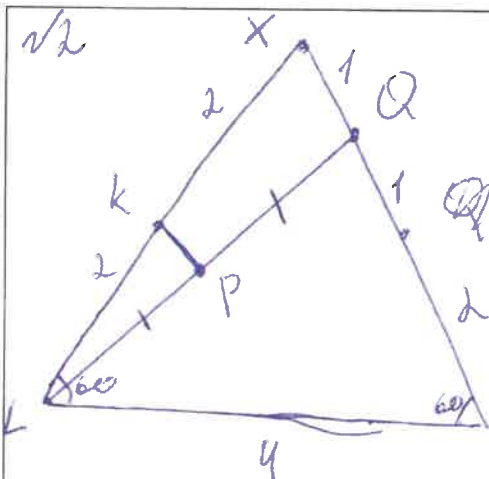
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

M	A	0	0	0	1	5	2	9	3	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Продлим LK и MA до пересечения, пусть это будет точка X . Тогда $\angle LXM$ равен при основании 60° .

$\Rightarrow$ ΔKLM равнобедренный. Тогда $LX = MX = LM = 4$.
 $KX = LX - LK = 2 \Rightarrow K$ середина LX .
 $OX = \dots$

$$QX = \mu_X - \mu_Q = 1.$$

В ~~тре~~ $\triangle LXA$ кр соединяет середины сторон LX и $LQ \Rightarrow$ кр — средняя линия $\triangle LXA$, $\therefore$ параллельная $XQ \Rightarrow kP = 1, XQ = 1 - 0,5 = 0,5$

Umkehr: $KP = \frac{1}{2} \times Q = \frac{1}{2} = 0,5$

Umkehr: $KP = 0,5 = \frac{1}{2}$ 208

2/4

205

Посмотрим, как меняется сумма квадратов при каждой операции. Сумма кв. 3 чисел, с которыми мы не взаимодействуем, не меняется. Сумма кв. 2 чисел, которые мы записываем, изменяется на $(n+1)^2 - (n-1)^2 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1) = 4n$.

$$(n-1)^2 + (n+2)^2 - n^2 - (n+1)^2 = (2n^2 + 2n + 5) - (2n^2 + 2n + 1) = 4. \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ после каждой операции сумма квадратов увеличивается на 4. После 16 операций она увеличивается на $16 \cdot 4 = 64$ от изначальной. Изначальная сумма = $\frac{1}{2}(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 16^2)$

$= \frac{1}{2}(2 \cdot 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2) = 2.55 = 110$. $110 + 64 = 174 \Rightarrow$ сумма квадратов
сумма равна 174. Ответ: 174

Судит робота 174. Ответ: 174

208

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 9 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

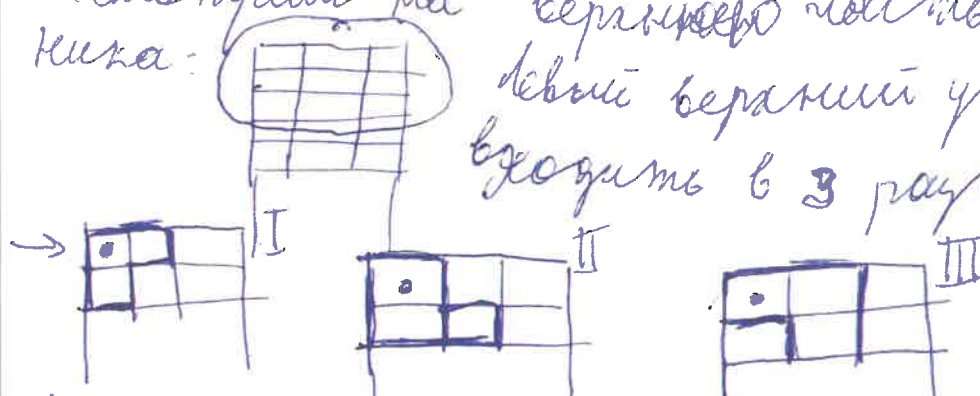
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Посмотрим, как мы можем разрезать доску на узоры из клеток. Рассмотрим на примере доски 3x6. Левый верхний угол может входить в 3 разреза доски.



В случае III левый верхний угол не попадает ни в один из них, а в случаях I и II, что бы она попала в узор возможен лишь один вариант: I II. Далее, из



аналогичных соображений, весь прямоугольник 3x6 разбивается на 5 прямоугольников 3x2, и для каждого из них 2 варианта разбиения на узоры:



Каждый левый и правый углы внутри прямоугольника 3x2. (У нас 2 варианта их вида). Каждый из них должен содержать все 3 цвета. Способов покрасить узор ровно 6 3 цвета 6. => для 2 вариантов 6 узорков внутри края 3x2 у нас по 6.6=36 вариантов раскраски

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 М А О О О 1 5 2 9 3 2 5
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1/5 (продолжение)

Но есть раскраски прямоугольника 3×2 , которые не учитываются в обобщенном способе. Это происходит, когда 2 клетки центрального столбца равны (например

1	3	2
2	3	1

 и

1	3	2
2	3	1

)

У нас 3 варианта для центральных цифр, и по 2 для placement цифр в крайних клетках $\Rightarrow$ всего таких случаев $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$, а всего способов подражать раскраски $36 + 36 - 12 = 60$.

Рассмотрим 2 варианта:

I Если прямоугольник четка зафиксирован, то вариантов раскраски 60^5 (для каждого прямоугольника 3×2 по 60 способов, а всего их 5) Ответ: 60^5

II Если нет, то число различных раскрасок = $(60^5 - 60^3) + 60^3$

$\frac{(60^5 - 60^3)}{2}$ — число симметричных раскрасок на 2, т.к. каждая раскраска посчитана дважды

Ответ: $60^3 \left(\frac{60^2 + 1}{2} \right)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 9 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1/3

Пусть a принимает равные значения для чисел n и $n+k$. Тогда. Заметим, что $\frac{n^2-2}{n^2-n+2} = 1 + \frac{n-4}{n^2-n+2}$

Тогда:

$$1 + \frac{n-4}{n^2-n+2} = 1 + \frac{n+k-4}{(n+k)^2-n-k+2} \rightarrow \frac{n-4}{n^2-n+2} = \frac{n+k-4}{(n+k)^2-n-k+2}$$

$$\rightarrow \frac{(n+k)^2-n-k+2}{n^2-n+2} = \frac{n+k-4}{n-4} \quad \text{Раскроем скобки и сократим:}$$

$$\rightarrow \frac{k}{n-4} + 1 = \frac{2nk+k^2-k}{n^2-n+2} + 1 \quad \rightarrow \frac{1}{n-4} = \frac{2n+k-1}{n^2-n+2}$$

$$\rightarrow n^2-n+2 = (n-4)(2n+k-1) = 2n^2+nk-4n-8n-4k+4 \rightarrow n^2+nk-8n-4k+2=0$$

$$\rightarrow (n-4)(n+k) = 4n-2 \rightarrow (n+k) = \frac{4n-2}{n-4} \rightarrow n+k = 4 + \frac{14}{n-4}$$

Заметим, что слева $n+k$ - целое $\Rightarrow 4 + \frac{14}{n-4}$ тоже целое $\Rightarrow 14 : n-4 \Rightarrow n \in \{18; 11; 6; 5\}$ $k \in \{5; 6; 11; 18\}$ Проверим: $a_5 = \frac{23}{22} = \frac{322}{308} = a_{18}$, $a_6 = \frac{34}{32} = \frac{119}{112} = a_{11}$

$\Rightarrow$ у нас 2 пары равных $a \Rightarrow a$ может принимать 98 различных значений:

ответ 98 различных значений 208.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

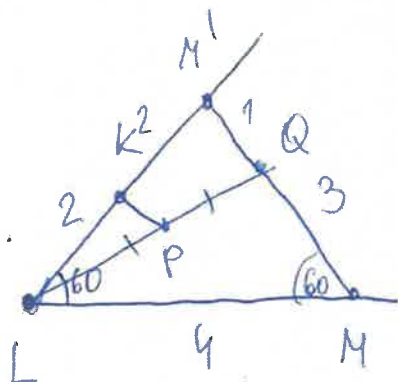
1	2	3	4	5	Σ
20	20	20	20	15	95

Вариант № 1

М А О О О 1 0 3 1 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2.



Продолжим MQ до пересечения со стороной LM в точке M' . Тогда т.к. $\angle M'LM = \angle M'ML = 60^\circ$, то $\triangle LM'M$ - равност.

$$\Rightarrow LM' = LM = MM' = 4 \Rightarrow M'Q = 1 \text{ (т.к. } QM = 3) \text{ и}$$

$$KM' = 2 \text{ (т.к. } LK = 2)$$

Тогда K - середина LM' $\Rightarrow KP$ - сред. лин. $\triangle M'LM$

$$\Rightarrow KP = \frac{1}{2} M'Q = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5 \quad \text{208.}$$

№ 4.

Посмотрим как меняется Σ квадратов при действии.

$$n^2 + (n+1)^2 \rightarrow (n-1)^2 + (n+2)^2$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 \xrightarrow{+4} n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4$$

К сумме прибав. 4. (вне зависимости от выбор. чисел)

$\Rightarrow$ После 16 операций сумма квадратов + 64.

$$\text{Она была: } \frac{25 \cdot 2}{50} + \frac{16 \cdot 2}{32} + \frac{9 \cdot 2}{18} + \frac{4 \cdot 2}{8} + \frac{1 \cdot 2}{2} + 0 = 110.$$

$$\Rightarrow \text{стала } 174 \quad \text{208.}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 3 1 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3.

Посмотрим на 2 числа. Пусть 1 равнос.

$$\frac{n^2-2}{n^2-n+2} = \frac{(n+t)^2-2}{(n+t)^2-(n+t)+2}$$

$$(n^2-2)((n+t)^2-(n+t)+2) = ((n+t)^2-2)(n^2-n+2)$$

$$\cancel{n^2(n+t)^2} - \cancel{n^2(n+t)} + \underline{2n^2} - \cancel{2(n+t)^2} + \underline{2(n+t)} - \cancel{4} =$$

$$= \underline{(n+t)^2 n^2} - \underline{n(n+t)^2} + \underline{2(n+t)^2} - \underline{2n^2} + \underline{2n} - \cancel{4}$$

$$2(n+t)4n^2 + n(n+t)^2 = n^2(n+t) + 4(n+t)^2 + 2n$$

$$\cancel{2n+2t+4n^2+n^3+2n^2t+nt^2} = \cancel{n^3+n^2t+2n^2+4nt+2t^2+2n}$$

$$\cancel{3n+2t+4n^2+n^3+2n^2t+nt^2} = \cancel{n^3+n^2t+4n^2+4t^2+8nt+2n}$$

$$2t+n^2+nt^2 = 4t^2+8nt$$

$$2+n^2+nt = 4t+8n$$

$$n^2-8n+2 = (4-n)t \quad (n \neq 4, \text{ если } n=4, \text{ то лев. часть} = -14)$$

$$t = \frac{n^2-8n+2}{4-n} \quad t - \text{натур. число, } n \text{ тоже. } \Rightarrow$$

$$n^2-8n+2 : 4-n \Rightarrow : n-4$$

$$(n-4)^2 - 14 : n-4 \Rightarrow 14 : n-4$$

$$n-4 = \begin{bmatrix} 14 \\ 2 \\ 7 \\ 1 \\ -14 \\ -2 \\ -7 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} n=18 \\ n=6 \\ n=11 \\ n=5 \\ n=-10, \text{ нет} \\ n=2 \\ n=-3, \text{ нет} \\ n=3 \end{array}$$

Значит только при этих n может найтись t . Подставим n .

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА 0 0 0 1 0 3 1 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~n=18~~ $n=18$. $18^2 - 8 \cdot 18 + 2 > 0$, а $4 - 18 < 0 \Rightarrow t < 0$ плохо.

$n=6$. $\frac{6^2 - 48 + 2}{4 - 6} = \frac{-10}{-2} = 5 \checkmark$

$n=11$. $t = \frac{11^2 - 8 \cdot 11 + 2}{4 - 11} < 0$. Плохо

$n=5$. $t = \frac{25 - 40 + 2}{4 - 5} = 13 \checkmark$

$n=2$. $\frac{2^2 - 16 + 2}{4 - 2} = \frac{-10}{2} < 0$. Плохо.

$n=3$. $\frac{3^2 - 24 + 2}{4 - 3} = -13 < 0$. Плохо.

$\Rightarrow t = 5$ или 13
 $n = 6$ или 5 .

Значит только при $n=6$ и $t=5$ ~~есть~~ ~~равн.~~ ^{есть} равн.

числа. $(\frac{34}{32} = \frac{119}{112})$ и при $n=5$ и $t=13$.

$(\frac{23}{22} = \frac{322}{308})$. При других n не найдется t , чтобы 2 числа послед. равнялись. Всего зна-

чений 100 штук. 2 повторяются $\Rightarrow$ 98 разных чисел. 208

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

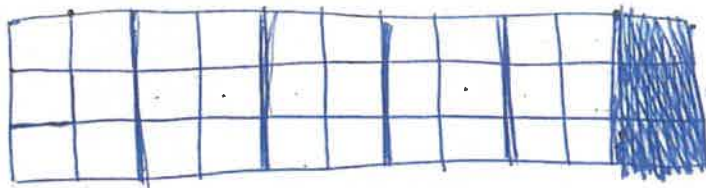
М А 0 0 0 1 0 3 1 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

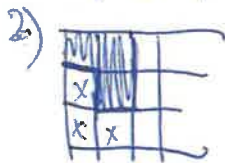
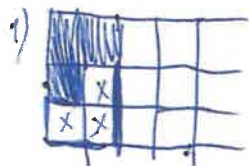
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



(N5)



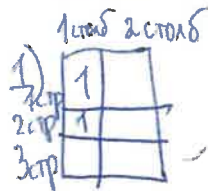
Для разрезания 3×10 на уголки придется их разбить на 2×3 . ~~Посмотри~~ ~~на способ за- полнить~~ ~~верхнюю левую клетку.~~ Если так, то нижнюю левую клетку мож- но ~~заполнить~~ ~~однозначно~~. Будет 2×3 .



Тоже 2×3 . 3) - Разбить нельзя.

4) Тоже нельзя.

Тогда нам достаточно покрасить ^{1 шт.} 2×3 . Цвета 123. Без огранич. общности поставим сюда 1. Тогда:



Если рядом тоже есть 1, то она только по вертикали, т.к. если так: , то как бы

мы не ставили уголок, то у него не будет 3 цветов в клетках.

Тогда в клетку 1 стр. 2 столб. один из 2 цветов. Тогда разбиение такое: В клетку 1 стр. 2 столб. можно 1 из 2 цветов оставшихся, в клетку 3 стр. 1 столб. тоже. В оставшиеся 2 клетки цвета однозначны.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 3 1 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

некоторые варианты совпадают, например
 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ на самом деле одинаковы, т.к.
 умножаем на $3! = 6$ перестановок,
 когда умножать не на 6, а на 3 варианты выбрать цвет первой клетки (12 в.)

Всего $2 \cdot 2 = 4$ варианта. А положить 3 цвета местами можно $3! = 6$ способами. Всего 24 вар.

2) Если рядом нет 1. Тогда пусть в 2 стр. 1 столб

" 2"

1 стр	1	2 стр
2 стр	2	2 стр
2 стр		



• Если в 1 стр. 2 столб "2", то:

1 стр	1	2 стр
2 стр	2	2 стр
3 стр		

разбиение



Тогда во 2 стр. 2 столб.

Точно "3", а ост 2 клетки записан. $2! = 2$ спос.

Всего можно положить цветов 6 способ. Всего 12 шт

• Если в 1 стр 2 столб "3", то: могут тоже правильно

1	3
2	

у нас есть разнотв. угол. Ост. 3 клетки

можно заполнить $3! = 6$ способами

поменять можно $3! = 6$ спос. Всего $6 \cdot 6 = 36$

Всего $36 + 24 + 12 = 72$ способа покрасить 2×3

$\Rightarrow$ Их всего 5 штук $\Rightarrow 72^5$ способов покрасить 3×10 .

158.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	1	0	3	1	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(N1)

Пусть купцов x . Тогда разбойников $1001 - x$.

Р К К Р
К
К
Р
Р

~~Определим~~ Определим кол-во связей Р-К. С одной стороны их ровно x , т.к. каждый купец участвует ровно в 1 связи. С другой

стороны их $\geq 1001 - x$, т.к. от каждого разбойника получается 1 или 2 связи. $\Rightarrow$

$$x \geq 1001 - x \Rightarrow x \geq 501.$$

Пусть $x = 501 \Rightarrow$ Тогда ^{только от} одного разбойника

~~2~~ 2 связи Р-К, от остальных по 1.

(т.е. $1 + 2 = 501$ связь). Нарисуем его и пойдем по цепочке.

Все расположение восстанов. однозначно.

Р К К Р / К / Р
К К Р

Получается $\frac{1001-1}{4} = 250$ блоков Р К К Р. и 1 купец.

Но видно, что тогда будет купец с 2 соседями разбойниками.

Плохо $\Rightarrow x \geq 502$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 0 3 1 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~~Пример на $x=502$:~~



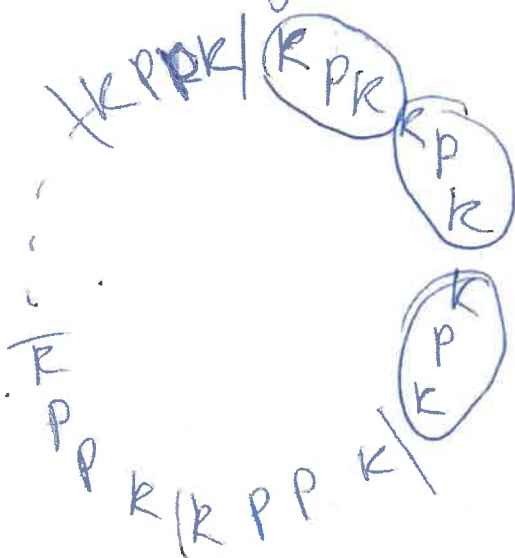
~~у нас тогда 2 разбойника, дающих по 2 связи, ост. по 1. Всего получается~~

~~$$\frac{1001-5}{4} = 249 \text{ блоков KPPK}$$~~

~~и остаток "А" из 5 людей.~~

~~Купцов всего $249 \cdot 2 + 3 =$~~

Пример на $x=502$. Поставим подряд 3 разбойников, дающих по 2 связи к-р.



и продолжим KPPK

Всего блоков KPPK

$$\frac{1001-9}{4} = 248$$

$\Rightarrow$ Купцов $\cdot 248 \cdot 2 + 6 =$

$$= 502$$

205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 0 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	20	10		90

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N3

$$a_n = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2}$$

Если $a_i = a_j$, то

$$\frac{i^2 - 2}{i^2 - i + 2} = \frac{j^2 - 2}{j^2 - j + 2}$$

$$(i^2 - 2)(j^2 - j + 2) = (j^2 - 2)(i^2 - i + 2)$$

$$i^2 j^2 - i^2 j + 2 i^2 - 2 j^2 + 2 j - 4 = j^2 i^2 - i j^2 + 2 j^2 - 2 i^2 + 2 i - 4$$

$$i j^2 - i^2 j + 4 i^2 - 4 j^2 + 2 j - 2 i = 0$$

$$i j(j - i) + 4(j - i)(j + i) + 2(j - i) = 0$$

$$(j - i)(i j - (4 j + 4 i) + 2) = 0 \quad | : (j - i) \neq 0, \text{ т.к.}$$

$$i j - 4 i - 4 j + 2 = 0$$

это порядк. номера членов
прогрессии

$$(i - 4)(j - 4) = 14 - \text{уравнение в целых.}$$

$$14 = 1 \cdot 14 = 14 \cdot 1 = 2 \cdot 7 = 7 \cdot 2 = (-1) \cdot (-14) = (-14) \cdot (-1) =$$

$$= (-2) \cdot (-7) = (-7) \cdot (-2)$$

Из усл. следует, что $i, j > 0 \Rightarrow i - 4 > -4; j - 4 > -4 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ не подойдут пары: $(-1) \cdot (-14); (-14) \cdot (-1);$

$(-2) \cdot (-7); (-7) \cdot (-2)$ т.к. одна из скобок будет < -4 , а мы доказали, что этого не бывает (см. продолжение)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 0 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолжение)

$$\begin{cases} i-4=1 \\ j-4=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i=5 \\ j=18 \end{cases} \text{ т.е. } a_5=a_{18}$$

$$\begin{cases} i-4=14 \\ j-4=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i=18 \\ j=5 \end{cases} \text{ т.е. } a_5=a_{18}$$

$$\begin{cases} i-4=2 \\ j-4=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i=6 \\ j=11 \end{cases} \text{ т.е. } a_6=a_{11}$$

$$\begin{cases} i-4=7 \\ j-4=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i=11 \\ j=6 \end{cases} \text{ т.е. } a_6=a_{11}$$

Итого, $a_5=a_{18}$ и $a_6=a_{11}$ все ост. члены различны $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Из 100 членов, 98 являются различными.

Ответ: 98

208.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 0 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Докажем следующий
понижающий вариант: за одну операцию сумма квадратов
чисел на доске увеличивается на 4.

$$n, n+1 \rightarrow n-1, n+2$$

$$n^2 + (n+1)^2 = 2n^2 + 2n + 1 \xrightarrow{+4} (n-1)^2 + (n+2)^2 = 2n^2 + 2n + 5$$

Сумма квадратов чисел не подвергавшихся операции
не меняется, а двух подвергшихся операции
увеличилась на 4 $\Rightarrow$ и общая сумма квадратов
после 1 операции увеличилась на 4. докажем
понижающий вариант.

Тогда за 16 операций ^{сумма квадратов на доске} увеличится на $16 \cdot 4 = 64$.

Изначально сумма квадратов равна $2(25+16+9+4+1) = 110$

$\Rightarrow$ в конце сумма квадратов станет равна

$$110 + 64 = 174$$

Ответ: 174

208.

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 0 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

купец - К, разбойник - Р

Докажем, что всего К - чётно. Если найдётся К, то из условия следует, что ровно один его сосед - К.

Имеем: $\underline{K \ K}$ у 1-ого купца есть сосед купец $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 2-ой сосед - Р. Аналогично, у 2-ого купца будет сосед Р.

Получим $\underline{R \ K \ K \ R}$ - чет. кол-во К

Проводя такие же рассуждения для следующего К приходим к тому, что имеется другая $\underline{R \ K \ K \ R}$.

Другими словами все К расположены парами и

эта пара ограничена с 2 сторон разбойниками! $\Rightarrow$ всего К - чётно.

Докажем, что среди ^{любых} 4 подряд идущих людей ≥ 2 К.

если это не так, то в блоке из 4 людей, то либо 0 К, либо 1 К.

1) 0 К:

$\underline{R \ R \ R \ R}$
1 2 3 4

такого не бывает, т.к. у Р, отн. стрелочкой нет соседей - купцов
противоречие

2) 1 К:

Очев., что К не может сидеть на 2 и 3 месте, т.к. будет окружён Р, а этого не бывает

$\Rightarrow \underline{K \ R \ R \ R}$ или $\underline{R \ R \ R \ K}$, но этого тоже не бывает

↑
к купцу
соседа - К
противоречие

↑
к купцу
соседа - К
противоречие

Докажем, что в блоке из 4 людей ≥ 2 К.

(см. продолжение)



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 0 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение)

Оценка:

~~Разобьем стол на блоки из интересующихся~~

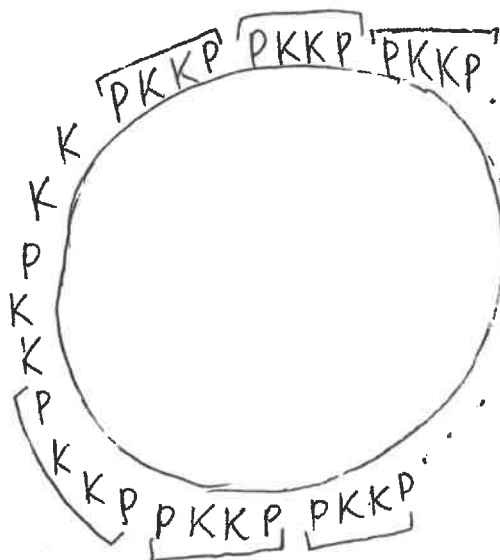
Разобьем стол на непересекающиеся блоки по 4 чел.
будет 250 полных блоков

Суммарно в блоках $\geq \cancel{2 \cdot 250} = 500 K$,

но ровно 500 не достигается, т.к. на стыке имели:
на стыке затратили ещё $\geq 1 K \Rightarrow$
 $\Rightarrow \geq 501 K$. П.к. всего чет. кол-во K , то
иже ≥ 502 .



пример на 502:



в примере $\frac{1001-5}{4} = \cancel{249}$ 249 блоков

в этом блоке суммарно

$$249 \cdot 2 = 498 K$$

Также добавит. имели

4 K вне блоков

Значит всего 502 K.

разобитчиков же $498 + 1 = 499$.

Нетрудно убедиться, что пример удовл. условию

Ответ: 502

208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

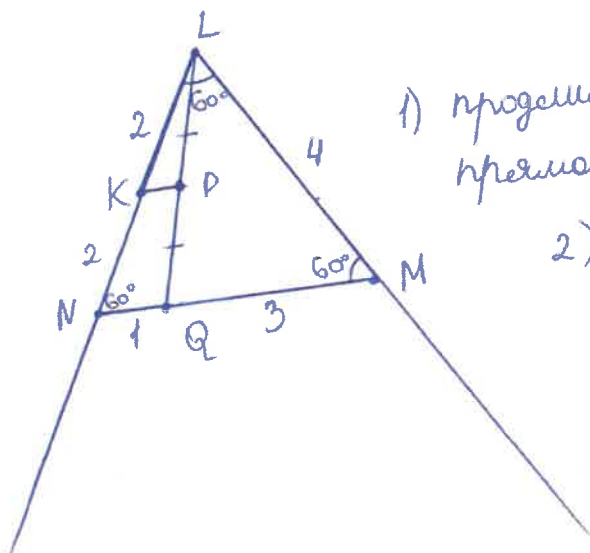
М А О О О 1 3 0 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2



1) проведем MQ до пересечения с прямой KL в точке N

$$2) \angle NLM = \angle LMN = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle LNM = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle MNL - \text{р/с} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ML = NL = MN = 4$$

$$\Rightarrow NK = NL - KL = 4 - 2 = 2$$

$$\text{и } NQ = MN - MQ = 4 - 3 = 1$$

$$3) MN = KL = 2, LP = PQ (\text{усл.}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KP - \text{ср. линия } \triangle NLQ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KP = \frac{1}{2} NQ = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

208.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

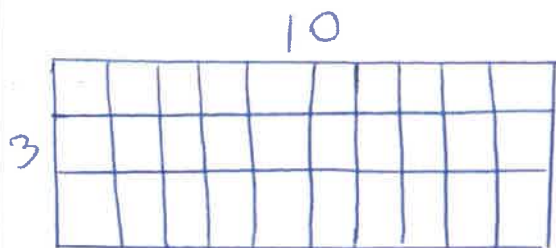
М А О О О 1 3 0 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

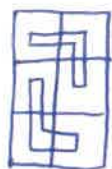
N5



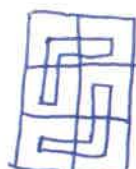
узелок состоит из 3 разных цветов по усл.

Рис. крайний левый прям-ик 3×2 .

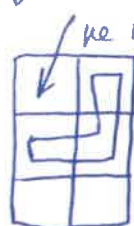
Его можно разрезать на узелки 2 способами



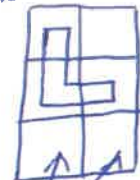
или



т.к. при



или



Далее покрыв прям-ик 3×2 узелками, выкидываем его и повторяем рассуждение (рис. новый крайний левый прям-ик 3×2 , его опять таки можно покрыть узелками 2 способами) и т.д.

Итог: 5 пересек. прям-ик 3×2 с 2 узелками в нём.

Рис. произв. прям-ик 3×2 :

узлов 2 =>

=> $(3!)^2$ способами

покрасим оба узелка

т.к. на расположения узелков

каждо 2 способа, то на прям-ик 3×2

всего $(3!)^2 \cdot 2 = 72$ способа



2 способа расп. узелки

1 из клеток 1-го узла можно покрасить любым из 3 цветов, 2 клет. любым из 2 цветов, 3 клет. любым из 1 цвет. на узелок затрат. $3!$ способа

(см. продолжение)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	3	0	7	8	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (продолжение)

Итого всего 7

прием-иков 3×2 равно 5
взывает всю доску

способ раскрасить $72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72 = 72^5$

Это и есть итеративный ответ.

Ответ: 72^5

108.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 1 3 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

2001

1	2	3	4	5	6	Σ
18	20	20	20	10		88

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Попробуем построить исходную последовательность

Р К К Р Р К К Р К К...

Тогда есть 2 шаблона для построения всей раскладки: К К Р Р и К К Р, обозначим их

(*) и (**). Поскольку $2001 \neq 4$, то нет возможности полностью построить последовательность из (*).

N	кол-во *	количество **	кол-во разбойников
1	500 $4 \cdot 500 = 2000$	остался 1 чел.	—
2	499 $4 \cdot 499 = 1996$	осталось 5 чел.	—
3	498 $4 \cdot 498 = 1992$	3 осталось 3 чел.	$2 \cdot 498 + 3 \cdot 1 = 999$
4	Далее что бы было кратно 3, нужно 495 $4 \cdot 495 = 1980$	кол-во человек для (**) кол-во (*) уменьшить 7 21 чел.	$2 \cdot 495 + 7 = 997$

Если и дальше уменьшать кол-во (*), то общее кол-во разбойников будет снижаться

Тогда максимальное кол-во разбойников →

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 1 1 3 6 1 2 5

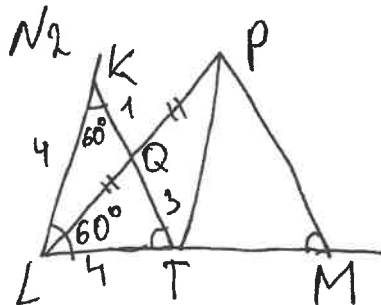
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

будет в случае 3
и равно 999

105



1) Продолжим KQ до пересечения с LM в т. Т

в $\triangle LKT$: $\angle KLT = \angle LKT = 60^\circ$, $\Rightarrow \angle KTL = 180 - 2 \cdot 60 = 60$

$\triangle LKT$ правильный

$LK = KT = LT = 4$

$KT = KQ + QT$

$4 = 1 + QT$, тогда $QT = 3$

в $\triangle LPM$ проведем QT:

Q - середина LP, $LT = 4$, $TM = 8 - 4 = 4$,

T - середина LM

QT - средняя линия $\triangle LPM$

$QT \parallel PM$, $PM = 2QT = 6$

Ответ: 6

205

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 2

М А О О О 1 1 3 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

-5 -4 -3 -2 -1 0

1 2 3 4 5

Найдём, как уменьшится сумма квадратов при замене чисел n и $n+1$ на числа $n-1$ и $n+2$

$$n^2 + (n+1)^2 = 2n^2 + 2n + 1$$

$$(n-1)^2 + (n+2)^2 = 2n^2 - 2n + 1 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$$

Значит, за один ход сумма квадратов увеличивается на 4. При первоначальном положении.

$$(-5)^2 + (-4)^2 + \dots + 5^2 = 2(25 + 16 + 9 + 4 + 1) = 2 \cdot 55 = 110$$

После 17 операций получим

$$110 + 4 \cdot 17 = 110 + 68 = 178$$

Ответ: 178

208

№3

$$a_n = \frac{n^2 - 22}{n^2 - n - 16} = 1 + \frac{n - 6}{n^2 - n - 16}$$

Допустим, существует $n \neq k$, что

$$a_n = a_k, n \neq k;$$

тогда

$$\frac{n - 6}{n^2 - n - 16} = \frac{k - 6}{k^2 - k - 16}$$

ВНИМАНИЕ! Проворачивается только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 1 3 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$n(k^2 - k - 16) - 6(k^2 - k - 16) =$$

$$= k(n^2 - n - 16) - 6(n^2 - n - 16)$$

~~(n+k)~~

$$(n-k)(6(n+k) - 4k - 22) = 0, \text{ т.к. } n \neq k, \text{ то}$$

$$n - k - 6n - 6k + 22 = 0$$

$$(n-6)(k-6) = 14$$

III. К. n и k целые, то получим случаи:

$$1) n-6=1, n=7$$

$$k-6=14, k=20$$

найдена пара

$$3) n-6=2$$

$$k-6=7$$

$$n=8$$

$$k=13$$

найдена пара

$$2) n-6=-1, n=5$$

$$k-6=-14, k=-8$$

нет пары, $k < 0$

$$4) n-6=-2, n=4$$

$$k-6=-7, k=-1$$

нет пары, $k < 0$

Найдено 2 пары одинаковых чисел. Значит, различные значений будет

$$(100 - 2 + 1) - 2 = 99 - 2 = 97$$

Ответ: 97

№5

Заметим, что каждый уголок будет состоять из 2-х клеток верхнего или нижнего ряда и одной клетки среднего ряда.

Исходный прямоугольник единственным образом разбивается на прямоугольники

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 1 3 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

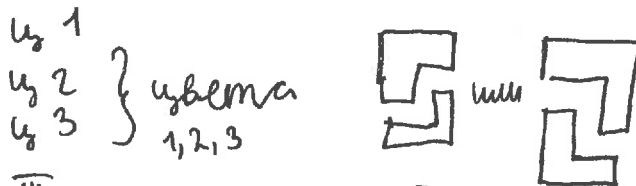
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3x2, а каждый из прямоугольников

3x2 содержит два трёхцветных уголка. Тогда найдём кол-во раскрасок исходного прямоугольника, таких что:

- в верхнем и нижнем рядах цвета 1 и 2 клеток различаются, 3 и 4 клеток различаются, и т.д.
- клетка в среднем ряду имеет цвет, отличный от двух цветов клеток в верх-нем/нижнем ряду, в зависимости от того, в какой-какой уголок она входит

Прямоугольник 3x2 можно разбить на уголки двумя способами



Тогда для каждой пары клеток (1,2), (3,4) и т.д. в первом ряду, (25,26), (27,28) и т.д.

в последнем ряду получим следующие раскраски:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

$\begin{matrix} (u_1, u_2) \\ (u_1, u_3) \\ (u_2, u_3) \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} (u_1, u_2) \\ (u_1, u_3) \\ (u_2, u_3) \end{matrix}} \right\}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М Н О О О 1 1 3 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$y^3; y^1$
 $y^3; y^2$ } 6 вариантов

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Итого получили 6⁶ вариантов раскрасить
верхний ряд

~~6~~ 6⁶ вариантов раскрасить нижний ряд

2⁶ вариантов раскрасить средний ряд

Итого $6^6 \cdot 6^6 \cdot 2^6 = 72^6$ способов

105

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



M	A	0	0	0	1	4	1	8	2	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



1	2	3	4	5	6	Σ
4	20	20	18	20		82

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

KKP

↑

Р.Р.Р. ичиче у него нет соседа купца.

Упр во 2008 К.

Ober: 200 ± 48

[illegible]

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

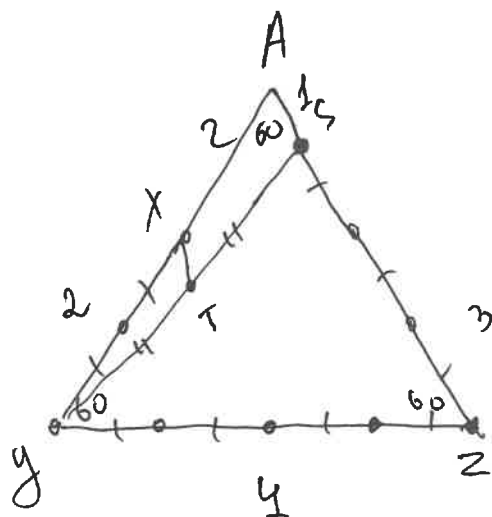
М А О О О 1 4 1 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~2



Пересечем лучи YX и ZS
и получим точку A .
По условию углы в $\triangle YAZ$
 $\angle YAZ = 180 - 60 - 60 = 60^\circ$
т.е. в $\triangle YAZ$ все углы по $60^\circ \Rightarrow$
он $PIC \Rightarrow YA = AZ = 2YU = 4$.
Значит $AX = 4 - 2 = 2 \Rightarrow$
 X - середина YA .
 $AS = 4 - 3 = 1$. XT - средняя

мид $\Rightarrow XT = \frac{1}{2} AS = 0,5$
($\triangle YAS$)

Ответ: 0,5

208

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 4 1 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~Дано~~ ~ 4

пусть на i ходу сумма

квадратов чисел на доске была x . посмотрим, как она изменится на $i+1$ ходу.

$$n^2 + (n+1)^2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$$

сумма квадратов этих чисел увеличилась на

$$(n-1)^2 + (n+2)^2 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$$

и увеличилась на

$$(2n^2 + 2n + 5) - (2n^2 + 2n + 1) = 4$$

сумма квадратов остальных чисел не ~~изменилась~~ ~~знает~~ ^{квадратов} ~~знает~~ сумма чисел на $i+1$ ходу станет $x+4$

Изначально сумма квадратов чисел равна

$$(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

Она увеличится за 18 ходов на $18 \cdot 4$ и станет:

$$(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 18 \cdot 4$$

можно было и посчитать

185

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 3

М А О О О 1 4 1 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~3

докажем, что

 $a_n \leq a_{n+1}$ при $n \geq 7$

$$\frac{n^2-6}{n^2-n-2} \stackrel{?}{>} \frac{(n+1)^2-6}{(n+1)^2-(n+1)-2}$$

$$\frac{n^2-6}{n^2-n-2} \stackrel{?}{>} \frac{n^2+2n+1-6}{n^2+2n+1-n-1-2} = \frac{n^2+2n-5}{n^2+n-2}$$

Заметим, что

$$n^2-n-2 > 0$$

докажем, что

$$n^2-n-2 > 0$$

$$n(n-1) > 2$$

$$n > 2 \Rightarrow n-1 > 1 \Rightarrow$$

$$n(n-1) > 2.$$

Заметим, что

$$n^2+n-2 > 0 \text{ оно больше чем } n^2-n-2. \text{ и ч}$$

$$n^2-n-2 > 0 \text{ а } n^2+n-2 > n^2-n-2 \Rightarrow$$

(оно больше чч)

$$n^2+n-2 > 0.$$

$$n > 0$$

Значит, обе части неравенства можно

$$(n^2-n-2)(n^2+n-2)$$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 3

М А О О О 1 4 1 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Получим:

$$(n^2-6)(n^2+n-2) \cdot (n^2+2n-5) \cdot (n^2-n-2)$$

Раскроем скобки

$$\underline{n^4 + n^3 - 2n^2 - 6n^2 - 6n + 12} \cdot \underline{n^4 - n^3 - 2n^2 + 2n^3 - 2n^2 - 4n - 5n^2 + 5n + 10}$$

сократим общие множители

приведем подобные:

$$-8n^2 - 6n + 12 \cdot -8n^2 + n + 10$$

Перенесем все ~~вправо~~ влево

$$n^2 - 7n + 2 > 0$$

$$n^2 > 7n - 2$$

заменим, что при $n \geq 7$ это верноЗначит $a_7 > a_8 > a_9 \dots > a_{100}$

Посмотрим первые члены:

$$a_3 = \frac{9-6}{9-3-2} = 0,75$$

$$a_4 = \frac{16-6}{16-4-2} = 1$$

$$a_5 = \frac{25-6}{25-5-2} = 1 \frac{1}{18}$$

$$a_6 = \frac{36-6}{36-6-2} = 1 \frac{1}{14}$$

~~Значит среди чисел от a_3 до a_6 нет
 одинаковых и среди чисел от a_7 до a_{100}
 тоже. Значит (получим $a_7 > a_8 > a_9 \dots a_{100}$)~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 3

М А О О О 1 4 1 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Пусть есть 3 равных
числа. Тогда 2 из
них это от a_3 до a_6~~

~~и для от a_7 до a_{100} но там все числа разные.~~

~~Значит не более двух равных чисел есть.~~

покажем, что

$n^2 - 6$ при $n > 4$

$$\frac{n^2 - 6}{n^2 - n - 2} > 1$$

$$n^2 - 6 > n^2 - n - 2$$

$$n > 4 \quad \text{значит}$$

все числа $a_3, a_4, a_7, a_8, \dots, a_{100}$ различные

$$a_5 = 1\frac{1}{18} \quad a_6 = 1\frac{1}{14} \quad \text{Заметим, что } a_9 = \frac{81-6}{81-9-2} = 1\frac{1}{14}$$

Значит $a_9 = a_6$. Пусть $a_i = a_j$ тогда $a_i = a_j$ противоречие. (a_i среди чисел a_7 до a_{100} не a_9)

Заметим, что

$$a_{14} = \frac{196-6}{196-14-2} = 1\frac{1}{18} = a_5. \quad \text{Пусть } a_j = a_5 \text{ тогда}$$

$$a_j = a_{14} \text{ противоречие.}$$

Значит $a_5 = a_{14}, a_6 = a_9$ А остальные

$$a_5 \neq a_6 \neq a_3 \neq a_4 \neq a_7 \neq a_8 \neq \dots$$

Отвѣт: 96 т.е. всего чисел 98 и из

них 2 пары одинаковых.

185.

доказательство не идеальное.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 1 4 1 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

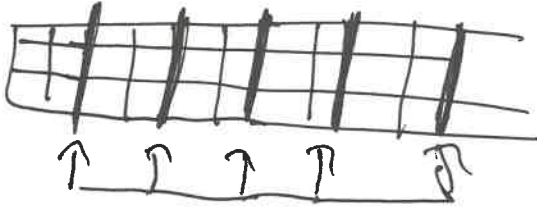
25

Докажем, что
прямоугольник

$3 \times 2n$ можно

разрезать на уголки

только ^{не} пересечения $2n \downarrow$



область

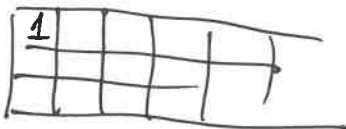
доказано по индукции. параметр: n

'база' $n=1$

3×2

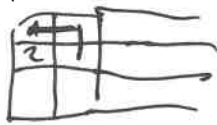
верно

переход $n-1$ и n



посмотрим на угловую клетку 1

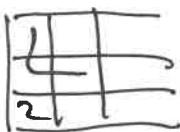
разберем 3 случая как её заштриховать



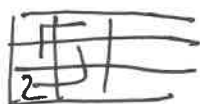
$\Rightarrow$



клетку 2 только так:



клетку 2 никак



клетку 2 только

так. Значит ~~как~~ можно

убрать первые 2 столбца и

по предположению индукции

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Вариант № 3

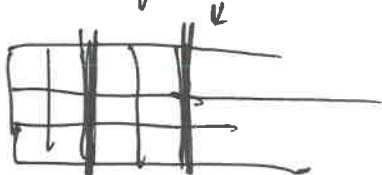
М А О О О 1 4 1 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

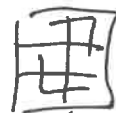
дн) описано
прямоугольная
верно, что углы
не пересекают



Зная и 3×4 то верно тоже
посмотрим как можно порезать отрезные
кусочки 2×3



Заметь можно так



Зная все варианты порезки
 $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

выбираем варианты, выбираем первый угол
первого угла, выбираем второй,

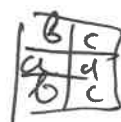
Аналогично для второго угла. Посмотрим,
сколько вариантов мы посчитали сразу
срезаются и в таком



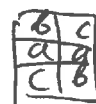
→



→



или



итого $3 \cdot 2 \cdot 2$ зная все варианты
 $(2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \cdot 2)^7$ т.е. всего 7 кусков

158.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

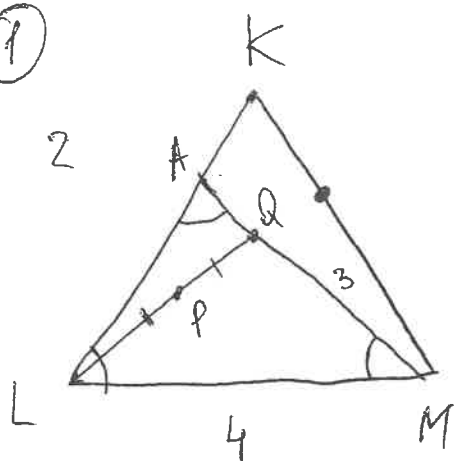
М А 0 0 0 1 2 4 3 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	20	20	20		80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

①



✓ 2.

~~Рассмотрим этот чертёж~~

Дано:

$$KL = 2$$

$$MQ = 3$$

$$ML = 4$$

$$\angle LMQ = \angle KLM = 60^\circ$$

P — середина LQ

Найти: KP — ?

Рассмотрим такой чертёж:

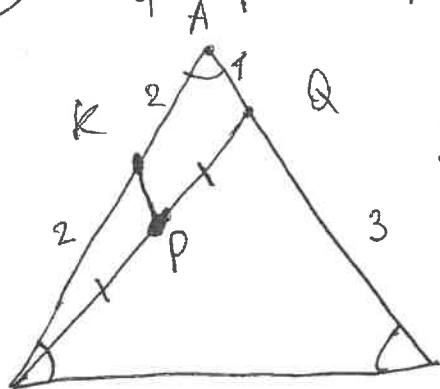
т.к. $\angle LMQ = \angle KLM = 60^\circ$, то $\triangle ALM$ — равносторонний.

Значит, $LM = AL = 4$.

По условию, $KL = 2$.

Получилось, что $AL > KL$, но по чертежу у нас $KL > AL$. Следовательно, такого случая не может быть.

② Теперь рассмотрим такой чертёж.



т.к. $\angle LMQ = \angle KLM = 60^\circ$, то $\triangle ALM$ — равносторонний.

Значит, $AL = ML = AM = 4$.

$$AL = AK + KL$$

$$AK = AL - KL = 4 - 2 = 2 \Rightarrow KL = 2$$

$$\Rightarrow AK = KL$$

P — середина LQ $\Rightarrow$ KP — средняя линия в $\triangle ALQ$.

$$AK = KL$$

$$AM = AQ + QM \Rightarrow AQ = AM - QM = 4 - 3 = 1$$

$$KP = \frac{AQ}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ (т.к. KP — средняя линия в } \triangle ALQ \text{)}$$

Ответ: 0,5

205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

1

M	A	0	0	0	1	2	4	3	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

✓ 4

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим два случая: n Данная таблица
и $n + 1$

~~Второй шаг~~ Изначально, квадрат первого числа равнялся n^2 . Это число заменили на $(n-1)$, тогда квадрат числа стал равен $(n-1)^2 = n^2 - 2n + 1$, то есть квадрат ~~числа~~ увеличился на $(-2n + 1)$.

то есть квадрат ~~увеличился~~ увеличился.
Рассмотрим второе число $(n+1)$. Его квадрат из-
начально был равен $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$. Это число
заменяем на $(n+2)$, и его квадрат стал равен.
 $(n+2)^2 = n^2 + 4n + 4$, то есть квадрат увеличился

$$\text{LHS } n^2 + 4n + 4 - n^2 - 2n - 1 = 2n + 3.$$

Всего, сумма квадратов этих двух чисел увеличилась на $-2n+1+2n+3=4$.

То есть за одну операцию, сумма квадратов всех чисел увеличивается на 4. Значит, за 16 операций, сумма квадратов чисел на доске увеличится на ~~4~~ $4 \cdot 16 = 64$

Известно, сумма квадратов равна:

$$(-5)^2 + (-4)^2 + \dots + 0 + 1^2 + 2^2 + \dots + 5^2 = 2 \cdot 25 + 2 \cdot 16 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 = 2(25 + 16 + 9 + 4 + 1) = 2 \cdot 55 = 110$$

Она увеличилась на ~~10~~⁶⁴ и стала равна ~~10010~~¹⁰⁰⁷⁴.

ответ: ~~174~~ - ~~174~~ 174 $110 + 64 = 174$

201

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

1

М А 0 0 0 1 2 4 3 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

✓3

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$a_n = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2}$$

Найдем все такие пары $(x; y)$, при которых.

$$a_x = a_y \quad \frac{x^2 - 2}{x^2 - x + 2} = \frac{y^2 - 2}{y^2 - y + 2}, \quad \text{Отсюда:}$$

$$(x^2 - 2)(y^2 - y + 2) = (x^2 - x + 2)(y^2 - 2)$$

$$x^2 y^2 - 2 y^2 - x^2 y + 2 y + 2 x^2 - 4 = x^2 y^2 - x y^2 + 2 y^2 - 2 x^2 + 2 x - 4$$

$$-2 y^2 - x^2 y + 2 y + 2 x^2 = -x y^2 + 2 y^2 - 2 x^2 + 2 x$$

$$x y^2 - x^2 y - 2 y^2 + 2 y + 2 x^2 - 2 y^2 + 2 x^2 - 2 x = 0$$

$$x y (y - x) + (2x - 2y)(2x + 2y) + 2(y - x) = 0$$

$$(y - x)(x y + 2) + 4(x - y)(x + y) = 0$$

$$(y - x)(x y + 2) - 4(y - x)(x + y) = 0$$

$$(y - x)(x y + 2 - 4x - 4y) = 0$$

Т.к. $x \neq y$,

$$x y + 2 - 4x - 4y = 0$$

$$y(4 - x) + 4x - 2 = 0$$

$$y = \frac{-4x + 2}{-x + 4}$$

$$\begin{array}{r|l} -4x + 2 & -x + 4 \\ \hline -4x + 16 & 4 \\ \hline -14 & \end{array} \quad \text{Пусть } z = -x + 4$$

Значит:

$$-4x + 2 = 4(-x + 4) - 14$$

Пусть $z = -x + 4$, тогда:

$$y = \frac{4z - 14}{z} = 4 - \frac{14}{z}; \text{ т.е.}$$

y должен быть целым числом, тогда 14 должно делиться на z , z - это тоже целое число

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 2 4 3 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Так как 14 делится на

t , то t может быть равен:

$$t = \pm 1$$

$$t = \pm 2$$

$$t = \pm 7$$

$$t = \pm 14$$

$$① t = -x + 4 = 1.$$

$$x = 3$$

$y = 4 - \frac{14}{1} = -10$, этот вариант не подходит, т.к. y должен быть > 0 .

$$② t = -x + 4 = -1.$$

$$x = 5.$$

$$y = 4 + \frac{14}{1} = 18 \text{ — подходит. } (5; 18)$$

$$③ t = -x + 4 = 2$$

$$x = 2.$$

$$y = 4 - \frac{14}{2} < 0 \text{ — не подходит нам}$$

$$④ t = -x + 4 = -2$$

$$x = 6.$$

$$y = 4 + \frac{14}{2} = 11 \text{ — подходит } (6; 11)$$

$$⑤ t = -x + 4 = 7.$$

$$x = -3, \text{ не подходит, т.к. } x \text{ должен быть } > 0$$

$$⑥ t = -x + 4 = -7.$$

$$x = 11.$$

$$y = 4 + \frac{14}{7} = 6.$$

также самая пара $(6; 11)$ или $(11; 6)$.

$$⑦ t = -x + 4 = -14.$$

$x = 18 \rightarrow$ уже рассматривали эту пару $(5; 18)$ или $(18; 5)$.

$$⑧ t = -x + 4 = 14.$$

$$x = -10,$$

не подходит.

В итоге мы получили, что $a_5 = a_{18}, a_6 = a_{11}$.

Значит среди a_n , при $n = 1, 2, \dots, 100$, различных чисел $100 - 2 = 98$. Ответ: 98.

205

Лист 4 из 7



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

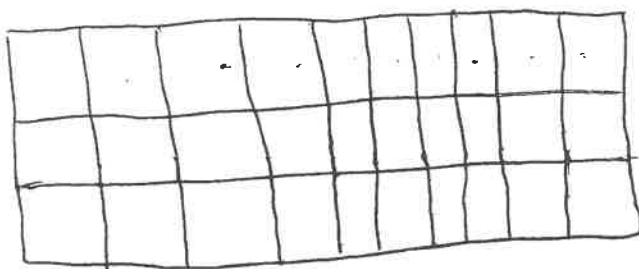
Вариант №

1

М А 0 0 0 1 2 4 3 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

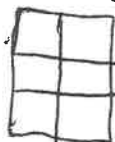
10 15.



1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим
прямоугольник 3×2 .



Заметим, что мы можем разрезать его только
двумя вариантами:



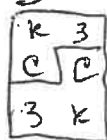
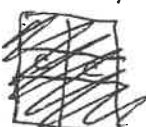
То есть для того, чтобы разрезать всю таблицу
 3×10 , мы можем разделить её сначала на
прямоугольники 3×2 , и затем их разрезать на уголки.
Рассмотрим такой вариант разреза прямоугольника 3×2 :



В 1-й уголок у нас есть $3! = 6$ вариантов
раскраски цветами. ~~правильных раскрасок~~

Тогда всего в прямоугольнике (2-ух уголках) 3×2 , у нас есть
 $6 \cdot 6 = 36$ вариантов ~~правильных раскрасок~~ правильных раскрасок.

Теперь аналогично у нас есть 36 вариантов для
такого прямоугольника. Но заметим, что в пер-
вом прямоугольнике и во втором мы 2 раза посчитали
одинаковые варианты раскрасок. Заметим, что такое
возможно только тогда, когда во второй
строке таблицы 3×2 одинаковые цвета. Например:
у нас есть цвета: С, К, З. И во второй строке
все цвета С.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 2 4 3 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Докажем это!

Допустим у нас в таблице

во 2-ой строке разные цвета: К, З.

К	З

К	З

К	З

— в этом прямоугольнике в нижнем уголке должен находиться цвет З. Однако, в этом прямоугольнике в нижнем уголке уже есть цвет З. Значит, случай, когда мы 2 раза считаем одинаковые раскраски может быть только тогда, когда во 2-ой строке одинаковые цвета. Всего тогда таких случаев $3 \cdot 4 = 12$.

~~Итого:~~

$36 + 36 - 12 = 60$ — кол-во правильных раскрасок.

в прямоугольнике 3×2 .

Всего таких прямоугольников 5 штук. Значит всего вариантов ~~раскрасок~~ раскрасок всей таблицы $3 \cdot 10$.

$$60^5 = 777600000$$

Ответ: $60^5 = 777600000$.

205.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

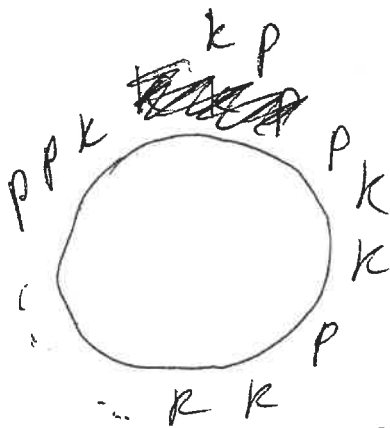
Вариант № 1

М А 0 0 0 1 2 4 3 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



✓1
K — купец
P — разбойник

Рассмотрим такой случай.

Сначала идут ~~996 человек~~ ^{996 человек} P K K.

Затем идет тройка P P K, и двойка K P.

Тогда всего купцов: ~~996~~ ⁹⁹⁶

$$\frac{996}{3} \cdot 2 + 1 + 1 = 666 \quad \text{или} \quad 332 \cdot 2 + 2 = 666 \quad \text{купца}$$

Допустим, мы заметили какого-то ~~разбойника~~ ^{РАЗБОЙНИКА} на ~~разбойника~~ ^{РАЗБОЙНИКА}. Но тогда найдется 3 подряд идущих человека, среди которых нарушены условия. Тогда 666 — это наименьшее кол-во купцов.

Ответ: 666.

05.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

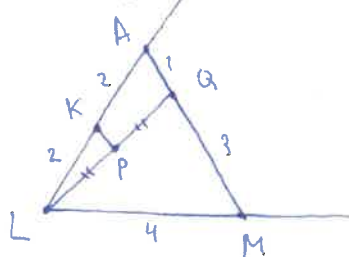
М А О О О 1 6 6 2 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	0	20	20		80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №2



$$KL=2; LM=4; MQ=3; \angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ; LP=PQ$$

Продлим отрезок MQ до пересечения с лучом LK. Пусть они пересекаются в точке A. Т.к. $\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$, то $\angle LAM = 180^\circ - \angle KLM - \angle QML = 60^\circ \Rightarrow \triangle LAM$ - равносторонний. Значит, $LM = AM = AL = 4$. $AK = AL - KL = 4 - 2 = 2 \Rightarrow$ точка K - середина AL. $AQ = AM - QM = 1$. Заметим, что PK - средняя линия $\triangle AQL \Rightarrow PK = \frac{1}{2}AQ = \underline{0,5}$

20б.

Задача №3

Рассмотрим 2 соседних числа данной последовательности a_n и a_{n+1} .

Числитель a_n : $n^2 - 2$

числители этих чисел отличаются на $2n+1$.

Числитель a_{n+1} : $(n+1)^2 - 2 = n^2 + 2n - 1$

Знаменатель a_n : $n^2 - n + 2$

знаменатели этих чисел отличаются на $2n$.

Знаменатель a_{n+1} : $(n+1)^2 - (n+1) + 2 = n^2 + n + 2$

Тогда заметим, что с большим n числа будут увеличиваться, т.к. увеличение числителя на 1 больше, чем знаменателя $\Rightarrow$ это возрастающая последовательность $\Rightarrow$ все 100 чисел различны.

0б.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 6 2 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4.

Изначально, сумма квадратов всех чисел на доске равна

$$25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 110$$

Рассмотрим проведение одной операции:

n и $n+1 \rightarrow n-1$ и $n+2$. Рассмотрим сумму квадратов старых и новых чисел.

старые: $n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$

новые: $n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$

Значит, за одну любую операцию сумма квадратов чисел на доске увеличивается на 4.

За 16 операций сумма квадратов увеличится на 64.

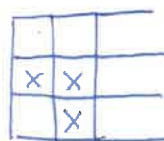
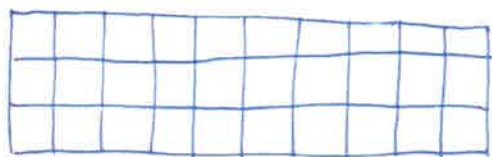
Значит, она может принимать лишь 1 значение, равное

174.

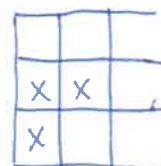
208.

Задача №5

Рассмотрим угол прямоугольника:

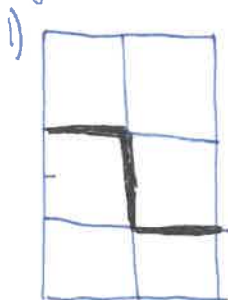


расположить уголок так нельзя, т.к. оставшуюся клетку не закрыть.



так тоже, т.к. 2 верхние клетки угла ком не закрыть

Тогда заметим, что если мы разбили прямоугольник на уголки, то мы можем разбить его на прямоугольники 2×3 так, что они тоже разбиты на 2 уголка. Тогда наша задача сводится к поиску количества вариантов раскраски прямоугольника 2×3 так, чтобы условие выполнялось.



Пусть мы разбили так. Тогда раскрасить ^{уголок} ~~прямоугольник~~ в 3 цвета равно 6 (3 сп. 1-ю клетку, 2 сп. вторую, 1 сп. первую).

Значит весь прямоугольник в $6^2 = 36$ способов.

продолжение



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 6 2 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

продолжение задачи №5.

2)



Но есть такой вариант разбиения.

Для него тоже 36 сп. покраски.

Итого: для 1 прямоуго. 3×2 всего 72 сп. покраски.

Но заметим, что бывают «симметричные» раскраски, подходящие для обоих вариантов, т.е. мы их учитываем дважды.

Например:



Таких раскрасок всего ¹² (выбрать цвет «оси симметрии» — 3 сп., выбрать расположение 2 оставшихся цветов сверху и снизу — 4 сп.)

Значит, для одного прямоугольника 2×3 всего 60 сп. покраски

Но таких прямоугольников 2×3 всего 5 в исходном прямоугольнике $\Rightarrow$ всего способов $|60^5|$. **208.**

~~Пусть Р — разбойник, К — купец. Тогда пусть Р — х, а К — 1001-х. Тогда связей К-Р ровно х~~

~~Рядом с каждым К ровно 1 Р, а рядом с каждым Р хотя бы 1 К $\Rightarrow \Rightarrow K \geq P$ (где К — кол-во купцов, а Р — кол-во разбойников), но т.к. всего 1001 человек, то $K \geq P \Rightarrow K$ хотя бы 501. Рассмотрим купца. Один из его соседей — разб., а другой — купец $\Rightarrow$ каждому купцу соответствует 1 другой купец $\Rightarrow$ их кол-во : 2 $\Rightarrow \Rightarrow$ купцов хотя бы 502.~~

Пример на 502 купца:

Р К К Р К К Р Р К К . . . Р Р К К Р К К
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 995 996 997 998 999 1000 1001
 М М

Множества М из 4 человек циклично повторяются с 7 места по 998. **208.**

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 8 4 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	2	20	18		80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



М1.
Заметим, что подряд купцов ~~всегда~~ должно сидеть ровно 2, так как если он 1, то вокруг него разбойники, то есть рядом с ним 2 разбойника, противоречие, а если 3 и больше, то есть хотя бы 1 купец (не крайний — важно), ~~рядом~~ с которым 0 разбойников, противоречие. Также заметим что подряд разбойников может сидеть не больше 2, т.к. если больше, то у не крайнего разбойника среди соседей не будет купцов, противоречие. Тогда получается, что между двумя парами соседей-купцов, между которыми нет других купцов, сидит либо 1, либо 2 разбойника (К К Р К К Р Р К К).
Тогда есть у нас идет такой порядок: 2 купца, 1-2 разб., 2 купца, 1-2 Р, 2 К...
~~Начиная с чем меньше купцов~~ Должно быть побольше серий из 2 Р, т.к. чем больше Р, тем меньше К. Тогда усадили за стол 4004 жителя, среди которых 2002 купца и разбойника, в порядке К К Р Р К К Р Р К К Р Р К К... Но нам нужно получить 4001 жителя, тогда у нас есть 2 способа уменьшить количество жителей за столом: убрать 2 соседние пары К К Р Р, либо из пары соседних Р Р убрать одного Р. В первом случае у нас останется слишком мало людей ($4004 - 4 = 4000 < 4001$), значит отменили второй способ 3 разбойников, остается 2002 купца и 1999 разбойников, значит купцов минимум 2002. (Можно было сказать, что купцов не меньше, чем разбойников, а также их должно быть четно, значит их ближайшее число, большее $\frac{4001}{2} = 2000,5 \Rightarrow 2002$)
Ответ: 2002 купца. 208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 8 4 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

Дано:

$$S \in \angle XYZ$$

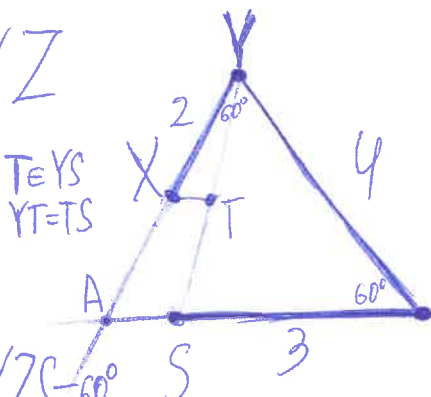
$$XY = 2$$

$$ZS = 3$$

$$YZ = 4$$

$$\angle XYZ = \angle YZS = 60^\circ$$

Найти: XT



Обозначим за A пересечение прямых YX и ZS , тогда $\angle YAZ = 180^\circ - \angle XYZ - \angle AZY = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$, значит $\triangle AYZ$ - равносторонний.

Тогда $AY = AZ = YZ = 4$, тогда $AS = 4 - ZS =$

$= 4 - 3 = 1$, а также $AX = 4 - XY = 4 - 2 = 2 = XY$, тогда

получается, что X - середина AY . Тогда $m.k.T$ - сер. YS ,

XT - средняя линия $\triangle AYS \Rightarrow XT = \frac{1}{2} AS = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5$

Ответ: $XT = 0,5$. 208.

№4. сумма

Посмотрим, как меняются квадраты чисел после данной операции: $(n-1)^2 + (n+2)^2 - n^2 - (n+1)^2 =$

$$= n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 - n^2 - (n^2 + 2n + 1) = 4$$

Каждой нашей операции сумма квадратов этих 2 чисел увеличивается на 4, а т.к. остальные 9 чисел не изменяются,

сумма квадратов всех 11 чисел увеличивается на 4. Всего операций 18, тогда за все операции сумма увеличится на

$4 \cdot 18 = 72$. Изначальная сумма квадратов была

$$(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 2 \cdot (25 + 16 + 9 + 4 + 1) + 0 =$$

$$2 \cdot 55 = 110, \text{ тогда в итоге сумма квадратов}$$

чисел будет принимать значение $110 + 72 = 182$.

Ответ: 182. 208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 8 4 7 3 2 5

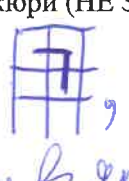
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
				18		

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

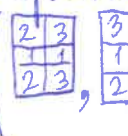
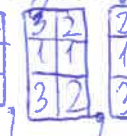
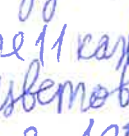
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5.

Заметим, что чтобы раскрасить первую клетку доски 3×4 взять в уголок, нам нужен либо , либо , так как если взять , то вторую угловую клетку взять не получится, а в первых 2 случаях получится , или .

Тогда мы можем разделить доску на ~~4 прямоугольника~~ ^{прямоугольники} 3×2 , и в любом расположении ~~фрагментов~~ ^{фрагментов} в каждом из этих ~~фрагментов~~ ^{фрагментов} будет по 2 уголка. Теперь заметим, что в каждом прямоугольнике 3×2 ~~крайние~~ ^{крайние} верхней и нижней строках (т.е. из 2 клеток) должны быть ~~раз-~~ ^{раз-}ные цвета окрашены ~~пары~~ ^{пары} клеток (строка не должна быть одноцветной). Так же заметим, что если мы раскрасим верхнюю и нижнюю строки в разные цвета, то неважно, в какой раскраске будет 2-я строка (если остались цвета 1 и 2, то неважно,  или , т.к. у нас всегда будет такое нужное расположение уголков, что крайняя строка охватит нижнюю клетку из 2-й строки. Тогда, ~~но~~ ^{если не учитывать то,} что 2-я строка может быть ~~одноцветной~~ ^{одноцветной}, то всего способов будет $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (1 \cdot 1 \cdot 2) = 72$. Всего вариантов, где 2-я строка одноцветная, будет

 $A_1 \ B_1 \ A_3 \ B_3$
 $A_2 \ B_2$
 (если мы A_1 красим в 1 цвет, то для B_1 остается 2 цвета без этого)
 $A \ B$

12    
 на месте 11 клеток из 3 цветов
 $4 \cdot 3 = 12$

Тогда способов раскрасить прямоугольник 3×2 будет $72 - 12 = 60$. Всего прямоугольников 7, тогда способов раскраски 3×14 будет $60^7 = 27993600000000$.
 Ответ: $60^7 (=27993600000000)$. 185.

Вариант № 3

М А О О О 1 8 4 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N3.

Заметим, что

$$\frac{n^2-6}{n^2-n-2} = \frac{(n-2)(n+1)+n-4}{(n-2)(n+1)} = 1 + \frac{n-4}{(n-2)(n+1)}$$

а_n для $n \geq 4$ на раз n и $n-1$:

$$\frac{n-4}{(n-2)(n+1)} - \frac{n-5}{n(n-3)} = \frac{n(n-3)(n-4) - (n+1)(n-2)(n-5)}{n(n-2)(n+1)(n-3)}$$

$$= \frac{n^3 - 7n^2 - 12n - (n^3 - 6n^2 + 3n + 10)}{n(n+1)(n-2)(n-3)} = -\frac{(n^2 - 9n + 10)}{n(n+1)(n-2)(n-3)}$$

для $n=6$:
 $-36 + 54 - 10 = 8$
 $8 > 4$
 $n=6 \quad n=7$

для $n \leq 7$:
 $\frac{n-4}{(n+1)(n-2)} \rightarrow \frac{n-5}{n(n-3)}$

для $n \geq 8$:
 $\frac{n-4}{(n+1)(n-2)} < \frac{n-5}{n(n-3)}$

Тогда получается, что a_n для $n=7$ — наибольшее, а также оно всегда возрастает или убывает. Также заметим, что т.к. для $n > 4$ $a_n > 1$ (т.к. $\frac{n-4}{(n-2)(n+1)} > 0$), для $n \in \{3; 4\}$ a_n точно ни с какими числами не совпадает.

Тогда получается, что могут быть какими-то a_n для $n \geq 8$ только a_n при $n \in \{5; 6\}$. Такие a_n для $n \geq 8$ есть: $a_5 = \frac{1}{3 \cdot 6} = \frac{10}{12 \cdot 15} = a_{14}$; $a_6 = \frac{2}{4 \cdot 7} = \frac{5}{7 \cdot 10} = a_9$. Тогда т.к. всего членов $100 - 3 + 1 = 98$ и всего 2 пары одинаковых, то различных членов будет $98 - 2 = 96$.

Ответ: 96.

Ответ верный, доказательство неверное.

28.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 1 6 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	20	20	20	5		80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Н1

Под указанной таблицей подойдут только последовательности РККР или ККР, то есть можно образовать последовательность.

РККР, ККР, ККР, РККР и т.д.

Пусть x шт РККР и y шт ККР

$4x + 3y = 2001$, разбейников $2x + y$ шт

т.е. $3y : 3$ и $2001 : 3$,
то $x : 3$

x	y	P
0	667	667
3	663	669
6	659	671
9	655	673
498	3	999

видим, что число P растет с увеличением x

Максимальный $x \leq 500$ и $: 3$
это 498

Значит минимальное количество разбейников 999

Ответ: 999

156

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

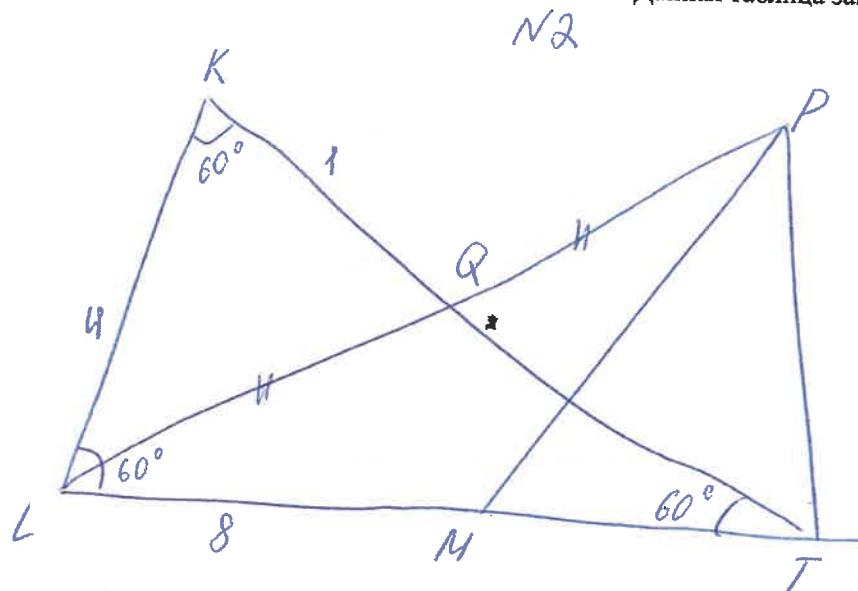
М А О О О 1 1 6 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

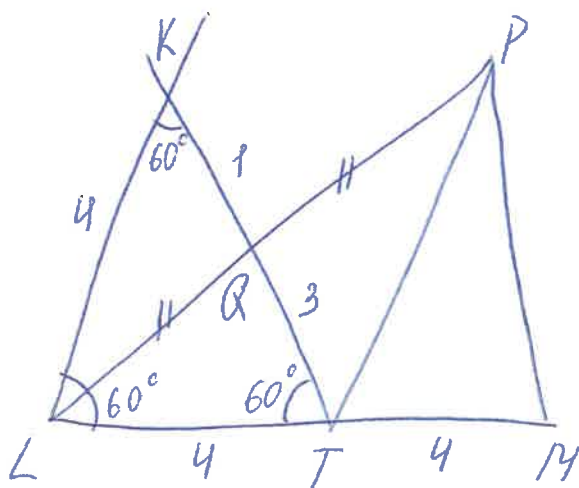
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Пусть LQ пересечется с прямой KP в T .
 В $\triangle LKT$ углы L и K по 60° ; тогда
 $\angle T = 180 - 2 \cdot 60 = 60$, значит, $\triangle LKT$ равносторонний,
 тогда $LK = 4$, $LT = 4$, $KT = 4$. Но тогда $QT = 3$,
 и T является серединой LM . Перенесем чертёж



Но тогда TQ является
 средней линией в
 $\triangle LPT$, а значит,
 $PM = 2QT = 6$

Ответ: 6

206

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 1 6 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Зададим, что $a_n = \frac{n^2 - 22}{n^2 - n - 16} = \frac{(n^2 - n - 16) + (n - 6)}{n^2 - n - 16} =$

$= 1 + \frac{n - 6}{n^2 - n - 16}$. Поступим, что при некоторых

значениях n числитель совпадает, тогда существуют $n = a$ и $n = b$:

$$\frac{a^2 - 22}{a^2 - a - 16} = \frac{b^2 - 22}{b^2 - b - 16}$$

$$1 + \frac{a - 6}{a^2 - a - 16} = 1 + \frac{b - 6}{b^2 - b - 16}$$

$$\frac{a - 6}{a^2 - a - 16} = \frac{b - 6}{b^2 - b - 16}$$

$$(a - 6)(b^2 - b - 16) = (b - 6)(a^2 - a - 16)$$

$$ab^2 - ab - 16a - 6b^2 + 6b + 96 = a^2b - ab - 16b - 6a^2 + 6a + 96$$

$$ab(b - a) + 16(b - a) - 6(b - a)(b + a) + 6(b - a) = 0$$

$$(b - a)(ab + 16 - 6(b + a) + 6) = 0$$

Если $b = a$, то совпадения значений нет. Тогда $b \neq a$

$$ab + 22 - 6b - 6a = 0$$

$$a(b - 6) - 6b = -22$$

$$a(b - 6) - 6(b - 6) - 36 = -22$$

$$(a - 6)(b - 6) = 14$$

Тогда $a - 6 = 1, a = 7$

$b - 6 = 14, b = 20$

или

$a - 6 = -1, a = 5$

$b - 6 = -14, b = -8$

или

$a - 6 = 2, a = 8$

$b - 6 = 7, b = 13$

не подходит,

$b < 0$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 1 6 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

или

$$a - b = -2$$

$$a = 4$$

$$b - c = -7$$

$$b = -1$$

не подходит,
 $b < 0$

значит, $a_7 = a_{20}$ и $a_3 = a_{13}$, остальные числа a_n различные. Тогда $99 - 2 = 97$ различных значений.
Ответ: 97

205

Рассуждая, как изменится сумма квадратов чисел за один шаг:

$$S_1 = n^2 + (n+1)^2 = 2n^2 + 2n + 1$$

$$S_2 = (n-1)^2 + (n+2)^2 = 2n^2 - 2n + 4n + 1 + 4 = 2n^2 + 2n + 5 = S_1 + 4$$

То есть за один шаг сумма квадратов чисел увеличивается на 4. Тогда после 17 шагов сумма будет больше исходной на $4 \cdot 17 = 68$.
Найдем исходную сумму.

$$2(5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2) = 2(25 + 16 + 9 + 4 + 1) = 2 \cdot 55 = 110$$

$$110 + 68 = 178$$

Ответ: 178

205

Обозначим n_1, n_2, n_3 количество клеток, занятых фигурами 3×12 как 12×3 .
Тогда $12 \times 3 = 6 \cdot 12 \times 3$
В каждой из 12×3 есть 2 способа разместить углы - тогда для каждой 12×3 :

1	2
3	4
5	6

- клетки 1 и 2 должны быть разными углами, 6 способов разместить.
- клетки 5 и 6 должны быть разными углами, 6 способов разместить.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 1 6 6 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Итого 36 способов
расставить буквы верхней
и нижней строки,
из них 4-6 способов
что 3 и 4 буквы
один способ их

таковы, ~~то есть~~ ~~то есть~~ ~~то есть~~
быть одного цвета. И есть
раскраски.

В остальных 12 случаях буквы 3 и 4
разных цветов и возможны 2 способа их
раскраски. Получим для одного 12×3

$$24 + 12 \cdot 2 = 48 \text{ способов раскраски.}$$

Итого все количество для $13 \times 12 : 48^6$

55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 1 7 0 0 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N 2

Пусть O - точка пересечения дуги KQ с LM .

$$\angle KOL = 180^\circ - \angle QKL - \angle KLM = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$\angle KOL = \angle OKL = \angle KLO \Rightarrow \Delta KOL$ - равносторонний, $KO = LO = KL = 4$

$$LP = LQ + QP = 2LQ$$

$$LO = 4, LM = 8, LM = 2LO$$

$$\frac{LQ}{LP} = \frac{1}{2}; \frac{LO}{LM} = \frac{1}{2}$$

Рассмотрим ΔLQO и ΔLPM

1. $\angle QLO$ - общий

$$2. \frac{LQ}{LP} = \frac{LO}{LM}$$

$\Delta LQO \sim \Delta LPM$ (две стороны пропорциональны и ^{угол} между ними равен)

$$\frac{QO}{PM} = \frac{LQ}{LP} = \frac{LO}{LM} = \frac{1}{2}$$

$$PM = 2QO$$

$$QO = KO - KQ = 4 - 1 = 3$$

$$PM = 2 \cdot 3 = 6$$

Ответ: $PM = 6$

N 4.

Рассмотрим, как изменяется сумма квадратов после каждой операции; для этого найдём разность между ^{суммами} квадратов

n и $n+1$; $n-1$ и $n+2$.

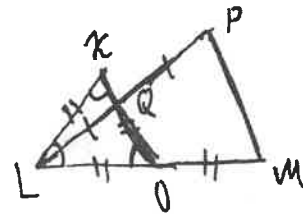
$$(n-1)^2 + (n+2)^2 - n^2 - (n+1)^2 = (n^2 - 2n + 1) + (n^2 + 4n + 4) - n^2 - (n^2 + 2n + 1) =$$

$$= 2n^2 + 2n + 5 - 2n^2 - 2n - 1 = 4.$$

Таким образом, сумма квадратов чисел на точке ~~не меняется~~ ^{будет всегда меняться} одинаково.

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	X	20	20		80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



208

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	1	7	0	0	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

• Проведено 14 операций, на
нем самым простым квадратом
чисел на доске возмужала. На

14. $4 = 2^2$ 68. Найдем сумму квадратов:
 $(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 0^2 + 2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 5^2 = 0 + 2 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 16 + 2 \cdot 25 = 2 + 8 + 18 + 32 + 50 = 110.$
 сумма квадратов чисел на доске будет

Значит, после 14 операций ~~на 100 будет~~ ~~будет 100 ~~значит~~~~
 $110 + 68 = 178$.

Problem: 148

145

IV 5.
Рассмотрим какими образом выполняемая ~~разрез~~^{разрез} ~~прямая линия~~^{прямая линия} ~~на уловок.~~^{на уловки.} Без потери общности, ~~мы можем считать, что рассматриваемый объект имеет вид, показанный на рис. IV 5.~~^{отрезаем 1 уголок, на рис.}

 - не подсчит, оставшаяся клетка 1×1 .

он окрашен
черным цветом

поступают, называем такой вариант нарезки нервным

не поучаются, сразу отпадают семена ~~2~~ 1х2, рядом с которыми нет клеток для получения ~~улова~~ улова.

 - покроем, назовем максой формулу разреза вторым из помеченных узлов отрезем еще 1 уголок слева. Легко

замечать, что выйдут ~~разрезы~~ только спиральные разрезы:

5 6 ... в варианте I и 1 2 3 ... в варианте II. Запомним,

что после 2 ~~разрезов~~ разрезов получим прямоугольник 3×16 , где
снова можно будет выполнить разрезы вида I или II. Таким
образом, можно ~~разрезать~~ найти число вариантов раскроя
~~сегмент~~ сегмент 3×2 и возвести полученное число в 6 степень,
так как ~~из~~ изначальный прямоугольник распадется на 6
независимых ~~сегментов~~ сегментов 3×2 .

Лист 2 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 7 0 0 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим возможные раскраски

сегмента 3×2 . Пусть a - I цвет, b - II цвет, c - III цвет. Покажем

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~среднюю~~ среднюю строку сегмента любым образом. Выйдем 3 варианта, где цвета посередине одинаковы (aa , bb , cc) и 6 вариантов, где цвета разные (ab , ac , ba , bc , ca , cb). Если цвета расположены посередине, на ~~верхней и нижней~~ верхней и нижней строке будут содержаться ~~цвета~~ цвета, отличные от цветов посередине, а также в ~~верхней и нижней~~ из верхней и нижней строки ~~будут~~ будут разные, иначе не будет выполняться условие трёхцветности рисунка. Без потери общности рассмотрим конкретную раскраску:

~~могут быть~~ могут быть либо цвета b и c , либо c и b ; то же самое снизу. Заметим, при ~~одинаковом~~ одинаковом цвете посередине может быть $2 \cdot 2 = 4$ варианта раскраски и $4 \cdot 3 = 12$ вариантов для всех возможных цветов. Теперь рассмотрим раскраску, когда цвета посередине разные. Без потери общности выберем следующую раскраску:

Таким образом будет одна из следующих раскрасок: bc , ac , cb , ca . Разрезы будут совершены следующими образом:

Заметим, что для нижней сегмента останется лишь 2 разных варианта раскраски. Итого, для отдельного шара, когда посередине расположены разные цвета будет $4 \cdot 2 = 8$ вариантов раскраски и всего $6 \cdot 8 = 48$ вариантов, когда посередине расположены разные цвета. Общее число способов раскрасить сегмент 3×2 составит $12 + 48 = 60$ способов, и для всей фигуры будет $(60)^6 = 6^6 \cdot 10^6 = 216^2 \cdot 1000000 = 46656000000$ способов

Ответ: 46656000000 способами

208

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	1	7	0	0	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 1

Клементов

Докажем, что ~~число~~ разбойников
не превышает ~~числа~~ кличавых куп

Для этого предположим, что стол изначально был пустым и ~~тогда~~ за ~~два~~ ~~несколько~~ сажень кутеры и разбойники. Изначально могла быть добавлена одна из следующих черточек: РРКК, РККР, ККРК, ~~ККРР~~, КРРК, КРКК. (К - кутера, Р - ~~разбойник~~ ^{разбойник}). ~~А~~

к ценочкам можно добавить следующие ценочки: РРКк и ценочке РРКк и КРКк; РККР и РРКк, РККР, КРКк; ККРК и ККРР, РККР; ККРР и РККР, ККРР; КРРК и КРРК; КРКк и КРРК. ~~Заметим, что в рассуждении~~ Заметим, что

добавленные черточки ~~добавлены~~ ~~с~~ осуждениями с приличиями, значит при дальнейших добавлениях будут использоваться не те черточки. В каждой из этих ~~разбойников~~ разбойников либо меньше, чем Курцов, либо осуждения, то есть разбойников не более пятидесяти.

Максимально можно бы было 1000 разбойников, но доказали, что это невозможно. Из ~~разбойников~~ доказательства о том, что разбойников не больше кучков заметим, что при равном числе разбойников с кучками выигрывает подвыигрательный вид $PPKKPPKK...$, где будет 2000 элементов. ~~тогда~~ добавим основ

Купюра не получится, т.к. при фактельном измере разбойниками ядра
и при бюджете 2 разбойника, измере факт купюры ядра бюджет 0
разбойников, а при фактельном измере ~~факт купюры ядра~~ купюры и
разбойника ~~т.е. купюры~~ купюры останется без разбойника ядра
Значит, разбойников менее 1000. Пример на ~~399~~ разбой-
ников за отлом: Р К К Р. Всего 8 ий бюджет
Р К К Р

$(PKKP) = 494.$

Объем: 999 раздобытников

20

Всего в ней будет
499 ценок Вира РКРРс
998 разбейниками и
1 ценок КРРРК с осмью
разбейниками, ~~то~~ 998 + 1 = 999

Лист 4 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 2 7 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	×	18		78

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3.

(?) кол-во различных?

$$a_n = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2}$$

$$n \in \{1, 2, \dots, 100\}$$

пусть какое-то $a_i = a_n$
тогда:

$$\frac{i^2 - 2}{i^2 - i + 2} = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2}$$

$$\Leftrightarrow (i^2 - 2)(n^2 - n + 2) = (n^2 - 2)(i^2 - i + 2)$$

$$\cancel{i^2 n^2} - \cancel{i^2 n} + 2i^2 - 2n^2 + 2n - 4 = \cancel{n^2 i^2} - \cancel{n^2 i} + 2n^2 - 2i^2 + 2i - 4$$

$$-i^2 n + n^2 i + 2i^2 - 2n^2 - 2n^2 + 2i^2 + 2n - 2i = 0$$

$$in(n-i) + 4(i^2 - n^2) + 2(n-i) = 0$$

$$in(n-i) - 4(n-i)(n+i) + 2(n-i) = 0$$

$$(n-i)(in - 4(n+i) + 2) = 0$$

$n \neq i$ (рассматриваем разные индексы чисел)

$$\Rightarrow in - 4(n+i) + 2 = 0$$

$$(i-4)(n-4) = 14$$

$i, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ рассматриваем возможные делители

$$14 = 1 \cdot 14 \mid -1 \cdot (-14) \mid x-14 \text{ не м.д., т.к. индекс} = 10$$

$$2 \cdot 7 \mid -2 \cdot (-7) \mid x-7 \text{ не м.д., т.к. индекс} = -3$$

$$(i-4) = 1 \mid i = 5 \quad (n-4) = 14 \mid n = 18$$

$$(i-4) = 2 \mid i = 6$$

$$(n-4) = 7 \mid n = 11$$

$$\text{Проверим:} \quad 1) \frac{5^2 - 2}{5^2 - 5 + 2} = \frac{18^2 - 2}{18^2 - 18 + 2}$$

$$1 \frac{1}{22} = 1 \frac{1}{22}$$

$$2) \frac{6^2 - 2}{6^2 - 6 + 2} = \frac{11^2 - 2}{11^2 - 11 + 2}$$

$$1 \frac{1}{16} = 1 \frac{1}{16}$$

Итак, нашли 2 пары (5; 18) и (6; 11) индексов, при которых у нас получаются a и b . $\Rightarrow$ кол-во различных = $100 - 2 = 98$

Ответ: 98.

205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

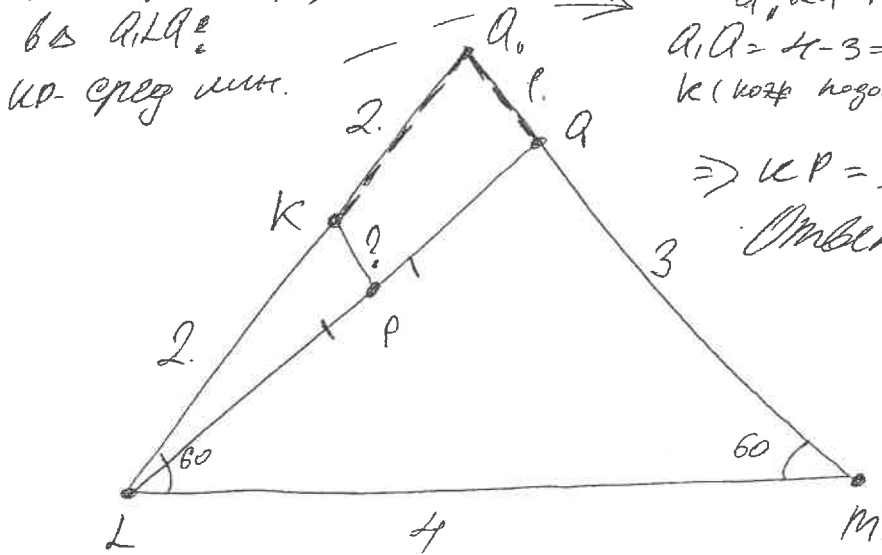
Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	2	7	5	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2.

Построим до рис $\triangle LMA_1$
 $\angle A_1 = \angle M = 41^\circ \Rightarrow \angle A_1 = 2$
 в $\triangle ALA_1$
 кр. сред. лин.



Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\Delta Q, LQ \sim \Delta KLP.$$

$$Q_1 Q_2 = 4 - 3 = 1.$$

$$K(\text{коэф. полезн.}) = \frac{Q_0 \cdot Q}{K_P} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow KP = \frac{1}{2} (0,5)$$

Omber: 0,5

205.

Задача 5

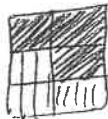


Заметили, что можно
раздать фигуру на
5 блоков 3×2 . Интересно,

Что за раздале фонов не можем быть
уточню. Ты же не можешь быть:
исключаешь влияние, которое темоз.р

уголок замесили; тогда возмужало 2 верианна
панинское ужалов:

Carrie



Теперь изучаем, сколько вариантов
распределения в одном бунке.
Назовем ответ 0,1,2.

тогда в  можно-figure кел'во; 3-2-1=6 вар-т.



в данной зоне можно зафиксировать
посещение двух триггеров

Масса в нем по-во Ватманов = 36.

36) *М.н. Мелне Судков и вынужденные переговоры*
Вопрос 5.

25.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	2	7	5	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Сделаем оценку:
забудем про одного человека, тогда у нас 1000 человек = 250 групп по 4.

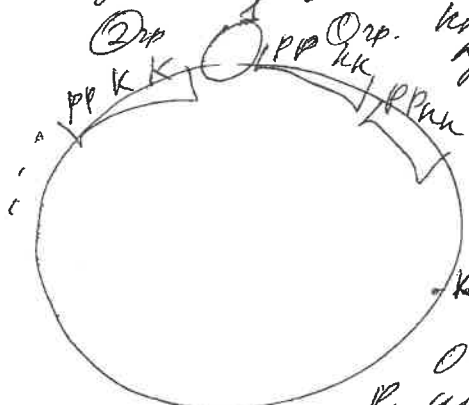
Заметим, что в каждом
манеж группе ≈ 2 к.

Итак, будем ЗР подвигать, что противоречит
условию. (Например: СК можно ставить на 2/3
иначе, иначе будет бы ЗР подвигать, тогда:
Р Р К Р

Р Р К Р, Р К Р Р, Р всегда будут занимать
всегда, т.к. всегда нужно будет менять места
2 или 3.). $\Rightarrow$ в каждой группе $\approx$ 2 к.

Homogenizirani kuzumali:

Кто бы не был 1 человек, нарушающий условия.
мог бы представителю 2 группы.



Handwritten diagram showing a sequence of elements: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Below the sequence, there are labels: 'kk' on the left, 'P' under 1, 'P' under 5, and 'P' under 9. A bracket spans from 1 to 5, and another bracket spans from 5 to 9. The label 'P' is also written next to the second bracket. The text 'min (k)' is written at the bottom right.

Очевидно, что на $\mathbb{R}$ -модуле P , являясь $\mathbb{Z}K$ -подмодулем ~~свободного~~ $\mathbb{Z}K$ -модуля $\mathbb{Z}K$.

Такие олев, что 9-к, иже 3Р возмуж
Значит 8-к, тогда 7-Р. 6-Р или к.
Пусть Р, тогда 5-к.

тогда $234 = \text{РКР}$ или ККР , но оба эти
случая - не подход, т.к. либо получаем
 РКР или ККР , противоречие.
 $\Rightarrow$ в-к. Аналогично

Лист 03 из 05

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	2	7	5	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Итак и что, можем
все зависимости
234 ≠ РКК.

Почему так?

$\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \text{KK} & P & KK & K & (K) & KK & P & KK & P & P \dots \end{matrix}$

Уточню, что в одной группе кол-во к увеличилось на +1, и NS-к.

Пример:

Одновременно $g_{\text{уа}} = \text{ВРК}$

Index: 502



165

Лист 04 из 65

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 5

М А 0 0 0 1 2 7 5 5 2 5

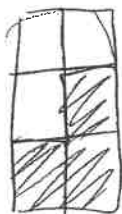
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Трёхзначное число

Заметим, что



Общее кол-во с перевертыванием:

$36 - 2$, но без учета повторов
лишних.



или $\begin{pmatrix} 01 \\ 22 \\ 12 \end{pmatrix}$ - потому 2 повтора
- сразу на 2 группы

Сколько таких повторов?

$\Rightarrow$ у каждого из 6-и вар-т - 2 повтора.

$\Rightarrow$ получим $2 \cdot 6$

Получим $72 - 12 = 60^5$ вариантов

Ответ: 60^5

100. ничего не
объяснено.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)
Суд-юю варианты:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

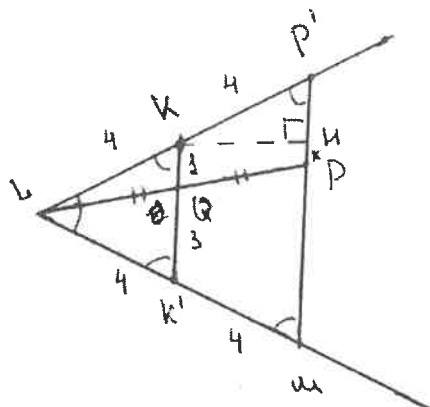
М А О О О 1 3 1 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	X	20	15		75

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2



Дано: $\angle KLM = 60^\circ$

$KQ = 1$; $LK = 4$; $LM = 8$

$LQ = PQ$; $\angle LKQ = 60^\circ$

Найти: PM

Решение

1) Продлим KQ за т. Q ; $KQ \cap LM = K'$, тогда

$\triangle LKM$ - р/с, т.к. $\angle KLM = 60^\circ$; $\angle LKK' = 60^\circ$ и $\angle LK'K = 60^\circ$

2) $\triangle LKM$ - р/с $\Rightarrow LK = LK' = 4$; $K'M = LM - LK' = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow K'$ - середина LM

Q - середина LP (по усл.)

$\Rightarrow K'Q$ - ср. линия $\triangle LP'M \Rightarrow$

$\Rightarrow K'Q \parallel PM \Rightarrow KK' \parallel PM$

3) Продлим MP за т. P ; $MP \cap PK = P'$, тогда

$\angle LP'M = \angle LKK' = 60^\circ$ (как соотв. при $n \parallel KK' \parallel MP'$ и сек. LP) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle LP'M$ - р/с $\Rightarrow LP' = LM = 8$ $\Rightarrow KP' = K'M = 4 \Rightarrow KP'MK'$ -

$LK = LK'$

- р/б трапеции

4) Опустим перпенд.

т.к. $KK'KP'$ - р/б трапеции с осн. $P'M > KK'$: $P'H = \frac{P'M - KK'}{2} =$

$\frac{8-4}{2} =$

2

5) Рассмотрим $\triangle LKQ$ и $\triangle LP'P$:

$\angle LKK' = \angle LP'P = 60^\circ$ $\Rightarrow \triangle LKQ \sim \triangle LP'P$ (по усл. и углам) $\Rightarrow$

$\angle P'LP$ - общий

$\Rightarrow \frac{LK}{LP} = \frac{KQ}{PP'} \Rightarrow PP' = \frac{KQ \cdot LP}{LK} = 2$; 6) $P'H = P'P = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ точки P и H - совпадают ($P'H + x = P'P \Rightarrow 2 + x = 2$; $x = 0$)



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

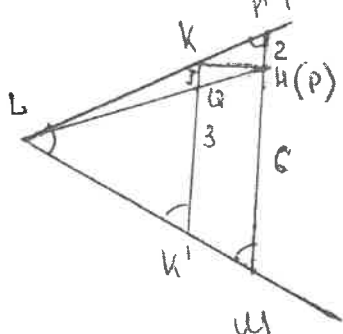
М А О О О 1 3 1 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

7) Перечертим рисунок



$$\text{Тогда } MP = P'M - P'P = 6$$

$$\text{Ответ: } MP = 6$$

(Также есть док-во через $\triangle LQK' \sim \triangle LPM$, тогда $\frac{QK'}{PM} = \frac{1}{2}$; $PM = 6$)

№4

Рассмотрим, как меняется сумма квадратов во время операций:

$$1) A \Rightarrow n > 0 : \begin{cases} \text{Было: } n^2 + (n+1)^2 = 2n^2 + 2n + 1 \\ \text{Стало: } (n-1)^2 + (n+2)^2 = 2n^2 + 2n + 5 \end{cases} \Rightarrow \text{сумма квадратов увелич. на 4}$$

2) ~~A~~ $n+1 < 0 (n < -1)$: Будем рассматривать модули отрицательных чисел: пусть $|n| = k$, тогда $|n \pm 1| = k-1$

$$\text{Было: } k^2 + (k-1)^2 = 2k^2 - 2k + 1$$

$$|n-1| = k+1; |n+2| = k-2$$

$$\text{Стало: } (k+1)^2 + (k-2)^2 = 2k^2 - 2k + 5$$

$\Rightarrow$ сумма квадратов увелич. на 4

$$3) n = 0; n+1 = 1 : \begin{cases} \text{Было: } 0 + 1 = 1 \\ \text{Стало: } 1 + 4 = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{сумма квадратов увелич. на 4}$$

$$4) n = -1; n+1 = 0 : \begin{cases} \text{Было: } 0 + 1 = 1 \\ \text{Стало: } 1 + 4 = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{сумма квадратов увелич. на 4}$$

Получается при каждой операции сумма квадратов всех чисел увеличивается на 4, тогда через 17 операций она увелич. на $17 \cdot 4 = 68$

$$\text{Сумма квадратов вначале: } 25 \cdot 2 + 16 \cdot 2 + 9 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 110, \text{ значит через 17 операций: } 110 + 68 = 178$$

$$\text{Ответ: } 178$$

20

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	1	3	1	9	9	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

21

Оценка: 1) Рассмотрим 4-ех подряд стоящих человек

○ ○ ○ ○

Если в такой четверке более 2-ух разбойников,
то хотя бы 2 разбойника стоят через одного,
то есть вот так (P) (P) (P), а в таком
случае поставить между 2-ми разбойниками никого
нельзя, т.к. это будет противоречие условию, значит
в такой четверке максимум 2 разбойника;
тогда макс. кол-во разбойников:

$$2001: 4 = 500 \text{ (occ. 1)} \quad (500 \text{ min } 501) \quad 500 \cdot 2 = 1000, \text{ ~~max~~ } \checkmark \text{ max min } \delta$$

2) ~~Может ли разбо~~ тогда получим 500 человек,
в купцов из них по 2 разбойника и оста-
нется один человек, но ~~он не~~ разбойников больше
чем купцов быть не может, т.к. тогда, если
по 2, рядом с каждым купцом всего один разбойник, то
найдется хотя бы 1 разбойник, который ~~его~~ не стоит ря-
дом с одним купцом, что противоречит второму
условию, значит разбойников всего не больше 1000,
значит макс. — 1000

~~Approved~~

Но вариант с 1000 разбойниками тоже ~~возможен~~ невозможен, тогда 5 разбойников сидят между двумя купцами, а остальных может 998/4, их нельзя разбить на четверки.
Значит макс. разб. - 999

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M	A	0	0	0	1	3	1	9	9	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пример

A handwritten diagram showing a circular arrangement of letters and symbols. The letters 'P' and 'K' are written around the perimeter, with 'P' appearing more frequently on the right side and 'K' on the left. In the center of the circle, there are several small circles, some of which are filled in. At the bottom center, there is a row of five small circles, with the first one filled in. To the right of this row, there is a small circle with a diagonal line through it, followed by a 'K' and a 'P'. The overall arrangement suggests a complex pattern or code.

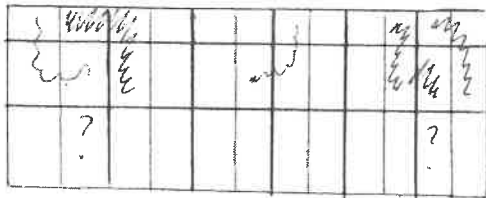
N 5

Данный пример работает, т.к. ниже условие не нарушается.

Беру разд.: $3 + \frac{1992}{2} = 999$

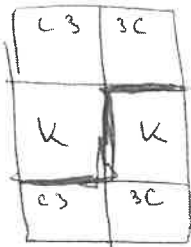
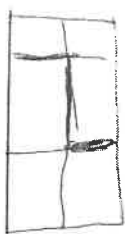
0768. 499

20



Разделим прямоуголь-
ник 2×3 , как на рисунке,
тогда можно утверждать, что все
углы полностью расположены
в одной плоскости. (это рабо-
тает для крайних, а после его
заполнения углы становятся
крайними).

Тогда посчитаем сколько ^{примитивных} вариантов расстановки есть для одного примитива на 3



$$3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$$

$$= \underline{36} \text{ bag}$$

$$= 36 \text{ bar}$$

Есть 2 варианта
разделения:

Но между этими двумя раз-
личиями будут повтор,
когда два цвета сходятся
одинаковы, таких бар. 12, тогда
уже основан закон природы.

$$36 + 36 - 12 = 60$$

Всего танк. правых: 6, козла кон-во канд. $60^6 = 14256$ ахов

Orber: $60^6 = 14256000000$

наблюдения

155

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

МА 000 159 07 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	20	10	20	X		75

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

Заметим, что n пар могут сидеть ≤ 2 разбойника и ≤ 2 купца. Тогда разбейм всех на сосиски, т.е. скажем, что одна сосиска купца соответствует следующему сосиске (с разбойником). Всего сосисок ≥ 1001 и они чередуются $\Rightarrow$ сосисок должно быть четное количество, тогда их уже ≥ 1002 , а тем меньше сосисок, тем меньше купцов, тем больше разбойников, тогда наибольшее количество разбойников при 502 сосисках. Т.к. 1002 сосиски, но 501 сосиска с купцами, а $\Rightarrow$ купцов 1002 $\Rightarrow$ 999 разбойников.

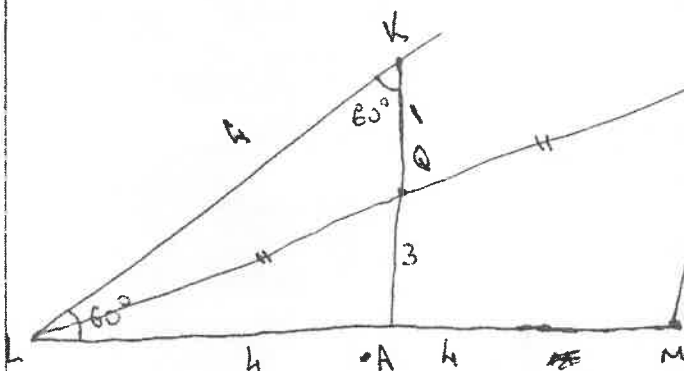
Ответ: 999.

Заметим, что всегда 2 пар из купцов купца и ≤ 2 пар из разбойников $\Rightarrow$ разбойников всегда четное количество.

Пусть ≥ 1001 разбойников, тогда ≤ 1000 купцов $\Rightarrow \leq 500$ пар из купцов с разбойниками $\Rightarrow \leq 500$ сосисок с разбойниками т.к. они стоят по кругу и чередуются, но всего ≥ 1001 разбойник, тогда где-то стоит три разбойника подряд, что невозможно.

Пример: разбейм на сосиски всего их 501 т.к. 1002 купца $\Rightarrow \Rightarrow$ 501 сосиска с разбойниками, а в них мы ставим 999 разбойников так чтобы все сосиски были ≤ 2 разбойника.

№2.



Продолжим радиусы KQ за точку Q, и пересечение луча KQ с LM назовем A. AKL - равносторонний т.к. $\angle KLA = \angle LKA = 60^\circ \Rightarrow AL = KL = AK = 4$, $AQ = 4 - 1 = 3$. $AM = LM - AL = 4$. $PQ = LQ$ и $LA = AM$ в $\triangle PLM \Rightarrow AQ$ - средняя линия, а она $= 3 \Rightarrow$ основание PM = 6.

205

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 5 9 0 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4.

выбираем 2 числа; x и $x+1$.

~~Зам~~ Заметим, что изначально сумма квадратов = 110. Это произойдет если ~~взять~~ поменять x и $x+1$, на $x-1$ и $x+2$.

$$(x-1)^2 + (x+2)^2 - x^2 - (x+1)^2.$$

$$x^2 - 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 - x^2 - x^2 - 2x - 1 = 4$$

~~при~~ то есть при выполнении данного действия сумма квадратов увеличится на 4. П.к. 17 операций, то сумма всех квадратов будет = $110 + 68 = 178$

105

№3.

$$\frac{n^2 - 22}{n^2 - n - 16} = \frac{m^2 - 22}{m^2 - m - 16}, \text{ раскроем и приведем подобные.}$$

$$-6m^2 - mn^2 + 22m + 6n^2 + m^2n - 22n = 0$$

$$m^2n - mn^2 + 22m - 22n + 6n^2 - 6m^2 = 0$$

$$mn(m-n) + 22(m-n) - 6(m-n)(m+n) = 0$$

$$(m-n)(mn + 22 - 6m - 6n) = 0, \text{ т.к. } m \neq n$$

$$mn + 22 - 6m - 6n = 0$$

$$(m-n)(m-6)(n-6) - 14 = 0$$

$$(m-6)(n-6) = 14, \text{ т.к. } m \text{ и } n \text{ натуральные:}$$

$$a_n = a_m \text{ при:}$$

$$n = 20; m = 7$$

$$n = 13; m = 8$$

Значит все различия без $n = 7; 8 \Rightarrow$ всего 37 различных a_n

105

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

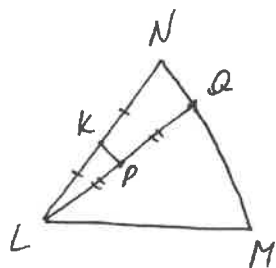
Вариант № 1

М А О О О О 9 8 1 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
4	20	20	20	10		74

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



№2
Дано: $\angle KLM$, Q внутри $\angle KLM$

$KL=2$, $MQ=3$, $LM=4$

$\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$

P — середина LQ

Найти: KP — ?

Решение:

1. Дополнительное построение: $LK \cap MQ = N$
2. $\triangle NLM$, $\angle NLM = \angle NML = 60^\circ$, тогда $\angle LNM = 60^\circ$, значит, $\triangle NLM$ — равносторонний, $NL = LM = MN = 4$.
 $NK = NL - KL = 4 - 2 = 2$, значит, K — середина LN
 $NQ = NM - QM = 4 - 3 = 1$.
3. $\triangle LNQ$, KP — средняя линия по определению, тогда $KP = \frac{1}{2} NQ = 0,5$.

Ответ: $KP = 0,5$.

208.

№3
Пусть $a_n = a_k^{\frac{n+k}{2}}$, то есть $\frac{n^2-2}{n^2-n+2} = \frac{k^2-2}{k^2-k+2}$

$$(n^2-2)(k^2-k+2) = (k^2-2)(n^2-n+2)$$

$$n^2k^2 - n^2k + 2n^2 - 2k^2 + 2k - 4 = n^2k^2 - nk^2 + 2k^2 - 2n^2 + 2n - 4$$

$$-n^2k + 4n^2 - 4k^2 + 2k + nk^2 - 2n = 0$$

$$nk(k-n) + 4(n-k)(n+k) + 2(k-n) = 0$$

$$(k-n)(nk - 4(n+k) + 2) = 0$$

т.к. $k \neq n$, то $k-n \neq 0$

$$nk - 4(n+k) + 2 = 0$$

$$nk + 2 = 4n + 4k$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О О 9 8 1 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



Учитывая для нескольких первых n значений k

1) $n=1 \quad k+2=4+4k$

$$3k = -2$$

$$k = -\frac{2}{3}$$

2) $n=2 \quad 2k+2=8+4k$

$$2k = -6$$

$$k = -3$$

3) $n=3 \quad 3k+2=12+4k$

$$k = -10$$

4) $n=4 \quad 4k+2=16+4k$

решений нет

5) $n=5 \quad 5k+2=20+4k$

$$k = 18$$

6) $n=6 \quad 6k+2=24+4k$

$$2k = 22$$

$$k = 11$$

7) $n=7 \quad 7k+2=28+4k$

$$3k = 26$$

$$k = 8\frac{2}{3}$$

8) $n=8 \quad 8k+2=32+4k$

$$4k = 30$$

$$k = 7,5$$

9) $n=9 \quad 9k+2=36+4k$

$$5k = 34$$

$$k = 6,8$$

10) $n=10 \quad 10k+2=40+4k$

$$6k = 38$$

$$k = 6\frac{1}{3}$$

11) $n=11 \quad 11k+2=44+4k$

$$7k = 42$$

$$k = 6$$

Так как k равенство $nk+2=4n+4k$ симметрическое (при замене n на k и k на n оно не меняется), то и решения будут симметричными. Значит, корни являются пары $(5; 18), (6; 11), (11; 6), (18; 5)$. Докажем, что больше корней нет. Пусть k_n — значение k при $n=n$.

$$k_{n+1} - k_n = \frac{4(n+1)-2}{(n+1)-4} - \frac{4n-2}{n-4} = \frac{4n+2}{n-3} - \frac{4n-2}{n-4} = \frac{(4n+2)(n-4) - (4n-2)(n-3)}{(n-3)(n-4)} = \frac{4n^2 - 16n + 2n - 8 - 4n^2 + 12n + 2n - 6}{(n-3)(n-4)} =$$

$= -\frac{14}{(n-3)(n-4)}$, значит, при $n \geq 5$ $k_{n+1} < k_n$. Тогда при дальнейшем переборе значение n будет увеличиваться, а значение k уменьшаться, тогда больше корней не будет.

$a_5 = a_{18}, a_6 = a_{11}, 100-2=98$ различных чисел.

Ответ: 98 различных чисел.

208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О О 9 8 1 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Так как нам нужно наименьшее количество купцов, пусть рядом с каждым разбойником будет сидеть только 1 купец. Тогда они будут сидеть в таком порядке:

Р К К Р Р К К Р Р К К Р Р...

(Р - разбойник, К - купец).

В этой последовательности цикл состоит из 4 человек. Но $1001 \equiv 1 \pmod{4}$, значит, ~~будет~~ еще купец. Разбойник быть не может, т.к.:

I. Если дополнительный разбойник будет сидеть рядом с разбойником, у его соседа все соседи будут разбойниками:

К Р ⊕ Р К К

↑
доп. разбойник

У ⊕ все соседи разбойники.

II. Если дополнительный разбойник будет сидеть между 2 разбойниками, у него не будет соседа купца:

К Р Р Р К

↑
доп. разбойник

III. Если дополнительный разбойник будет сидеть между 2 купцами, у каждого из них будет 2 соседа разбойника:

Р ⊕ Р ⊕ Р

↑
доп. разбойник

У ⊕ оба соседа - разбойники.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М. А. 0 0 0 0 9 8 1 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Значит, дополнительный человек — купец:

Р К К Р Р К К Р К Р К К Р Р К К ...
доп. купец

Такая последовательность не противоречит условиям. Значит, всего 501 купец.

Ответ: 501 купец. 45.

№4

$$n^2 + (n+1)^2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$$

$$(n-1)^2 + (n+2)^2 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$$

Значит, с каждой парой сумма квадратов чисел увеличивается на 4.

$$\begin{aligned} & (-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = \\ & = 25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 20 + 40 + 50 = \\ & = 110 \end{aligned}$$

За 16 операций сумма квадратов чисел увеличится на $16 \cdot 4 = 64$.

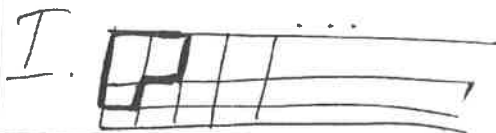
$$110 + 64 = 174.$$

Ответ: 174.

208.

№5

Рассмотрим, как мы можем разбить на углы весь прямоугольник. Начнём с левой верхней клетки. Есть 3 варианта:



Если второй ~~углом~~ угол поставить  (заштрихованный угол — первый), то

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

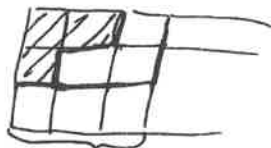
М А О О О О 9 8 1 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

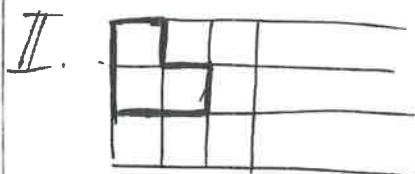
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

мы не сможем разделить на углки 3
нижние левые клетки:

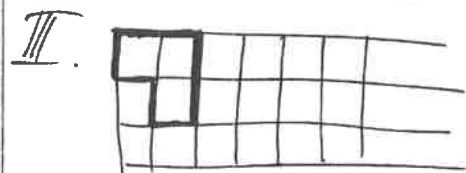


Эти 3 клетки нельзя разбить на углки.

Значит, может быть только такая
разбивка на углки:



При такой делении опять
нельзя разбить на углки
нижние левые клетки



Если разбить подобным спосо-
бом, отступающим от



... , то левая нижняя и
левая средняя клетки не попадут
в углки.

Значит, весь прямоугольник 3×10 разобьётся
на 5 прямоугольников 3×2 , каждый из которых
разобьётся на 2 углка. Рассмотрим варианты
раскрасок этих прямоугольников.

I. для  (1, 2, 3 — цвета)

а)

2	3
1	3
1	2

б)

2	3
1	2
1	3

в)

2	3
1	3
2	1

г)

2	3
2	2
3	1

д)

2	3
1	1
2	3

е)

2	3
1	1
3	2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О О 9 8 1 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

II. для 7

ж)

1	2
1	3
2	3

з)

1	2
1	3
3	2

и)

1	2
2	3
1	3

к)

1	2
3	3
1	2

л)

1	2
2	3
3	1

м)

1	2
3	3
2	1

Заметим, что г и к одинаковые и е и м одинаковые (одинаковое расположение цветов).
Значит, всего у каждого прямоугольника 3×2 10 раскрасок. А у всего прямоугольника 3×10 10^5 раскрасок*.

* Если мы считали, что

1	2
3	3
1	2

 и

2	1
3	3
2	1

 одинаковые раскраски, то 10^5 раскрасок.

Если

1	2
3	3
1	2

 и

2	1
3	3
2	1

 разные раскраски (из-за разного расположения цветов), то всего раскрасок $10^5 \cdot 6$.

Ответ: 10^5 или $10^5 \cdot 6$.

105.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 1 3 2 0 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4.

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	10	20	2		72

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим как изменяется сумма квадратов за одну операцию. Д: $n^2 + (n+1)^2 = n^2 + n^2 + 1 + 2n = 2n^2 + 2n + 1$
 После: $(n-1)^2 + (n+2)^2 = n^2 + 1 - 2n + n^2 + 4 + 4n = 2n^2 + 2n + 5$
 $(2n^2 + 2n + 5) - (2n^2 + 2n + 1) = 4. \Rightarrow$ При любом n после операции сумма квадратов увеличится на 4. $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ После 17 операций сумма квадратов увеличится на $17 \cdot 4 = 68$. Найдем начальную сумму квадратов:

$$(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 =$$

$$= 25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 110 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ После 17 операций сумма квадратов будет равна $110 + 68 = 178$.

Ответ: 178

205

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

МАООО1320325

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть $a_x = a_y$. Тогда: $\frac{x^2-22}{x^2-x-16} = \frac{y^2-22}{y^2-y-16}$

$$(x^2-22)(y^2-y-16) = (y^2-22)(x^2-x-16)$$

$$x^2y^2 - x^2y - 16x^2 - 22y^2 + 22y + 22 \cdot 16 = y^2x^2 - xy^2 - 16y^2 - 22x^2 + 22x + 22 \cdot 16$$

$$xy^2 - x^2y + (22-16)x^2 - (22-16)y^2 + 22y + 22x = 0$$

$$xy(y-x) + (22-16)(x^2-y^2) + 22(y-x) = 0$$

$$xy(y-x) + 6(y^2-x^2) + 22(y-x) = 0$$

$$xy(y-x) - (6y+6x)(y-x) + 22(y-x) = 0$$

$$(y-x)(xy-6y-6x+22) = 0 \Rightarrow \text{либо: } 1) y=x; \text{ либо:}$$

2) $xy-6y-6x+22=0$

$$x(y-6) - 6y + 22 = 0$$

$$x = \frac{6y-22}{y-6} = \frac{6(y-6)+14}{y-6} \Rightarrow \text{чтобы } x \in \mathbb{Z}, \text{ нужно}$$

чтобы $14 \div (y-6)$. $14 = 7 \cdot 2 \Rightarrow$ есть 2 случая:

а) $y-6=7 \Rightarrow y=13 \Rightarrow x=8$

б) $y-6=2 \Rightarrow y=8 \Rightarrow x=13 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ В последовательности ~~есть~~ всего 99 чисел, из них 98 — различные ($a_{13} = a_8$)

$$a_{13} = \frac{169-22}{169-13-16} = \frac{147}{140} = \frac{21}{20}$$

$$a_8 = \frac{64-22}{64-8-16} = \frac{42}{40} = \frac{21}{20}$$

Ответ: 98.

105

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 3 2 0 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~Задача 2.~~

Задача 2.

Дано:

$$\angle KLM = \angle QKL = 60^\circ$$

$$KL = 4$$

$$KQ = 1$$

$$LM = 8$$

$$\angle Q = \angle QP$$

Найти: PM

Решение:

1. Пусть $\angle LMK = x$. Тогда $\angle LKM = 180^\circ - 60^\circ - x = 120^\circ - x$

2. Т.к. $LM = 2 \cdot LK$ и угол между ними равен 60° ($\angle KLM = 60^\circ$), $\triangle KLM$ — н/г. $\Rightarrow \angle LMK = 30^\circ \Rightarrow \angle LKM = 90^\circ$.

3. Продлим KQ до пересечения с LM в т. H .

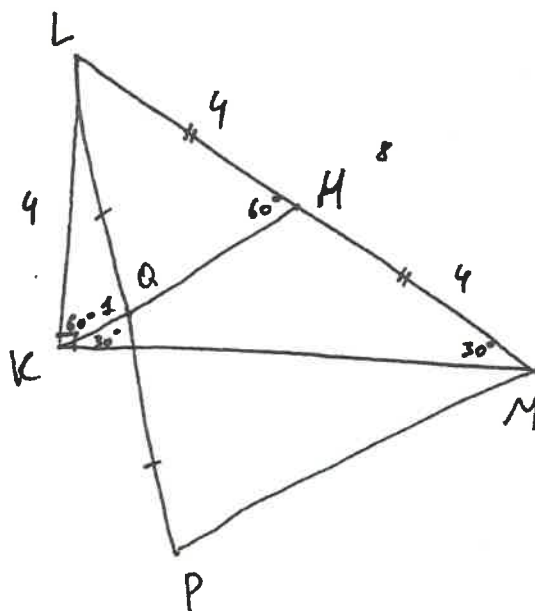
4. $\angle LHK = 180^\circ - \angle KLM - \angle LKH = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ \Rightarrow \triangle KQH$ — р/с $\Rightarrow LK = KH = LH = 4 \Rightarrow KH$ — медиана.

5. Т.к. $QL = QP$ и $LH = HM$, QH — сред. линия $\triangle KLM$ $\Rightarrow 2QH = KM = PM$; Т.к. $QH = KH - KQ = 4 - 1 = 3$, $PM = 6$

~~Ответ: $PM = 8$~~

Ответ: $PM = 6$.

205



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 3 2 0 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

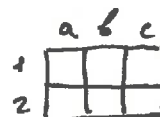
Задача 5.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Заметим, что, чтобы разрезать прямоугольник 3×12 на уголки (A), в любом случае его придётся порезать на прямоугольники 3×6 , в каждом из которых будет по 2 уголка. Теперь найдём сколькими способами можно раскрасить клетки прим-ка 3×6 в 3 цвета ~~так~~ так, чтобы его можно было разрезать на трёхцветные уголки A.

Заметим, что клетки 1b и 2b всегда будут одинакового цвета, т.к. этот прямоугольник можно разрезать 2-мя способами:



и , а клетки 1a и 2a можно менять местами, так же как и клетки 1c и 2c $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ есть только 2 раскраски этого прямоугольника:



Всего в прим-ке 3×12 шесть маленьких прим-ков $3 \times 6 \Rightarrow$ Т.к. есть всего 2 раскраски 3×6 , всего способов раскрасить так прим-к 3×12 существует $2^6 = 64$

Ответ: 64.

Пояснение: я решила задачу, считая, что раскраски , , , одинаковые. В противном случае ответ будет другим: 12^6 (и их переверота на 180°)

25

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 3 2 0 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Заметим, что больше 2-х куниц подряд сидеть не может, т.к. получим, что у всех кроме крайних куниц оба соседа будут куницами. Один сидит куница тоже не может, т.к. по обе стороны от него будут разбойники.

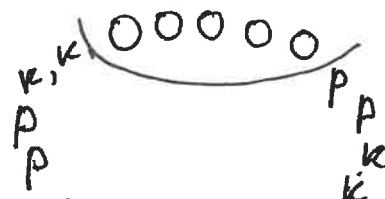
Заметим, что больше 2-х разбойников подряд сидеть не может, т.к. у всех кроме крайних будут оба соседа-разбойника. Но один разбойник сидеть может, т.к. это не противоречит условию.

Наибольшее кол-во разбойников будет тогда, когда будет наибольшее кол-во «пар» разбойников (т.е. 2-х подряд сидящих разбойников.)

Если пар-разбойников будет 500, то где-то в кругу будут подряд сидеть 3 куница.

Больше 500 пар быть не может, т.к. получим, что где-то будет сидеть один куница (...р, к, р...)

Если пар будет 499, то будет ~~такой~~ участок: из 5-ти мест, в которых никак нельзя посадить нескольких разбойников и нескольких куниц так, чтобы не нарушалось условие.



(Такой участок найдем если ~~будет~~ другая дуга будет состоять из повторяющихся по очереди пар разбойников и куниц (см. рис.))

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 3 2 0 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа

Задача 1 (Продолжение).

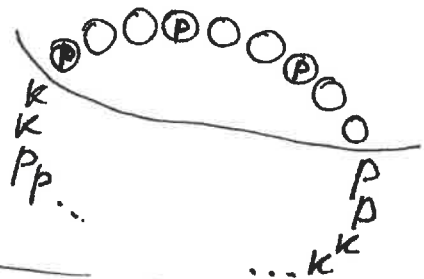
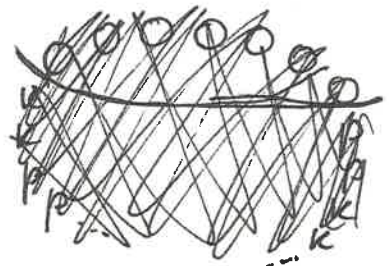
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Если пар-разбойников будет 498, то будет такой участок из 9-ти мест:

Туда можно рассадить 3-х разбойников и 6-х кучков таким образом: р, к, к, р, к, к, р, к, к

Заметим, что, чтобы условие не нарушалось, в данном участке $\frac{1}{3}$ кол-во мест должно делиться на 3.



Нам необходимо сделать как можно большее кол-во пар (т.е. таких ~~участков~~ участков «ккпр») и уменьшить кол-во троек (т.е. участков ~~ккк~~ «ккпр»). Общее кол-во человек равно:

$$4p + 3 \cdot t = 2001, \text{ где } p - \text{кол-во пар, } t - \text{кол-во троек.}$$

Заметим, что $3t \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow$ наименьшее ~~подходящее~~ $t = 3 \Rightarrow p = \frac{2001 - 9}{4} = 498$

Кол-во разбойников равно: $2p + t = 2 \cdot 498 + 3 = 996 + 3 = 999$.

Ответ: 999.
(Пример выше)

208

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 6 2 0 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
16	20	0	20	15		71

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Для начала нам нужно распределить курцов и разбойников на 4 группы. Найдем с групп по 3 участника:

К - курец

Р - разбойник

Р К Р - не подходит по условию.

К Р К - подходит по условию, но из-за условия (остальные группы по 3 не подходят)

Соотношения курцов к разбойникам 2 к 1 не лучший вариант. Группы по 4.

Р К К Р

К Р Р К

К К Р Р

Р Р К К

Группы, которые соответствуют условию и имеют одинаковое отношение разбойников и курцов 2 к 2. Лучше нельзя придумать, так как будет несоответствие с условием. А группы по 5 и т.д. будут невозможны.

Рассматривая только один из вариантов, а обнаружим, что у нас будут на конце либо 3 разбойника в ряд либо 3 курца в ряд (не соотв условию) пример Р К К Р Р К К Р ... Р К К Р О и вместо курца нам нужно поставить либо К либо Р, но не то и не то не будет подходить. Поэтому я решил написать их таким образом.

К К Р К К Р Р К ... К Р Р К К Р К К Р

таким образом у нас получается 2002 курца.

Ответ: 2002 курца.

168

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

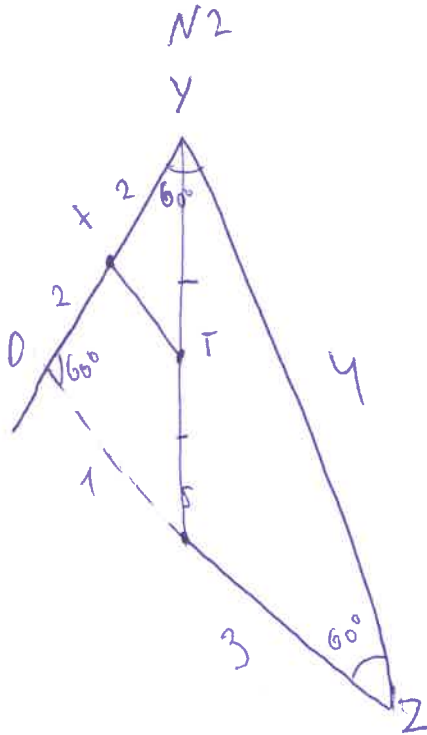
М А О О О 1 6 2 0 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано:

- 1) $\angle XYZ$
- 2) $XY = 2$
- 3) $ZS = 3$
- 4) $YZ = 4$
- 5) $\angle XYZ = \angle YZS = 60^\circ$
- 6) T - середина YS

$XT = ?$

Решение:

1) Док. постр.:

продлим тупую ZS и XY до их пересечения в точке P

2) В $\triangle PYZ$: 1) $\angle XYZ = 60^\circ$ (усл.) 2) $\angle YZS = 60^\circ$ (усл.) $\Rightarrow \angle YPZ = 60^\circ \Rightarrow \triangle PYZ$ - равносторонний $\Rightarrow YZ = PZ = PY = 4$

3) $SZ = 3$; $PZ = 4 \Rightarrow PS = 1$

$XY = 2$; $PY = 4 \Rightarrow PX = 2 \Rightarrow XY = PX = 2$

4) $XY = PX = 2$ (3 пункта) $\Rightarrow XT$ - ср. линия $\triangle PYS \Rightarrow YT = TS$ (условие) $\Rightarrow XT = \frac{1}{2} PS = 0,5$

Ответ: $XT = 0,5$ 208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 6 2 0 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$a_n = \frac{n^2 - 6}{n^2 - n - 2}, \text{ можно представить в виде:}$$

$$a_n = \frac{n^2 - 4 - 2}{n^2 - n - 2}$$

Опр:
 $n^2 - n - 2 \neq 0$
 $\Downarrow$
 $n \neq -1$
 $n \neq 2$

можно заметить, что ~~каждый последующий член~~ ^{каждый последующий член} будет ~~увеличиваться~~ ^{уменьшаться} и ~~становиться~~ ^{становиться} больше, то есть числа никогда не смогут стать одинаковыми. $\Rightarrow$ разность чисел $(100 - 3) / 11 = 98$.

Ответ: 98

08

(надеюсь, что я правильно понял условие задачи, потому что я не вижу здесь другого решения)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	1	6	2	0	4	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N4

Сумма квадратов чисел n и $n+1$:

$$n^2 + (n+1)^2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$$

Сумма квадратов чисел $n-1$ и $n+2$.

$$(n-1)^2 + (n+2)^2 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$$

$\Rightarrow$ Когда

мы убираем два числа и вместо них ставим 2 новых, сумма их квадратов увеличивается на 4 $\Rightarrow$ после 18 операций сумма квадратов увеличится на 72. Операции возможны произвольно так как все числа будут отрицательными и друг другу и все равно каждый раз будет пара чисел. Сумма квадратов значающего ряда: $(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 =$
 $= 25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 110$
 $\downarrow$

За 18 ходов сумма увеличится на 72 $\Rightarrow 110 + 72 = 182$.

Других значений суммы квадратов нет или 2 или не может.

Ответ: 182. 208.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 3

М А О О О 1 6 2 0 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

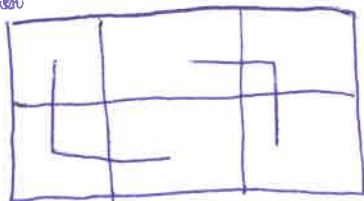
№ 5

Разобьем прямоугольник

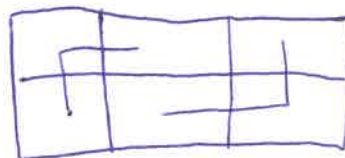
на маленькие прямоугольники

3:2

1 способ



2 способ



Его можно разрезать на 2 угла, только двумя способами

Если мы захотим разбивать прямоугольник 1x3 как-нибудь по-другому, то мы поймем, что у нас останется лишнее место, которое мы не сможем вырезать. Внутри каждого из углов даются всего 3 разных цвета.

Каково их перестановка: $3! = 6$.

также и во втором угле = 3 вариантов цвета.

в одном способе в одном прямоугольнике $3:2 =$

$= 6 \cdot 6 = 36$ и умножаем на 2, чтобы

конечо стало будет вариантов со 2 способами $= 72$ и

так как прямоугольников 3:2 у нас 7 то умножаем

72 на себя + раз $= 72^7$, но так как 12 раскрасок будут повторяться в 1 и 2 варианте, то 60^7 .

Ответ: 60^7

158

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

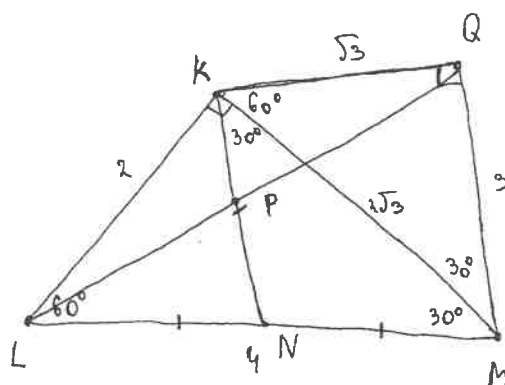
М А 0 0 0 1 0 7 8 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	X	10		70

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2



$$KL = 2, LM = 4, MQ = 3.$$

Пл. косинусов $\triangle KLM$

$$KM^2 = KL^2 + ML^2 - 2 \cdot KL \cdot ML \cdot \cos \angle KLM$$

$$KM^2 = 16 + 4 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 12$$

$$(KM > 0), KM = 2\sqrt{3}$$

Получим, что

$$LM^2 = KL^2 + KM^2 \quad (16 = 4 + 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle LKM = 90^\circ, \text{ значит}$$

$$\angle KML = 30^\circ \text{ (по сумме углов в } \triangle)$$

Получим, что $\angle KML = 30^\circ$, а $\angle QML = 60^\circ$, то $\angle KMQ = \angle QML - \angle KML = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$. Пл. косинусов $\triangle KMQ$: $KQ^2 = KM^2 + MQ^2 - 2 \cdot KM \cdot MQ \cdot \cos \angle KMQ$, $KQ^2 = 12 + 9 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$, $(KQ > 0) KQ = \sqrt{3}$. Получим:

$$KM^2 = KQ^2 + QM^2 \quad (12 = 3 + 9) \Rightarrow \angle KQM = 90^\circ.$$

Проведём в $\triangle KML$ медиану KN , т.к. $KN = \frac{LM}{2} = LN = MN$ ($KN = MN$), то $\triangle KNM$ - равнобедренный, значит $\angle KMN = \angle MKN = 30^\circ$. $\angle QKN = \angle MKN + \angle QKM$ ($\angle QKM = 60^\circ$, по сумме углов $\triangle KQM$), $\angle QKN = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$. Получим, что прямые KN и QM перпендикулярны, т.к. сумма внутренних односторонних при секущей KQ равна 180° .

Заметим, что KN пересекает QL в точке P , т.к. PN - средняя линия в $\triangle QLM \Rightarrow PN \parallel MQ$, $PN \in KN$. Тогда $KP = KN - PN$ ($KN = 2$, т.к. $KN = \frac{LM}{2} = 2$; $PN = 1,5$, т.к. $PN = \frac{QM}{2} = 1,5$) $KP = 2 - 1,5 = 0,5$.

Ответ: 0,5

208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МАООО1078825

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

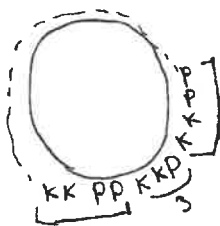
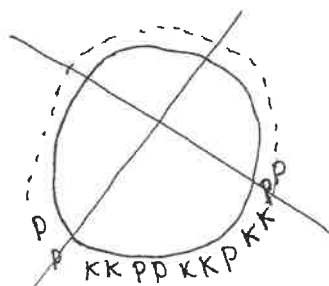
Задача 1

Предположим, что за столом кучов меньше, чем разбойников, тогда кол-во кучов ≤ 500 , но тогда и разбойников ≤ 500 , т.к. с кучом не может сидеть больше 1 разбойника, но тогда всего людей ≤ 1000 - противоречие.

Получим, что наше предположение не верно, значит кучов больше, чем разбойников. Тогда кучов ≥ 501 .

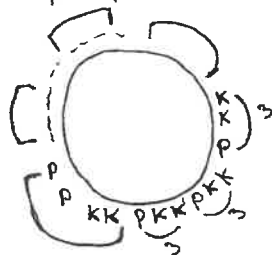
~~Пример на 501~~ Давайте поймём, что 501 куча быть не может.

Предположим наоборот, рассмотрим разбойника, сидящего между двумя кучами (т.к. разность между кол-вом кучов и разбойников равна 1, то такой разбойник будет один). Постараемся построить пример.



Заметим, что мы строим однозначно, т.к. понятно кто за кем стоит. Если внимательно посчитать кол-во людей, заметим, что основная масса людей разбивается на группы ККРР. Получим, что общее кол-во людей сравнимо с 3 по модулю 4. Противоречие ($1001 \not\equiv 3 \pmod{4}$).

Пример на 502 куча:



ККРР - группы по 4 человека

Из примера видно, что кучов на 3 больше, чем разбойников и что все условия соблюдены

Ответ: 502

105.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 7 8 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

Предположим, что нашлась такая пара (x, y) , что

$$1 \leq x, y \leq 100, a_x = a_y, x \neq y$$

$$a_x = \frac{x^2 - 2}{x^2 - x + 2}, a_y = \frac{y^2 - 2}{y^2 - y + 2}$$

$$\frac{x^2 - 2}{x^2 - x + 2} = \frac{y^2 - 2}{y^2 - y + 2}, (x^2 - 2)(y^2 - y + 2) = (y^2 - 2)(x^2 - x + 2)$$

Раскроем скобки и приведем подобные:

$$x^2 y^2 - y x^2 + 2 x^2 - 2 y^2 + 2 y - 4 = x^2 y^2 - x y^2 + 2 y^2 - 2 x^2 + 2 x - 4$$

$$-x^2 y + 4 x^2 - 2 x = -y^2 x + 4 y^2 - 2 y$$

$$x^2 y - 4 x^2 + 2 x = y^2 x - 4 y^2 + 2 y$$

$$x y (x - y) - 4 (x^2 - y^2) + 2 (x - y) = 0$$

$$x y (x - y) - 4 (x - y) (x + y) + 2 (x - y) = 0$$

$$(x - y) (x y - 4 x - 4 y + 2) = 0 \quad | : x - y, \text{ т.к. } x - y \neq 0 \text{ по предположению}$$

$$x y - 4 x - 4 y + 2 = 0$$

$$x y - 4 x - 4 y + 16 = 14, (x - 4)(y - 4) = 14$$

1	14
2	7
7	2
14	1

Пары 1, 14 и 14, 1

2, 7 и 7, 2

совпадают попарно:

$$x - 4 = 1, y - 4 = 14$$

$$x = 5, y = 18$$

$$x - 4 = 2, y - 4 = 7$$

$$x = 6, y = 11$$

Получаем пары $(5, 18)$ и $(6, 11)$. Т.к. $a_x = a_y$, то

$$a_5 = a_{18}; a_6 = a_{11}$$

Тогда получим, что в последовательности из 100 элементов, две пары чисел будут совпадать. Тогда всего различных элементов $100 - 2 = 98$.

Ответ: 98

208

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА 000 1078825

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

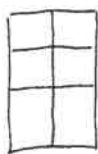
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5

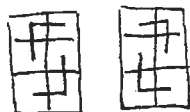
Давайте разобьём доску 3×10 на 5 непересекающихся прямоугольников 3×2 . Поймём, что уголок не может быть разбит на 2 прямоугольника. Почему это так?

Давайте начнём вырезать уголки начиная с самого левого прямоугольника 3×2



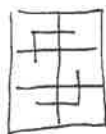
В нём должны быть вырезаны левая верхняя и левая нижняя клетки. Одной фигуркой в виде уголка это сделать невозможно (если смотреть на размеры уголка), поэтому

их должно быть хотя бы 2, иначе оба этих уголка будут никак не поместиться в данном прямоугольнике (также по размерам уголка). Это можно сделать 2 способами:

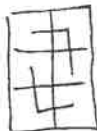


Первый прямоугольник полностью вырезан. Аналогичные рассуждения для последующих прямоугольников 3×2 .

Посчитаем кол-во способов раскрасить прямоугольники 3×2 в 3 цвета так, чтобы соблюдалось условие задачи



$$3! \cdot 3! = 36$$



$$3! \cdot 3! = 36$$

$$36 + 36 = 72 = 2^3 \cdot 3^2$$

П.с.к. таких прямоугольников 3×2 пять штук, то всего способов равно $(2^3 \cdot 3^2)^5 = 2^{15} \cdot 3^{10}$

$$\text{Ответ: } 2^{15} \cdot 3^{10}$$

105.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

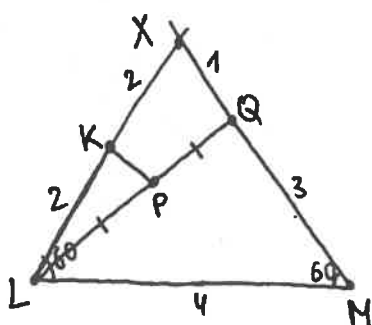
МА 0001070425

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1

Заметим, что среди любых четырех подряд сидящих человек минимум 2 купца. Иначе: либо КРРР, что невозможно, т.к. у 1 разбойника нет соседа купца, либо РКРР, что невозможно, т.к. у купца ровно 1 сосед купец и ровно 1 разбойник (а здесь 2 разб.), либо РРРР (невозм., т.к. нет соседей купцов у 2 разб.), либо аналогичные случаи будут первыми (РРРК, РРКР), которые невозм. Тогда разобьем людей за круглым столом на 250 непересекающихся четверок и 1 человека. В каждой четверке ≥ 2 купцов $\Rightarrow$ всего не менее 500 купцов. Докажем, что последний человек может быть также только купцом: пусть у нас в каждой четверке по 2 купца и 2 разбойника (т.к. это мин. кол-во купцов). Тогда образуется следующая последовательность: Р К Р Р К К Р Р... Заметим, что мы не можем нигуда поставить еще одного разбойника. Иначе в какой-то четверке будет 3 разбойника, что невозможно. $\Rightarrow$ последний человек купец $\Rightarrow$ всего минимум $500 + 1 = 501$ куп.

есть продолжение



Задача 2

Продлим отрезки ЛК (за точку К) и MQ (за точку Q) до пересечения. Назовем точку пересечения точкой Х. Тогда $\angle LXH = 180^\circ - \angle XLM - \angle XHL = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ \Rightarrow \triangle LXH$ - равносторонний. $\Rightarrow LX = XM = LH = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow KX = LX - LK = 4 - 2 = 2$, а $XQ = XM - QM = 4 - 3 = 1$. Заметим, что КР - средняя линия в $\triangle XLQ$ (т.к. К - середина LX (LK=KX) и Р - середина LQ) $\Rightarrow$ КР в 2 раза меньше XQ $\Rightarrow KР = \frac{1}{2} XQ = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$.

Ответ: 0,5.

205.

сумма 2 чисел на доске до изм. Задача 4

$n^2 + (n+1)^2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$. После изменения чисел: $(n-1)^2 + (n+2)^2 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$. Т.е. сумма $\uparrow$ этих двух чисел увеличивается на 4. Тогда после изменения двух чисел согласно условию, сумма $\uparrow$ всех чисел увеличивается на 4.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 0 7 0 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4 (продолжение)

Тогда, после 16 операций сумма ^{квадратов} всех чисел увеличится на $16 \cdot 4 = 64$.

Изначальная сумма квадратов всех чисел:

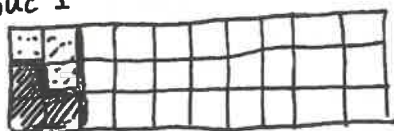
$$(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 2(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2)$$

$$= 2 \cdot (1 + 4 + 9 + 16 + 25) = 2 \cdot 55 = 110.$$

$$\Rightarrow \text{сумма квадратов всех чисел после 16 операций: } 110 + 64 = 174.$$

Ответ: 174. 205.

рис 1



единственным образом (рис. 1) прямоугольник на узоры.

Задача 5

1) поставим первую фигуру как на рис. 1. Заметим, что эта фигура поставленная рядом с этим узором может быть вложена (рис. 2). Поскольку иначе нельзя будет разбить



и узор

можно поставить узор в узор: также ставиться обязательно (иначе

ки. Тогда есть два способа как разбить крайний прямоугольник 3×2 . (6 других оставят фигуру разбить будет невозможно). Уберем крайний прямоугольник 3×2 . Тогда останется 3×8 . С расположением двух крайних узор. Все аналогично... и т.д.

$\Rightarrow$ весь прямоугольник 3×10 разбивается на 5 прямоугольников 3×2 6 из которых 5 узором поставили могут быть узоры.

Разберем, сколько различных способов раскрасить клетки в 3 цвета. Итого можно было разбить на узоры в прямоугольнике 3×2 : В одном узоре есть 6 вар. расположения 3 цветов $\Rightarrow$ 6 двух есть $6 \cdot 6 = 36$ вариантов. Это при одном из

разбиений $\Rightarrow$ 6 других аналогично 36 вариантов, причем варианты при разных разбиениях не пересекаются $\Rightarrow$ 42 варианта раскрасить прямоугольник 3×2 . Т.к. их всего 5 и 6 из каждого из них есть 42 варианта раскраски, всего вариантов как раскрасить



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

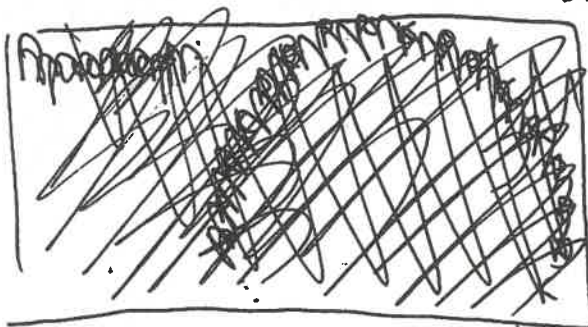
М А О О О 1 0 7 0 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Задача 5 (продолжение)
 прямоугольник 3×10 : $72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72$ (т.к. любой из вар.
 в 3 ~~пр~~ примор. может быть с любым вар. во втором, треть-
 ем ... и т.д.). т.е. 72^5 вариантов.
 Ответ: 72^5 способов. 105.



Задача 2 (продолжение)

Но, заметим, что расста-
 нки на 501 купца и 500 разбо-
 яков не существует. (поскольку
 куда бы в последовательности $РКРР$
 мы не поставили еще одного $К$..
 купца, не будут выполняться все
 условия расстановки из усл. задачи). $\rightarrow$ минимальное кол-во

— 502 купца.

Пример:

$К К Р К К Р К К Р К К Р Р$
 $К Р Р К К Р Р К К$

205.

Ответ: 502 купца.

Задача 3 $n=2$
 Каждый раз, начиная с ~~разности~~ разности между числителем
 и знаменателем будет увеличиваться на 1:

$$\frac{n^2-2}{n^2-n+2} \Rightarrow n^2-2 - n^2+n-2 = n-4.$$

$$\frac{(n+1)^2-2}{(n+1)^2-(n+1)+2} = \frac{n^2+2n-1}{n^2+n+2}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА 0001070425

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3 (продолжение)

$$\Rightarrow n^2 + 2n - 1 - n^2 - n - 2 = n - 3.$$

$\Rightarrow$ все дроби будут принимать различные значения

$\Rightarrow$ в последовательности 100 различных чисел. ^{но} например

Ответ: 100

05.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} \text{ и т.д.}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 7 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
10	20	20	20	X		70

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Найдите все одинаковые
числа последовательности

$$a_n = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} = a_{n+k} = \frac{(n+k)^2 - 2}{(n+k)^2 - (n+k) + 2}$$

X — какое-то целое
число, которое равно
или другое число в послед.
↓
x ≠ 0

$$(n^2 - 2) \cdot (n^2 + 2nx + x^2 - n - x + 2) = (n^2 - n + 2) \cdot (n^2 + 2nx + x^2 - 2)$$

$$n^4 + 2n^3x + n^2x^2 - n^3 - n^2x + 2n^2 - 2nx^2 - 4nx - 2x^2 + 2n + 2x - 4 = n^4 + 2n^3x + n^2x^2 - 2n^2 -$$

$$-n^3 - 2n^2x - nx^2 + 2n + 2x^2 + 4nx + 2x^2 - 4$$

$$-n^2x - nx^2 + 8nx + 4x^2 - 2x = 0 \quad / : x (x \neq 0)$$

$$-n^2 - nx + 8n + 4x - 2 = 0$$

$$(4-n)x - (n^2 - 8n + 2) = 0$$

$$x = \frac{n^2 - 8n + 2}{4-n} = \frac{(4-n)^2 - 14}{4-n} = (4-n) - \frac{14}{4-n}$$

$$\left(\begin{matrix} n \in \mathbb{N} \\ 4-n \in \mathbb{Z} \end{matrix} \right) \Rightarrow \frac{14}{4-n} \in \mathbb{Z}$$

- $n=5 \quad x = -1+14=13 \quad (a_5 \text{ и } a_{18})$
- $n=3 \quad x = 1-14=-13 \quad (a_3 \text{ и } a_{10}) \ominus$
- $n=6 \quad x = -2+7=5 \quad (a_6 \text{ и } a_{11})$
- $n=2 \quad x = 2-7=-5 \quad (a_2 \text{ и } a_3) \ominus$
- $n=11 \quad x = -7+2=-5 \quad (a_{11} \text{ и } a_6)$
- $n \neq -3 \quad (n \in \mathbb{N})$
- $n=18 \quad x = -14+1=-13 \quad (a_{18} \text{ и } a_3)$
- $n \neq -10 \quad (n \in \mathbb{N})$

пары a_5 и a_{18} повторяются
 a_6 и a_{11}

$$a_5 = \frac{23}{22} = 1 \frac{1}{22} \quad \text{и} \quad a_{18} = \frac{312}{308} = 1 \frac{14}{308} = 1 \frac{1}{22}$$

$$a_6 = \frac{34}{32} = 1 \frac{1}{16} \quad \text{и} \quad a_{11} = \frac{113}{112} = 1 \frac{1}{112} = 1 \frac{1}{16}$$

в последовательности дважды повторяется число,
которые были $\Rightarrow$ из 100 чисел только 98 различных

Ответ: 98 различных чисел.

205

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 7 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

дата проведения конкурса;

$n-4, n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, n+3, n+4$ сг
возьмем 2 числа:

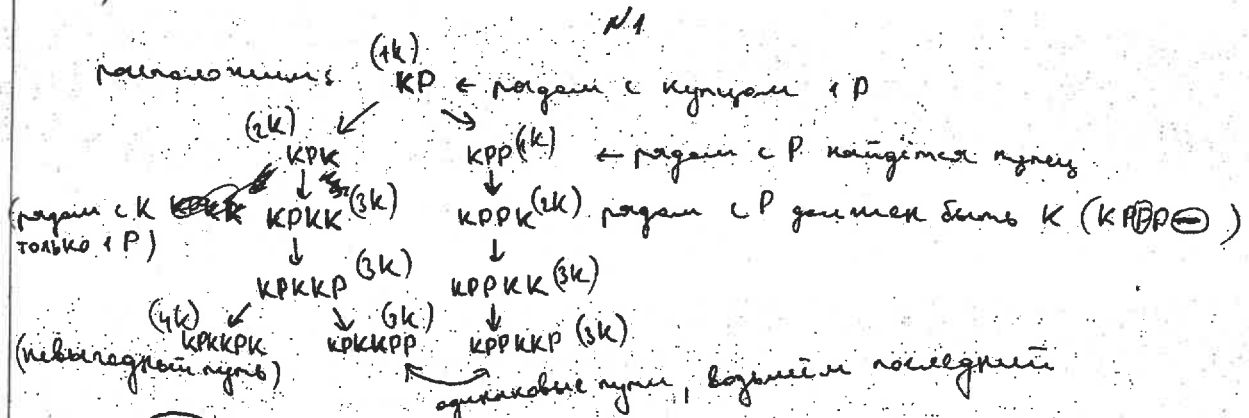
n и $n+1$, проведем 1 операцию
 $n-1$ и $n+2$

исходно, $\sum$ квадратов: $n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$
после, $\sum$ квадратов: $n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$ $\downarrow +4$
в силу произвольности выбора чисел, каждый раз
проводя операцию $\sum$ квадратов увеличивается на 4
начальная сумма:

$$S_0 = 25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 50 + 32 + 18 + 10 = 110$$

спустя 16 операций $S = S_0 + 16 \cdot 4 = 110 + 64 = 174$

Ответ:



$KPKPKPK$ циклически, будет каждый раз начинаться заново.
разобьем на четверки, в каждой по 2k
 $1001 : 4 = 250$ (ост. 1) $\rightarrow 500K$

$KPKPKPK$

$KPKPKPK$
 $KPKPK$

мы не можем поставить в нуле
место P, т.к. у K только 1P, но можем
поставить P и заменить 2 уна поставленными

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 7 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Р или К

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

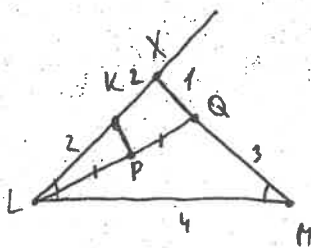
К
КРРК
КРРК

по сути мы поставили 500к и еще после зачеркнули
2-ую Р или К

↓
502к

Ответ: наименьшее число журиков: 502

105.



№2
Дано: $\angle KLM$, т. Q $\in \angle KLM$
т. P - с.р. LK, LK = 2, QH = 3, LM = 4;
~~также~~ $\angle KLM = \angle QML = 60^\circ$

Найти: KP?

Решение:

проведем MQ до перес. с LK = T. X
 $\angle KLM = \angle KML = 60^\circ \Rightarrow \angle LKM = 60^\circ (180 - 60 - 60)$

$\triangle LKM - \text{н.т.} \Rightarrow LM = KM = KL$
 $QH + QK = LK + KK$
 $3 + QK = 2 + 2$

KK = 2
KQ = 1

KK = KL $\Rightarrow$ т. K - с.р. LK

проведем отрезок KP

т. K - с.р. LK

т. P - с.р. LQ $\Rightarrow$ KP - ср. лин. в $\triangle LKQ$

$KP = \frac{1}{2} KQ = 0.5$

Ответ: KP = 0.5

205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 8 7 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1) первую операцию

мы ~~узнали~~

совершаем с числами, которые отличаются на 1:

$$n \text{ и } n+1 \quad S = n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$$

$$n-1 \text{ и } n+2 \quad S = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5 \quad \downarrow +4$$

сумма квадратов увеличилась на 4

2) когда совершаем с числами, которые отличаются на

$$0: \quad n \text{ и } n \quad S = n^2 \quad \downarrow +2 \quad \text{сумма увеличилась на 2}$$

$$n-1 \text{ и } n+1 \quad S = 2n^2 + 2 \quad \downarrow +2$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & (1) \end{array} \quad \begin{array}{c} +4 \\ +2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -4 & -3 & -2 & -2 & 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & (2) \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -4 & -3 & -2 & -2 & 0 & 2 & 2 & 3 & 4 & 5 & (3; 4) \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \\ +4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -4 & -3 & -3 & -1 & 0 & 1 & 3 & 3 & 4 & 5 & (5; 6) \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \\ +4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -5 & -3 & -2 & -2 & 0 & 1 & 2 & 3 & 5 & 5 & (7; 8) \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \\ +4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -5 & -3 & -2 & -2 & 0 & 2 & 3 & 3 & 5 & 5 & (9) \end{array} \quad \begin{array}{c} +4 \\ +2 \\ +4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -5 & -3 & -2 & -2 & 0 & 2 & 3 & 3 & 5 & 5 & (10) \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \\ +4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -5 & -3 & -2 & -2 & 0 & 2 & 3 & 3 & 5 & 5 & (11; 12) \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \\ +4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -5 & -4 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 4 & 5 & 5 & (13; 14) \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \\ +4 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -5 & -5 & -4 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 4 & 5 & 5 & (15; 16) \end{array} \quad \begin{array}{c} +2 \\ +2 \\ +4 \end{array}$$

S увеличилась на $4 \cdot 8 + 4 = 36$ — это минимальное значение, на которое она может увеличиться

Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 8 7 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри. (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~а максимум
будет достигаться
тогда, когда мы
будем брать~~

т.к. мы всегда берём числа, которые
отличаются на 1, то каждый раз сумма
квадратов будет меняться на 4.
Проведя 16 операций

$$S = S_0 + 16 \cdot 4 = S_0 + 64 \quad \text{сумма поменяется на 64}$$

$$S_0 = 25^2 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 50 + 32 + 18 + 10 = 110$$

$S = 174$ ← конечная сумма увеличивается на 64
также
увеличится

Ответ: 174 205

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 1 5 3 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	40	20	8		68

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

По условию рядом с куницей сидит ^{таблица 1} куница. (к-куница, а р-разбойник), а с другой стороны от куницы сидит разбойник. Тогда все куницы сидят по парам, каждая пара имеет соседей разбойников: РККР...

Если продолжать эту запись вправо, то рядом с разбойником может либо сидеть разбойник и следующая пара куниц, либо сразу куницы, и так

РККР-ккР<...
РККР-рккР<...
Будут появляться все новые "звенья", пока не станет 4001 человек, и круг замкнется. Есть 2 типа "звеньев": ккР и рккР, т.е.

В каждом "звене" 2 куницы. Чтобы куниц было меньше, нужно, чтобы "звеньев" было меньше, а это достигается тогда, когда как можно больше из них имеют длину 4 (потому что $4 > 3$, тогда ограничение по числу людей быстрее).

$4001 = 4 \cdot 1000 + 1$; все звенья равными 4 не получится сделать.

$4001 = 4 \cdot 999 + 5$; остаток всё ещё не делится на 3.

$4001 = 4 \cdot 998 + 9 = 4 \cdot (998) + 3 \cdot (3)$; всего минимум 1001 "звено"

т.е. минимум 2002 куница.

Пример: -рККР, рККР, ..., рККР, рККР, ккР, ккР, ккР-^{замкнуть с началом}

Условия не нарушены, всего ⁹⁹⁸ 2002 куница.
2002.

Ответ: 2002 куница.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 1 5 3 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

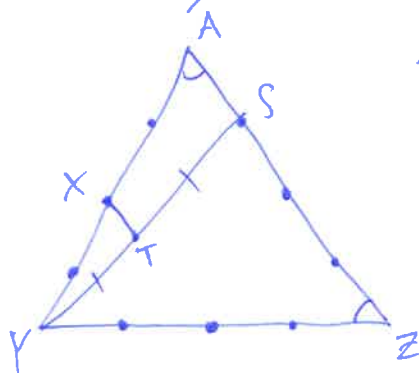
~2.

Продлим ZS за точку S
и YX за точку X , до пересечения лучей ZS и YX
($ZS \cap YX = A$).

Пл.к. $\angle XYZ = \angle YZS = 60^\circ$, то в $\triangle AZY$:

$\angle AZY = \angle YZA = 60^\circ$, третий ($\angle A$) тоже равен 60° ; (сумма $\angle = 180^\circ$)

$\triangle AZY$ — равносторонний со стороной $YZ = 4$
(все стороны по 4). ($AZ = AY = YZ = 4$).



$$AS = AZ - ZS = 4 - 3 = 1. \quad | \quad AS = 1.$$

$$AX = AY - XY = 4 - 2 = 2 \quad | \quad AX = XY = 2$$

т.е. X — середина AY .

T — середина XS (по уcu).

$\Rightarrow$ XT — средняя линия $\triangle ASY$.

$$\text{Значит: } XT = \frac{AS}{2} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $XT = 0,5$. 208.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	0	0	0	1	1	5	3	4	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

нч.

Возьмём с доски числа n и $n+1$. Посчитаем сумму квадратов всех чисел на доске, кроме этих двух. Пусть она равна α . Тогда сумма квадратов всех чисел на доске (вместе с n и $n+1$) : $\alpha + n^2 + (n+1)^2 = \alpha + 2n^2 + 2n + 1$.

Теперь совершим операцию с числами n и $n+1$. Новая сумма квадратов : $\alpha + (n-1)^2 + (n+2)^2 = \alpha + 2n^2 + 2n + 5$. Изменение суммы квадратов : $(\alpha + 2n^2 + 2n + 5) - (\alpha + 2n^2 + 2n + 1) = 4$. То есть не зависимо от выбранных чисел, сумма квадратов чисел на доске после каждой операции увеличивается на 4.

Изначальная сумма квадратов :

$$\begin{aligned} & (-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = \\ & = 25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 50 + 32 + 18 + 8 + 2 = 50 + 50 + 10 = \\ & = 110. \end{aligned}$$

Каждую операцию это число увеличивается на 4, т.е. через 18 операций увеличится на $4 \cdot 18 = 72$.

Получим число 182. Осталось доказать, что провести 18 операций возможно. Приведём пример :

$\underbrace{-5; -4}_{on}$	$\underbrace{-3; -2}_{on}$	$\underbrace{-1; 0}_{on}$	$\underbrace{1; 2}_{on}$	$\underbrace{3; 4}_{on}$	5	+	N-число всех операций N=5
$\underbrace{-6; -3}_{on}$	$\underbrace{-4; -1}_{on}$	$\underbrace{-2; 1}_{on}$	$\underbrace{0; 3}_{on}$	$\underbrace{2; 5}_{on}$	5	+	N=9

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 1 5 3 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

14 (продолжение)
 $-6; -2; -5; 0; -3; 2; -1; 4; 1; 5; 5$

 $N=14$

$-7; -1; -4; 1; -4; 3; -2; 3; 0; 6; 5$

 $N=17$

$-7; 0; -4; 2; -4; 3; -3; 3; -1; 7; 4$

 $N=18$

$-7; 1; -4; 2; -4; 3; -3; 3; -2; 7; 4$

П.е. провести 18 операций возможно, а сумма квадратов чисел, которые получились: (самонавертка)
 $49+1+16+4+16+9+9+9+4+49+16=182$, действительно.

Ответ: 182. 208.

(Это не единственный способ провести 18 операций, но один из них, и в нём, как было доказано, сумма квадратов = 182, во всех остальных случаях тоже будет 182, не зависимо от того, какие числа будут в операциях, главное, что разность между ними = 1 (доказано выше)).

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 1 5 3 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

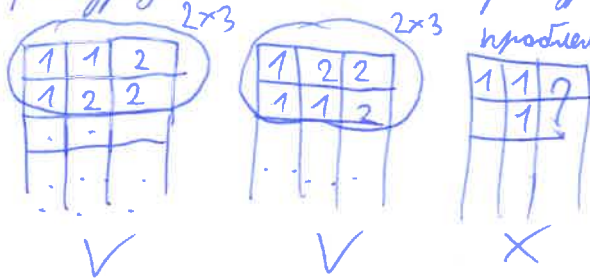
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5.

Каким образом можно

фигуру 3×14 можно разрезать на уголки?



Клетки скраю можно разрезать на уголки двумя способами. Заметим мы отсекаем эти 6 клеток и (скраю)

по индукции следующие 2 уголка тоже должны дополнять друг друга до 2×3 (иначе никак).

Т.е. весь прямоугольник 3×14 будет представлять из себя 7 пар уголков, дополняющих друг друга до 2×3 .

Рассмотрим отдельно одну пару. 2×3 можно разрезать на уголки двумя способами

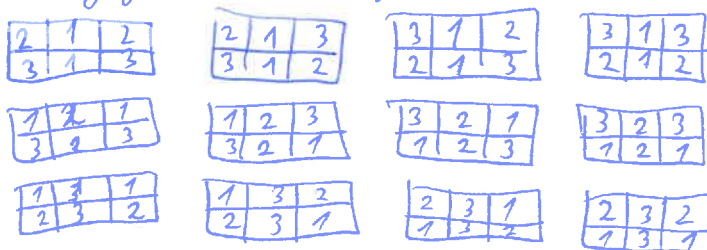


Каждая клетка имеет 1 из 3 цветов. Вариантов раскраски одного уголка: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Второй уголок тоже можно раскрасить шестью способами независимо от другого. Т.е. способов раскрасить 2×3 в 3 цвета $6^2 = 36$ штук.

2) В этом случае аналогично 36 способов раскраски.

Всего 72 способа... НО! 12 способов понаем и тудра и тудра: (когда клетки среднего столбца имеют



одинаковый цвет, а клетки крайних столбцов можно раскрасить одним из $4 = 2^2$ способов (2 цвета и 2 столбца) $3 \cdot 4 = 12$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М	А	О	О	О	1	1	5	3	4	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (продолжение)

Есть всего 60 ($=72-12$)

способов раскраски прямоугольника 2×3 .

Таких прямоугольников будет 7 штук; ^{разрезы} раскраска одного не зависит от раскраски и разреза другого. Всего $60 \cdot 7 = 420$ способов раскраски прямоугольника 3×14 .

Ответ: 420 способов.

количество способов для
одного прямоугольника 2×3
посчитано верно, но недостаточно
№3. Основано, дальше неверно?

Ответ: 98 чисел Почему 98 то, если $a_5 = a_{14}$ и $a_6 = a_9$?

Совпадут a_5 и a_{14} , ($a_5 = a_{14} = \frac{19}{18}$)

$$\frac{5^2-6}{5^2-5-2} = \frac{25-6}{25-7} = \frac{19}{18} \quad \left| \quad \frac{14^2-6}{14^2-14-2} = \frac{196-6}{196-16} = \frac{19}{18} \right.$$

Совпадут a_6 и a_9 ($a_6 = a_9 = \frac{15}{14}$)

$$\frac{6^2-6}{6^2-6-2} = \frac{36-6}{36-8} = \frac{30}{28} = \frac{15}{14} \quad \left| \quad \frac{9^2-6}{9^2-9-2} = \frac{81-6}{81-11} = \frac{75}{70} = \frac{15}{14} \right.$$

$$h^2 - h - 2 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 > 0$$

$$h_1 + h_2 = 1$$

$$h_1 h_2 = -2$$

$$h_1 = 2$$

$$h_2 = -1$$

$$h^2 - h - 2 = (h-2)(h+1)$$

$$\frac{h^2-6}{h^2-h-2} = \frac{h^2-6}{(h-2)(h+1)}$$

нет доказательства, ответ неверный

Од.

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	7	0	2	3	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

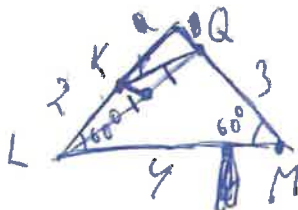
w 1

Ответ: 502 купца.

Допустим у нас сидит x купцов, так как с 1 купцом сидит ровно 1 разбойник и каждый разбойник сидит хотя бы с 1 купцом, то у нас не более x разбойников, так как иначе, если разбойников больше x , то по принципу Дирихле, у нас хотя бы с 1 купцом сидело бы более 1 разбойника $\Rightarrow$ минимальное количество купцов могло бы составить так: $1001 : 2 = 500,5$, но человек число людей у нас быть не может, как и менее $500,5 \Rightarrow$ у нас минимум 501 купец, ~~и тот же~~ однако заметим, что с каждым купцом у нас стоит ровно 1 купец и 1 разбойник, так как есть ровно 2 места рядом с ним, 1 занимает разбойник (ровно 1 разбойник стоит рядом с купцом), и поэтому не учитывая другой его сосед купец не разбойник, следовательно купец, рядом с которым должен стоять разбойник, иначе будет нарушено условие задачи, следовательно купцы стоят как бы парами, следовательно их четное число, так как 501 — нечетное, то нас подходит только 502 и более. Пример (502 купца): КРК.КРК.КРК, а остальные люди сидят КРК, такими шаблонными КРК, которые нужно вставить 248 раз рядом с 1 из купцов и закрыть КРК.

208.

w 2



КР-?

Дано
 $\angle KLM$
 $KL=2$
 $LM=4$
 $QM=3$
 $\angle KLM = \angle M = 60^\circ$
 $LP=PQ$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

М А 0 0 0 1 7 0 2 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$LQ = LM^2 + QM^2 - 2LM \cdot QM \cdot \cos \angle M \text{ — по теореме косинусов.}$$

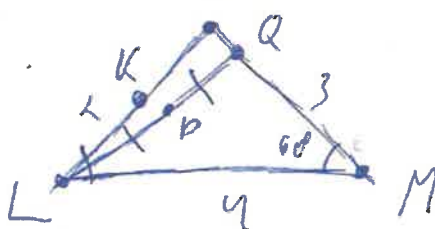
$$LQ^2 = 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$LQ^2 = 25 - 12\sqrt{3}$$

$$LQ = \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}$$

$$LK = \frac{1}{2} LQ = \frac{1}{2} \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}$$

так нельзя говорить
достроим ломаную $KLMQ$ до равностороннего
треугольника, мы это можем сделать, так как
 $\angle KLM = \angle M = 60^\circ$



так как $\triangle LOM$ — равносторонний, то

$$LO = OM = MQ$$

$$LO = OM = LM = 4$$

$$OQ = OM - MQ$$

$$OQ = 4 - 1 = 3$$

$$OQ^2 = LO^2 + LQ^2 - LO \cdot LQ \cdot 2 \cdot \cos \angle OLQ \text{ — по теореме косинусов.}$$

$$9 = 16 + 25 - 12\sqrt{3} - 4 \cdot \sqrt{25 - 12\sqrt{3}} \cdot 2 \cdot \cos \angle OLQ$$

то

$$9 - 25 - 16 - 12\sqrt{3} = -8\sqrt{25 - 12\sqrt{3}} \cdot \cos \angle OLQ$$

$$\frac{25}{40}$$

$$\cos \angle OLQ = \frac{-40 - 12\sqrt{3}}{-8\sqrt{25 - 12\sqrt{3}}}$$

$$\cos \angle OLQ = \frac{5 - 1,5\sqrt{3}}{\sqrt{25 - 12\sqrt{3}}} \quad \times$$

$\cos \angle OLQ$ найдёт не правильно,
но на ответ и решение это в
целом не влияет

$$KP^2 = LK^2 + LP^2 - 2LK \cdot KP \cdot \cos \angle OLQ$$

$$KP^2 = 1 + \frac{1}{4} (25 - 12\sqrt{3}) - 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{25 - 12\sqrt{3}} \cdot \frac{5 - 1,5\sqrt{3}}{\sqrt{25 - 12\sqrt{3}}}$$

$$KP^2 = 1 + 6\frac{1}{4} - 3\sqrt{3} - 2(5 - 1,5\sqrt{3})$$

$$KP^2 = 7\frac{1}{4} - 3\sqrt{3} - 10 + 3\sqrt{3}$$

$$KP^2 = \frac{1}{4}$$

$$KP = \frac{1}{2} \quad KP = 0,5$$

158

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 0 2 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Ответ: $kp = 0,5$

$n=3$

Ответ: 100

05.

$n=4$

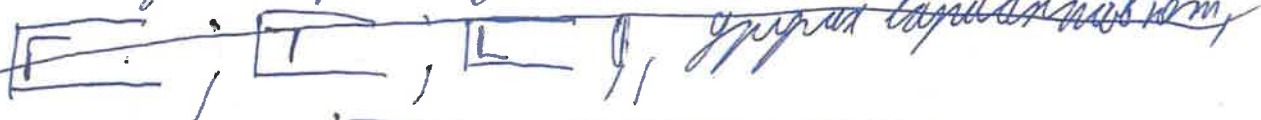
изначально ~~два~~ суммы: $n^2 + (n+1)^2 = n^2 + n^2 + n + 1$
~~была~~ одна после операции $= (n-1)^2 + (n+2)^2 = n^2 - n + 1 + n^2 + 2n + 4$
 вместе из суммы после операции суммы до операции:
 $n^2 - n + 1 + n^2 + 2n + 4 - n^2 - n^2 - n - 1 = 4$, следовательно
 к общей сумме после каждого действия будет
 прибаваться 4, следовательно общая конечная
 сумма равна ~~ка~~ общей начальной сумме + ~~48~~ $4 \cdot 47$.
 общая начальная сумма равна: $(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 +$
 $+ 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 2 \cdot (25 + 16 + 9 + 4 + 1) = 110$
 $110 + 64 = 174$

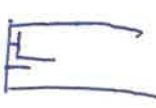
Ответ: 174.

205.

$n=5$

Сначала рассмотрим, как можно расставить
 треугольники: рассмотрим все возможные
 положения треугольников, касаясь верхнего
 левого угла прямоугольника;



и вариант ; ; , другая
 вариантов нет, и вариант 3 нам не подходит,
 так как в этом случае невозможно записать сумму
 левого угла прямоугольника.

Вариант № 7

М А 0 0 0 1 7 0 2 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

в других других случаях
треугольник вмести

тогда определяем автоматы (по формуле не получается
 заполнить левой частью графа, поэтому далее
 предполагаем $3 \text{ ка} 8; 3 \text{ ка} 6; 3 \text{ ка} 4; 3 \text{ ка} 2$ предполагаем
 таким же способом понимаем что всего способов
 расположить треугольники 2^{*5} , теперь подумали
 как можно заполнить ~~каждый~~ ^{каждый} ~~треугольник~~ ^{треугольник} $3 \text{ ка} 2$
 клетками. Заметим, что это при расположении ^{попарно} клеток в
~~одинаковых~~ клетках  (отличаясь крестиком) мы сможем

~~заполнить~~ разрезать на треугольники только одним
 определенным образом; * а если одинаковыми-тобойим,
 всего вариантов как записать такой прямоугольник
 с таким разрезом  (выделенными) ~~то~~

с таким разрезом  (важен принцип) ~~36~~
 ~~$2(3 \cdot 2 \cdot 1)$~~ $2 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) = 12$,  с таким разрезом $(3 \cdot 2 \cdot 1)^2 = 36$
~~важен~~  $2(3 \cdot 2 \cdot 1) = 12$, если

В упаковке 2 одинаковых элемента  можно поделить сдвигая,
 $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$
 $2 \cdot 1 \cdot 1 = 4$, можно всего разрезать вариантов $36 + 36 - 12 = 60$
 так как максимум при повороте 5, то всего вариантов
 $10^5 = 3200000$. Решение верное, но количество вариантов
 отним 3200000 посчитано неверно. 125

* (допустили сверху элемент 742, тогда в центре у нас будут
два левых элемента, но так как у нас ~~остались~~ ~~остались~~ ~~остались~~
только один элемент, а элемент в центре разный, то у нас там
будет ~~4 элемента~~ 1 элемент, но 1,24 (там 2) - но условия не
подходят, а если там 742, то там не элемент (сверху 742, в центре
3, там так и так будут распределены 6, 7, 2, 3 элемент).

Лист 4 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

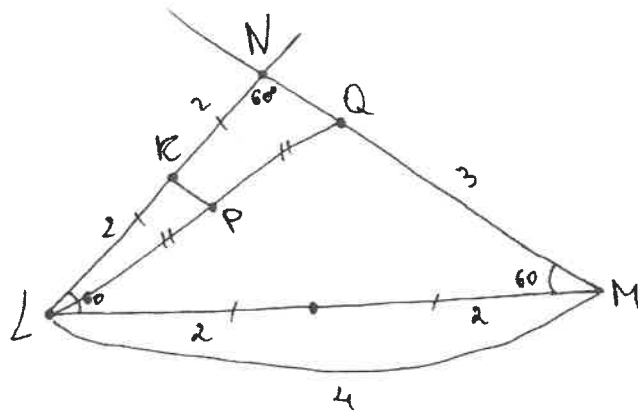
М А О О О 1 9 8 1 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 52

1	2	3	4	5	6	Σ
18	20	10	X	18		66

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Дано:
 Q внутри $\angle KLM$
 $KL=2$
 $MQ=3$
 $LM=4$
 $\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$
 P - середина LQ
 Найти:
 KP

Продлим LK за K и QM за Q .

LM пересек. QM в точке N . В $\triangle LNM$: $\angle NLM = \angle NML = 60^\circ$

$\angle N = 180^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 60^\circ \Rightarrow \triangle LNM$ - равност. по трем угл. $\Rightarrow$

$LN = LM = 4$, т.к. $LK \in LN$, $LK=2$, то $KN = 4 - 2 = 2$

$\Rightarrow \angle K = 2 = \angle KN$; т.к. P серед. $LQ \Rightarrow LP = PQ$ - по отр. ср. отр. $\Rightarrow KP$ - средняя линия $\triangle LNQ$ по отр.

$NQ \in NM$, $NM = LM = 4$ - по отр. равенств. $\triangle$, $\Rightarrow NQ =$

$NM - QM = 4 - 3 = 1$; $KP = \frac{1}{2} NQ$ по св-ву ср. л. $\triangle$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow KP = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

Ответ: $KP = \frac{1}{2}$

205

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	9	8	1	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 51.

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Все кунцы за столом сидеть не могут, т.к. рядом с кунцом 1 разбойник. Также все разбойники за столом сидеть не могут, т.к. с разбойником обязательно кунцу.

Thorga

1 2 2 3 3 4
P K K P P K ~~K~~ K P

(Сначала сидит кулеу), рядом ровно 1 разбойник, значит с другой стороны точно сидит кулеу. Рядом со вторым кулеу обязательно должен сидеть разбойник.

Со вторым разбойником может сидеть и купец, и разбойник, но т.к. нам нужно посадить мин. число купцов, то пусть со 2 разбойником сидит ещё разбойник.

С 3 разбойником должен сидеть хоть 1 кучер.

После 3 куша может сидеть только ~~разбейте~~
куше, т.к. 1 разб. уже есть. После 4 куша разбейте
ник и т.д. (мы полностью рассмотрим весь куш).

Итого, получаем, что все сидят по двое ^{ККРРЖК} в конуре, на ~~полке~~ ^{в конуре} ~~и т.д.~~ ^{возможности} ~~и т.д.~~ ^{продолжения}.

и т.д. замыкающие круга $R \text{ } \overline{R} K$! возникнет проблема: 1001 нечетн. $R \overline{R} R \text{ } K \overline{K} K$

• Р необходимо чтобы было

• • • Р К К К Р К К только гамма
импульсы удоб.
чибию.

Лист 2 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 1 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамках строки

только подобным образом все могут сидеть за столом

502 - куницы и 499 - разбойники

но если $\begin{matrix} \text{К} & \text{К} & \text{Р} & \text{К} & \text{К} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$ будет в кругу только 1 раз, то кол-во куниц 501, 501 меньше, а кол-во куниц по парам, значит чётно $\Rightarrow \begin{matrix} \text{К} & \text{К} & \text{Р} & \text{К} & \text{К} & \text{Р} & \text{К} & \text{К} & \text{Р} & \text{К} & \text{К} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$ тогда кол-во Р = кол-во куниц - 3 $\Rightarrow$

$\frac{1001-3}{2} = 499$ - кол-во разбойников,

а кол-во куниц $499+3 = \boxed{502}$ 185.

нет окончательного примера.

Ответ: 502

Задача 53.

$$a_n = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2}$$

Пусть $\frac{x^2 - 2}{x^2 - x + 2}$ и $\frac{z^2 - 2}{z^2 - z + 2}$ - равные члены последовательности. $\Rightarrow$

$$\frac{x^2 - 2}{x^2 - x + 2} = \frac{z^2 - 2}{z^2 - z + 2} \quad z, x \in [1; 100] \text{ и } z, x - \mathbb{N} \text{ (натуральные)}$$

$$(x^2 - x + 2)(z^2 - 2) = (x^2 - 2)(z^2 - z + 2)$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 1 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проводятся только те, что написано с той стороны листа в рамках справ

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$x^2 - 2x + 2z - 2x + 2x - 4 =$$

$$= x^2 - 2x^2 + 2x^2 - 2z^2 + 2z - 4$$

$$- 2x + 2z - 2x^2 + 2x = -2x^2 + 2x^2 - 2z^2 + 2z$$

$$4z^2 - 4x^2 + 2x - 2z - 2x^2 + 2x^2 = 0$$

$$(2z - 2x)(2z + 2x) + 2x - 2z - 2x^2 + 2x^2 = 0$$

$$(2z - 2x)(2z + 2x)$$

$$4z^2 + 2x + 2x^2 = 4x^2 + 2z + 2x^2$$

$$4 \cdot 36 + 22 + 11^2 \cdot 6 = 4 \cdot 121 + 2 \cdot 6 + 36 \cdot 11$$

$$72 + 11 + 11^2 \cdot 3 = 2 \cdot 121 + 6 + 18 \cdot 11$$

$$83 + 363 = 242 + 6 + 180 + 18$$

$$446 = 446$$

Итого: пара одинаковых чисел 6 и 11,
все остальные различные

Ответ: 98

найдено только
1 решение.

105.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 1 5 2 5

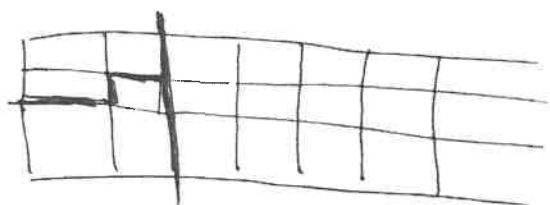
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 55.

Разрезать на ушки можно только «прямоугольнички 2×3 », иначе ост. клетки не ~~раз~~ разобьются на ушки, т. е.



Существует 2 варианта разрезания 2×3 прямоуго.

I



II



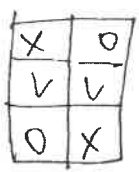
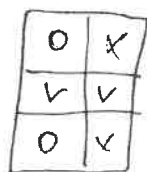
и

Для каждого разрезания существует по 36 вариантов раскраски клеток т. е.



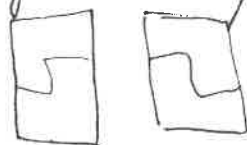
Расположить 3 цвета в 3 клетки = 6 вариантов
 $6 \cdot 6 = 36$

I в.: 366
 II в.: 366. НО некоторые варианты «универсальны», т. е. встречаются и в I в., и в II в. Это



$\times 3$ (когда OO и XX в середине)

данные варианты можно разрезать и



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 1 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано этой стороной листа
в рамке справа



Итого $36 + 36 - 12 = 36 + 24 =$
 $= 60$ вариантов

раскраски 1 прямоуго. 2×3 . А таких прямоуго.
 5 во всей доске. Вывод.

$60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 60 = 60^5$ вариантов раскраса
 доски

Ответ: 60^5

185.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	7	2	6	6	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №1.

1	2	3	4	5	6	Σ
16	20	20	x	10		86

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

В условии все угасшие
счит за нулевой символ и их ровно 1001.

Р-м оптимальную рассадку угасивших, согласно условию. К - кучу
Р - разброски мелом с кучицей пишет

↓ рядом с пунктом пишет
ссылка только разб. $\Rightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} K - \text{книгу} \\ P - \text{раздобыл} \end{array} \right.$
 $\Rightarrow$ его опр. имеет это: $P \wedge K$.

Окружение разбойника может быть следующим: Кирилл Кик, так как по условию сказано, что возле него тайфунный пунец, без указания количества.

Но нам нужно свести кон-во купцов к минимуму $\Rightarrow$ будем использовать рассадку: К и Р.

Таким образом у нас получились рассказы:

КК РР КК РР КК РР и так далее.

В Павловск р-н на Ч-ки: РРКК

1001 : 4, но делящийся к 1001 число, : 4, это 1000.

$1000 : 4 = 250$ (ч-ок) и 1 тысяча лет. ($K=50$ и $P=50$)

Вр. Еми посадиць муза К.

Плуг на 3-м месте нужно
сажать Р, а на 1-к и так далее по
кругу, пока не вернемся в эту же т.

Всего 6-м классам будет 4 и 5 классам будет
иметь 2-х учителей К. (В таком случае будет
502 К)

В₂. Если посадить Р. Лоза б-е менее 502 к)
должно быть заперта К, а 8-е место Р, и так далее, и так
далее в 4 месяца, пока там не будет Р. Но получить проливало, так
как 1001-го Р будет опустошать оба Р. Очевидно: 502.

165.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА 000 172 662 5

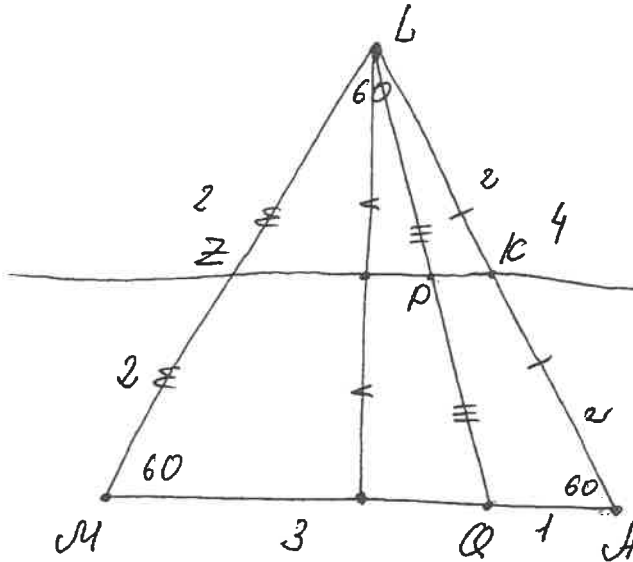
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~В1. Так же можно на 100% и меньше будет к, на 4-х дугах Р-а и 2 дугах~~

Задача №2.



$$\begin{aligned} LP &= PQ \\ \angle KLM &= 60^\circ \\ \angle LMQ &= 60^\circ \\ Q \in \angle KLM. \\ KB &= 2; \\ MQ &= 3; LM = 4. \\ KP &= ? \end{aligned}$$

Проведем MQ и LK до пересечения, пусть они пересекаются в точке A .

Площа $\triangle MCB$ - р/б и р/к, т.к. $\angle B = 60^\circ$ и $\angle M = 60^\circ$, по сумме углов $\angle A = 180 - 60 - 60 = 60^\circ$.

Так как $MCB = 4$, то $MA = AB = 4$.

$$\Rightarrow AQ = 1(4-3), \text{ а } KA = 2(4-2).$$

Площа K - середина $AB \Rightarrow$

$\Rightarrow KP$ - средняя линия треугольника QBA и средняя линия треугольника MLA , т.к. MA содержит QA .

$KP \parallel MA \Rightarrow \angle A = \angle K$ (как соответственные) и $\angle P = \angle Q$ (как соответственные)

Р-м $\triangle LPK$ и $\triangle LQA$. Они подобны по 2-м углам $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{LP}{LQ} = \frac{LK}{LA} = \frac{PK}{QA} = k. \quad \frac{1}{2} = \frac{PK}{QA} \quad \frac{1}{2} = \frac{PK}{1} \quad PK = 0,5$$

$$\text{Ответ: } PK = \frac{1}{2} = 0,5.$$

205.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны, листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

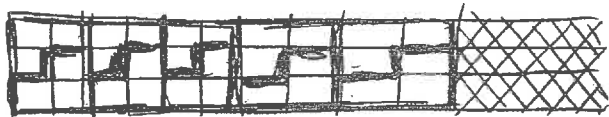
Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	7	2	6	6	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 15

В поле 3×10 ч. как его можно разделить на угодки.



Горизонтально ае поучше усилить

Вертикаль сте можно уместить двумя способами.

① ②

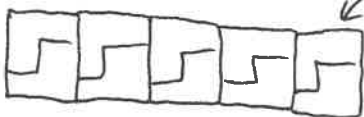
 $C_1 \quad C_2.$

Рассмотрим S_1 .

Пусть имеет 3 узла:
K, C, M.

А именно во при увели
в улове доходит до 100 тысяч.

Рассмотрим возмущенные расстановки:



КС
НГ

КН
СГ

(с краской в верхнем)

$\begin{matrix} \text{мс} \\ \text{к} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{мк} \\ \text{с} \end{matrix} \quad (\text{с жептми в верине})$

СК} сш} (с шина в вершине)
ш} к}

в одном уголке
=> есть в расстано-
вок. =>
во всех 10-ти уголках
поместили 6¹⁰ вар.

Но есть еще C_2 :


 ← Здесь так же может быть по 6 вер
 в нашем угле и 10 углов всего $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ всего вариантов раскраски в двух цветах расстановки $= 2 \cdot 6^{10}$.

Oct 26 10

25.

Лист 3 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	7	2	6	6	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 13

1	2	3	4	5	6	Σ
		20				

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Нужно найти количество
различных чисел в последовательности $a_n = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2}$.

Пусть существует два числа, в произведении которых
однакобных (пик), тогда:

Всего единиц 100.

$$\frac{n^2-2}{n^2-n+2} = \frac{k^2-2}{k^2-k+2}$$

$$(n^2-2)(k^2-k+2) = (k^2-2)(n^2-n+2)$$

$$\cancel{n^2 k^2} - 2n^2 - nk^2 + 2n + 2k^2 - \cancel{4} = \cancel{n^2 k^2} - n^2 k + 2n^2 - 2k^2 + 2k - \cancel{4}$$

~~$2(n-k)(n+k)$~~

$$2(k-n)(k+n) + nk(n-k) + 2(n-k) - 2(n-k)(n+k) = 0$$

$$(k-n)(2(k+n) - nk - 2 + 2(k+k)) = 0.$$

1) $K = n$ (больш и может).

$$2) 2k + 2n - nk - 2 + 2k + 2n$$

$$4k + 4n = nk + 2$$

$$4k - nk = 2 - 4n$$

$$k(4-n) = 2-4n.$$

$$k = \frac{2-4n}{4-n}$$

$$k = \frac{2-4n}{4-n} \text{ Является ли зависимость (функция) } f(n) = k.$$

n -не может быть 4, так как в таком случае $4-n=0$

При $n=5, k=18$, при $n=6, k=11$. (по ч-х-мисла <0 , или >0),
и наоборот, при $n=18, k=5$ и при $n=11, k=6$. ~~Всё $n=18$, означен~~
~~нонн. $\Rightarrow$~~

~~Все денежные средства~~ ~~наличными~~ ~~14. И все средства~~ ~~до 100.~~
по 2 экземплярам

208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА 0 0 0 1 7 2 6 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

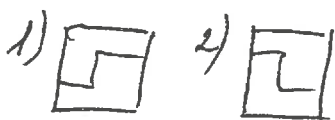
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

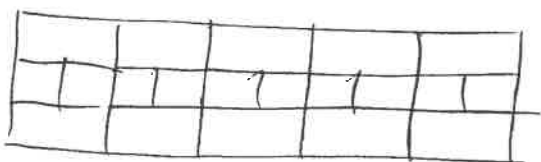
Задача №5
(Продолжение)

Р-м количеством вариантов разрезания лом на уголки:

Уголок может быть разрезан так:



Для 3×10 можно получить на 5 ломов для прямоугольников: 2×3 .



2б 2б 2б 2б 2б.

В каждой строке может быть 2 варианта расстановки. $\Rightarrow$ всего 2^5 вариантов расстановки в каждой по 6^{10} вариантов раскраски. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ всего вариантов $2^5 \cdot 6^{10}$

$\uparrow$ $\uparrow$
~~Раскраски~~ Раскраски
Расстановки

Ответ: $2^5 \cdot 6^{10}$ ~~105~~
105.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 1 1 7 6 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	0	20	2		62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1

П.н. с каждым кунцом сидит ровно 1 разд. кн у нас
невозможные варианты
Р К Р К К К
↑ 2 разд ↑ 1 кн разд
возмож. только
К К Р Р К К

У разд. кн найдемся друг →

Р К К Р Р К
↑ нет кунца ↑ разд
не разд

⇒ кунцов всегда сидит по 2. разд. кн
по 1 или 2 $4001 = n_p + n_k$ $n_k = 4001 - n_p$
↑ мин при n_p - max

⇒ пусть сидит по одному К К Р → ~~3 разд.~~

⇒ пусть сидит по одному К К Р. $3 \cdot 999.2 = 2997.6$
по разд. ? $3 \cdot 999.2 = 2997.6$
по разд. $3 \cdot 999.2 = 2997.6$

К К Р Р. что-то заверш. кунцом кунцом заверш.
заверш. $\cdot \cdot \cdot$ в кунце 2 разд. на 2 кунца. $\Rightarrow$ удалили 2 разд.
К К Р Р К К Р К К → К К Р К К Р К К и по числ.

в кунце разд. тогда равные доли $\frac{4000}{2}$ разд. -
теперь $\frac{4000}{2} - 2 = 1998$ разд. $\Rightarrow 1999$ разд. всего кунцов

2002 - ~~н~~ меньше доли не может, т.к. большего числа разд.
содержится кунцов.

ответ: 2002 кунца минимум.

205

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

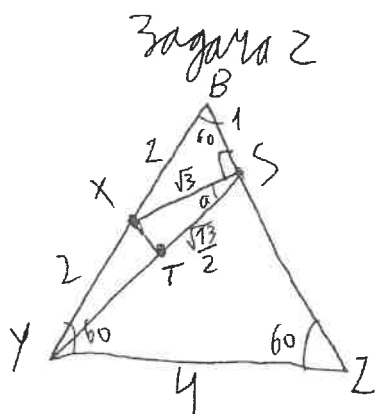
Вариант № 3

М А 0 0 0 1 1 7 6 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Решение:

Продолжим ZS за точку S и XY за точку X пока не пересек. в точке P $\Rightarrow \angle BYZ = 60^\circ \angle YZB = 60^\circ$
 $\Rightarrow \angle YBZ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \triangle YBZ$ - равносторонний.

$XB = 2 \cdot BS = 1 \Rightarrow XS = \sqrt{BS^2 + BX^2 - 2 \cos 60^\circ \cdot BS \cdot BX} = \sqrt{3}$ по теор. косинусов
 $\Rightarrow \triangle XBS$ - прямоугольный. т.к.

$$XB^2 = XS^2 + BS^2 - 2 \cos \angle XSB \cdot XS \cdot BS \Rightarrow \cos \angle XSB = 1 \Rightarrow \angle XSB = 90^\circ$$

$$XS = \sqrt{3} \quad YS = \sqrt{SZ^2 + YZ^2 - 2 \cos 120^\circ \cdot SZ \cdot YZ} = \sqrt{13} \quad TS = \frac{1}{2} YS = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow YX^2 = XS^2 + YS^2 - 2 \cos \alpha \cdot XS \cdot YS$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{39}}{13}$$

$$\Rightarrow XT = \sqrt{XS^2 + TS^2 - 2 \cos \alpha \cdot XS \cdot TS} =$$

$$= \sqrt{3 + \frac{13}{4} - 1} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $XT = \frac{1}{2}$

205



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 1 7 6 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

Пусть найдем один.

$$a_n \Rightarrow \frac{n^2-6}{n^2-n-2} = \frac{x^2-6}{x^2-x-2}$$

$$4n^2-4x^2-nx(x-n)+6(x-n)=4(n-x)(n+x)-nx(x-n)+6(x-n)=0$$

$$(x-n)(6-nx-4n-4x)=0$$

$$6-nx-4n-4x=0 \Rightarrow x(4+n)=6-4n \Rightarrow x=\frac{6-4n}{4+n}$$

пусть $x=n$

тогда $n(4+n)=6-4n$

$$n^2+8n-6=0 \quad a=1 \quad b=8 \quad c=-6 \quad D=b^2-4ac=88$$

$$n_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-8+\sqrt{88}}{2}=-4+\sqrt{22}-\text{нечет. число, так как } n \in \mathbb{N}$$

$$n_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=-4-\sqrt{22}-\text{нечет. число, так как } n \in \mathbb{N}$$

$\Rightarrow$ Нет. таких целых n при которых
числа будут равны $\Rightarrow$ у нас 98 уникальн.
чисел.

Ответ: 98 чисел

05.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 1 7 6 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Сумма квадратов чисел n и $n+1$ Задача 4

$$n^2 + (n+1)^2 = 2n^2 + 2n + 1$$

Сумма квадратов чисел $(n-1)$ и $(n+2)$

$$(n-1)^2 + (n+2)^2 = 2n^2 + 2n + 5 \Rightarrow \text{увеличилось на } 4$$

тогда за 18 операций сумма увелич. на $18 \cdot 4 = 72$

Сумма изнач. квадратов $\Rightarrow (-5)^2 + (-4)^2$

$$\cancel{0^2} = 0 \quad (-5)^2 = 5^2 \quad (-4)^2 = 4^2 \Rightarrow 2 \cdot (5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2) = 110$$

$$\text{теперь } 110 + 72 = 182$$

Ответ: 182 — сумма квадратов.

Задача 4

20

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



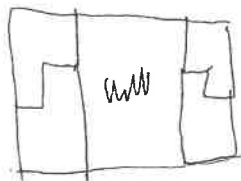
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 1 7 6 0 2 5

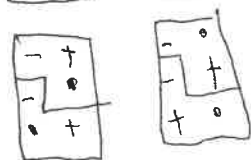
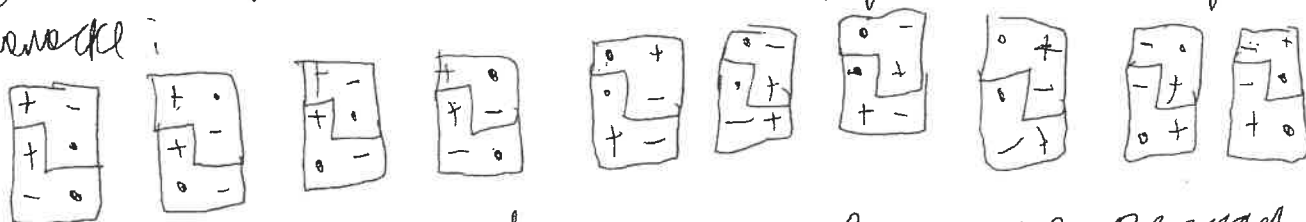
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5



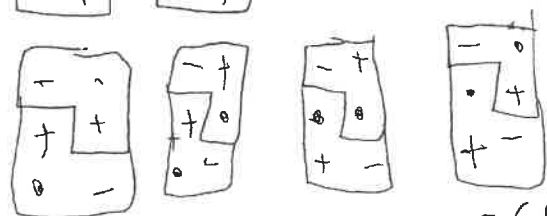
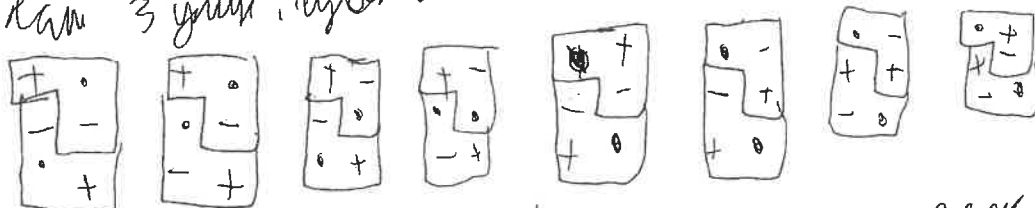
Есть только 2 способа разместить ушки
в матрице со стор 3

тогда у нас есть всего 3 цвета, т.к. в одной полоске 1×3
у нас 2 ~~ушка~~ ушка то мы можем разместить 2 цвета в одной
полоске:



$\Rightarrow$ 12 вар и еще 12 вар. для отзеркал.
ушка

там 3 ушка, цвета



$\Rightarrow$ 12 вар. отзеркал. и т.д.

$\Rightarrow$ на полосу 2×3 36 вар.

такая полоска $\Rightarrow$ 36⁷ вар, но полоска может
быть равна другой полоске. Можно $\Rightarrow$ делить на 2

тогда $\frac{36^7}{2}$ вар.

Ответ: $\frac{36^7}{2} = 6^{14} \cdot 3 = 3^{14} \cdot 2^{13}$ вариантов
25.

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

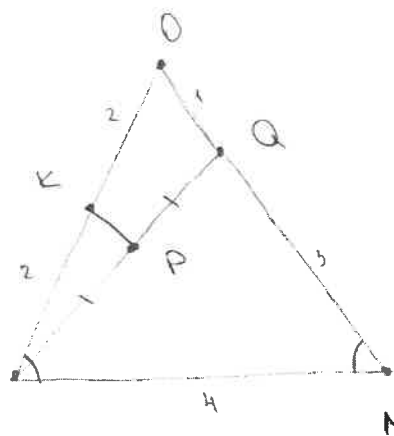
М А О О О 1 2 5 2 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1/2

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	×	2		62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Пусть O — точка пересечения MA с KL .

Т.к. $\angle KLM = \angle QML = 60^\circ \Rightarrow$

$\triangle LOM$ — равност. $\Rightarrow$

$OL = OM = LM$ — по определ. $= 4$

$\Rightarrow KO = LO - LK = 2$ и $OQ = OM - MQ = 1$

$\Rightarrow KP$ — средняя линия в $\triangle LOQ$ по определ. т.к. соедин. вершин L и Q $\Rightarrow KP = \frac{1}{2} OQ$ по свойству $\Rightarrow KP = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

208

N1.

~~Все кучки сидят подряд~~ ~~Кучки~~
Сколько кучков может сидеть подряд?
Ровно 2, т.к. если ~~одна~~ кучка сидит одна $(\Rightarrow)$ рядом с ней 2 разбойника: $P(KP)$, то условие не выполняется, т.к. по усл. рядом с каждой K (кучкой) сидит рядом ровно один P (разбойник), также не может сидеть 3 и больше кучки подряд, т.к. в кучки в середине: $KK \dots KK$ будут иметь соседей кучков, а по усл. ровно один сосед кучка — разбойник. $\Rightarrow$ ровно 2 K могут сидеть подряд. А разбойников может сидеть либо 2 подряд (не больше) либо 1, т.к. соседи P — это миним. $1K$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	2	5	2	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа

=) 1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) 8) 9) 10) 11) 12) 13) 14) 15) 16) 17) 18) 19) 20) 21) 22) 23) 24) 25) 26) 27) 28) 29) 30) 31) 32) 33) 34) 35) 36) 37) 38) 39) 40) 41) 42) 43) 44) 45) 46) 47) 48) 49) 50) 51) 52) 53) 54) 55) 56) 57) 58) 59) 60) 61) 62) 63) 64) 65) 66) 67) 68) 69) 70) 71) 72) 73) 74) 75) 76) 77) 78) 79) 80) 81) 82) 83) 84) 85) 86) 87) 88) 89) 90) 91) 92) 93) 94) 95) 96) 97) 98) 99) 100) 101) 102) 103) 104) 105) 106) 107) 108) 109) 110) 111) 112) 113) 114) 115) 116) 117) 118) 119) 120) 121) 122) 123) 124) 125) 126) 127) 128) 129) 130) 131) 132) 133) 134) 135) 136) 137) 138) 139) 140) 141) 142) 143) 144) 145) 146) 147) 148) 149) 150) 151) 152) 153) 154) 155) 156) 157) 158) 159) 160) 161) 162) 163) 164) 165) 166) 167) 168) 169) 170) 171) 172) 173) 174) 175) 176) 177) 178) 179) 180) 181) 182) 183) 184) 185) 186) 187) 188) 189) 190) 191) 192) 193) 194) 195) 196) 197) 198) 199) 200) 201) 202) 203) 204) 205) 206) 207) 208) 209) 210) 211) 212) 213) 214) 215) 216) 217) 218) 219) 220) 221) 222) 223) 224) 225) 226) 227) 228) 229) 230) 231) 232) 233) 234) 235) 236) 237) 238) 239) 240) 241) 242) 243) 244) 245) 246) 247) 248) 249) 250) 251) 252) 253) 254) 255) 256) 257) 258) 259) 260) 261) 262) 263) 264) 265) 266) 267) 268) 269) 270) 271) 272) 273) 274) 275) 276) 277) 278) 279) 280) 281) 282) 283) 284) 285) 286) 287) 288) 289) 290) 291) 292) 293) 294) 295) 296) 297) 298) 299) 300) 301) 302) 303) 304) 305) 306) 307) 308) 309) 310) 311) 312) 313) 314) 315) 316) 317) 318) 319) 320) 321) 322) 323) 324) 325) 326) 327) 328) 329) 330) 331) 332) 333) 334) 335) 336) 337) 338) 339) 340) 341) 342) 343) 344) 345) 346) 347) 348) 349) 350) 351) 352) 353) 354) 355) 356) 357) 358) 359) 360) 361) 362) 363) 364) 365) 366) 367) 368) 369) 370) 371) 372) 373) 374) 375) 376) 377) 378) 379) 380) 381) 382) 383) 384) 385) 386) 387) 388) 389) 390) 391) 392) 393) 394) 395) 396) 397) 398) 399) 400) 401) 402) 403) 404) 405) 406) 407) 408) 409) 410) 411) 412) 413) 414) 415) 416) 417) 418) 419) 420) 421) 422) 423) 424) 425) 426) 427) 428) 429) 430) 431) 432) 433) 434) 435) 436) 437) 438) 439) 440) 441) 442) 443) 444) 445) 446) 447) 448) 449) 450) 451) 452) 453) 454) 455) 456) 457) 458) 459) 460) 461) 462) 463) 464) 465) 466) 467) 468) 469) 470) 471) 472) 473) 474) 475) 476) 477) 478) 479) 480) 481) 482) 483) 484) 485) 486) 487) 488) 489) 490) 491) 492) 493) 494) 495) 496) 497) 498) 499) 500) 501) 502) 503) 504) 505) 506) 507) 508) 509) 510) 511) 512) 513) 514) 515) 516) 517) 518) 519) 520) 521) 522) 523) 524) 525) 526) 527) 528) 529) 530) 531) 532) 533) 534) 535) 536) 537) 538) 539) 540) 541) 542) 543) 544) 545) 546) 547) 548) 549) 550) 551) 552) 553) 554) 555) 556) 557) 558) 559) 560) 561) 562) 563) 564) 565) 566) 567) 568) 569) 570) 571) 572) 573) 574) 575) 576) 577) 578) 579) 580) 581) 582) 583) 584) 585) 586) 587) 588) 589) 590) 591) 592) 593) 594) 595) 596) 597) 598) 599) 600) 601) 602) 603) 604) 605) 606) 607) 608) 609) 610) 611) 612) 613) 614) 615) 616) 617) 618) 619) 620) 621) 622) 623) 624) 625) 626) 627) 628) 629) 630) 631) 632) 633) 634) 635) 636) 637) 638) 639) 640) 641) 642) 643) 644) 645) 646) 647) 648) 649) 650) 651) 652) 653) 654) 655) 656) 657) 658) 659) 660) 661) 662) 663) 664) 665) 666) 667) 668) 669) 670) 671) 672) 673) 674) 675) 676) 677) 678) 679) 680) 681) 682) 683) 684) 685) 686) 687) 688) 689) 690) 691) 692) 693) 694) 695) 696) 697) 698) 699) 700) 701) 702) 703) 704) 705) 706) 707) 708) 709) 710) 711) 712) 713) 714) 715) 716) 717) 718) 719) 720) 721) 722) 723) 724) 725) 726) 727) 728) 729) 730) 731) 732) 733) 734) 735) 736) 737) 738) 739) 740) 741) 742) 743) 744) 745) 746) 747) 748) 749) 750) 751) 752) 753) 754) 755) 756) 757) 758) 759) 760) 761) 762) 763) 764) 765) 766) 767) 768) 769) 770) 771) 772) 773) 774) 775) 776) 777) 778) 779) 780) 781) 782) 783) 784) 785) 786) 787) 788) 789) 790) 791) 792) 793) 794) 795) 796) 797) 798) 799) 800) 801) 802) 803) 804) 805) 806) 807) 808) 809) 810) 811) 812) 813) 814) 815) 816) 817) 818) 819) 820) 821) 822) 823) 824) 825) 826) 827) 828) 829) 830) 831) 832) 833) 834) 835) 836) 837) 838) 839) 840)

РРК 1. Но табл Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)
кол-во игроков было ~~каким-то~~ наименьшим
нужно табл Р сидели по 2 под ряд насколько
это возможно то есть ККРРККРР...
по 4 человека: ККРР,

$\Rightarrow$ по модулю 4 $\Rightarrow P$ не все сидят по 2 подруг $\Rightarrow$

есть одиночные разбойники: $(\underbrace{K K R K K R} \dots =)$
 тут группы по 3 человека. Но таких групп
 должно быть минимумом, т.к. в них по 1 $R =)$
 тем больше таких групп, тем больше K
 будет, а нужно наименьшее число K .

$\Rightarrow$ мы сможем найти и сумму из 4 чисел $-x$, тогда
 $4x + 3y = 1001 \Rightarrow 4x + 3y - 1 = 1000$

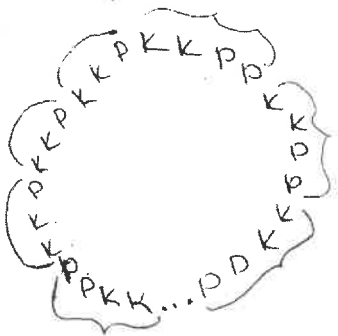
$$\Rightarrow 3y - 1 \leq 4 \quad \min y = 3 \quad 9 - 1 = 8 \leq 4$$

$\Rightarrow$ үшін нө 3 ~~сандыра~~ 3 $\Rightarrow$ үшін нө 4:

$$\frac{1001 - 9}{4} = \underline{248} \Rightarrow \text{K System } 3 \cdot 2 + 248 \cdot 2 =$$

$$= 6 + 496 = 502$$

Пример:



Omben: 502

205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

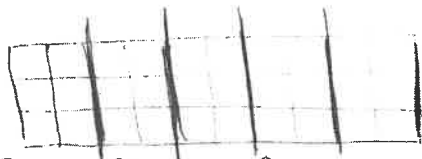
М А О О О 1 2 5 2 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

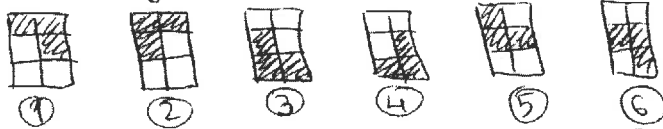
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Разобьем всю доску на 5 частей.
(любой уголок: будет находиться в преде-
лах одной части иначе: - доска не
может быть заполнена)

Рассмотрим, только различных вариан-
тов уложить уголки на доску:



Варианты 5, 6 и подобные им невозмож-
ны иначе невозможно уложить доску.

Уголки должны лежать угочком и угол
прямоугольника 2×3 , только тогда можно
уложить доску. $\Rightarrow$ возможны только вари-
анты 1, 2, 3, 4 - т.к. 4 угла у $\Rightarrow$

4 варианта, но варианты 1 и 3,
и 2 и 4 - одинаковы: : - 1 вар., - 3

$\Rightarrow$ вариантов уложить доску 2^5 кол-во частей

$\Rightarrow$ 32 вар. + в каждом варианте видов
покрышки неверно - 60: - в одном уголке 6 вариан-
тов покрытия:

в первую клетку введе-
м 3 вар., во 2-ую клетку 2 вар. (т.к. угла
различны) и в 3-ю клетку 1 вар. $\Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
уголков во всей доске 10 штук $\Rightarrow$ всего $6 \cdot 10 = 60$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 2 5 2 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

⇒ всего вариантов
покажем форму:

$$60 \cdot 32 = 1920$$

Ответ: 1920. 25.

№ 3.

Пусть в данной последовательности
есть равные члены:

$$\frac{a^2 - 2}{a^2 - a + 2} = \frac{b^2 - 2}{b^2 - b + 2}$$

a и b — натур. числа.

$$(a^2 - 2)(b^2 - b + 2) = (b^2 - 2)(a^2 - a + 2)$$

~~$$a^2b^2 - ab^2 + 2a^2b - 2b^2 + 2b - 4 = b^2a^2 - ab^2 + 2b^2 - 2a^2 + 2a - 4$$~~

~~$$a^2b^2 - ba^2 + 2a^2 - 2b^2 + 2b - 4 = b^2a^2 - ab^2 + 2b^2 - 2a^2 + 2a - 4$$~~

$$ab^2 - ba^2 + 4a^2 - 4b^2 + 2b - 2a = 0$$

$$ab(b - a) + 2(b - a) - 4(b - a)(b + a) = 0$$

$$(ab + 2 - 4b - 4a)(b - a) = 0$$

$$a = b \quad \text{или} \quad ab + 2 - 4b - 4a = 0$$

$$a(b - 4) + 2 - 4b = 0$$

$$a = \frac{4b - 2}{b - 4}$$

$$a = \frac{2(2b - 1)}{b - 4} = 2 \left(\frac{b - 4 + b + 3}{b - 4} \right) =$$

$$= 2 \left(1 + \frac{b + 3}{b - 4} \right) = 2 \left(1 + \frac{b - 4 + 7}{b - 4} \right) =$$

$$= 2 \left(2 + \frac{7}{b - 4} \right) \Rightarrow \text{чтобы } a \text{ было натур. нужно}$$

~~$$\text{чтобы } 4 + \frac{14}{b - 4} \text{ было натур.}$$~~

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что написано, этой стороны листа в рамке справа



Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 2 5 2 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что написано с этой стороны листа в разное время

$$\Rightarrow \frac{14}{b-a} - \text{должно быть}$$

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

уменьш 14: -14, -7, -2, -1, 1, 2, 7, 14 $\Rightarrow$ b может быть равно только ~~1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 14~~ -10; -3; 2; 3; 5; 6; 11; 16. -10 и -3 не может быть т.к. a и b - натур. при b = 2; 3 $\frac{14}{b-a} + 4 < 0$ $\Rightarrow$ остаются только при b = 5 a = 10, при b = 6 a = 11, при b = 11 a = 6 и при b = 16 a = 5

$\Rightarrow$ всего ~~4~~ 2 пары совп. чисел

$\Rightarrow$ различных чисел будет $100 - 2 = 98$

Ответ: 98. 205.

1	2	3	4	5	Σ
16	20	20	2	2	60

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

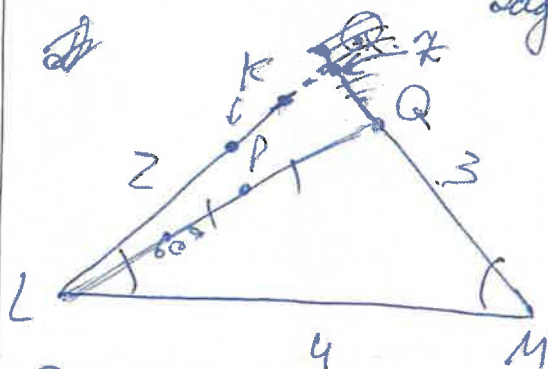
Вариант № 1

М А О О О 1 5 4 2 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №2.



Дано: $\triangle KLM$, Q внутри $\triangle KLM$,
 $KL=2$, $MQ=3$, $LM=4$, $\angle KLM =$
 $= \angle LMQ = 60^\circ$, P - с.с.р. KL .
 Найти: $KP = ?$

Решение:

и LK

1) Проведем MQ , Z - пересечение прямых MQ и LK .

2) $\triangle LMQ$.

$\angle KLM = \angle LMZ = 60^\circ \Rightarrow \angle LZM = 180^\circ - \angle KLM - \angle LMZ = 60^\circ$
 $\Rightarrow \triangle LMQ$ - равностор. $\Rightarrow LZ = ZM = LM = 4$.

3) $KZ = LZ - LK = 4 - 2 = 2 \Rightarrow K$ - с.с.р. LZ ; $QZ = MZ - MQ = 1$.

4) $\triangle LZQ$.

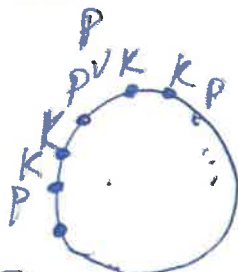
K - с.с.р. LZ , P - с.с.р. $LQ \Rightarrow KP$ - средняя линия.

$$KP = \frac{1}{2} QZ = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5.$$

Ответ: $KP = 0,5$.

208.

Задача №1.



Нарисуем P -разводника, найдем все и курс-к. По усло-
 вию как курсно линии изобразить как во курсов порядке
 с каждым курсом ровно один $P \Rightarrow$ за курсом пойдет курс.

Поэтому же за курсом пойдет разводник.

Если след. будет курс, тогда после него снова пойдет курс.

Заметим, что мы можем добавлять еще одного разводника между последним
 разводником PK . [Чем больше разводников, тем меньше курсов].

1/2/3/4/5/8
46/47/48/49/50

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 4 2 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

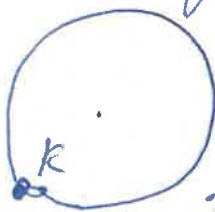
Таких друзей, мы получаем цепочку $P[KK\ RR\ KK\ RR\ \dots]$. Заканчивая цепочку двумя RR . На схеме ~~длина~~ концов цепочки получились $KRRRK$. У каждого ребёнка должно быть по 500 бумажек.

Предположим цепочку, чтобы выполнялось данное условие:

$P[KK\ RR\ KK\ RR\ \dots\ K\ R\ P\ K\ R\ P]$. Но опять не выполняется условие с курью, переделаем:

$P[KK\ RR\ KK\ RR\ \dots\ K\ R\ P\ K\ R\ P]$ Не выходит.

Начнём с курца: ситуация будет та же, поскольку цикл $KRRR$ будет повторяться.



Заметим, что цикл $KRRR\ \dots$ нам не подходит, $RRK\ RRK\ \dots$ тоже, а вот $KKR\ KKR\ \dots$ подходит (KKK и RRR не подходят тоже).

Вспомогательный расчёт: его в конце цепочки или цикла $KK\ RR\ \dots$

Настоящее получается KKK ,
 $KRRR\ KK\ RR\ \dots\ KK\ RR\ KKR\ KK\ RR\ \dots$

продолжение:

$KK\ RR\ KK\ RR\ \dots\ KK\ RR\ KKR\ KKR\ RR\ \dots$ На схеме — $KRRR$,
 1 2 3

подходит.

Это самая удачная для нас цепочка: в цикле $KK\ RR$ мы используем минимально K и R одновременно, а на конце ~~ещё~~ несколько R для того чтобы

собрать в цепочку:
 Итого, имеет курцов $\frac{992}{2} + 2 \cdot 3 = 496 + 6 = 502$.

165

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 5 4 2 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Если начинать с Р, то имеем РРКК... РРКК РРКРРРРРРК
(ККР использовать не удастся), видим ⁹⁵² РЕР, что нарушает условие.
Ответ: 502.

Задача 3.

$$a_n = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} \quad n = 1, 2, 3 \dots 100. \quad n \in \mathbb{N}$$

Предположим, что $a_j = a_k$, тогда: $j \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}$.

$$\frac{j^2 - 2}{j^2 - j + 2} = \frac{k^2 - 2}{k^2 - k + 2} \Rightarrow \cancel{kj^2} - \cancel{kj} + \underline{2j^2} - \underline{2k^2} + \underline{2k} - \underline{4} =$$

$$= \cancel{kj^2} - \underline{k^2j} + \underline{2k^2} - \underline{2j^2} + \underline{2j} - \underline{4}.$$

$$k^2j - k^2j + 2j^2 - 2k^2 + 2j^2 - 2k^2 + 2k - 2j = 0.$$

$$kj(k-j) = 4(j^2 - k^2) + 2(k-j) = 0.$$

$$kj(\cancel{k-j}) + 4(k^2 - j^2) + 2(\cancel{k-j}) = 0$$

$$kj - 4(k+j) + 2 = 0.$$

$$kj - 4k - 4j + 2 = 0.$$

$$j(k-4) - 4k + 2 = 0.$$

$$j(k-4) - 4k + 16 = 14.$$

$$j(k-4) - 4(k-4) = 14$$

$$(j-4)(k-4) = 14$$

1	14	-2	-2
14	1	-2	-2
-1	-14		
-14	-1		
2	2		
2	2		

$$j = 5$$

$$k = 18$$

$$18$$

$$5$$

$$-10$$

$$-10$$

$$-10$$

$$\left. \begin{array}{l} k \in \mathbb{N}! \\ j \in \mathbb{N}! \end{array} \right\}$$

$$6 \quad 11+3+2$$

$$11 \quad 6 \quad *2j-3$$

$$k \in \mathbb{N}! \quad \text{не подходит}$$

$$j \in \mathbb{N}! \quad \text{подходит}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 4 2 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Подставим $j=5, k=11$:

$$j: \frac{23}{20+2} = \frac{23}{22} \quad k: \frac{322}{324-11+2} = \frac{322}{308} = \frac{23}{22}$$

Пара подходит.

Подставим $j=6, k=11$:

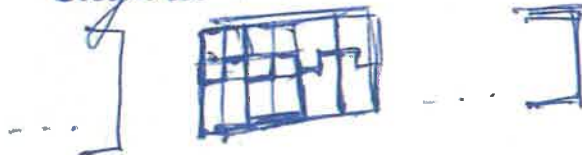
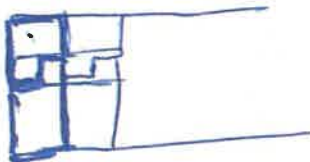
$$j: \frac{34}{32} = \frac{17}{16} \quad k: \frac{113}{121-11+2} = \frac{113}{112} = \frac{17}{16}$$

Пара подходит.

Значит, всего различных чисел 38. 208.

Ответ: 38 различных чисел.

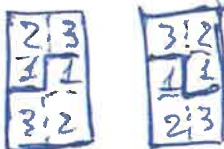
Задача n 5.



Можно понять, что расположить уголки можно только вертикально по 2 в каждое.

Для начала выясним, сколько всего уголков: $\frac{30}{3} = 10$ шт.

Располагать уголки можно двумя способами:



①



②

В 1-ом варианте расставим кол-во способов расставить каждую клетку, аналогично со вторым. Для удобства переделаем 2-ой вариант:



Мы видим, что от расположения уголков кол-во возможных расстановок не меняется.

Значит, ответ будет $(3 \cdot 2 \cdot 1)^{10}$

Ответ: 6^{10} способами. 25.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 5 4 2 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 4.

$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

1) $-6, -8, -4, -1, -1, 0, 1, 1, 4, 3, 6$ | + 4 опер.

2) $-6, -4, -3, -1, -1, 0, 1, 1, 3, 4, 6$ | + 2 опер.

3) $-6, -5, -2, -1, -1, 0, 1, 1, 2, 5, 6$ | + 2 опер.

4) $-7, -4, -3, 0, -1, 0, 1, 0, 3, 4, 7$ | + 4 опер.

$-7, -4, -3, -1, 0, 0, 0, 1, 3, 4, 7$

5) $-7, -5, -2, -2, 1, 0, -1, 2, 2, 5, 7$ | + 4 опер.

$-7, -5, -2, -2, -1, 0, 1, 2, 2, 5, 7$

Если след. пара чисел (a, b) будет такой, что $= (-2, -1)$ или $(1, 2)$;

(Рассмотрим на пр. одну пару чисел):

$-7, -5, -3, -2, 0, 0, 1, 2, 2, 5, 7$

I) $-7, -5, -4, -1, 0, 0, 0, 1, 2, 2, 5, 7$

II) $-7, -5, -3, -2, 0, -1, 2, 2, 2, 5, 7$

III) $-7, -5, -3, -2, 0, 0, 0, 3, 2, 5, 7$

Если след. пара чисел $(a, b) = (-1, 0)$ или $(0, 1)$, (рассм. на пр. одну пару чисел):

IV) $-7, -5, -2, -2, -2, 0, 1, 2, 2, 5, 7$

V) $-7, -5, -2, -2, -2, 0, 1, 2, 3, 5, 7$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 4 2 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$I) (2^2 + 5^2 + 4^2 + 1^2) + (1^2 + 2^2 + 2^2 + 5^2 + 7^2) =$$

$$= 4 \cdot 2 + 25 \cdot 2 + 16 + 8 + 1 = 148 + 25 = \underline{173}$$

$$II) 2^2 + 5^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2 + 5^2 + 7^2 =$$

$$= 49 + 30 + 9 + 2 \cdot 4 + 1 = 99 + 26 = \underline{125}$$

$$III) 2^2 + 5^2 + 3^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2 + 5^2 + 7^2 = (49 + 25 + 9 + 4) \cdot 2 =$$

$$= 38 + 49 \cdot 2 = 87 \cdot 2 = \underline{174}$$

$$IV) 7^2 + 5^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2 + 1 + 1 + 2^2 + 2^2 + 5^2 + 7^2 =$$

$$= 98 + 50 + 2^2 \cdot 5 + 2 = \underline{120}$$

$$V) 7^2 \cdot 2 + 5^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 4 + 1 + 3^2 = 98 + 50 + 16 + 10 =$$

$$= 166 + 38 = \underline{174}$$

Ответ: 125; 120; 173; 174. 25.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 8 7 7 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
18	20	×	×	18		56

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1. Если с курами

сидит только 1 раз-

бойник, то значит, что рядом с ним сидит 1 разбойник и 1 курица.

Р К К Р Если с каждой разбойником найдется минимум 1 курица, то можно представить цепочку так:

Р Р К К Р Р К К Р Р... У нас не может быть

3 разбойника подряд, т.к. у среднего не будет рядом курица, а 3 курицы не могут сидеть подряд, т.к. рядом с каждой не будет разбойника. Получается, подряд могут сидеть максимум 2 разбойника и 2 курицы.

Еще может подойти такой вариант: К К Р К К Р К К Р... , но

в нем курцов будет больше, чем в первом варианте, а нам нужно наименьшее число. Так чередоваться

куры и разбойники тоже не могут, ведь тогда рядом с курицей будет сидеть 2 разбойника: К Р К Р К Р...

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 8 7 7 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Получается, един-
ственный допустимый вариант:

К К Р Р К К Р Р К К Р Р

Спой у нас кружки, но есть Кату.
Будет сорганизована с началом.

Рассмотрим несколько случаев:

1) Цикл начинается с 2-ух ^{Кружков} ~~разбойников~~

Р Р К К Р Р
999 1000 3 4

На месте 1000 м

не можем никого поса-
дить, ведь будем или

3 разбойника подряд или 3 Кружка подряд

2) Цикл начинается с 2-ух ~~Кружков~~
разбойников:

К К Р Р К К Р Р
999 1000 1 2 3 4 5 6

На месте 1001 м

не можем посадить
никого, ведь будем

или 3 разбойника подряд или 3 Кружка.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

M	A	0	0	0	1	8	7	7	4	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3) Цикли починаються

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

С 1 куща:

$\frac{K^{1000}}{1}$
 $\frac{K^{1000}}{2}$
 $\frac{K^{1000}}{3}$
 $\frac{K^{1000}}{4}$
 $\frac{K^{1000}}{5}$
 $\frac{K^{1000}}{6}$
 $\frac{K^{1000}}{7}$

За мене 1001
мы никого не хотим
покадуть, безв еми

На нѣмъ будетъ сидѣть куpezъ, но будетъ
у куpeза подpазъ, а если на нѣмъ будетъ
сидѣть разобѣйтъ, то у куpeза на 1000
и 1 лесенокъ будетъ по 2 разобѣйтыхъ
спpавъ и слѣва.

4) Цикл начинается с нуля

$\begin{matrix} & P & & K & K & & P & P \\ 100 & 1 & 2 & 2 & & 2 & 5 & 6 \\ P & \nearrow & & & & & & \\ 1600 & & & & & & & \\ K & 999 & & & & & & \\ & K & 993 & & & & & \end{matrix}$

Здесь мы ~~уже~~
кроме никого
не можем похвалить.

весь его мн. полагали разбита,
но бугры 3 разб. подрыг, а еще
куча, но его бугры окружил
2 разбачки.

Лист 3 из 9.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 7 7 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Подсказка, надо
узнать цену в копейки
Есть разные варианты:

100р К К РР
1000к 1 2 3 4
992 К
996 Р К К Р К
994 998 995 999

Минимум вариантов
подсказки, ведь
все условия можно
начать, а именно

минимум, ведь если мы рассмотрим на
996 минимальную, то можно не
выбирать, ведь купца будем считать
2 рубль. На 1001 минимально
считать обязательно рубль, ведь на
1 и 2 купца.

В итоге:

$$992 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 496 + 6 = 502 \text{ купца}$$

минимум.

Ответ: минимум за столом 502 купца.

В явном виде не доказано, что нельзя меньше 502

185.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 8 7 7 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2

Дано:

$\angle KLM$

$T, Q \in \angle KLM$

$KL = 2$

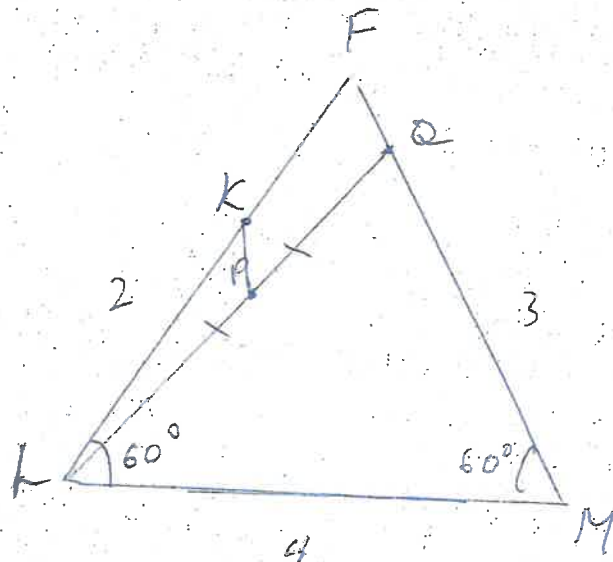
$LM = 3$

$LM = 4$

$\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$

T, P - сяр. LQ

Найти KP



Решение:

Будем считать, что LQ и MP —
до их пересечения в T . F

$\triangle LFM$:

$\angle LFM = 60^\circ$ (по углу $\angle$ в $\triangle$),

$\angle FLM = \angle FLM = 60^\circ$ (по условию) $= 5$

$\Rightarrow \triangle LFM$ — равнобедренный (по $\angle$) $=$

$\Rightarrow LF = FM = LM$ (по свойству) $= 4$

$KL = 2$ (по условию), $LF = 4 \Rightarrow KF = 2 \Rightarrow T, F$ — сяр.

~~$FP = 2$ (по условию), $KL = 2 \Rightarrow KP = 2 \Rightarrow T, P$ — сяр.~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 7 7 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$QM = 3 \text{ (по условию)},$$

$$FM = 4$$

$$\Rightarrow FQ = 4 - 3 = 1$$

$$\angle LFQ:$$

$$T.K - \text{ср. } LF$$

$$T.P - \text{ср. } LQ \text{ (по условию)} \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KP - \text{ср. линия (по условию)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow KP = \frac{1}{2} FQ \text{ (по св-ву ср. линии)} \Rightarrow$$

$$KP = \frac{1}{2} FQ = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5$$

$$\text{Ответ: } KP = 0,5$$

208

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 8 7 7 4 2 5

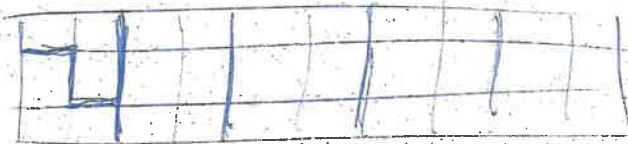
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

Есть только 2 варианта
расстановки углов:

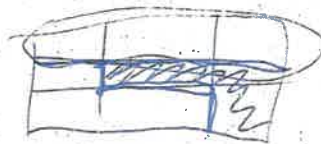


или



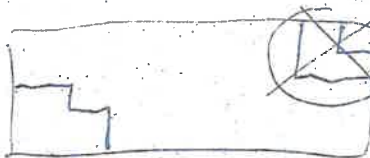
По другой Нелзя,

ведь если мы расставим углы
как:



но ~~никогда~~ 3 клетки не могут углы
иметь ~~ни~~ верные

Так же в углах позиция прямоуго-
льника мы можем поставить углы
только откровенно во внутр. часть.



ведь клетка в углу ~~никогда~~
не закрашивается.

Получается 5 «блоков» по 2 угла
в каждом



или



$$10 : 2 = 5$$

ширина блока = 2 клетки.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 8 7 7 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Вариантов расцветки в каждом ~~варианте~~ ^{варианте} 3! = 6, в сумме 2 цвета 7 вариантов расцветки для каждого цвета 3! · 3! = 6 · 6 = 36

По ~~предложенной~~ раскраске, получается 6 цветов, но не учитывается зеркальность ⇒ 36 · 2. Но когда проводится перебор, в 64 варианта есть те, которые подходят как для , так и для . Это такие, когда средние клетки раскрашены в один цвет:  и  и подобные. Всего таких вариантов 4 · 3 = 12, т.е.

3 цвета поочередно в центре, а ~~поочередно~~ ^{поочередно} в крайних двух цветах поочередно в углах. Например:



это варианты, когда цвет в центре, а поочередно в "L" и "Г"



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 7 7 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Из 4, к. 2 улова

на 2-ух позициях

$$2 \cdot 2 = 4$$

Позиция вариантов расцветки для
одного блока $36 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 68 - 12 = 52$

Блоков 5, они не зависят друг
от друга. (Итого блоков - 2 кисти,
всего - 3) $10 : 2 = 5$ блоков.

Позиция ~~52~~ 52^5 вариантов

Ответ: ~~52~~ 52^5 вариантов расцветки
всего

185.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 2 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
4	20	10	20	2		56

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1.

Обозначим, что купюра - К, рубль - Р.
Купюра не может быть 0, т.к. тогда 100? Р
а рубль с купюрой Р тоже не 1 К 1 рубль.

Значит, что 3 К или 3 Р купюр не могут быть
Учтем все возможные случаи.
Нам нужно найти, каково К и каково Р.

Сначала рассмотрим, что будет если купюр 1 К;

Р К К Р → Р К К Р Р К

Р К К Р К К

Будет если 2 К купюр К и купюра Р (т.к.
рубль с К может быть равен 1 Р)
Тогда будет.

I вариант рубль с Р: К и Р

II вариант рубль с Р: К и К. Но нам нужно
найти, каково Р.

III вариант купюр

Рассмотрим I вариант:

Р К К Р Р К К Р Р К К Р Р К К

Значит, что получаем число: К К Р Р.

Из 4 человек

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 7 2 5 5 2 5

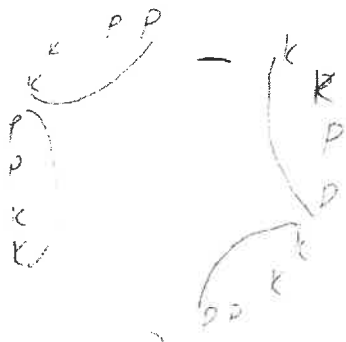
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1 / предположим!

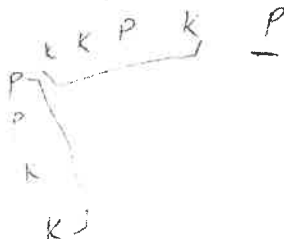
100014 : 250 = 400,056



Восстановим исходную последовательность из 1001-го места (последнее).
Но мы не можем определить ни K ни P, так как 3 подруги сидят вместе.

Значит, начнем с последнего числа K K P K (II вариант)

Получим:



На 1001-ом месте мы не установили только P.
И мы не знаем, все ли это с наиб. количеством P.
Посчитаем количество K.

249 чисел по 2 K, Последнее число с 3 K.

$$249 \cdot 2 + 3 = 498 + 3 = 501.$$

Заметим, что если бы мы заменили в нашей последовательности K на P или P на K, то условие не будет выполняться, так как получится 3 K или 3 P подруг (иначе последнее число: K K P K; если заменим K на P, то не будет выполняться условие, так как тогда с K будет 2 P).

Итого: 501.

45.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 2 5 5 2 5

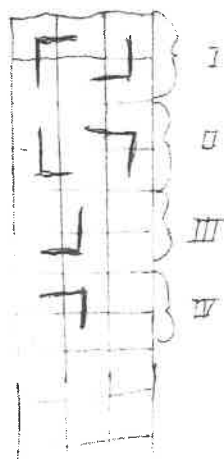
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

√5.

Найдём сколькими способами можно разрезать
прямоугольник 3×10 на углы.



В выделенных ~~III~~ II и IV - разные
способы разрезания.

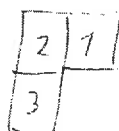
Разрезаем только I и II.

Значит, способов разрезания - 2^5 .

Заметим, что прямоугольник 3×10 делится
на прямоугольники 3×2 . В каждом по 2 угла.

Всего получится $\frac{3 \cdot 10}{2} = 15$ углов.

Найдём как-то способ разрезать 1 угол.
Углы могут быть 1 или 2 угла.



На 1 место можно выбрать 1 из трех
углов. На 2 место 1 из двух углов.

На 3 место 1 из 1.

⇒ Как-то способ разрезать углов = 6.

Как-то способ разрезать 10 углов = 6^{10} .

Тогда найдём как-то способ разрезать прямоугольник 3×10
на углы, каждый угол в 3 угла и так далее.

Получим $2^5 \cdot 6^{10}$ способов.

Но при разрезании угла могут возникнуть.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 2 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$\sqrt{5}$ (результат).

Совпадение: (например к-красной 3-й клетки с-иной)

3	к	3
с	к	с
3	к	с
с	к	с

Различные разрез, но плана одинаковая

И такое совпадение может быть в 5-клеточном 3x2.

Итого всего кол-во способов 2^5 .

Получаем:

$$\frac{2^5 \cdot 6^{10}}{2^5} = 6^{10}$$

Ответ: 6^{10} .

25.

$\sqrt{3}$.

Пусть:

$$a_n = a_m; \quad (n \neq m)$$

$$\frac{n^2-2}{n^2-n+2} = \frac{m^2-2}{m^2-m+2}$$

$$(n^2-2)(m^2-m+2) = (m^2-2)(n^2-n+2)$$

$$n^2m^2 - n^2m + 2n^2 - 2m^2 + 2m - 4 = n^2m^2 - m^2n + 2n^2 - 2m^2 + 2m - 4$$

$$m^2n - n^2m + 4n^2 - 4m^2 + 2m - 2n = 0$$

$$nm(m-n) + 4(n^2-m^2) + 2(m-n) = 0$$

$$nm(m-n) + 4(n+m)(m-n) + 2(m-n) = 0$$

$$(m-n)(nm - 4(n+m) + 2) = 0$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 2 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (чужак)

$$(m-n)/nm - 4(n+m) + 2 = 0$$

$$m-n \neq 0 \quad \text{т.к.} \quad m \neq n \quad \Rightarrow$$

$$nm - 4n - 4m + 2 = 0$$

$$nm - 4m - 4n + 2 = 0$$

$$m(n-4) = 4n-2$$

$$m = \frac{4n-2}{n-4}$$

$$4n-2 - \text{целое} \quad (\text{т.к.} \quad 4n - \text{целое} \quad \text{и} \quad 2 - \text{целое}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n-4 - \text{целое} \Rightarrow n - \text{целое}, \text{ т.к. } 4 - \text{целое} \text{ и } n-4 - \text{целое}. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4n \equiv 8 \pmod{8} \Rightarrow 4n-2 \equiv 6 \pmod{8}$$

$$\text{т.к. } m \text{ должно быть целым, то } 4n-2 \vdots n-4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n-4 \equiv 6 \pmod{8} \Rightarrow n \equiv 10 \pmod{8} \Rightarrow n \equiv 2 \pmod{8}$$

$$\text{Требуется все } n \equiv 2 \pmod{8}: 2; 10; 18; 26; 34; 42; 50;$$

$$58; 66; 74; 82; 90; 98.$$

$$n=2:$$

$$m = \frac{8-2}{2-4} = \frac{6}{-2} < 0$$

х

$$n=10:$$

$$m = \frac{38}{6} - \text{нецелое.}$$

$$n=18:$$

$$m = \frac{70}{14} = 5$$

$$n=26:$$

$$m = \frac{102}{22} - \text{нецелое}$$

$$n=34:$$

$$m = \frac{134}{30} - \text{нецелое}$$

$$n=42:$$

$$m = \frac{178}{36} - \text{нецелое.}$$

$$n=50:$$

$$m = \frac{198}{46} - \text{нецелое}$$

$$n=58:$$

$$m = \frac{230}{52} - \text{нецелое}$$

$$n=66:$$

$$m = \frac{266}{62} - \text{нецелое}$$

$$n=74:$$

$$m = \frac{294}{70} - \text{нецелое}$$

$$n=82:$$

$$m = \frac{326}{78} - \text{нецелое.}$$

$$n=90:$$

$$m = \frac{358}{86} - \text{нецелое.}$$

$$n=98:$$

$$m = \frac{390}{94} - \text{нецелое}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 2 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

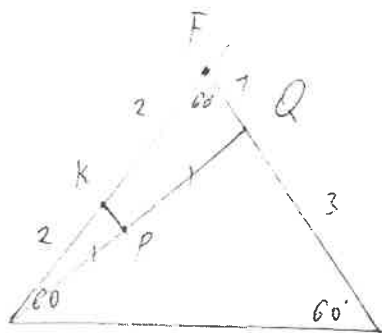
№ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

Образли полето
Другие шара полето
Значит всего разлитых шаров - 99.

Ответ: 99.

108.

№ 2.



L M

Точка F - точка пересечения LK и MQ.

Рассмотрим $\triangle LFM$:

$\angle L = \angle M = 60^\circ$ (по условию) $\Rightarrow \angle F = 60^\circ \Rightarrow \triangle LFM$ - равносторонний;
 $\Rightarrow LF = LM = FM = 4$ ($LM = 4$ по условию)

$LF = LK + KF = 4$

$4 = 2 + KF$ ($LK = 2$ по условию)

$KF = 2$

$FQ = FM - QM = 4 - 3 = 1$: $FM = 4$ - доказано; $QM = 3$ - по условию.

Рассмотрим $\triangle LFQ$:

$LK = KF = 2$ и $\angle P = \angle Q$ (по условию)

Значит KP - биссектриса $\angle L$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

М А О О О 1 7 2 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№21. *предположим.*

т.е. KP - четное число $\Rightarrow L F Q$, то

$$KP = \frac{1}{2} FQ = 0,5$$

Ответ: 0,5.

205.

№4.

Покажем, что происходит после каждой операции.
Докажем

$$h^2 + (h+1)^2 = h^2 + h^2 + 2h + 1 = 2h^2 + 2h + 1$$

$$2n^2 + 2n + 1 - 2n^2 - 2n - 5 = -4$$

Сначала:

$$(h-1)^2 + (h+2)^2 = h^2 - 2h + 1 + h^2 + 4h + 4 = 2h^2 + 2h + 5$$

Сумма квадратов увеличилась на 4.

Получается после 16 операций сумма квадратов увеличилась на $16 \cdot 4 = 64$.

Докажем:

$$\begin{aligned} & (-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = \\ & = 25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = \\ & = 55 + 0 + 55 = 110 \end{aligned}$$

Сначала:

$$110 + 64 = 174.$$

205.

Ответ: 174.

Пусть докажем, что сумма квадратов увеличивается на 4
значит за 16 операций наша сумма увеличится на $16 \cdot 4 = 64$
Значит от первоначальной

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	7	5	0	1	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

1	2	3	4	5	6	Σ
18	20	0	X	18		56

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим разные виды групп и скажем
в них может быть K (нулев) и P (разделителей)

1) у каждого конца roads 1 разбитики и 1 нулеу,
значит концы обязательно идут попарно.

3) в у раздатников ~~не~~ ^{есть} запасовы ^{долженствовало} либо, либо с конца рядов, значит может быть 2 варианта групп:

а) кк рр кк рр кк рр.. - нуно в доминох вог-ом ауга.

② $kkrrrrkkrr$

$1001 \equiv_4 1$, но если мы делим людей только на ① группы, то пов-во всех $\equiv_4 0$, значит у нас 4 группы по 4 человека и в группе пов, так чтобы δ -мни и $\bar{v} \equiv_4 1$

$$b=1 \rightarrow 3 \equiv 3 \quad b=2 \rightarrow 6 \equiv 2 \quad b=3 \rightarrow 3 \cdot 3 \equiv 1$$

если $b \geq 3$, то перво купцов не будет мин, тогда купцов

$$2 \cdot 8 + 29 = 2 \cdot 3 + \frac{1001-36}{4} \cdot 2 = 6 + \frac{1001-9}{4} \cdot 2 = 6 + \frac{992}{2} = 6 + 496 = 502$$

пример: n и p — неположительные

Order: 302 нунга

пример:

непонятный пример

185.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 5 0 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

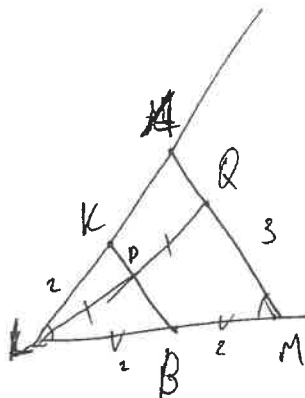
ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Решение



1) Точка B - середина LM ($LB = BM = 2$)

Проведем KB $\angle B = \angle KLB = 2 \Rightarrow \triangle LMB - \text{р/о}$

$\angle KBL = \angle BKL = \frac{180 - 60}{2} = 60^\circ \Rightarrow \triangle LMP - \text{р/о}$
($KL = BL = BK = 2$)

$\angle KBL = \angle LMQ = 60^\circ \Rightarrow KB \parallel MQ$ (по углам, смежным LM)

2) Проведем BP - среднюю линию $\triangle LMQ$, тогда $BP \parallel MQ$

3) $BP \parallel BK \parallel MQ$ (так мы знаем параллельные прямые не совпадают, лишь не пересекаются $\Rightarrow B, K$ и P лежат на одной

4) ~~KB~~ $\parallel$ продолжим MQ и ~~KB~~ KL до точки пересечения,

$KL \cap MQ = A$ Проведем $\triangle ALM$:

$\angle A L = 180 - (\angle ALM + \angle AML) = 180 - 120 = 60^\circ \Rightarrow \triangle ALM - \text{равностор}$

значит $AM = AL = ML = 4 \Rightarrow AQ = AM - MQ = 4 - 3 = 1$

5) $\frac{AQ}{MQ} = \frac{KP}{BP} = \frac{(4-2)}{3} = \frac{1}{3}$ $KP = \frac{1}{4} BK = \frac{1}{4} \cdot 2 = 0,5 \neq$

Ответ: 0,5. 205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 7 5 0 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассматриваем числа от $n=1$ до $n=8$

① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{8}$ ④ 1 ⑤ $\frac{23}{22}$ ⑥ $\frac{17}{18}$ ⑦ $\frac{47}{45}$ ⑧ $\frac{31}{29}$

при $n > 4$

$a_n^2 - (a_{n-1})^2 < a_{n-1}^2 - (a_{n-2})^2$, т.к. при $n > 4$ $n-2 \geq 2$

тогда:

~~$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < \dots < a_{100}$~~

рассмотрим перестановку:

$a_1 < a_3 < a_5 < \dots < a_{99}$ (все числа различны)

такое последующее число предыдущего

② рассмотрим четное число n

$$a_{2n} = \frac{(2n)^2 - 2}{(2n)^2 - 2n + 2} = \frac{4n^2 - 2}{4n^2 - 2n + 2} = \frac{2n^2 - 1}{2n^2 - n + 1}$$

может быть такое, что $\frac{2n^2 - 1}{2n^2 - n + 1} = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2}$

тогда $2n^2 - 1 = n^2 - 2$

$2n^2 + 1 = n^2$, при $n > 4$ или $n > 3$ такого быть не может,

а числа a_n для $n \leq 3$ мы рассмотрели, и они не повторяются, значит такого быть не может.

тогда из совокупности всего внешнего можно сделать вывод, что все числа вида a_n

для всех n от 1 до 100 - различны.

Ответ: 100.

05

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 7 5 0 1 2 5

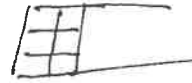
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5

1	2	3	4	5	6	Σ

Эта таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

При этом разрезании прошивки
разрешается на 5 частей вида



1) Рассмотрим на-во вариантов расцветки такого блона

① 3! - вариантов расцветки одного уголка

② 3! · 3! - вариантов расцветки 2 углов вместе.

③ $3!^2 \cdot 2$ - вариантов расцветки блона с учетом плотности в прямоугольнике и с учетом общих вариантов 2-раза

④ $3!^2 \cdot 2 - 4 \cdot 3$ - ③, но без повторного учета общих вариантов (пример или или). В этом примере К - красный цвет; С - синий и М - желтый цвет.

⑤ т.к. у нас 5 таких блондов, то по правилу умножения всего вариантов:

$$(3!^2 \cdot 2 - 12)^5 = (36 \cdot 2 - 12)^5 = 60^5$$

Ответ: 60^5

185.

мало объяснений

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1	2	3	4	5	Σ
18	20	X	15	2	55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	1	7	8	8	2	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



- №1.
Всего 1001 житель. К-купец, Р-разбойник.
Всего есть 2 варианта расстановки жителей в линию:
- 1) KKRRKKRR (RKKR и RRKK можно назвать такими же)
 - 2) KKRKKR (KRK и RKK тоже можно назвать такими же, потому что эти тройки все равно будут чередоваться (с 1-м вариантом такая же ситуация, только с четверками))
- Однако, нужно найти наименьшее кол-во купцов, поэтому будем рассматривать 1-й вариант (для 2-го кол-во купцов будет максимальным).
Итак, эти четверки: KKRR будут повторятся
 $\Rightarrow$ всего таких полных 4-ок будет: $1001 : 4 = 250 \frac{1}{4}$
 $250 \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 250$. Тогда останется 1 человек, замыкающий круг.
- 1) Если это будет купец, то возможна последовательность KKRR KKRR - невозможна, последовательность RKKR RKKR - невозможна, последовательность RRKK RRKK - невозможна.
 - 2) Если это будет разбойник, то последовательность KKRR RKKR - невозможна, последовательность RKKR RKKR - невозможна, последовательность RRKK RRKK - невозможна.
- $\Rightarrow$ Рассмотрим последовательность KKR.
 $1001 : 3 = 333 \frac{2}{3} \Rightarrow$ кол-во полных троек равно 333 и еще + 2 человека
- 1) Если эти 2 человека разбойники, то последовательность KKRRR KKR - невозможна и с KRK RKK тоже, и с RKK тоже.
 - 2) Если 1 купец и 1 разбойник, то последовательность KRK KRK KRK - невозможна, KKRR KKR - невозможна, KKR KRK KR - невозможна, и так далее, остальные тоже невозможны
 - 3) Если 2 купца то тоже невозможно $\Rightarrow$

№1 (продолжение)

$\Rightarrow$ рассмотрим вариант, где в кругу есть 249 4-ок (ККРР), 1 3-ка (КРК) и 2 человека. Не сильно важно в какой последовательности будут четверки и тройки, т.е. для четверки всегда найдется подходящая тройка (пример: ККРРККР), а также число купцов в тройках и четверках не меняется.

1) Если другими 2 людьми будут 2 разбойника, то будут получаться ситуации: РРР и РКР, поэтому такое невозможно.

2) Если разбойник и купец, то будут ситуации РКР, поэтому такой вариант тоже невозможен.

3) Если будут 2 купца, то можно подобрать возможный пример: РККРККРККРККР $\Rightarrow$ наименьшее число

купцов: $248 \cdot 2 + 4 = 502$

Ответ: 502 купца.

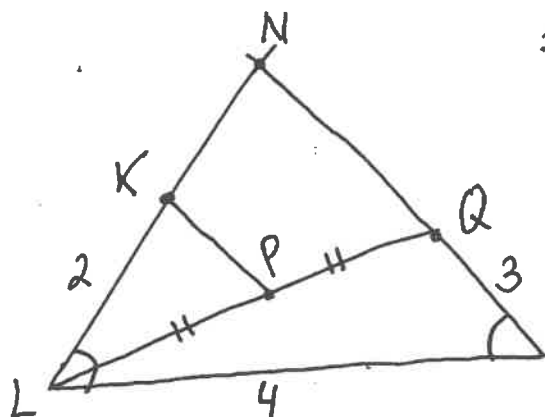
185.

№2

Дано: $\triangle KLM$, $KL=2$, $MQ=3$, $LM=4$, $\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$, $LP=PQ$, $P \in LQ$

Найти: KP

Решение:



1) Доп. построение: продлим QM и LK до точки пересечения N

2) Рассмотрим $\triangle LMN$: $\angle NML = \angle NLM = 60^\circ$ (по усл.)

$\Rightarrow \angle LNM = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle LMN$ - равносторонний (по признаку) $\Rightarrow$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 7 8 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (продолжение)

$$\Rightarrow LN = NM = LM = 4, LN = LK + KN = 2 + KN \Rightarrow KN = 2$$

$$NM = NQ + QM = 3 + NQ \Rightarrow NQ = 1$$

3) в $\triangle NLQ$: KP - средняя линия ($LK = KN = 2$ (по док.)

и $LP = PQ$ (по усл.) $\Rightarrow \triangle NLQ \sim \triangle KLP \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{LK}{LN} = \frac{KP}{NQ} \Rightarrow \frac{2}{2 \cdot 2} = \frac{KP}{1}$$

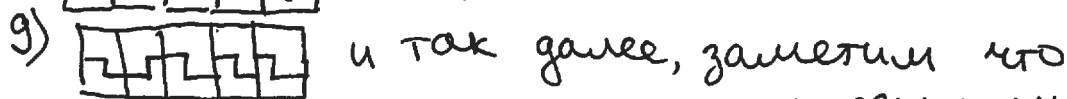
$$KP = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $KP = 0,5$ 208.

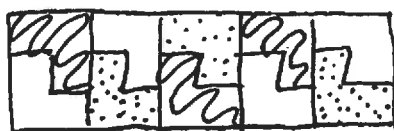
№5

В прямоугольнике 3×10 есть единственный способ расставить 3-х клеточные одинаковые ушки: вертикально расставить прямоугольники 3×2

Для расстановки таких прямоугольников есть несколько способов:



и так далее, заметим что варианты 1 и 4 отличаются зеркально по большей стороне, будем рассматривать подобные случаи, как 2 варианта $\Rightarrow$ всего вариантов: $2^5 = 32$ + добавим цвет, тогда добавятся варианты, рассмотрим на отдельном примере.



есть 3 ушка 1-го цвета
3 ушка 2-го и 4 ушка
3-его цвета.

Будем считать, что ушки одного цвета не должны граничить друг с другом, чтобы

M A 0 0 0 1 7 8 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

не получились другие фигуры
 $\Rightarrow$ всего вариантов разных цветов:
 $3 \cdot 2^3 = 24$
 $\Rightarrow$ всего вариантов раскраски: $24 \cdot 32 = 788$
 Ответ: 788 25. решена другая задача.

N4

Пусть $0 = x$, тогда все числа будут:

$x-5; x-4; x-3; x-2; x-1; x; x+1; x+2; x+3; x+4; x+5$

замечим, что выбрать мы можем только соседние числа, т.к. разница между этими числами 1. Если брать не крайние числа, то у нас будут получаться такие же числа, как и соседние, т.е. например,

$x-5; x-4; x-4; x-3; x-3; \dots$

тогда мы не сможем их вычитать, хотя они и соседние.

За одну операцию сумма квадратов изменится, например, на $(x-3)^2 + (x-2)^2 - (x-4)^2 - (x-1)^2 = x^2 - 6x + 9 + x^2 - 4x + 4 - x^2 + 8x - 16 - x^2 + 2x - 1 = -4$

или на $x^2 + (x+1)^2 - (x-1)^2 - (x+2)^2 = x^2 + (x^2 - 1) - (x^2 - 1) - (x^2 + 4x + 4) = -4$
 $+ (x+1)^2 - (x+2)^2 = (x - x + 1)(x + x - 1) + (x + 1 - x - 2)(x + 1 + x + 2) = 2x - 1 - 2x - 3 = -4 \Rightarrow$ за одну операцию сумма меняется на -4

Для 2 операций сумма может поменяться, например на

$(x-1)^2 + x^2 - (x-2)^2 - (x+1)^2 = (x-1-x+1)(x-1+x+1) + (x-x+2)(x+x-2) = -4x + 4x - 4 = -4$

$\Rightarrow$ за 2 операции на $(-4) \cdot 2 = -8$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 8 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$\Rightarrow$ каждую операцию сумма квадратов уменьшается на -4 . и за 16 операций она уменьшится на

$$16 \cdot (-4) = -64$$

$$(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + 0^2 + (-1)^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 50 + 32 + 18 + 8 + 2 = 110 \Rightarrow 110 + (-64) = 46$$

Если менять числа крайние, т.е. $x-5$ или $x+5$, то ситуация ^{возможна} будет немного отличаться.
Для 1^{ой} операции возьмем $x-5$ и $x-4$

$\Rightarrow$ сумма будет отличаться на

~~$$(x-5)^2 + (x-4)^2 - (x-6)^2 - (x-3)^2 = (x-5-x+3)(x-5+x-3) + (x-4-x+6)(x-4+x-6) = -4x+10 - 4x = -8x+20$$~~
~~$$(x-5-x+6)(x-5+x-6)(x-4-x+3)(x-4+x-3) = (-1+1)(-1+1)(-1+1)(-1+1) = 0$$~~

$$= -11 + 7 = -4 \Rightarrow \text{отличаться ситуация}$$

не будет несмотря на то, что у нас появится число, которого не было исходально.

Ответ: 46

~~1218. 155.~~

не -4 , а $+4$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 0 6 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
18	20	0	15	2		55

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



W2

Дано:

$$KL=2$$

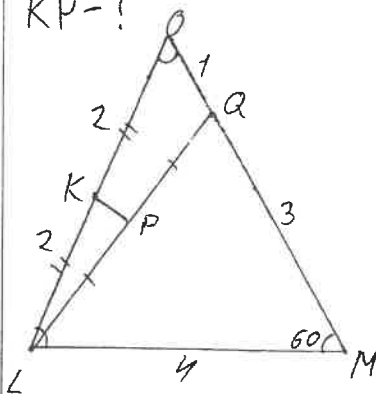
$$MQ=3$$

$$LM=4$$

$$\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$$

Найти:

КР-?



Решение:

- 1) Построим $\triangle KLMQ$ до равностороннего треугольника ($\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$; $\Rightarrow$ третий угол $= 180 - 60 - 60 = 60^\circ$) с третьей вершиной - O.



Получим $\triangle OLM$ - равносторонний ($LM = LO = OM = 4$)

- 2) Найдем KO и OQ:

$$KO = LM - LK = 4 - 2 = 2$$

$$OQ = LM - QM = 4 - 3 = 1$$

- 3) Заметим, что:

$$LK = KO = 2$$

($LK = 2$ - из условия); &

А также:

$$LP = PQ \text{ (P - середина LQ, из условия)}$$

- 4) $\angle OLQ = \angle KLP$ (один угол)

- 5) Рассмотрим $\triangle KLP$ и $\triangle OLQ$:

$$\angle OLQ = \angle KLP$$

$$2KL = OL \text{ (LK = KO = 2)}$$

$$2LP = LQ \text{ (P - середина LQ)}$$

$\Rightarrow \triangle KLP$ и $\triangle OLQ$ - подобные ($k=2$)

По 2 сторонам и углу между ними.

- 6) Так $OQ = 1$ и $k = 2$ ($\triangle KLP$ и $\triangle OLQ$), тогда:

$$2KP = OQ = 1; \Rightarrow KP = 0,5.$$

Ответ: $KP = 0,5$

208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 0 6 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

W1.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1) Куры сидят по 2, тк „с каждым курцом сидит ровно один разбойник“ (из условия).

Получаем: ...РККР... (К - курец; Р - разбойник)

2) Разбойники могут сидеть, как по 1, так и по 2. Но никак не больше 2 вместе.

„рядом с каждым разбойником найдется курец“ (из условия).

Получаем 2 варианта:

...РККРРКК...

или

...РККРКК...

3) Обозначим варианты из пункта 2, как сегменты.

...ККРР... - большой

...ККР... - маленький.

4) Тк нам нужно наименьшее число курцов, значит разбойников должно быть по максимуму.

и значит заполним все большими сегментами.

Получаем ~~всего~~ 1000 человек (500 - К и 500 - Р), а также 1 свободное место.

Такой вариант нам не подходит.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 0 6 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



5) 1001 - нечетное, а Большие семменты - четные (4).
Это значит, что нам придется использовать маленькие семменты (состоят из 3, а значит - нечетные).

6) Однако у нас только 1 свободное место, а семмент состоит из 3.

Нам нужно освободить еще 2 места.
Единственный вариант - заменить 2 Больших семмента на 2 маленьких (то есть убрать 2 разбойников).

7) Таким образом, мы имеем 3 свободных места.
А значит можем добавить еще 1 маленький семмент. Тем самым мы имеем все - 1001 человека.

$\begin{matrix} 248 \\ -250 \end{matrix}$ - Больших семмента

3 - маленьких семмента.

8) Считаю разбойников и курцов:

1-Большой семмент содержит 2К и 2Р

$\Downarrow$
248 - 496К и 496Р

1-маленький семмент содержит 2К и 1Р

$\Downarrow$
3 - 6К и 3Р.

Итого: 502К и 499Р.

Меньше курцов быть не может, ведь тут максимум разбойников. Ответ: 502 курца.

185.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 0 6 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

н/ч.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

- 1) Мы можем брать числа с разницей 1.
Рассмотрим все доступные нам варианты:

1.1) $0; 1 \Rightarrow -1; 2$

1.2) $1; 2 \Rightarrow 0; 3$

1.3) $2; 3 \Rightarrow 1; 4$

1.4) $3; 4 \Rightarrow 2; 5$

1.5) $4; 5 \Rightarrow 3; 6$

Рассмотрим также варианты, которые могут возникнуть в ходе решения:

1.6) $5; 6 \Rightarrow 4; 4$

1.7) $6; 4 \Rightarrow 5; 8$

и т.д.

- 2) Отрицательные числа можно не рассматривать, ведь нам нужны квадраты чисел, а квадраты отрицательных чисел равны, равным по модулю им, положительным числам. То есть:

$$(-5)^2 = 5^2 = 25 \quad / \quad (-n)^2 = n^2 \text{ - общая запись.}$$

- 3) Нам нужна сумма квадратов.

↓
Рассмотрим суммы квадратов для всех вариантов, а также их разницу.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 0 6 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4 (продолжение)

Этот случай, если $\sigma^2 = 0$ (школьная программа)

3) Рассмотрим суммы квадратов и их разницу.

$$\left. \begin{array}{l} 3.1) \ 0^2 + 1^2 = 1 \\ \Downarrow \\ -1^2 + 2^2 = 5 \end{array} \right\} \text{Разница } 4$$

Заметим, что во всех случаях разность сумм квадратов равна 4.

$$\left. \begin{array}{l} 3.2) \ 1^2 + 2^2 = 5 \\ \Downarrow \\ 0^2 + 3^2 = 9 \end{array} \right\} = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} 3.3) \ 2^2 + 3^2 = 13 \\ \Downarrow \\ 1^2 + 4^2 = 17 \end{array} \right\} 4$$

$$\left. \begin{array}{l} 3.4) \ 3^2 + 4^2 = 25 \\ \Downarrow \\ 2^2 + 5^2 = 29 \end{array} \right\} 4$$

$$\left. \begin{array}{l} 3.5) \ 4^2 + 5^2 = 41 \\ \Downarrow \\ 3^2 + 6^2 = 45 \end{array} \right\} 4$$

$$\left. \begin{array}{l} 3.6) \ 5^2 + 6^2 = 61 \\ \Downarrow \\ 4^2 + 7^2 = 65 \end{array} \right\} 4$$

$$\left. \begin{array}{l} 3.7) \ 6^2 + 7^2 = 85 \\ \Downarrow \\ 5^2 + 8^2 = 89 \end{array} \right\} 4$$

4) Всего у нас 16 операций. В любой случай разность равна 4.

Достаточно найти начальную сумму квадратов и добавить к ней 64 ($16 \cdot 4$).

$$(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 =$$

$$= 25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 111$$

$$111 + 64 = 175.$$

5) Сумма квадратов чисел принимает единственное значение, равное 175.

Ответ: 175.

155.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 0 6 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

W3.

1) Найдите разницу d между a_n и a_{n+1} :

$$d = a_n - a_{n-1} = \frac{n^2-2}{n^2-n+2} - \frac{(n-1)^2-2}{(n-1)^2-(n-1)+2} = \frac{n^2-2}{n^2-n+2} - \frac{n^2-2n+1-2}{n^2-2n+1-n+1+2} =$$

$$= \frac{n^2-2}{n^2-n+2} - \frac{n^2-2n-1}{n^2-3n+4} = \frac{(n^2-2)(n^2-3n+4) - (n^2-2n-1)(n^2-n+2)}{(n^2-n+2)(n^2-3n+4)}$$

$$= \frac{n^4-3n^3+4n^2-2n+6n-8 - (n^4+n^3-2n^2+2n^3-2n^2+4n+n^2-n+2)}{(n^2-n+2)(n^2-3n+4)} =$$

$$= \frac{-n^2+9n-6}{(n^2-n+2)(n^2-3n+4)}$$

2) $-n^2+9n-6=0$

$$D = b^2 - 4ac = 81 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6) = 81 - 24 = 57$$

$$x_1 = \frac{-9 + \sqrt{57}}{-2}$$

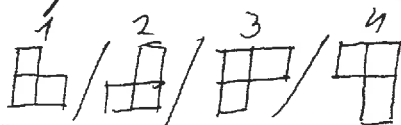
$$x_2 = \frac{-9 - \sqrt{57}}{-2}$$

$\Rightarrow$ Все 100 чисел разные.

Ответ: 100 различных. 08.

W5

1) У трехклеточного графа есть 4 разных положения:



2) Будем отталкиваться от левого нижнего угла прямоугольника, если он лежит горизонтально. (Можно и от других, это ни на что не повлияет).



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 0 6 3 2 5

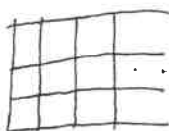
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3)



В этот уран мы можем разместить только 1, 2, 3 урски. (ка отведет 1 незадающую клетку в уру).

3.1) В 1 варианте мы можем прибавить к 1 только 2 (верху). Получаем прямоугольник 3×6 (верт.)

В остальных случаях мы испорчим раскраску. (Будут клетки, которые мы никак не сможем разделить на урски.)

3.2) В 2 варианте мы можем прибавить к 2 только 3 (сверху). Получаем опять 3×6 (верт.)

В остальных случаях мы испорчим раскраску.

3.3) В 3 варианте мы можем добавить к 3 только 1 (сверху слева). Однако мы порчим раскраску, ведь сверху останется ряд из 3 клеток. (Мы их никак не распределим.)

Значит нам подойдут только 3.1 и 3.2. (Вертикальные прямоугольники 3×6).

4) Большой прямоугольник 3×10 можно разбить на 5 маленьких (3×6).

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 0 6 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 (продолжение)

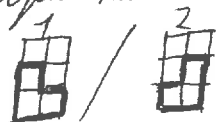
5) Мы имели 3 цвета. Обозначим их разными символами:

1 - X

2 - O

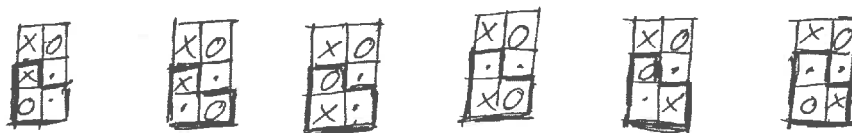
3 - .

6) У нашего прямоугольника ~~был~~ 3x6 есть 2 варианта:



№ 2 вариант это просто зеркальный 1, а значит, что число вариантов раскраски просто умножается на 2 (от числа раскрасок для первого).

7) Рассмотрим все виды раскрасок:



Всего 6 вариантов (цвета могут меняться между собой). Остальные будут повторяться.

8) Также всего ~~4~~ 5 прямоугольников 3x6.
Это значит, что вариантов всего $2 \cdot 6 \cdot 5 = 60$

Ответ: 60 вариантов

28.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 7 0 4 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4

1	2	3	4	5	6	Σ
10	20	0	20	5		55

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5$

Найдём изначальную сумму квадратов:

$$5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 =$$

$$= 25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 =$$

$$= 25 + 30 + 25 + 30 = 110$$

Пусть изначальная сумма = S_0

$$S_0 = 110$$

За одну операцию мы берем (n) и $(n+1)$ на $(n-1)$ и $(n+2)$

Найдём сумму квадратов (n) и $(n+1)$

$$(n)^2 + (n+1)^2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$$

Найдём сумму квадратов $(n-1)$ и $(n+2)$

$$(n-1)^2 + (n+2)^2 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 =$$

$$= 2n^2 + 2n + 5$$

Найдём изменения после операции

$$(2n^2 + 2n + 5) - (2n^2 + 2n + 1) = 4$$

Получается, что каждая операция увеличивает сумму квадратов на 4

$$S_{16} = S_0 + 4 \times 16 = 110 + 64 = 174$$

можно сделать вывод, что сумма квадратов чисел принимает одно и то же значение: 174

Ответ: 174

208.

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

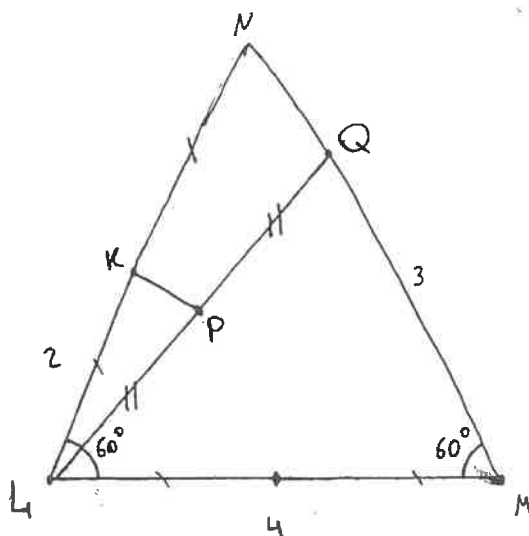
М А 0 0 0 1 7 0 4 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2



Дано:

$$KL = 2$$

$$MQ = 3$$

$$LM = 4$$

$$\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$$

P - середина LQ

$$KP = ?$$

Решение:

① Т.к. $\angle KLM = \angle LMQ$ и они оба построены до на прямой LM, то доведём ^{лучи} отрезки LK и MQ до пересечения в точке N

② Мы получили равнобедренный треугольник LNM со стороной 4 (т.к. $LM = 4$)

$$\text{Значит } KN = 4 - LK = 4 - 2 = 2; \text{ т.к. } K - \text{середина } LN$$

$$NQ = 4 - MQ = 4 - 3 = 1$$

③ Т.к. $LK = KM$ и P - середина LQ ($LP = PQ$), то KP - средняя линия $\triangle NLQ$

А ср. линия треугольника равна половине его основания, значит:

$$\frac{1}{2} NQ = KP$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 = KP$$

$$KP = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{2}$$

205.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	7	0	4	4	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

① Каким расстановку с купца, вторым также поставим купца. Но третьим уже должен идти разбойник, т.к. рядом с купцом сидит ровно один разбойник.

② четвертым поставим
тоже разбойника.

Получается закономерность: (ККРР)

③ ~~Tropen den ee 250 pa3~~
 ~~$4 \cdot 250 = 1000$~~

~~④ А 1001-ым должен стоять
рыцарь~~

~~5) Сгенерировать:~~

③ Проглобем эту операцию 246 раз: $246 \cdot 4 = 884$

④ 4-гобыа круз заверишися
разбойником сделаем
2 раза такую закономерн

⑤ Продолжаем расставлять до 1001

⑥ Последним идёт разбойник в кепке

⑦ Посчитаем кол-во купцов:

$$246 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 = 292 + 4 + 4 + 2 = 502 \text{ купца}$$

Ambern: 502

102.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МАООО1704425

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5

Пример закрашивания

•	x	x	Δ	x	Δ	•	x	•	x
Δ	•	•	Δ	•	•	Δ	Δ	Δ	x
x	Δ	•	x	x	Δ	x	•	•	Δ

•, x, Δ - три
разных цвета

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

① Один уголок мы можем раскрасить 6 способами, значит 10 уголков мы раскрасим: 6^{10} способами

② Уголки могут располагаться ещё таким способом:

Пример:

и таким

То есть каждый блок 2×3 может менять своё положение двумя способами, значит число 6^{10} нужно умножить на 2

Получается $2 \cdot 6^{10}$

Ответ: $2 \cdot 6^{10}$

58.

Задача 3

Ответ: 98

08.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

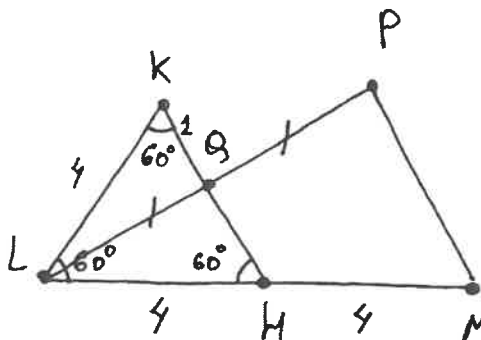
М А 0 0 0 1 0 2 0 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
10	20	2	20	2		54

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~ 2



1. Продлим KQ до пересечения с LM
 $KQ \cap LM = H$

2. $\angle KLM = \angle LKH = 60^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle KQH - \text{равносторонний}$
 $\angle K = \angle H = \angle Q = 60^\circ$

3. $HM = LM - LH = 8 - 4 = 4$
 $LH = HM = 4$

4. $QH = KH - KQ = 4 - 1 = 3$

5. В $\triangle LPM$: $LQ = QP$
 $LH = HM$
 $\Rightarrow QH - \text{средняя линия}$
 Средняя линия в треугольнике равна половине основания

$QH = \frac{1}{2} PM$

$PM = QH \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$

Ответ: 6

20

~ 4

~~$(n, n+1) \rightarrow (n-1, n+2)$~~

~~$\frac{n+n+1}{2n+1}$~~

~~$\frac{n+n-1+2}{2n+1}$~~

~~Важно отметить~~

~~Найдём сумму квадратов чисел до и после~~

~~1) $n^2 + (n+1)^2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$~~

~~2) $(n+1)^2 + (n+2)^2 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$~~

~~Значит, после преобразования того как вычли старую и новую сумму, сумма квадратов увеличилась на 4 или уменьшилась на 1~~

~~$2n^2 + 2n + 5 - (2n^2 + 2n + 1) = 4$~~

~~$2n^2 + 2n + 1$~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

МА 000 102 0725

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа

~~Каждый раз после того как
числа сдвигаются и расходятся
новое, их сумма квадратов
увеличивается на 4
Известно сумма квадратов чисел равна~~

2 1

2001 яштит

Р - разбойник ; К - купец

Рядом с любым купцом сидит 1 разбойник и один купец

К К Р Рядом с любым разбойником сидит 1 или 2 купца

Р К К

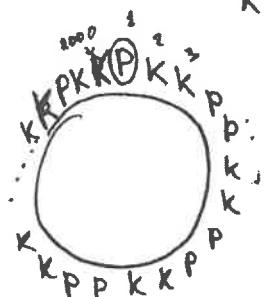
К Р К

Расшифры какого-нибудь разбойника

Р Р К за столом.

К Р Р

Р К К Р Р К



- 1) Рядом с кем сидит тот-то 1 купец.
- 2) тк с купцом (3) где сидит Р значит с соседом сидит тот купец
- 3) Рядом сидит разбойник тк с купцом 1 Р
- 4) Рядом с Р (3) уже сидит купец $\Rightarrow$ для того чтобы разбойников было больше следующим сидит тот разбойник
- 5) Рядом сидит купец тк с разбойником тот-то 1 купец

Таким образом у нас получается последовательность:

Р К К Р Р К К Р Р К К ...

Зашифровать она будет Р Р

НО... Р Р К К Р Р ...

2001 - 1 = 2000 : 2 = 1000 ... К К Р К К Р Р ...

но Р Р Р Р - не может быть $\Rightarrow$ зашифры это не Р Р Р Р - такое может быть. Значит разбойников у нас

$$1 + 2000 - 2 = 1999$$

Это верный пример. тк Предположим что ~~такой~~ можно хотело 1000 разбойника посадить за стол соблюдая все условия. Тогда купцов $2001 - 1000 = 1001$. Купцов всегда стоит парами (К К) и рядом с каждым купцом всегда один разбойник (Р К К Р) $\leftarrow$ Все за этим разбивается на такие группы

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

МА 000 102 07 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Р К К Р
К К Р К К

Тогда если получить



тут не может стоять ни купец ни разбойник

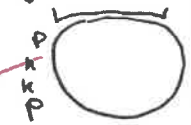
Если ~~будет~~ будет > 1000 то

стоим будет вида:

Значит, разбойников максимум 999

Ответ: 999 разбойников.

105



а тут будет только разбойник а это противоречит условию

23

$$\frac{n^2 - 22}{n^2 - n - 1} = a_n \quad n = 2, 3, \dots, 100$$

Предположим что при каких-то a и b $a_a = a_b$

$$\frac{a^2 - 22}{a^2 - a - 16} = \frac{b^2 - 22}{b^2 - b - 16} \quad (a^2 - 22)(b^2 - b - 16) = (b^2 - 22)(a^2 - a - 16)$$

$$a^2b^2 - a^2b - 16a^2 - 22b^2 + 22b + 22 \cdot 16 = a^2b^2 - a^2b - 16a^2 - 22b^2 + 22a + 22 \cdot 16$$

$$-a^2b - 16a^2 - 22b^2 + 22b = -b^2a - 16b^2 - 22a^2 + 22a$$

$$-a^2b - 16a^2 - 22b^2 + 22b + b^2a + 16b^2 + 22a^2 - 22a = 0$$

$$-a^2b + b^2a + 6a^2 - 6b^2 + 22b - 22a = 0$$

$$ab(b-a) + 6(a^2-b^2) + 22(b-a) = 0 \quad /:(b-a) \quad b \neq a$$

$$ab + 6(b+a) + 22 = 0$$

$$ab - 6b - 6a + 22 = 0$$

$$a(b-6) - 6(b-6) - 14 = 0$$

$$(a-6)(b-6) = 14$$

$$14 = 7 \cdot 2 = (-7) \cdot (-2)$$

$$14 = 1 \cdot 14 = (-1) \cdot (-14)$$

$$\begin{cases} a-6 = 7 \\ b-6 = 2 \end{cases} \begin{cases} a = 13 \\ b = 8 \end{cases} \text{ не подходит так } n \geq 2$$

$$\begin{cases} a-6 = 14 \\ b-6 = 1 \end{cases} \begin{cases} a = 20 \\ b = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-6 = 2 \\ b-6 = 7 \end{cases} \begin{cases} a = 8 \\ b = 13 \end{cases} \text{ не } n \in [2, 100]$$

$$\begin{cases} a-6 = 1 \\ b-6 = 14 \end{cases} \begin{cases} a = 7 \\ b = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-6 = -7 \\ b-6 = -2 \end{cases} \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases} \text{ не } n \in [2, 100]$$

$$\begin{cases} a-6 = -1 \\ b-6 = -14 \end{cases} \begin{cases} a = 5 \\ b = -8 \end{cases} \text{ не } n \in [2, 100]$$

$$\begin{cases} a-6 = -2 \\ b-6 = -7 \end{cases} \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases} \text{ не } n \in [2, 100]$$

$$\begin{cases} a-6 = -14 \\ b-6 = -1 \end{cases} \begin{cases} a = -8 \\ b = 5 \end{cases} \text{ не } n \in [2, 100]$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 1 0 2 0 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~3

В пошедательности будут

Только 2 одинаковых значения

при $n=7$ и $n=20$. $n=7$
 $a_7 = \frac{27}{26}$

$(2 \dots 100) = 99$ чисел

$99 - 1 = 98$ различных чисел. Ответ: 98

25

~4

$(n, n+1) \rightarrow (n-1, n+2)$

Сумма квадратов:

$$1. (n, n+1) = n^2 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$$

$$2. (n-1, n+2) = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$$

Сумма квадратов чисел увеличивается на 4:

$$2n^2 + 2n + 5 - (2n^2 + 2n + 1) = 4$$

Значит, сумма квадратов двух чисел при ~~каждой~~ одной операции ~~увеличивается на 4~~ увеличивается на 4

Изначально сумма квадратов всех чисел равна:

$$25 + 16 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 110$$

Было проведено 17 операций и за каждую ~~клетку~~ сумму увеличивали на 4

$$110 + 17 \cdot 4 = 110 + 68 = 178$$

Ответ: 178.

10

~5

Допустим что ~~всегда~~ ~~применяем~~ ~~3x12~~ вот так ~~разрезаем~~ ~~уголки~~



~~каждая~~ ~~клетка~~ ~~уголка~~ Все клетки уголка даются быть разного цвета.



В одну клетку уголка мы можем поставить один из 3 цветов т.е 3 варианта. В соседнюю клетку уголка мы можем поставить 2 из 2 цветов (все кроме которого ставили сначала). В последнюю клетку уголка мы можем поставить только один оставшийся цвет. ~~Итого~~

Закрепить уголок мы можем 3.2.1 = 6 способами. Всего 12 уголков и каждой из них можно закрепить 6 способами. Т.к этот способ не зависит друг от друга мы складываем их

$$6 + 6 + \dots + 6 = 6 \cdot 12 = 72 \text{ способа}$$

Ответ: 72 способа

26

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 1 6 6 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
4	20	0	20	10		54

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть изначально сумма чисел равна S_1 .

Тогда сумма чисел после одной операции равна:

$$\begin{aligned} S_2 &= S_1 - n^2 - (n+1)^2 + (n-1)^2 + (n+2)^2 = \\ &= S_1 - n^2 - n^2 - 2n - 1 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = \\ &= S_1 + 4 \end{aligned}$$

Значит при каждом ходе сумма чисел на доске будет увеличиваться ровно на 4. Тогда за k ходов сумма чисел будет равна $S_1 + 4k$.

II Изначально сумма чисел S_1 была равна:

$$S_1 = 2 \cdot \frac{5(5+1)(2 \cdot 5+1)}{6} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} \cdot 2 = 110$$

(по формуле суммы квадратов первых n чисел: $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$)

III. По условию задачи было сделано 16 операций (ходов), тогда сумма квадратов чисел на доске после шестнадцати ходов будет равна:

$$S_{16} = 110 + 4 \cdot 16 = 110 + 64 = 174$$

Значит S_{16} может принимать значение 174

Ответ: 174

205.

ВНИМАНИЕ! Проверается только то, что записано с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

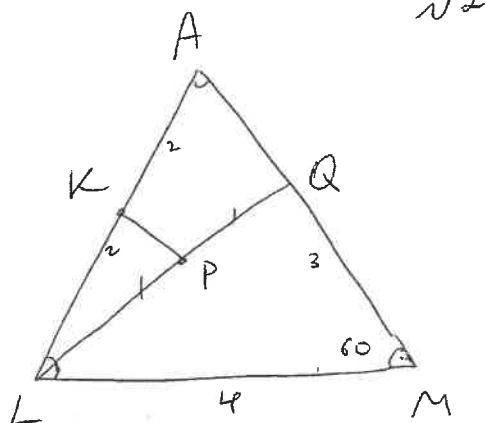
Вариант № 1

МА 000 11 66 525

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Дано:

$$KL = 2 \quad MQ = 3 \quad LM = 4$$

$$\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$$

$$LP = PQ$$

Найти: KP

Решение:

Пусть $m. A$ — $m.$ пересечения прямых KL и MA . Тогда $\triangle LAM$ — равнобедренный (т.к. $\angle ALM = \angle AML = 60^\circ$)

Значит все стороны $m. KQ$ равны по 4.

$$\text{Тогда: } AQ = AM - MQ = 4 - 3 = 1$$

$$KA = AL - KL = 4 - 2 = 2.$$

Получаем, что в $\triangle LAQ$:

$$\frac{LK}{KA} = \frac{LP}{AQ} = \frac{1}{1}$$

Тогда по т. Фалеса:

$$\frac{KA}{PQ} = \frac{LK}{LP} = \frac{AQ}{KP}$$

$$\frac{AQ}{KP} = \frac{2}{1}$$

$$AQ = 2KP \Rightarrow KP = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,5

208.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 1 6 6 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

I. Заметим, что машина

ищет кол-во купцов будет тогда, когда разбойники и купцы чередуются 2 по 2. Это будет выглядеть так:

РРККРРКК... (где Р-разбойник, К-купец)

Меньше купцов относительно разбойников быть не может, т.к. если их ~~такой~~ будет

1 от-но двух разбойников, то купцов будет стоять между двумя разбойниками, что противоречит условию. (РРКРР...)

Если на 1 купца приходится 1 разбойник, то они чередуются 1 через 1. Тогда купцы опять будут стоять между двумя разбойниками, что противоречит условию (РКРКР...)

II. Тогда купцов и разбойников можно разбить на группы по 4. Также в каждой группе по 2 купца и 2 разбойника:

РРКК
Посмотрим на остаток от деления 1001 на 4:

$$1001 : 4 = 250 \text{ (ост } 1.)$$

Т.к. на купцов и разбойники чередуются 2 по 2, ~~то~~ а общее количество людей в узре нечётно (т.е. количество купцов не равно количеству разбойников), то кол-во ~~разбойников~~ купцов равно

$$250 + 250 + 1 + 1 = 502 \quad (= 250 \cdot 2 + 1 \cdot 2)$$

Ответ: 502

48.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

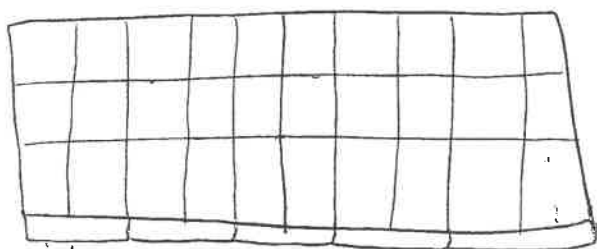
МАООО1166525

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

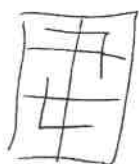
~5 (1 из 2)



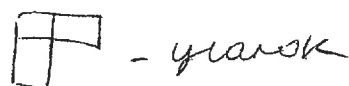
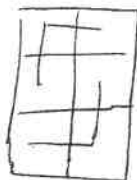
1 блок

I. Разобьем прямоугольник 3×10 на 5 блоков 3×2 .

В одном таком блоке углы можно расположить равно двумя способами:



или



- уголок

Всего в прямоугольнике 3×10 5 таких блоков, значит способов расположить углы в нем 2^5 способов.

II. Разобьем прямоугольник 3×2 блоками.

Тогда в одном таком блоке клетки могут быть раскрашены в $3! \cdot 3!$ способами.

1	2
1	3
2	3

Обозначим цифрами 1, 2, 3 3 разных цвета. В одном уголке цвета могут быть расположены 3! способами.

Тогда в двух уголках цвета могут быть расположены $3! \cdot 3! = 36$ способами. (в двух уголках $\Leftrightarrow$ в одном блоке) Значит в 5 блоках цвета могут быть расположены 36^5 способами.

~~118~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 6 6 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

IV. Тогда раскрасить
клетки прямоуголь-
ника 3×10 можно

Ответ: $2^5 \cdot 36^5$

№ 3

$$a_n = \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2}$$

$$n^2 - n + 2 = n^2 - 2n + 1 + 1 + n = (n - 1)^2 + (n + 1)$$

~~$$n^2 - 2 = n^2 - 2n + 1 - 1 - 2n = (n - 1)^2 -$$~~

0f.

10f.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

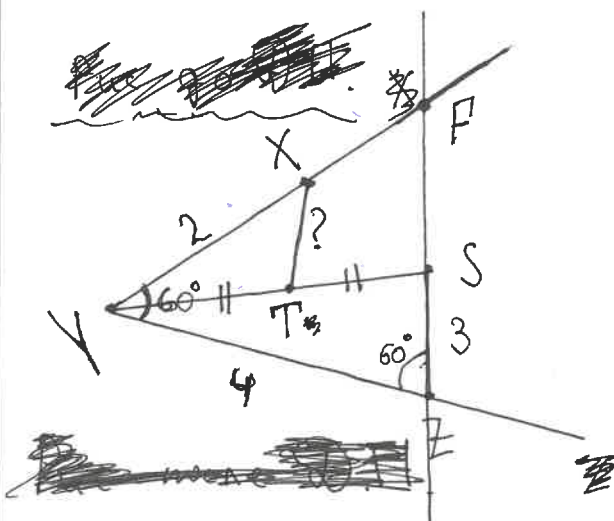
М А О О О 1 3 1 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
4	20	0	20	10		54

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 2



Дано: $\triangle XYZ$; S - в центре угла $\angle XYZ$; $XY=2$; $ZS=3$; $YZ=4$; $\angle XYZ = \angle YZS = 60^\circ$; $YT=TS$; $T \in YS$.
Найти: XT .

Решение:

1) Д.П.: продлим отрезки SZ и YX , а точку их пересечения назовем F . По вертенику видно, что $\triangle FYZ$.

2) Рассмотрим $\triangle FYZ$:

Очевидно что: $\angle XYZ = \angle FYZ = 60^\circ$;

$$\angle FYZ = \angle YZF = 60^\circ \Rightarrow \angle YFZ = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle FYZ$ - равносторонний, тогда $YZ = FZ = YF = 4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow FS = FZ - SZ = 4 - 3 = 1$$

$$XF = YF - XY = 4 - 2 = 2.$$

3) По теореме косинусов к $\triangle YZS$:

$$YS = \sqrt{YZ^2 + SZ^2 - 2 \cdot YZ \cdot SZ \cdot \cos(\angle YSZ)} = \sqrt{16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{13}.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 3 1 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~~4) $u_2(3) \Rightarrow \sqrt{5} = \sqrt{13} \rightarrow 70.299$~~

~~$\frac{1}{2}x = \sqrt{5} = \sqrt{13} = \frac{\sqrt{13}}{2}$~~

~~5) По теореме~~

3) Далее рассмотрим $\triangle FYS$

у него:
сторона YF и YS делятся:

1:1, а это значит, что
 $XT \parallel FS$, т.к. по теореме Фалеса,
(XT делит на равные части)

~~4) (3) $\Rightarrow XT \parallel FS \Rightarrow \angle YXT = \angle YFS = 60^\circ$ т.к.~~

4) (3) $\Rightarrow XT \parallel FS \Rightarrow \triangle YXT \sim \triangle YFS$:

по 2 углам

1) $\angle FYS$ - общий

2) $\angle YXT = \angle YFS = 60^\circ$ (т.к. соответственно при $\parallel$ прямых)

тогда

и $k = \frac{YX}{YF} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$,

тогда $XT = \frac{1}{2} FS = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0.5$

Ответ: 0.5

206.

Вариант № 3

М А О О О 1 3 1 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

Основными критериями по которым мы должны рассадить разбойников и купцов это:

1) Купцы сидят с ровно 1 разбойником.

2) Разбойник с хотя бы одним купцом.

3) Они за круглым столом, ~~за этим значком~~

4) Нам нужно посадить их так, чтобы было рассмотрено купцов как можно меньше купцов. рассадка: могут быть послед.

Допустим: ~~РКРК~~ 1) РКРКРК - противоречит

Р - разбойник

К - купец.

2) РРРКРРРК - снова условие противоречит

3) ККРККРКК - подходит по слов. Нам нужно как можно меньше купцов.

4) КРРКРРКРК - не подходит по слов.

5) ~~КРРККРРКРР~~ - подходит по усл. и по доказ.

РРККРРКК

Вариантами были этот самый лучший по расадке купцов, т.к. другие либо не подходят, либо слишком много купцов в посадке.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

M	A	0	0	0	1	3	1	4	8	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Понятно, что если бы у нас всего было четное кол-во человек, то понятно что у нас было бы одинаковое кол-во разбойников и купцов, но мы знаем, что за столом сидит нечетное кол-во человек = 4001. $\Rightarrow$ кол-во разбойников $\neq$ кол-во купцов.

Чтобы найти пол-во куртов представим, что у нас
~~и разобьем на и стол~~
полный, что не кру́пный стол, а просто таблица в которую
выстроились читатели, но не забываем что первый
и последний читатель
1
"Находятся рядом" : :

$\underbrace{P \ P \ K \ K \ P \ P \ K \ K \dots}_{\text{Nachfrage}} \dots \underbrace{P \ P \ K \ K \dots}_{\text{4000 mm}} \text{ O-?}$

Очевидно, что в конце 4000 читателей у нас не может быть не разбойник не купец.

Давайте подробнее рассмотрим последние 13 человек:

Лист 4 из 9

Вариант № 3

М А 0 0 0 1 3 1 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(P) (P) (K) (K) (P) (P) (K) (K) ...
 3988 (1994-K и 1994-P)
 13 чел.

③ - точно я уже расписывал сверху.

① и ② - пытаемся поменять местами так, чтобы выполнялись условия, но ~~нам~~ у нас с просто сдвинулась послед-ть и ничего не изм.

③ Я изменил послед 5 элементов, но не нарушил условий и как видно далее наши послед продолжилась, а это значит, что она не сдвигается и я нашел как сидела K и P, и теперь мне сложно помнить, что минимально за стол было 2000 разбойников и 2001 купец.

Ответ: 2001 купец

45

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 3 1 7 8 2 5

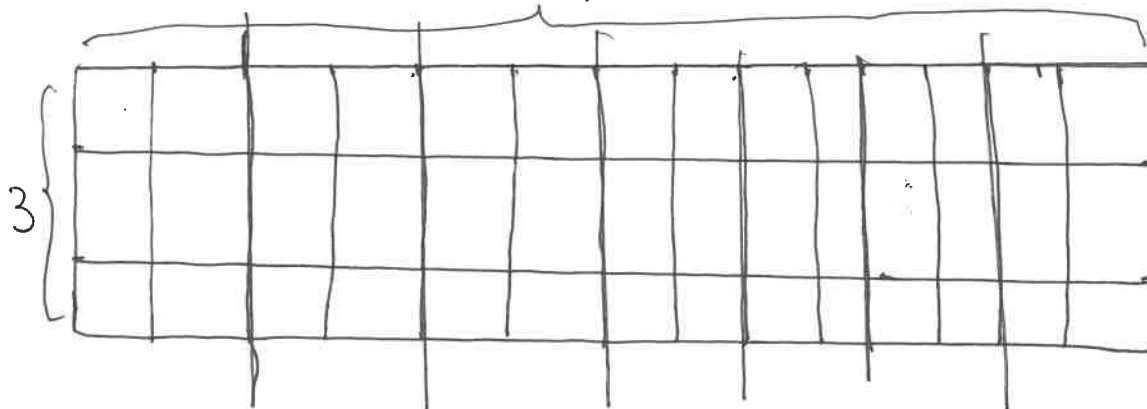
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5

Прямоугольник который нам дан:



Помню, что чтобы нам полностью ~~ма~~резать этот прямоугольник на ушки по 3 клетки каждый нам нужно вырезать их из ~~э~~ прямоугольников 3×2 .

Таких прямоугольников всего 4 штуки.

а из каждого такого ~~прямоугольника~~ мы можем вырезать 2 ушка



двумя способами

Теперь ~~нужно~~ нужно отметить, что клетки ушка окрашиваются в три разных цвета (по два), число способов выбрать какими цветом покрасить клетки в ушке $= 3! = 6$ способов, тогда всего способов

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 3 1 4 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Нарезать и раскрасить
Такие уши у нас:

$$(3! \cdot 3! \cdot 2)^7 = (6 \cdot 6 \cdot 2)^7 = 72^7$$

~~Отв~~ Т.к. события независимы друг от друга.

Ответ: 72^7

105.

105.3.

~~Докажем~~ Докажем, что у нас все
числа различны при помощи метода мат.
индукции:

$$n = 3, 4, \dots, 100.$$

$$a_n = \frac{n^2 - 6}{n^2 - n - 2}$$

1) База индукции:

$$n = 3 \text{ и } 4$$

$$a_3 = \frac{3}{4} < a_4 = 1$$

2) Предположим, что

$$n = k, \text{ тогда } a_k = \frac{k^2 - 6}{k^2 - k - 2}.$$

3) Докажем, что $a_k < a_{k+1}$:

$$\text{л.ч. } a_{k+1} = \frac{(k+1)^2 - 6}{(k+1)^2 - (k+1) - 2} \stackrel{?}{>} a_k \text{ п.ч.}$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 3 1 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\frac{Л.Ч. (k+1)^2 - 6}{(k+1)^2 - k + 1 - 2} =$$

$$= \frac{k^2 + 2k + 1 - 6}{k^2 + 2k + 1 - k + 1 - 2} = \frac{k^2 + 2k + 1 - 6}{k^2 + k}$$

$$\frac{k^2 + (2k - 5)}{k^2 + k} > \frac{k^2 - 6}{k^2 - k - 2}$$

~~Ч.Т.Д.~~ Видно, что
Л.Ч. явно больше П.Ч., что и подтвер-
ждает метод мат. индукции
Ч.Т.Д. ОС.
√Ч.

Мам дано 11 чисел:

-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5

Сумма их квадратов равна: 110

По условию мы ~~должны~~ ^{должны} брать
два послед. числа из ряда и ~~затем~~ ^{затем} большее
из них на 1 и умножить меньшее из них на 1.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3.

М А О О О 13 1 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

берем: n и $n+1$

получим $n-1$ и $n+2$.

До изм их сумма квадратов.

$$n^2 + n + 1^2 = \underline{2n^2 + 2n + 1}$$

После изм :

$$\begin{aligned} (n-1)^2 + (n+2)^2 &= n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = \\ &= \underline{2n^2 + 2n + 5} = \underline{2n^2 + 2n + 1 + 4} \end{aligned}$$

Отсюда видно, что после каждой такой операции ~~их сумма~~ ~~ув~~ сумма всех квадратов увеличится на 4 соответственно их сумма после 18 операций будет :

$$\underline{18 \cdot 4 + 110 = 182}$$

Ответ: 182.

205.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 5 6 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №1.

1	2	3	4	5	6	Σ
4	20	X	20	10		54

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Так как рядом с каждым купцом сидит ровно один разбойник, то ситуации: ...РКР... быть не может (Р-разбойник, К-купец), возможны только: ...РКК... или ...ККР... Так как рядом с каждым разбойником найдётся купец, то ситуации: ...РРР... быть не может, возможны только: ...КРК..., ...КРР... или ...РРК... Т.к. нам нужно наименьшее кол-во купцов, то выберем "тройки" с наименьшим кол-вом купцов: это ...КРР... и ~~РРР~~ ...РРК... Из них составим ряд: РРККРРКК... Из него видно, что ...РРКК... повторяется. Но $1001 \div 4$, значит, ряд не может состоять из частей: ...РРКК... полностью. Первые 998 жителей сидят в порядке: ...РРКК..., а последние 3 могут сидеть только в таком порядке: РРК. У нас получился ряд: РРКК... РРККРРКК

998 жителей, сидящих в порядке: ...РРКК...

Ответ: 501.

Первых 998 жителей поровну, а в последней "тройке": 2 купца и 1 разбойник, значит, купцов: $998 \div 2 + 2 = 501$ - купец.

48.

Вариант № 1

М А О О О 1 8 5 6 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №5

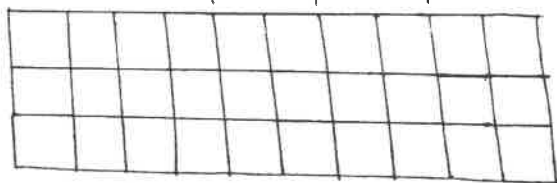


рис.1

Для начала разрежем четырехугольник (прямоугольник) 3×10 на прямоугольники 3×2 так, как показано на

рис.1. Их можно разрезать на трёхклеточные уголки двумя способами: тип А: и тип Б: Первую клетку уголка можно раскрасить в три цвета, 2-ую - в два, а 3-ю только в один, значит, в одном уголке: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способов раскраски. В каждом прямоугольнике 3×2 есть по два способа разрезки на уголки, значит, кол-во способов в нём: $6 \cdot 6 \cdot 2$ (так как в нём 2 уголка по 6 способов раскраски и 2 способа его разрезки).

У нас всего 5 таких прямоугольников, значит, умножаем полученное кол-во способов ~~на~~ друг на друга 5 раз: $6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 = 6^{10} \cdot 2^5$.

Ответ: $6^{10} \cdot 2^5$.

108.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дополнительный бланк №1.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 5 6 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №4.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть для выполнения операции взяли два числа: x и $x+1$. После неё на доске вместо них оказались числа: $x-1$ и $x+2$. Найдём на сколько изменилась сумма записанных на доске чисел (остальные 9 чисел мы считать не будем, так как при выполнении операции они не изменились):

$$\begin{aligned} & |(x^2 + (x+1)^2) - ((x-1)^2 + (x+2)^2)| = |(x^2 + x^2 + 2x + 1) - \\ & - (x^2 - 2x + 1 + x^2 + 4x + 4)| = |(2x^2 + 2x + 1) - (2x^2 + 2x + 5)| = \\ & = |2x^2 + 2x + 1 - 2x^2 - 2x - 5| = |-4| = 4. \end{aligned}$$

Значит, после выполнения операции сумма квадратов чисел на доске увеличивается на 4. Найдём сумму ^{квадратов} изначальных 11 чисел: $(-5)^2 + (-4)^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 110$.

После 16 операций сумма квадратов чисел на доске равна:

$$110 + 16 \cdot 4 = 110 + 64 = 174.$$

Это единственное значение, так как сумма квадратов чисел после операции всегда увеличивается на 4.

Ответ: 174.

208.

Дополнительный бланк №3

Лист 3 из 4

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

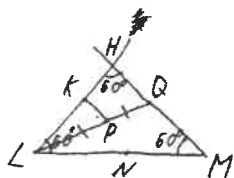
М А О О О 1 8 5 6 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2



Построим KL и QM так, чтобы они пересекались (точка H).

Поскольку $\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$, то $\angle LHM = 60^\circ$ (по т.ме о сумме углов Δ -ка) $\Rightarrow \Delta HLM$ - равносторонний. Значит, $LM = MH = HL = 4 \Rightarrow KH = HL - KL = 4 - 2 = 2 \Rightarrow$ точка K - середина отрезка HL .

Следовательно $\Delta KLP \sim \Delta HLQ$ (по двум сторонам и углу между ними). $HQ = HM - QM = 4 - 3 = 1$.

Поскольку $\Delta KLP \sim \Delta HLQ$, то $KP \sim HQ$. Поскольку ΔHLM - равносторонний, то продолжив KP до точки N (середина LM), мы получим равносторонний ΔKLN .

$$\frac{LH}{KL} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow \frac{HQ}{KP} = \frac{1}{KP} = 2 \Rightarrow KP = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

205.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

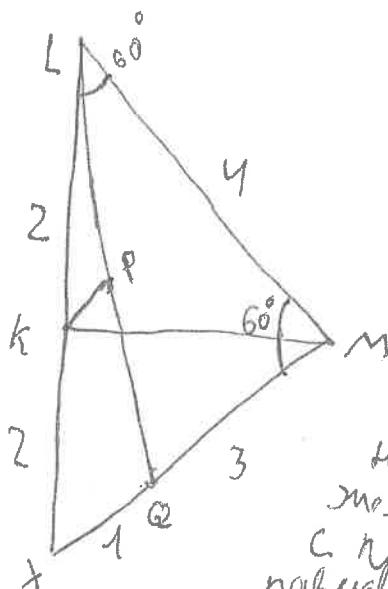
М А О О О 1 6 0 3 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
10	20	0	15	8		53

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№2

По условию задачи $\angle KLM = 60^\circ$,

$LK = 2$, $LM = 4 \Rightarrow$ по теореме косинусов
 $KM = \sqrt{16 + 4 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $12 + 4 = 16 \Rightarrow$

$KM^2 + LK^2 = 16 = LM^2 \Rightarrow \Delta KLM$ — прямоугольный $\Rightarrow \angle LKM = 90^\circ$, $\angle LMK = 30^\circ$, значит

точка Q, лежит вне угла LMK, так как иначе $\angle LMK$ был бы больше $\angle LMK$, но $30^\circ < 60^\circ$. Отметим $QX = 1$, на продолжении MQ.

Продлим LK до пересечения с прямой MQ, при пересечении образуется равносторонний Δ так как $\angle KLM = 60^\circ$, $\angle LMK = 60^\circ$, со стороной 4 $\Rightarrow$ пересечение будет в точке X так как $MX = 4 \Rightarrow LX = 4 \Rightarrow KX = 2$ точка — середина LX, точка P — середина LX по условию $\Rightarrow$

кр- средняя линия в $\Delta XQA \Rightarrow KP = \frac{1}{2} XQ = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5$

Ответ $KP = 0,5$

208.

№1

Ответ: 502

Рассмотрим разбойника (в дальнейшем P) и курца (в дальнейшем K) стоящих рядом, так же можно наизусть так как в узде есть и курцы и разбойники. со второй стороны от K1 обязательно стоит K2 так как у курца лишь 1 сосед разбойник, у K2 второй сосед P так как у курца обязательно есть сосед разбойник, P2 сосед лишь K3 и ситуация повторяется либо P3, у которого сосед K3 и ситуа-

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	O	O	O	1	6	0	3	1	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

уже так же повторяется — возможные лишь 2 конст-
рукции:

1) $p_k k p p k k p$

2) P K K P K K P

во всех столбцах Р и К; которые образуют такие конструкции. Заметим, что в конструкции 1 Р и К, равное количество, а в конструкции 2 купцов на 1 больше. Во всем чертеже как минимум 3 вторых конструкции, так как количество ~~элементов~~ жителей в 1 делится на 8, в 2 даёт остаток 3, а вообще даёт остаток 1; купцов $\geq \frac{1001-3}{2} + 3 = 502$
 Номер расстановки

Пример расстановки

p k k p k k p

$P_K K P_K K P_K K P_K K$

p k l p p

даже такие элементы повторяются, это не противоречит условию так как количество оставшихся мест: 5

Ombem: 502

105.

Лист 6 из 5

ВНИМАНИЕ! Проверается только то, что написано с этой стороны листа
В рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 0 3 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Рассмотрим два числа a_k и a_{k+1} , где $k \geq 7$

$$a_k = \frac{k^2 - 2}{k^2 - (k-2)}$$

$$a_{k+1} = \frac{(k+1)^2 - 2}{(k+1)^2 - (k-1)}$$

$$\frac{(k+1)^2 - (k-1)}{k^2 - k + 2} > \frac{(k+1)^2 - 2}{k^2 - 2} \text{ так как:}$$

$$(k+2k-1)(k^2-k+2) - (k^2+k+2)(k^2-2) = k^4 + k^3 + 2k^2 + 2k^3 - 2k^2 + 4k - k^2 + k - 2 - k^4 + 2k^2 - k^3 + 2k - 2k^2 + 4 = -k^2 + 6k + 2 < 0$$

так $k^2 > 6k + 2$ так как $k \geq 7$; все пошедшие выше числа от 4 различны, ответ ≥ 93 , при этом если $n > 1$, то $\frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} > 0$, при $1 \leq \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} = -\frac{1}{2}$ ответ ≥ 94

$\frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} = \frac{n^2 - n + 2}{n^2 - n + 2}$, только когда $n = 4$ ответ ≥ 95
 $\frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} = \frac{n^2 - n + 2}{n^2 - n + 2}$ при $n = 2$; $n = -k$ так как их нет, ответ ≥ 96

так как значения $\frac{1}{2}$ уникально для $n > 0$, а это для всех n , так как до 5 значения $\frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} \leq 1$, а при $n \geq 5$ $\frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} \geq 5$, а значения взятых выражений не включают 3, то значения при $n = 3$ уникально, при 5



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 0 3 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$22n^2 - 44 = 23n^2 - 23n + 46$$

$$n^2 + 90 + 23n$$

$n^2 + 48 = 11,5n$ — не имеет корней
 для 5 Ответ ≥ 98

для 6

$$32n^2 - 32 = 34n^2 - 34n + 68$$

$$2n^2 - 34n + 100$$

$n^2 - 17n + 50$ — нет целых корней $\Rightarrow$ Ответ ≥ 99

для 7

$$44n^2 - 88 = 47n^2 - 47n + 99$$

$$3n^2 - 47n + 182$$

$n^2 - \frac{47}{3}n + \frac{182}{3}$ — нет целых корней $\Rightarrow$ Ответ: 100

Ответ: 100

№ 5 05.

Ответ: $2^5 \cdot 5^{10}$

Заметим, что прямоугольник 3×10 на 6 единицах можно разбить 5 способами так как если рассмотреть крайнюю клетку её можно заполнить либо 3-ю строку, либо 1-ю из которых не даёт заполнить всю фигуру, для того чтобы разбить крайний прямоугольник 2×3 полностью необходимо использовать 1 клетку. Без оставления зазоров

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 0 3 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Остается 1 способ, состав-
ных однозначно так

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

как нарисована заполняется прямоугольник 2×3
следующий ставим в крайний $\Rightarrow$ способ разби-
ния на 2^5 каждый из них можно раскра-
сить 6 способами, но 2 дублирующиеся
раскраски $\Rightarrow$ Ответ $\frac{2^5 \cdot 3 \cdot 6}{2}$

и 4 3 85.

Ответ: ~~10~~ 5

так как

$$(x-1)^2 + (x+2)^2 - x^2 - (x+1)^2 = 4 \text{ так как}$$

изменение каждый раз идет на
конкретное число, итоговый результат
фиксирован:

Ответ: 1

почему 1

155.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

M	A	O	O	O	1	2	5	5	2	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
6	20	0	20	6		52

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

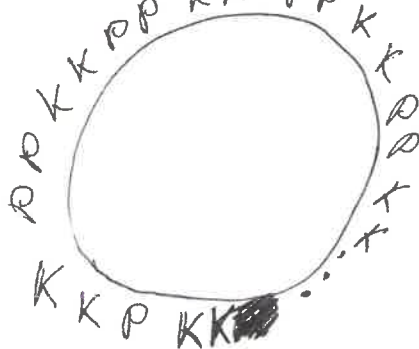
NL

Предположим, что количество купцов $\leq 500 \Rightarrow$
количество разбойников $>$ количество купцов

Из условия следует, что рядом с разбитиком есть хотя бы один купец и возле купца ровно один разбитик

Из того следует, что кол-во купцов должно быть $\geq$ кол-во разбойников. Наше предположение неверно

Пример, когда кол-во купцов = 501.



пример не работает 😞

65.

NS. Ambient: 50L

N5 Задача: 501
как можно разбить прямоугольник 3×10 на квадратик?
Возможные варианты разбивки всего 2.  



в любом случае раскрасить можно этот оригами-листик
можно только если делить его на оригами-листик 2×3 .

можно найти если 2×3 ?
 Словы Вурианаго если для расщепления
 $2 \cdot 4 + 24 \cdot 2 = 68$ мм расщепления все базисные
 Вурианаго только после 

$$\underline{22 \cdot 4 + 24 \cdot 2} = 68$$

72

Значит всего вышло $68.5 \approx 340$ выводов

Ген. Аллопоэтич. мисл ~~_____~~ по предвиду

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 2 5 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

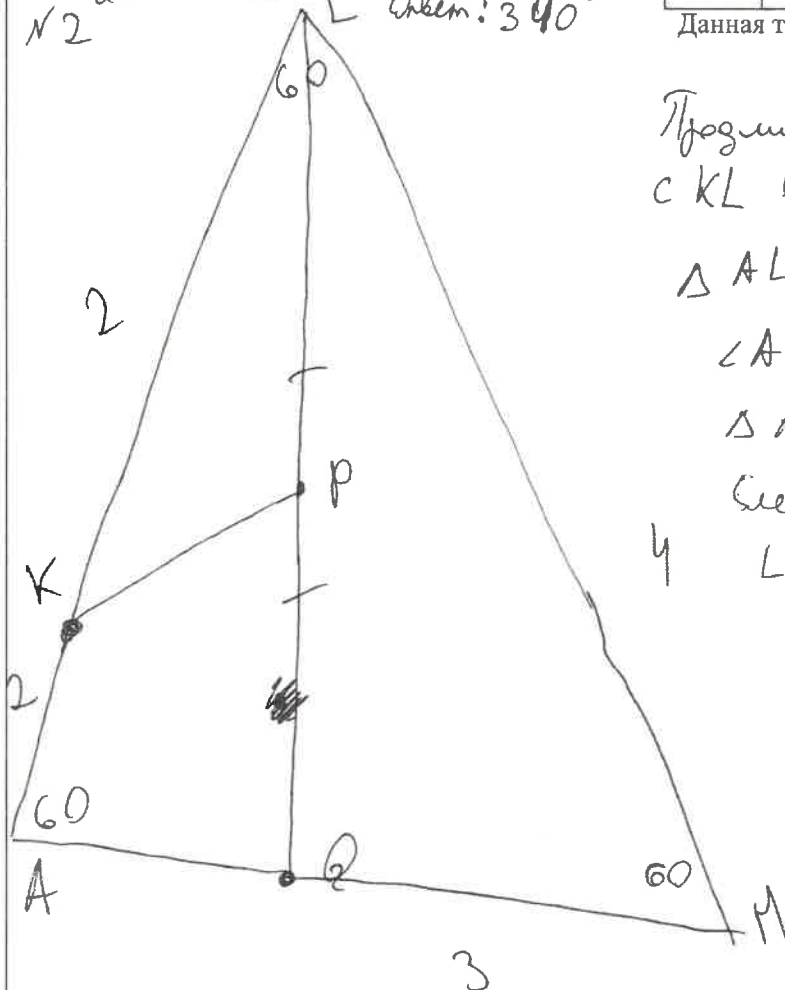
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа

всего 22 варианта расписаны
а в этом 24 варианта
№2
три прямоугольника
68
Ответ: 340



Продлим ML до пересечения
с KL в т. A тогда.

$\triangle ALM$ — р/б т.к. $\angle L = \angle M = 60^\circ$

$$\angle A = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ \Rightarrow$$

$\triangle ALM$ — р/м.

Следовательно

$$LM = AM = AL = 4.$$

$$AQ = 4 - 3 = 1$$

$$AK = 4 - 2 = 2.$$

Проведем KP

$$LK = KA \text{ и } LP = PQ \text{ (из ур.)}$$

||

KP — средняя линия
треугольника $ALQ \Rightarrow$

$$KP \parallel QA \text{ и } \angle A = \angle LKP, \\ \angle AQP = \angle KPL$$

Отсюда следует, что

$$\triangle LKP \sim \triangle ALQ$$

$$\frac{LK}{LA} = \frac{KP}{AQ}; KP = \frac{LK \cdot AQ}{LA} =$$

$$\frac{2 \cdot 1}{4} = 0,5$$

Ответ: 0,5.

208.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 2 5 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим сумму квадратов $n, n+1$ и $n-1, n+2$

$$n^2 + (n+1)^2 = 2n^2 + 2n + 1$$

$$(n-1)^2 + (n+2)^2 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 2n + 5$$

$$2n^2 + 2n + 5 - 2n^2 - 2n - 1 = 4 \text{ — разница между}$$

суммами квадратов этих чисел
все перемены будут равносильны следовательно ~~все~~

разница между суммами квадратов будет всегда
равна 4 после проведения одной операции
т.е. можно сказать, что конечная сумма S_k будет
равняться сумме квадратов начальных чисел S_n +
разница между суммами квадратов чисел умноженная
на 16.

$$S_k = S_n + 4 \cdot 16 = 2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 0^2 + 64 = 110 + 64 = 174$$

Ответ: 174.

208.

№3

Я предполагаю, что все числа в последовательности
разные, а также что $a_n < a_{n+1}$, тогда

$$\frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} < \frac{(n+1)^2 - 2}{(n+1)^2 - (n+1) + 2}$$

$$\frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} < \frac{n^2 + 2n + 1 - 2}{n^2 + 2n + 1 - n - 1 + 2}$$

$$\frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} < \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 + n + 2}$$

$$\frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} < \frac{n^2 + 2n + 1 - n - 1 + 2}{n^2 + 2n + 1 - n - 1 + 2}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 2 5 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\frac{n^2-2}{n^2-n+2} < \frac{n^2+2n-1}{n^2+n+2}$$

$$\begin{aligned} n^2-2 &= x \\ n^2-n+2 &= y \end{aligned}$$

$$\frac{x}{y} < \frac{x+2n+1}{y+2n}$$

$$\frac{x+2n+1}{y+2n} - \frac{x}{y} > 0$$

$$\frac{xy + 2ny + y - xy - 2nx}{(y+2n)y} > 0$$

$$y_{\min} > 0 \text{ и } y+2n > 0$$

$$(n^2-2)(n^2+n+2) <$$

$$(n^2+2n-1)(n^2-n+2)$$

$$\cancel{n^4} + \cancel{n^3} + 2n^2 - 2n^2 + 2n - 4 <$$

$$\cancel{n^4} - \cancel{n^3} + 2n^2 + 2n^3 - 2n^2$$

$$+ 4n - n^2 + n - 2$$

$$\cancel{2n^3} - \cancel{2n^3} - 4n$$

$$-n^2 + 4n + 2 \geq 0$$

$$-n^2 + 4n + 2 \geq 0$$

$$D = 49 + 8 = 57$$

$$n_1 = \frac{-4 + \sqrt{57}}{-2}$$

$$n_2 = \frac{-4 - \sqrt{57}}{-2}$$

$$\cancel{xy} + 2ny + y - \cancel{xy} - 2nx > 0$$

$$2n(y-x) + y > 0$$

$$2n(n^2-n+2 - n^2+2) + n^2-n+2 > 0$$

$$-2n^2 + 8n + n^2 - n + 2 > 0$$

$$-n^2 + 4n + 2 > 0 \quad | \cdot -1$$

$$n^2 - 4n - 2 < 0$$

$$D = 49 - 8 = 41 > 0$$

$$n_1 = \frac{4 - \sqrt{41}}{2}$$

$$n_2 = \frac{4 + \sqrt{41}}{2}$$

если рассмотреть, то первое
число не является целым
Ответ: 100.

08.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 7 2 6 5 2 5

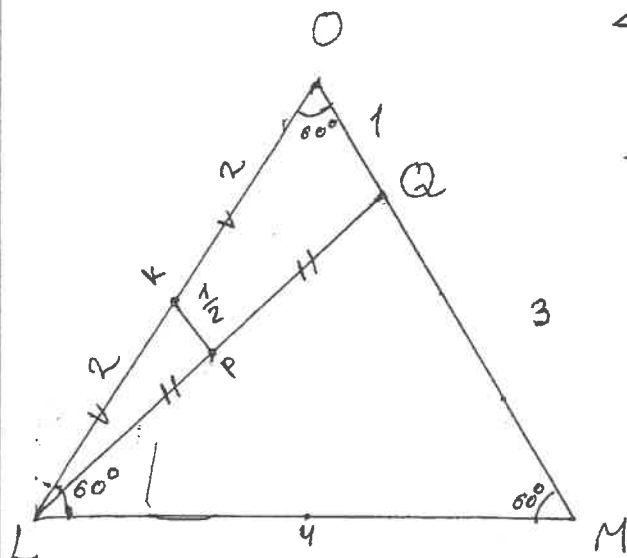
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2.

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	X	2	10		52

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Дано:
 $\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$
 $KL = 2$; $MQ = 3$; $LM = 4$.
 P - серед. LQ .

Найти:
 KP - ?

Решение:

1. Продлим стороны LK и MQ до пересечения. Пусть т. O - точка их перес. LK и MQ .

Получаем $\triangle LOM$:
 $\angle OLM = 60^\circ$; $\angle LMO = 60^\circ \Rightarrow \angle LOM = 60^\circ$

$\triangle LOM$ - равносторонний, значит $LO = ML = MO = 4$.

Рассм. сторону MO :

$$MO = OQ + QM$$

$$4 = OQ + 3$$

$$OQ = 1.$$

2. Рассмотрим $\triangle LOQ$: имеем сторону LO , где т. K - середина (т.к. $LO = 4$, $LK = 2$ по усл. 1 $\Rightarrow KO = LO - LK = 4 - 2 = 2$).
 также имеем сторону LQ , где т. P - середина по условию.

Значит отрезок KP в $\triangle LOQ$ - средняя линия.
 Значит $KP = \frac{OQ}{2}$

$$KP = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$. 208

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МАООО1726525

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

№ 1.

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

В уезде живут куры (обозначим за "К") и разбойники (обозначим за "Р"). Они ссорятся за крупный ствол копейки из 1001 человека. Рядом с каждым курой сидит ровно 1 разбойник. Рядом с каждым разбойником ~~ровно~~ один кур. Необходимо найти наименьшее количество K .

Рассмотрим возможный вариант расположения Р и К, где по кругу, где будут соблюдены все условия, при этом будет наименьшее кол-во К: $\dots K K P P K K P P \dots$. Таким образом, мы можем разложить всех жителей по четверкам КК РР и расставить их последовательно по кругу. Если сделать ~~так~~ При таких четверках каждый кур будет сидеть рядом с одним К и одним Р, а в окружении каждого Р будет тоже 1 К и 1 Р. Существует еще вариант расставить их так, чтобы каждый Р сидел рядом с двумя К, но тогда кол-во К уже не будет наименьшим.

Итак, расставив жителей по четверкам КК РР 250 раз получим нужный круг из 1000 человек, но по условию их сидит 1001. Значит возможна среди этой последовательности сидит еще один Р или К. Но если "вставить" кого-то в эту последовательность, то условия нарушатся, т.к. либо возле какого-то куры будут сидеть две других К, либо возле какого-то Р не будет ни одного К, либо возле куры будут только К.

$\dots K K P K P \dots$ $\dots K P K P P \dots$ $\dots K K P P P \dots$ $\dots K K K P P \dots$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 2 6 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

301 (продолжение)

В таком случае, в полном варианте расстановка жителей по тройкам ККР, который удовлетворяет условиям, но при этом нельзя достать наименьшего кал-ва К.

Значит нужно выявить такую последовательность из четверок ККРР и троек ККР, где будет наименьшее возможное количество троек ККР, чтобы в сумме получилось 1001 жителей.

Чтобы сделать это, из числа людей 1001 нужно отнимать по 3 (одна тройка ККР), чтобы разность была кратна 4:

1) $1001 - 3 = 998$ $998 : 4$ не подходит
 2) $998 - 3 = 995$ $995 : 4$ не подходит
 3) $995 - 3 = 992$ $992 : 4$ подходит.

$$992 : 4 = 248$$

Итого получаем 248 четверок ККРР и 3 тройки ККР.

Теперь посчитаем кал-во К:

$$248 \cdot 2 = 496 \text{ (т.к. в каждой четверке ККРР ровно два К)}$$

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ (т.к. в каждой тройке ККР ровно 2 К)}$$

$$496 + 6 = 502 \text{ "К" - наименьшее кал-во К за столом.}$$

Ответ: 502.

205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

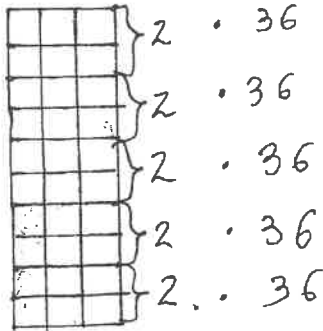
М А 0 0 0 1 7 2 6 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Имеем поле 3×10 :



разделим его мнемонно на 5 прямоугольников 3×2 .
В каждом таком прямоугольнике будет по 2 угонка.

В каждом таком прямоугольнике 2×3 существует по 2 варианта расположения двух угонков:



Каждый угонка может быть раскрашен в 3 цвета (назовем цвета „1“, „2“, „3“) — шестью разными вариантами:



В каждом прямоугольнике 2×3 ровно 2 угонка. Каждый из них может быть раскрашен шестью вариантами.

Итого в каждом прямоугольнике 2×3 может быть $(6 \times 6) = 36$ вариантов раскраски угонек.

Тогда можно посчитать общее количество вариантов раскраски прямоугольника 3×10 :

$$2^5 \cdot 36^5 = 2^5 \cdot (6^2)^5 = 2^5 \cdot 6^{10}$$

Ответ: $2^5 \cdot 6^{10}$ 108

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

МА 000 172 6525

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3.

Решение методом перебора вариантов.
Рассмотрев все возможные a_n при $n \in [1; 100]$
найдем две пары различных n с одинако-
выми a :

$$n = 5 : \\ a_5 = \frac{25-2}{25-5+2}$$

$$a_5 = \frac{23}{22}$$

$$n = 18$$

$$a_{18} = \frac{324-2}{324-18+2}$$

$$a_{18} = \frac{23}{22}$$

$$n = 6 :$$

$$a_6 = \frac{36-2}{36-6+2}$$

$$a_6 = \frac{17}{16}$$

$$n = 11$$

$$a_{11} = \frac{121-2}{121-11+2}$$

$$a_{11} = \frac{17}{16}$$

Значение всех остальных a будет
различными.

Итого получается 98 различных
 a_n , где $n \in [1; 100]$.

Ответ: 98.

25.

А как искать?
А почему других нет?

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	4	3	4	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N₃

1	2	3	4	5	6	Σ
2	18	20	0	10		50

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть слов имеют номера a, b, c ,
при которых $a_a = a_b$, тогда имеют.

$$\frac{a^2-2}{a^2-a+2} = \frac{b^2-2}{b^2-b+2}$$

$$\frac{a^2-2}{a^2-a+2} = \frac{b^2-1}{b^2-b+2} \quad ; \quad (a^2-2)(b^2-b+2) = (b^2-1)(a^2-a+2), \text{ Раскрыв}$$

скобки и приведем подобные, имеем: $-a^2b + 2a^2 - 2b^2 + 2b = -ab^2 + 1a + b^2 - 2a$

$$-ab(a-b) = 2(-2a^2 + 2b^2 + a - b)$$

$$-ab(a-b) = 2(2(b-a)(b+a) - (b-a))$$

$$-ab(a-b) = 2(b-a)(2(b+a)-1) / \cdot \frac{1}{b-a}, \text{ o.k. } a \neq b$$

$$ab = 2(2(a+b) + 1) \Rightarrow 4b + 4a - ab = 2$$

$$a(4-b) = 2(1-2b) \quad |(-1)$$

$$a(b-4) = 2(2b-1)$$

$$a = \frac{46-2}{6-4} ; a = \frac{46-16+14}{6-4} ; a = 4 + \frac{14}{6-4} \quad \text{V.K. } a \neq b$$

неправильные, со значениями чисел 14: 1, 2, 4, 14 (расширяем только положительное):

1) $b-4=1$; $b=5$ $a=18$; 2) $b-4=2$; $b=6$ $a=11$; 3) $b-4=4$; $b=11$, $a=6$

4) $b-4=14$, $b=18$ $a=5$ Ищем, в каком, где номер $(5, 18)$ и

(6, 11). Тогда из сот чисел будем иметь 2 набора по 2 десятичных числа. Тогда разность чисел $100 - 2 = 98$ чисел.

Amber: 98 review

205.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M	A	0	0	0	1	4	3	4	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны, т.е. в рамках строки

NI

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Обвиняю, что если не признает, то не признает и 90, что просят. Ответы на вопросы -

Раскалорим простейший узел РКК, его легко можно повредить равно
333
600 фаз и остальные два
узла, следовательно константа.
РКК 0155

PKKRKEPKL

Р к к р

В анамнезе нету сведений, где бы не находил.

Далее зуми РК, РК РК РК РК
КРКР - - - - -

к р к р - - - -

КРКР
 во вступил, и со
 1000 500 1000
 1000 1000 1000
 1000 1000 1000

Ркк Ркк { и т.д. } все издается; в устной форме.

$P_{KK} \quad P_{KK}$

РКК РКК

РКК РКК Заменяю с, следующий будет один, без иждивов
А в иждив. притом с, предыдущий будет один, без иждивов

Р К К Р

РКРЗ. Заметь, что во всех других будет один.
{ то, пример кривизны и гонимости.

Оскар: 501 кг.

28.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 4 3 4 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№5.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Для начала рассмотрим, сколько способов можно разбить данный прямоугольник на прямоугольники 2×3 . Если брать его , то тогда слева или справа останется полтора, значит вариантов будет только равно один, неслучайно. Далее заметим, что в центре образуются только два угла. Возьмем самый верхний , там мы образуем закрытый угол, что можно увидеть, например, правый верхний, либо либо , тогда на границе остаются все углы. Следующий шаг это если внимательно образуем бока закрытых углов. (Если мы нечаянно рассматриваем или забываем про углы).

Всего 5 треугольников, в каждом возможно два варианта расположения углов. (или). Каждый угол может быть рассмотрен в способе (3!). Тогда каждый 3×2 может быть рассмотрен в 6^2 способами (каждый разкрывает одного соседа, равно в раскрое другого). Тогда рассмотрим треугольник $2 \cdot 6^2$ способов. Всего их нет $\Rightarrow 4 \cdot 2^5$ способов ($(2 \cdot 6^2)^5$ с.к. каждому треугольнику еще нужно 42 угла 4.)

Ответ: $4 \cdot 2^5$ способов.

108.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	1	4	3	4	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

 N_4

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Сразу заметим инвариант - сумма чисел на доске ($0 + 1 + \dots + n =$
 $= \frac{n(n+1)}{2}$), тогда после 16 операций сумма чисел будет
 равна, нулю, соответственно

Всегда будем поддерживать самую тенденцию, и даже некоторые, самые хорошие. Тогда когда охладим, только к-1 совсем "холодно охладим", а только к+2 либо через, либо через

Видно, конечно, что если гений в окружении света (то есть в
открыт. мышлении) и в среде срабатывает, тогда и сам чистый Будда
ограничивается по своему мышлению $\Rightarrow$ суждения и выводы
Там или кончается...

Так как конечная сумма равна нулю, мы можем считать сумму слагаемых равной нулю. Будет равно нулю. Мы можем сказать, что сумма будет равна нулю. И другие найдут в.и.

Конечно, вы не можете видеть, но порежьте, и сразу найдете в. в.
 му и даже может из вас уйти в. в. до конца пути
 и-1 и и-2 они внешне не могут быть уловлены.
 Общественно важно быть на в. в.

Обязательно должно быть на каждой строке по крайней мере один элемент. В конце строки 11 элемент не обязателен.

Amber: $11a^2, a \in \mathbb{N}[0, 5]$

05

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 4 3 4 7 2 5

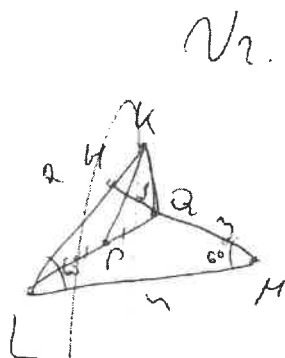
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



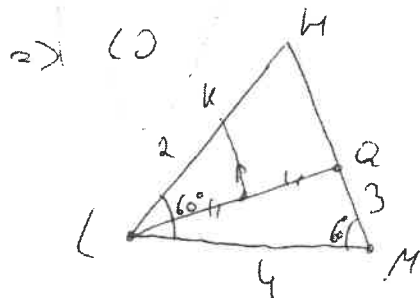
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



По косинусам $\triangle LQM$;
 $LQ = \sqrt{9+6 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{13} \Rightarrow$
 $LP = PQ = \frac{\sqrt{13}}{2}$

Проведем KQ до пересечения с LK , тогда
 $\triangle LKM$ - равнобедренный (два угла по 60°), $KM=4$, $KQ=4-3=1$.
 $LK=4$, в $\triangle LKQ$ косинусов: $LQ^2 = 1^2 + 4^2 - 2 \cdot \cos 60^\circ \cdot 4 \Rightarrow$



Проведем MP на продолжение
 LK , получим $\triangle LPM$ - равнобедренный
 $LM=KM=LK=4$, тогда

$KQ=1$ и $KP=2$; KP - ср. линия $\triangle LKQ$ ($LK=KM=2$ и
 $LP=PQ$ (по условию), тогда $KP = \frac{1}{2} KQ = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5$.

Ответ 0,5

188.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МАООО1838225

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

1	2	3	4	5	6	Σ
10	20	20	20	0		50

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Ответ: 66

Решение:

Рассмотрим случай, когда Л выходит из реф. Тогда в реф не войдет никто кроме тех, кто уже там. Тогда изначально было так КЛК.

Тогда это и есть нужное нам расписание, так как в реф войдет только Л. Тогда будет реф такого вида

ЛККЛККЛКК ... ЛКК (Л) так в реф войдет только Л. Можно было еще такое расписание

КЛКЛКЛКК ... КЛК (Л), но если Л войдет так реф у реф не будет никого кроме Л, так как реф войдет только Л. Тогда будет 34 Л и 66 К.

105.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

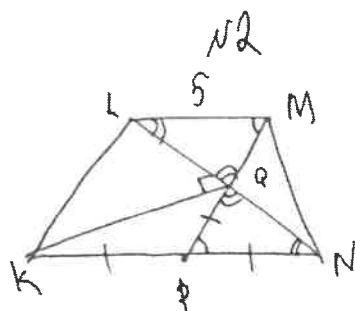
Вариант №

4

МА 0001838225

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проставлять только те, что дано в условии с той стороны листа, в каком справа



1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Ответ: 5

Решение:

т.к. $\angle LQK = 80^\circ$, $\angle KQN = 80^\circ$ (смен)

тогда QP (как медиана в KQN) $= KP = PN = QP$

соответственно $QP = PN \Rightarrow QPN$ - равноб.

$\angle LMP = \angle MPN$ (как накрест лежащие)

и

$\angle LQM = \angle PQN$ (как верш.)

тогда $\triangle MQP \approx \triangle NQP$, тогда MPN тоже равноб.

$\Rightarrow \angle LMN = MPN = 5^\circ$ из условия.

207.

Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 1 8 3 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Ответ: 96.

Решение

$$\frac{n^2 - 21}{n^2 - (n + 15)}$$

Заметим, что разность между минимальным и максимальным и все селфрисующимися числами, так что разность n^2 есть и сверху и снизу.

После сверху число равно n^2 от 0, тогда минимальное n^2 и от n , которое постоянно увеличивается.

~~$$\frac{n^2 - 21}{n^2 - (n + 15)}$$~~

После минимальное число будет всегда уменьшаться, только при $n=5$ будет больше n^2 минимальное или при $n=6$ равно. В остальных

случаях оно будет уменьшаться на 1 и какое-то число от -20 до -115 ($-11-15$) появится в ответах. Соответственно и все числа будут равными.

После всего получим 96 ($100-5+1$). Но и это ответ

05.

ВНИМАНИЕ! Препоречается только то, что написано с этой стороны листа в рамках стрелы



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

МА 0001838225

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N4

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Ответ: $\frac{1}{8}$

Решение

Заметим, что $\frac{mn}{m+n} = 1 : \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$

Поэтому узнавая, на сколько сложилось, все уроды, а только после переводимых.

Если рожаем уроды, то мы суммируем их как $\frac{m+n}{mn} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$.

Поэтому в конце мы сложим все уроды, а потом переводимых их. Так как в нашем списке нет 0, то это возможно.

Заметим, что как бы мы не складывали и не комбинировали числа, если бы было суммировано по какому-то числу, как если бы мы взяли 1 урод и сложилим помер как бы все числа. Тогда и вариант будет один и тот же суммируем уроды, которую после мы переводимых.

А так $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{5}$

Заметим, что $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$. Так мы получим при их сложении то же число, что и в варианте. Тогда сумма будет равна 8, а переводимых по $\frac{1}{8}$.

20.

Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 1 8 3 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

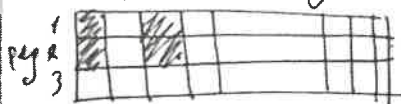
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Ответ: 20·19·18·17·2⁴

Решение:

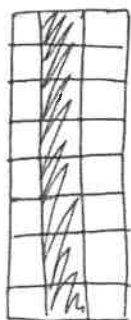
I случай: когда картина выглядит так.



Пара фигурку можно расположить в 12 местах или в 23 местах за 20. После завершения можно вернуть оставшиеся 19 фигур и поставить фигуру 2-м способом. Пара кенгуров выведет так.

$$20 \cdot 2 \cdot 18 \cdot 2 \cdot 16 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 2 = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 2^4$$

II случай: когда картина выглядит так:



1 2 3
ру

Пара во 2-й ру ставит фигуру вертикально, так пара не все 20 вертикальных фигур можно будет успешно поставить.

Пара

Но если в поле не будет стоять ни одна из фигур, то поставим все вертикальные фигуры и получим.

А у нас всего 4 таких фигуры. Поэтому подходит только первый случай и другие случаи не.

05

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О О 9 8 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
16	20	4	0	10		50

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №1

Курцы всегда стоят парами, иначе не выполняется условие про то, что рядом с курцом ровно один разбойник. Между парами курцов может стоять либо 1, либо 2 разбойника. Трире разбойников рядом стоять не могут, иначе у центрального не будет курца рядом. Один курец стоять не может, т.к. тогда рядом с ним будет два разбойника. Трире курцов рядом стоять не могут, иначе у центрального не будет разбойника рядом. Т.к. нам нужно наименьшее количество курцов, разбойников должно быть как можно больше. Значит, рассмотрим ситуацию, когда и курцы, и разбойники стоят парами. Четверка ККРР будет повторяться 250 раз и останется один последний человек, который должен быть курцом. Но, т.к. стал курцом, то в шесте стыковки начала и конца будет три курца, что не подходит по условию задачи. Значит, можно попробовать убрать последнюю четверку ККРР и на её место поставить тройку ККР. Тогда, у нас осталось $1000 - 249 \cdot 4 - 3 = 2$ человека. Может быть два варианта поставить эту двойку: КК, РР, КР, РК. Первые два варианта не подходят, т.к. будет либо три курца подряд, либо три разбойника подряд. Третий вариант не подходит, т.к. курец будет стоять один. Четвертый вариант не подходит, т.к. будет три курца подряд. Значит, такой случай не возможен. Заменим две последние четверки ККРР на тройки ККР, тогда у нас осталось 3 человека. Мы можем опять поставить тройку ККР. Получим расстановку $\underbrace{ККРР \dots ККРР}_{248 \text{ раз}} ККРККРККР$. В ней выполняются все условия и курцов в ней $2 \cdot 248 + 2 \cdot 3 = 496 + 6 = 502$. Три последние замеченные тройки на четверки количество курцов будет только увеличиться.

Ответ: 502

165.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

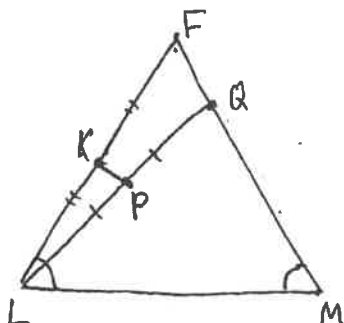
Вариант № 1

М А О О О О 9 8 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Задача №2

Дано: $\angle KLM$, т. Q внутри $\angle KLM$

$KL = 2$, $MQ = 3$, $LM = 4$.

$\angle KLM = \angle LMQ = 60^\circ$

P - середина LQ

Найти: KP

Решение:

- 1) Доп. н.: $QM \cap LK = F$
- 2) В $\triangle LFM$ $\angle LFM = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$, значит, $\triangle LFM$ - равносторонний.
- 3) $LM = LF = 4$ (т.к. $\triangle LFM$ - равносторонний), $LK = 2$, тогда $FK = LF - LK = 4 - 2 = 2$, т.е. $LK = FK$ (K - середина LF)
- 4) В $\triangle FLQ$ KP - средняя линия по определению (P - середина LQ по условию, K - середина LF по доказанному), значит, $KP = \frac{1}{2} FQ$
- 5) В $\triangle LFM$ $FM = LM = 4$, $MQ = 3$, тогда $FQ = LM - MQ = 4 - 3 = 1$
- 6) $KP = \frac{1}{2} FQ$, $FQ = 1$, значит, $KP = \frac{1}{2} \cdot 1 = 0,5$

Ответ: 0,5

205.

Задача №4

$A_{11}^2 = \frac{11!}{9!} = 11 \cdot 10 = 110$ - количество вариантов выбрать пару чисел для преобразования. Таких выборов будет 16, значит, всего вариантов последовательности ходов будет $110 \cdot 16 = 1760$. При каждой разн. последовательности ходов в конце будет получиться разный набор чисел, т.е. ч. сумма квадратов этих чисел тоже будет разная.

Ответ: 1760

05.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	0	0	0	0	9	8	0	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 7.5

Прямоугольник 3×10 можно разбить на 5 прямоугольников 3×2 , каждый из которых будет состоять из двух укладов. Есть два варианта расположения укладов внутри прямоугольника 3×2 :  или . Всего таких

прямоугольников 5, значит, количество вариантов расположения уло-
лочков в прямоугольнике 3×10 равно 2^5 . Возьмем при данных учета
номерами 1, 2 и 3. Для раскраски одного улочка будет 6:

1	2
3	

1	3
2	

2	1
3	

2	3
1	

3	1
2	

3	2
1	

 Всего флажков в таблице 10, значит,

3 2 3 1 2 7
всего вариантов набора раскрасок угазов будет 6^{10} . Значит, всего вариантов раскраски клеток в таблице будет

$$2^5 \cdot 6^{10} = 2^5 \cdot 2^{10} \cdot 3^{10} = 2^{15} \cdot 3^{10}$$

Orbiter: $2^{15} \cdot 3^{10}$

Задача $\sqrt{3}$

Посчитаем разницу между любыми двумя соседними членами последовательности:

$$\begin{aligned}
 a_{n+1} - a_n &= \frac{(n+1)^2 - 2}{(n+1)^2 - (n+1) + 2} - \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} = \frac{n^2 + 2n + 1 - 2}{n^2 + 2n + 1 - n - 1 + 2} - \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} = \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 + n + 2} - \frac{n^2 - 2}{n^2 - n + 2} = \\
 &= \frac{(n^2 + 2n - 1)(n^2 - n + 2) - (n^2 - 2)(n^2 + n + 2)}{(n^2 + n + 2)(n^2 - n + 2)} = \frac{(n^4 - n^3 + 2n^2 + 2n^3 - 2n^2 + 4n - n^2 - 2) - (n^4 + n^3 + 2n^2 - 2n^2 - n^4)}{n^4 - n^3 + 2n^2 + n^3 - n^2 + 2n + 2n^2 - 2n + 4} = \\
 &= \frac{n^4 + n^3 - n^2 + 5n - 2 - n^4 - n^3 - 2n^2 + 2n + 4}{n^4 + 3n^2 + 4} = \frac{-n^2 + 7n + 2}{n^4 + 3n^2 + 4}
 \end{aligned}$$

При $n \leq 7$ $n^4 + 3n^2 + 4$ — $n^4 + 3n^2 + 4$
~~До $n=7$~~ разность будет больше нуля, т.е. каждый следующий член будет
 больше предыдущего. При $n > 7$ разность будет отрицательной, т.е.
 каждый следующий член будет меньше предыдущего. Понятно,
 что если рассматривать эти участки по отдельности, повторяю-
 щихся чисел не будет. Докажем, что одно число не может быть
 сразу в двух участках:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О О 9 8 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

задача 13 (продолжение)

П.к. при $n \leq 7$ последовательность возрастает, то самый большой член на этом участке (и на всей последовательности) будет

$$a_7 = \frac{49-2}{49-7+2} = \frac{47}{44} = 1 \frac{3}{44}$$

П.к. при $n > 7$ последовательность убывает, то самый маленький член на этом участке будет

$$a_{100} = \frac{10000-2}{10000-100+2} = \frac{9999}{9902} = 1 \frac{97}{9902}$$

$$a_1 = \frac{1-2}{1-1+2} = -\frac{1}{2}$$

На первом участке ($n \leq 7$) все члены последовательности находятся в промежутке от $-\frac{1}{2}$ до $1 \frac{3}{44}$, т.е. $-\frac{1}{2} \leq a_n \leq 1 \frac{3}{44}$ при $n \leq 7$.

На втором участке ($n > 7$) все члены последовательности находятся в промежутке от $1 \frac{3}{44}$ до $1 \frac{97}{9902}$, т.е. $1 \frac{3}{44} \leq a_n \leq 1 \frac{97}{9902}$ при $n > 7$.

45.