Информатика. 11 класс

Шифр	ФИО	Итого балл	Статус
ИН0001922125	Букин Данил Сергеевич	100	Победитель
ИН0001192925	Олешко Егор Сергеевич	100	Победитель
ИН0001451925	Потехин Данила Андреевич	100	Победитель
ИН0001972825	Прилепин Александр Сергеевич	100	Победитель
ИН0001919125	Савинова Полина Александровна	100	Победитель
ИН0001564525	Постиков Сергей Романович	93	Победитель
ИН0001412325	Ивасенко Илья Даниилович	92	Победитель
ИН0001943225	Чичерин Александр Петрович	92	Победитель
ИН0001487925	Бакулев Александр Михайлович	91	Победитель
ИН0001368625	Никишкин Владислав Александрович	91	Победитель
ИН0001937525	Галиуллин Самир Айратович	86	Победитель
ИН0001952425	Кириллов Георгий Александрович	86	Победитель
ИН0001629625	Селяев Виктор Николаевич	86	Победитель
ИН0001805025	Колодников Максим Константинович	84	Победитель
ИН0001918025	Савков Демьян Васильевич	84	Победитель
ИН0001480225	Казунин Никита Васильевич	83	Победитель
ИН0001252225	Асон Константин Александрович	79	Призёр II степени
ИН0001624025	Байзигитов Динислам Алмасович	79	Призёр II степени
ИН0001223225	Балюк Иван Юрьевич	79	Призёр II степени
ИН0001955825	Валиахметов Тимур Радикович	79	Призёр II степени
ИН0001915125	Гурьянов Алексей Дмитриевич	79	Призёр II степени
ИН0001894625	Джиоев Владимир Давидович	79	Призёр II степени
ИН0001914525	Илларионов Артем Владиславович	79	Призёр II степени
ИН0001467325	Кадочников Арсений Михайлович	79	Призёр II степени
ИН0001938525	Климин Андрей Валентинович	79	Призёр II степени
ИН0001769625	Колесник Анастасия Владимировна	79	Призёр II степени
ИН0001930125	Крылов Дмитрий Александрович	79	Призёр II степени
ИН0001642625	Куприянов Михаил Александрович	79	Призёр II степени
ИН0001942725	Тимофеев Александр Алексеевич	79	Призёр II степени
ИН0001517225	Попов Тихон Дмитриевич	78	Призёр II степени
ИН0001387425	Профе Дмитрий Александрович	78	Призёр II степени
ИН0001346425	Фрайнд Алексей Алексеевич	78	Призёр II степени
ИН0001658725	Шпаченко Матвей Александрович	78	Призёр II степени
ИН0001908125	Петров Дмитрий Андреевич	77	Призёр II степени
ИН0001932625	Пискунов Данил Максимович	77	Призёр II степени
ИН0001289325	Халиуллова Амира Алмазовна	77	Призёр II степени
ИН0001623525	Чуйко Алексей Игоревич	77	Призёр II степени
ИН0001628325	Агафонов Михаил Александрович	76	Призёр II степени
ИН0001385325	Трошин Антон Александрович	76	Призёр II степени
ИН0001624125	Щипунова Дарья Дмитриевна	76	Призёр II степени
ИН0001433925	Юнусова Камила Азатовна	75	Призёр II степени

ИН0001747025	Якимов Михаил Иванович	75	Призёр II степени
ИН0001681225	Величко Дмитрий Иванович	71	Призёр II степени
ИН0001729225	Громачков Глеб Юрьевич	71	Призёр II степени
ИН0001683225	Князьков Алексей Егорович	71	Призёр II степени
ИН0001334625	Рагинский Арсений Антонович	71	Призёр II степени
ИН0001912425	Солдатов Егор Витальевич	71	Призёр II степени
ИН0001929125	Трифонов Матвей Олегович	71	Призёр II степени
ИН0001219925	Хотиловский Андрей Сергеевич	71	Призёр II степени
ИН0001264825	Белоусов Андрей Павлович	70	Призёр II степени
ИН0001692425	Королев Михаил Алексеевич	70	Призёр II степени
ИН0001536325	Кравченко Егор Степанович	70	Призёр II степени
ИН0001788725	Смолева Наталия Сергеевна	70	Призёр II степени
ИН0001373125	Мельников Александр Владимирович	69	Призёр III степени
ИН0001259225	Харитонова Лилия Геннадиевна	69	Призёр III степени
ИН0001796525	Кузнеченко Анастасия Тимофеевна	68	Призёр III степени
ИН0001950225	Александров Дмитрий Владимирович	66	Призёр III степени
ИН0001644325	Зайнуллин Тимур Вадимович	66	Призёр III степени
ИН0001559925	Кондратьев Игорь Андреевич	66	Призёр III степени
ИН0001943825	Котельников Олег Владимирович	66	Призёр III степени
ИН0001646825	Таратушкин Александр Андреевич	66	Призёр III степени
ИН0001193325	Габов Ренат Евгеньевич	65	Призёр III степени
ИН0001250425	Минаков Павел Сергеевич	65	Призёр III степени
ИН0001886525	Светличный Максим Андреевич	65	Призёр III степени
ИН0001286725	Мочалин Александр Ильич	64	Призёр III степени
ИН0001553325	Петухов Кирилл Вадимович	64	Призёр III степени
ИН0001401225	Голуб Андрей Сергеевич	63	Призёр III степени
ИН0001487725	Григорьев Владислав Сергеевич	63	Призёр III степени
ИН0001897125	Давыденко Тарас Николаевич	63	Призёр III степени
ИН0001256825	Жеребятьев Даниил Ильич	63	Призёр III степени
ИН0001230125	Кравченко Мария Алексеевна	63	Призёр III степени
ИН0001903225	Мартынов Аким Станиславович	63	Призёр III степени
ИН0001935525	Некрасов Юрий Павлович	63	Призёр III степени
ИН0001454425	Пивцаев Владислав Иванович	63	Призёр III степени
ИН0001941125	Третьяков Артём Витальевич	63	Призёр III степени
ИН0001228525	Шакиров Михаил Зинурович	63	Призёр III степени
ИН0001886825	Ахметов Руслан Ринатович	62	Призёр III степени
ИН0001956925	Груздев Тимур Павлович	62	Призёр III степени
ИН0001916425	Дубинский Максим Александрович	62	Призёр III степени
ИН0001540225	Капитанов Антон Петрович	62	Призёр III степени
ИН0001953025	Логинов Олег Алексеевич	62	Призёр III степени
ИН0001433525	Муштриев Максим Игоревич	62	Призёр III степени
ИН0001941725	Ахметшин Эмиль Русланович	61	Призёр III степени
ИН0001253325	Тимофеев Сергей Михайлович	61	Призёр III степени
ИН0001244025	Лысаков Владимир Константинович	60	Призёр III степени

ИН0001548025	Тихомирова Дарья Евгеньевна	60	Призёр III степени
ИН0001282525	Волычев Кирилл Максимович	58	Призёр III степени
ИН0001967725	Юскин Никита Григорьевич	58	Призёр III степени

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И 4 0 0 0 1 9 2 2 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	21	23	24		100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание № 1

В моих обозначениях $x \& y$ – порозрядная конъюнкция, $x \wedge y$ – порозрядное исключ. или, $x | y$ – порозрядная дизъюнкция.

По условию:

$x \& y = 1057$

$x \wedge y = 2566$

$(x+y) \wedge z = 3659$

$z | w = 7183$

Запишем двоичные представления чисел из условий.

$1057 = 0100\ 0010\ 0001_2$

$2566 = 1010\ 0000\ 0110_2$

$3659 = 1110\ 0100\ 1011_2$

$7183 = 11100\ 0000\ 1111_2$

Для начала посмотрим на два первых уровнения.

$x \& y = 1057$

$x \wedge y = 2566$

Попробуем восстановить число x и y по данным равенствам.

т.к. $x \& y = 1057$, то x и y имеют единицы на тех же позициях, что и число 1057 => ~~xyz~~ $x = .1..\ ..1.\ ...1$

$y = .1..\ ..1.\ ...1$

Теперь посмотрим на $x \wedge y = 2566$, где у числа 2566 0 в двоичной записи, там числа x и y имеют одинаковый бит (у обоих 1 или у обоих 0) и т.к. если у x и y на этой позиции 1, то значит при конъюнкции там также будет 1, а т.к. все такие значения мы уже определили => x и y будут иметь 0 в данном бите. т.к. $2566 = 1010\ 0000\ 0110_2$ => $x = .1.0\ 0010\ 0..1$

$y = .1.0\ 0010\ 0..1$

Получается, что таким образом мы восстановили числа x и y с точностью до 4 бит, стоит отметить, что мы не будем рассматривать биты старше 12, т.к. их ~~xor~~ исор и конъюнкция равны 0 => у x и y данные биты равны 0.

Теперь давайте посчитаем число пар (x, y), которые будут решением обоих данных уровнений. т.к. мы знаем x с точностью до 4 бит => всего будет 2^4 вариантов x и т.к. мы знаем, что в не известном нам разряде исор x и y равен 1 => в данном разряде или у x или у y стоит единица => если мы зафиксируем x, то мы однозначно определим y пример если $x = 1110\ 0010\ 0111$, то $y =$ $y = 0100\ 0000\ 0001$ => всего будет 16 таких пар (x, y).

Теперь давайте посмотрим на значение $x+y$ посчитаем в столбик, там где точки сумма уже 1

$$\begin{array}{r} +\ .1.0\ 0010\ 0..1_2 \\ .1.0\ 0010\ 0..1_2 \\ \hline 10010\ 0100\ 1000_2 \end{array}$$

$+ \begin{array}{c} \cdot_2 \\ \cdot \end{array}$

Это число $10010\ 0100\ 1000_2 = 4680$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 1 9 2 2 1 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

т.к. $x+y=4680$ всегда $\Rightarrow$

$4680 \wedge z = 3659 \Rightarrow z = 3659 \wedge 4680$

$$\begin{array}{r} 1\,0010\;0100\;1000_2 \\ \wedge\; 0\,1110\;0100\;1011_2 \\ \hline 1\,1100\;0000\;0011_2 \end{array}$$

$1110000000011_2 = 7171 \Rightarrow$ z всегда 7171, стоит сказать, что т.к. $x+y=4680$ всегда $\Rightarrow$ выбранные нами x и y не будут влиять на z, и

Теперь посмотрим на последнее уровнение

$z \mid w = 7183$

$z = 7171$

$$\begin{array}{r} 1\,1100\;0000\;0011_2 \\ \mid\; \ldots\;\ldots\;\ldots \\ \hline 1\,1100\;0000\;1111_2 \end{array}$$

Если бит z ровен 0 и этот же бит 7183 равено 0 $\Rightarrow$ этот бит у w также 0 $\Rightarrow$

$w = \ldots 00\;0000\;\ldots_2$

Если бит z ровен 0 и этот же бит 7183 ровен 1 $\Rightarrow$ этот бит у w ровен 1 $\Rightarrow$

$w = \ldots 00\;0000\;11\ldots_2$

В битах, помечаных точками бит z ровен 1 и бит 7183 ровен 1 $\Rightarrow$ при любом состоянии бита w мы получим 1, а значит в битах, помеченных точками может быть любое значение $\Rightarrow$ т.к. точек в записи всего 5 $\Rightarrow$ будет 2^5 вариантов w и т.к. существует 2^4 вариантов пары (x,y), ~~которые никак не влияют на z~~ $\Rightarrow$ будет $2^4 \cdot 2^5 = 2^9 = 512$ вариантов такой четвёрки $x\;y\;z\;w$, которая будет решением данной системы

Ответ: 512

Задание №2

Для начала определим число таких троек, что их сумма кратна 5

Давайте выберем два первых числа, это можно сделать $10 \cdot 10 = 100$ способами, т.к. каждое из чисел от 0 до 9, пусть сумма выбраных чисел x, тогда оставшееся число y должно быть таким, что $x+y \underset{5}{\equiv} 0 \Rightarrow x \underset{5}{\equiv} -y \Rightarrow$ $y \underset{5}{\equiv} -x$ т.к. у нас y от 0 до 9, а среди данных чисел каждый остаток при делении на 5 встретится дважды $\Rightarrow$ для заданного x будет существовать толь 2 подходящих y из отрезка $[0,9] \Rightarrow 100 \cdot 2 = 200$ вариантов троек.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 1 9 2 2 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

т.к. всего возможно 200 троек, то значит, если последовательность ~~хода~~ имеет длину $3n$, то она имеет $200^{\frac{3n}{3}} = 200^n$ различных вариантов $\Rightarrow$ $n \in \mathbb{N}$

т.к. мы хотим минимум 10^{15} вариантов последовательностей $\Rightarrow$

$$200^n \geq 10^{15} \Rightarrow n \lg 200 \geq 15 \Rightarrow n(\lg 2 + \lg 100) \geq 15 \Rightarrow 2n + n\lg 2 \geq 15 \Rightarrow$$

$$n \geq \frac{15}{(2+\lg 2)} \geq \frac{7\cdot 2 + 7\lg 2 + 1 - 7\lg 2}{(2+\lg 2)}$$

$$n \geq 7 + \frac{1-\lg 128}{2+\lg 2} \qquad \frac{1-\lg 128}{2+\lg 2} < 0 \text{ т.к. } 2+\lg 2 > 0$$

, а $1 - \lg 128 < 0$ т.к. $\lg\frac{1}{128} < 0$, т.к. $\frac{1}{128} < 1$

т.к. $\frac{1-\lg 128}{2+\lg 2} < 0 \Rightarrow 7 + \frac{1-\lg 128}{2+\lg 2} < 7 \Rightarrow n = 7$, т.к. [illegible]

т.к. $n = 7 \Rightarrow$ последовательность имеет длину $3 \cdot n = 3 \cdot 7 = 21$

Также можно сказать, что 200^n увел. при увел. n и т.к. $200^7 \geq 10^{15}$, т.к. $2^7 \cdot 10^{14} \geq 10^{15} \Rightarrow 2^7 \geq 10$ т.к. $128 \geq 10$, а $200^6 < 10^{15}$ $64 \cdot 10^{12} < 10^{15}$, $64 < 1000 \Rightarrow n = 7$ минимальное значение при котором $200^n > 10^{15}$

Ответ: 21

Задание № 3

Минимальная куча, которая разбивается на три различные по весу это 6, т.к. самые маленькие размеры это 1, 2 и 3 $\Rightarrow$ их сумма 6.

В первом случае у нас одна куча размером 13, а значит после хода первого игрока получится не более одно кучи, которую можно будет в дальнейшем ~~уже~~ снова разделить на 3 кучи, а значить т.к. размер такой кучи будет не больше, чем $13 - 1 - 2 = 10$, то второй игрок сможет победить своим первым ходом, т.к. он просто разобьёт эту кучу на 3 такие, которые в дальнейшем не смогут быть разбиты (10 разбивается на (5; 4; 1)). Мы показали, что второй всегда сможет победить своим первым ходом, теперь покажем, что первый не может победить своим первым ходом, для того, что бы победить ему нужно разбить кучу из 13 на три кучи, которые нельзя разбить, и т.к. макс размер неразбиваемой кучи это 5 т.к. 6 уже разбивается. но т.к. кучи должны иметь разное число камней $\Rightarrow$ сумма трёх неразбиваемых ~~кучек~~ куч

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

И	И	0	0	0	1	9	2	2	1	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

не больше $5+4+3=12$, т.к. количество камней должно быть различно и т.к. $13>12$, первый не сможет сделать такой ход, чтобы победить ⇒ побеждает 2.

Ответ: второй побеждает.

~~[illegible]~~ В третьем случае побеждает 1 игрок. Довайте это покажем. Своим первым ходом он разбивает кучу с 25 камнями на кучи 10 8 7. А далее предерживается следующей стратегии: Если второй как-то взаимодействует с кучей из 10 камней (или ~~кучами~~ кучей которая была полученная кучи с 10 камнями) первый отвечает таким же ходом и т.к. мы сделали две кучи с 10 камнями, то при подобном ходе второго первый всегда сможет сделать аналогичный ход. (т.к. куч с одинаковым числом камней всегда будет чётное кол-во т.к. 1 играет симм.) ~~[illegible]~~ Если же второй взаимодействует с кучей из 7 или 8 камней, то первый взаимодействует с той из них, которую второй не трогал. Т.к. при ходе получаются кучи с различным числом камней, то кучи с 8 и 7 камнями можно разбить таким образом лишь один раз т.к. при таком разбиении максимальное число камней в трёх полученных кучах будет хотя бы на 3 меньше, чем было в исходной ⇒ от кучи с 7 и 8 камнями получатся кучи с 4 и 5 в ~~моих~~ лучшем случае, а они дальше не разбиваются. Таким образом данная стратегия всегда позволит сделать ход первому, если второй смог сделать ход ⇒ первый победит. Ответ: первый побеждает.

Задание №4

Тест 1: Ответ: 16

Тест 2: Ответ: 174

Тест 3: Ответ: 2035

Задание №5

Тест 1: Ответ: 856 6

Тест 2: Ответ: 39995 29997

Тест 3: Ответ: 417241 237216

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 2 | 2 | 1 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3

Задание № 3

Второй случай:

Победит первый ~~игрок~~ игрок. Давайте это покажем.
Первый своим первым ходом разбивает кучу 47 на кучи 38, 5, 4. С кучами 5 и 4 более нельзя взаимодействовать, т.к. было показано ранее минимальное число камней для разбиения кучи на 3 кучи с разным числом камней куча должна иметь хотя бы 6 камней. ⇒ По сути у нас остается возможность использовать только кучи с 38 камнями. Для победы первый будет придерживаться следующей стратегии. Если второй взаимодействует с кучей какого-то размера, то первый таким же образом взаимодействует с другой кучей такого же размера. Т.к. в начале будет 2 кучи с 38 камнями и первый играет симметрично второму, то куч с одинаковым числом камней всегда будет четное число. Таким образом при данной стратегии первый всегда сможет походить, если смог походить второй, а значит ~~первый~~ первый побеждает.
Ответ: первый побеждает.

Лист 5 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	Н	0	0	0	1	1	9	2	9	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	21	23	24		100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

1) $1057_{10} = 10000100001_2$

Тогда пока нам известно следующее:

x 1 - - - - 1 - - - - 1
y 1 - - - - 1 - - - - 1
1057 10000100001

Операция ^ дает 1, только если оба бита равны 1. Прочерком обозначены биты, значения которых пока нельзя определить.

2) $2566_{10} = 101000000110_2$

xor дает 1 только когда биты имеют разные значения.

x - 1 - 0 0 0 1 0 0 - - 1
y - 1 - 0 0 0 1 0 0 - - 1
2566 101000000110

1. Для заполнения некоторых битов, заметим, что xor даёт 0, если оба бита одинаковы. Но это не может быть 2 единицы, так как эти позиции мы нашли в первом шаге. Значит в позициях, которые не были определены ~~раве~~ ранее и xor которых равен 0 будет стоять 0 и в x и в y.

2. В итоге во всех неизвестных позициях xor равен 1, а значит биты имеют разные значения

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 9 | 2 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3) Исходя из прошлого пункта (неизвестные позиции в x и y будут иметь разные значения, 1 и 0 или 0 и 1), можно сделать вывод, что x+y не зависит от значений в этих позициях (сумма бит в них всегда равна 1)

Значит можно однозначно определить x+y:

$x+y = 4680_{10} = 1001001001000_2$ $\qquad 716_{10} = 1011001100_2$

Тогда получаем:

(x+y) 1001001001000

z 1000010000100

716 0001011001100

Итого $z = 1000010000100_2 = 4228_{10}$

4) $4239_{10} = 1000010001111_2$

z 1000010000100

w -0000-0001-11

4239 1000010001111

Прочерками обозначены биты, которые могут иметь любое значение.

Итого:

x имеет 4 прочерка, значит принимает $2^4 = 16$ ~~зна~~ различных значений.

Так как в местах прочерков в x и y разные биты, то для каждого x однозначно подбирается y.

z принимает только одно значение, равное 4228_{10}

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 9 | 2 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

w имеет три прочерка, значит принимает $2^3=8$ различных значений.

Количество четвёрок чисел - решений системы равно $16\cdot 8=128$

Ответ: 128

№2

Так сумма цифр в блоке чётна, значит в блоке либо 3 чётных цифры, либо 1:

3 чётных: $5\cdot5\cdot5=125$

1 чётное: $3\cdot5\cdot5\cdot5=375$ (так как ~~чётные~~ ~~чётного~~ чётную цифру можем поставить на 1 из 3 позиций)

Итого каждый блок принимает 500 различных значений. Значит ~~каждая~~ последовательность может принимать 500^{n} различных значений, где 3n - длина последовательности.

Получаем неравенство: $\left[\begin{array}{l} 500^{n}\geq 10^{15} \\ 5^{n}\cdot 10^{2n}\geq 10^{15} \end{array}\right.$

Начнём перебор с n=4:

$5^4\cdot10^8\geq10^{15}$

$625\geq10^7$

не подходит

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

/ **Вариант №** 1

И	Н	0	0	0	1	1	9	2	9	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$n=5$:

$5^5 \cdot 10^{10} \geq 10^{15}$.

$625 \cdot 5 \geq 10^5$

$3125 \geq 10^5$

не подходит

$n=6$

$5^6 \cdot 10^{12} \geq 10^{15}$

$125^2 \geq 1000$

$15625 \geq 1000$

подходит

Значит $n \geq 6$

Следовательно длина последовательности $3n \geq 18$

Ответ: длина больше или равна 18

№ 3

Заметим, что числа 1, 2, 3, 4, 5 нельзя разложить на сумму 3 различных чисел. Такие числа назовём плохими. Остальные числа плохими не являются, т.к их можно разложить хотя бы одним ~~спо~~ способом: $1+2+n$ $(n \geq 3)$. Тогда игрок не может сделать ход, когда все числа на доске плохие.

1) Из числа 13 игрок 1 ~~но~~ не может получить 3 плохих числа, т.к $3+4+5<13$. Он также не может получить более 1 хорошего, т.к $6+7=13$ (нет места для третьего числа)

Значит он может получить только 1 хорошее

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИН0001192925

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

число.

Все возможные варианты этого числа:
6, 7, 8, 9, 10 (11 уже нельзя, т.к. 11+1+2>13)
При каждом из этих вариантов второй игрок может разложить число на доске на 3 плохих и выиграть, т.к. на доске все числа будут плохими:

6 = 3+2+1
7 = 4+2+1
8 = 4+3+1
9 = ~~2+1+6~~ 3+2+4
10 = 1+4+5

Значит в этом случае второй игрок побеждает.

2) Первый игрок раскладывает 39 как 30+4+5
Получаем: 30 30 4 5
Числа 4 и 5 - плохие, значит в дальнейшей игре не учитываются. Значит операцию разложения на сумму можно выполнять только в двух ~~чи~~ числах 30. При такой позиции первый игрок может просто симметрично повторять ходы второго и выиграет, так как всегда будет иметь возможность хода, если она была и у второго игрока.
Побеждает игрок 1.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 9 | 2 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3) Первый игрок раскладывает 24 как 9+8+7

Получаем: ~~9~~ 9 8 7

Заметим, что из чисел 7 и 8 получается только 3 плохих числа, т.к. 6+1+2 > 7 и 6+1+2>8

Тогда пока второй игрок не пугает числа 7 и 8, то 1-й игрок ~~они~~ ходит ~~ходить~~ симметрично, как во второй ситуации. Но если в какой-то момент он стирает 7 или 8 (и получает 3 плохих числа), то 1-й игрок должен стереть оставшееся число (7 или 8) и продолжить ходить симметрично второму игроку, пока ~~у него не~~ тот не сможет ходить.

Первый игрок побеждает.

Ответ: 1) Второй игрок

2) Первый игрок

3) Первый игрок

№5

1) 856 6

2) ~~39995~~ 39995 29997

3) 417241 237216

№4

1) ~~16~~ 16

2) 174

3) 2035

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 4 5 1 9 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	21	23	24		100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

1) 16

2) 174

3) 2035

№1

$x \wedge y = 1057 \Rightarrow x \geq 1057$

$y \geq 1057$

Битово представим результаты выр-ний ~~xor~~ $x \operatorname{xor} y$ и $x \wedge y$:

1057 010000100001_2

2566 101000000110_2

Можно однозначно посчитать $x+y$, т.к. 2566 участвуя в сумме дважды, а 1057 содержится в каждом числе $\Rightarrow x+y = 1057 \cdot 2 + 2566 = 4680$. Единичные биты в ~~xor~~ $x \oplus y$ могут быть либо в x, либо в y, т.к. их 4 $\Rightarrow$ кол-во различных x, y удовлетворяющих условию

$2^4 = 16$.

$(x+y) \operatorname{xor} z = 716 \Rightarrow z = 4228 = 1000010000100_2$

4239. 1000010001111

1000010000100

z в бит представлении обязательно содержатся 10ки, но могут быть и ед. биты, которых есть в z, тогда кол-во удовл усл $2^3 = 8$

выдан доп. бланк №1

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 5 | 1 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Дополнительный бланк №1

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

тогда общее кол-во четверок это
кол-во$(x;y)$ · кол-во(z) · кол-во(w) $= 16 \cdot 1 \cdot 8 = 128$

Ответ 128

№2

Посчитаем сколько есть блоков, где сумма цифр четная.

1 случ: 3 чётные цифры в бл $= 5^3$

2 случ 2 нечет и 1 чет $\to 5^3 \cdot 3$

$5^3 + 3 \cdot 5^3 = 500$

$500^5 < 10^{15}$

$500^6 > 10^{15}$ => минимальная длина псевдовестекыестей = 18

Ответ: 18 и более

№5

1) 856 6

2) 39995 29997

3) 417241 237216

№6 3

1) При 13 первый игрок проигрывает, т.к. в его разбиении будет участвовать число которое можно записать на сумму цифр < 6, которые не являются суммой каких то 3-х N чисел чисел є N

вырон доп. бланк №2

Лист 2 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИН000145192 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Дополнительный бланк №2

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3) 24 и 9

Победа первого, если он разобьёт 24 на 6 8 10, тогда на доске возникнет след. ситуация: 6 8 9 10

6 → после 1-го х. не даст разб. чисел

8 → аналогично с 6

9, 10 → можно разбивать 2 хода сили 2

В такой ситуации, что бы не сделал второй игрок, первый может повторить его ход например второй разбил 8, тогда первый разобьёт 6, также он поступит с 9 и 10, таким образом количество ходов всегда будет чётным, но с учётом первого получается нечет. кол-во, где первый побеждает.

2) 30 и 39.

Победа первого при разбиении 39 на 30,4,5, тогда на доске обр-ся ситуация: 30,30 => => первый может зеркально отражать ходы соперника, и в общем, чтобы в общей сумме получилось нечёт кол-во ходов, т.к. при зеркальном отр-ии x ходов их будет 2x и 1-й сходил разбив 39, то в общ. сумме ходов 2x+1 - нечёт.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИИ0001972825

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	21	23	24		100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Рассмотрим битовую запись ~~чисел~~ чисел 1057 и 2566. (пусть & - конъюнкция, ^ - xor, | - дизъюнкция)

бит	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1057 (x&y)	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
2566 (x^y)	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1

1) Если i-й бит в (x & y) = 1, то ~~это~~ и в x и в y ~~бит~~ i-й бит равен 1. (на основании табл. истинности &)

2) если i-й бит в (x&y) = 0 и в (x^y) = 0, значит в i-й позиции и в x, и в y = 0 (также на основе табл. истинности xor)

3) иначе i-й бит (при (x&y) в i = 0, (x^y) в i = 1) равен 1 либо если в x он 1, а в y он 0, либо наоборот. ~~Назовем такую~~ Таких "неоднозначных" позиций битов у нас 4 - (1, 2, 9, 11 в 0-индексации), значит у нас 2^4 вариантов ~~д~~ пары (x, y). (то есть 16)

~~если~~ в i-й позиции переберем биты в x и y. пусть сумма = 0.

- ~~Добавим к сумме~~ 0 если (x^y и x&y в i-м бите имеют 0)
- Добавим к сумме 2^i если (x^y в i-м бите = 1, а x&y = 0, то есть у x или y в i-м бите 1)
- Добавим $2 \cdot 2^i$ (если x&y в i-м бите имеет 1, то есть у x и y i-й бит 1)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ0001972825

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

получим сумму

$S = 4680$.

Мы знаем что $(x+y) \wedge z = 716$.

Можно банально перебрать по битам 716 и 4680 и найти единственное подходящее $z = 4228$

остается $z \cup w = 4239$. Понятно, что если в i-м бите $z=0$, а $(z \cup w) = 1$, то в w должна быть там 1. Иначе (если в i-м бите $z_i = 1$, $(z \cup w) = 1$) в w может быть там или 1, или 0.

Таких позиций в w 3, то есть существует $2^3 = 8$ подходящих w.

По итогу имеем 2^4 вариантов (x, y), 1 вариант z и 2^3 вариантов w.

Суммарно $2^4 \cdot 1 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$ четверок.

Ответ: 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

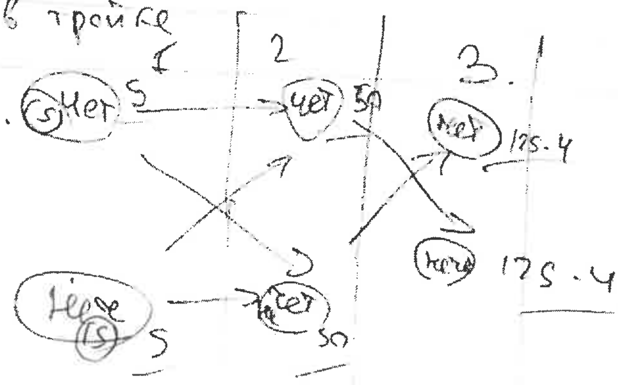
Вариант № 1 | ИИ0001972825 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~Сер.~~ №2

~~Очевидно, что~~ так
от 0 до 9 у нас 5 нечетных чисел и 5 четных
из. в тройке



имеем $4\cdot 5^3=500$ троек четной суммы

Так как тройки независимы, то кол-во способов = ~~как~~ $500^{(\text{кол-во троек})}$

$i: 500^i \geq$ ~~1500~~ 10^{15} ⇒ надо найти минимальное

Такое $i=6$. Следовательно длина в сумме равна $6\cdot 3=18$

Ответ: 18

(Также ~~Так~~ как ~~четных~~ цифр столько же ~~же~~ сколько и нечет, можно понять что и четных сумм столько же сколько и нечет, то есть $\frac{10^3}{2}=500$)

Лист 3 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ0001972825
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Все числа в данной игре можно разделить на условно выигрышное (далее W) и проигрышное (далее L).

Положение игрока назовем "~~победным~~ сильным" если на доске у него на доске нечетное ~~чис~~ кол-во W-чисел, иначе положение "слабое". (очевидно что если его ход и у него нечет. ~~число~~ кол-во W-чисел, то он победит, потому что его ходы по номеру нечетны).

Найдем ~~W~~ все L-числа (либо те которые не разбиваются на сумму, либо те, все разбиения которых дают нечетное число W-чисел). Это 1, 2, 3, 4, 5 (их нельзя разбить) и 13. Другие ~~числа~~ числа — W-числа.

- Все разбиения 13 (все возможные):

→ 1(L) 2(L) 10(W)
→ 1 (L) 3 (L) 9 (W)
→ 1 (L) 4 (L) 8 (W)
→ 1(L) 5(L) 7 (W)
→ 2 (L) 3(L) 8 (W)
→ 2 (L) 4(L) 7 (W)
→ 2(L) 5(L) 6 (W)
→ 3 (L) 4(L) 6 (W)

Все они имеют нечетное число W-чисел, следовательно проигрышные. То есть 13 — L-число

Лист 4 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ0001972825

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано ... в рамке листа

Если не изначально чисел 2, то оптимальна "симметричная" стратегия (доведение большего числа до равного меньшему, при том что ~~числа~~ 3 одно число из трех при разбиении мы "доводим", а остальные 2 оставляем произвольными).

Так вот.

1) Случай где на доске число ~~2~~ одно – 13 ~~про~~ это 2 – числа, то есть победит второй.

2) На доске 30 и 39. Ходим так.

$(30, 39) \xrightarrow{1и} (30, 30, 4, 5)$ — оба 2-числа

Далее ходы могут быть любыми, так как 1-й игрок "зеркалит" ходы второго, что бы тот ни делал.

например:

$(20, 6, 4, 30) \xrightarrow{1} (20, 6, 20, 6) \xrightarrow{2} (10, 8, 2, 6, 20, 6) \xrightarrow{1}$

$\xrightarrow{1} (10, 8, \cancel{10}, 4, 2, 6, 6) \xrightarrow{1} (5, 4, 1, 10, 8, 10, 8, 6, 6) \ldots$

И так далее. Если 1-й "загнал" 2-го в зеркальную игру, это победа вне зависимости от действий 2-го. Победит первый

Лист 5 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИИ00019728 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(3) Если на доске числа 9 и 24, ходы таковы

$(9, 24) \xrightarrow{(1)} (9, 9, 13, 2) \longrightarrow$

2-числа

Далее ходы 2 игрока не имеют значения аналогично ~~ходам~~ предыдущему случаю

Победит первый

Ответ: 1) второй
2) первый
3) первый

№4

~~Файл test~~

Файл "Задача_4.py"

~~Test 1~~

Ответы: Test 1 — 16
Test 2 — 174
Test 3 — 2035

№5

Файл "Задача_5.py"

~~Ответы: Test 1 — 856 6~~
~~Test 2 — 399~~
~~Test 3~~

Ответы:
1) Test 1 - 856 6
2) Test 2 - 39995 29997
3) Test 3 - 417 241 237 216

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	9	1	9	1	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	21	23	24		100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4

Ответ: 1) 3

2) 19

3) 151

Задача №1

Пусть x_i и y_i — разряды x и y на i-ой позиции в двоичной записи. Пусть $x \vee y = f(x,y)$, $x \text{ XOR } y = g(x,y)$. Тогда $f(1,1)=1$, $f(1,0)=1$, $f(0,1)=1$, $f(0,0)=0$, $g(1,1)=0$, $g(1,0)=1$, $g(0,1)=1$, $g(0,0)=0$.

Заметим, что $f(x_i,y_i)=1$ и $g(x_i,y_i)=1$ имеет два решения, $f(x_i,y_i)=1$ и $g(x_i,y_i)=0$ — одно решение, $f(x_i,y_i)=0$ и $g(x_i,y_i)=0$ — 1 решение.

Тогда
$$\begin{cases} x \vee y = 3623 = 111000100111_2 \\ x \text{ XOR } y = 2566 = 101000000110_2 \end{cases}$$

Имеет $2^4=16$ решений, так как на 1, 2, 9, 11 разрядах стоит 1. В то же время заметим, что $x+y=const$ в независимости от выбора x и y, так как x и y могут меняться только в 1, 2, 9, 11 разрядах, на либо $(1;0)$, либо $(0;1)$. Значит найдем $x+y = 2^{11}+(2^{10}+2^{10})+2^9+(2^5+2^5)+2^2+2^1+(2^0+2^0)=4680$,

~~только у одного есть эта степень двойки в~~ ~~10,5,0~~ так как в 11, 9, 2, 1 разрядах из x и y только у одного есть эта степень двойки,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

И	Н	0	0	0	1	9	1	9	1	2	5

Вариант № 4 Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №1
(продолжение)

в 10, 5, 0 - у обоих (если поразрядно идти по степеням выше на x и y). Раз $x+y=4680=$
$=1001001001000_2$, то 1001001001000_2 XOR $=76=$
$=0001011001100_2$. Значит, $z=1000010000100_2=$
$=4228$. Раз $z=4228$, то 1000010000100_2 и
$w=4239=1000010001111_2$. Тогда у w будут нули на тех разрядах, где ноль у 4239. В остальных местах будут 1, если z = 0, и 0 или 1, если у z 1. Значит 12, 7, 2 могут быть 0 или 1 у w на ~~...~~ однозначно задается. Итого, $16\cdot1\cdot8=128$ вариантов выбрать 4. Ответ: 128

Задача №5

1) 608 36
2) ~~39~~77 71
3) 41566 55

Задача №2

1) Найдем количество троек (x, y, z) где $0\le x,y,z\le5$, $x+y+z$ кратно 2 и $x+y+z>2$
{0; 2; 4} - четные {1, 3, 5} - нечетные
если $x+y+z$ - четное, то либо 3 четных, либо 1 четное и два нечетных. В первом случае 3^3 способов, во втором $(3\cdot3)\cdot3^2$ (выбираем позицию для четного, а затем $3\cdot3$ способа выбрать нечетные на оставшиеся позиции)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 9 1 9 1 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №2 (продолжение)

Получаем $27+81=108$ троек с четной суммой. Вычтем количество таких троек с $x+y+z \le 2$ (либо сумма 0, либо 2)

В первом случае - 1 вариант $(0,0,0)$

Во втором - если есть два, то $(2,0,0)$, $(0,2,0)$, $(0,0,2)$, если один „0" и две „1", то еще 3 способа $(0,1,1)$, $(1,0,1)$, $(1,1,0)$. Получается всего $108-7=101$ подходящих троек

2) Пусть k - количество блоков длины 3 в передаваемой последовательность. Заметим, что k блоков задают 101^k последовательностей, так как выбор конкретного блока не зависит от выбора остальных. Нам требуется такое k, чтобы $101^k > 101^2$ Значит $k \geq 2$

Ответ: последовательности должны быть длины $3 \cdot k$, где $k > 2 \in N$

Задача №3

1) после хода первого на доске не могут быть 2 числа ≥ 6, так как тогда сумма будет $\geq 1+6+7=14$

Значит, на доске будут 2 числа < 6 и одно $6 \le x \le 10$. Тогда второй игрок сможет его разложить в сумму трех различных чисел ≤ 5, так как $3+4+5=12>10$.

Значит, после хода второго первый проиграет

2) Пусть первый игрок разложит 63 на 50, 7, 6.

Тогда стратегия первого - симметрично повторять ходы второго игрока. Только заметим, что если

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

4	Н	0	0	0	1	9	1	9	1	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3 (продолжение)

второй в какой-то момент разложит 6, то первый следующим ходом разложит 7, если 7, то первый – 6. Разложенные 6 или 7 „выбывают" из игры, так как 7 по крайней мере 5, 1, 1; 6 – 4, 1, 1; а числа ≤ 5 разложить нельзя (так как 1+2+3=6)

Значит в этом случае стратегия победы вне зависимости от игры второго есть у первого

3) пусть первый сразу сделает на доске ~~6, 7, 9~~ 6, 7, 9, 10 (6, 7, 9 = вместо 22), тогда если второй когда-либо разложит конкретно эту шестерку, то первый разложит семерку (и наоборот), если 10, то первый 9 (и наоборот). Тогда 6 и 7 сразу „выбывают", а вместо 9 или 10 первому нужно написать либо без числа ≥ 6, если второй там разложит, либо с одним таким числом. Получается при ходе второго всегда четное кол-во чисел ≥ 6. Значит выиграет первый

Ответ: 13 – второй, 50463 – первый, 10 и 22 – первый.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 5 6 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

> **ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	14	23	24		93

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. $x \vee y = 3623$

$x \text{ xor } y = 2566$

$(x+y) \text{ xor } z = 716$

$z \vee w = 4239$

$x \vee y =$ 0111000100111

$x \text{ xor } y =$ 0101000000110

$(x+y) \text{ xor } z =$ 0001011001100

$z \vee w =$ 1000010001111

Составим таблицу и будем её постепенно заполнять

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x	0	–	1	–	0	0	0	1	0	0	–	–	1
y	0	–	1	–	0	0	0	1	0	0	–	–	1
(x+y)	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
w	–	0	0	0	0	–	0	0	0	1	–	1	1

Если $x \vee y$ содержит бит равный 0, то в x и y этот бит тоже равен 0.

Если в $x \vee y$ бит $=1$, а в $x \text{ xor } y = 0$, то в x и y этот бит $= 1$

В остальные вариантах мы можем поставить 1,0 или 0,1

Сложим то, что получили.

Xor обратимая функция, так что мы можем восстановить z

Аналогично $x \vee y$ определим биты для w, но так же будем учитывать то, что если $z \vee w$ имеет бит $=1$, а $z=0$, то бит в w будет $=1$

„–" - помечены неизвестные биты

В итоге получаем 2^4 вариантов для x, y и 2^3 для w.

Ответ: $2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 6 | 4 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. Посчитаем кол-во вариантов для блока.

Всего вариантов $6^3 = 216$, ровно половина делится на 2, то есть 108.

Рассмотрим случаи с суммой ≤ 2:

000 002 011
020 101
200 110

их 7. Тогда вариантов для блока 101.

n - длина последовательности

При $n = 3$, будет всего 101 последовательность

При $n = 6$: будет 101^2 послед., что больше 1012

Ответ: при $n \geq 6$, $n: 3$

3. 1 случай при числе 13.

$1+2+3=6$ - минимальное число, которое раскладывается на тройку.

Первый игрок не может закончить игру сразу, потому что $13 > 3+4+5$ (числа, которые не раскладываются)

Но также первый игрок не может получить два числа, которые раскладываются, ведь минимальное такое число - это $1+6+7=14$

Получается, что всегда будет оставаться 1 число, которое можно разложить. Следовательно второй игрок сделает 1 ход и выиграет.

Ответ: выиграет второй игрок

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | НН000156452 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2 случай при 50 и 63.

Первый игрок сделает такой ход:

63 = 50 + 6 + 7

50 63 → 50 50 6 7

Далее первый игрок просто будет дублировать ходы второго игрока, если он будет менять 50, а если он разложит 6, то первый может разложить 7 и чётность ходов не поменяется. В случае разложения 7 вторым игроком, первый разложит 6, чётность ходов также не изменится.

Ответ: выиграет первый игрок.

3 случай при 10 и 22

Как бы первый игрок не старался, выиграть у него не получится.

Допустим, что он попытался разложить 10 на 145, тогда рассмотрим игру с 22.

Самый оптимальный случай тогда будет такой

22

↓ второй

10 11 1

↓ первый

127 11 1

↓ второй

127 1281

↓ первый

12724 1281 $\xrightarrow{\text{второй}}$ 121241212 51

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	5	6	4	5	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Второй побеждает.

Допустим, что первый попытался разложить 10 на 127, тогда оптимальная игра будет такой

10 22

↓ первый

127 22

↓ второй

127 10 111

Ответ: выигрывает второй игрок.

4. 1. 3
   2. 19
   3. 151

5. 608 36
   9377 71
   41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И Н 0 0 0 1 4 1 2 3 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. $x \wedge y = 1057_{10} = 10000100001_2$

$x \text{ xor } y = 2566_{10} = 101000000110_2$ $\Big| \Rightarrow$

$\Rightarrow$ числа x, y – имеют вид:

• $1 \cdot 000100 \cdot\cdot 1_2$, где $\cdot$ – 0 или 1, причем если для x $\cdot$ будет равна 1, то для y она будет равна 0.

Всего 2^4 вариантов для $(x; y)$.

~~Учитывая, что числа симметричны $\Rightarrow \frac{2^4}{2} = 2^3$ вариантов для x, y.~~

$x + y = 1110001001111_2$ $\Big\}$
$010000100001_2 +$ $= 4680_{10}$

$4680_{10} \text{ xor } z = 3659_{10} \Rightarrow z = 3659_{10} \text{ xor } 4680_{10} =$

$= 7171_{10}$

1	2	3	4	5	Σ
17	15	21	15	24	92

$z \vee w = 7183_{10} = 1110000001111_2$

$z = 1110000000011_2$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ w имеет вид: $\cdot\cdot\cdot 00000011 \cdot\cdot_2$

Всего 2^5 вариантов для w.

Итого: $\underset{\text{вар для } (x;y)}{2^4} \cdot \overset{\text{вар для } z}{1} \cdot \underset{\text{вар для } w}{2^5} = 2^9 = 512_{10}$

Ответ: 512_{10}

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И Н 0 0 0 1 4 1 2 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. Всего 15 вариантов блока:

1. 104	6. 203	11. 311
2. 113	7. 212	12. 320
3. 122	8. 221	13. 401
4. 131	9. 230	14. 410
5. 140	10. 302	15. 500

Тогда очевидно, что нам необходимо 13 блоков ($15^{12} < 10^{15}$, а $15^{13} > 10^{15}$)

~~Ответ: 13 · 3 = 39~~

3.

а) Написано число 13. Побеждает второй игрок.

Любое число $n \geq 6$ представимо в виде $1+2+n-3$

Первое число, которое ~~нел~~ можно разложить это 6.

Очевидно, что ~~второй~~ первый не сможет разложить 13 на 3 различных числа < 6 (был проведен полный перебор) ($1+2+3$), или на два числа больших или равных шести.

Тогда второй игрок просто раскладывает наибольшее число на числа < 6. И побеждает.

См. далее

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И Н 0 0 0 1 4 1 2 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3 б) Побеждает первый игрок

38, 47 → 38, 38, 4, 5 нельзя разложить дальше

Далее первый игрок симметрично повторяет ход второго игрока.

в) Побеждает первый игрок.

10, 25 → 10, 10, 7, 8

7 и 8 идентичны в рамках этой игры, т.к. их нельзя разложить три числа, среди которых будет число ≥ 6.

Поэтому мы снова имеем симметричную ситуацию. Первый игрок симметрично повторяет действия второго.

4. Тест 1: 16

Тест 2: 166

Тест 3: 2035

5. Тест 1: 856_6

Тест 2: 39995_29997 (39995_29997)

Тест 3: 417241_237216 (417241_237216)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2.

· Если сумма равна 0:

1 вар: 0001 = 1

· Если сумма равна 5:

005 · 3
014 · 6
023 · 6
0113 · 3
122 · 3
= 21

Ответ: 21

· Если сумма равна 10:

1) 029 · 6
2) 037 · 6
3) 046 · 6
4) 055 · 3
~~0181~~
5) 118 · 3
6) 127 · 6
7) 136 · 6
8) 145 · 6
9) 226 · 3
10) 235 · 6
11) 244 · 3
12) 334 · 3
019 · 6
= 63

Если сумма равна 15

078 · 6
169 · 6
177 · 3
258 · 6
267 · 6
348 · 6
357 · 6
366 · 3
447 · 3
456 · 6
555 · 1
915 · 6
933 · 3
924 · 6
= 73

Если сумма равна 20:

488 · 3
578 · 6
668 · 3
677 · 3
299 · 3
389 · 6
569 · 6
479 · 6
= 36

$200^7 > 10^{15}$
$200^6 < 10^{15}$

Ответ: 21

Если ~~20~~ сумма 25:

799 · 3
889 · 3
= 6

Итого: 200 вар для одной

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 9 4 3 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	21	15	24		92

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1.

x xor y	101000000110
x ∨ y	111000100111
x	.1.000100..1
y	.1.000100..1

$x \vee y = 0 \Rightarrow x=0, y=0$ в этой позиции

$x \text{ xor } y = 0,\ x \vee y = 1 \Rightarrow x=1, y=1$ в этой позиции

$x \text{ xor } y = 1,\ x \vee y = 1 \Rightarrow$ либо $x=1$, либо $y=1$. Такие позиции при $x*y$ такое переходят в 1. обозначил.

Значит, $x*y$ строго известно —

~~1110000100110000~~

x*y	001001000 1000
z	100001000 0100
(x*y) xor z	000101100 1100

$x*y=0,\ \text{xor}=0 \Rightarrow z=0$

$x*y=0,\ \text{xor}=1 \Rightarrow z=1$

$x*y=1,\ \text{xor}=1 \Rightarrow z=0$

$x*y=1,\ \text{xor}=0 \Rightarrow z=1$

z - однозначно.

z	100001000100
w	.0000.0001.1.
z∨w	100001000111

$z \vee w = 1,\ z=0 \Rightarrow w=1$

$z \vee w = 0,\ z=0 \Rightarrow w=0$

~~$z \vee w = 1,\ z=0 \Rightarrow w=1$~~

$z \vee w = 1,\ z=1 \Rightarrow w$ - любое. Таких - .

Итого: у x, y есть 4 позиции, где 1 стоит либо в x, либо в y, каждая позиция независима от другой; значит — 2^4.
z - однозначно

У w есть 3 позиции, где стоит как 0, так и 1. Всего - 2^3.

Значит, всего $2^4 \cdot 2^3 = 128$ четверок существует

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2. Сначала рассмотрим блоки с суммой ≤ 2 с точностью до порядка это:

000
~~001~~ ← нечет. сумма.
002
011

Очев, все числа <3, с 2-ой один случай, с 1 два, с 0 - 1.

Добавим порядок: 000 - ед-нно (1 вар)
002 - 3 вар
011 - 3 вар

Итого, из чисел с четной суммой не подходит 7.

Теперь посчитаем, сколько всего чисел с нечет. суммой. Есть два варианта — все четные и два нечетных и одно четное.

Все четные: ччч — на каждую позицию 0,2,4 — 3^3.

Н+Н+Ч: ННЧ, НЧН, ЧНН — 1,3,5 и 0,2,4 — $3^2 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$ (т.к. 3 расстановки)

Получается всего $3^3+3^4=108$ вариантов чисел с чет. суммой. Вычтем 7 неподходящих, получится 101 вариант на один блок. ~~Тогда если всего один блок, то не хватит 10^{12}~~

~~Два блока — 101^2 вар $= 10201 > 10^{12}$ Значит, ответ — 2~~

Тогда при 6 блоках $(101)^6 > (10^2)^6 \geq 10^{12}$

При 5 блоках $(101)^5 < 10^{12}$, т.к. ~~$(101)^5 = (100+1)^5$~~, ч. и требовалось

сильно

$101^5 = 10510100501 < 10^{11}$

Ответ: 6.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 9 4 3 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3. Изначально заметим что наименьшее число из которого можно сделать ход $-1+2+3=6$. При этом, для чисел 6, 7, 8 после хода из них нельзя будет ходить, т.к. каждое из них представляется как сумма чисел <6.

1) 13. Рассмотрим все возможные представления 13

1	2	10
1	3	9
1	4	8
1	5	7
2	3	8
2	4	7
2	5	6
3	4	6

Как видим, после любого хода 1-го игрока, второму будет равно одно число, из которого можно ходить. Как мы уже знаем, если это 6, 7, 8 — то этим второй игрок точно завершает. Остается 9 и 10. 9 представим как 2, 3, 4, а 10 как 2, 3, 5. Первому игроку нечем ходить. Значит 2-ой выигрывает.

2) 50 и 63. Побеждает 1-ый. Стратегия: $63 \to 50, 6, 7$. На поле 50, 50, 6, 7. Любой ход второго в одном 50, а ход из 6 зеркалится в другом 50, зеркалится ходом из 7 и наоборот. Значит 1-ому всегда будет возможность походить, он выигрывает.

3) 10 и 22. Побеждает 1-ый. $22 \to 9, 6, 7$. 6 и 7 зеркальны, 10 и 9 — тоже, потому что все разбития 10-ки можно живо выразить через 9. Значит 1-ый побеждает.

10		9	
1 2 7	−	1 1 7	− 1 ход
1 3 6	−	1 2 6	− 1 ход
1 4 5	−	1 3 5	− 0 ходов
2 3 5	−	1 3 5	− 0 ходов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ___

И	Н	0	0	0	1	9	4	3	2	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4. Тест 1: 3
   Тест 2: 13
   Тест 3: 138

5. Тест 1: 608 36
   Тест 2: 3377 71
   Тест 3: 41566 55

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 8 | 7 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	15	14	23	24		91

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

①

$x \vee y = 3623$ $\wedge$ = xor

$x \wedge y = 2566$

Переведем 3623 и 2566 в двоичную систему счисления

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

$x \vee y = 111000100111$

$x \wedge y = 101000000110$

Заметим, что если мы по отдельности выписали бы ~~до~~ биты x и y, то на 4, 5, 6, 8, 9 позиции 100% стояли бы 0, так как там $x \vee y = 0 \Rightarrow$ только 0 и 0

Так же на позициях 2, 7, 12 стоят 1 в x и y, так как $x \vee y = 1$, $x \wedge y = 0$ только в комбинации 1 1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

x 0/1 1 0/1 0 0 0 1 0 0 0/1 0/1 1

y 1/0 1 1/0 0 0 0 1 0 0 1/0 1/0 1

x+y 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0

на позициях 1, 3, 10, 11 у одного числа 1, а у другого 0, чтобы $x \vee y = 1$, $x \wedge y = 1$

Заметим, что от того стоит ли на позициях 1, 3, 10, 11 1 у x, или 1 у y их сумма = 1. Тогда x+y = const и мы можем ее посчитать

если перевести x+y из двоичной в 10, то получим x+y = 4680

Зная x+y и $(x+y) \wedge z = 716$ однозначно определим z. Переведем 716 в двоичную

$716_{10} = 1011001100$

x+y 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0

z 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0

$(x+y) \wedge z$ 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 0 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

тогда у z на позициях 2, 3, 5, 8, 9, 12, 13 стоит 0, чтобы $\wedge = 0$. На позиции 1 стоит 1, чтобы $\wedge = 0$. На позициях 4, 7, 10 стоит 0, чтобы $\wedge = 1$. На позициях 6, 11 стоит 1, чтобы $\wedge = 1$

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 8 | 7 | 9 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

①

тогда переводим
z обратно он получается

z=4228

сравним z и w аналогично

z 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
w 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1
z∨w 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

тут спорные на позициях 1, 6 и 11 В любой может быть как 0, так и 1. тогда

считаем варианты
~~чтобы x и y составить~~
у x и y 4 свободных бита, но заполняя один, автоматически заполняется другой поэтому способов

$\frac{2^4}{2} = 8$

так как решения x y и y x одинаковы.

для каждой пары существует еще $2^3 = 8$ вариантов w

тогда всего вариантов

8·8=64 Ответ: 64

②

Посмотрим сколько различных ~~чисел~~ блоков можно составить из 0, 1, 2, 3, 4, 5, чтобы условия выполнялись.

тут 3 чет и 3 нечет

сумма чет = чет + чет + чет = 3·3·3
чет + нечет + нечет = 3·3·3
нечет + нечет + чет = 3·3·3
нечет + чет + нечет = 3·3·3
| = 4·27 = 108

и вычесть варианты
002 011
020 100 = всего 7
200 110
000

⇒ вариантов 108-7=101

Лист 2 из 4

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 8 | 7 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(2)

Так как нам надо 1012 различных вариантов, то это просто $101 \cdot 101 > 1012$ → минимум 2 блока или длина 6

Ответ: 6

(3)

Заметим, что если число $n \le 5$, то оно проигрышное чтобы его можно было разбить то оно минимум $1+2+3=6$

а) тогда если число 13, то первый делит его как угодно ~~он~~ и среди этих чисел 100% будет число ≥ 6. (так как $5+4+3=12$) ~~Значит~~ При чем чисел $X \ge 6$ будет ровно 1 (если 2 то $7+6+1=14$ не подходит). Тогда второй число $X \ge 6$ делит на три числа ≤ 5 (это всегда можно сделать) и первый проигрывает (все числа ≤ 5). Выиграет второй

б) если числа 10 и 22, то ~~первому достаточно разделить 22 на второй выиграет второй~~ 1 он делит 22 на 6 7 и 9. Затем если 1 выберет 10 и поделит, то там может либо оказаться 6, либо нет. если оказалась, то мы делим 9 на 6 1 2 и выигрываем (так как оста нутся $X \ge 6$ 6 7 6 и по четности наш ход четный => выиграли).

Если не оказалось 6, то мы делим 9 на 2 3 4 и опять выигрываем

Если он взял 9, то в зависимости от того выпала там 6 или нет, мы делим 10 на без 6 или с.

Вариант № 4

И	И	0	0	0	1	4	8	7	9	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Однако если он возьмет и подит
6 или 7, то мы проиграли.
Поэтому нельзя точно сказать что выиграет

(4)

3 - 1 мест

19 - 2 мест

151 - 3 мест

(5)

608 36 - 1 мест

9977 71 - 2 мест

41566 55 - 3 мест

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИИ0001368625 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	12	23	24		91

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

$1057_{10} = 0000010000100001_2$

$2566_{10} = 0000101000000110_2$

$716_{10} = 0000001011001100_2$

$4239_{10} = 0001000010001111_2$

$x \wedge y = 1057 \Rightarrow$ все биты двоичной записи числа 1057 есть и в x, и в y.

$x \operatorname{xor} y = 2566 \Rightarrow$ каждый бит числа 2566 есть или в x, или в y.

$\Rightarrow$

$\Rightarrow x+y = 1057 \cdot 2 + 2566 = 4680 \Rightarrow$

(из св-ств xor):

$\Rightarrow z = 716 \operatorname{xor} (x+y) = 716 \operatorname{xor} 4680 = 4228$

$4228_2 = 0001000010000100_2$

$z \vee w = 0001000010001111_2$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ в число w обязательно включены биты 0, 1, 3, и биты 2, 7, 12 могут быть как включены, так и выключены $\Rightarrow$ кол-во способов взять $w = 2^3 = 8$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1   ИИ0001368625
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1. продолжение

каждый бит числа 2566 есть или в x, или в y
кол-во бит числа 2566 = 4 } =>

=> кол-во способов выбрать пару $(x, y) = 2^4 = 16$
т.к w ~~нев~~ не зависит от x и y, ответ равен $16 \cdot 8 = 128$.

Ответ: 128

№4

Ответ: 1) 16
2) 174
3) 2035

№5

Ответ: 1) 856 6
2) 39995 29997
3) 417241 237216

№2

Для начала посчитаем кол-во различных корректных блоков.

~~Всего есть~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИН000136825 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2. продолжение

Пусть a, b, c это первая, вторая и третья цифры в блоке соответственно.

Тогда $a+b+c \overset{2}{\equiv} 0$

Всего есть 4 варианта:

1) a – нечет, b – чет, c – нечет
2) a – нечет, b – нечет, c – чет
3) a – чет, b – нечет, c – нечет
4) a – чет, b – чет, c – чет

т.к чётных и нечётных цифр всего по 5 штук, кол-во (различных) способов выбрать тройку (a, b, c) равняется

$5\cdot5\cdot5+5\cdot5\cdot5+5\cdot5\cdot5+5\cdot5\cdot5=500$

Если ~~в~~ длина последовательности равна $3k$, $k\in\mathbb{N}$, то ~~~~ существует ровно 500^k различных последовательностей.

при $k\geq 6$ выполняется:

$500^k > 10^{15}$

Ответ: длина последовательности должна быть не меньше, чем 18.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ000136862 5
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 3

1) Изначально написано число 13.
из числа 13 можно перейти в тройки чисел (1,2,10); (1,3,9); (1,4,8); (1,5,7); (2,3,8); (2,4,7); (2,5,6); (3,4,6);
с числами < 6 мы ничего сделать не можем, ведь 1+2+3 = 6 (минимальная сумма 3 различных чисел ∈ N)
значит в каждой ~~тройке~~ из этих троек нам важны только числа ≥ 6. И в каждой тройке ~~есть~~ только 1 число ≥ 6.
Покажем, что из каждого числа от 6 до 10 можно перейти в проигрышную позицию:
6 → (1;2,3); 7 → (1;2,4); 8 → (1;2;5); 9 → (2,3,4);
10 → (2,3,5).
Значит, каждая из троек, в которую мы можем прийти из числа 13, является выигрышной. => ~~исходя~~ Когда на доске написано только число 13, ~~это~~ это проигрышный случай (для первого ~~игр~~ игрока).
Ответ: победит второй.
пример игры: (13) → (1;2;10) → (1,2,2,3,5)

2) 30 и 39.
Ответ: выиграет первый
Стратегия:
(для удобства, числа < 6 я записывать не буду).
(30,39) → (27,39) → (27,30) → (20,30) → ~~...~~ 27,25,
→ (20;21) → (11;21) → (11;12) → (9,11) →
→ (9) → (все числа < 6)

3) 9 и 24
Ответ: выиграет первый
~~...~~ Стратегия:
а если другой ход?
(9,24) → ~~(...)~~ (1,9,10,13) → (1,3,4,6,9,10) →
→ (1,1,2,3,3,4,9,10) → (1,1,2,2,3,3,3,4,5,9) →
→ (1,1,1,2,2,3,3,3,3,4,5,5)

Лист 4 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 7 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
10	15	14	23	24		86

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Ответы:
1: 3
2: 9
3: 151

№5

Ответы:
1: 608 36
2: 9977 71
3: 41566 55

№1

$3623_{10} = 111000100111_2$
$2566_{10} = 101000000110_2$

X	Y	⊕	V
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	1

из таблицы истинности видим, что если $x \text{ xor } y = 0$ и $x \vee y = 0$, то $x = 0$ и $y = 0$.
Также видим, что если $x \text{ xor } y = 0$ и $x \vee y = 1$, то $x = 1$ и $y = 1$, следовательно мы можем однозначно определить биты, где выполняются ~~наши~~ эти условия

x	?	1	?	0	0	0	1	0	0	?	?	1
y	?	1	?	0	0	0	1	0	0	?	?	1

Мы не знаем ~~позиций~~ значений на четырех позициях, а они могут быть равны либо 1/0, либо 0/1 =>
=> у нас есть $2^4 = 16$ ~~позиций~~ вариантов чисел x и y.
x+y не зависит от того, стоит ли 0/1 или 1/0 =>

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 7 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

=> есть только одно значение $x+y$.
z зависит от $x+y$, а w зависит от z => ~~y~~ w и z только по одному значению => ответ – это кол-во различных пар x и y.

Ответ: 16

№3

В первом случае:
Выигрывает игрок, который ходит вторым:
13 раскладывается как: 1 2 10
1 3 9
1 4 8
1 5 7
2 3 8
2 4 7
2 5 6
3 4 6

При любом ходе первого игрока, второй может ходить дальше, т.к. минимальное число, которое ~~нельзя~~ можно разложить: $1+2+3=6$
При этом любое из чисел, которые больше 5 ~~и меньше~~ 11, второй игрок может разложить на числа, которые меньше 6. $10 \to 1,4,5$; $9 \to 2,3,4$; $8 \to 1,2,5$; $7 \to 1,2,4$; $6 \to 1,2,3$. Следовательно, как бы не сходил первый игрок, второй выиграет.

№2

Кол-во четных от 0 до 5: 3, кол-во нечетных: 3
Количество пар, что в сумме дают четное и больше 2 число:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 7 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

где первое число 0: 1 ~~(04)~~ (4)

1: 2 ~~(13, 15~~ (4, 6)

2: 2 (4, 6)

3: 3 (4, 6, 8)

4: 3 (4, 6, 8)

5: 3 (6, 8, 10)

в сумме $S_1 =$ 14. ~~Четные числа~~, где Кол-во таких пар, что их сумма четная и ~~не больше~~ равна 2:

где первое число 0: ~~2 (2, 4)~~ ~~1 (2)~~ 1 (2) $S_2 =$

1: ~~3 (2, 4, 6~~ ~~1 (2)~~ 1 (2) в сумме 3

2: 1 (2)

~~которых рав~~ сумма которых четная и равна 0:

~~0: 0~~ 0: 1 в сумме $S_3 =$ 1

~~1: 1~~

сумма нечетная и больше 2:

0: 2 (3, 5)

1: 2 (3, 5)

2: 3 (3, 5, 7) в сумме $S_4 =$ 16

3: 3 (3, 5, 7)

4: 3 (5, 7, 9)

5: 3 (5, 7, 9

нечетная и равна 1:

0: 1 (1)

1: 1 (1) в сумме $S_5 =$ 2

Чтобы посчитать кол-во троек, где их сумма четная и больше 2 и первое число 0: ~~сумма~~ кол-во пар чисел, сумма которых четная и больше 2 $S_1 = 14$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 7 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Тройки, где первое число

1: кол-во пар, что их сумма нечетная и больше ~~или равна~~ 2 $= S_4 = 16$

2: кол-во пар, что их сумма четная и больше или равна $2 = S_1 + S_2 = 17$

3: кол-во пар, что их сумма нечетная и больше или равна $0 = S_4 + S_5 = 18$

4: кол-во пар, что их сумма четная $= S_1 + S_2 + S_3 = 18$

5: кол-во пар, что их сумма нечетная $= S_4 + S_5 = 18$

В итоге, кол-во таких троек $S = 16 + 17 + 18 + 18 + 18 = 101$

Чтобы вычислить ответ; пусть у нас есть n блоков, тогда колво различных подпоследовательностей $= 101^n$

$101^1 = 101$

$101^2 = 10201 \Rightarrow$ нам нужно 2 блока $= 2 \cdot 3$ – длина последовательности

Ответ: 6

№3

В третьем случае:

выигрывает игрок, который ходит первым.

Сначала он превращает $2\,2 \to 6, 7, 9$.

Теперь на доске числа 6, 7, 9, 10. Первый игрок хочет, чтобы кол-во ходов было нечетное, второй – четное. Каждое из оставшихся чисел можно превратить в числа, которые меньше 6. В таком случае кол-во ходов будет нечетным. Также 9 можно превратить в 1, 2, 6 и $10 \to 1, 2, 7$ или $10 \to 1, 3, 6$. Если второй игрок сделает

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 7 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

такой ход (один из этих), то ~~мы~~ первый в ответ превратит 9 или 10. Тогда на доске останутся 4 числа, которые можно превратить только в числа меньше 6, поэтому нечетность сохраняется.

Если второй игрок стирает 6, первый стирает 7 и наоборот. Тогда остается ~~число~~ числа 9, 10 и ~~мы~~ первый действуем аналогично.

В итоге, как бы не ответил второй игрок, первый всегда выиграет

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000195 2425 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	23	24		86

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

~~x, y, z~~ $x \vee y = 3623 = 2048 + 1024 + 512 + 32 + 4 + 2 + 1 = 111000100111_2$ (12 символов)

$x \text{ xor } y = 2566 = 2048 + 512 + 4 + 2 = \cancel{10100000000} = 101000000110_2$ (12 символов)

$(x+y) \text{ xor } z = 716 = 512 + 128 + 64 + 8 + 4 = 1011001100_2$ (10 символов)

$z \vee w = 4239 = 4096 + 128 + 8 + 4 + 2 + 1 = \cancel{1000001000} = 1000010001111_2$ (13 символов)

1. Расм. i-ые разряды x и y:

I. Для $x \text{ xor } y$: $(1;1) \Rightarrow 0$, $(1;0) \Rightarrow 1$, $(0;1) \Rightarrow 1$, $(0;0) \Rightarrow 0$

II. Для $x \vee y$: $(1;1) \Rightarrow 1$, $(1;0) \Rightarrow 1$, $(0;1) \Rightarrow 1$, $(0;0) \Rightarrow 0$

Получается, если у обоих выражений в i-ом разряде 0, то в x и y тоже будет 0 на этом разряде. Если же у обоих будет 1, то возможны варианты: $(1;0)$ и $(0;1)$. Если же у одного 1, у другого 0, то только в случае если в $x \text{ xor } y$ будет 0, а в $x \vee y$ будет 1, то есть только $(1;1)$ (остальные варианты не подходят). Значит, если в i-ом разрядах выражений не 1, то x и y будут задаваться однозначно, а если у обоих 1, то возможны 2 варианта.

Выражения $x \text{ xor } y$ и $x \vee y$ в ~~...~~ четырёх разрядах имеют 1. Значит, всего $2^4 = 16$ способов выбрать решения

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	9	5	2	4	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

для x и y.

2. Заметим, что от выбора x и y не зависит сумма $x+y$, так как числа можно представить в виде суммы степеней двойки. 1 в i-ой степени двойки будут давать одну и ту же сумму, так как разряды x и y на i-ой позиции либо однозначны, либо $(1;0)$ или $(0;1)$, тогда $x+y = 2^{11} + 2\cdot 2^{10} + 2^{3} + 2\cdot 2^{5} + 2^{2} + 2^{1} + 2\cdot 2^{0} = 4680$ (получится разложением выражений в двоичное представление и, сравнивая у них каждый разряд, получена наличием пункта 1.). Тогда 1001001001000_2 xor z = 0001011001100_2. Тогда $z = 1000010000100_2 \le 4228$.

3. $z \vee w = 1000010000100_2 \vee w = 1000010001101_2 \Rightarrow$ если у w на i-ом разряде 1, то результат будет 1, если 0, то как у z. Тогда у w единицы на месте 10, 12, 13 разрядов, на месте 1, 6 и 10 разрядов либо 1, либо 0, в остальных 0 (если считать слева направо)

Ответ: $16 \cdot 2^3 = 128$ четверок чисел.

№2

Для начала поймем, что последовательность длины $3 \cdot n$ может быть определена k^n способами, где k — количество способов определить последовательность длины 3, то есть блок. Действительно, если есть последовательность длины $3n$, то она состоит из n блоков длины 3, а выбор каждого блока не зависит от выбора остальных блоков. Значит, нужно найти k.

По условию, блок $\overline{abc}$ имеет свойство $a+b+c > 2$, $0 \le a, b, c \le 5$, $a+b+c \vdots 2$. Если $a+b+c \le 2$, то 0 или 2.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000195 2425

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Если 0, то 1 вариант, если 2, то 3 варианта с 1, 1, 0, и 3 варианта с 0, 0, 2. Если не учитывать условие $a+b+c>2$, то всего вариантов $3^3+3\cdot3\cdot3^2$, т.к. 3^3 вариантов выбрать a, b, c тёмными на 3 позиции, $3\cdot3$ способов выбрать позицию и значение чётного (0, 2, 4) и $3\cdot3$ способов на оставшиеся позиции поставить нечётное (1, 3, 5), то есть в этом случае вариантов $3\cdot3\cdot3^2$.

Получается, $k=3^3+3^4-7=101$. Тогда $k^n=101^n>1012 \iff n\geq2$. Значит, последовательность должна быть длины $3n$, $3n\geq2$

Ответ: $3n$, $3n\geq2$ (n – натуральное)

№3.

1. После первого на доске будут x, y, z, где $x+y+z=13$, $x\neq y\neq z$. Тогда если $x>y>z$, то $y, z\leq5$. В противном случае $x+y+z\geq7+6+1=14\geq13$. При этом заметим, что числа ≤12 можно разложить в сумму ≤5 $(3+4+5=12)$. Значит, 2-ой игрок закончит игру первым своим ходом (числа ≤5 нельзя разложить в сумму 3-х различных натуральных)

2. Заметим, что 6 и 7 при любом представлении даст числа, которые не раскладываются согласно условию, так как 6 только 1, 2, 3; 7 только 4, 2, 1. Тогда пусть первой

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 5 | 2 | 4 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

игрок сразу разбивает 63 на 50, 7, 6. Затем, он симметрично повторяет ходы за вторым, а если второй в свой ход заменит 6 или 7, то первый заменит 7 или 6 соответственно. Получается, первый всегда может сделать ход после второго игрока. Значит, он выиграет.

Ответ: 1) Выиграет второй

2) Выиграет первый.

№4.

Файл 1: Ответ: 3

Файл 2: Ответ: 19

Файл 3: Ответ: 151

№5

Файл 1: Ответ: 608; 36

Файл 2: Ответ: 9977; 71

Файл 3: Ответ: 41566; 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 9 | 6 | 2 | 5 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	23	24		86

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$3623_{10} = 111000100111_2$

$2566_{10} = 101000000110_2$

если при x_{or} какой-то бит $=0$, а при $V=1$ то в исходных числах было две 1, если и в x_{or} и в V было 2 „0" то в исходных тоже 2 0, если в V „1", а в x_{or} „[illegible]" то ровно в одном из исходных чисел было „1", а в другом „0" из этого ясно, что в каждом бите сумма $(x+y)$ фиксированна, значит они и как число фиксированна. всего 16 вариантов, как выбрать x и y, ведь 4 раза встретилось „0" в x_{or} и „1" в V. эта сумма, как не трудно сосчитать, $= 1001001001000_2$ $(x+y)$

$(x+y)\, x_{or}\, Z = 00010110\cancel{0}1100$.

если $x_{or} = 1$ то биты в $(x+y)$ и Z разные, иначе одинаковые. так легко можно получить $Z = 100001000100_2$

$Z V W = 100001100111 1_2$

если $ZVW = 0$ в каком-то бите, то и Z и $W = 0$

если $ZVW = 1$, $Z=0$, то $W=1$

иначе $ZVW=1$, $Z=1$, W может быть любым. битов как последний случай всего 3, значит 8 вар. $8 \cdot 16 = 128$. отв 128

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 H 0 0 0 1 6 2 9 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке строго

файл 1: √5

60836

файл 2:

9997 71

файл 3:

41566 55

этот тест при попытке скопировать крашил хром, сделайте, чтобы можно было скачать потихоньку

√2

всего блоков может быть 6^3. выбор сторон 3 раза. из них ровно половина четная в сумму биекции: их можно разбить на пары (a, b): $a+b=555$, $m : 555 \% 2$ а и b разной четности. из нечетных нам также не подходят 7 вариантов по сумме цифр: 000, 002, 020, 200, 011, 101, 110,

итого $\frac{6^3}{2} - 7 = 101$ подходящих вариантов

5 блоков не хватит, а 6 хватит:

$101^5 = 10510100501 < 10^{15}$

$101^6 > 100^6 = 10^{12}$

длина тогда получится $6 \cdot 3 = 18$

Ответ: 18

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 9 | 6 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

файл 1: №4
3
файл 2:
19
файл 3:
151

№3

Не трудно заметить, что наименьший размер кучки, в которой можно сделать ход — это 1+2+3=6 т.е. из кучек где < 6 камней ход сделать нельзя. Также, из 7 камней можно сделать только 1 ход: 1+2+4. Среди {1, 2, 3} и {1, 2, 4} все числа < 6, т.е. после хода в 6 или 7 в получившихся кучках хода не будет.

I случай: кучка размером 13 можно поделить 13=4+4+5, и второй не сможет сделать ход, победа первого

II случай: кучки размерами 50 и 63 можно поделить 63=6+7+50, и получатся кучки по 50, 50, 6 и 7 камней.

Лист 3 из 4

Олимпиада школьников

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 6 2 9 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте чтобы то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тут первый опять выигрывает, применяя симметрию: на ход в кучку 6 или 7 он отвечает ходом в оставшуюся из кучек 6 или 7, а на ход в кучку 50 или кучку, получившуюся из неё ~~за~~ несколько ходов, он отвечает симметрично для другой кучки 50 таким образом всегда если II смог сделать ход, то и второй сможет.

III случай: первые кучки 22 и 10 тут первым ходом 22 = 10+6+6, а дальше симметрия аналогично второму пункту: на ход в 6 отвечаем ходом в 6, на ход в 10 или его потомки отвечаем в такого же потомка другой 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	8	0	5	0	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	5	23	24		84

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Используемые свойства:

$a \vee b = 0 \Rightarrow a = 0,\ b = 0$

$a \text{ xor } b = 0 \Rightarrow a = b$

$a \text{ xor } b = 1 \Rightarrow a = \overline{b}$

$a = b,\ a \vee b = 1 \Rightarrow a = b = 1$

Запишем систему в двоичном виде:

$x \vee y = 1110\ 0010\ 0111_2$ (1)

$x \text{ xor } y = 1010\ 0000\ 0110_2$ (2)

$(x+y) \text{ xor } z = 0010\ 1100\ 1100_2$ (3)

$z \vee w = 10000\ 1000\ 1111_2$ (4)

Проанализируем (1).

x = ???0 00?0 0???

y = ???0 00?0 0???

Теперь учтём (2):

x = ?1?0 0010 0??1

y = $\bar{?}1\bar{?}0\ 0010\ 0\bar{?}\bar{?}1$

$\bar{?}$ означает, что в этом бите $y_i + x_i = 1$

Найдём x+y:

x ?1?0 0010 0??1

+ y $\bar{?}1\bar{?}0\ 0010\ 0\bar{?}\bar{?}1$

1 0010 0100 1000

Получается, x+y не зависит от неопределенных битов в x и y. Последовательность битов в x однозначно определяет y. Значит, существует $16 = 2^4$ пар (x, y) удов. (1), (2) и x+y.

Из (3) найдём z.

1 0010 0100 1000 = (x+y)

xor 1 0000 1000 0100 = z = 4228

0 0010 1100 1100

Проанализируем (4):

1 0000 1000 0100 = z

or ?0000 ?000 1?11 = w

10000 1000 1111

Под ? может быть 0 или 1. всего подходит 8 вариантов чисел (2^3).

Т.к. w не зависит от x, y, всего четверок удов. системе уравнений, $8 \cdot 16 = 2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$

Ответ: 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	8	0	5	0	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Найдем все последовательности длины 3:

004	220	420
013	222	422
015	224	424
022	231	431
024	233	433
031	235	435
033	240	440
035	242	442
040	244	444
042	251	451
044	253	453
051	255	455
053	301	501
055	303	503
103	305	505
105	310	510
112	312	512
114	314	514
121	321	521
123	323	523
125	325	525
130	330	530
132	332	532
134	334	534
141	341	541
143	343	543
145	345	545
150	350	550
152	352	552
154	354	554
202	~~350~~	×30
204	400	
211	402	
213	404	
215	411	
×35	413	
	415	
	×36	

Всего 101 комбинация. Значит, из двух блоков можно составить $101^2 > 10000$ последовательностей

Ответ: 6

Лист 2 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000180502 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

~~а) Первый игрок раскладывает 13 на~~ ~~второй~~

Числа от 1 до 6 разложить нельзя.

Числа от 7 до 12 можно разложить до 1-6 в один ход.

а) Как бы не разложил первый игрок число 13, второй игрок разложит оставшееся возможное число в один ход и выиграет.

Ответ: а) второй игрок выиграет.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

4	Н	0	0	0	1	8	0	5	0	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N4

Тест#1 : 3

Тест#2: 19

Тест#3: 151

N5

Тест#1: 608 36

Тест#2: 9977 71

Тест#3: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н Н 0 0 0 1 9 1 8 0 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
18	15	21	7	24		84

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ЗАДАЧА 2

Из условия можно понять сколько всего существует троек цифр от 0 до 5 это $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

Теперь запишем какие тройки не допустимы из условия

~~000, 001, 010, 100, 002, 020, 200, 011, 101, 110, 003, 005, 030, 050, 300, 500~~

000, 001, 002, 003, 005, 011, 012, 014, 020, 010, 021, 023, 025, 030,
032, 034, 041, 043, 045, 050, 052, 054, 100, 101, 102, 104, 110, 111,
113, 115, 120, 122, 124, 131, 133, 135, 140, 142, 144, 151, 153, 155
200, 201, 203, 205, 210, 212, 214, 221, 223, 225, 230, 232, 234,
241, 243, 245, 250, 252, 254, 300, 302, 304, 311, 313, 315,
320, 322, 324, 331, 333, 335, 340, 342, 344, 351, 353, 355,
401, 403, 405, 410, 413, 415, 421, 423, 425, 430, 432, 434, 441, 443, 445,
450, 452, 454, 500, 502, 504, 511, 513, 515, 520, 522, 524,
531, 533, 535, 540, 542, 544, 551, 553, 555

Тут 115 чисел которые нельзя, значит можно $216-115=101$ столько последовательностей длинной 3, если длинна будет 6 то последовательностей будут $101 \times 101 = 10201$

Длинны 4,5 не может быть из условия значит.

$$\begin{array}{r} \times\ 101 \\ 101 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 10201 \end{array}$$

Ответ: длинна последовательности должна быть 6

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 8 | 0 | 6 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке страницы

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

можно выяснить что числа 1,2,3,4,5 нельзя разложить на сумму трёх различных чисел, натуральных

3.1) ~~когда не дал победу сопернику~~ Второй игрок победит, потому что первый игрок не сможет так разложить число 13 чтобы не осталось ходов т.к. если бы было число 12 он бы разложил его на (5,4,3), но поскольку у нас число 13 то эти единицы никуда не деть и останутся только проигрышные разложения по типу (6,4,3) тут второй игрок разложит 6 и победит ~~Т.о. первый игрок может разложить на (10,1,2)~~ очевидно что 6,7,8,9,10,11,12 числа победные т.к. после хода ~~игрока~~ первого игрока их можно разложить на (1,2,3); (1,2,4); (1,2,5); (1,3,5); (1,4,5); (2,4,5); (3,4,5) соответственно. И первый ход игрока ~~число 13 даёт победа~~ по разложению 13 даёт второму игроку победное число.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3.2) первый игрок победит

первый игрок раскладывает 63 на (50, 6, 7) и у нас получается (50, 50, 6, 7). Если второй игрок ходит в числе 50 или появившихся из 50 под числах мы повторяем его ход на другом числе 50 или появившихся под числах. Если он ходит в числе 6 то мы ходим в числе 7 и наоборот, любой ход в 6; 7 закрывает их и тем самым позиции игроков не меняются. А т.к мы повторяем за вторым игроком у первого игрока всегда остаётся последний ход.

3.3) первый игрок победит

первый игрок разложит 22 на (7, 6, 9) и у нас останутся числа (10, 7, 6, 9) Если второй игрок ходит в числе 6, то мы ходим в числе 7 и на оборот любой ход в них "закрывает" их и тем самым позиции игроков не меняются. Если игрок ходит в 10 или 9 он может их "закрыть" или оставить в них 1 ход например 10→(6; 3; 1) или 9→(6; 2, 1). Если второй игрок

~~"закрывает" обе из~~

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 9 1 8 0 2 5 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

"закрывает" то ~~[illegible]~~ ~~мы~~ первый ~~[illegible]~~ игрок закроет 9 и ~~на~~ оборот, если второй игрок оставит ход в 10 то и мы оставим ход в 9 и наоборот, и тем самым ~~их позиции не изменятся,~~ ~~мы будем всегда делать последний ход, первый игрок будет [illegible] ход делать последний ход. и [illegible] тем самым победа.~~ их позиции не изменятся, тем самым за ~~[illegible]~~ первым игроком всегда будет последний ход, что делает его победителем.

ЗАДАЧА 1

$$3623_{10} = 111000100111_2$$
$$2566_{10} = 101000000110_2$$

из этого можно понять, что где в "V" 1 превратилось в "хor" в "0" то в хиь там "1", а где был и так "0" там и хиу 0

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 8 | 0 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

можно представить x и y

$x =$	0	?	1	?	0	0	0	1	0	0	?	?	1_2
$y =$	0	?	1	?	0	0	0	1	0	0	?	?	1_2

~~в столбцах ? знач.~~ в столбцах с "?" значит что ~~[illegible]~~ 1 из них "1", а другой "0" ~~[illegible]~~

Т.к. в столбцах "?" ~~[illegible]~~ по побитовая сумма однозначна определена и это "1"; "0" не может быть т.к. "0" "0" и "1" "1" не может быть.

Тогда

$x =$	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
+ $y =$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0

$x+y = 1001001001000_2$

это const (объяснено выше)

$716_{10} = 1011001100_2$

попробуем восстановить значения z по "xor" и $x+y$

~~$x+y = 1001001001000$~~

~~xor 1011001100~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Ч Н 0 0 0 1 9 1 8 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

x+y
xor
2
(1)

1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0_2
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0_2
0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0_2

716

xor

Если ~~в~~ в результате и x+y "0" и "0" то в 2 там "0"

Если в результате "1" а в x+y "0" значит в 2 там "1"

Если в результате и x+y "1" значит в 2 там "0"

Если в результате "0", а x+y "1" то в 2 там "1"

Значит 2 тоже константа

z *

~~4839_{10} – 1001101001011$_2$~~

~~z~~
~~v~~
~~w~~
~~(1)~~
~~4239~~

~~1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0~~
~~1 1~~
~~1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 0 1 1~~

~~1 2 3 4~~$_{10}$

Если в результате и z "1" то в W либо "0" либо "1"
обозначим "?"

Если в результате "1", ~~а~~ а в z "0" то в W "1"

Если в результате "0" и в z "0" то в W "0"

Лист 6 из 8

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000191 8025

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$4234_{10} = 1000010001111_2$

z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
v														v
w	?	0	0	0	0	?	0	0	0	1	?	1	1	
=	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	
4234														

и того $W = ?0000?0001?11$

где "?" либо "0" либо "1"

значит вариантов w ~~#~~ $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ т.к 3 знака "?" в таблице существует 8 ~~зз~~ разных w подходящих з условие

X и y ~~х~~ взаимно связаны значит сколько существует X столько и y $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ т.к 4 знака "?" в таблице

значит ответом будет ~~их ав~~ перемножение $16 \cdot 8$ т.к X и y не связаны с w

$16 \cdot 8 = 128$

Ответ: 128 различных четвёрок чисел является решением

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 8 | 0 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ЗАДАЧА 4

Тест: 1 ответ: 3
Тест: 2 ответ: 13
Тест: 3 ответ: 45

ЗАДАЧА 5

Тест 1 ответ: 608 [redacted] 36
Тест 2 ответ: 9977 [redacted] 71
Тест 3 ответ: 41566 [redacted] 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н Н 0 0 0 1 4 8 0 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	15	14	15	24		83

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$3623 = 1110\ 0010\ 0111_2 = x \vee y$

$2566 = 1010\ 0000\ 0110_2 = x$ XOR y

$716 = 0010\ 1100\ 1100_2 = (x+y)$ XOR z

$4239 = 1\ 0000\ 1000\ 1111_2 = z \vee w = 4239$

~~При $x \vee y$ в ка~~ Если в разряде двоичной записи $3623 = x \vee y = 1$, то значит в одном из этих чисел на месте этого разряда в двоичной записи точно стоит 1; если 0, то в x и y на этом разряде 0. ~~Получается что~~

То есть предварительно x и y выглядят так:

$\cdots 0\ 00\cdot 0\ 0\cdots$ $\cdot\cdot$ – либо 0, либо 1

~~При выполнении операции x XOR $y = 2566$, если в разряде двоичной записи 10, то в обоих числах 1 на этом разряде есть, если 0, то только 1 единица должна стоять у x и разряде у X и Y.~~ Так как при x XOR $y = 2566$, если в одном разряде 2 единицы, то разряд 0. Тогда используя $x \vee y$, можно понять в каких разрядах есть 2 единицы (помечены $\cdot$)

$1\dot{1}10\ 00\dot{1}0\ 011\dot{1}$ Тогда числа x и y выглядят, так

$1010\ 0000\ 0110$ $\cdot 1 \cdot 0\ 0010\ 0\cdot\cdot 1$ – 4 неизвестных разряда

Так же при y x XOR y, если в этом же разряде $x \vee y$ имеет 1, тогда у X и Y в этом разряде только 1 единица. Значит в нескольких разрядах по 1 единице, но если если X в нескольких разряде имеет 1, тогда Y в этом разряде 0

Лист 1 из 5

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 4 8 0 2 2 5
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Тогда $x+y$ выглядит так:

1 1 - по 1 един. 1 вообще не разряд в сумме

$$\begin{array}{r} \cdot 1 \cdot 0\ 0010 \times 0 \cdot \cdot 1 \\ + \cdot 1 \cdot 0\ 0010 \times 0 \cdot \cdot 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001\ 0\ 0100\ 1000 \\ 0010\ 1100\ 1100 = 716 \\ \hline 10000\ 1000\ 0100 = z \end{array}$$

XOR $z = 716$. Зная 2 числа мы можно однозначно найти z

$z \vee w = 4239$. Мы знаем z и w, и можно найти значение w в некоторых разрядах

$$\begin{array}{r} 1\ 0000\ 1000\ 0100 = z \\ 1\ 0000\ 1000\ 1111 = 4239 \\ \hline \cdot 0000\ \cdot 000\ 1 \cdot 11 \end{array}$$

В w 3 неизвестных разряда, которые могут принимать значение 1 и 0.

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ - кол. значений, которое может принимать w

В x и y нам нужно расставить 1 по разрядам, если в x стоит 1, то y 0. ~~Все x и y дополняют~~

Если мы найдём значение x, то y подстроится и будет ~~единственное~~ иметь единственное значение, то сейчас нужно найти кол. значений x.

4 – 1 един. 6 – 2 един. 4 – 3 един. 1 – 4 един.

$4+6+4+1 = 15$ - кол. значений x y и z - постоянно

$8 \cdot 15 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 8 = 120$ четвёрок чисел

Ответ: 120

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке страницы

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 8 | 0 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

сумма 3 цифр и

Чтобы ~~3 чисел~~ были кратны 2, нужно выбрать либо три Ч ~~ЧЧЧ~~ либо два Н и одно Ч ~~ННЧ~~, где Ч - чётное и Н - нечём. Ч = ~~3 штуки~~ {0 2 4} Н = ~~3 шту~~ {1; 3; 5}

~~ЧЧЧ =~~ Кол. ЧЧЧ = 3·3·3 = 27 Кол ЧНН = 3·3·3 = 27

Кол. НЧН = 3·3·3 = 27 Кол. ННЧ = 3·3·3 = 27

27·4 = 108 Из этого кол. нужно вычесть тройки с суммой цифр меньше и ровной 2 - это 000, 011, 110, 101, 002, 020, 200 7 штук

108 - 7 = 101 ≈ 10^2 - кол. комбинаций которое даёт 1 тройка $10^{12} = (10^2)^6$ = 10·10·10·10·10·10 ⇒ минимум 6 троек 6·3 = 18 чисел

Ответ: ~~6~~ 18

№3

*) Минимальное число для разложения - 6 (3, 2, 1)
Чётное кол. ход. - победа второго, нечётн. - победа первого

1) 13 ⇒ (10; 2; 1); (9, 3, 1); (8; 3; 2); (7; 5; 1); (8; 4; 1); (7; 6; 1); (7; 4; 2); (6; 4; 3) - способы разложения 13, каждый из которых ещё розыгрывается на 1 ход, кроме 10-я ⇒ (7; 2; 1) и (6; 3; 1) дающих 2 хода ~~ещё 1 ход~~. ~~Но после первого хода первого ходит второй игрок~~

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3 (продолжение)

Если первый игрок раскладывает 13 на (10, 2; 1) или (9, 3, 1), то второй игрок специально разложить число 10 и 9, так чтобы игра завершилась { 10 ⇒ (5, 4, 1) и 9 ⇒ (5, 3; 1) кол. ходов 2. Если же первый игрок разложит 13 по-другому, то игрок следующим ходом закончит игру, так как 8, 7 и 6 дают только 6 разложения на 1 ход { так как раскладывается ~~8 ⇒ (6; 1; 1) покрытие~~ на числа меньше 6

8 ⇒ (5, 2; 1) 7 ⇒ (4; 2; 1) 6 ⇒ (3; 2; 1)

Ответ: второй

2.) 63 ⇒ (50; 7; 6) 7 и 6 - дают по 1 разложение каждое получается первый игрок может разложить 63 на (50; 7; 6), ~~так~~ что 1 ход и 2 хода за 7 и 6 = = 3 ходом - нечёт. А после ходить симметрично с вторым игроком, а именно:

- ~~второй игр раск~~ то второй разыгрывает одну из 50, то мы точно так же раскладываем и все числа полученные из 50. Так как 50 две штуки, то количество разложений получится чётным
- второй раскладывает 7 или 6, то мы может в зависимость, что осталось, раскладываем 6 или 7 и второму опять остаётся раскладывать 50 и повторяется ситуация из пункта выше

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000148 0225 | Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Чётное кол. ходов от чисел (50; 50) и нечёт =3 от разложения 83 ⇒ (50, 6, 7) даёт нечётн. кол. ходов, а значит первый побеждает

Ответ: первый

3.) 10 даём 1 - 2 раскладывают

Ответ: второй

N4

1.) 3

2.) 19

3.) —

N5

1.) 608 36

2.) 9977 71

3.) 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

И	И	0	0	0	1	2	5	2	2	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2

Всего можно использовать 10 цифр, из которых 5 четные и 5 нечетные.

Соответственно, $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ различных блоков длины 3 мы можем составить. Сколько из этих блоков имеют четную сумму цифр? 500 штук, т.к. сумма либо четная, либо нечетная. (для того, чтобы сумма 3 цифр была четная, у нас должно быть либо 3 четные цифры, либо 2 нечетные и 1 четная; ~~всех перестановок~~ всего таких 4 варианта из 8: ЧЧЧ; ЧЧН; ЧНЧ; ЧНН; НЧЧ; НЧН; ННЧ; ННН).

Сколько различных последовательностей длины n мы можем составить? Всего у нас $\frac{n}{3}$ блоков цифр. На каждой позиции блока есть 500 вариантов. => количество различных последовательностей длины n: $500^{\frac{n}{3}}$

$500^{\frac{n}{3}} \geq 10^{15}$

$\frac{n}{3} \geq \log_{500} 10^{15}$

$\frac{n}{3} \geq 5,57...$ т.к n - натуральное число делящееся на 3, $n \geq 18$

Ответ: длины больше или равной 18, делящейся на 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I

И	И	0	0	0	1	2	5	2	2	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N4

1) 16

2) 174

3) 2035

N5

1) 856 6

2) 39995 29997

3) 417241 237216

N1

$x \wedge y = 1057_{10} = 10000100001_2$

$x \text{ xor } y = 2566_{10} = 101000000110_2$

$(x+y) \text{ xor } z = 716_{10} = 1011001100_2$

$(z \vee w) = 4239_{10} = 1000010001111_2$

Обозначим за x_i бит числа x на позиции i

$x_i \wedge y_i$	$x_i \text{ xor } y_i$	$x_i y_i$
1	1	$\varnothing$
1	0	11
0	1	01; 10
0	0	00

Заметим, что $x+y$ будет всегда равно одному числу, т.к. когда $x_i y_i$ может быть равно 01 или 10, выбор между ними не повлияет на итоговую сумму $x+y$. Какое количество пар $x; y$ удовлетворяет условиям $x \wedge y = 1057$ и $x \text{ xor } y = 2566$? Пусть m = количество таких i, что $x_i \wedge y_i = 0$ и $x_i \text{ xor } y_i = 1$. Тогда количество подходящих пар $x; y = 2^m$,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № I   ИИ000125 2225

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~[illegible]~~

ти на других позициях i, количество возможных пар $x_i y_i$ равняется одному.

В нашем случае $m=4$. Получается количество подходящих пар $x;y = 16$.

Найдем $x+y$. Допустим на всех позициях i, где $x_i \wedge y_i = 0$ и $x_i \text{ xor } y_i = 1$, $x_i y_i = 10$, тогда:

$x = 111000100111$ $x+y = 1001001001000$

$y = 010000100001$

Заметим, что z всегда будет одним числом, найдем его:

$x+y: 1001001001000$

$716: 0001011001100$

$z: 1000010000100$

Осталось найти все подходящие w, тогда ответом будет кол-во подходящих w, умноженное на кол-во подходящих пар $x;y$

$z: 1000010000100$

$z \vee w:$ 1000010001111

$w: \frac{0}{1}0000\frac{0}{1}0001\frac{0}{1}11$ ($\frac{0}{1}$ означает, что бит точно не определен)

~~[illegible]~~ кол-во подходящих $w = 2^k$, где k - кол-во позиций, где биты точно не определены. $k=3 \Rightarrow$ кол-во подходящих $w = 8$.

$16 \cdot 8 = 128$

Ответ: 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 4 | 0 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1). $x+y=2\cdot(x\wedge y)+(x \text{ xor } y)$, так как при поразрядном сложении в двоичной системе счисления то, что у них совпадает, а именно: $x\wedge y$ будет ~~посчитано~~ включено 2 раза, т.к. содержится в двух числах, а то, что у них ~~нет~~ не совпадает: $x \text{ xor } y$, будет включено в сумму один раз, т.к единицы биты в xor содержатся только в одном ~~из~~ из чисел. Выходит, что: $2635 = x+y=2\cdot1057+2566=2114+2566=4680$. Выходит, что: $2635=$ $=(x+y) \text{ xor } z = 4680 \text{ xor } z$. Рассмотрим в двоичном виде:

$4680 = 1001001001000_2$ исходя из этого, мы легко можем найти, чему
$2635 = 0101001001011_2$ равно z (просто идём по разрядам и смотрим
$z = 1100000000011_2$ куда что поставить, опираясь на числа и выражение $4680 \text{ xor } z$)

Теперь посмотрим на $6159 = z \vee w$. Рассмотрим в двоичном виде

$6159 = 1100000001111_2$ исходя из этого, то опираясь на ~~6159~~ $z\vee w$,
$z = 1100000000011_2$ мы легко можем посчитать кол-во вариантов, чему может быть равно w

~~Там, где~~ Разряды с ~~одинаковыми~~ разными битами или нулями ~~также~~ не интересны, так как по ним однозначно определяется бит в этом разряде в w, а вот там, где оба бита в разряде единицы, даёт нам кол-во вариантов: $2\cdot2\cdot2\cdot2=2^4=16$.

Теперь разберёмся с x и y:

$x\wedge y = 1057 = 10000100001_2$

$x \text{ xor } y = 2566 = 101000000110_2$ в xor единичный бит в разряде либо содержится либо в x, либо в y. Получаем кол-во вариантов: $2\cdot2\cdot2\cdot2=2^4=16$

Итого вариантов: $16\cdot16=2^4\cdot2^4=2^8=$ ~~512~~ 256

Ответ: 256

2). Рассмотрим, сколько вариантов может дать один блок: по сути, блоки из 4 цифр ~~это~~ просто числа от ~~0 до 9~~ 0 до 9999 включительно, следовательно, один блок даёт: $\frac{9999-0+1}{2}=5000$ вариантов, т.к. только половина чётная. Нам нужно 10^{20} различных последовательностей, то есть ~~[illegible]~~ нам нужно минимум 6 блоков, т.к $5000^6 \geq 10^{20}$ и $5000^5 < 10^{20}$, значит минимальная длина последовательности: $6\cdot4=24$

Ответ: 24

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	1	6	2	4	0	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4) Тестовий файл N1: 16
Тестовий файл N2: 174
Тестовий файл N3: 2035

5) Тестовий файл N1: 856 6
Тестовий файл N2: 39985 29997
Тестовий файл N3: 417241 237216

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2.

Зафиксируем произвольность 2 из 3 чисел в тройке, тогда 3 число чётно, если сумма 2 других чётна, и нечётно иначе. Всего от 0 до 9 5 чётных и 5 нечётных чисел, тогда есть $10 \cdot 10 \cdot 5 = 500$ комбинаций в одном блоке. Тогда всего различных последовательностей 500^L, где L — длина последовательности.

$10^{15} = 500^L$; $L = 15 \log_{500} 10 \approx 5{,}5$, т.к. L — целое, то $L = 6$

Ответ: 6.

Задание 1.

$x \wedge y = 1057_{10} = 010000100001_2$

$x \text{ xor } y = 716_{10} = 1010000001100_2$

Если xor двух бит равен 1, а ^ нулю, то один из них равен 1. Если 0 и 1, то оба бита равны 1. Если 0 и 0, то оба 0. Тогда у чисел x и y неоднозначно определены только 4 бита, что даёт $2^4 = 16$ комбинаций, при этом сумма однозначно равна:

$2^0 + 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^5 + 2^5 + 2^9 + 2^{10} + 2^{10} + 2^{11} = 4680_{10}$

(См. прод. на след. с.)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4689_{10} xor $Z = 716_{10}$

$Z = 716_{10}$ xor $4680_{10} = 4228_{10}$

$Z \vee W = 4239_{10}$

$4228_{10} \vee W = 4239_{10}$

$4239_{10} = 1000010001111_2$

$4228_{10} = 1000010000100_2$

$W = \cancel{\ }\frac{0}{1}\,0000\,\frac{0}{1}\,000\,1\,\frac{0}{1}\,11_2$, где „$\frac{0}{1}$" — 0 или 1.

что даёт $2^3 = 8$ комбинаций W.

Т.к. сумма x+y константа, то всего комбинаций:

$8 \cdot 16 = 128$

Ответ: 128.

Задача 5.

N1: 856 6

N2: 39995 29997

N3: 417241 237216

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИИ000122322 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамках справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4.

N1: 16

N2: 173

N3: 2035

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	И	0	0	0	1	9	5	5	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	16	23	8		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$x \wedge y = 1057 = 10000100001$

$x \oplus y = 2566 = 101000000110$

$(x+y) \oplus Z = 2635 = 101001001011$

$Z \vee W = 6159 = 1100000001111$

	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
x	0	1/0	1	0/1	0	0	0	1	0	0	1/0	1/0	1
y	0	1/0	1	1/0	0	0	0	1	0	0	1/0	1/0	1
$x+y$	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
Z	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
W	1/0	1/0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1/0	1/0

Пронумеруем разряды чисел $x, y, x+y, Z, W$ от 0 до 12. Т.к. $x \wedge y$ даёт 1 в 0, 5 и 10 разрядах, то $x = 1$ и $y = 1$ в этих разрядах. В остальных разрядах хотя бы у одного из них 0.

В 1, 2, 9 и 11 разрядах $x \oplus y$ даёт 1 $\Rightarrow$ x и y там различны. В остальных разрядах x и y совпадают и $\neq 1$, т.е. равны 0: разряды 3, 4, 6, 7, 8. В 12 разряде $x \wedge y = 0$ и $x \oplus y = 0$, т.е. $x = 0$ и $y = 0$.

Во всех этих случаях $x+y$ будет определяться однозначно, приведу в таблице значения

$x+y = 1001001001000_2$

Т.к. $(x+y) \oplus Z$ известно, то отметим: в разрядах 0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11 значения $x+y$ и Z совпадают, в остальных различны.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Тогда:

$z = 1100000000011$

Тогда, т.к. $w \vee z$ известно:

в разрядах 0, 1, 11, 12 у w может быть 0 или 1, т.к. у z там 1 и $z \vee w = 1$, в разрядах 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4 у w точно 0, т.к. $z \vee w = 1$и $z = 0$

Получим $2^4 = 16$ вариантов x, y определяется через x единственным образом, и $2^4 = 16$ вариантов w.
Итого $16 \cdot 16 = 256$ четвёрок $xyzw$

№4

Тесты	Ответы
1	16
2	174
3	2035

№5

Тесты	Ответы
1	731 19
2	40001 30003
3	417241 : 237216

№2

Посчитаем кол-во различных блоков длины 4 с чётной суммой

1. Все цифры чётные: 0 2 4 6 8

$\bar{A}_5^4 = 5^4 = 625$ наборов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	1	9	5	5	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2. 2 четн. и 2 нечётн. цифры без повторов:

02468 13579

$C_5^2 \cdot C_5^2 \cdot 4! = \left(\frac{5!}{2!3!}\right)^2 \cdot 24 = 2400$ наборов

3. 2 чётн совпадающие и 2 нечётн. разные и наоборот:

$2 \cdot C_5^2 \cdot 5 \cdot \bar{P}_4 = 2 \cdot \frac{5!}{2!3!} \cdot 5 \cdot \frac{4!}{2!} = 50 \cdot 24 = 1200$

4. 2 чётные одинаковые и 2 нечет. одинаковые:

$5 \cdot 5 \cdot C_4^2 = 25 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 150$

5. 4 нечет: $\bar{A}_5^4 = 5^4 = 625$

Итого 5000 наборов.

Если использовать 1 блок, то можно передать 5000 последовательностей.

Если 2 блока – $5000 \cdot 5000 = 25 \cdot 10^6 = 2,5 \cdot 10^7$

Если 3 блока – $5000 \cdot 2,5 \cdot 10^7 = 12,5 \cdot 10^{10} = 1,25 \cdot 10^{11}$

Если 4 блока – $5000 \cdot 1,25 \cdot 10^{11} = 6,25 \cdot 10^{14}$

Если 5 блоков – $5000 \cdot 6,25 \cdot 10^{14} = 3,125 \cdot 10^{18}$

Тогда при 6 блоках будет:

$5000 \cdot 3,125 \cdot 10^{18} = 15,625 \cdot 10^{21} \geq 10^{20}$

получаем, что:

$5000^n \geq 10^{20}$

$5^n \cdot 10^{3n} \geq 10^{20}$

при $n \geq 6$ неравенство верно, при $n = 5$ – неверно

Ответ: 6 или больше

Лист 3 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	1	9	5	5	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Минимальное число, с которым можно сделать ход — 6 = 1+2+3

1) 13 можно разложить на числа:

1 2 10
1 3 9
1 4 8
1 5 7
2 3 8
2 4 7
2 5 6
3 4 6

Других способов нет. Во всех этих случаях ещё можно сделать ход из одного числа, причём после хода 2-го игрока, первый сходить не сможет, т.к. у 2-го игрока всегда есть выигрышный ход. Приведём выигрышные ходы из 10, 9, 8, 7, 6.

10 → 1 2 7
1 3 6
1 4 5
2 3 5 } выигрышный

9 → 1 2 6
1 3 5
2 3 4

8 → 1 2 5
1 3 4

7 – 1 2 4

6 – 1 2 3

Выиграет 2-й игрок. Для выигрыша достаточно из 10 получить (1, 4, 5), из 9 получить (1, 3, 5) из 6, 7, 8 сходить любым ходом.

2) 40 и 49

За первый ход игроку I нужно разделить 49 на (40, 4, 5). Из 4 и 5 ходов нет. Далее следует повторять ходы за игроком II: как он разделит число 40, так же и делить второе число 40. Получим, что каждое число будет

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 5 | 5 | 8 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

написано чётное число раз и далее можно продолжать ходы за II игроком. В игре гарантированно будет нечётное число ходов, выиграет I игрок

3) 10 и 23

Число 23 следует разбить на (5, 8, 10). Из числа 5 ходов нет, из числа 8 ровно 1 ход. Далее I игроку следует ходить также, как сходит II игрок, но тогда I проигрывает, т.к. будет чётное число ходов в игре. ~~...~~ т.к. на 2-м ~~ходу~~ будет написано (10, 5, 8, 10), то 10-ки тоже нужно разложить, но т.к. 10 - раскладывается только либо способами без последующих разложений, либо с ещё ~~таким~~ такими симпр одним разложением, то добавится либо 2, либо 4 хода, и чётность ходов не изменится. Победит 2 игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 5 | 1 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1.

Сделаем все операции в столбик.

$x \mid y = 3623$

	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
x	.	.	.	0	0	0	:	0	0	.	.	.
or y	.	.	.	0	0	0	:	0	0	.	.	.
=	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1

– индексы

: озн, что бит неопределен. Возможны 3 варианта $\left(\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix} - \begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix} - \begin{smallmatrix}1\\1\end{smallmatrix}\right)$

Пусть a и b – биты (0 или 1).
Даже определим с помощью 1 операции вторую операцию. 1) Если $a \mid b = 1$ и $a \text{ xor } b = 0$, то $a = b = 1$. 2) $a \mid b = 0$, $a \text{ xor } b = 0 \Rightarrow a = b = 0$.
3) $a \mid b = 1$, $a \text{ xor } b = 1 \Rightarrow a = 0, b = 1$ или $a = 1, b = 0$
4) $a \mid b = 0$, $a \text{ xor } b = 1 \Rightarrow$ решений нет.

$x \text{ xor } y = 2566$

	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
x	2	2	2	0	0	0	1	0	0	2	2	1
xor				0	0	0	1	0	0			1
y=	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

– индексы

2 – означает, что здесь 2 вар. как. поставить биты $\left(\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}\text{ или }\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}\right)$

$x + y = C$ (определим) =

	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
		+1					+1			+1	+1	+1	
x		2	1	2	0	0	0	1	0	0	2	2	1
+ y			1		0	0	0	1	0	0			1
C	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0

– индексы

$C \text{ xor } Z = 716$: Найдем Z через ответ и C

	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
C	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
xor Z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
=	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0

– индексы

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение)

$z \mid w = 4239$

	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
z:	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
w:	2	0	0	0	0	2	0	0	0	1	2	1	1
	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1

2 – 2 варианта возможных бит. (0/1)

Посчитаем ответ:

Кол-во различных четверок = (кол-во различных x и y) · (кол-во различных w) =

$= (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) =$

$= 2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$

Ответ: 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 5 | 1 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2.

Рассмотрим все возможные подходящие тройки чисел:

1) 004
2) 013
3) 015
4) 022
5) 024
6) 031
7) 033
8) 035
9) 040
10) 042
11) 044
12) 051
13) 053
14) 055
15) 103
16) 105
17) 112
18) 114
19) 121
20) 123
21) 125
22) 130
23) 132
24) 134
25) 141
26) 143
27) 145
28) 150
29) 152
30) 154
31) 202
32) 204
33) 211
34) 213
35) 215
36) 220
37) 222
38) 224
39) 231
40) 233
41) 235
42) 240
43) 242
44) 244
45) 251
46) 253
47) 255
48) 301
49) 303
50) 305
51) 310
52) 312
53) 314
54) 321
55) 323
56) 325
57) 330
58) 332
59) 334
60) 341
61) 343
62) 345
63) 350
64) 352
65) 354
66) 400
67) 402
68) 404
69) 411
70) 413
71) 415
72) 420
73) 422
74) 424
75) 431
76) 433
77) 435
78) 440
79) 442
80) 444
81) 451
82) 453
83) 455
84) 501
85) 503
86) 505
87) 510
88) 512
89) 514
90) 521
91) 523
92) 525
93) 530
94) 532
95) 534
96) 541
97) 543
98) 545
99) 550
100) 552
101) 554

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 5 | 1 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение)

Предположим, что последовательность длины 6, то есть два блока по 3. Тогда различных последовательностей будет $101 \cdot 101 = 10201 > 1012$

Ответ: 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ___ | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 5 | 1 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

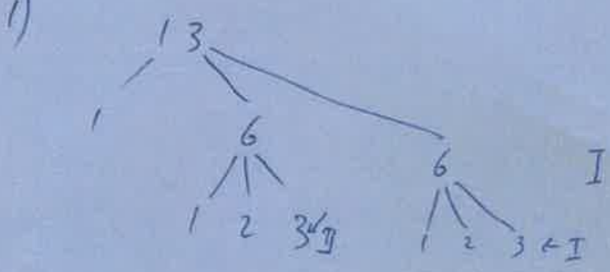
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

1) 13

2) 50 и 63 3) 104 и 22

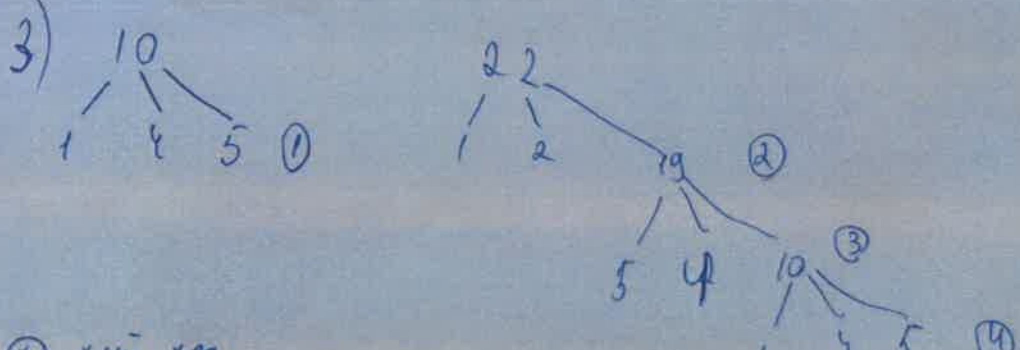
1)



Первый выигрывает. Первым ходом он разбивает 13 на 1, 6, 6. Далее II игрок разбивает первую 6 на 1, 2, 3. Затем первый игрок разбивает вторую 6 на 1, 2, 3. Заметим, что если число на доске ≤ 5, то его нельзя разбить на 3 разл. натур. числа. ⇒ После хода первого игрока второй не может сделать ход.

~~2) 50 и 63~~ : Т.е. I игроку нужно, чтобы под конец игры было нечетное кол-во ходов.

3)



(x) – x-ый ход

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

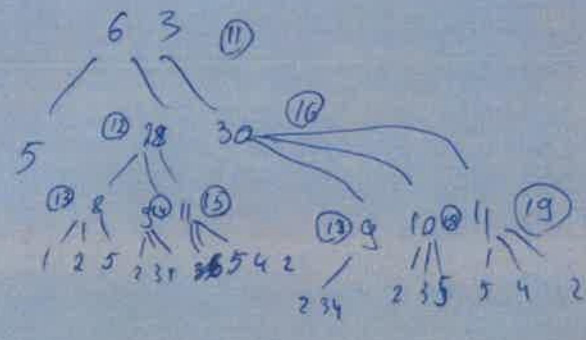
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолжение)

Получается, что 1-й игрок стремится сделать кол-во ходов - нечетным, а второй - четным.

~~Во второй~~ В 3 игре побеждает второй игрок.

2)



Итог: Во 2 игре побеждает 1 (нечет. кол-во ходов)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 9 | 4 | 6 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Тест 1:

608 36

Тест 1:

9977 71

Тест 3:

41566 55

№1

Т.к. $x+y=3623$, а x xor $y = 3566$, то x и y - это числа, двоичная запись которых ~~числа~~ имеет такой вид $*1*0\ 0010\ 0**1$, где на месте „$*$" у одного ~~числа~~ числа будет 1, а у другого 0. Всего пар x и y - 16.

Число $x+y$ фиксированно и равно 4680 (исходя из того, что на месте „$*$" равно одна 1), а значит и фиксированно число z, равное 4778 (4680 xor 4778 = 716)

Т.к. число z фиксированно, то двоичная запись числа w имеет вид $*0000\ *000\ 1*11$, где на месте „$*$" может стоять как 1, так и 0. Всего таких чисел 8

Итого есть 16 вариантов числа x, для каждого из которых фиксированы y и z, а так же есть 8 вариантов числа w, т.е. ответ $16 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 8 = 128$

Ответ: 128

№2

Определим количество возможных сообщений в одном блоке: всего сообщений 216 (6^3), из них у 10 сумма цифр ≤ 2 (000, 3 сообщ. с одной 1 и двумя 0, 3 сообщ. с двумя 1 и одним 0, 3 сообщ. с одной 2 и двумя 0), а также 108 сообщений с нечетной суммой цифр (27 сообщ. с тремя нечетн. цифрами и 81 сообщ. с одной нечетной и двумя четными цифрами). Итого неподходящих сообщений $108+10-3$ (т.к. 100, 010, 001 мы посчитали и там и там) $= 115$, а подходящих $216-115=101$

Пусть x - количество блоков, тогда

$101^x \geq 10^{12}$

$x \geq 6$, т.е. размер сообщения $\geq 3 \cdot 6 = 18$

Ответ: длина не менее 18

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	8	9	4	6	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Тест 1:

9

Тест 2:

19

Тест 3:

151

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000191452 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Сказать, сколько четверок x, y, z будут являться решением системы:

$$\begin{cases} x \vee y = 3623 \\ x \text{ xor } y = 2566 \\ (x+y) \text{ xor } z = 716 \\ z \vee w = 4239 \end{cases}$$

переведем все числа в двоичную систему счисления и дополним ~~3623~~ до 13 цифр:

~~3623 = 01~~ 1) сначала рассмотрим два выражения:

$x \vee y = 0111000100111$
$x \text{ xor } y = 0101000000110$

$x = 0?1?000100??1$
$y = 0?1?000100??1$

под знаком „?" в определенном разряде подразумевается, что там может стоять 0 или 1; при этом сумма цифр в данном разряде x и y равно 1, т.к. иначе бы ксор в этом разряде был бы 0 ⟹

из них можно получить представление об x и y, т.к. $0 \text{ xor } 0 = 0 \vee 0$ всегда а также если ~~x xor y~~ в $x \vee y$ в каком-то разряде дал 1, а в этом же разряде $x \text{ xor } y$ стоит 0, значит x и y в данном разряде равны 1.

(2 в степени количество „?" разрядов)

⟹ пока что вариантов на x и y $= 2^4 = 16$

Лист 1 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 | 1 | 4 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение).

после рассмотрения первых двух ~~в~~ выражений в системе ~~нера~~ сложим x и y:

x = 0?1?000100??1

y = 0?1?000100??1

мы легко можем получить однозначную сумму, т.к. ~~...~~ в разрядах с „?" сумма по этому разряду у x и y равна 1.

~~x+y =~~ Заметим, что если сумма столбца 2 то происходит перенос в следующий разряд, тогда:

x+y = 1001001001000

т.к. x+y получился однозначным ⇒ сумма не зависит от x и y.

Рассмотрим 3-е выражение в системе:

(x+y) xor z = 716 (пусть ~~будет~~ r = 716 в двоичной системе).

x+y = 1001001001000

z = 1000010000100

r = 0001011001100

по результатам операции можем однозначно восстановить z.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 4 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение второе).

зная z из прошлого шага, рассмотрим

$z \vee w$

z	100001000 0100
w	?0000?000?? 11
$z \vee w$	1000010001111

будем обозначать разряды "?", где оно может принимать значения как 0 так и 1 за "?"

Если в z разряд равен 0 и $z \vee w = 0$ в данном разряде ⇒ цифра в разряде w определяется однозначно.

Если z в каком-то разряде равен 1 → w может принимать в данном разряде значения 0 и 1

~~...~~ если z=0 в каком-то разряде и в этом же разряде $z \vee w = 1$ то разряд w определяется однозначно и будет равен 1

количество вопросов в w равно 3 ⇒

⇒ $2^3 = 8$ возможных вариантов.

⇒ т.к. w не зависит от x и y ⇒ перемножаются варианты на x и y с вариантами на w:

$8 \cdot 16 = 128$ решений системы;

<u>Ответ</u>: 128 решений системы.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | H | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 4 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

последовательность имеет вид:

3 цифры 3 цифры ... 3 цифры

пусть n → количество таких блоков (тогда длина последовательности равна $3n$)

Т.к. сумма ~~ц~~ цифр в блоке чётная ⇒ есть два варианта какие цифры в нем находятся:

1) Или все три цифры чётные: блок имеет вид: чёт чёт чёт

при этом условии чётные цифры от 0 до 5: {0, 2, 4} ⇒ 3 штуки ⇒ всего вариантов = $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$. Т.к. сумма в блоке >2, исключим все неверные варианты:

000 → не подх; 002 → не подх, 020 → не подх, 200 → не подх.; все остальные подходят ⇒ если три цифры чётные то есть $27 - 4 = 23$ варианта блока.

2) Или одна цифра нечетная → сумма нечетная

3) Или все цифры нечётные при сложении остатков получим 3 ⇒ сумма нечётна.

4) Или две цифры нечётные → сумма чётна, т.к. нечетные цифры − {1, 3, 5}

неч + неч = чет и чет + чет = чет

а ещё вариантов расстановки будет: 3 (C_3^2).

ч н н, н н ч, н ч н; (н → нечётное, ч → чётное).

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | H | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 1 | 4 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (продолжение).

~~Заметим, что расстановка~~

~~При таких условиях мы можем составить только блоки~~ т.к. расстановка нам не важна, посчитаем ответ для одного из блоков и умножим на 3: (например $\underline{i}\,\underline{n}\,\underline{k}$)

$\underline{3вар}\ \underline{3вар}\ \underline{3вар} \Rightarrow 27$ вариантов. Исключим варианты с суммой ≤ 2: 011 $\Rightarrow$ подходит 26 вариантов, т.к. при четном ≥ 2 сумма будет ≥ 2 из-за нечетных и, очевидно, при больших четных сумма тоже будет ≥ 2.

Итого таких вариантов у нас $3 \cdot 26 = 78$, а в сумме с блоком из 3-ех четных выходит $78 + 23 = 101$ вариант блока. Дальше нам нужно решить уравнение.

$101^n \geq 10^{12}$ сделаем оценку, т.к. n целое мы сможем проверить значения и убедиться в правоте. $101^n < 100^n = 10^{2n}$

$\Rightarrow 10^{2n} \geq 10^{12} \Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6$. при $n=6$ точно вып., т.к. $101^n < 10^{2n}$. Нетрудно проверить, что при $n=5$ неравенство не выполняется. Тогда получим, что длина последовательности равна $3 \cdot n = 3 \cdot 6 = 18$

Ответ: 18

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ 4H0001914525

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Заметим, что выигрышной позиция будет тогда, когда следующий ход приведет к двум кучам, которые после разбиения не могут быть разбиты снова. Нетрудно проработать стратегию для всех приведенных игр и понять, что

при 13: выиграет первый игрок

при 50 и 69: выиграет ~~второй~~ первый игрок

при 10 и 22: выиграет ~~первый~~ второй игрок

Ответ: первый, первый, второй.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 6 | 7 | 3 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

$x \wedge y = 1057$ ①

$x \text{ xor } y = 2566$ ②

$(x+y) \text{ xor } z = 716$ ③

$z \vee w = 4d39$ ④

Посмотрим на бинарное представление данных чисел:

①: 001000010000 1

Т.к. ∧ дает 1 только, когда в обоих числах на одной позиции стоят 1 можно сказать об x и y следующее

x: _ _ 1 _ _ _ _ 1 _ _ _ _ 1 , _ ~~—~~ (неизвестно о или 1)

y: _ _ 1 _ _ _ _ 1 _ _ _ _ 1

Далее посмотрим на выражение x xor y:

x xor y: 010100000110, ~~тогда~~ тогда про x и y появляется еще информация

x: 0 T 1 T 000100 ~~1~~T T 1

y: 0 T 1 T 000100 T T 1

на месте символа T либо в x, либо в y стоит 1, а в другом 0, ~~но~~ то есть на позициях где стоят T

$$\begin{cases} x_i \wedge y_i = 0 \\ x_i \vee y_i = 1 \end{cases}$$

Теперь можно узнать x+y, т.к. нам в сумме неважно где стоят единицы и где 0

см след. лист.

Лист 1 из 3

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 1

~~x+y: Пусть все 1 меняют~~
~~стоят~~ в x, ~~только для удобства подсчета суммы.~~

~~x+y: 011100~~

x+y: 1001001001000

(x+y) xor z: 0001011001100, тогда можно восстановить z, зная (x+y) ~~xor z~~,

(x+y): 1001001001000

(x+y) xor z: 0001011001100

z: 1000010000100, зная zVw:

zVw: 1000010001111, можно сказать о w:

w: N0000N0001N11, N - либо 1 либо 0,

тогда всего способов выбрать x и y: 16 (было посчитано на компьютере количество масок длины 4 где $m_1 \wedge m_2 = 0$, $m_1 | m_2 = 15$

а способов выбрать w: 8 (2·2·2)

итого:

16 · 8 = 128 четверок

Ответ: 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 1 4 6 7 3 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Найдем количество трехзначных чисел сумма цифр ~~которого~~ их четна:

всего их 450, ~~???~~ каждый блок из 3 цифр дает 450 различных комбинаций, тогда нам надо найти $450^k \geq 10^{15}$ и $k \to min$, $k = 6$, тогда последовательность $k:3$ должна быть длиной как минимум 6 блоков (или 18 цифр)

Ответ: 6 блоков
18 цифр

Часть 2:

Задача 4:
Тест 1: 16
Тест 2: 174
Тест 3: 2035

Задача 5:
Тест 1: 856 6
Тест 2: 39995 29997
Тест 3: 417241 237216

Лист 3 из 3

10.
10,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 H 0 0 0 1 9 3 8 5 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	20	27		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1 (начало)
Запишем результаты
$x \vee y$ и $x \text{ xor } y$ в двоичной системе

$x \vee y$		1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	3623
$x \text{ xor } y$		1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2916
x		0/1	1	0/1	0	0	0	1	0	0	0/1	0/1	1	
y		1/0	1	1/0	0	0	0	1	0	0	1/0	1/0	1	
$x+y$	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
$(x+y) \text{ xor } z$	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	716
z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
$z \vee w$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	
w	0/1	0	0	0	0	0/1	0	0	0	1	0/1	1	1	

Если в каком-то бите $x \vee y$ стоит 0, значит в этом бите и x, и y имеют 0, если в каком-то бите $x \vee y$ имеет 1, а $x \text{ xor } y$ 0, значит ~~y oy~~ и x, и y в этом бите имеют 1, если $x \vee y$ имеет в бите 1, и $x \text{ xor } y$ имеет в бите 1, значит только одно из чисел x, y имеет в этом бите 1. Значит сумма $(x+y)$ восстанавливается однозначно.

см. след. лист.

10
10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 8 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1 (продолжение)

Таблица истинности xor

a	b	a xor b
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

То есть из суммы $(x+y)$ и значения $(x+y)$ xor z однозначно восстанавливается ~~y~~ z. Из значения ~~x~~ z v w восстанавливаются все биты w кроме 3-х.

В числах x и y присутствуют по 4 бита, про которые известно, что в одном из чисел стоит 1, а в другом 0, то есть возможных наборов x и y $2^4 = 16$, возможных значений w $2^3 = 8$ и не зависит от конкретного набора x, y, значит решений системы

$16 \cdot 8 = 128$

Ответ: 128

10-1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 8 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2

Сумма в блоке чётная, значит блок представляет собой один из вариантов

ЧЧЧ (Ч обозначим 0, 2, 4, Н - 1, 3, 5)
ЧНН всего ~~вариантов~~ блоков с чётной
НЧН суммой цифр:
ННЧ

$3\cdot3\cdot3 + 3\cdot3\cdot3 + 3\cdot3\cdot3 + 3\cdot3\cdot3 = 4\cdot3^3 = 108$

однако сумма цифр в блоках 000, 002, 020, 200, 110, 101, 011. меньше или равна двум, значит возможных блоков $108 - 7 = 101$, то есть используя три цифры (один блок можно передать всего 101 последовательность), а 6 цифр (два блока) $101\cdot101 = 10201$ последовательность, что больше 1012

Ответ: длины 6.

10
10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 9 3 8 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3 (начало)

Самое маленькое натуральное число, представимое суммой трёх различных натуральных $1+2+3=6$.
На доске написано число 13.
Первый игрок может заменить его на 5, 5, 3, второй не сможет сделать ход и первый выиграет

На доске написаны числа 10 и 22.
Первый игрок первым ходом может заменить 22 на 5, 5, 12, на доске окажется 10, 5, 5, 12.
Второй игрок может выбрать число 10 или 12, но ~~...~~ он может получить не более одного числа, не меньшего 6. Если второй игрок напишет три числа, меньшие 6, то первый игрок своим вторым ходом тоже заменит 10 или 12 (какое останется) тремя числами меньше 6 и победит. Самое большое число, которое может получить второй игрок $- 9$ $12 \to 9, 1, 2$, самое маленькое $- 6$ (из тех, что можно будет потом стереть)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4Н0001938525 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3 (продолжение)

В любом случае первый игрок сможет заменить 10 на 1, 2, 7. Второму игроку останется на выбор (7 или 6), или (7 или 9), или (7 или 7). После его хода останется лишь одно число, которое можно разбить. Первый игрок сможет разбить его так, что чисел больше 5 не останется и победит.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 8 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4

Ответ: файл №1: 3

файл №2: 19

файл №3: 151

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 8 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5

Ответ: файл 1: 608 36
файл 2: 9977 71
файл 3: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н Н 0 0 0 1 7 6 9 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

Ответ: 128

Решение: построим таблицу битов, и заполним исходя из имеющейся информации

x	·	1	·	0	0	0	1	0	0	·	·	1
y	·	1	·	0	0	0	1	0	0	·	·	1
x∨y	1	1	~~0~~1	0	0	0	~~0~~1	0	0	1	1	1
x⊕y	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

т.к есть действие xor (⊕) ~~ЮКО~~ почти всегда определяет x и y (их биты) в совокупности со строкой x∨y. однако биты в которых стоят точки в ячейках которых стоят точки однозначно не могут быть определены. заметим, что если на опред месте (там где точка) поставить 1 то на этом же месте в y будет стоять ~~нуль~~ „0" (так как на соответствующих позициях в xor стоит 1 то биты обязаны быть разными.)

получается выбирая комбинацию для x мы подбираем y однозначно. вариантов для x будет $2^4 = 16$ (т.к. мест куда поставить 4, а вариантов поставить на 1 место 2. (1 и 0)).

Вариант № 4 | ИН000176 9625 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

причем, для любого подходящего x

$x+y=4680$ (т.к. y однозначно определен). посмотрим w и ~~y~~ z с помощью этого, а также ~~a~~ строк других выражений из условия:

W	•	0	0	0	0	•	0	0	0	1	•	1	1
Z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
(x+y) xor z =	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
$Z \vee W$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
x+y	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0

получается т.к. z однозначно определяется (т.к. $x+y$ – const) то и z однозначно можно определить, относительно этого w можно определить большую часть битов, однако на 3 позиции можно поставить „1" и „0" $\Rightarrow$ кол-во w для одной тройки x, y, z $= 2^3 = 8$ $\Rightarrow$ всего $x = 16$, для каждого x ~~ест~~ 8 w $\Rightarrow$ всего комбинаций $16 \cdot 8 = \underline{128}$

...ЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000178 9825

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5:

Тест 1: 608 36

Тест 2: 9977 71

Тест 3: 41566 55

Задача 2 Ответ: 18

Решение: всего последовательностей длины 3 выполняющие условие и задачи ровно 101, тогда ~~пусть~~ кол-во последовательностей которые можно составить из x блоков по 3 будет 101^x, ~~тогда~~

$101^x \geq 10^{12}$ тогда ~~~~ минимальных $x = 6$, т.к. x - кол-во блоков, а в блоке 3 цифры длина будет $3 \cdot 6 = 18$

Задача 4:

~~Тест~~

Тест 1: 3

Тест 2: 19

Тест 3: 151

Задача 2 ~~во всех случаях выигр.~~

~~Ответ: во~~ ~~первый~~ Ответ: в 1 и 2 случае выиграет 1 во 3 случае выиграет 2.

Решение: пусть В - выигрышная позиция, П - проигрышная

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 4НО0001769625

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа!

тогда получается
1 – П
2 – П
3 – В
4 – В
5 – В
6 – В
...
получается любое число ≥ 3 выигрышное. для выигрыша игроку следует разбить кучки так, чтобы в его ход осталось 1 число ≥ 3,
в 1 случае у 1-го игрока уже есть 1 ~~карт~~ число (В) поэтому он выиграет.
2-ой случай: (минимально, не обязательно по именно так) за 12 ходов приходим к ситуации, где остается 1 число ≥ 3, причем число ходов четно поэтому останется 13 у первого игрока и тот выиграет.
~~3-й случай: первый игрок сможет дойти до ~~сл~~ ситуации, где он получит 1 ~~кучку~~ число ≥ 3 поэтому выиграет (со исходи из случая 1).~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4Н0001769625
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и в рамке строки

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3-й случай
у первого игрока
не получится
создать ситуацию
в которой на момент его хода
будет 1 число $\geqslant 3 \Rightarrow$ что он не
сможет выиграть, ведь в „хорошую" ситуацию попадет второй.
происходит это потому, что
оба числа четные; ~~но~~ и такую
ситуацию нельзя свести к
благоприятному исходу для
первого игрока

Лист 5 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 0 | 1 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Все тройки чисел, удовлетворяющие тому, что сумма чисел чётна и больше двух: 004, 013, 015, 022, 024, 031, 033, 035, 040, 042, 044, 051, 053, 055, 103, 105, 112, 114, 121, 123, 125, 130, 132, 134, 141, 143, 145, 150, 152, 154, 202, 204, 211, 213, 215, 220, 222, 224, 231, 233, 235, ~~[illegible]~~ 240, 242, 244, 251, 253, 255, 301, 303, 305, 310, 312, 314, 321, 323, 325, 330, 332, 334, 341, 343, 345, 350, 352, 354, 400, 402, 404, 411, 413, 415, 420, 422, 424, 431, 433, 435, 440, 442, 444, 451, 453, 455, 501, 503, 505, 510, 512, 514, 521, 523, 525, 530, 532, 534, 541, 543, 545, 550, 552, 555 – всего 101 вариант, в 1 блоке, значит уже в двух блоках будет 101·101 = 10201 вариантов, что больше, чем 1012 => последовательности ~~[illegible]~~ длины 6 будет достаточно

Ответ: 6

№4

1) 3

2) 19

3) 151

№5

1) 608 36

2) 9977 71

3) 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4Н0001930125 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверятся только то, что записано с этой стороны листа и рамке сверху

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$3623_{10} = 111000100111_2$

$2566_{10} = 101000000110_2$

$716_{10} = 1011001100_2$

$4239_{10} = 1000010001111_2$

Обозначим за $\binom{1}{0}$ позицию, в которой может стоять либо 0, либо 1 — в зависимости от того, что стоит на этой позиции у другого числа.

X	$\binom{1}{0}$	1	$\binom{1}{0}$	0	0	0	1	0	0	$\binom{1}{0}$	$\binom{1}{0}$	1
y	$\binom{1}{0}$	1	$\binom{1}{0}$	0	0	0	1	0	0	$\binom{1}{0}$	$\binom{1}{0}$	1
x∨y	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
x⊕y	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
~~x+y~~												

То есть если в некоторой позиции числа x стоит $\binom{1}{0}$, то в этой же позиции числа y тоже будет стоять $\binom{1}{0}$. Это значит, что если бы в этой позиции у x стояло 1, то у y должно стоять 0 и наоборот, то есть всего вариантов пар чисел x и y — $2^4 = 16$ (т.к. 4 позиции с $\binom{1}{0}$)

X	0	$\binom{1}{0}$	1	$\binom{1}{0}$	0	0	0	1	0	0	$\binom{1}{0}$	$\binom{1}{0}$	1
y	0	$\binom{1}{0}$	1	$\binom{1}{0}$	0	0	0	1	0	0	$\binom{1}{0}$	$\binom{1}{0}$	1
x+y	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
(x+y)⊕z	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0

При сложении $\binom{1}{0} + \binom{1}{0}$ получается всегда 1, т.к. если у x в позиции $\binom{1}{0}$ стояло бы 1, то у y стояло бы 0 и наоборот.

z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
W	$\binom{1}{0}$	0	0	0	0	$\binom{1}{0}$	0	0	0	1	$\binom{1}{0}$	1	1
z∨W	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1

всего вариантов числа w — $2^3 = 8$ ⇒ количество четвёрок $x, y, z, w = 16 \cdot 8 = 128$

Ответ: 128

3) 417566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 4 | 2 | 6 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

$$\begin{cases} x \wedge y = 1057 \\ x \text{ xor } y = 2566 \\ (x+y) \text{ xor } z = 3659 \\ z \vee w = 7183 \end{cases}$$

Поскольку xor - обратимая операция, для каждого x найдётся ровно 1 $y = 2566 \text{ xor } x$ и $z = 3659 \text{ xor } (x + 2566 \text{ xor } x)$

Рассмотрим двоичную запись числа $1057 = 010000100001_2$, а также $2566_{10} = 101000000110_2$.

Так как после преобразования $\begin{cases} x \wedge y = 1057 \\ x \text{ xor } y = 2566 \end{cases}$ в $x \wedge 2566 = x \text{ xor } 1057$, число x однозначно определяется всеми разрядами, кроме

010000100001
101000000110

(выделены чёрным)

Отсюда существует 2^4 вариантов x.

Раз z опр. однозначно, $x+y = \text{const}$.

Рассмотрим произвольную пару x, y: 1057, 3623.

Их сумма равна 4680. Значит $z = 3659 \text{ xor } 4680 = 7171$

Рассм $7171_{10} = \underline{111}000000\underline{11}$. т.к. к z применена дизъюнкция, w опр. однозначно всеми разрядами, кроме единиц.

Тогда $\exists\ 2^5 z$. Значит ответ $= 2^4 \cdot 2^5 = 2^9 = 512$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | ИП000164262 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

1) 16 2) 174 3) 2035

№5.

1) 856 6 2) 39995 29997

3) 417241 237216

№2.

Рассм. каждую тройку a, b, c.

На место a и b идут по 10 вариантов цифр.

Делимость на 5 будем корректировать цифрой c.

$a+b \underset{5}{\equiv} -c$. Так как $(a+b) \bmod 5 \in [0;4]$, а $c \in [0;9]$, для c всегда найдутся 2 варианта.

Таким образом, для каждой тройки есть по $10 \cdot 10 \cdot 2 = 200$ вариантов.

Значит $200^n \geq 10^{15}$, где n – кол-во троек.

тк $200^n = 2^n \cdot 100^n$, понятно, что $n_{min} < 8$. Проверив, получаем, что $200^6 < 10^{15}$, $200^7 > 10^{15}$. Тогда $n_{min} = 7$.

~~Зн~~ Так как $f(x) = 200^n \nearrow$, кол-во троек ≥ 7.

Тогда длина посл-ти $\boxed{\geq 21}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3.

Назовём число разложимым, если оно раскладывается на три различных натуральных числа.

Назовём число хорошим, если ~~его разложить на три неразложимых, либо в его разложении все~~ у него существует такое разложение, где есть только неразложимые или ~~хорошие числа~~ одно неразложимое и два хороших.

Иначе назовём число плохим.

~~Минимальное хорошее число = 1+2+3=6.~~

Понятно, что в случае, если число хорошее и разложимо на неразложимые, его можно разложить за один ход. Если рассматривать такой случай как базу, можно показать, что для разложения хорошего числа на неразложимые требуется: 1, 3, 5, ... - нечётное число ходов.

Тогда для плохих требуется чётное, так как оно состоит из двух неразложимых и одного хорошего.

~~Следовательно, можно утверждать, что если~~

~~13 = 1+2+10~~

~~Найдём~~ 13 - плохое число, выиграет второй игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	1	9	4	2	7	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	24		79

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Тестовый файл №1: 16

Тестовый файл №2: 174

Тестовый файл №3: 2035

№5

Тестовый файл №1: 856 6

Тестовый файл №2: 39995 29997

Тестовый файл №3: 417241 237216

№1

$x \wedge y = 1057_{10} = 010000100001_2$

$x \text{ xor } y = 2566_{10} = 101000000110$

Если i-ый бит выражения $x \wedge y = 1$, то i-ый бит x равен 1 и i-ый бит y равен 1. Если i-ый бит выр. $x \wedge y$ равен 0, и i-ый бит выраж. $x \text{ xor } y$ равен 0, то i-ые биты x и y равны 0. Если же i-ый бит выр. $x \wedge y$ равен 0, а i-ый бит выр. $x \text{ xor } y$ равен 1, то i-ый бит числа x равен k, где $k \in \{0;1\}$, а i-ый бит y при этом равен $1-k$. Тогда x и y можно представить след. образом:

$x = k_1 1 k_2 000100 k_3 k_4 1_2$

$y = (1-k_1)1(1-k_2)000100(1-k_3)(1-k_4)1_2$, где k_n и $(1-k_n)$ – цифры, а $k_n \in \{0;1\}$

Т.к. $k_n + (1-k_n) = 1$, несложно посчитать $x+y$:

$x+y = 1001001001000_2 = 4680_{10}$

Если $(x+y) \text{ xor } z = 2635_{10}$, то $z = (x+y) \text{ xor } 2635_{10} = 4680_{10} \text{ xor } 2635_{10} = 6147_{10} =$
$= 1100000000011_2$

$z \vee w = 6159_{10} = 1100000001111_2$

Если i-ый бит $z \vee w$ равен 0, то i-ый бит w равен 0. Если i-ый бит $z \vee w$ равен 1, а i-ый бит z равен 0, то i-ый бит w равен 1. Если i-ый бит $z \vee w$ равен 1, и i-ый бит z равен 1, то i-ый бит w равен k, где $k \in \{0;1\}$. Тогда w можно предст. след. обр.:

$w = k_5 k_6 000000011 k_7 k_8$, где k_n – цифра, $k_n \in \{0;1\}$

Тогда для подсчета ответа (кол-ва мн-в. удовл. усл.) достаточно посчитать кол-во $k: n(k) = 8$, ответом будет $2^n = 2^8 = 256$. Ответ: 256

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 ИН0001942725

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Пусть н - нечетная цифра, ч - четн. цифра. Чтобы получить блок из 4 цифр, сумма которых четная, нужно составить одну из комбинаций: нннн, ннчч, нччн, нчнч, чччч, чнчн, чннч, ччнн. (т.к. н+н=ч, ч+ч=ч, то кол-во нечетн. чис. должно быть четным). Всего можно получить $2^4=16$ комбинаций, значит нам подходят $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$ от общего числа блоков по 4 цифры, а всего их 10000 (0000, 0001, 0002... 9998, 9999) => подходят под условие $\frac{10000}{2}=5000$ блоков.

Кол-во различн. последовательностей можно посчитать так: $5000\cdot4999\cdot\ldots\cdot(5000-n+1)$, где n - кол-во блоков, а кол-во должно быть $\geqslant 10^{20}$, значит: $5000\cdot4999\cdot\ldots\cdot(5000-n+1)\geqslant 10^{20}$

Если $n=4$, то:

$5000\cdot4999\cdot4998\cdot4997<10^{20}$ (это несложно посчитать если представить каждый множитель левой части как $5\cdot10^3$, ведь если $5000^n<10^{20}$, то $5000\cdot4999\cdot\ldots\cdot(5000-n+1)$ (при $n<1000$) тем более: $(5\cdot10^3)^4=625\cdot10^{12}$, что явно меньше 10^{20})

Если $n=5$, то:

$5000\cdot4999\cdot4998\cdot4997\cdot4996<10^{20}$ (аналогично: $(5\cdot10^3)^5=3125\cdot10^{15}=3{,}125\cdot10^{18}<10^{20}$)

Если $n=6$, то:

$5000\cdot4999\cdot4998\cdot4997\cdot4996\cdot4995>10^{20}$ (по логике выше: если $4000^n>10^{20}$, то $5000\cdot4999\cdot4998\cdot4997\cdot4996\cdot4995>10^{20}$; $(4\cdot10^3)^6=4096\cdot10^{18}=4{,}096\cdot10^{21}>10^{20}$ => $5000\cdot4999\cdot4998\cdot4997\cdot4996\cdot4995>10^{20}$, итд)

Т.к. n - кол-во блоков и это явл. натур. числом, то $n=6$ - мин. возм. кол-во блоков ($n=5$ не удовл. усл., а при $n<5$ кол-во послед. еще меньше). Длина послед.: $L=4n$, тогда мин. длина послед. $L=4\cdot6=24$. Если в вопросе задачи подразум. мин. длина послед., то ответ 24, если возможные длины, то $L\in[24;+\infty)$, где $L=4n$, $n\in N$

Ответ: $L\in[24;+\infty)$, где $L=4n$, $n\in N$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000151 7225
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	15	24		78

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

Рассмотрим первую операцию: $x \vee y = 3623$ и вместе с ней вторую операцию $x \text{ xor } y = 2566$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
3623: 0111000100111 ← в битовой записи:
2566: 0101000000110

Посмотрим на то, какие значения могут стоять на разных позициях x и y в их битовой записи

Занумеруем позиции начиная с 1 слева направо.
В итоге в позициях 1, 5, 6, 7, 9, 10 точно и в x и в y стоят 0, в позициях 3, 8, 13 и в x и y стоят 1, в остальных позициях либо в x стоит 1, в y 0 или наоборот

Рассмотрим операцию $(x+y) \text{ xor } z = 716$, заметим, что $x+y$ всегда даёт один и тот же результат, при x и y подходящих под предыдущие условия.

x+y: 1001001001000
716: 0001011001100

при такой операции z однозначно определяется, оно равно: 1000010000100, рассмотрим последнюю операцию

z: 1000010000100
4239: 1000010001111

У нас есть 3 позиции, где в w может стоять либо 0, либо 1, все остальные значения фиксированы

Лист 1 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН0001517225
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1 (продолжение) -
В итоге у нас есть по 2 варианта на 4 позиции в x и y и ~~3~~ 2 варианта на 3 позиции в w => всего решений системы уравнений будет $2^4 \cdot 2^3 = 128$
Ответ: 128

N4
~~Тесто~~ Тестовый ~~файл N1: 3 Ответ~~: 3
~~Тест файл N2: Ответ. 3~~

N4:
Тест файл N1: Ответ: 3
Тест файл N2: Ответ: 19
Тест файл N3: Ответ: 138

N5
Тест файл N1 Ответ: 608 36
Тест файл N2: Ответ: 9977 71
Тест файл N3: Ответ: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 1 | 7 | 2 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Для решения задачи воспользуемся теоремой Шпрага-Гранди. Если на доске записано одно число $n \le 5$, то такая позиция проигрышная, т.к такие числа не представимы в виде суммы 3 различных натуральных. Для каждого числа найдём, ~~выигр~~ выигрышная ли позиция если на доске записано это число. -0 - проигрыш, 1 - выигрыш - $f(n)$ - выигрышная позиция или нет.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
f(n)=	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Для чисел от 6 до ~~7~~ 12 позиция выигрышная т.к. мы можем представить эти числа в виде суммы чисел ~~меньших~~ 5 и меньших либо равных 5 и противник ничего не сделает. 13 проигрышная позиция т.к. все переходы из этой позиции ведут в выигрышные позиции. ~~если~~

~~Если другие записаны~~ По теореме Шпрага-Гранди:

$f(a) = mex(f(n_1) \wedge f(n_2) \wedge f(n_3), \ldots)$ по всем корректным переходам, где $n_1+n_2+n_3=a$

Для 13 ~~мы не~~, какой бы переход мы не сделали везде $f(n_1) \wedge f(n_2) \wedge f(n_3)$ будет равно 1, а значит mex будет равен 0 => позиция проигрышная.

$f(14)=1$, т.к. есть переход $14 = 6+7+1$, $f(6) \wedge f(7) \wedge f(1) = 0$ => мы переводим соперника в проигрышную позицию и побеждаем.

Аналогично $f(14)=f(15)=f(16)=\ldots\ldots f(22)$ т.к есть переход в проигрышную позицию.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 1 | 7 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолжение)

Для 13 побеждает 2-ой игрок. Стратегия такая.
Когда первый игрок сделает ход в любом случае будет три числа в которых ~~одно ≥ 6~~ два ≤ 5, одно ≥ 6 $\Rightarrow$
Мы разложим число ≥ 6 на 3 ≤ 5 и переведём соперника в проигрышную позицию.

Когда записано два числа: 10, 22, то по т. Шпрага Гранди выигрывает второй игрок т.к. для ~~нескольких~~ нескольких игр положение будет $f(10) \wedge f(22) = 0$
~~Стратегия такая~~ Стратегия такая: т.к. игра правильная, то первым ходом первый игрок переведёт одну из игр в проигрышное состояние для нас. Но у нас есть вторая игра с выигрышным состоянием, мы переведём её в проигрышное состояние $\Rightarrow$ мы победим.

первым раскладываем 10:

$10, 22 \xrightarrow{1} 5, 4, 1, 22 \xrightarrow{2} 5, 4, 1, 10, 8, 4 \xrightarrow{1}$
$\rightarrow 5, 4, 1, 5, 4, 1, 8, 4 \xrightarrow{2} 5, 4, 1, 5, 4, 1, 1, 3, 4 \xrightarrow{1}$

первый игрок не ~~может сходить~~

Порядок в котором раскидывались числа не важен, ведь при правильной игре мы ~~всегда~~ сделаем 4 разложения, а значит победит 2-ой игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 1 | 7 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолжение)

Найдём f(n) для больших значений n.
для каждого n от 23 до 63 позиция выигрышная, т.к. есть переход в проигрышную позицию.

$f(23) = f(12) \wedge f(6) \wedge f(5) = 0$
$f(24) = f(14) \wedge f(8) \wedge f(2) = 0$
$f(25) = f(14) \wedge f(8) \wedge f(3) = 0$
$f(26) = f(14) \wedge f(8) \wedge f(4) = 0$
$f(27) = f(14) \wedge f(8) \wedge f(5) = 0$

$f(28) = f(15) \wedge f(8) \wedge f(5) = 0$
$f(29) = f(16) \wedge f(8) \wedge f(5) = 0$
$f(30) = f(17) = 1 \ldots$

далее мы увеличиваем n и увеличиваем параметр в первой функции, а начиная с 15 у нас непрерывно наша функция равна 1, т.к. она уже вычислена => так мы дойдём до числа 63 и для каждого числа позиция будет выигрышной => выигрывает первый игрок

Ответ: если 13 – выигрывает 2-ой игрок.
если записано 10 и 22 - 2-ой игрок выигрывает
если записано 50 или 63 - то выигрывает 1-ый игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 1 | 7 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Посчитаем количество блоков длиной 3, в которых сумма чётная и строго больше 2. ~~Нам~~

Пусть Ч - чётное число, Н - нечётное число => нам подходят блоки следующего вида:

Ч Ч Ч - всего 3^3-4 варианта, блоки вида (0,0,0), (2 0 0), (0 0 2), (0 2 0) - не берём в расчёт

~~Н Ч Ч~~

~~Н Ч Ч~~

~~Ч Н Н~~

Н Ч Н - всего 3^3-1 вариант, не берём блок вида (1 0 1)

Н Н Ч - 3^3-1

Ч Н Н - 3^3-1

Всего есть $cnt = 4 \cdot 3^3 - 7$ блоков различных (очевидно что внутри они не пересекаются)

Пусть le - длина последовательности, тогда мы можем передать

$$C = cnt^{\frac{le}{3}}$$ различных последовательностей

$$101^{\frac{le}{3}} \geq 10^{12}$$

$$\frac{le}{3} \geq 6$$

$$le \geq 18$$

Ответ: последовательности должны ~~быть~~ быть длины 18

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 8 | 7 | 4 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	15	24		78

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

$$\begin{cases} x \vee y = 3623_{10} = 111000100111_2 \\ x \wedge y = 2566_{10} = 101000000110_2 \\ (x+y) \wedge z = 716_{10} = 1011001100_2 \\ z \vee w = 4239_{10} = 1000010001111_2 \end{cases}$$

из первых двух уравн.:

$$\begin{array}{ll} x \to & \_\,\_\,\_\ \_\,\_\,\_\ \_\,\_\,\_\ \_\,\_\,\_ \\ y \to & \_\,\_\,\_\ \_\,\_\,\_\ \_\,\_\,\_\ \_\,\_\,\_ \\ \hline x \vee y & 111\ 000\ 100\ 111 \\ x \wedge y & 101\ 000\ 000\ 110 \end{array}$$

заметим что если

$$\begin{cases} a \wedge b = 0 \\ a \vee b = 1 \end{cases} \to \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} a \wedge b = 1 \\ a \vee b = 1 \end{cases} \to \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \wedge b = 0 \\ a \vee b = 0 \end{cases} \to \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

, где a, b - ~~две~~ цифры двоичн. записи

исходя из этого, имеем:

$$\begin{array}{ll} x \to & \_\,1\,\_\ \ 000\ \ 100\ \ \_\,\_\,1 \\ y \to & \_\,1\,\_\ \ 000\ \ 100\ \ \_\,\_\,1 \\ \hline x \vee y & 111\ \ 000\ \ 100\ \ 111 \\ x \wedge y & 101\ \ 000\ \ 000\ \ 110 \end{array}$$

т.е. имеем 4 поля, где могут быть комбинации (1;0) и (0;1).

Заметим, что сумма не меняется от располож. „1" и „0", а значит ~~можно~~ z и w не зависит от знач. x и y.

$x+y = 4680$ (подсчитано на одном из вар.)

см на др. листе.

Лист 1 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 3 8 7 4 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

н (прод.)

$4680_{10} = 1001001001000_2$

$4680 \wedge z = 716 \Rightarrow 4680 \wedge 716 = z$ (из обратимости операции xor)

$z = 4228_{10} = 1000010000100_2$

$z \vee w = 4239$

↓

~~10001000~~ 1000010000100

$\underline{?0000?0001?11}$

1000010001111.

$1 \vee 1 = 1 \vee 0 = 0 \vee 1 = 1$

$0 \vee 0 = 0$ → отсюда: ↑

? → „0" или „1"

есть 3 ?, $2^3 = 8$ вариантов w.

и $2^4 = 16$ вариантов пар $(x; y)$.

если считать ~~четв~~ пары без уч. порядка, то 8.

тогда четвёрок 1. $8 \times 16 = 128$

2. $8 \times 8 = 64$

Ответ: если под четвёркой имеется в виду упорядоченная четвёрка $(x; y; z; w)$, то ответ = 128, иначе ответ: 64

см на др. листе

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	3	8	7	4	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

расcм кол-во вариаций одного блока.

~~ч; ч; ч~~ чтобы сумма была чётной, блоки могут выглядеть так:

(ч; ч; ч); (ч, н, н); (н, н, ч); (н; ч; н)

посчитаем кол-во блоков кажд. вида:

$3\cdot3\cdot3 + 3\cdot3\cdot3 + 3\cdot3\cdot3 + 3\cdot3\cdot3 = 4\cdot27 = 108.$

но мы также учитываем блоки длиной 0 и 2, кот. нам не подх. таких блоков:

000 011 002
101 020 = 7.
110 200

т.е. существует $108 - 7 = 101$ вариант блоков

если взять дл. равную 3, то будет 1 блок, т.е. 101 вар. посл, что не подх.

если взять дл. равную 6, то в посл. будет 2 блока, кол-во вар: $101 \times 101 = 10201$ вар.

$10201 > 1012$,

Ответ: 6.

см на др. листе

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 3 8 7 4 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Рассм. какие числа гарантируют выигрыш:

1, 2, 3, 4, 5 → уже пораж, не раскл. на сумму разл. нечёт слаг.

6, 7, 8, 9, 10, 11; 12 → победа, т.к. предст. в виде суммы трёх чисел от 1 до 5 (от 1+2+3 до 3+4+5)

13: (5+4+3)+1, 6+4+3 → пораж.
5+5+3 – не уд. усл.
5+4+4 – не уд. усл.
~~7+5+1~~ будет а+в+с, где а – победн. число, в, с – не раскл.

(I). 13 → победа у второго игрока

В любое разл. первого имеет вид: «победн.» число + нераскл. число + нераскл. число, что даёт победу пр.

(III) 10 и 22: выигр. первой:

~~10~~, 10; 22 → 10; 13+8+1 → 2+3+5: 13, 8; 1 → 4+3+1; 13 → поб+...+... → (+)

~~10; 10, 2, 1, 8~~

~~...~~ → 7; 2; 1; 13; 8; 1 и II выигрывает → 10; 13, 4+3+1 → 2+3+5; 13 → поб. → (+)

→ 10; 8; поб+...+... → 8; поб → поб → 8 → (+)

«поб» → победное число (6 ... 12) см на др. листе

Лист 4 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	3	8	7	4	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4.

тест 1: 3
тест 2: 19
тест 3:

№5.

тест 1: 608 36
тест 2: 9977 71
тест 3: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 | 4 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	22	24		78

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$3623_{10} = 111000100111_2$

$2566_{10} = 101000000110_2$

$$\begin{cases} x \vee y = 3623 \\ x \text{ xor } y = 2566 \\ (x+y) \text{ xor } z = 716 \\ z \vee w = 4239 \end{cases}$$

Рассмотрим побитовые операции чисел x и y

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$3623_{10}=$	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	2
$2566_{10}=$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2
$x_{10}=$	1|0	1	1|0	0	0	0	1	0	0	1|0	1|0	1	2
$y_{10}=$	0|1	1	0|1	0	0	0	1	0	0	0|1	0|1	1	

Заметим, что в позициях 4,5,6,8,9. в числе 3623 стоит 0. Зная что только при $0 \vee 0 = 0$, в этих позициях будет стоять 0.

В позициях 2, 7, 12. $x_2 \vee y_2 = 1$, x_2 xor $y_2 = 0$. Так как при x xor y = 0 $x=1$ и $y=1$, либо $x=0$ и $y=0$ (не подходит так как $0 \vee 0 = 0$). В позиция 2,7,12 будут стоять 1

Рассмотрим оставшиеся позиции, ~~...~~ В них $x \vee y = 1$ и x xor y = 1. Эти выражения верны только в случаях $(x=1, y=0)$, $(x=0, y=1)$, так как ~~...~~ для x xor y = 1 верны пары (1,0), (0,1)

$x \vee y = 1$ верные пары (1,0), (0,1) (1,1)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 | 4 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Имеем теперь:

$$x = 1/0\ 1\ 1/0\ 000\ 100\ 1/0\ 1/0\ 1$$
$$y = 1/0\ 1\ 1/0\ 000\ 100\ 1/0\ 1/0\ 1 \quad +$$
$$x+y\ 1\ 0\ 0\ 1\ 001001000\ 0$$

знаем, что на позициях 1, 3, 10, 11 будет только одна единица, потом высчитать сумму

Заметим, что сумма x+y будет всегда одной, независимо от выбора 1/0 на позициях. Значит у z всего 1 вариант (4228) так как

$(x+y)$ nor $z = 716$

~~константа~~ неизменяемое

$4228_{10} = 1000010000100_2$

$4239_{10} = 1000010001111_2$

$w = 1/0\,0000\,1/0\,0001\,1/0\,11$

На позициях 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9 в числе w должен стоять 0, так как только при $0 \vee 0 = 0$. В позициях 12, 13 должна стоять 1, так как только при $0 \vee 1 = 1$. В позиции 1, 6, 11 может стоять как 1, так и 0 ($1 \vee 0 = 1$, $1 \vee 1 = 1$). Значит всего w имеет $2^3 = 8$ вариантов (комбинируем 0/1 на позициях 1, 6, 11).

Также число x+y имеет $2^4 = 16$ вариантов. Так как x+y не зависит от w. Всего вариантов $8 \cdot 16 = 128$

Ответ: 128 вариантов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 | 4 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

1) 2
2) 18
3) 150

№5

1) 608 36
2) 9977 71
3) 41566 55

№3

Заметим, что числа 1,2,3,4,5 нельзя ~~разо~~ разбить на три различных натуральных числа, которые дают в сумме стартовое.
Рассмотрим число 13.
Первым действием разобьём на числа 1, 6, 6. Далее второй игрок должен разделить число 6 на три других. После деления единственное оставшееся число, которое можно разбить будет 6. Тогда разделим

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 | 4 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Это число не 1, 2, 3.
Тогда у второго игрока нету больше ходов => первый выиграл.

Рассмотрим числа 10 и 22.
1) действие 1, 10, 10, 11. (1+10+11 = 22
2) независимо от действий второго дели 10 на 2 3 5.
Тогда есть 1, 2, 3, 5, 10, 11. Число 10 или 11 можно было разбить. Тогда все сложили разбив или 10 или 11 на другие числа.
Значит первый победил.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 3 4 6 4 2 5 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Найдём все возможные последовательности длиной 3, удовлетворяющие условию задачи (цифры от 0 до 5, сумма ~~строго~~ строго больше двух и чётна). Найдём все варианты, перебрав ~~[illegible]~~ вычислим вручную. Эти числа:

004	132	251	402	514
013	134	253	404	521
015	141	255	411	523
022	143	301	413	525
024	145	303	415	530
031	150	305	420	532
033	152	310	422	534
035	154	312	424	541
040	202	314	431	543
042	204	321	433	545
044	211	323	435	550
051	213	325	440	552
053	215	330	442	554
055	220	332	444	
103	222	334	451	
105	224	341	453	
112	231	343	455	
114	233	345	501	
121	235	350	503	
123	240	352	505	
125	242	354	510	
130	244	400	512	

Всего 101 вариант.

Так как можно отправлять только по блокам из 3 цифр, минимальное кол-во блоков будет 2.

101 последовательность в 1 блоке

101 последовательность во 2 блоке

Всего $101 \cdot 101 = 10201 > 1012$ последовательности.

Ответ: длины 6 (два блока по 3 цифры)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000165 8725

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
10	15	14	15	24		78

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

x or y = 111.000.100.111 (1)
x xor y = 101.000.000.110 (2)
(x+y) xor z = 1.011.001.100 (3)
z or w = 1.000.010.001.111 (4)

рассм первые два ~~уравн~~ выраж.: т.к. ~~все~~ левый бит в (1) равен 1, то хотя бы один бит у y или x равен 1, но т.к. во ~~втором вар~~ (2) первый бит – 0, значит первые биты у y и x одинаковы и равны 1

Далее, второй бит слева:
т.к. соотв. биты у (1) и (2) равны, то всего два возм вар. у x – 1 и у y – 0 или наоборот
Если два бита равны 0, то ед. вар. – (0;0)
Для первых двух выражений в итоге получим
2·1·2·1·1·1·1·1·1·2·2·1 = 16 возм. комбинаций x и y
Рассм вир x+y: мы точно знаем, что ~~так~~, если на бите 2 вар. расстановки, то их сумма = 1, т.к. они должны быть разными. Выпишем вир x и y:
(пусть точки обозн. возм. выбрать пару 1;0 или 0;1)

$$
\begin{array}{r}
x = \cdot 1 \cdot 000100 \cdot \cdot 1 \\
+\; y = \cdot 1 \cdot 000100 \cdot \cdot 1 \\
\hline
1.001.001.001.000 \\
(3)\ 0.001.011.001.100
\end{array}
$$

Если в соотв. бите пара 1;1, то имеем 2 вар. – (1;0) и (0;1)
иначе он всегда один, получаем: 1·1·1·2·1·1·2·1·1·2·1·1·1 = 8 вариантов

Выпишем получившиеся знач. z, где стоит "•" – выбор либо 1 либо 0: 100•01•00•100
(4) 1000010001111

(если x+y в i бите = 0, а в (3) вир – 1, то биты должны быть разными, т.е в z i бит = 1
если x+y в i бите = 0, а (3) вир – 1, то биты одинаковы)

Значит всего вариантов для w: 2·1·1·1·1·2·1·1·1·2·2·1·1 = 16 вар
Для z (4) вир накладывает огр: на 4 и 7 битах слева могут стоять только нули, т.к. иначе z or w ~~на этих битах давала~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 4Н00016587 25
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

~~на этих~~
На этих битах давало бы 1, что неверно
Значит для z сущ 2 варианта
Всего вариантов наборов чисел решений системы: $16 \cdot 2 \cdot 16 = 512$
Ответ: 512

№3

Числа 1; 2; 3; 4; 5 разложить на сумму 3 разл. нельзя: $1+2+3=6>5>4...>1$

Числа 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12 можно разложить на сумму 3 разл. можно так, что ~~это~~ будет последним ходом: $12=5+4+3$;
$11=5+4+2$
$10=5+4+1$
$9=4+3+2$
$8=4+3+1$
$7=4+2+1$
$6=3+2+1$

Тогда ~~эти~~ позиции 1; 2; 3; 4; 5 – проигрышные
А позиции 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12 – выигрышные

A Рассм первый случай: 13, I игрок не может разбить 13 на 3 числа, являющихся проигрышной позицией: макс возм. сумма, чтобы он мог выиграть $=5+4+3=12$, значит при любом разложении на 3 числа, будет число из диапазона от 6 до 12! ~~макс~~ мин число, которое он получит – 6, – явл. выигр. для II

~~макс. 13-6-3~~ максимальное $=13-1-2=10$ – является выигрышным для II игрока

Выигрывает II игрок

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 5 | 8 | 7 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Б) 50; 63

I игрок может разбить число 63 на 50 + 6 + 7, тогда получится две симметричные кучи: 50; 50 и 6 и 7

За один ход можно избавиться от кучи 6 или 7, значит если II игрок ходит в одной из них, то I игрок отвечает симметричной кучей - 6 или 7.

Если II игрок ходит в куче 50, то I игрок отвечает в другой куче 50 симметричным (таким же) ходом, и так далее и побеждает I игрок, т.к. последний симметрич. ход всегда за ним.

В) 10 и 22

I игрок может разбить 22 на 6; 11; 5,

II разобьет 6 и выиграет

5 нельзя разбить ни на какое, значит остаются числа 6; 10; 11, если II игрок разбивает 10 или 11 на ~~два~~ три проигрышных числа, то далее I игрок может разбить то ~~на 3~~ на 6; 3; 1 и остаются 6; 6 - в такой ситуации выигрывает I игрок (ходы симметричны)

если II игрок разбивает 10 или 11 на 1 выигрышный и 2 проигрышных, то ~~первый~~ I игрок из трех выигрышных чисел разбивает самое большое, (чтобы не было возможности разбить 10 на 1; 2; 7 например), и остаются два числа, меньшие 9 и ходит II игрок - значит независимо от его хода I закончит игру следующим ходом.

* числа ≤ 8 нельзя разбить на хотя бы 1 выигрышное, т.к. $1+2+x=8$, $x=5$ - мин.

Ответ: II; I; I

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН00016587 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

1) 608 36

2) 9977 71

3) 41566 55

№4

1) 3

2) 19

3) 138

№2

Рассм. все варианты подходящих последов.: (Сумма будет четной)
(Ч – четное число, Н – нечетное)

Ч Н Н – $3\cdot3\cdot3=27$

Ч Ч Ч – $3\cdot3\cdot3=27$

Н Ч Н – $3\cdot3\cdot3=27$

Н Н Ч – $3\cdot3\cdot3=27$

=> в сумме 108 вариантов.
При этом (0;1;1); (0;0;0); (0;2;0); (2;0;0); (0;0;2); (1;0;1); (1;1;0) не подх по усл. сумма >2

Остается 101 вариант

Если длина послед. равна 3, то имеем 101 различных посл-ей, если длина равна 6, то вариантов уже $101\cdot101=10201>1012$, значит длины 6 хватает для передачи 1012 разл. последовательностей. При увеличении длины, кол-во послед-ей,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН0001658725
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

которые мы можем отправить, увеличивается, значит

Длина последовательности должна быть от 6 и более

Ответ: 6 или больше; :3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 1 9 0 8 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
10	15	21	23	8		77

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. Давайте числа 1057 и 2566 запишем в двоичном виде

1057 – 10000100001
2566 – 101000000110

Биты, которые есть и в числе x и в числе y, это все биты числа 1057.
Биты, которые есть в одном из чисел, это все биты числа 2566 и таких всего 4 и каждый может стоять в двух позициях (либо в x, либо в y), значит $2^4=16$ – столько существует возможных вариаций x и y

А числа z и w определены однозначно, если мы знаем x и y т.к. ~~a⊕~~ a xor b = c   a = b xor c, т.е.

$z = 716 \text{ xor } (x+y)$ $w = 4239 \text{ xor } z$

Значит количество различных четверок, удовлетворяющих уравнению – 16

2.

В каждом блоке 3 цифры, т.е всего существует $10\cdot10\cdot10 =$ 1000 комбинаций одного блока. Очевидно что четную сумму имеет половина из них, т.к.

~~000   001   002~~
~~$S_1=0$ $S_2=S_1+1$ $S_3=S_2+1$ и т.д.~~
~~S_1 – четное S_2 – нечетное S_3 – нечетное~~
~~Или мы просто можем~~

либо все числа четные – это $5\cdot5\cdot5$ комбинаций,
либо четное чисел нечетные – в нашем случае это могут быть 2 числа и таких вариантов

$$C_2^3\cdot(5\cdot5\cdot5) = \frac{3!}{2!\cdot1!}(5\cdot5\cdot5) = 3\cdot125 = 375$$

Всего подходящих комбинаций – $375+125=500$

Пусть мы взяли x блоков, тогда комбинаций – 500^x
Значит найдем минимальный x такой, что $500^x \geqslant 10^{15}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | 4 Н 0 0 0 1 9 0 8 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

Недолгим перебором определяем, что $x = 6$. Тогда длина последовательности $- 6 \cdot 3 = 18$.

Очевидно что и любая последовательность длины кратной 3 и большей чем 18 подходит, так как количество вариантов возрастает.

Подходит ~~любая под~~ длина последовательности большая или равная 18 и кратная 3.

3.

Рассмотрим случай, когда записано одно число $- 13$.

Минимальное число, которое представимо в виде суммы трех различных натуральных чисел $- 1+2+3=6$. $\Rightarrow$

Скажем что числа $1, 2, 3, 4, 5$ – неделимые.

Максимальное число, которое можно представить суммой трех различных неделимых $= 3+4+5=12$. $\Rightarrow$ После деления числа 13 останется хотя бы одно делимое число

Остаться два делимых числа и более не может, т.к. $6+7$ (два наименьших делимых) $+ 1$ (наименьшее натуральное) $=$ $= 14$

Значит после стирания числа 13 и записи 3 других останется только 1 делимое число $\Rightarrow$ ходов будет всего 2 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ Первый игрок неизбежно проиграет.

Рассмотрим случай когда нам даны два числа $- 30$ и 39.

~~А~~ Оптимальная стратегия первого игрока такая:

Сначала разложить 39 на 30 4 5. (4 и 5 неделимые как было упомянуто ранее, поэтому с ними действий производиться не будет)

~~А~~ далее повторять ходы за противником. Тогда оба игрока сделают одинаковое число ходов, но первый на 1 больше, значит первый игрок неизбежно победит.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИН00190 8125

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим случай, когда даны 2 числа – 9 и 24.

Оптимальная стратегия для первого игрока:

Разложим 24 на 9 7 и 8

Получим 9, 9, 7, 8

После деления или 7 или 8 останутся только неделимые числа, поэтому вместе они дадут 2 хода.

А, теперь сделаем следующее:

Либо противник разложит 9 на 1 делимое число и 2 неделимых:

9 = 6 + 1 + 2, тогда с другой 9 мы сделаем также

~~Либ~~

Либо противник разложит 9 на 3 неделимых числа

9 = 5 + 3 + 1, тогда с другой 9 мы сделаем то же.

В итоге число ходов будет нечетным, а значит первый игрок неизбежно выиграет.

4.

Тест 1: 16

Тест 2: 174

Тест 3: 2035

5.

Тест 1: 731 19

Тест 2: 39995 29997

Тест 3:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН0001932625
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	15	23		77

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание № 3

Случай 1.

Исключим из рассмотрения числа, которые нельзя разложить на слагаемые: это все $x < 6$. Теперь игра закончится тогда, когда на доске не останется чисел.

После хода 1 игрока на доске не может не остаться чисел, т.к. макс. число, представимое в виде различных $x < 6$ – это $5+4+3=12$.

При этом двух $x \geq 6$ остаться тоже не может, потому что тогда число должно быть хотя бы $6+7+1=14$.

Итак, у нас останется одно число, большее или равное 6. Его макс. значение – это 10 ($10+2+1=13$; 11 получить нельзя, т.к. $13-11=2$, а 2 не представимо в виде суммы 2 различных). Теперь 2 игрок может разложить его на слагаемые < 6, и у 1 игрока не останется ходов:

$6 \to 1+2+3$

$7 \to 1+2+4$

$8 \to 1+2+5$

$9 \to 2+3+4$

$10 \to 2+3+5$

Таким образом, всегда побеждает второй.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 2 | 6 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание № 1

$3623_{10} = 111000100111_2 = x \lor y$

$2566_{10} = 101000000110_2 = x \text{ xor } y$

По определению xor следует, что значения в выделенных битах чисел x и y должны быть различны, а в остальных – равны. Так как во всех этих битах $x \lor y = 1$, то необходимо, чтобы в одном из чисел бит был равен 1, а в другом – 0, т.е. у нас 2 варианта (10 и 01) на 4 бита, т.е 2^4 вариантов для x и y

Далее заметим, что $x+y$ для любого набора одинаково, т.к. никакие биты из суммы не пропадают, а просто учитываются в каком-то одном из этих чисел. Эта сумма равна 4680. Отсюда единственное значение $z = 4680 \text{ xor } 716 = 4228$

$4228_2 = 1000010000100_2$

$4239_2 = 100001000\underbrace{1}\underbrace{111}_2$

Т.к. выделенные биты в z равны 0, в w они равны 1, значит $z \lor w$ не может быть 1 в этом бите. Зафиксируем их. Тогда у нас останется 3 бита, которые могут принимать любое знач-е, и 2^3 вариантов для w

Итого наборов $2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 2 | 6 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание № 2

Чтобы получить четную сумму в блоке, есть 2 варианта:

а) взять 3 четных числа. Таких вариантов 3^3 (3 числа - 0, 2, 4 и 3 позиции) = 27. Из них в 4 сумма не больше 2 (000, 002, 020, 200), итого подходящих вариантов 27 - 4 = 23

б) взять 1 четное и 2 нечетных. Таких вариантов 3^4 (на каждой позиции 3 возможных числа, 3 позиции + 3 варианта расставить четные и нечетные). Из них 3 не подходят (001, 010, 100), т.е. всего $3^4 - 3 = 78$ вариантов

Итого на один блок 101 вариант. Если взять 2 блока, будет $101^2 = 10201$ вариант, что сильно больше 1012. Длина двух блоков (т.е. и длина сообщения) равна 6 символам.

Задание № 4

Тест 1. 3

Тест 2. 19

Тест 3. 138

Задание № 5

Тест 1. 608 36

Тест 2 9977 71

Тест 3. 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	Н	0	0	0	1	2	8	9	3	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
10	15	21	23	8		77

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$x=1, y=0$ или $y=1$ $x=0$

точно известные биты

x	0	0		1		0	0	0	1	0	0			1
y	0	0		1		0	0	0	1	0	0			1
x ∧ y	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

x	0	0		1		0	0	0	1	0	0			1
y	0	0		1		0	0	0	1	0	0			1
x xor y	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Т.к на местах 10, 5 и 0 единицы, то x и y на местах 10, 5 и 0 = 1

Заметим $x \wedge y = 0$ и x xor $y = 0$, то x и y = 0 на этом бите. Тогда x и y могут быть ~~этого~~ только $< 2^{12}$

На местах 11, 9, 2, 1 : $x \wedge y = 0$, а x xor $y = 1$, это значит: либо ($x=1$ и $y=0$), либо ($x=0$ и $y=1$). Т.к x и y во всех прав-х предст-х в условии симметр-ы, то если нам подх-т $x=1$ и $y=0$, то подойдет и $y=1$, $x=0$. Я имею в виду x это x[i], а y = ~~...~~ y[i], где i = 2, 1, 9, 11

Заметим, что если определен x, то y однозн-о определен то же.

Например x : 11100010 0111, тогда y будет 010000100001

определим x + y:

x + y	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

~~z+zu~~ z	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
w	0		0	0	0	0		0	0	0	1		1	1
z ∪ w	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Где z ∪ w = 0, то z = 0 и w = 0

z	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
x + y	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
(x+y) xor z	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

На местах 0 и 1 z = 0 т.к (x + y) = 0 и (x+y) xor z = 0

На 12 месте z = 1, т.к (x+y) = 1 и (x+y) xor z = 0.

На 3 ~~12~~ месте z = 0, т.к (x+y) = 1 и (x+y) xor z = 1

На 2 месте z = 1; На 7 месте z = 1. Перенесем эти зн-я в табл-у z ∪ w. На 3, 1 и 0 местах w = 1, т.к z = 0 а w ∪ z = 1

На 12 и 2 месте может быть и 0 и 1.

~~...~~ z - опр-о одн-о. w может прин-ть 4 разн-х зн-я

x опред-т однозначно y. x может принимать $2^4 = 16$ значений.

Тогда всего четверок 2 · 16 = 32. Отв: 32.

№4

Отв: 16; 174; 2035

№5

Отв: 731 19; 39995 29997

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	Н	0	0	0	1	2	8	9	3	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Заметим, если куча ≤ 5, то ее разбить нельзя (сумма 3 миним-х натур-х разл-х чисел = 6)

а) Напишем дерево игры для 13

13 $\xrightarrow{1}$ 1, 2, 10 $\xrightarrow{2}$ 1, 2, 1, 4, 5
13 $\xrightarrow{1}$ 1, 3, 9 $\xrightarrow{2}$ 1, 3, 1, 3, 5
13 $\xrightarrow{1}$ 1, 4, 8 $\xrightarrow{2}$ 1, 4, 1, 2, 5
13 $\xrightarrow{1}$ 1, 5, 7 $\xrightarrow{2}$ 1, 5, 1, 2, 4
13 $\xrightarrow{1}$ 2, 3, 8 $\xrightarrow{2}$ 2, 3, 1, 2, 5
13 $\xrightarrow{1}$ 2, 4, 7 $\xrightarrow{2}$ 2, 4, 1, 2, 4
13 $\xrightarrow{1}$ 2, 5, 6 $\xrightarrow{2}$ 2, 5, 1, 2, 3
13 $\xrightarrow{1}$ 3, 4, 6 $\xrightarrow{2}$ 3, 4, 1, 2, 3

везде 2 игрок побеждает (остались кучи ≤ 5)

Второй побежд-т

б) 30 и 39

Первый сделает 30, 30, 4, 5

Из 4, 5 нельзя получить кучи (т.е нельзя сделать ход) ~~Если второй игрок ходит из~~

Пол-я, остались 2 одинак-е кучи. Если второй игрок сходит как-нибудь, первый сделает то же самое. Поэтому, победит первый игрок.

~~в) 9, 24~~
~~Первый сходит: 9, 24 → 9, 9, 7, 8. Остались 4 кучи, из каждой можно сделать только один ход и победа сделать ход. Если второй игрок сходит из 7 или 8 тоже, то первый сходит из 8, если второй игрок сходит из 8, то первый сходит из 7. Заметим, что если мы разбили 7 или 8 на кучи, то из этих маленьких куч сходить уже нельзя. А если второй игрок выберет для своего первого хода 9, то он может получить 2 варианта: <3 кучи, из кот. ход сделан~~

в) 9, 24. Первый игрок сходит: 9, 24 → 9, 9, 7, 8. Разобьем на 2 пар-е кучи: (9, 9) и (8, 7). Если второй игрок что-то сделает с (9, 9), то (первый) отразит его ход симметр-о и выигр-и в игре (9, 9). Если игрок второй сделает ход из (8, 7) то он получит 3 кучи, из кот-х ход сделать нельзя и кучу, из кот-й можно сделать ровно один ход. Тогда первый делает этот ход и побеждает. Первый победит.

Пояснение: (7 → 1, 2, 4), (8 → 1, 2, 5) - можно сделать ровно 1 ход.

Отв-т: второй, первый, первый.

№2 Пусть длина последов-и 3n (наим-я). (т.к $3n \vdots 3$) то Пос-ть состоит из n блоков. Т.к сумма блока четная, то блок состоит либо (из 2-х нечет-х и 1 четн-го числа), либо (из 3 четных).

~~блоков, сост~~ Способов создать блок из четн-х чисел: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ (на каждое место можно выбр-ть 0; 2; 4; 8; 6)

Способов создать блок из 2-х нечетн-х и 1-го четного: $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \cdot 3 = 375$ (ЧНН, НЧН, ННЧ - расположение внутри (3 способа), где Н - нечетный, Ч - четный)

Тогда способов создать 1 блок (длиной 3): $125 + 375 = 500$.

Тогда если есть n блоков, то способов задать послед-ть длиной 3n: 500^n.

$500^5 < 10^{15}$, $500^6 > 10^{15}$ ($500^6 = 15625 \cdot 10^{12}$). Значит, надо 6 блоков.

Значит, длина послед-и будет $6 \cdot 3 = 18$. Отв: 18.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

И	Н	0	0	0	1	6	2	3	5	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Переведём числа в двоичную систему счисления:

$x \wedge y = 0010000100001$

$x \oplus y = 0101000000110$

$(x+y) \oplus z = 0111001001011$

$z \vee w = 1110000001111$

По битовому И и ксору можем однозначно восстановить некоторые биты

бит в $\oplus$	бит в $\wedge$	x	y	
0	0	0	0	
0	1	1	1	
1	0	1	0	или $\boxed{0}\boxed{1}$
1	1	не встречается		

если ксор 0, то биты в x y либо 00, либо 11, это определяет битовое И

бит $\wedge$ равен 0, а ксор 1, значит возможны варианты 10 и 01

тогда x и y ~~выглядят~~ представляются как: x 0?1?000100??1

y 0?1?000100??1

где в знак вопроса подставляются 0 для x, 1 для y или 1 для x, 0 для y

Заметим, что можно узнать сумму независимо от значений x и y, она не будет меняться, а также, что мы знаем сумму битов для каждой позиции

x 0?1?000100??1

y 0?1?000100??1

x+y 1001001001000

(пример 0111000100111
0010000100001)

всего таких пар (x, y) 2^4, так как выбираем 1 из 2 вариантов в 4 неизвестных позициях

$\Rightarrow x+y = 4680$

Мы можем однозначно восстановить z

$(x+y) \oplus z$ 0111001001011

x+y 1001001001000

z 1110000000011

(7171 в 10-й системе счисл.)

$(x+y) \oplus z$	x+y	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

теперь рассмотрим $z \vee w$

z 1110000000011

$z \vee w$ 1110000001111

w ???0000001 1??

z	$z \vee w$	w
0	0	0
0	1	1
1	0	не может быть
1	1	0 или 1

8 битов известны, 5 нет

вариантов числа w 2^5, т.к. выбираем 1 из 2 вариантов в 5 неизвестных позициях.

Количество различных четвёрок это количество способов выбрать пару (x и y) и w, значит всего решений $2^4 \cdot 2^5 = 2^9 = 512$

Ответ: 512

1	2	3	4	5	Σ
17	15	14	15	16	77

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | 4Н0001623525

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3. минимальное число из 3 различ. натуральных чисел это 6 (1,2,3) значит игрок проигрывает, если в его ход на доске все числа меньше 6

1) максимальное число, которое можно разбить на 3 числа, каждое из которых <6 это 12 (3,4,5), значит после разбиения 13 на доске останется хотя бы одно число ≥ 6, заметим, что останется ровно одно, так как 6,6,1 содержит повторы, 2-му игроку достаточно разбить это число на числа <6 (он сможет это сделать т.к. максимальное число будет 10 (1,2,10), оно <12, значит можно разбить на 3 различных <6 (док-во ранее)

Значит при правильной игре 2-й игрок выиграет своим 1-ым ходом

2) 1-й игрок из 38, 47 составляет 38, 38, 4, 5 4 и 5 больше нельзя разбить, стратегия 1-го игрока: повторять действие 2-го игрока, но с другим числом (если 2-й игрок разбивает какое-то число, то 1-й делает такое же разбиение, т.к. на доске всегда будут пары одинаковых чисел после хода 1-го игрока если 2-й игрок сделал ход, то и 1-й сможет, так как разбиения конечны, то 2-й игрок когда-нибудь проиграет

При правильной игре 1-й игрок выиграет.

4. 1) 16 5. 1) 856 6
2) 166 2) 40003 30001
3) 2035 3) 417241 237216

2. всего комбинаций блоков 10^3, рассмотрим остатки на 5 каждой комбинации 3 цифр, заметим, что каждый остаток (0,1,2,3,4) встречается одинаковое кол-во раз

$\frac{1000}{5} = 200$ блоков с суммой, делящейся на 5

если в последовательности n блоков, то количество различных последовательностей 200^n

найдём такое n, что $200^n > 10^{15}$

$n=6$ $2^6 \cdot 100^6 = 64 \cdot 10^{12} < 10^{15}$ $2^n \cdot 100^n > 10^{15}$

$n=7$ $2^7 \cdot 100^7 = 128 \cdot 10^{14} > 10^{15}$

Ответ: 7

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 6 2 8 3 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	21	23	0		76

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Часть 2.

№4

Написан код, работающий за O(n²). Применено динамическое программирование, где dp_i – макс. длина подпоследовательности, оканчивающейся в i-том элементе. Код прикреплен к файлам.

Ответ: 1) 16 2) 174 3) 2035

№5

Написана программу для решения, работающую за O(n·maxH), где maxH = 6. (т.к. большие высоты можно считать равными 6)

Ответы: 1) ~~56~~ 3 6 2) 161 89997

3) 305 237216

Часть 1

№2

Рассмотрим блок из 3-х цифр. Заметим, что если сумма цифр в блоке чётная, то блок ~~[illegible]~~ содержит ~~[illegible]~~ чётное кол-во нечётных цифр. Пусть символ „н" – нечётная цифра (т.е. 1 или 3 или 5 или 7 или 9), „ч" – чётная цифра (0 или 2 или 4 или 6 или 8). Рассмотрим все возможные конфигурации блоков: „ччч" – 5^3 вариантов, „ннч" и „нчн" и „чнн" – по $5^3=125$ вариантов каждой, т.е. всего существует $125\cdot 4 = 500$ различных ~~[illegible]~~ вариантов блоков. Тогда чтобы передать 10^{15} различных последовательностей, можно использовать как минимум 6 блоков, т.к. $500^6 > 10^{15}$. т.е. ~~[illegible]~~ искомая длина $= 6\cdot 3 = 18$

Ответ: 18; (см. след. лист)

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 6 2 8 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1

Переобозначим операцию ~~XOR~~ xor как $\oplus$. Напишем систему уравнений (все числа записаны в двоичной системе счисления)

$$\begin{cases} x \wedge y = 001000010000 1_2 & (1) \\ x \oplus y = 0101000000110_2 & (2) \\ (x+y) \oplus z = 0010\,11001100_2 & (3) \\ z \vee w = 1000010001111 & (4) \end{cases}$$

Из первого равенства следует, что 0-ой, 5-ый и 10-ый биты и в x и в y равны единицам. Проставим единицы в эти позиции в x и y.
Из второго равенства следует, что на всех позициях, где во втором равенстве стоят нули, в числах x и y на этих позициях стоят одинаковые биты. Проставим нули во все такие позиции, кроме тех, где ранее уже стояли единицы.
Учитываем получившиеся числа:

$x = 000?1?000100??1$

$y = 000?1?000100??1$

Знаки вопроса остались стоять на тех позициях, где значения битов однозначно не определены, т.е. позиции на которых в равенстве 2 стоят единичные биты => на соответствующих местах со знаками вопроса в x и в y стоят разные биты, поскольку таких позиций всего 4, то можно перебрать все расстановки битов на этих позициях в x, а в y они будут восстанавливаться однозначно.

(см. сл. лист)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИИ0001628325

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~Т.к. 1~~

Для каждой из $2^4 = 16$ ~~пар~~ зафиксированных пар $(x; y)$ однозначно восстанавливается z из 3-его равенства. Т.е. теперь жёстко зафиксированы оказались тройки $(x; y; z)$. Осталось для каждой тройки найти количество подходящих значений w. Сумма этих количеств и будет ответом на задачу.

Теперь научимся считать количество подходящих w. Рассмотрим 4-ое равенство. Если в z присутствует единичный бит, которого нет в числе 4239_{10}, то такая тройка чисел является невалидной, т.е. ей не соответствует ни одного значения w.

z – подмаска 4239_{10} (в двоичной системе). ~~Это~~ Также верно и для w. Поймём, что ~~при~~ объединение битов z и w даст в точности ~~опт~~ 4239_{10}. $\Rightarrow$
- в w должны быть только те биты, что есть в 4239_{10}
- Обязательно должны быть биты, которые есть в 4239, но нет в z.
- Биты, которые есть и в z и в 4239_{10} могут быть опционально „включены" в w. Пусть таких битов всего n $\Rightarrow$ существует 2^n подходящих w.

Теперь просуммируем эти значения по всем тройкам $(x; y; z)$ и получим ответ

Ответ: 128 (см. сл. лист.)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИК0001628325

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Отметим также, что можно было и не фиксировать все пары x и y, а лишь узнать их количество (10 штук) т.к. их сумма всегда ~~фиксирована~~ одинакова.

№3

Ключевое наблюдение – минимальное число, которое можно разбить на 3 сумму трёх различных натуральных чисел – ~~это~~ $6 = 1+2+3$. Следовательно числа 1, 2, 3, 4, 5 ~~и~~ невозможно разбить и ~~такие~~ они являются „терминальными". Если в распоряжении игрока остались только „терминальные" числа, то он проигрывает. Из чего сразу же следует выигрышная стратегия для 2-го игрока для начального числа 13: ~~разбить 13~~ после любого разбиения первым игроком числа 13, на доске останется 2 „терминальных" числа и одно число $x \geq 6$, но $x \leq 10$, которое 2-ой игрок разбивает на 3 терминальных числа и побеждает. Для случаев 30 и 39 побеждает всегда первый игрок, разбив 39 на 4, 5 и 30. После чего он может действовать симметрично т.к. на доске останутся два одинаковых нетерминальных числа 30; Для чисел 9 и 24 выигрывает первый, разбив $24 = 7+8+9$, а далее действуя симметрично: если оппонент разбивает 9, то игрок разбивает 9 точно так же. Если оппонент берет 7 ~~или 8~~ или 8 и разбивает на 3 терминальных (заканчивая), то игрок берет оставшееся из 7 и 8, действуя симметрично.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 8 | 5 | 3 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	5	15	24		76

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1.

Для удобства будем называть a xor b как $a \oplus b$. Запишем систему из условия в двоичной системе счисления:

$$\begin{cases} x \vee y = 1110\ 0010\ 0111; & (1) \\ x \oplus y = 1010000 0110; & (2) \\ (x+y) \oplus z = 0010\ 1100\ 1100; & (3) \\ z \vee w = 0001\ 0000\ 1000\ 1111; & (4) \end{cases}$$

Рассмотрим, что нам дает каждое из этих равенств:

1. $x \vee y = 1110\ 0010\ 0111;$

Из данного выражения можно понять, где и в x и в y стоят нули на одной и той же позиции. В ином случае на позиции будет стоять 1 в x и 0 в y, либо наоборот. Обозначим □ как неопределенный бит числа в двоичной системе счисления. Из данного равенства получаем:

x = □□□0 00□0 0□□□

y = □□□0 00□0 0□□□. ~~заметим~~

2. $x \oplus y = 1010\ 0000\ 0110.$

Из данного выражения можно понять, где на конкретной позиции в x и y стоит одинаковый бит, а на какой биты различны.

x: ⊕ □□□0 00□0 0□□□

y: □□□0 00□0 0□□□

$x \oplus y$: 1 0 1 0 0000 01 1 0

Там, где в $x \oplus y$ стоит нулевой бит, биты в x и y равны. В ином случае различны. Знаком равенства помечены равные биты. Теперь мы можем восстановить ~~разные~~ равные биты с помощью значения $x \vee y$. Получаем новую информацию о x и y:

x = □1□0 0010 0□□1, y = □1□0 0010 0□□1. Обратим внимание, что на позициях □ биты x и y различны исходя из значения $x \oplus y$. Значит способов выбрать пару (x; y), удовлетв. равенствам (1) и (2) $2^4 = 16$ штук.

3. ~~(x+y~~ Равенство (3) отложим на потом.

4. $z \vee w = 0001\ 0000\ 1000\ 1111$. Аналогично пункту 1 получаем:

z = 000□ 0000 □000 □□□□,

w = 000□ 0000 □000 □□□□.

5. $(x+y) \oplus z = 0010\ 1100\ 1100$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000138532 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Заметим, что значение x+y мы уже можем однозначно получить.
В x и y мы либо уже знаем стоящие биты на одних позициях, либо знаем о их различии.

x: □1□0 0010 0□□1
y: + □1□0 0010 0□□1

0001 0010 0100 1000

Предположим, что в x на месте □ стоит 1, а в y на месте □ ~~д~~ стоит 0. Значения не имеет.

x+y = 0001 0010 0100 1000

~~б)~~ К тому же мы знаем шаблон числа Z. Запишем в столбик

x+y: 0001 0010 0100 1000
Z: ⊕ 000□ 0000 □000 □□□□
(x+y)⊕Z 0000 0010 1100 1100

Пользуясь таблицей истинности x ⊕ a ⊕ b восстанавливаем целиком число Z:

Z = 0001 0000 1000 0100

Восстанавливаем число w из равенства (4):

Z: 0001 0000 1000 0100
w ∨ 000□ 0000 □000 □□□□
Z∨w: 0001 0000 1000 1111

Однако, в 3 позициях подходит и 1 и 0. Итого 2^3 вариантов числа w.

Итого: из 1 пункта $2^4=16$ вариантов выбрать x и y, Z известно однозначно, вариантов выбрать w $2^3=8$. Значит решений:

$16\cdot1\cdot8=128$

Ответ: 128.

Задача 2.

Требования к последовательности:
1) Длина кратна 3; цифры 0,1,2,3,4,5~~,6~~
2) В каждом блоке по 3 цифры сумма цифр четная, сумма > 2.

Посчитаем, сколько способов есть составить ~~п~~подходящий блок из 3 цифр
Сумма четна. Четных чисел 3 ед (0,2,4). Нечетных чисел 3 ед (1,3,5).
Пусть н - нечетная цифра, ч - четная. Тогда для четности возможны варианты:

1) ччч, 3^3 ~~вы~~ способов
2) чнн, 3^3 способов
3) нчн, 3^3 способов
4) ннч, 3^3 способов

Итого: $4\cdot3^3=108$ способов.

Однако, это слишком много. Надо исключить блоки с суммой ≤2.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 8 | 5 | 3 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Какие есть блоки длины 3 с суммой ≤ 2:

1) 000 5) 011 9) 020
2) 001 × 6) 110 10) 200
3) 010 × 7) 101
4) 100 × 8) 002

Из этих 10 блоков 3 имеют нечетную сумму, значит исключаемых вариантов $10-3=7$.

Значит, способов составить подходящий блок: $K=108-7=101$ ед.

Требуется, чтобы можно было передать ~~1012~~ различных послед.

Значит

$K^x \ge \cancel{1012};\ 10^{12};$

$101^x \ge \cancel{1012};\ 10^{12};\ x$ – целое $x=6$

Минимальное удовл. $\cancel{x=2}$. Итого длина последовательности $\cancel{3\cdot 2}=6$ $3\cdot 6=18$

Ответ: ~~6~~ 18

Задача 3.

Заметим, что числа <6, то есть 1,2,3,4,5 нельзя разбить на сумму трех различных натуральных чисел.

1) Изначально на доске число 13.

В таком случае первый игрок первым ходом может разбить его на 3 числа, как минимум одно из которых сможет разбить на 3 числа вторым ходом второй игрок. $(3+4+5=12<13)$. Победить за 1 ход он не может.

Второй игрок однозначно может победить вторым ходом, ведь одно из чисел разбивается на сумму только так, что их разбить нельзя.

Задача 4.

Тест 1: 3

Тест 2: 19

Тест 3: 138

Задача 5:

Тест 1: 608 36

Тест 2: 9977 71

Тест 3: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН00016241 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	5	7	23	24		76

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 Ответ: 1) 3
2) 19
3) ~~13~~ 151

№5 Ответ: 1) 608 36
2) 9977 71
3) 41566 55

№1

x	0	?	1	?	0	0	0	1	0	0	?	?	1
y	0	?	1	?	0	0	0	1	0	0	?	?	1
z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
w	?	0	0	0	0	?	0	0	0	1	?	1	1
x∨y	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
x^y	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
(x+y)^z	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
z∨w	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1

Черными чернилами указан шаг, на котором был сделан такой вывод

1. Рассмотрим строчки x∨y и x^y, составим таблицу истинности для значений разрядов

(x∨y):	(x^y):	x:	y:
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0 1	1 0

Объединив

(x∨y):	x:	y:
0	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

знания из

(x^y):	x:	y:
0	0	0
1	0	1
1	1	0
0	1	1

Таким образом заполним строки x и y ($\boxed{?}$ означает что только 1 клетка может быть заполнена "1" (други. "0"))

2. Тогда рассмотрим сумму x+y

x	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
y	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
x+y	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0

И с помощью ((x+y)^z) заполним строку z

3. Тогда используя таблицу истинности и строки (z∨w и z)

w	z	z∨w
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Заполним строку w

"?" – означает, что определить знач. невозможно.

Тогда для каждого возможного "x" и "y" однозначно определен значение z, количество пар xy = количеству возможных x = $2^4 = 16$ (2 возможных на поз. из неопределенных разрядов)
z – однозначен

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	6	2	4	1	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

w - 2 степени, можно неопредел. разрядов, т.е $2^3=8$

Тогда всего вариантов 4-ох будет $2^4\cdot 1\cdot 2^3 = 2^6\cdot 8 = 2^7 = 128$

Ответ: 128

2. Посчитаем количество возможных блоков: xyz ~~...~~
и будем рассматривать блоки xyz при условии, что $x\le y\le z$ и потом дом

~~002~~
~~004~~ 022
~~040~~ 024
~~400~~ 202
220
240
204
402
420
042

x	y	z	количество перестановок
0	0	4	3
0	1	3	6
		5	6
0	2	2	3
		4	6
0	4	4	3
0	3	5	6
1	1	2	3
		4	3
1	2	3	6
		5	6
1	3	4	6
1	4	5	6
2	2	2	1
		4	3
~~2~~	~~3~~	~~3~~	
2	3	3	3
		5	6
2	4	4	3
2	5	5	3
2	3	4	6
3	4	5	6
4	4	4	1
4	5	5	3

1) Заметим что мы можем рассматривать только варианты 444, где 4-чётно
4НН,
и Н - нечётное
2) посчитаем общее кол-во вариантов:

$3\cdot 11 + 1\cdot 2 + 6\cdot 10 =$
$= 33 + 2 + 60 = 95$ вариантов

Тогда если длина последовательности будет k, то уже (~~...~~ k ⋮ 3)
будет $\frac{k}{3}$ блоков, значит будет

$95^{\frac{k}{3}}$ - вариантов последовательности:

значит необходимо чтобы $95^{\frac{k}{3}} \geq 10^{12}$

$95^{k} \geq 10^{36}$

Тогда минимальное $k_{min} = \log_{95} 10^{36} = 36\cdot \log_{95} 10$

$k_{min} = \frac{36}{\log_{10} 95}$ $71 < k_{min} < 72$

~~...~~ т.к. $k\in\mathbb{Z}$, то минимальное $k = 72$

Ответ: 72

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 6 2 4 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Заметим, что минимальное возможное число, которое можно разложить на 3 натуральных различных слагаемых это 1+2+3=6

А максимально число которое можно эти разложить только 1 раз это ~~...~~ 4+5+6=15. 3·4·5=12

1. ~~13 → 1,3~~

Заметим что 13 нельзя разложить так, чтобы все числа были меньше 6. Также при любом разложении все слагаемые ≤ 13-12=10 будут ~~меньше~~

13

1,2,10 | 1,3,9 | 1,4,8 | 1,5,7 | 2,3,8 | 2,4,7 | 2,5,6 | 3,4,6

~~1,2,1,2,3~~ ~~1,2,1,3,6~~ ~~1,9~~

1,2,1,2,3,5 | 1,3,2,3,4 | 1,4,1,3,4 | 1,4,1,3,4 | 2,3,1,3,4 | 2,4,1,3,4 | 2,5,1,2,3 | 3,4,1,2,3

А, значит, что у второго игрока будет возможность разложить числа, получившиеся после хода 1-го игрока, на неразложенные дальше числа, => выиграет 2-й игрок

3). 10, 22

1,4,5,22

1,2,19 | 1,3,18 | 1,4,17 | 1,5,16 | 1,6,15 | 1,7,14 | 1,8,13 | 1 9 12

1,2,2,4,13 | 1,3,4,1,6 | 1,3 13 2,3 | 1,4,13,1,3 | 1,5,1,2,13 | 1,6,4,5,6 | 1,7,3,5,6

43 л..1 выиграет 1 | 1,3,4,3 | тоже самое | —||— | —||— | 1,1,2,3,5,6 | очевидно выиграет 1 | 1-й проходит 3 хода

1 1 2 3 5/7 3

1 1 1 1

Можно доказать рассмотрев все варианты, что выиграет 1-й игрок

Ответ: 1) выиграет 2-й игрок

3) выиграет 1-й игрок

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 3 | 3 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	15	14	23	8		75

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4:

- тест №1 : 16
- тест №2 : 174
- тест №3 : 2035

Задача 5:

- тест №1 : 731 ; 19
- тест №2 : 40001 ; 30003
- тест №3 : 417241 ; 237216

Задача 3:

1) Т.к. 1+2+3 = 6, то для числа, которые меньше 6, ходов нет.

Все ходы, которые можно сделать из числа 13 :

⇒ 1, 2, 10
⇒ 1, 3, 9
⇒ 1, 4, 8
⇒ 1, 5, 7
⇒ 2, 3, 8
⇒ 2, 4, 7
⇒ 2, 5, 6
⇒ 3, 4, 6

Из которых можно сделать ещё только один ход из 1-ого числа :

1) ~~1~~ ~~2~~ 10 → 1,2,7 1,3,6 | $\boxed{1,4,5 \quad 2,3,5}$

из этих можно сходить ⇒ не подходит | выигрышные

2) ~~1~~ ~~3~~ 9 → 1,2,6 | $\boxed{1,3,5 \quad 2,3,4}$

не подходит. | выигрышные

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	1	4	3	3	9	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3) ~~1~~ ~~4~~ 8 → 1, 2, 5
~~2~~ ~~3~~ 8 → 1, 3, 4 – выигрышные

4) ~~1~~ ~~3~~ 7
1, 2, 4 – выигрышный

5) ~~3~~ ~~4~~ 6
~~2~~ ~~5~~ 6 } 1, 2, 3 – выигрышной

Тогда второй игрок выиграет, для чего ему понадобится из 10 получить 2, 3, 5, из 9 – 2, 3, 4, из 8, 6, 7 подойдёт любой ход.

2) Первым ходом нужно 49 разложить на 40, 4, 5. Теперь ~~в~~ можно ходить только из 40. Теперь нужно делать ходы так же, как и второй: т.е, как он разложит 40, так и первый разложит второе число 40. Продолжая таким образом, в игре будет чётное кол-во ходов, тогда гарантированно выиграет 1-ый игрок

3) Разделим 23 на 4, 9, 10. Из четвёрки ходов нет. Из девятки один ход. И из десятки 1-ому надо ходить также, как второй. Тогда выиграет второй, т.к будет чётное число ходов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 3 | 3 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 1:

Заметим, что если

- $x \wedge y = 1$ и $x \oplus y = 1$, то решений нет
- $x \wedge y = 0$ и $x \oplus y = 0$, то $x = 0$ и $y = 0$
- $x \wedge y = 0$ и $x \oplus y = 1$, то x и y различны
- $x \wedge y = 1$ и $x \oplus y = 0$, то $x = y = 1$

1057 = 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, , = $x \wedge y$

2566 = 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 = $x \oplus y$

x		1		0	0	0	1	0	0			1
y		1		0	0	0	1	0	0			1
	*		**						***	A		

Отметим 0 и 1 в числах x и y.

В (*), (**), (***), (A) x и y различны. Тогда есть 16 вариант. значений x, каждом из них в соответствии ставится единствое значение y.

Найдем $x + y$:

$x \cdot 1 \cdot 000100 \cdot\cdot 1$

$y \cdot 1 \cdot 000100 \cdot\cdot 1$

~~1000100010000~~

1001001001000

Рассмотрим условие $(x+y) \oplus z = 2635$

$x+y$ 1001001001000

z . . . .

101001001011

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И Н 0 0 0 1 4 3 3 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Там, где $(x+y)\oplus z=1$, $x+y$ и z различны, а когда $(x+y)\oplus z=0$, $x+y$ и z равны.

Найдём z:

$z = 11\,000\,000\,000\,11$ других вариантов нет.

Найдём w:

$$\begin{array}{r} z = 1100000000011 \\ \vee \quad w = \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \hline 11000000011\,11 \end{array}$$

Там, где $z \vee w = 0$, там $z=w=0$, а ~~когда~~ при $z \vee w = 1$ и $z=1$; w может быть любым.

при $z \vee w = 1$ и $z=0$, $w=1$

Тогда $w = \cdot\cdot\,0000000\,11\cdot\cdot$

может быть 0 или 1

Тогда есть 16 вариантов w. Получим $16 \cdot 16 = 256$ вариантов четверок x, y, z, w.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И Н 0 0 0 1 4 3 3 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2:

Найдем кол-во возможных блоков: Т.к. сумма чётная, то в блоке может быть только чётное кол-во нечётных цифр.
Рас-им вариантов:

1. Все цифры одинаковой чётности (02468), (13579)
Получим $2 \cdot \bar{A}_5^4 = 2 \cdot 5^4 = 1250$

2. Все цифры разные: 2 чётные, 2 нечётные.
Тогда: $C_5^2 \cdot C_5^2 \cdot 4! = \left(\frac{5!}{2! \cdot 3!}\right)^2 \cdot 24 = 2400$ наборов

3. 2 $\overset{\text{чётные}}{}$ совпадающие цифры и 2 нечётные различные или наоборот:
$C_5^2 \cdot 5 \cdot \bar{P}_4 = 2 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot 5 \cdot \frac{4!}{2!} = 50 \cdot 24 = 1200$

4. 2 одинаковые нечётные и 2 чётные одинаковые.
$5 \cdot 5 \cdot C_4^2 = 25 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 150$

Получим 5000 н.

Если в последовательности k блоков, то всего 5000^k вариантов.

$5000^k \geq 10^{20}$

$5^k \cdot 10^{3k} \geq 10^{20}$

$5^k \geq 10^{20-3k}$

~~$5^k \geq 2^{20-3k} \cdot 5^{20-3k}$~~

~~$5^{4k-20} \geq 2^{20-3k}$~~

при $k = 5$: $5^5 < 10^5$

при $k = 6$: $5^6 > 10^2$

при увел-ии k неравенство будет ~~[illegible]~~ усиливаться

~~[illegible]~~

Ответ: 6

Лист 5 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 4 | 7 | 0 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	15	21	23	16		75

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

1057_{10}: 0100 0010 0001(2)

$2556_{(10)}$: 1001 1111 1100 (2)

X, y = _10_ _ _ _ _ _ _ _01, т.к. там где xor=0 цифры одинаковые, а 1 и 1=1, 0 и 0=0.

716: 0010 1100 1100   ∪ - одна цифра

(x+y), z: ∪∪ _∪_ _∪∪_ _ _∪∪   – различные

4239: 1 0000 1000 1111

z, w: _ 0000 _000 _ _ _

можно понять, что w начинается с 1, т.к. если бы z начинался с 1, то при xor ~~тоже~~ было бы 1.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 4 | 7 | 0 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Последовательностей длины 3, с четной суммой цифр - 500 ~~(т.к. 10·10·5)~~, четность ~~определяет последняя цифра, и она должна быть четной~~

Существует 8 вариантов последовательности с точки зрения четности:

ч ч ч
ч ч н
ч н ч
н ч ч
ч н н
н ч н
н н ч
н н н

есть правило, что:

ч+ч=ч
ч+н=н
н+ч=н
н+н=ч

в соответствии с ним, сумма четна, только при:

ччч = 5·5·5
чнн = 5·5·5
нчн = 5·5·5
ннч = 5·5·5
~~ннн~~

$(5\cdot5\cdot5)\cdot4=\underline{500}$

Нам нужно, чтобы $500^{(n)} > 10^{15}$, подберем эту степень:

$500 = 5\cdot10^2$

$(5\cdot10^2)^n > 10^{15}$

$5^n\cdot10^{2n} > 10^{15}$

$\underline{n=6}$

длина $= 6\cdot3 = 18$

Ответ: 18

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

и	н	0	0	0	1	7	4	7	0	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

в) Первый выиграет.

(9;24)

I

(9;9;13;2)

В позициях 9 и 9 работает симметрия (стратегия описана в пункте „б")

Позиции 13 и 2 „проигрышные", (для 13 стратегия расписана в пункте „а")

№4

1 тест) 16

2 тест) 174

3 тест) 2035

№5

1 тест) 31 19

2 тест) 39995 29997

3 тест) 417241 237216

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 8 | 1 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	10	14	23	24		71

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2

по условию последовательности длинна ⋮3 => рассмотрим длину 3 =>
=> таких у нас получается $6^3 = 216 \leq 10^{12}$ =>
=> не подходит по усл.
рассмотрим длину 6 => $6^6 = 46756$, т.к в каждом блоке сумма цифр должна быть больше 2 => нам не подойдут такие как: 000; 100; 010; 011; 101; 110; 002; 020; 200; заметим, что среди них 7-е чёт и 3-е нечёт
=> $6^3 - 10$ - подходящих по усл. сумма больше 2
Из всех 6^3 оч видно, что с чётной суммой $\frac{6^3}{10}$
=> по этим условиям $\frac{6^3}{2} - 10$ - кол-во подходящих нам =>
=> $105^2 = 11025 \geq 10^{12}$ => Ответ: 6.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 8 | 1 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4

1 файл: 3

2 файл: 19

3 файл: 151

5 1 файл: 608 36

2 файл: 9977 71

3 файл: 41566 55

3 А) т.к. можем стереть и записать три различных число очевидно что это записаны числа 1 2 3 4 5, то их нельзя разбить на три числа

6 = ~~1+2+3~~ 3+2+1 — 1 способом

7 = 4+2+1

8 = 5+2+1 = 1+3+4

По условию есть число ~~1~~3

Лист 2 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 8 | 1 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$13 = 10+1+2 = 9+3+1 = 9+4+8 = 2+3+8 =$
$= 1+5+7 = 2+4+7 = 2+5+6 = 4+3+6$

1 игрок может получить только одно больщое число, тогда выигрывает

$6 = 3+2+1$
$7 = 4+2+1$
$8 = 5+2+1$
$9 = 5+3+1$
$10 = 5+4+1$

– выигрышные ходы второго игрока

Б) выигрывает игрок 1

~~1~~): ход игрока 50 50 6 7

2) Если игрок второй возьмёт кучу 6 и 7, то первый возьмёт кучу 50, и т.к. кучу 6 и 7 можно однозначно разделить то у первого игрока выигрышная стратегия есть

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 8 | 1 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

С) выигрывает

1) первый игрок

ход первого игрока: 10 ~~20~~ 20 =>

→ 6, 3, 1, 13, 6, 3

I вопрос

2) 10 13 6 3

2) 10 и 6 после разбиения не будут иметь больших чисел 13 после после разделения будут иметь ровно одно большое

Если 2 игрок сделал разбиение 10 или 6, то делаем просто другое если разбил 13, то разбиваем его 2 раз

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	И	0	0	0	1	7	2	9	2	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	26		21

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 1.

Нам дана система:

$$\begin{cases} x \wedge y = 1057 \\ x \text{ xor } y = 2566 \\ (x+y) \text{ xor } z = 716 \\ z \vee w = 4239 \end{cases}$$

1) Проанализируем первые 2 уравнения:

Из законов Алгебры Логики, мы знаем, что:

$(x+y) = (x \wedge y) \cdot 2 + (x \text{ xor } y)$

$\Downarrow$

$x+y = 1057 \cdot 2 + 2566$

$\underline{x+y = 4680}$

2) Проанализируем ~~второе 3 уравнение~~ 3-е уравнение:

В предыдущем шаге мы нашли сумму $x+y$, поэтому можем легко найти z:

$z = 4680 \text{ xor } 716$ – из законов Алгебры логики $(a \text{ xor } b = c \Leftrightarrow a \text{ xor } c = b)$

$\underline{z = 4228}$

3) Проанализируем последнее уравнение:

В предыдущем шаге мы нашли z поэтому легко можем найти w:

$4228 \vee w = 4239$

Здесь w может быть одним из следующих чисел

11; 15; 139; 143, 4107; 4111; 4235; 4239

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | 4 Н 0 0 0 1 7 2 9 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Объясню почему

Чтобы из 4223 получить 4239 нужно прибавить $11 = 1011_2$, 11 - минимальное число, которое возможно, наибольшее же число, которое можно взять - это 4239.

~~Ищу~~ Ищем в этом промежутке, ~~каждая цифра~~ подходящими любое число 0 или 1, где в бите у 4223 = 1, и 0, где в бите 4223 = 0.

4) Пройдя перебором по числам x и y я нашел 16 пар (x, y) количество, а так как в предыдущем номере мы уже нашли W, а Z является константой (т.к. других вариантов числа там быть не может), потом посчитать общее количество 4 чисел:

$16 \cdot 1 \cdot 8 = \underline{128}$

пар (x,y) Z W

константа

Ответ: 128

Задание 4)

1: 16

2: 174

3: 2036

Задание 5)

1: 131 19

2: 3995 2999 7

3: 417241 237216

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | 4 4 0 0 0 1 7 2 9 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2)

$a+b+c$ => блок цифр, которые должен быть чётными.

~~Чтобы число б~~ • Чтобы сумма цифр трёх была чётной, нужно чтобы:

$\{0;2;4;6;8\}$ – чётные цифры

1) Все 3 цифры были чётными => $5\cdot5\cdot5=125$

2) 2 цифры были нечётными, а одна чётная =>

=> $\{1;3;5;7;9\}$ – нечётные цифры => $C_3^1\cdot5\cdot5\cdot5=$

$=375$

Количество блоков с чётной суммой цифр: $125+375=500$

~~• Определим длину последовательности n:~~

~~K – количество блоков в последовательности~~

$K=\frac{n}{3}$ => $n=$

• Определим количество последовательностей длины n.

K – количество блоков в последовательности

$K=\frac{n}{3}$ => 500^K – количество последовательностей длины n

• Найдём минимальную длину n:

$500^K \geq 10^{15}$

$500^{\frac{n}{3}} \geq 10^{15}$

$\frac{n}{3}\log_{10}(500) \geq 15$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 2 | 9 | 2 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$n \geq \frac{45}{2+\log_{10}(5)}$; $\log_{10}(5) \approx 0,7$

$n \geq \frac{45}{2,7}$

$450 : 27 = 16,(6)$

$n \geq 16,(6)$

Округлим до целого и делящегося на 3 числа $\Rightarrow$ $n \geq 18$

• Проверим наши выводы

$500^6 \geq 10^{15}$

$5^6 \cdot 10^{12} \geq 10^{15}$

$125 \cdot 125 = 15625$

$15625 \cdot 10^{12} \geq 10^{15}$

$1,5625 \cdot 10^{16} \geq 10^{15}$

$16 \geq 15$

Наше суждение верно

Ответ: 18

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН00016832 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	10	14	23	24		71

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4. 2 часть

1 файл ~~11~~ 3

2 файл - 19

3 файл - 151

№5. 2 часть

608 36

9977 71

415 66 55

№3. а) Т.к. можно стереть и записать три различных числа, ~~з~~ а) 1, 2, 3, 4, 5 - нельзя разбить на 3

$6 = 3+2+1$

$7 = 4+2+1$

По условию нам дано 13

$13 = 10+1+2 = 9+3+1 = 1+4+8 = 1+5+7 = 2+3+8 =$

$= 2+4+7 = 2+5+6 = 3+4+6$

Первый игрок может получить только одно ~~из~~ число из (6, 7, 8, 9, 10)

Тогда выиграет второй игрок

$6 = 3+2+1$

$7 = 4+2+1$

$8 = 5+2+1$ — варианты победных ходов второго игрока

$9 = 5+3+1$

$10 = 5+4+1$

б) Когда написано 850463.

1). Ход игрока 50 50 62

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4Н0001683225

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа

~~Ход 2 игрока с 50~~ ~~с 50, тогда первый~~

а) Ход 2 игрока если ~~ст~~ раскладывает 50, тогда первый ~~ходы~~ повторяет за вторым ~~его~~ его ходы.
Если второй игрок выберет 6 и 7, то первый берет ~~те~~ 58 не 50, ~~а~~ => у первого есть выигрышная стратегия

В). Ход 1-10 10 22 → 10 13 63 → 6 3 1 13 6 3
10 и 6 после разбиения нельзя разбить, а после разбиения будет одно число, которое можно разбить
Если сделали разбивание 10 ~~и~~ или 6, то делаем простое число. Если разбиваем 13, то разбиваем 2-ой раз.
Ответ: ~~при~~ в первом случае выигрывает второй во ~~вто~~ 2-ом и 3-ем выиграет 1-ый игрок.

~~№1. $x \vee y = 1110001001$~~
~~$x \wedge \oplus \vee y = 1010000000110$~~
~~$(x+y) \oplus z = 1011001100$~~
~~$z \vee w = 1000010001111$~~

№2. По условию кратна 3
Рассмотрим ~~3~~ длину длину 3
Всего 6^3 вы последовательностей $6^3 = 216$
$216 < 1012$ – не подходит

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН000168З225

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

При длине 6

6^6 - последовательностей

~~В как~~ $6^6 = 46656$

В каждом блоке сумма ≥ 2 =>

=> не подходят блоки 000, 001, 010, 011, 101, 110, 002, 200, 020

~~3~~ Среди них ~~8~~ 7 чётных и ~~3~~ 3 нечётных сумм

~~Не~~ Получим 6^3-ю послед на блок

Из 6^3 послед у нас $\frac{6^3}{2}$ с чётной суммой

по этим условиям ~~получ~~ получим $\frac{6^3}{2} - 3 = 105$ послед на блок.

Значит всего $105^2 = 11025 > 1012$ => подх

Ответ: 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

4	Н	0	0	0	1	3	3	4	6	2	5

Вариант № 4   Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	25	24		71

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке справа

№ 2

Из 3 чисел от 0 до 5 (включ.) можно составить $6^3 = 216$ последовательностей.

Половина из них будет иметь чётную сумму цифр и половина — нечётную (т.к. кол-во чёт. и нечёт чисел одинаково) 0, 2, 4 - чёт. 1, 3, 5 - нечёт.

т.е. чисел с чётной суммой цифр будет $216 : 2 = 108$

По условию нам не подходят последовательности с суммой цифр 2 их будет 6 : 110, 101, 011, 200, 020, 002.

Таким образом будет $108 - 6 = 102$ варианта составить последовательность длины 3, сумма цифр которой чётна и не равна 2

Получается одним блоком в 3 цифры можно закодировать 102 различные последовательности, а двумя блоками по 3 цифры:

: $102 \cdot 102 = 10.404$ последовательности. $10.404 > 1012$

Значит двумя блоками по 3 цифры можно закодировать как минимум 1012 различных последовательностей.

Ответ: 6 (2 пары по 3 числа)

№ Х (начало)

Так как $x \vee y = 3623$, y и x не могут быть больше, чем 3623, иначе равенство будет невозможно.

Рассмотрим часть условия: $x \vee y = 3623$
$x \text{ xor } y = 2566$

Предположим $y = 3623$ $\begin{cases} x \vee 3623 = 3623 \\ x \text{ xor } 3623 = 2566 \end{cases}$ легко посчитать, что $x = 1057$

10000100001 v 111000100111 = 100001000001
10000100001 xor 111000100111 = 101000000110

Заметим, что если к x прибавить 2, а от y отнять 2, равенство сохранится, при $y = 3621$, $x = 1059$:

$\begin{cases} 1059 \vee 3621 = 3623 \\ 1059 \text{ xor } 3621 = 2566 \end{cases}$ 10000100011 v 111000100101 = 100001000001
10000100011 xor 111000100101 = 101000000110

Это происходит, потому что в обоих числах мы в одном и том же разряде меняем 0 на 1 (у первого числа) - а мы 1 на 0 (у второго числа) и таким образом получаем такое же равенство.

Тогда при учёте того, что x и y не больше 3623, нам подойдут следующие пары чисел: (1057; 3623), (1059; 3621), (1061; 3619), (1063; 3617)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 4 | 6 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 ~~(черновик)~~

Заметим, что число 3623 в двоичной записи – 111000100111, а число 2566 – 101000000110

Всего существует 16 пар чисел x и y:

1057 3623
1059 3621
1061 3619
1063 3617
1569 3111
1571 3109
1573 3107
1575 3105

и 8 пар, зеркальных им

Запишем два числа в двоичной С.С. 3623 и 2566 друг под другом:

111000100111
101000000110

Заметим, что лишь в 3 местах числа не совпадают, значит у нас есть $2^3=8$ пар чисел x и y, для которых будет верна система $\begin{cases} x \vee y = 3623 \\ x \text{ xor } y = 2566 \end{cases}$

и ещё можно сделать такие же 8 пар, поменяв x и y местами (числа выписаны в столбце слева)

Заметим, что x+y всегда всегда равно 4680, значит есть всего один Z = 4228, при котором (x+y) xor Z = 716

Осталось последнее условие: Z ∨ w = 4239, т.к. z=4228: 4228 ∨ w=4239

в двоичной С.С.: 1000010000100 ∨ w = 1000010001111

У чисел 4228 и 4239 различаются 3 бита в дв. с.с., значит для числа w есть 8 вариантов (2^3), эти числа – 11, 15, 139, 143, 4107, 4111, 4235, 4239

получаем всего: 16 комб. для x и y * 1 вариант для Z * 8 вариантов для w

Итого: 16·1·8 = 128

Ответ: 128 различных четвёрок чисел.

№5

1) 1 тест – ответ: 608 36
2) 2 тест – ответ: 9977 71
3) 3 тест – ответ: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 4 | 6 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3

1 случай:

на доске написано число 13

Первый игрок своим первым ходом может стереть число 13 и написать 1, 6 и 6 $(1+6+6=13)$. С числом 1 ход сделать невозможно, а числа 6 и 6 одинаковые, поэтому при любом ходе второго игрока первый сможет сделать симметричный ход. Таким образом <u>победит 1 игрок</u>

3 случай:

На доске написаны числа 10 и 22

Первый игрок своим первым ходом может стереть число 22 и написать 10 6 6 $(10+6+6=22)$ таким образом на доске будет написано два числа 10 и два числа 6. Если второй игрок сделает ход с числом 10, то первый ответит симметрично. Аналогично, если второй игрок сделает ход с числом 10 первый сделает такой же ход с числом 10. ~~Итог~~ <u>Победит 1 игрок</u>

2 случай:

На доске написаны числа 50 и 63. <u>Победит 2 игрок</u>

объяснение:

Заметим, что оба этих числа можно представить, как два одинаковых + 1, 2 или 3 (Например: $50 = 24+24+2$ или $63 = 30+30+3$)

Если первым ходом игрок из одного из чисел сделает два одинаковых, плюс 1, 2 или 3, то второй проделает то же самое со вторым числом. С 1, 2 и 3 невозможно сделать ход, значит можно сказать, что на доске останется две пары одинаковых чисел. Тогда на любой ход 1 игрока у второго будет симметричный ход, т. е. выиграет 2 игрок. Если же 1 игрок не разобьёт ~~ход~~ первым ходом одно из чисел на два одинаковых, то и второму игроку не будет смысла это делать, тогда оба игрока просто по очереди будут уменьшать числа (раскладывать на тройки чисел поменьше, не создавая пар). Так как числа будут не сильно далеко друг от друга, так как при ходе первого игрока, 2 будет стараться сделать со вторым числом максимально близкий ход.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 4 | 6 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 4

1) 1тест – ответ: 3

2) 2тест – ответ: 19

3) 3тест – ответ: 138

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 9 1 2 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	16		71

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1) Рассматривая первые два ур-ния, удобно составить таблицу, какими могут быть два бита, если известны „xor" и „or".

„xor"	0	0	1	1
„or"	0	1	0	1
какими могут быть эти 2 бита	0 и 0	невозможно	1 и 1	1 и 0 (в любом порядке)

Значит, чтобы первые два уравнения обратились в верные равенства:

x: 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1

y: 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 [стрелки указывают на то, что в одном числе 0, в другом — 1. позиции]

x∨y: 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1

x xor y: 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0.

Имеем может быть $2^4 = 16$ — и каждому соответствует ровно 1 ...

(x+y) опр. однозначно:

1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 | 0 | 0

z опр. однозначно

1 0 0 | 0 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0

(x+y) xor z

~~1 0 1 1 0~~ 0 1 1 0 0 1 1 | 0 | 0

0 0 | 0 | 1 0

z: 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0

w (неоднозначно): 1/0 0 0 0 0 1/0 0 0 0 0/1 1/0 1 1

z∨w: 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 1

Итак, пар (x,y) ровно 16, z - это только 1 число, и w удовлетворяет $2^3 = 8$ числам, причём любое w сочетается с любой парой (x,y). Т.е. различных наборов ровно 16·8 = 128. Ответ: 128

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН00019124 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2) Сколько всего есть «троек», удовл-щих условию? Сначала посчитаем у скольких троек из цифр 0–5 сумма чётна (необязательно больше 2)

I. Все цифры четные. Четных, как и нечетных, цифр 3. Т.е. таких троек: $3^3=27$

II. Ровно две нечетные. Это либо ННЧ, либо НЧН, либо ЧНН. Т.е. таких «троек» $3\cdot 3^3=81$

$27+81=108$

Но среди этих 108 есть 7, у которых сумма цифр ≤ 2:

200
020
002
011
101
110
000

То есть подходящих под все ограничения 101 штук.

Если последовательность состоит из $n\in N$ троек, то различных таких последовательностей 101^n

$$101^5=(100+1)^5=10^{10}+5\cdot 10^8+10\cdot 10^6+10\cdot 10^4+5\cdot 10^2+1<10^{12}$$

$$101^6>100^6=10^{12}$$

Значит, нужно как минимум 6 троек (18 цифр).

Ответ: как минимум 18 чисел (цифр)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 9 1 2 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3) а) Сначала 13.

1ый игрок: 13 = 6+7

2ой игрок: расписывает 6 или 7 на три различных, каждое из к-рых точно <6, т.е. не такие, что их нельзя расписать дальше.

1ый игрок делает то же самое с ост. числом и выигрывает, т.к. останутся только 1-5.

Пример.

Ответ: первый выиграет.

Ясно, что числа 1-5 не расписать.

×1	×2	×3	×4	×5	√6
1	1+1	1+1+1	1+1+1+1	1+1+1+1+1	1+2+3
	2	1+2	2+1+1	2+1+1+1	
		3	2+2	2+2+1	
			3+1	3+2	
			4	3+1+1	
				4+1	
				5	

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	9	1	2	4	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4)

1) 3

2) 19

3) 151

5)

1) 608 36

2) 9977 71

3) 829189 18

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 2 | 9 | 1 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	15	24		71

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1

$3623_{10} = 111000100111_2$

$2566_{10} = 101000000110_2$

$716_{10} = 1011001100_2$

$4239_{10} = 1000010001111_2$

x	y	x ∨ y	x xor y
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	0

Заметим, что если xor = 0, а ∨ = 1 или xor = 0, а ∨ = 0, то мы однозначно можем восстановить x и y:

xor: 111000100111

∨ : 101000000110

x : 1 1 000100 0 0 1

y : 1 1 000100 0 0 1

Всего у нас неизвестно 4 позиции, но мы точно можем сказать, что в каждой паре одна 1 и один 0 (всего 2^4 вариантов)

Найдем x+y (пусть все „1" лежат в x):

$x+y = 111000100111_2 + 10000100001_2 = 1001001001000_2$

Далее найдем z:

xor 1001001001000 (x+y)

1000010000100 (z)

0001011001100 (716)

$z = 1000010000100_2$

Далее найдем w:

∨ 1000010000100 (z)

x0000x0001x11 (w)

1000010001111 (4239)

На месте x в w могут стоять и 0, и 1, поэтому w получается 2^3 вариантами

Всего вариантов x и $y = 2^4$, $z = 1$, $w = 2^3$, значит вариантов четверок $= 2^7$

Ответ: 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 9 2 9 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Заметим, что на первую позицию блока мы можем выбрать 6 различных цифр, на вторую тоже 6, а на третью 3, т.к. сумма первых 2 будет давать какой-то остаток по модулю 2 и чтобы наша сумма была кратна 2 нужно выбрать либо из 3 четных, либо из 3 нечетных.

Тогда блоков с четной суммой = 6·6·3 = 108

Найдем блоки с суммой ≤ 2:

000, 001, 002, 010, 011, 020, 100, 101, 110, 200

из них с четной суммой: 000, 002, 011, 020, 101, 110, 200

Значит блоков с четной суммой ≥ 2 будет 108 − 7 = 101

Заметим, что последовательностей из 1 блока = 101, а из 5 блоков = $101^5 < 10^{11}$ ~~значит нам достаточно 2 блока, а это длина 6~~ для 6 блоков = $101^6 > 10^{12}$, значит 6 блоков достаточно, значит длина = 3·6 = 18

~~Ответ: 6~~

Ответ: 18

№4

Тест 1: 3

Тест 2: 19

Тест 3: 138

№5

Тест 1: 608 36

Тест 2: 99787 71

Тест 3: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 2 | 9 | 1 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Рассмотрим 1 случай:
Пусть первый разобьет 13 на 6, 6 и 1.
Тогда заметим, что у нас будет две 6 и 1, которую невозможно разложить.
Заметим, что первый может повторять ход второго, потому что если второй разложит какое-то число, мы всегда найдем такое же, т.к. у нас изначально 2 „6", а также после нашего разложения мы будем всегда получать в разложении те же 3 числа, что и второй, а значит после нашего хода всех чисел будет четное количество (кроме начальной 1)
Значит, если первый всегда сможет сделать ход, то он победит
Ответ: первый

Рассмотрим 3 случай:
Первым ходом разложим 22 на 10, 6 и 6, тогда получим: 10, 10, 6, 6.
Заметим, что аналогично с 1 случаем у нас каждого числа четное количество, значит мы всегда сможем копировать ход второго => победит первый
Ответ: первый

Рассмотрим 2 случай:
Ответ: второй

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 9 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	0	7	23	24		71

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1

$a = x \vee y = 3623 = 111000100111$ в двоичн.

$b = x \text{ xor } y = 2566 = 101000000110$

1) если i-ый бит в $a = 0$, то x_i и $y_i = 0$ => сумма $x_i + y_i$ задаётся однозн. $= 0$

$x_i = i$-ый бит в двоичн. представл. x

2) если $a_i = 1$ и $b_i = 1$, то либо $x_i = 0$ $y_i = 1$, либо $x_i = 1$ $y_i = 0$ => возможно 2 варианта ~~x_i, где $a_i = 1$, $b_i = 1$~~

=> в любом случае сумма $x_i + y_i$ задаётся однозначно $= 1$

3) если $a_i = 1$ $b_i = 0$, то

$x_i = 1$ $y_i = 1$ => сумма $x_i + y_i$ задаётся однозн. $= 2$

сумма любых x_i, y_i задаётся однозначно =>

=> сумма $x + y$ задаётся однозначно

выберем произвольные x и y подходящие по усл. выше

$x = 111000100111$

$y = 010000100001$ в двоич. => $x = 3623$

$y = 1057$ $x + y = 4680$ = 1001001001000 в двоичн.

если $a_i = 1$ и $b_i = 1$, то для x_i и y_i два варианта => кол-во возможн. x и y = $2^{\text{кол-во таких } i, \text{ где } a_i = 1 \text{ и } b_i = 1}$ $= 2^4$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 2 1 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке сверху

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$x+y = 100100100100_2 = 4680 = c$

$(x+y) \operatorname{xor} z = 000101100110_2 = 716 = d$

если $d_i = 1$, то $z_i = !c_i$

если $d_i = 0$, то $z_i = c_i$ $\Rightarrow Z = 100001000100_2 = 4228$

$z \vee w = 4239 = 1000010001111_2 = f$

если $f_i = 1$ и $z_i = 1$, то

либо $z_i = 1$ $w_i = 0$, либо $z_i = 1$ $w_i = 1$ $\Rightarrow$ 2 варианта

если $f_i = 1$ и $z_i = 0$ $\Rightarrow w_i = 1$

если $f_i = 0 \Rightarrow z_i = 0$ $w_i = 0$

если $f_i = 1$ и $z_i = 1$, то для w_i 2 варианта $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ кол-во возможных $w = 2^{\text{кол-во таких } i, \text{ что } f_i = 1 = z_i} = 2^3$ всего вариантов чисел $x, y, z, w =$

$2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$. Ответ: 128.

Задача 3

минимальная сумма 3 различных натуральных чисел $= 1+2+3 = 6$ 6 - минимальное число, которое можно разложить

максимальная сумма трёх различных нераскладываемых чисел $= 3+4+5 = 12$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 9 | 9 | 2 | 5 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

минимальная сумма 2 раскл. и 1 нераскл. числ.
||
6+7+1=14 мин. сум 3 раскл. чисел = 6+7+8=21
⇓
13 раскладывается на 1 расклад число и 2 нераскл.

сумма 2 нерасклад ≥ 1+2 => 1 расклад ≤ 13-(1+2)
6 расклад. ≤ 10 10≤12 => после любого первого хода I игрока второй игрок может разложить 1 оставш. расклад число на 3 нерасклад => ~~II игрок~~ II игрок победит

Задача 2

общее кол-во послед. = кол-во вариантов блоков длины 3 с заданными условиями (длина послед. : 3) ≥ 10^{12}

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 9 | 9 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4

1) 3

2) 19

3) 151

Задача 5

1) 608 36

2) 9977 71

3) 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 6 | 4 | 8 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	15	16		70

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$x \vee y = 1110\ 0010\ 0111$

$x \text{ xor } y = 1010\ 0000\ 0110$

Найдем по правилам записанным правее $x+y$ и те биты x, y, которые мы можем определить.

Зная $x \text{ xor } y$ и $x \vee y$ можем найти $x+y$ по правилам (x, y - единичн. биты)

$x \text{ xor } y = 1 \Rightarrow x+y=1$ (т.к. $x \neq y$ при $x \text{ xor } y = 1$)

$\begin{cases} x \text{ xor } y = 0 \\ x \vee y = 0 \end{cases} \Rightarrow x=y=0$

$\begin{cases} x \text{ xor } y = 0 \\ x \vee y = 1 \end{cases} \Rightarrow x=y=1$ (т.к. $x=y$ из $x \text{ xor } y = 0$ и хотя бы один из $x, y = 1$)

x: _ 1 _ 0 0 0 1 0 0 _ _ 1

y: _ 1 _ 0 0 0 1 0 0 _ _ 1

x+y: 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0

(складываем столбиком + правила выше ↑) $\Rightarrow x+y = 1001001001000$

$(x+y) \text{ xor } z = 0010\ 1100\ 1100$ $\Rightarrow z = 1000010000100$ по правилам

$\begin{cases} \text{если } x \text{ xor } y = 0 \text{ и } x=0 \Rightarrow y=0 \\ \text{если } x \text{ xor } y = 1 \text{ и } x=1 \Rightarrow y=0 \\ \text{если } x \text{ xor } y = 0 \text{ и } x=1 \Rightarrow y=1 \\ \text{если } x \text{ xor } y = 1 \text{ и } x=0 \Rightarrow y=1 \end{cases}$

Теперь найдем кол-во вариантов w

z: 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0

w: 0 0 0 α 0 0 0 0 α 0 0 0 1 α 1 1

~~[illegible]~~

w∨u: 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 1

в w: там, где α ⇒ на этом месте может быть и 0 и 1.

Итог: в x и в y мы не знаем по 4 бита ~~[illegible]~~. Т.к. в этих местах $x \text{ xor } y = 1$ и $x \vee y = 1 \Rightarrow$ одному значению в бите x обязательно ~~соотве~~ соответствует другое в y (если в бите n в x $x[n]=1 \Rightarrow y[n]=0$) ⇒

⇒ всего вариаций x и y ~~[illegible]~~ $2^4 = 16$ штук

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И И 0 0 0 1 2 6 4 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 - продолжение

вариаций x, y — 16 штук.

~~вар~~ в w есть 3 места, где может быть и 1 и 0 => вариаций w — $2^3 = 8$ штук. z задана точно — 1 вариация

=> всего четверок $= 16 \cdot 8 = 2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$ штук

Ответ: 128 различных четверок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 6 | 4 | 8 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

1) найдем все виды блоков (их кол-во):

004, 013, 015, 022, 024, 031, 035, 033, 040, 042, 044

051, 053, 055 : чисел вида 0XX – 14

103, 112, 121, 130, 141, 150,
105, 114, 123, 132, 143, 152, – чисел вида 1XX – 16
125, 134, 145, 154

202, 211, 220, 231, 240, 251,
204, 213, 222, 233, 242, 253, – чисел вида 2XX – 17
215, 224, 235, 244, 255

301 310 321 330 341 350
303 312 323 332 343 352 – чисел вида 3XX – 18
305 314 325 334 345 354

Аналогично чисел вида 4XX – 18 (всего 5 вариантов второй цифры и 3 варианта для 3й => 3·6 = 18)

Аналогично чисел вида 5XX – 18

Всего 101 вид блоков. если длина (она кратна 3) = 3 =>

=> можем передать 101 ~~пос~~ различную пос.-ть.

~~если длина 6 => можем передать 101·101 = 10201 различных последовательн.~~

~~1020 10201 > 1012 => минимум 6 символов (длина имеет вид len = 6+3k, k≥0)~~

~~Ответ: 6 символов~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	2	8	4	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 продолжение

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

101 вид слогов => надо, чтобы $101^x \geq 10^{12}$ – верно при всех $x \geq 6$

=> минимальная длина – 18 символов = 6 · 3 символа

Ответ: длина $\geq$ 18 символов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 6 | 4 | 8 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

1) заметим, что в ~~[illegible]~~ виде трех различных натуральных ~~[illegible]~~ чисел можно представить числа только 7, 6.

Заметим, что в разбиении 13 не может быть двух чисел 7, 6 и в разбиении 13 ~~[illegible]~~ обязательно будет ~~[illegible]~~ одно число 7, 6 (макс. число, которое можно представить в виде 3х разл. натур. ~~[illegible]~~ это $3+4+5=12$). Получаем, что у второго игрока будет только одно число для разбиения 7, 6, 8, 9 или 10 (макс число в разбиении 13 это 10 $(10+1+2=13)$). После хода первого игрока ~~[illegible]~~ второй может разбить одно число на 3 ~~[illegible]~~ числа < 6:

$6=1,2,3$ $\quad 9=2,3,4$

$7=1,2,4$ $\quad 10=2,3,5$

$8=1,2,5$

⇓

после 2го хода 3й ход будет невозможен.

Итог: второй игрок всегда может свести игру к своему выигрышу

Ответ для 13: второй выиграет,

после хода первого он должен свести к одному из этих случаев

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 6 | 4 | 8 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Текстовый файл №1:
Ответ: 3

Текстовый файл №2:
Ответ: 19

Текстовый файл №3:
Ответ:

№5

Текстовый файл 1:
~~Ответ: [illegible]~~
Ответ: 608 36

Текстовый файл 2:
Ответ: 9977 71

Текстовый файл 3:
Ответ: 18186 4880

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

4	Н	0	0	0	1	6	9	2	4	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	7	24		70

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. ① Рассмотрим уравнения.

$x \vee y = 3623$ и $x \oplus y = 2566$

Заметим, что $x \vee y = (x \oplus y) + (x \wedge y)$

Откуда получим, что $x \wedge y = 3623_{10} - 2566_{10} = 1057_{10}$

При этом, $x + y = (x \oplus y) + 2(x \wedge y) = 2566_{10} + 2 \cdot 1057_{10} = 4680_{10}$

Для каждого бита, где $x \oplus y$, где стоит 1 есть два варианта: 0 и 1

Откуда всего вариантов $- 2^4 = 16$, т.к число единиц в нем $- 4$.

②: Рассмотрим уравнение $(x+y) \oplus z = 416_{10}$

Из пункта 1 мы знаем, что $x+y = 4680$, следовательно: ~~z = 4680 ⊕ 16~~

$z = 4680 \oplus 416 = 4228_{10}$

③ Рассмотрим уравнение $z \vee w = 4239$.

Рассмотрим каждый бит, где $t = 4239$

если в t бит равен нулю, то ~~w~~ в этом разряде обязан быть 0

если в t бит равен 1 и в z ~~бит~~ равен нулю, то w обязан быть 1

если t бит равен 1 и в z бит равен 1, то w может быть ровно 0 или единицу.

Посчитав разряды, где $t_i = 1$, $z_i = 1$ получаем 3 таких позиции.

Значит вариантов для $w - 2^3 = 8$.

Общее число решений $- 16 \cdot 8 = 128$.

Ответ: 128.

2 задание:

① Каждый блок состоит из 3 цифр $\Rightarrow$ всего комбинаций $6^3 = 216$

Сумма трех цифр четная, если все четные числа или два нечетных и одно четное.

все четные $- 3^3 = 27$ комбинаций

две нечетные $- 3^2 \cdot 3$ комбинаций $= 81$

Всего блоков с четной суммой $- 27 + 81 = 108$

Нужно исключить блоки с суммой цифр меньше двух: $\Rightarrow$ число допустимых $105 - 4 = 101$

сумма 0: ~~000~~; 000; $-$ 1 вар.

сумма 2: 200; 002; 020; 110; 010; 001 $-$ 6

} всего 4 недопустимых вариантов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4Н00016924 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2 (продолжение)

Если последовательность имеет длину n цифр и n кратное трем, то одним числом последовательности будет являться 101^k

$101^k \geq 1012$

$k \geq 2 \Rightarrow n = 3 \cdot 2 = 6$ – минимальная длина последовательности

Ответ: 6.

Задание 4.

Ответ на первый тест: 3

Ответ на второй тест:

Ответ на третий тест:

Задание 5.

Ответ на первый тест: 608 36

Ответ на второй тест: 9977 71

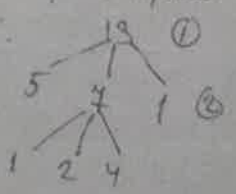
Ответ на третий тест: 41566 55

Задание ~~6~~ 3. Заметим что для каждой отдельной кучи можно вводить число Гранди. $g(n) = mex\{g(a) \oplus g(b) \oplus g(c)\}$, где $a+b+c=n$

1) Рассмотрим случай с изначальным числом 13.

Мы знаем, что $g(1) = g(2) = g(3) = g(4) = g(5) = 0$ – проигрышные позиции.

$g(13) = 0$, т.к. он при правильной игре второго игрока попадает в проигрышные позиции. Пример:



⇒ второй игрок побеждает.

Стратегия второго игрока:

Выбирать такой ход, чтобы ~~сумма чисел~~ числа Гранди при ходе первого игрока оставалось равной 0.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000169 2425

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке страны

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2) Рассмотрим случай 50 и 63.
Заметим, если на доске несколько чисел, то общая позиция равносильна сумме независимых игр:

$g(n_1, n_2) = g(n_1) \oplus g(n_2) \ldots$

При расчетах оказывается, что числа сумма Гранди и какая? $g(50) \oplus g(63) \neq 0$

Из этого следует, что стартовая позиция выигрышна для первого игрока. Его стратегия заключается в том, чтобы выбрать число (50 либо 63) и сделать ход так, чтобы сумма Гранди, полученной позиции стала равна нулю.

3) Рассмотрим случай 10 и 22.

$g(10) = 2$ (т.к. 10 раскладается как $\boxed{1\ 4\ 5}$ дает $0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$
и как $1\ 2\ 7$
дает $0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$
$mex\{0; 1\} = 2$.

$g(22) = 3$ 6

Тогда $g(2) \oplus g(3) = 1 \Rightarrow$ позиция выигрышна для первого игрока и ему нужно сделать ход так, чтобы перевести в нуль следующую позицию

Ответ. 1) второй игрок
2) первый игрок
3) первый игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИИ000153 6325

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
16	15	7	15	16		70

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

1) 16
2) 166
3) 2035

№5

1) 731 19
2) 39995 29997
3) 417241 237216

№1

$$\begin{cases} x \wedge y = 1057 = 10000100001_2 \ (1) \\ x \oplus y = 2566 = 101000000110_2 \ (2) \\ (x+y) \oplus z = 716 = 1011001100_2 \ (3) \\ z \vee w = 4239 = 1000010001111_2 \ (4) \end{cases}$$

a	b	a ∧ b
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

a	b	a ⊕ b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

a	b	a ∨ b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Для удобства, запишем битовые записи чисел в столбик и дополним их ведущими нулями до 13 бит:

(1) 0010000100001_2
(2) 0101000000110_2
(3) 0001011001100_2
(4) 1000010001111_2

Запишем (1) уравнение в столбик:

(см. лист 2)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ0001536325
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\begin{array}{rl} & x = ?????????????_2 \\ \wedge & y = ?????????????_2 \\ \hline & x \wedge y = 0010000100001_2 \end{array}$$

Из таблицы истинности для конъюнкции (∧) видно, что 1 может получиться, только если оба бита равны 1, поэтому:

$x = ??1????1????1_2$

$y = ??1????1????1_2$

Запишем (2) уравнение в столбик:

$$\begin{array}{rl} & x = ??1????1????1_2 \\ \oplus & y = ??1????1????1_2 \\ \hline & x \oplus y = 0101000000110_2 \end{array}$$

Из таблицы истинности для исключающего или (⊕) видно, что 0 получается, если оба бита одинаковые и 1, если оба бита различные. Ещё мы знаем, что там, где стоят ?, оба бита не могут одновременно равняться 1 (иначе мы уже могли однозначно восстановить соответствующие биты), поэтому, если значение XOR'а равно 0 и у нас в битах ?, то там оба бита равны 0:

$x = 0?1?000100??1_2$

$y = 0?1?000100??1_2$

(см. лист 3)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ0001536325

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Также стоит отметить, что там, где стоят ?, соответствующие биты могут принимать значения: (0 и 1), (1 и 0), т.к. мы знаем, что эти биты должны быть различными (XOR = 1).

Теперь запишем, чему равно $x+y$, зная, что $?+?=1$:

$$
\begin{array}{rl}
 & x = 0?1?000100??1_2 \\
+ & y = 0?1?000100??1_2 \\
\hline
 & x+y = 1001001001000_2
\end{array}
$$

Вспомним про два замечательных св-ва исключающего или ($\oplus$):

$x \oplus x = 0$

$x \oplus 0 = x$

Зная это, преобразуем (3) уравнение и выведем из него z:

$(x+y) \oplus z = 716 \quad | \oplus z \oplus 716$

$(x+y) \cancel{\oplus} \underbrace{z \oplus z}_{0} \oplus 716 = \underbrace{716} \cancel{\oplus} z \underbrace{\oplus 716}_{0}$, (см. лист 4)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 5 3 6 3 2 5 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$(x+y) \oplus 716 = z$

Посчитаем z:

$$\begin{array}{rl} x+y = & 1001001001000_2 \\ \oplus\ 716 = & 0001011001100_2 \\ \hline z = & 1000010000100_2 \end{array}$$

Наконец, попробуем восстановить w из (4) уравнения:

$$\begin{array}{rl} \vee\ z = & 1000010000100_2 \\ w = & ?????????????_2 \\ \hline 4239 = & 1000010001111_2 \end{array}$$

Из таблицы истинности для дизъюнкции (v) видно, что, если первый бит равен 0, то значение бита под ? будет в точности равно значению дизъюнкции, иначе мы опять не знаем значение второго бита:

$$\begin{array}{rl} \vee\ z = & 1000010000100_2 \\ w = & ?0000?0001?11_2 \\ \hline 4239 = & 1000010001111_2 \end{array}$$

Итого, имеем следующее:

$x = 0?1?000100??1_2$

$y = 0?1?000100??1_2$

$z = 1000010000100_2$

$w = ?0000?0001?11_2$

(см. лист 5)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ000153 6325

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Для ~~x и y~~ одной позиции с ? для x и y, мы перебираем: (0 и 1); (1 и 0), т.е. 2 варианта.
Всего у нас 4 позиции $\Rightarrow 2^4 = 16$ ~~вариантов~~ способов

Для одной позиции с ! для w, мы просто перебираем независимо ни от кого один бит: (0); (1), т.е. 2 варианта.
Всего у нас 3 позиции $\Rightarrow 2^3 = 8$ ~~вариантов~~ способов.

Опять же, из-за того, что мы w собираем независимо от x и y, то полученные способы мы перемножаем:
$16 \cdot 8 = 2^7 = 128$ способов, т.е. четвёрок (x, y, z, w), являющихся решением этой системы уравнений.

Теперь осталось док-ть, что при добавлении ведущих нулей, кол-во способов не увеличивается, т.е. ответ все-таки 128, а не $+\infty$:

В (1) уравнении: $0 \wedge 0 = 0$
Во (2) уравнении: $0 \oplus 0 = 0$
В (3) уравнении однозначно восстанавливается z.
В (4) уравнении $0 \vee 0 = 0$
$\Rightarrow$ в каждом из 128 способов можно приписать ~~хоть~~ сколь угодно большой префикс из ведущих нулей и от этого ответ не изменится. $\boxed{\text{Ответ: } 128}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ0001536325
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$\boxed{N2}$

$\underbrace{\cdots}_{\Sigma\%2=0}\ \underbrace{\cdots}_{\Sigma\%2=0}\ \ldots\ \underbrace{\cdots}_{\Sigma\%2=0} = a$

$|a| = x;\ x \vdots 3;\ x \in \mathbb{N}$

$\underbrace{\cdots} \in [\underbrace{000}_{l}; \underbrace{999}_{r}] \Rightarrow r-l+1 = 1000$ чисел.

Заметим, что у нас ровно в половине чисел ($\frac{1000}{2}=500$) суммы цифр будет чётной и ровно в другой половине чисел ($\frac{1000}{2}=500$) — нечётной, т.к. ~~по признаку делимости на 2 число будет чётным, если оно заканчивается на чётную цифру~~ у нас в ~~этой~~ задаче одинаковое кол-во чётных (0, 2, 4, 6, 8) и нечётных (1, 3, 5, 7, 9) цифр.

Также заметим, что мы можем заполнять блоки независимо друг от друга, поэтому при подсчёте различных посл-тей мы будем умножать (или возводить в степень) ~~способы~~ кол-ва.

Теперь составим и решим неравенство:

$500^{\frac{x}{3}} \geq 10^{15}$

$\log_{500} 500^{\frac{x}{3}} \geq \log_{500} 10^{15}$

$\frac{x}{3} \geq \log_{500} 10^{15} \quad | \cdot 3$

(см. лист 7)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 5 3 6 3 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$x \geq 3 \cdot \log_{500} 10^{15}$

$x \geq \log_{500} 10^{45}$

$x \geq \dfrac{\ln(10^{45})}{\ln(500)} \cancel{= \dfrac{45 \cdot \ln(10)}{\ln(5 \cdot 10^2)} = \dfrac{45 \cdot \ln(10)}{\ln(5) + \ln(10^2)} = \dfrac{45 \cdot \ln(10)}{\ln(5) + 2\ln(10)}}$

$\cancel{= \dfrac{45(\ln(2)+\ln(5))}{\ln(5) + 2(\ln(2)+\ln(5))} = \dfrac{45 \cdot \ln(2) + 45 \cdot \ln(5)}{4 \cdot \ln(2) + 3 \cdot \ln(5)} =}$

$\cancel{= 15 \cdot \dfrac{3 \cdot \ln(2) + 3 \ln(5)}{4 \cdot \ln(2) + 3 \cdot \ln(5)}} = \dfrac{45 \cdot \ln(10)}{\ln(5) + 2 \cdot \ln(10)}$ – хорошо и точно считается на питоне

$x \geq 16{,}673\ldots$

По ОДЗ: $\begin{cases} x \,\vdots\, 3 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow x \geq 18$

$\boxed{\text{Ответ: длины, хотя бы 18 цифр.}}$

$\boxed{№3}$

1) 13

$13 = 1 + 2 + 10 \qquad = 1 + 3 + 9$

$= 3 + 4 + 6 \qquad = 2 + 5 + 6$

$= 1 + 5 + 7 \qquad = 1 + 4 + 8$

$= 2 + 4 + 7$

$= 2 + 3 + 8$

(см. лист 8)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 3 | 6 | 3 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$10 = 1+2+7$
$= 1+3+6$
$= 1+4+5$
$= 2+3+5$

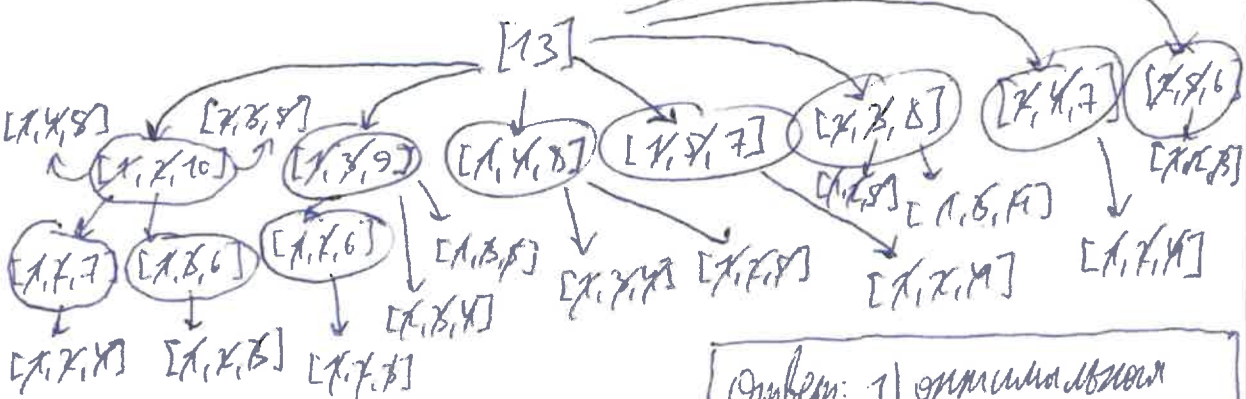
$9 = 1+2+6$
$= 2+3+4$
$= 1+3+5$

$1 = 2 = 3 = 4 = 5 = \varnothing$

$8 = 1+3+4$
$= 1+2+5$

$7 = 1+2+4$

$6 = 1+2+3$



[...] – проигрышное состояние

[...] – выигрышное состояние

Ответ: 1) оптимальная стратегия есть у 2-го игрока: нужно своим ходом делать переход в проигрышную вершину. 2) TL 3) TL

Сформулируем 2 важных определения из теории игр, по которым станет понятно, как получилось ~~дерево~~ узнать состояния вершин в дереве вариантов выше.

- Назовём вершину выигрышной, если из неё есть хотя бы одно ребро в проигрышную.
- Назовём вершину проигрышной, если все её рёбра ведут в выигрышные вершины (или, в частности, если у неё нет рёбер).

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 8 | 8 | 7 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	14	0	24		70

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1. $x+y=3623$

$\vee$ x — — — 0 0 0 — 0 0 — — —

y — — — 0 0 0 ~~1~~ 0 0

= 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1

Очевидно $A+B=0$ только при $A=B=0$

x % 1 % 0 0 0 1 0 0 % % 1

$\oplus$ y % 1 % 0 0 0 1 0 0 % % 1

= 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0

$x_2=y_2=1$ $\quad$ $x_7 \equiv y_7$, но $x_7+y_7=1 \Rightarrow x_7=y_7=1$ $\quad$ $x=y=0$

$\Rightarrow x+y=4680$ в любом случае, ведь помещая символ в разряд для одной мы инвертируем его в другой переменной. А 1 на конце позволяют однозначно сказать, что будут происходить переходы через разряды.

$\Rightarrow$ получим 1001001000

z % 0 0 0 0 % 0 0 0 % % % %

$\vee$ w % 0 0 0 0 % 0 0 0 % % % %

= 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 1

заполняем 0, $z_i+w_i=0$

$z_i=w_i=0$

~~[illegible]~~

$\Rightarrow$ для x и y после % :

$2\cdot2\cdot2\cdot2$ вар.

для z ~~[illegible]~~ $\rightarrow$ 1 вар.

для w $\xrightarrow{\text{поч.?}}$ $2\cdot2\cdot2$ вар.

Итого: $16\cdot8=128$ вар.

$\oplus$ 4680 = 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0

z = 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0

= 1 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 0 0

$z_6=1$ $\quad$ $z_{10}=0$ $\quad$ $z_4=1$

$1\oplus z_1=0$ при $z_1=1$

тогда $\vee$ z 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0

w ? 0 0 0 0 ? 0 0 0 1 ? 1 1

= 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 1

$w_{10}=1$ $\quad$ $w_1=1$ $\quad$ Ответ: 128 вар.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 8 | 8 | 7 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3. Рассмотрим проигрышные позиции:

1. X 2. X 3. X 4. X 5. X 6. V 7. V

1+1, 1+1+1, 2+1+1, 2+1+2, 1+1+3, 3+2+1, 1+2+4

проигрышные поз, т.е. с которыми ничего сделать нельзя.

=> если мы начинаем с 13, то ~~...~~ ~~13 на 5+2+7~~ как бы мы ни разделили число на 3 числа, то получим ситуацию, в которой второй всегда может походить так, чтобы не походил 1. тк сумма 3-ёх наиб. проигр. поз. $= 5+4+3 = 12 < 13$

$13 \to 1, 2, 10$; $10 \to 5, 4, 1$

w2.

$13 \to 5, 6, 2$; $6 \to 3, 2, 1$

=> мы не можем выиграть 1 ходом.

тогда ~~на~~ в любом случае останется максимум 1 выигр. число, тк ~~...~~ сумма наим. 2 выигр. поз. $= 6+7+1 = 14 > 13$.

=> 1) Второй победит.

2) 50 и 63: разделим I ходом 63 на 50, 6 и 7.

тогда если ~~...~~ II разделит 6 или 7, мы симметрично разделим 7 или 6. если II будет делить 50, мы симм. разделим другую 50. => у нас всегда будет шанс сделать ход => 2) Первый победит

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 8 | 8 | 7 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 далее.

10 и 22: выиграет 1-ый

~~раздадим на куча 22 на~~ 10 11

сумма min 3-ёх выигрышных позиций = 6+7+8=21

мы можем разделить 10 на ~~числа~~ числа, позволяющие сделать 0 или 1 ход.

22 на числа с 2, 3 ходами.

(10, 9, 3) (6, 7, 9) (19, 2, 3) или (например)

19 → 13 (+1х) (от 1 до 4х) → 2, → 4

19 → 9 (+1х) → 4, → 6 (+1х)

19 → 14 (+2х) → 3, → 2

~~Как бы I ни походил, мы всегда можем изменить чётность возможного кол-ва ходов.~~

~~Походим 22 = 1+2+19.~~

~~тогда 2-ой ходит из 10 и 19. если 2-ой сделает из 10 поз., где возможно 0 ходов, то мы сделаем из 19 поз., в которой возможно 2 хода (19 = 9+6+3) (5; 2; 3), тогда 2-ой походит 1 раз, оставив 1 число (т.к. 9 и 6 ведут 4 1 ход) → 1 выиграет.~~

~~если 2-ой из 10 сделает 1 ход (10 = 6+3+1), то мы из 19 сделаем поз. из 2 ходов~~

↙ сколько ходов мы можем оставить ~~~~ ~~~~ после числа

10 10 3 1

1 — 5	6 — 9	10 — 13	14 — ...
X	+0х, +1х	+0х, +1х или +2х	от 0 до 3х

→ разделим 22 на 14 + ~~2~~ 5 + 3

тогда есть 10 и 14. если 2-ой разделит 10, оставив +0х, то 1 разделит 14 на 6+7+1 – 2 хода. и выиграет. если 2-ой разделит 10, оставив + 1х (6+3+1), то 1-ый разделит 14, оставив 1 ход (9, 3, 2) и выиграет

отбросим (5; 2; 3)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	7	8	8	7	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 3. 13 — второй
50 и 63 — первый
10 и 22 — первый

н ч н ч н ч
0 1 2 3 4 5

N 2. Чтобы сумма из 3 чисел была чётной → нужно чтобы 2 из них были нечётными и 1 чётное или все чётные.
Чётных и нечёт. цифр всего 3 и 3.

=> только чётные → $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ послед.

2 нечёт. + 1 чёт → $3^3 \cdot \frac{3!}{2!\,1!} = 81$ последов.

не подходят: $(0,1,1) = 2$ $(1,0,1) = 2$
$(1,1,0) = 2$
$(0,0,2) = 2$ $(2;0;0) = 2$
$(0;2;0) = 2$
$(0,0,0) = 0$

→ 7 вар.

=> подходит 101 послед. вариант $(108 - 7 = 101)$

Ответ: длина 6ч, т.к. тогда вариантов будет $101 \cdot 101 > 1012$

Лист 4 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 8 | 8 | 7 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5. мест1: 608 36
мест2: 9977 71
мест3: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 7 | 3 | 1 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	15	7	23	24		69

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3

Будем помечать числа, начиная с которых нельзя выиграть пометкой "П" (проигрыш)

Очевидно, что числа 1, 2, 3, 4, 5 являются таковыми (их нельзя разделить на 3 различных натуральных числа, в сумме дающих эти же числа).

Тогда очевидно, что если число можно представить как 3 числа с пометкой "П", то такое число выигрышное (пометка „В"), т.к. после этого хода соперник не сможет выиграть (у него все числа будут проигрышные). Тогда, если число нельзя разложить на 3 числа с пометками "П", то такое число — проигрышное. Выпишем ряд чисел и пометим их

П	П	П	П	П	В	В	В	В	В	В	В	П	П	П	В	В	В	В	В
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
В	В	В	В	П	П	П	В	В	В	В	В	В	В						
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34						
В	В	П	П	В															
35	36	37	38	39															

Для первого случая: победит второй игрок вторым ходом при любом ходе первого игрока.

Во втором случае победит второй игрок, т.к. 30 и 39 имеют пометку "В". Это значит, что при любом ходе первого игрока у второго всегда будет одно число "В". Если первый игрок разложит число в позицию П П П, то второй игрок поступит аналогично с соседним числом "В" и выиграет.

Если первый игрок разложит число в позицию В П П,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 3 7 3 1 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3

то второй игрок поступит аналогично, на доске опять будет 2 числа с пометкой "В".

Если первый игрок разложит число в позицию ВВП, то второй игрок разложит своё число в позицию ППП (он всегда может это сделать, т.к. у него число с пометкой "В"). На доске опять два числа с пометкой "В" (пометку "П" игнорируем, т.к. в конце, на чьём ходе не будет числа "В", тот, очевидно, проиграл).

В конечном итоге первый игрок не сможет разложить число "В" в другую позицию, кроме как ППП (числа будут маленькие). Тогда второй игрок разложит своё число "В" в ППП и выиграет.

В третьем случае: 9 имеет пометку "В". 24 тоже. Аналогично, со второй ситуацией выиграет второй игрок, повторяя действия соперника (I-й: В → ППП, II-й: В → ППП; I-й: В → ВПП, II-й: ↓ ВПП), и иногда применяя такую стратегию: I-й: В → ВВП, II-й: ↓ В → ППП

Лист 2 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 3 7 3 1 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №2

1. Определим кол-во блоков длины 3, где сумма цифр в блоке чётная.

Есть 5 четных цифр: 0, 2, 4, 6, 8

5 нечётных цифр: 1, 3, 5, 7, 9.

четная цифра + четная цифра = четная ~~циф~~ сумма

нечетная цифра + нечетная цифра = четная сумма.

Тогда возможны такие наборы

(ч – четная цифра, н – нечетная цифра)

$\underbrace{ччч}_{5\cdot5\cdot5=5^3 \text{ способов}}$ $\underbrace{чнн}_{5\cdot5\cdot5=5^3 \text{ способов}}$ $\underbrace{нчн}_{5^3}$ $\underbrace{ннч}_{5^3}$

всего можно составить $4\cdot5^3$ различных наборов (блоков) из 3-х цифр.

2. Определим кол-во блоков для передачи как минимум 10^{15} различных последовательностей.

1 блок – 500 последовательностей

2 блока: 500^2 последовательностей $(\underbrace{500}_{3 \text{ цифры}} \cdot \underbrace{500}_{3 \text{ цифры}})$

6 блоков: 500^6 последовательностей $> 10^{15}$

3. 6 блоков – 18 цифр.

Ответ: 18

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ00013731 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4

Ответы на тесты:
16 ; 174 ; 2035

Задача №5

Ответы на тесты:
~~271~~. ~~271 59~~ 856 6
~~70025 60049~~ 39995 29997
41 7241 237216

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 5 | 9 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	5	0	23	24		69

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 5.

Ответ на файл 1:

608 36

Ответ на файл 2:

9977 71

Ответ на файл 3:

41566 55

Задание 4.

Ответ на файл 1:

3

Ответ на файл 2:

19

Ответ на файл 3:

151

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 5 | 9 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 1

$$x \vee y = 3623 = \overset{0}{1}\overset{1}{1}\overset{2}{1}\,\overset{3}{0}\overset{4}{0}\overset{5}{1}\overset{6}{0}\overset{7}{0}\overset{8}{0}\,\overset{9}{1}\overset{10}{1}\overset{11}{1}$$

$$x \text{ xor } y = 2516 = 011\,000000\,101$$

Те биты, которые установлены в первом числе, но не установлены во втором, обязаны быть и у x и у y, поскольку операция xor дает 0 только в случае, если биты одинаковы и так как при операции or они установлены, значит они есть в обоих числах.

Аналогично, если в первом и втором числе бит не установлен, значит его нет и в x и в y. В случае, когда и в первом и во втором бит установлен, значит он есть либо у x либо у y, но не у двух ~~вм~~ сразу.

$$(x+y) \text{ xor } z = 716 = \overset{0}{0}\overset{1}{0}\overset{2}{1}\overset{3}{1}\overset{4}{0}\overset{5}{0}\overset{6}{1}\overset{7}{1}\overset{8}{0}\overset{9}{1}$$

$$z \vee w = 4239 = \overset{0}{1}\overset{1}{1}\overset{2}{1}\overset{3}{1}\overset{4}{0}\overset{5}{0}\overset{6}{0}\overset{7}{1}\overset{8}{0}\overset{9}{0}\overset{10}{0}\overset{11}{0}\overset{12}{1}$$

Рассмотрим биты числа z:

1. Бит 0 у z точно не установлен, так как при сложении ~~[illegible]~~ двоичных чисел x и y, т.к у обоих этот бит установлен получим 0, значит чтобы

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 5 | 9 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

при xor в числе был 0, у z ~~[illegible]~~ не должен быть установлен бит 0. Так как при операции or между z и w бит есть, то у w он точно установлен.

2) Рассмотрим бит 1:

$$\begin{array}{lcc} & 0 & 1 \\ x & 1 & 1 \\ y & 1 & 0 \end{array} \quad z = 00^1$$

(не имеет значения ~~[illegible]~~ 1ый бит установлен у x или y)

Значит, у числа (x+y) в 1ом бите точно 0, значит по логике, описанной ранее, у z тоже не может быть этого бита.

Из-за переноса 2ой бит поддается такой же логике, ~~значит и его у z нет~~, однако в xor он ~~не~~ установлен, значит у z он есть.

~~В 3ем б~~ В 3 бите у числа (x+y) будет 1 (из-за переноса со 2 бита), т.к в xor в 3 бите тоже 1, значит в z 3 бит не установлен.

В 4 бите у всех чисел 0.

В 5 бите, аналогичном 0 биту, у (x+y) будет 0, однако в xor тоже 0, значит у z бита нет

1	2	3	4	5	6	Σ

6ой бит будет у (x+y) из-за переноса, у z его нет.
7ой бит обязан быть у z, так как в (x+y) он не установлен.
В 8 бите у всех чисел 0.
9ый бит есть у (x+y), у z его нет.
В 10 бите получается 0, его нет в xor и в z.
В 11 бите получится 0, у z тоже 0.
В 12 бите получается 1 из-за переноса, соответственно, так как его нет в xor, в z он должен быть установлен.
По данным рассуждениям, число z определено:
z = 001000010000 1
Число w обязано иметь те биты, которые есть в z v w, но их нет в z, остальные могут быть или не быть (которые установлены в or), таких битов всего 3, то есть для числа w = $2^3 = 8$ вариантов.
x и y в тех битах, в которых 1 может быть или в x или в y имеют ~~...~~ соответствие, то есть не важно бит установлен в x или в y

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Таких битов 4, каждый имеет два варианта: либо быть у x, либо быть у y, значит всего $2^4 = 16$ (вариантов)

Получаем ответ: $2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$

Ответ: 128

Задание 3:

Применим Теорему Шпрага-Гранди и рассмотрим игру. Все состояния, где число разложить на 3 числа нельзя только ~~проир~~ проигрышные.

Для каждого числа по теореме будем считать mex от состояний, в которые можно перейти, то есть различных способ разложить число на сумму трех цифр.

У 13 это будет 0, значит выиграет второй игрок. А где вычисления?

У ~~состояния~~ из двух чисел {10, 22} и {50, 63} будет не 0, значит по теореме ~~выигр~~ выиграет при оптимальной игре первый игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000125 9225
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2.

Посчитаем, сколько вариантов каждой последовательности по 3 элемента есть:

004 - 1 вариант

013 .... 235, для каждого префикса по 2 варианта конца, то есть всего префиксов 8, значит $8 \cdot 2 = 16$.

Оставшиеся варианты, где для префикса даже нужны соответствующие окончания: 6.

Эти варианты отсортированы, однако у нас числа необязательно отсортированы, значит умножим общее кол-во вариантов на кол-во перестановок 3 элементов, то есть 6.

$23 \cdot 6 = 138$

$138^n \geq 10^{12}$

n должно быть хотя бы 6.

Ответ: 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | и | н | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 9 | 6 | 5 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	12	0	23	16		68

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Переведем значение $x \wedge y$ в двоичную систему счисления.

$1057 = 010000100001_2$. Переведем x xor y в двоичную систему счисления. $2566 = 101000000110_2$. Сравним $x \wedge y$ и x xor y зная свойства логических операций

x xor $y = 0$, когда $x = y$ – на той же позиции (на опред. позиции)

$x \wedge y = 1$, когда $x = y = 1$.

Значит если x xor $y = 1$

Или x или $y = 1$. Но $x \neq y$

$x \wedge y$	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
x xor y	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
x	1/0	1	1/0	0	0	0	1	0	0	1/0	1/0	1
y	0/1	1	0/1	0	0	0	1	0	0	0/1	0/1	1

Значит ~~x~~ y будет зависеть от ~~y~~ x. У будет определяться x, а значит ~~вариа~~ число вариантов пар x, y будет равно числу вариантов x, то есть 2^4

Рассмотрим все возможные варианты x и y:

1) 1057; ~~…~~ 3623; 2) 1059, 3621; 3) 1061, 3619; 4) 1063, 3617; 5) 1569, 3111; 6) 1571, 3109; ~~7~~ 7) 1573; 3107; 8) 1575, 3105

Дальше пары продублируются в обратном порядке, где x будет принимать значение y и наоборот.

Заметим, что все пары имеют одинаковую сумму 4680

Значит мы можем найти значение z из (x+y) xor z и оно будет единственно возможным

Значит $z = 7171$

(x+y)	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
(x+y) xor z	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
z:	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Рассмотрим z ∨ w в двоичной системе счисления и определим все возможные варианты w исходя из свойств логического сложения.

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ): ИК0001796525

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~#~~ 2VW 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1
2 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1
W 1/0 1/0 1/0 0 0 0 0 0 0 1 1 1/0 1/0

Уже имеется 5 позиций которые могут принимать значение от 0 до 1, т.е есть 2^5 вариантов W
Значит всего можно получит $2^4 \cdot 2^5$ различных четверок чисел. $2^4 \cdot 2^5 = 2^9 = 512$

Ответ: 512

N4

Ответ 1 тест: ~~#~~ 16

Ответ 2 тест: ~~[illegible]~~ 174

Ответ 3 тест: 2035

N5

Ответ 1 тест: 856 6

Ответ 2 тест: 39995 29997

Ответ 3 тест: слишком большое число

N 3

Заметим что числа 3, 4, 5, 6 можно разложить так что бы выиграть если они остаются последними не расклад. Если последним числом остается 7 или 8, то при любом разложение ты проиграешь.

Рассмотрим ситуацию, когда на доске написано число 13:

Пусть игрок номер 1 своим первом ходом разложит число 13 на 6, 6 и 1. Тогда второму игроку придется раскладывать какую нибудь 6. Он может разложить ее на 114, 123, 222, в последнем случае заведомо проиграет, т.к останется только 6, которая гарантирует

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | ИН000179652 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

победу 1 игроку. Если второй игрок выбирает 114, то первый раскладывает И на 211 и побеждает. Если игрок 2 выбирает 123, то первый раскладывает на 111 и побеждает

Рассмотрим ситуацию когда на доске

Ответ: 1) первый выиграет

N2

Из цифер от 0 до 9 мы можем составить 1000 различных трехзначных примеров (с ведущими нулями). Из них 200 делится на 5.

Что бы узнать сколько вариантов последовательностей мы можем составить нам нужно 200 возвести в степень равную количеству блоков. Пусть длина $= n$. Тогда $200^n \geq 10^{15}$ и $n \% 3 = 0$, самое минимальное такое $n = 8$, т.к. $200^7 > 10^{15}$ но 7 не кратна 3, а значит берем число большее 7 и делящееся на 3, то есть 8

Ответ: ~~9~~

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 5 | 0 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
7	15	21	23	0		66

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$x \wedge y = 1057_{10} = 10000100001_2$; конъюнкция будет принимать значение 1 только если оба бита будут равны 1, тогда:
$x = 1....1....1_2$; $y = 1....1....1_2$, где на месте точек стоит 1 или 0, при этом биты на одних позициях в x и y не равны 1 одновременно.

$x \text{ xor } y = 2566_{10} = 101000000110_2$; исключающее или будет принимать значение 1 только если оба бита не будут равны, то есть:

$x = 1....1....1$
$y = 1....1....1$

~~x xor y~~ в $x \text{ xor } y$ на один бит больше, чем в $x \wedge y$, значит x больше y на 1 бит, или наоборот $y > x$ на 1 бит

$$x+y = \begin{array}{r} 1....1....1 \\ + \; 1....1....1 \\ \hline 10.........000 \end{array}$$

; на позициях с неравными битами в x или в y обязательно будет 1, на позициях с равными битами в x и y будут одинаковые значения, при этом если и в x и в y будут 0, то лишней 1, добавляющейся в след. бит не будет, а ~~ж~~ если и в x и в y будет 1, то доп. 1 в след. бите будет. ~~так же~~ т.к. на месте подчёркивания либо в x, либо в y будет стоять 1, а значит при добавлении 1 из пред бита (а она обязательно будет, т.к. в нём независимо от доп. ~~1~~ 1, стоит $1+1=10$) получится 10,

$x+y = 10........000$; $(x+y) \text{ xor } z = 716_{10} = 1011001100_2$

$$(x+y) \text{ xor } z = \begin{array}{r} 10.........000 \\ 10.........100 \\ \hline 0001011001100 \end{array}$$

; т.к. xor равен 0 на равных битах, то там, где в результате 0, биты у $(x+y)$ и z равны, а где 1 наоборот

$z \vee w = 4239_{10} = 1000010001111$;

$$z \vee w = \begin{array}{r} 10000.000.100 \\ 1/0\,0000\,1/0\,000\,1/0\,1/0\,1\,1 \\ \hline 1000010001111 \end{array}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | 4 Н 0 0 0 1 9 5 0 2 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

z=10000.000.100

тогда: x+y=10010.100.000 и

x= . 1 . 00 . 100 . . 1

y= _ 1 _ 00 . 100 _ _ 1

10010.1001000, здесь на одинаковых позициях, если оба бита точки, то бит в x равен биту в y, а если подчёркивание, то бит в x не равен биту в y, значит значение y напрямую зависит от x

(x+y)=10010.1001000; здесь также, как и для x и y . и _ на равных битах — разные цифры, значит z напрямую
xor

z=10000_0000100

00010110011100

зависит от (x+y), а значит зависит от значений x и y.

z 10000_0000100
∨
w 1/0 0 0 0 0 1/0 0 0 0 1 1/0 1 1

10000100001111

~~в~~ w не зависит от w, ~~но~~ если на месте _ в z будет 0, то в w обязательно будет 1

y и z зависят~~ь~~ от x, значит изменяя x, будем менять y и z, при этом, если ~~в x~~ x+y на месте точки будет 1, то мы будем знать, что в w будет 1.

тогда всего значений для x: 2·2·2·2, когда ~~в~~ в x+y будет 1, тогда для w будет: 2·2; и когда в x+y будет 0, то для x: 2·2·2·2, для w: 2·2·2

всего значений: ~~2·2~~ $\cdot 2^2\cdot 2^4+2^3\cdot 2^4=192$ Ответ: 192

N4

1) 16 2) 174 3) 2035

N5

1) 295; 9 2) 9998; 60006 3) 180028; 474429

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИН 000195 0225

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

рассмотрим блок из 3 цифр:
чтобы в таком блоке сумма цифр была чётной, в нём должно быть 3 чётных цифры или 2 нечётных и 1 чётн.
чётные цифры: 0, 2, 4, 6, 8 — всего 5, значит различных блоков состоящих только из чётных цифр: $5\cdot5\cdot5 = 125$
нечётные цифры: 1, 3, 5, 7, 9 — всего 5, для блока с неч. цифрами ~~ее~~ единственная чётная цифра может занимать одну из 3 позиций, и может принимать 5 значений.
~~Тд~~ Тогда для блока с неч. цифрами:

1 чёт: $\overset{ч.}{5}\cdot\overset{нч.}{5}\cdot\overset{нч.}{5}$ 2 чёт: $\overset{нч.}{5}\cdot\overset{ч.}{5}\cdot\overset{нч}{5}$ 3 чёт: $\overset{нч.}{5}\cdot\overset{нч.}{5}\cdot\overset{ч.}{5}$

~~всю~~ всего: $3\cdot5\cdot5\cdot5 = 375$ различных значений.
Значит общее число различных значений для 1 блока будет: $125+375=500$.
если блоков несколько, то кол-во различных последовательностей $= 500^n$, где n - кол-во блоков.
Для передачи 10^{15} различных последовательностей должно выполняться следующее неравенство: $500^n \geq 10^{15}$, тогда $n=6$, тогда общая длина последовательности: $6\cdot3=18$

Ответ: 18

№3

~~1 случай:~~ ~~пусть 1 игрок разделит 13 на 6; 6; 1, тогда число кучек~~ ~~1 больше нельзя будет делить, а к тогда 1 игроку будет достаточно делать действия симметричные действиям 2 игрока.~~ ~~например игрок 2 сходит: $6\to x_1; x_2; x_3$, тогда 1 игрок сделает то-же самое с другой 6; одинаковые числа будут оставаться всегда, а значит у 1 игрока всегда будут ходы, значит 1 игрок выиграет.~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | Р | 1 | 8 | 5 | 0 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

1) Заметим, что числа от 1 до 5 нельзя разбить на 3 различных натуральных числа, а числа от 5 до 12 всегда можно разбить на 3 числа, каждое из которых от 1 до 5. При разбиении числа 13 на 3 других числа не может получиться двух чисел больше 5, т.к. 6+7 уже 13, тогда после хода 1 игрока на доске будет всего 1 число, с которым можно будет взаимодействовать, а остальные 2 будут принадлежать промежутку от 1 до 5. Тогда 2 игроку достаточно разбить доступное число на 3 числа из промежутка от 1 до 5, и тогда 1 игрок не сможет сделать ход. Значит в случае с числом 13 победит 2 игрок.

2) Во 2 случае 1 игроку достаточно разбить число 39 на 30; 5; 4, тогда числа 4 и 5 больше нельзя будет делить, и на доске останутся только два числа 30, тогда после ходов 2 игрока, 1 игрок должен будет совершать такие же ходы и в таком случае у него всегда будет ход, т.к. если 2 игрок смог сделать действие с каким-либо ~~кучей~~ числом, то 1 игрок сможет сделать тоже действие с равным числом. В таком случае победит 1 игрок.

3) пусть 1 игрок ~~разобьёт~~ разделит 24 на 9; 13; 2, тогда кучу 2 нельзя будет делить, и на доске останутся: 9; 9; 13 если ~~в ко~~ 2 игрок будет делить одно из 2 одинаковых чисел, 1 игрок сможет просто сходить аналогично с симметричным числом, если же в какой-то момент 2 игрок разделит число 13, то как и в 1 случае на доске после 13 останутся 2 неделящихся числа и 1 делящееся, тогда 1 игрок поделит это число на 3 неделящихся и 2 игроку придётся вернуться к симметричным кучам, в таком случае 1 игрок опять будет ходить так же как и 2. То есть у 1 игрока всегда будет ход, а значит 1 игрок в любом случае победит.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	1	6	4	4	3	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	10	0	23	16		66

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1) $\begin{cases} x = 2566 \text{ xor } y \\ x \wedge y = 1057 \end{cases}$

перебирая биты (так как их не так много) мы получаем y, выполняющие условие уравнения:

1057, 1059, 1061, 1063, 1569, 1571, 1573, 1575, 3105, 3107, 3109, 3111, 3617, 3619, 3621, 3623. – (16 шт)

Заметим, что x взаимосвязан с y:

y = 3623 x = 1057

y = 3621 x = 1059

...

y = 1057 x = 3623 (16 пар)

И их сумма (x+y) будет равна всегда 4680, →

(x+y) xor z = 2635 → z = 6147

z ∨ w = 6159, т.к. 6147 уже совпадает с 6159 4 битами, можно перебрать w (с 2 обязательными битами): $2^4 = 16$

Значит $16 \cdot 16 = 256$ различных четверок чисел.

Ответ: 256

4) 16; 174; 2035

5) 731 19; 35555 25557; 417241 237216

2) 0-9 – 5 чет. 5 нечет.

чет+чет=чет

нечет+нечет = чет → $\underline{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$ – (ччнн, чнчн, ..., нччч)

– 6 раз. ⇒ 3750 различных значений.

Нужно 3750 возвести в наименьшую степень, чтобы из блоков из 4 цифр можно было составить кол-во последовательностей ≥ 10^{20}. → перебором нашли степень 6

Ответ: 6

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИК00155 99 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	~~10~~ 15	21	23	0		66

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2

Сумма цифр в каждом блоке чётна, пусть тогда первые 3 цифры несут информацию, а 4-я будет битом чётности, т.е. если сумма первых 3-х битов чётна, то 4-й бит будет 0, иначе 4-й бит будет 1. В таком случае в каждом блоке можно будет составить $2^3 = 8$ различных комбинаций. Пусть в последовательности n блоков, тогда различных комбинаций будет 8^n, притом $8^n \geq 10^{20}$, прологарифмируем по ~~ос~~ основанию 8 ($8>1 \Rightarrow$ знак неравенства сохраняется) $\log_8 8^n \geq \log_8 10^{20} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n \geq \log_{2^3} 10^{20} \Leftrightarrow n \geq \frac{20}{3}\log_2 10 \Leftrightarrow$ ~~log~~ $n \geq 22{,}146$ (приблизительно), т.к. n, очевидно, натуральное $n = 23$, тогда длина последовательности $23 \cdot 4 = 92$

Ответ: 92

№ 1

$x \wedge y = 1057 = 10000100001_2$

$x \operatorname{xor} y = 2566 = 101000000110_2$

- 0, 5 и 10 разряды $x \wedge y = 1 \Rightarrow$ 0, 5, 10 разряды x и y равны по одному $\Rightarrow$ в сумме $x+y$ встречаются по 2 раза 2^{10}, 2^5 и 2^0
- 1, 2, 9 и 11 разряды $x \operatorname{xor} y = 1 \Rightarrow$ в каком-то из чисел (x или y) каждый из этих разрядов $=1$ (всего 2^4 вариантов, каждый из разрядов независимо от остальных $=1$ или в x, или в y) $\Rightarrow$ в сумме $x+y$ по одному разу встречаются 2^1, 2^2, 2^9 и 2^{11}
- Итого, $x+y = 2(2^{10}+2^5+2^0) + 2^1 + 2^2 + 2^9 + 2^{11} = 2 \cdot 2^{11} + 2^6 + 2 \cdot 2^1 + 2^2 + 2^9 =$

$= 2^{12} + 2^{9} + 2^6 + 2^2 \cdot 2^{2} = 2^{12} + 2^9 + 2^6 + 2^3 = 1001001001000_2 = 4680$

- $(x+y) \operatorname{xor} z = 2635 \Leftrightarrow z = 2635 \operatorname{xor} (x+y) \Leftrightarrow z = 2635 \operatorname{xor} 4680 = 6147 =$

$= 1100000000011_2$

- $z \vee w = 6159 = 1100000001111_2$

Из числа z и ~~конъ~~ дизъюнкции можно однозначно определить со 2 по 10 бит w включительно, т.к. эти биты z равны 0, а остальные биты w $\overbrace{\text{могут}}^{(0,1,11 \text{ и } 12)}$ принимать любые значения, т.к. эти биты z равны 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 ИН0001559925

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 (продолжение)

число w может принимать 16 различных значений (каждый из 0, 1, 11 и 12 бита независимо от остальных принимает значение 0 или 1)

• Итак, z определено однозначно (6147), возможных пар x и y - 16 штук, возможных значений w - 16 штук => Всего вариантов 1·16·16 = 256

Ответ: 256

№3

1) Минимальное число, которое можно разложить — это 1+2+3=6
Число 13 невозможно разложить на 3 числа, из которых невозможно сделать ход, т.к. максимальное такое число равно 5+4+3=12, а также нельзя разложить на 3 числа, из 2-х из которых можно ходить, т.к. минимальное такое число — 1+6+7=14 => 13 - заведомо проигрышная позиция (остаётся 1 разложимое число, из которого можно сделать 3 неразложимых) и игроку 2 нужно просто из единственного разложимого числа сделать 3 неразложимых

Ответ₁: игрок 2

2) Числа 10 и 23.

Рассм. 1-й ход игрока 1: 10, 23 → 10, 6, 7, 10, числа 6 и 7 можно разложить по одному разу => они дают каждому из игроков по 1 ходу => их можно опустить. Итак, ситуация 10, 10; ход игрока 2 если игрок ходит 2, 3, 5, 10, то игрок 1 повторяет и побеждает, т.е. все числа из первой 10 неразложимы, иначе 1, 3, 6, 10, игрок 1 также повторяет и делает ситуацию, аналогичную 6, 6, оба числа разложимы по разу => игрок 1 побеждает

Ответ₂: игрок 1

3) Числа 40 и 49

Игрок 1 делает ход 40, 49 → 40, 40, 4, 5, что аналогично ситуации 40, 40, далее игрок 1 повторяет все ходы игрока 2 и к концу игры корректирует чётность оставшихся единственный раз разложимых чисел (нужно чтобы после его хода их осталось чётное количество) => побеждает. Ответ: игрок 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 ИК000 1559925

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

Тест 1, ответ: 102 861

Тест 2, ответ: 10490 189482

Тест3, ответ: 44020 955957

№4

Тест 1, ответ: 16

Тест 2, ответ: 174

Тест 3, ответ: 2035

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 4 | 3 | 8 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
5	15	7	15	24		66

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 3

1) Заметим, что любое число ≤ 6 разложить не получится.

а) Распишем число 13 всеми способами.

1) 12 10
2) 139
3) 157
4) 148
5) 238
6) 247
7) 256
8) 346

возможности первому игроку сходить так, чтобы ~~не~~ все числа были ≤ 6 и не существует. для второго игрока останется хоть 1 число $6 \leq X \leq 10$. для каждого из этих чисел существует разложение на числа; ≤ 6; а значит первый игрок во второй раз походить не сможет

Ответ выиграет второй любым ~~хо~~ существующим ходом

б) Первый игрок разобьет вторую кучу на 50 и a+b; где $a \neq b$ и $a+b=12$. тогда, он может играть симметрично второму игроку (ведь есть 2 одинаковых кучи). Таким образом на доске ~~не~~ останутся a и b и числа, разбить которые уже не получится. или a, или b будет < 6, а значит первый игрок сделает ход и оставит второго без возможности походить.

Ответ выиграет первый

1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 4 | 3 | 8 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

в) ~~разби~~

любое разбиение 10 не принесет чисел, которые можно разбивать дальше. первый игрок бьет 22 на, ~~сначала 1+4+5+6+1+1 1+10+11~~ ему нужно, чтобы после этого хода число могло разбиваться лишь нечетное колво раз.

он разобьет на 2+~~7~~+13. ← тут 2 хода (см пункт 1)
← тут 1 ход

Тогда окажется на доске 2+7+13+10. второй не сможет выиграть

Ответ победит первый, разбив 22 на 2+7+13.

4)
1) 3
2) 19
3) 138

5)
1) 608 36
2) 9977 71
3) 41566 55

2 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

4	Н	0	0	0	1	9	4	3	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 1

Представим числа в двоичной системе

~~x v~~ 3623 = 0 111 000 100 111

2566 = 0 101 000 000 110

716 = 0 001 011 001 100

4239 = 1 000 010 001 111

(1) Теперь но заметим, что ~~xor и~~ зная значение xor и v по двум битам, можно понять кол-во вариаций. значений которые могут принимать x и y.

$xor = 0$, $V = 0$ $\Rightarrow$ $x=0$, $y=0$; $xor = 1$, $v = 1$ $\Rightarrow$ $x=1$, $y=0$ или $x=0$, $y=1$

$xor=0$, $V=1$ $\Rightarrow$ $x=1$, $y=1$. таким образом, распишем маску чисел x и y; где цифра в i позиции говорит о том, сколько различных значений могут принимать x и y.

$1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$, таким образом x и y могут принимать лишь $2^3=8$ значений (где биты отличаются)

(2) Z V W тонее части что ограничивают число так как xor нем неиз~~вес~~тен, то мы можем представить лишь такую конфигурацию (когда бит = 0; $Z=0$, $w=0$) $z=0$, $w=1$ | $z=1$, $w=0$ | $z=1$, $w=1$

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^6 = 729$ вариантов для ~~#~~ ZVW.

(3) $(X+y)$ ~~Z~~Z. когда $x=1$, $y=1$, тогда $x \wedge y = 0$; в таком случае бит переносится на 1 разряд влево; тогда $x+y=$
(см. на 2 листе)

3 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 4 | 3 | 8 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$x + y =$ ~~1000100010001~~00100

1 ~~001 001~~ 00100

(сумма $x+y$ тоже можно предсказать по 1 и 2 выражению)...

Задание №2

1) всего есть ровно 101 комбинация цифр, чтобы составить блок длиной 3 цифры, чтобы $\sum > 2$; $\sum \bmod 2 == 0$ тогда, чтобы образовать 1012 различных последовательностей, ~~а~~ I-е хватит 2-х блоков или 6 цифр (2 блока*3 цифры в каждом)

Ответ 6

чу 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 4 | 6 | 8 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	5	5	15	24		66

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Часть 1. Задание 1.

Рассмотрим первые два уравнения из системы.

a	b	a ⊕ b
1	1	0
0	0	0
1	0	1
0	1	1

$x \vee y = 111000100111_2$

$x \text{ xor } y = 101000000110_2$

Заметим, что если какой-то бит x xor y равен нулю, то биты x и y восстанавливаются однозначно благодаря тому, что мы знаем $x \vee y$.
Если же какой-то бит x xor y равен единице, то у нас такая ситуация, что у какого-то одного числа есть единица на месте этого бита, а у другого числа ноль. Давайте в такой ситуации ставить в запись чисел знак вопроса. Тогда у нас получится:

$x = ?1?000100??1$ и

$y = ?1?000100??1$

Теперь обратимся к третьему уравнению системы. Поймем, что если на месте какого-то бита и у x, и у y стоит знак вопроса, то сумма этих битов точно равна 1, так как xor этих битов равен 1. Тогда мы сможем узнать значение x+y. Оно равняется 100100100100_2. Так как мы знаем и x+y, и результат выражения (x+y) xor z, то мы можем однозначно восстановить z. Получим z = 10000 10000 100

Перейдем к четвертому уравнению системы.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 4 | 6 | 8 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Мы знаем z, мы знаем результат выражения $z \vee w$, значит некоторые биты w мы можем узнать наверняка. Если бит z равен 0, а бит на той же позиции результата равен 1, то бит w равен 1. Если же бит z равен 1, то бит в этой позиции у результата равен 1 и бит w никак не влияет на результат. То есть он может быть как 1, так и 0. Такие биты обозначим буквой B.

$$
\begin{array}{cccccccccccccc}
z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\vee\ w & B & 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 & 0 & 0 & 1 & B & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

Теперь обратимся к вопросу задачи - сколько различных четверок ~~подходящих~~ будут являться решениями этой системы уравнений.

В ходе решения мы поняли, что z определяется однозначно, а у x, y и w есть биты, в которых можно поставить разные значения. Вернемся к первым двум уравнениям и поймем, что ~~раз~~ значение y зависит от значения x. Поэтому нам достаточно узнать количество подходящих x и w и перемножить эти значения.

У x неизвестно 4 бита, значит всего 2^4 вариантов их задать. У w - 3 бита, то есть 2^3 вариантов.

$2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$ подходящих четверок.

Ответ: 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 H 0 0 0 1 6 4 6 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Часть 1. Задание 2.

Рассмотрим все блоки, удовлетворяющие условиям, в которых цифры расположены в порядке неубывания

004, 013, 015, 024, 035, 112, 114, 123, 125, 134, 222, 224, 233, 235, 334, 444. Теперь узнаем, сколько всего существует удовлетворяющих условиям блоков. Цифры каждого выписанного блока могут располагаться в любом порядке, однако нельзя учитывать одинаковые перестановки. Посчитаем сумму

$\frac{3!}{k_1!...k_n!}$, где k_i — сколько раз встречается цифра в блоке для выписанных блоков. Получим сумму, равную 68. Столько вариантов есть для одного блока. Пусть у нас есть ℓ блоков, тогда всего мы можем передать 68^ℓ последовательностей. Нам нужно, чтобы количество таких последовательностей было минимум 10^{12}. Минимальное число ℓ, составим уравнение $68^\ell \geq 10^{12}$. Минимальное число ℓ, удовлетворяющее неравенству — 7. То есть 7 блоков, в каждом 3 цифры, значит длина последовательности равняется 21.

Ответ: 21.

Часть 2. Задание 4.

Тест 1: 3 Тест 2: 19 Тест 3: 138

Часть 2. Задание 5.

Тест 1: 608 36

Тест 2: 9977 71

Тест 3: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000164 6825 | Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Часть 1. Задание 3

Давайте построим таблицу, в которой покажем за сколько ходов завершится игра, если игроки будут стремиться к завершению игры.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2

~~Заметим, [illegible], каждому~~
~~Заметим, что значения [illegible] перечислить~~
~~[illegible] образуют для~~

Если на доске написано сколько-то чисел и сумма ходов для этих чисел четна, и нельзя перейти к такой же ситуации, то игрок проигрывает. Отсюда поймем, что

а) если написано число 13, то первый игрок проигрывает,

б) если написаны числа 50 и 63, то

в) если написаны числа 10 и 22, то первый игрок выигрывает.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 1 1 9 3 3 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа и в рамках справа

№1

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	2	24		65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. Рассмотрим числа 1057 и 2566 в двоичной записи:

$$x \wedge y = 010000100001 = 1057$$
$$x \text{ xor } y = 101000000110 = 2566$$

Из этой системы можно однозначно определить некоторые биты ~~чисел~~: заметим, что если $a \wedge b = 0$, а a xor $b = 1$, (a, b - биты, 0 или 1)

то такое возможно только когда $a = 0, b = 1$, либо $a = 1, b = 0$.

Если $a \wedge b = 0$ и a xor $b = 0$, то $a = 0$ и $b = 0$

Если $a \wedge b = 1$ и a xor $b = 0$, то $a = 1$ и $b = 1$

Отсюда у нас $2^4 = 16$ вариантов различных пар x, y, которые удовлетворяют ~~их~~ первым двум уравнениям. А также важно заметить, что сумма ~~всех~~ x и y в каждой паре будут равны, так как пары между собой отличаются только перестановкой местами каких-то битов в числах x и y.

Получим:

x: 010000100001
y: 111000100111

либо 0, либо 0, либо 0, либо 0

Тогда $x + y = 1001001001000$

$3659 = 0111001001011$

Однозначно найдем $z = 1110000000011$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 1 1 9 3 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2. Рассмотрим последние уравнение:

$z = 1110000000011$

$7183 = 1110000001111$

~~Тогда~~

$W = \overset{0}{1}\overset{0}{1}\overset{0}{1}000000~~~~11\overset{0}{1}\overset{0}{1}$

У нас есть 5 битов в W на место которых можно поставить 0 или 1 и равенство будет верным. То есть $2^5 = 32$ варианта числа W

Всего же вариантов четверок x, y, z, u у нас $2^4 \cdot 2^5 = 2^9$,

~~так как выбора подходящей пары x, y нас в~~ на ~~количество способов выбрать~~

так как для каждой подходящей пары x, y мы можем выбрать еще 2^5 вариантов W. А z у нас всегда один.

Ответ: $2^9 = 512$.

№ 2

1. Рассмотрим количество способов выбрать три цифры, чтобы ~~три~~ их сумма делилась на 5. Первые две цифры можно выбрать любыми, это $10 \cdot 10 = 100$ вариантов. Третью цифру можно выбрать двумя способами:

Пусть x_1 - первая цифра, x_2 - вторая, x_3 - третья. Тогда:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 1 1 9 3 3 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$(x_1+x_2)\,\%\,5=0$, то $x_3=0$ или $x_3=5$

$(x_1+x_2)\,\%\,5=1$, то $x_3=4$ или $x_3=9$

$(x_1+x_2)\,\%\,5=2$, то $x_3=3$ или $x_3=8$

..... $=3$, то $x_3=2$ или $x_3=7$

... $=4$, то $x_3=1$ или $x_3=6$

Здесь знак % - это остаток от деления, можно читать как $(x_1+x_2) \bmod 5$. Итого $10\cdot10\cdot2=200$ вариантов выбрать три цифры, чтобы их сумма делилась на 5.

2. Если последовательность состоит из одного блока, то у нас 200^1 вариантов последовательностей. Если из двух блоков, то - 200^2 вариантов последовательностей. Так как число 200^n растет очень быстро по мере увеличения n, то переберем количество блоков, чтобы вариантов послед-стей было как минимум 10^{15}:

$200^3=2^3\cdot100^3<10^{15}$

$200^4=2^4\cdot100^4<10^{15}$

$200^5=2^5\cdot10^{10}<10^{15}$

$200^6=2^6\cdot10^{12}<10^{15}$,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 ИИ000119 3325
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано на этой стороне листа и в рамке справа

$200^7 = 2^7 \cdot 10^{14} \approx 10^{15}$.

7 блоков - минимальное количество для того, чтобы можно было передать $\approx 10^{15}$ вариантов последовательностей. Длинна последовательности тогда $3 \cdot 7 = 21$ цифра.

Ответ: 21

№ 3

Назовем число проигрышным, если его нельзя представить в виде суммы трех различных натуральных чисел. Это числа 1, 2, 3, 4 и 5. Назовем число выигрышным, если любые варианты его разложения - это всегда три проигрышных числа. Это будут числа 6, 7 и 8. Число 9 уже не подходит, так как его можно разложить на 1, 2 и 6 (6 - не проигрышное).

1. Число 13 нельзя представить в виде трех проигрышных чисел (максимум можно представить 12 в виде 3+4+5). А также его нельзя разложить на два выигрышных числа (минимальное число, которое можно попытаться так разложить - это 14 = 1+6+7). Следовательно, как бы первый игрок не пытался

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 9 | 3 | 3 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

разложить число 13, у него
всегда получится 2 проигрышных и одно выигрышное число.
~~И~~ Тогда второй игрок разложит единственное выигрышное
число на проигрышные, и у первого не будет варианта
сходить.

Ответ: 1) 13 - победит второй

№4

Ответ: 1) 15

2) 64

3) 844

№5

Ответ: 1) 856 6

2) 39995 29997

3) 417241 237216

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 5 | 0 | 4 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	2	24		65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$x \wedge y = 1057 = 10000100001_2$

$x \oplus y = 2566 = 101000000110_2$

Рассмотрим 4 случая:

$x \wedge y$				0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
$x \oplus y$				1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
x				1	1	f	0	0	0	1	0	0	f	f	1
y				f	1	f	0	0	0	1	0	0	f	f	1

(„f" означает, что 1 переменная принимает значение 1, а другая 0, но нельзя определить точно какая)

не возможно ($x \neq y$; $x \wedge y = 1$)

$x \wedge y$	1	1	0	0
$x \oplus y$	1	0	1	0
x	X	1	f	0
y	X	1	f	0

не возможно

$x+y = f1f000100ff1_2 \cdot 2_{10} = \bullet$

если x_i и $y_i = f$, то $x_i + y_i = 1$, т.к. одна из переменных x_i, y_i будет 1, другая 0

$\bullet = 2048 + 1024 \cdot 2 + 512 + 32 \cdot 2 + 4 + 2 + 1 \cdot 2 = 4680$

$x+y$			1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
$a \cdot y \oplus z$						1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
z			1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0

Зная значение xor и 1 из его операндов можно однозначно восстановить второй.

$Z \vee W = 4239$

$1 \vee 0 = 1 \vee 1 \Rightarrow$ если $Z_i = 1$ и $(Z \vee W)_i = 1$, то мы не можем однозначно определить значение W_i, обозначим также W_i „?"

$Z \vee W$			1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
Z			1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
W			?	0	0	0	0	?	0	0	0	1	?	1	1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1   4 4 0 0 0 1 2 5 0 4 2 5
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Итого:
4 неопределённых разряда в x, y.
Каждый независимо от других принимает в 1 переменной значение 1 в другой значение 0
z определено однозначно

В и 3 неопределенных независимых разряда, принимающих 2 значения

$2^4 \cdot 2^3 = 128$

Ответ: 128

№2
Найдем сколько существует подходящих блоков.
Пусть abc - 1 блок $a, b, c \in [0; 9]$
a, b, c принимают 10 значений, 5 четных и 5 нечетных.
Последовательность a принимает 5 значений с четной суммой цифр (a - четная) и 5 значений с нечет. суммой цифр (a - нечетная)

Последовательность ab - $5\cdot5+5\cdot5$ знач. с чет. суммой цифр (a - чет, b - чет и a - неч., b - неч.)

и $5\cdot5+5\cdot5$ знач. с неч. суммой цифр (a - чет, b - неч и a - неч, b - чет)

Последовательность abc - $50\cdot5+50\cdot5$ знач. с чет. суммой. (ab - чет, c - чет, и ab - неч, c - неч.)
Блоки с неч. суммой нас не интересуют.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 2 5 0 4 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Получаем 500 блоков с чётной суммой цифр.

Для последовательности из n блоков существует 500^n возможных значений.

$500^n \geq 10^{15}$

$n \geq \log_{500} 10^{15}$ $\qquad \log_{500} 10^{15} \approx 5.557675$

$n \geq 5.6$ $\quad n$ - целое

$n = 6$

Длина последовательности $= 3n = 18$

Ответ: 18

№ 3

а) 13

Возьмём 3 наименьш. натуральных числа (1, 2, 3). Сложим их. Получим 6. Числа < 6 нельзя „разбить". (стереть и записать 3)

3 наименьших числа, которые можно другим разбить — 6, 7, 8.

Рассмотрим как 1 игрок может разбить 13:

3 числа можно разбить — невозможно $(6+7+8 > 13)$

2 числа можно разбить — невозможно $(13-6-7 < 1)$

1 число можно разбить — да, максимальное — 10 $(13-1-2)$

Все числа нельзя разбить — невозможно $(13-1 = 6+6)$

Значит 1-й игрок может только разбить 13 на 1 число, которое можно разбить и на 2, которые нельзя.

$13-2 = 6+5$

$13-3 = 5+5$

$13-4 = 5+4$

$13-5 = 5+3 = 4+4$

В любом разбиении будут повторяющиеся числа.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИН0001250425

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Разберем все ситуации:

$13=10+1+2$

$13=9+1+3$

$13=8+1+4$

....

$13=6+5+3$

Заметим, что все ~~натуральные 1 первой~~ возможные числа ≥ 6 можно разбить на 3 числа, которые разбить нельзя.

$10=5+4+1$ $9=5+3+1$ $8=5+2+1$ $7=4+2+1$ $6=3+2+1$

Значит 2 игрок может выиграть своим 1 ходом несмотря на ход 1 игрока.

б) 10 39

Заметим, что чтобы выиграть, нам нужно, чтобы в ~~...~~ конце нашего хода оставалось четное кол-во разбиваемых чисел. Заметим, что число 13 никак не влияет на ~~исход~~ исход игры (если игрок a в свой ход имел k разбиваемых, то разбив „13" игрок b может превратить всё, на что разбилось „13", в неразбиваемые числа и игрок a останется с k разбиваемыми числами), значит „13" можно приравнять к неразбиваемым.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	И	0	0	0	1	2	5	0	4	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Ответ 1: 15

Ответ 2: 139

Ответ 3: 1276

№5

Ответ 1: 856 6

Ответ 2: ~~4001 3003~~ 35995 25997

Ответ 3: 417241 237216

~~№3(б) (9; 24)~~

~~I: разбиваем 24 на 7, 8 и 9, получаем~~ ~~10;8;3;3~~

~~у II игрока есть следующие варианты:~~

~~разбить~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 8 | 8 | 6 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	10	7	7	24		65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

запишем таблицу xor и v

xor	0	1
0	0	1
1	1	0

v(или)	0	1
0	0	1
1	1	1

заметим, что если в xor и v на каком-то месте стоит 0, то в обоих изначальных числах там стоял 0 (я говорю про двоичную запись)

$3623_{10} = 111\ 000\ 100\ 111_2$ (xor)

$2566 = 101\ 000\ 000\ 110_2$ (v (или))

а если цифры отличаются, то в ~~одном~~ обоих числах на этом месте стояли 1

$x = \_1\_000\ 100\ \_\_1_2$

$y = \_1\_000\ 100\ \_\_1_2$

на всех оставшихся местах в одном числе стоит 0, а в другом 1. Без доп. данных невозможно определить где что стояло. у нас есть 4 пропуска, а значит 2^4 вариантов x и y ~~[illegible]~~ x+y задается однозначно и не зависит от ~~[illegible]~~ конкретного варианта а именно 4680. ~~[illegible]~~

~~$4680 = 1\ 001\ 001\ 001\ 000_2$~~ Т.к. у нас есть x+y, то z однозначно задается xor. ~~[illegible]~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н Н 0 0 0 1 8 8 6 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$z = 4228 = 1'000'010'000'100_2$

$z \vee w \quad 1'000'010'001'111_2$

$w = \square'000'0\square0'001'\square11_2$

там где стоит $\square$ может быть любой символ

~~варианты~~ всего w может быть $2^3=8$ вар., а значит всего решений для x, y, z и w $\quad 2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$ Ответ $\underline{128}$

№2

посчитаем сколько есть вариантов в блоке

• если бы не было ограничений их бы было 6^3 ровно в половине из них сумма цифр нечетная (разобьем цифры на пары 0-1 2-3 4-5 если у нас есть посл. с чет. суммой цифр, то заменим первую цифру на ту, которая с ней в паре, сумма цифр этой новой посл. нечетная; аналогично поступи для посл. с нечет суммой цифр и получим биекцию)

• но нам еще требуется, чтобы сумма цифр была больше 2 таких вариантов (которые имеют четную сумму цифр ≤ 2) всего 7:

2 0 0
0 2 0
0 0 2
1 1 0
1 0 1
0 1 1
0 0 0

значит в блоке есть $\frac{6^3}{2} - 7 = 101$

значит нам требуется 9900 990 100 блоков

Ответ $\underline{9900\ 990\ 100}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

4	Н	0	0	0	1	8	8	6	5	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

заметим, что минимальное число, которое можно разложить таким образом это 6 (раскладывается как 3 2 1)

а) 13 ход первого

5 5 3 ход второго (не может сделать ход; проиграл)

б) 50 63 ход первого

50 50 6 7

дальше ~~[illegible]~~ мысленно отделим 6 и 7

если противник разложит одно из этих чисел, то мы разложим второе (и значит, что все получ. числа <6, а значит их дальше нельзя разложить)

если противник их не трогает, то всегда повторяем ходы противника (у нас есть 2 одинаковые кучки, а значит повторение будет всегда возможно)

Если у противника есть ход, то и у нас он есть. Игра рано или поздно закончится, а значит мы выиграем.

в) 10 22 ход первого

10 10 6 6

а дальше будем просто повторять ходы противника

по аналогичным рассуждениям мы выиграем

~~[illegible]~~

Во всех пунктах победит 1 игрок

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	8	8	6	5	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 4

первый файл: 3
второй файл: 8
третий файл: 9

Ответ 3; 8; 9

N 5

первый файл: 608 36
второй файл: 9977 71
третий файл: 41566 55

Ответ 608 и 36; 9977 и 71; 41566 и 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 2 8 6 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
10	15	0	23	16		64

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

В ~~...~~ каждом блоке возможны комбинации:

ч ч ч; ч н н; н н ч; н ч н,

где ч - четная цифра, н - нечетная, чтобы сумма цифр была четной. Тогда в блоке возможно $4 \cdot 5^3 = 500$ комбинаций.

Тогда $500^l \geq 10^{15}$; $l:3$ $\log_{500}^{5}(10^{15}) = 5{,}5 \Rightarrow l = 6$

Ответ: 6

№4

1) 16 2) 174 3) 2035

№5

1) 356; 6 2) 40001; 30003 3) 417241; 237216

№1

$x \wedge y = 1000010000 1$, 1 если y и x) цифры разряда обе равны 1

x		y
.	≠	.
1		1
.	≠	.
0		0
0		0
0		0
1		1
0		0
0		0
.	≠	.
.	≠	.
1		1

$= 2^4$

и x xor $y = 101000000110$, 1 если y и x) цифры разряда не равны, то есть если цифра $= 0$, то цифра $x =$ цифре y. ~~...~~ если ~~на этом~~ месте 0 в выр. $x \wedge y$ стоит 1, то обе цифры равны 1, иначе равны 0. если же в x xor y стоит 1, то цифры разрядов x и y на этом месте не равны.

Z	W
.	.
0	0
0	0
0	0
0	0
.	.
0	0
0	0
0	0
0	0
.	.
.	.
.	.
.	.

$= 2^6$

$z \vee w = 1000010001111$ если цифра разряда $(z \vee w) = 0$, то цифра разряда $z = 0$ и цифра разряда $w = 0$.

$x + y = 100100100 1000$ ($\cdot + \cdot = 1$; $1+1=10$; $0+0=0$.)

100100100 1000
xor
.0000.000....

0001011001100

$\Rightarrow z = 1000010000100$.

~~w = 00000~~

z : 1

x = y : 16

w : 64

четвёрок чисел: $1 \cdot 16 \cdot 64 = 1024$

Ответ: 1024

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИК00012867 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

(L0)
возм. проигрышные позиции за 0 ходов: 2; 1

(W1)
возм. выигрышные позиции за 1 ход: 4 (1;1;2); 5 (2;2;1); 3(1;1;1), 6 (2;2;2)

чтобы выиграть за 3-5 хода, нужно: разложить число на 2 из W1 ~~(кроме 4, оно не, раскл на 3)~~ (кроме 4, оно не раскл на 3) (или две четвёрки) и одно из L0. Тогда противник может разложить одно из оставшихся чисел ~~и усх~~ до 3 L0 (тогда нужно сходить аналогично) или двух L0 и одного W1 (нужно разложить большее ост. на два L0 и одно W1.)

W 3-5: 7 (3;3;1), 8 (3;3;2), 9 (~~2~~ 4;4;1) ... 14 (6;6,2).

1) Видно, что 13 ∈ W3-5, поэтому выиграет первый игрок (при правильной игре)

W 5-7: 15 (7;7;1), 16 (7;6,1) .. 18 (8;8;2). При сл. ходах противника нужно лишь поддерживать четность кол-ва W1 элементов.

~~L 6-8 : 19, 20 любой ход ведёт в числа позицииW,~~

L6-8 : 19, 20 любой ход ведёт в числа позиции W,. При разл. без L0 противник сможет поддерживать чётность кол-ва ~~L0~~ W1

W 7-9: ~~21, 22 но~~ 21, 22, 23... 25 можно разложить на 2 L0 и 1 L 6-8.

2) Видно, что 24 и 9 в W позициях, поэтому выиграет второй игрок, которому достаточно ходить из позиций W, оставляя L позиции первому.

W 9-11 ~~7-9~~ : 26; 27; 28 можно разл. на 1 4; 3 и число L 6-8. числа

3) 39 ∈ W, т. к. 39 = 19 + 19 + 1, где все числа принадлежат L.

30 ∈ 0, т. к противник может поддерживать нечётность кол-ва W для первого игрока, поэтому (39 и 30) ∈ W, т. к. 1-й может сохранять L позиции для 2-го

Ответ: выиграет: 1-й, 2-й, 1-й. (первый имеет стратегию)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

Н	Н	0	0	0	1	5	5	3	3	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	10	14	23	0		64

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. $$\begin{cases} x \vee y = 3623 = 1110\ 0010\ 0111 \\ x \text{ xor } y = 2566 = 1010\ 0000\ 0110 \\ (x+y) \text{ xor } z = 716 = 0010\ 1100\ 1100 \\ z \vee w = 4239 = 1\ 0000\ 1000\ 1111 \end{cases}$$

Рассмотрим, какие разряды чисел x и y можно определить однозначно:

$$\begin{array}{lllll} \vee & \_1\_0 & 00\_0 & 0\_\_1 & x \\ & \_1\_0 & 00\_0 & 0\_\_1 & y \\ & 1110 & 0010 & 0111 & x \vee y \end{array} \qquad \begin{array}{lllll} \text{xor} & \_1\_0 & 0010 & 0\_\_1 & x \\ & \_1\_0 & 0010 & 0\_\_1 & y \\ & 1010 & 0000 & 0110 & x \text{ xor } y \end{array}$$

Заметим, что на месте прочерков обе функции принимают значение 1, значит одна цифра — 1, а другая — 0, значит можно однозначно определить x+y.

$$\begin{array}{r} 1110\ 0010\ 0111 \\ +\ 0100\ 0010\ 0001 \\ \hline 10010\ 0100\ 1000 \end{array}$$

Восстановим разряды чисел z и w:

$$\begin{array}{lllll} \text{xor} & 1\ 0010 & 0100 & 1000 & (x+y) \\ & 1\ 0000 & 1000 & 0100 & z \\ & 0\ 0010 & 1100 & 1100 & (x+y) \text{ xor } z \end{array} \qquad \begin{array}{lllll} \vee & 1\ 0000 & 1000 & 0100 & z \\ & \_\ 0000 & \_000 & 1\_11 & \\ & 1\ 0000 & 1000 & 1111 & z \vee w \end{array}$$

Поскольку определение x определяет число y:

Всего различных чисел: $2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$

Ответ: 128

2. Поскольку сумма цифр четная ~~число~~, возможные комбинации: 3 четных; 2-нечет. и 1-чет (~~всего~~ 3 варианта располож-ия)

Всего вариантов для 3-ех чет.: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

Подходящих вариантов (сумма > 2) $125 - 4 = 121$ (не подхо-

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 5 | 3 | 3 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

для варианты 000; 200; 020; 002)

Всего вариантов для 2-ух нечет и 1-ого чет.: 3·5·5·5 = 125·3 = 475

Подходящих вариантов (сумма ≥ 2) ≠ 475 − 3 = 472 (не подходят число с одним 0 и двумя 1. Таких чисел 3)

472 + 121 = 593

Один блок из 3-ех цифр имеет 593 варианта составления. Для передачи ~~так~~ 1012 различных последовательностей понадобится 2-ва блока, то т. е. 6 цифр

Ответ: 6

~~3. Рассмотрим первую игру.~~
~~Первым ходом 1-ый игрок~~

3. Рассмотрим первый случай:

1-ый игрок может получить следующий результат после своего хода: 1; 2; 10 1; 3; 9 1; 4; 8 1; 5; 7 2; 3; 8 2; 4; 7 2; 5; 6 3; 4; 6

Числа от 1 до 5 — проигрышные, от 6 до 10 — выигрышные. Значит, 2-ой игрок выигрывает своим вторым ходом. (Числа от 1 до 5 нельзя разложить на три разных натуральных числа. Числа от 6 до 10 можно разложить на три проигрышных числа)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

4	Н	0	0	0	1	5	5	3	3	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим второй случай:

Первый ход 1-ого игрока: 63 → 50; 6; 7

Получается 50; 50; 6; 7

6 и 7 можно разложить только на проигрышные числа.

Далее первый игрок повторяет ходы второго.

Выигрывает первый игрок

Рассмотрим третий случай:

Первый ход 1-ого игрока: 22 → ~~5, 8, 9~~ 3; 5; 14

Получается ~~5, 8, 9, 10~~ 3; 5; 10; 14. 3 и 5 – не проигрышные, можно их не рассматривать.

~~Число 10 можно сделать выи~~

Числа 10 и 12 можно сделать выигрышными и проигрышными, значит 1-ый игрок должен сделать с ~~неигр~~ оставшимися числами то же, что и 2-ой.

Выиграет первый.

Ответ: 1) ~~вы~~ 2-ой игрок 2) 1-ый игрок 3) 1-ый игрок.

4. 1) 3 2) 19 3) 151

5. 1) 608 47 2) 9977 6058 3) ~~180024~~ 180024 47 4434

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И И 0 0 0 1 4 0 1 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	0	24		63

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Часть 1

Задание 1

Рассмотрим $x \wedge y$: x: 1 1 1
y: 1 1 1
1057: 00 10000 100001.

В конъюнкции 1 можно получить только из двух 1 =>

Рассмотрим x xor y: В исключающем или пары 0,1 и 1,0 дают 1, остальные 0 =>

x: 0 1 00 0 1 00 1.
y: 0 1 00 0 1 0 1 1.
2561 ~~x xor y~~: 0 1 0 1 0000 0 0 1 1 0.

нам известны некоторые цифры там где в ответе 0 должны стоять 1,1 или 0,0, но все 1,1 мы нашли из конъюнкции, если рассматривать более старшие разряды, то они будут равны 0,0

Получаем $x = 0x_{11}1x_9000100x_2x_11$, где x_{11} xor $y_{11} = 1$; x_9 xor $y_9 = 1$, x_2 xor $y_2 = 1$; x_1 xor $y_1 = 1$ =>

$y = 0y_{11}1y_9000100y_2y_11$

=> $x_{11}+y_{11}=1$, $x_9+y_9=1$, $x_2+y_2=1$, $x_1+y_1=1$ =>

=> $x+y$ = 0 x_{11} 1 x_9 000 100 x_2 x_1 1
0 y_{11} 1 y_9 000 100 y_2 y_1 1
1 0 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0,

Рассмотрим $(x+y)$ xor z: x+y: 1011001011000,
z: 100 0 0 1 0 0 0 0 100,
716: 00010 11001100,

Старшие разряды z равны 0, т.к. они равны старшим разрядам x+y

Рассмотрим $z \vee w$: В дизъюнкции 0 получается только при паре 0,0

z: 100 0 0 1 0 0 0 0 100
w: w_{11}0000$w_6$00 1 w_3 1 1
4739: 1000 0 1 0000 1 1 1

Получаем: $x = 0x_{11}1x_9000100x_2x_11$, где $x_{11} = \overline{y_{11}}$; $x_9 = \overline{y_9}$; $x_2 = \overline{y_2}$; $x_1 = \overline{y_1}$

$y = 0y_{11}1y_9000100y_2y_11$

$z = 10\ 000100000\ 100$

$w = w_{11}0\ 000w_6001w_311$

мы можем получить 2^4 ~~различных~~ различных пар x и y и 2^3 различных w =>

=> $2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$ различных четвёрок

Ответ: 128

Задача 2

Сообщение состоит из троек цифр, ~~которые~~ сумма цифр в которых четная.

Сумма чисел чётная, если количество нечётных чисел — чётное:

значит тройки могут быть такими: ЧЧЧ, ЧНН, НЧН, ННЧ, где Ч = {0; 2; 4; 6; 8}, Н = {1; 3; 5; 7; 9}

Всего троек: $5\cdot5\cdot5 + 5\cdot5\cdot5 + 5\cdot5\cdot5 + 5\cdot5\cdot5 = 4\cdot5^3 = 500$

из таких троек можно составить 500^k последовательностей, где k - количество троек. Получаем неравенство $500^k \geq 10^{15}$, $k \in \mathbb{N}$ =>

=> $k \geq 6$ => длина последовательности: $L = 3k$, $L \geq 18$

Ответ: больше 18

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИИ000140 1225 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ЗАДАЧА 4
ТЕСТ 1 : 42
ТЕСТ 2 : 752
ТЕСТ 3 : 14217

ЗАДАЧА 5
ТЕСТ 1 : ~~6 5 731 11~~ 856 6
ТЕСТ 2 : ~~48794 21110 39995 29997~~ 39995 29997
ТЕСТ 3 : ~~5 2 413241 237216~~ 417241 237216

ЗАДАЧА 3:
НАПИШЕМ ДЕРЕВО ИГРЫ ДЛЯ ЧИСЛА 13:

13

3,4,6 – 3,4,1,2,3
2,5,6 – 1,5,1,2,3
2,4,7 – 2,4,1,2,4
2,3,8 – 2,3,1,3,4 – 2,3,1,2,5
1,2,10 – 1,2,1,2,7 – 1,1,1,2,1,2,4; 1,2,1,3,6 – 1,2,1,3,1,2,3; 1,2,1,4,5; 1,2,2,3,5
1,3,9 – 1,3,1,2,6 – 1,3,1,2,1,2,3; 1,3,1,3,5; 1,3,2,3,4
1,4,8 – 1,4,1,2,5; 1,4,1,3,4
1,5,7 – 1,5,1,2,4

НА ПЕРВОМ ХОДУ НЕТ ВЫИГРЫШНЫХ ПОЗИЦИЙ, А НА 2 ЕСТЬ ПРИ ЛЮБОМ ПЕРВОМ ХОДЕ => ВЫИГРАЕТ 2 ИГРОК

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 1 4 8 7 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	8		63

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

$X \wedge y = 1057_{10} = 010000100001_2$
$X \text{ xor } y = 2566_{10} = 101000000110_2$ $\Rightarrow$

$x_2 = \_1\_000100\_\_1_2$
$y_2 = \_1\_000100\_\_1_2$, где _ – неизвестный бит.

Заметим также, что X xor y даёт условие, что если в какой неизвестной позиции X стоит бит ~~i∈{0;1}~~ $i \in \{0;1\}$, то в соответствующем бите y стоит $\bar{i}$, где $\bar{i}$ – отрицание i, т.е. $\bar{i} \in \{1;0\}$ ~~соотв.~~

Пользуясь этим можем сложить x и y в 2СС. Неизвестные биты в сумме всегда ~~дадут~~ дадут 1, т.к. $0_2+1_2=1_2$ и $1_2+0_2=1_2$, тогда получим

$$\begin{array}{r} \_1\_000100\_\_1_2 \\ + \ \_1\_000100\_\_1_2 \\ \hline 1000001001000_2 \end{array}$$

$\Rightarrow x_2+y_2 = 1110001001000_2$

Найдём z_2, зная $x+y$ и $3659_{10} = 0111001001011_2$

$$\begin{array}{r} 1000001001000_2 \\ \text{xor} \ 1000000000111 \leftarrow z_2 \\ \hline 0111001001011 \end{array}$$

Зная z_2 и $7183_{10} = 1110000001111_2$ посчитаем кол-во w удовлетворяющих последнему уравнению (_ – неизвестный бит)

~~$\begin{array}{r} 1000000000111_2 \leftarrow z_2 \\ \_111000001\_\_\_ \leftarrow w_2 \\ \hline 1110000001111 \end{array}$~~

$$\begin{array}{r} 1110000000011_2 \leftarrow z_2 \\ \_\_\_00000011\_\_{}_2 \leftarrow w_2 \\ \hline 1110000001111_2 \end{array}$$

Определив X можно однозначно определить y (описано выше), всего в X 4 неизвестных бита, тогда имеем $2^4=16$ вариантов выбрать пару $(x;y)$.

В w 5 неизвестных битов, тогда имеем $2^5=32$ вариантов выбрать w.

Тогда ответ равен $16 \cdot 32 = 512$ различных ~~четв.~~ $(x;y;w;z)$

Ответ: 512

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 8 | 7 | 7 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~№2~~

~~Всего в последовательности, состоящей из 3 цифр сумма ~~может равняться~~ $\le 3\cdot 9 = 27$~~

~~Из чисел ~~от~~ $\in [0; 27]$ кратны 5 числа 0; 5; 10; 15; 20; 25. ~~Найдём~~~~

~~Найдём ~~[illegible]~~, что таких комбинаций 200.~~

~~Тогда если последовательность будет иметь длину l, то всего будет 200^l последовательностей.~~

~~$200^l \ge 10^{15}$, методом перебора находим $l = 7$~~

~~Ответ: при длине 7~~

№3.

№2

Всего в последовательности, состоящей из 3 цифр сумма ≤ 27 $(3\cdot 9)$.

Из всевозможных сумм удовлетворяют 0; 5; 10; 15; 20; 25. Можно не перебирать все последовательности, а заметить, что среди чисел от 0 до 9 ровно 2 дают остаток 0 по модулю, ровно ~~два~~ 2 дают остаток 1 … ровно 2 дают остаток 4.

Составлять тройку цифр можно последовательно, но заметим, что при переходе от ~~по~~ одной цифры к двум из трёх необходимы по свойству сравнения ~~сохранения~~ по модулю получаем, что из 100 возможных комбинаций 20 дают остаток 0 по модулю 5 … 20 дают остаток 4 по модулю 5, тогда из всех троек ровно 200 дают остаток остаток 0 по модулю 5, т.е. ~~делятся на 5~~ их сумма делится на 5.

Осталось найти длину n искомой последовательности.

По условию имеем, что

$200^n \ge 10^{15}$, $\Rightarrow n = 7$.

Ответ: 7.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

И	И	0	0	0	1	4	8	7	7	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3.

1) Первый случай: побеждает первый игрок, ему достаточно сделать следующий ход: 13 -> 6 6 1, тогда при каждом ходе своего соперника он всегда сможет ответить симметрично, а следственно всегда будет побеждать.

Ответ: 1ый игрок

№4.

1) 16
2) 174
3) 2035

№5.

~~1) 856 6~~
~~2)~~

~~1) 856 6~~
~~2)~~

1) 856 6
2)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	И	0	0	0	1	8	9	7	1	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	25	0	23	8		63

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. $x \in N, y \in N, z \in N, w \in N$, $\begin{cases} x \wedge y = 1057 \\ x \oplus y = 2566 \\ (x \wedge y) \oplus z = 776 \\ z \vee w = 4239 \end{cases}$

Из $x \wedge y = 1057$ следует, что у x и y совпадают ровно эти биты равные 1

Из $x \oplus y = 2556$ следует, что у x и y различны именно биты равные 1 в 2566, таких 4

чтобы подобрать все возможные (x,y) надо определить куда попадут единички из 2566; $2^4 = 16$

потом из-за свойств коммутативности, ассоциативности, обратимости операции $\oplus$ третье условие системы однозначно определяет z т.к. сумма одинакова для одинаковых констант;

т.к. надо дополнить z до 4239 надо, чтобы w была подмаской 4239 содержащей 11; $6-3=3$; $2^3=8$

итого ответ равен произведению $2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$

Ответ: 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИИ0001897125

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2.

Кол-во не более чем пятизначных чисел с чётной суммой цифр равно 500, аналогично поз 3 цифры значит ответ равен ~~$3\cdot\log_{\sqrt{(10^{75})}} 500$~~ $3\cdot[\log_{500}(10^{75})] = 3\cdot 6 = 18$

Ответ: 18

3.

4. тест 1 ответ 76
тест 2 ответ 774
тест 3 ответ 2035

5.
тест 1 ответ 856 6
тест 2 ответ 40007 30003
тест 3 ответ 999 999

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	2	5	6	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	0	24		63

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Часть 2

№4

Тест 1: 4

Тест 2: 7

Тест 3: 64

№5

Тест 1: 608 36

Тест 2: 9977 71

Тест 3: 41566 55

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 2 5 6 8 2 5 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 1

x or y = 1110 0010 0111

x xor y = 1010 0000 0110

(x + y) xor z = 0010 1100 1100

z or w = 0001 0000 1000 1111

z = 0001 0000 1000 0100

1110 0010 0111 | x

0100 0010 0001 | y

РАССУЖДЕНИЯ:

Заметим, что по xor и or мы можем восстановить предполагаемые биты на этих позициях. Значит, что (x + y) всегда будет одним и тем же числом, значит z восстанавливается однозначно, а тогда количество различных комбинаций w - позиции, где биты (z or w) и z дают 1 (там у w может стоять либо 0, либо 1).

Количество различных (x, y) - комбинация битов, где у (x xor y) стоит 1

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	2	5	6	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Восстановление x, y провожу по табличке:

XOR	OR	Бит X	Бит Y
0	0	0	0
0	1	1	1
1	1	1	0

Позиций, где (x xor y) = 1 всего 4, значит комбинаций (x, y) = 2 ^ 4 = 16

(x + y) = 4680, значит z = 4228

Осталось посчитать позиции, где (z or w) и z = 1, потому что остальные биты определяются однозначно.

Итого различных w = 2 ^ 3 = 8, а значит всего (x, y, z, w) = 16 * 1 * 8 = 128

ОТВЕТ: 128 четвёрок

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	2	5	6	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2

Раз сумма в блоке > 2 и нечётна, значит нам подходят 2 случая:

1) 3 цифры чётные
2) 2 цифры нечётные, 1 чётная

Остаётся посчитать эти перестановки и вычесть из них те, что в сумме дают <= 2

чётные цифры (0, 2, 4) (3 штуки)

нечётные цифры (1, 3, 5) (3 штуки)

1 случай: всего комбинаций 3 ^ 3, вычитаем последовательности 000, 002, 020, 200, итого 27 - 4 = 23

2 случай: C(3, 1) (кол-во способов поставить чётную цифру) * 3 (кол-во чётных) * 3^2 (кол-во нечётных) = 3^4 = 81. Ненужные последовательности 011, 101, 110, тогда 81-3= 78

Значит 1 блок даёт 78 + 23 = 101 различных комбинаций, удовлетворяющих условию, а значит нужно 6 таких, чтобы перевалить за 10^12. 6 * 3 = 18 - длина последовательности

ОТВЕТ: 18 символов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 2 5 6 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

По теореме Шпрага-Гранди результат игры равен победному, если число гранди не равно 0. Число гранди считается, как mex() всех чисел гранди состояний игр, в которые мы можем перейти. Посчитаем функцию гранди для первых 13 чисел:

1 - 0
2 - 0
3 - 0
4 - 0
5 - 0
6 - 1
7 - 1
8 - 1
9 - 2
10 - 2
11 - 2
12 - 3
13 - 0

1) Если написано число 13, то победит второй игрок при любом ходе Первого. Достаточно перейти в состояние, xor-сумма чисел гранди которых равна 0. Это условие победы.

2) Смею предположить, что для чисел 50 и 63 числа гранди не равны, а значит и игра выигрышная для первого

3) Несложно заметить, что g[22] != 2, а значит, если мы начнём с чисел 10 и 22, то та игра выигрышная для первого. Условие победы то же - попасть в игру, xor-сумма чисел гранди которой не равна 0

ВЫШЕ ОТВЕТ

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 0 | 1 | 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
5	15	21	22	0		62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3

Число можно представить как сумму 3-х различ. натур. чисел, если число ≥ 6.

1) Если записана число 13, первый игрок может разложить его на 3 числа и при этом 2 числа будут < 6, а одно ≥ 6. Число ≥ 6 может принимать значения от 6 до 10 (13 = 1+2+10, 13 = 3+4+6). В таком случае второй игрок всегда сможет представить это число, как сумму трех различных натур чисел, каждое из которых < 6 (6 = 1+2+3, 7 = 1+2+4, 8 = 1+2+5, 9 = 1+3+5, 10 = 1+4+5) и победит.

2) Если записаны числа (30, 39), то верной стратегией для 1-го игрока будет разбить число 39 на (30, 4, 5).

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Тогда остаются числа (30, 30, 4, 5) причем числа 4 и 5 разложить нельзя. 2-ой игрок делает любое разложение числа 30, а 1-ый всегда ходит симметрично ⇒ первый игрок выиграет.

3) Если написаны числа 9 и 24, то первый игрок представляет 24 как (9, 8, 7). Тогда остаются числа (9, 9, 8, 7). Заметим, что числа 7 и 8 разбиваются на 3 различ. натур. числа и при этом каждое из слагаемых < 6 (т.е. с числами 7 и 8 можно выполнить ровно 1 ход). Если второй игрок раскладывает 9, то первый поступает симметрично. Если второй игрок раскладывает одно из чисел (7, 8), то первый раскладывает оставшееся. Всего ходов в игре будет нечетно ⇒ первый игрок победит.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ000123012 5
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Тест 1: 15

Тест 2: 173

Тест 3: 2034

Программа прикреплена.

№2

Найдем кол-во возможных блоков у 3-х цифр $\in [0,9]$, таких что сумма цифр чётная. Сумма цифр может быть четна в 2-х случаях: (1 цифра – чет, 2 – нечет), (3 цифры чёт). Всего чет. и нечет. цифр от 0 до 9 по 5.

ННЧ $= 5 \times 5 \times 5 \times 3 = 125 \times 3 = 375$ ($\times 3$ – т.к. ~~кол-во~~ есть 3 варианта расположить одну ~~нечет~~ чет. цифру).

ЧЧЧ $= 5 \times 5 \times 5 = 125$

$375 + 125 = 500$ вариантов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ00012301 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Тогда кол-во посл-тей равно

500^n, где n - делится на 3. $\Rightarrow$

$\Rightarrow 500^n \geq 10^{15}$

Минимальное подходящее $n = 6$.

Ответ: 6

№5

Тест 1: 15 2

Тест 2:

Тест 3:

Программа прикреплена.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИИ000123012 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Переводим числа в двоич. систему.

$$\begin{cases} X \wedge y = 1000010001 \\ X \text{ xor } y = 10100000110 \\ (X+y) \text{ xor } Z = 1011001100 \\ Z \vee W = 1000010001111 \end{cases}$$

Макс. длина числа = 13 => макс длина X, y, Z, W = 13.

X 0 0 1 _ 0 0 0 1 0 0 _ _ 1

Y 0 0 1 _ 0 0 0 1 0 0 _ _ 1

Z _ 0 0 0 0 _ 0 0 0 _ _ _ _

W _ 0 0 0 0 _ 0 0 0 _ _ _ _

Рассмотрим две верхние строчки ($X \wedge y$, X xor y). Если в значении ($X \wedge y$) в бите стоит 1, то в этом же бите и в x, и в y стоит 1. Если в значении (X xor y) в бите стоит 0 и в значении ($X \wedge y$) в бите стоит 0, то →

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 ИИ000123012 5
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с лицевой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

в этом же бите и в x и в y стоит 0.

Рассмотрим нижнюю строку. Если в значении (Z v W) в бите стоит 0, то и в Z и в W в этом же бите стоит 0. На оставшихся битах в x и y стоят различ. значения, т.к. xor в этих битах равен 1. Следовательно, результат сложения x и y однозначен, т.к. при сложении битов с неизвестными значениями и при этом различными равен 1.

$x+y = 2632 = 101001001000_2$

101001001000

xor

0 000_000---

101100111 00

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 9 0 3 2 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	0	24		63

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$$\begin{cases} x \vee y = 3623 \\ x \text{ xor } y = 2566 \\ (x+y) \text{ xor } z = 716 \\ z \vee w = 4239 \end{cases}$$

1) $3623_{10} = 111000100111_2$; $2566_{10} = 10\,\,100000\,0110_2$; $716_{10} = 1011001100_2$;

$4239_{10} = 1000010001111_2$

2) Запишем в столбик $x \vee y$:

$$\begin{array}{rcccccccccccccl} & 12 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & - \text{места} \\ \vee & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & - x \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & - y \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

(x и y перевели в систему счисления 2)

Тогда на местах: 9, 8, 7, 5, 4 и в x, и в y там стоят 0.

Запишем в столбик x xor y:

$$\begin{array}{rcccccccccccccl} & 12 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & - \text{места} \\ \text{xor} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \Rightarrow x \\ & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \Rightarrow y \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \end{array}$$

Мы знаем, что на местах: 9, 8, 7, 5, 4 стоят 0. Посмотрим на место 11, 6, 1: из $x \vee y$ хотя бы одно из них — это 1, а из x xor y они равны другу. Тогда значит, что они оба единицы. Так же стоит сказать, что x и y в двоичной СС после 12 места имеют только 0, ведь из $x \vee y$ после 12 места в итоге стоят 0 => и на местах в x и y тоже стоят 0.

Получаем, что $x = \cdot 1 \cdot 000100 \cdot\cdot 1_2$; $y = \cdot 1 \cdot 000100 \cdot\cdot 1_2$. Так же заметим, что на местах 12, 10, 3, 2 ~~цифра~~ на местах у x и y равна 1, ведь из $x \vee y$ один хотя бы равен единице, а из x xor y они оба разные => Один из них 1, а другой 0. А это значит, что y задаётся однозначно, если мы знаем x. А всего таких x $2^4 = 16$ (на местах 12, 10, 3, 2 либо 0, либо 1). То есть если на 11 месте в x стоит 1, то на 11 месте в y стоит 0 и т.д.

3) Посмотрим, чему равна сумма x и y. Для этого сложим их в столбик:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000190З225

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Но сначала скажем, что сумма задаётся однозначно, ведь мы знаем сумму на каждом из мест:

```
   13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1   – место
   0  ·  1  ·  0 0 0 1 0 0 · · 1   – x
+  0  ·  1  ·  0 0 0 1 0 0 · · 1   – y
   -----------------------------
   1  0  0  1  0 0 1 0 0 1 0 0 0
```

(сумма на местах: 12, 10, 3, 2 равна 1, поэтому получится такая сумма).

4) $(x+y)$ xor $z = 716$: запишем в столбик:

```
xor 1001001001000   – x+y
    .............   – z
    -------------
    0001011001100
```

Тогда зная $x+y$ z задаётся однозначно:

$z = 1000010000100$ (просто получается из поразрядного исключающего или)

5) $z \vee u = 4219$. Запишем в столбик:

```
   13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
 v 1  0  0  0  0 1 0 0 0 0 1 0 0   – z
   .  .  .  .  . . . . . . . . .   – u
   -----------------------------
   1  0  0  0  0 1 0 0 0 1 1 1 1
```

На местах 12, 11, 10, 9, 7, 6, 5 должны стоять 0, ведь на этих местах в $z \vee u$ стоят 0.

На местах 1, 2, 4 должны стоять 1, ведь на этих местах в $z \vee u$ стоит 1.

Тогда наше $u = \cdot 0000 \cdot 0001 \cdot 11$. На местах 13, 8, 3 могут стоять и 0, и 1. Поэтому всего таких u будет $2^3 = 8$.

6) Теперь найдём количество таких четвёрок: z – всего одно и так же. u зависит только от z и всего таких u – 8 штук, а x всего 16 штук из 2 пункта, а y однозначно задаётся, зная x. Поэтому всего таких чисел $16 \cdot 8 = 128$.

Ответ: 128.

№2

1) Пусть наша длина, которую мы ищем, равна $3l$. Тогда всего блоков l. Рассмотрим один блок:

↓

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 0 | 3 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2) Сумма цифр в одном блоке чётная и ≠2, т.е. не равна 0 и 2.

Тогда посмотрим, сколько всего расстановок существует в одном блоке. Чтобы сумма чисел была чётная нужно, чтобы в блоке было либо 3 чётных, либо 1 чётная и 2 нечётных.

а) 3 чётных. Всего у нас есть 3 чётные цифры (0, 4, 2) и 3 места поэтому всего таких способов $3^3=27$.

б) 1 чётная и 2 нечётных. Всего у нас есть 3 нечётных (1, 3, 5) и 3 чётных (0, 2, 4). Тогда чтобы просто взять 2 нечетные и одну чётную нужно $3^2\cdot 3=27$ вариантов. Но в блоке есть 3 варианта, как поставить 2 нечётные и 1 чётную цифры => всего есть $27\cdot 3=81$ способ.

Теперь сложим способы: $81+27=108$ способов, чтобы сумма была чётной. Но нам не подходят варианты, ~~когда~~ их сумма 0 или 2. Всего таких вариантов 7;

Сумма 0: 000.

Сумма 2: 020; 200; 002; 110; 101; 011.

(больше нет, ведь ~~[illegible]~~ $2=1+1+0=0+2+0$, а $0=0+0+0$).

Тогда в одном блоке всего ~~[illegible]~~ $108-7=101$ вариант расстановки.

3) Тогда раз в одном блоке 101 вариант, то в ℓ блоках 101^ℓ.

$101^\ell \geq 1012$. $101^2=10201>1012$, а $101^1=101<1012$ => $\ell=2$. А тогда всего длина последовательности 3ℓ, что равно 6.

Ответ: 6.

№3

1) Если написано число (только) 13. Тогда победит второй игрок. Заметим, что при разложении числа 13 на 3 различных натуральных слагаемых

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 0 | 3 | 2 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

строго меньше 6 (ведь если хотя бы 2 числа больше 6, то значит одно из них минимум 6, а другое минимум 7, так как они различные, а $6+7=13$, то если третье число будет ≤ 0, а оно натурально). Так же скажем, что числа 1; 2; 3; 4; 5 не раскладываются на 3 различных натуральных, ведь минимальное такое число — это $6=1+2+3$. Поэтому первый игрок разложит 13 и получит два числа, которые нельзя представить, и ещё одно. Это третье число ≤ 12 (ведь 13 — это сумма чисел ≥ 1). Так же это третье число ≥ 6 ($13-5-4=4$, но есть 2 четвёрки $\Rightarrow$ не подходит; $13-5-3=5$, но есть 2 пятёрки; $13-4-4=5$, но есть 2 четвёрки, а $13-5-2=6$).

$6=1+2+3$; $7=1+2+4$; $8=1+2+5$; $9=2+3+4$; $10=2+3+5$; $11=2+4+5$; $12=3+4+5$. Все эти числа можно представить в виде суммы 3 натуральных различных чисел, которые больше не представляются в сумму 3 натуральных различных. Поэтому после хода первого второй просто разбивает третье число (которое $6 \leq$ число третье ≤ 12) в сумму чисел 1; 2; 3; 4; 5, как показано сверху. И после хода второго первый уже ничего не сможет сделать.

Ответ: второй.

№5

1) Ответ: 608; 36

2) Ответ: 9977; 71

3) Ответ: 41566; 55.

№4

1) Ответ: 1 2) Ответ: 2 3) Ответ: 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 3 | 5 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	7	24		63

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1

Заметим, что если пара чисел $(x; y)$ удовлетворяют условиям, то пара $(y; x)$ удовлетворяет тоже.

Также, переведем все числа в двоичную систему

Найдем все числа $(x; y)$ используя закономерности:

Если ~~побитовая~~ битовая дизъюнкция $= 0$ и xor тех ~~того~~ же битов $= 0$, то на этом бите и в x, и в y стоит 0.

Если битовая дизъюнкция $= 1$, а xor тех же битов $= 1$, то на этом бите у разных чисел стоит разный бит, а количество пар таких чисел увеличивается в 2 раза.

Если битовая дизъюнкция $= 1$, а xor тех же битов $= 0$, то на этом бите и в x, и в y стоит 1.

$$3623_{10} = 111000100111_2$$
$$2560_{10} = 101000000000_2 \Rightarrow 2^4 \text{ пар чисел } (x; y)$$

где сумма всех пар $(x; y)$ одинакова, т.к. если на спорном разряде у x стоит 0, то у y точно стоит 1 и наоборот.

$$x + y = 1001001001000_2$$
$$716_{10} = 0001011001100_2$$
$$(x+y) \text{ xor } z = 716 \Rightarrow z = (x+y) \text{ xor } 716$$

$$z = 1000010000100$$
$$4239_{10} = 1000010001111_2$$

Если в бите z и 4239 стоит 0, то и в w стоит 0.

Если в бите z и 4239 стоит 1, то в w может стоять или 0, или 1, количество ~~четверок~~ увеличивается.

Если у z стоит 1, а у 4239 стоит 0, то у w стоит 1.

Ответ: количество четверок – 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 9 3 5 5 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Найдем количество возможных блоков:

на I месте любая из 6 цифр

на II месте любая из 6 цифр

Если сумма цифр четна, то на III месте любая из 3-х четных цифр, если нечетна, то любая из 3-х нечетных.

Частные случаи, которые нужно вычесть:

000 011 110

002 101

020

200

Т.к. сумма цифр ≤ 2.

⇓

Количество блоков $= 6\cdot 6\cdot 3 - 7 = 101$

Если возьмем последовательность длиной 3, то 101 возможная ≤ 1012

Если длина 6, то 10201 ≥ 1012 ⇒ Необходима длина 6

Ответ: как минимум 6.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____

И	Н	0	0	0	1	9	3	5	5	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

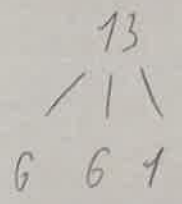
№3

Число нельзя расписать, если оно ≤ 2.

⇓

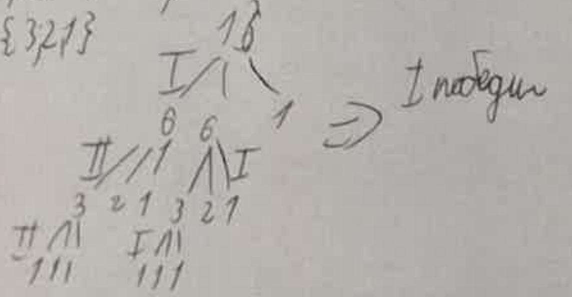
Побеждает тот, у кого есть возможность расписать все числа на сумму единиц и двоек. => Гарантированно побеждает тот, у кого остались единицы; двойки и одно из чисел $\{3; 4; 5; 6\}$. ~~Проигрывает тот, у кого остались $\{7, 8\}$~~ Если число можно расписать на 2 числа из $\{3, 4\}$ и 1-у или 2-у, то это тоже победа. Такие числа $\{7, 8, 9; 10\}$

Побеждает I, стратегия при 13.



Если II игрок расписывает, то и I игрок повторяет.

6 на $\{3;2;1\}$



Если II игрок расписывает 6 на $\{2;2;2\}$, то I гаран-но побеждает.

Ан-но при числах $\{11; 12; 13; 14\}$

№4

1) 3
2) 12
3) 56

№5

1) 608 36
2) 5977 71
3) 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 1 4 5 4 4 2 5
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	8		63

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$x \wedge y = 1057 = 10000100001$

$x \operatorname{xor} y = 2566 = 101000000110$

$x+y = $ 0?1?000100??1 + 0?1?00010 0??1 = 100100100 1000

0010000100001
0101000000110
0?1?000100??1 – Маска x, y

~~На месте ? у x и y может стоять 0 или 1, однако на одной позиции ? у с вось~~

На месте ? у x и y может стоять 0 или 1, однако: ?-0/1-x, ?-1/0-y одинаковая позиция в маске с ?

$z \vee w = 4239 = 1000010001111$

?0000?000???? – Маска $z \vee w$

$(x+y) \operatorname{xor} z = 716 = 1011001100$

xor 1001001001000, ?0000?000???? = 0001011001100 → $\overbrace{1000010000100}^{z}$

$z \vee w = $ z 1000010000100, w ?0000?000???? = 1000010001111 → $\overbrace{?0000?0001?11}^{w}$ На месте ? может стоять 0 или 1

Итого имеется 7 мест куда можно поставить 0 или 1, значит всего различных четвёрок чисел $2^7 = 128$

Ответ: 128

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 5 | 4 | 4 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Так как сумма трёх ~~чисел~~ цифр должна быть ~~не~~чётной, то нам подходят следующие тройки

3 чёт.

1 чёт, 2 нечет.

У нас есть 5 чёт. и 5 нечет. цифр.

Подсчитаем количество возможных комбинаций в одной тройке:

$5 \cdot 5 \cdot 5 + 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$ комбинаций

Чтобы передать как минимум 10^{15} различ. послед. нам необходимо 6 таких троек, так как $\underset{(3125 \cdot 10^{10})}{500^5} < 10^{15} < \underset{(15625 \cdot 10^{12})}{500^6}$.

Отсюда длина последовательности равна: $6 \cdot 3 = 18$

Ответ: 18

№4

1) ~~48~~ 16

2) 174

3) 2035

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	Н	0	0	0	1	4	5	4	4	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

1) 8566

2)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	9	4	1	1	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	23	8		63

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1. $x \vee y = 3623 = 111000100111_2$

$x \oplus y = 2566 = 101000000110_2$

$(x+y) \oplus z = 716 = 1011001100_2$

$z \vee w = 4239 = 1000010001111_2$

x		1		0	0	0	1	0	0			1
y		1		0	0	0	1	0	0			1
x∨y	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
x⊕y	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

пусть a и в это биты на одном разряде у x и y соотв-о, тогда

$a \oplus b = 1$, если $a \neq b$; $a \vee b = 1$, если $a=1$ или $b=1$

$a \oplus b = 0$, если $a = b$ / $a \vee b = 0$, если $a=0$ и $b=0$

заполним таблицу выше, где можем это сделать однозначно

в обведенных 4 столбцах нельзя однозначно определить значение, но они точно будут противоположными, то есть либо $\genfrac{}{}{0pt}{}{0}{1}$, либо $\genfrac{}{}{0pt}{}{1}{0}$

$\Rightarrow$ всего 2^4 способов выбрать x и y.

Т.к. в 4 столбцах значения противоположны, можем однозначно посчитать сумму x и y!

$$\begin{array}{r} 111000100111 \\ +\ 010000100001 \\ \hline 1001001001000 \end{array}$$

(x — первая строка, y — вторая, x+y — сумма)

посчитаем z, т.к. можно однозначно это сделать:

x+y	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
(x+y)⊕z	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

4	Н	0	0	0	1	9	4	1	1	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Z	1	0000	1	0000	1	00
W		0000		0001		11
Z∨W	1	0000	1	0001	1	11

где это можно сделать однозначно, выписали W

3 столбца где может быть 1 или 0 ⇒

⇒ 2^3 способов выбрать W

x, y – 2^4 способов

Z – 1

W – 2^3 способов

⇒ всего $2^4 \cdot 1 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$ различных четверок

Ответ: 128

№2. Рассмотрим сколько различных последовательностей можно сделать в одном блоке:

0-5 0-5 0-5

всего $6^3 = 216$ вариантов

нам не подходят где сумма нечетная и где сумма ≤ 2

$S \leq 2$: $S = 0$: 000 (1)

$S = 1$: 001, 010, 100 (3)

$S = 2$: 002, 011, 020; 101, 110, 200 (6)

⇒ 10 посл-ей

всего нечет: 3 цифры, чет: 3 цифры ⇒

S – нечет:

1	2	3
(3) чет	нечет(3)	нечет(3)
	чет(3)	чет(3)
(3) нечет	нечет(3)	чет(3)
	чет(3)	нечет(3)

⇒ $3\cdot3\cdot3 + 3\cdot3\cdot3 + 3\cdot3\cdot3 + 3\cdot3\cdot3 =$
$= 108$ посл-ей

Лист 2 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН0001941125 | Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

в эти 108 пос-ей с нечетной суммой входят также 001, 010, 100 => всего не подходящих пос-ей =

$= 108 - 3 + 10 = 115$

подходящие пос-и $= 216 - 115 = 101$.

в каждом блоке 101 различных пос-ей =>

=> пос-ей длиной x блоков будет 101^x

$101 \approx 10^2$ $\qquad 101^x > 10^{12}$

$101 > 10^2$ $\qquad 10^{2 \cdot x} > 10^{12}$

$x > 6$, но т.к. $101 > 10^2$: $x = 6$

всего 1061520150601 различных последовательностей длиной 6 блоков, что больше 10^{12} =>

=> последовательность должна быть длиной $6 \cdot 3 = 18$

Ответ: 18

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 4 | 1 | 1 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3. Игрок не может сделать ход если все числа на доске < 3

Если же на ходе игрока на доске все числа кроме одного < 3, а это число $2 \times \leq 6$ - то игрок выиграет при оптимальной стратегии

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

4	Н	0	0	0	1	9	4	1	1	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4. ответ:

1: 3

2: 19

3: 151

№5. ответ:

1: 608 47

2:

3:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 8 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	0	7	24		63

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Рассмотрим группу из ~~...~~ трёх цифр. Для того, чтобы сумма трех цифр была ~~от~~ кратна 2, необходимо, чтобы либо 3 цифры были четными, либо ~~...~~ две из них были нечетными, а третья ~~...~~ четной.

I случай: все четные:

$\underline{ч}\ \underline{ч}\ \underline{ч} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$ вариантов, что сумма цифр четна (в этом случае).

0 0 0
2 2 2
4 4 4

Исключим варианты, когда сумма меньше или равна двум: ~~(0;0;0)~~ 200 020 002 000 =>

=> $27 - 4 = 23$ подходящих под условие задачи (в этом случае).

II случай: две нечетные и одна четная.

а). четная - первая

б). четная - вторая

в). четная - третья

а). $\underline{ч}\ \underline{н}\ \underline{н} = 3^3$ б). $\underline{н}\ \underline{ч}\ \underline{н} = 3^3$ в) $\underline{н}\ \underline{н}\ \underline{ч} = 3^3$

а) 0 1 1 / 2 3 3 / 4 5 5; б) 1 0 1 / 3 2 3 / 5 4 5; в) 1 1 0 / 3 3 2 / 5 5 4

=> $3^4 = 81$ вариантов, что сумма четна.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 8 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

исключим варианты, когда сумма меньше либо равна двум: 110 101 011 ⇒

⇒ 81 - 3 = 78 вариантов, подходящих под условие задачи (в этом случае)

⇒ 78 + 23 = 101 вариантов, какой может быть группа из 3 цифр.

По условию задачи необходимо найти длинну последовательности, чтобы было как минимум 1072 различных последовательностей.

Длинна может быть только кратной ~~3-ем~~ трем.

3 цифры = 101 вариант - не подходит.

6 цифр = 101^2 = 10201 вариатов - подходит ⇒

⇒ Ответ: длинны 6.

№3 Обратим внимание, что с числами 1 и 2 ничего сделать нельзя, поэтому в дальнейшем при решении числа 1 и 2 будут опускаться.

I-ый случай (13)

Первому игроку необходимо сделать ход (1;6;6). В этом случае, с 1 ничего не сделать. Далее игрок 1 симметрично повторяет ~~его~~ ходы игрока 2.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000122 8525 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

У игрока 1 всегда будет возможность сделать ход.
=> 1-ый игрок побеждает.

II случай: (50; 63). На деле, при делении стирании числа: можно разделить кучу так, чтобы.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | и | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 8 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1. Рассмотрим систему последовательно.

1. $x \vee y = 3623$; $3623_{10} = 111000100111_2$

т.к. $\vee$ - поразрядная дизъюнкция $\Rightarrow$ $x = \overline{c_1 c_2 c_3 000 c_7 00 c_{10} c_{11} c_{12}}$
$y = \overline{b_1 b_2 b_3 000 b_7 00 b_{10} b_{11} b_{12}}$ c_i и b_i - 0 или 1.

2. $x \text{ xor } y = 2566$; $2566_{10} = 101.000.000.110_2$

с учетом ~~[illegible]~~ предыдущ. огр.:

т.к. xor - поразрядное исключающее или $\Rightarrow$ ~~x~~= ~~y~~= если $c_2 \vee b_2 = 1$, $c_2 \text{ xor } b_2 = 0$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} c_2 = 1 \\ b_2 = 1. \end{array}\right.$

Аналогично: $\left[\begin{array}{l} c_7 = 1 \\ b_7 = 1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} c_{12} = 1 \\ c_{12} = 1. \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ $x = \overline{c_1 1 c_3 000100 c_{10} c_{11} 1_2}$
$y = b_1 1 b_3 000100 b_{10} b_{11} 1_2$

причем для каждого оставшегося c_i и b_i:

$$\begin{cases} c_i \vee b_i = \cancel{0}\,1 \\ c_i \text{ xor } b_i = 1. \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Каждый c_i независим от c_j, но зависим от b_i след. образом:

или c_i, или $b_i = 1$, но не одновременно. $\Rightarrow c_i + b_i = 1$

3. $(x+y) \text{ xor } z = 716$ $716_{10} = 101.100.11\,00_2$

~~x+y это тоже самое что x∨y~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 8 | 5 | 2 | 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим

$x+y$:

$c_1\,1\,c_3\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,c_{10}\,c_{11}\,1_2$! причем $c_i + b_i = 1$.

$b_1\,1\,b_3\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,b_{10}\,b_{11}\,1_2$

$1\,0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,0_2 = x+y$.

$(x+y)\,xor\,z$:

$x+y\ \ 1\,0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,0_2$

xor

$z = 1\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,0_2$

Составим число z: $716_{10} = 0\,0\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,0_2$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$. z - расшифровывается однозначным образом.

4. $z \vee w = 4239_{10}$ $4239 = 1000010001111_2$

$z \vee w$:

$z = 1\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,0_2$

$w = a_3\,0\,0\,0\,0\,a_2\,0\,0\,0\,1\,a_1\,1\,1_2$

$4239_{10} = 1\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,1\,1_2$.

a_i - может быть 1 или 0.

т.к. $1 \vee a_i = 1$

a_i - любое (1 или 0), остальные расшифровываются однозначно.

Таким образом: в зависимости от $a_1; a_2; a_3$:

1. w может принимать $2^3 = 8$ различных значений.
2. все b_i и c_i связаны: в паре они могут быть $(b_i; c_i) = (1;0)$ или $(0;1) \Rightarrow$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 8 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2 варианта
для каждого пары
b_i и c_i. Всего пар c_i и b_i : 4 $\Rightarrow 2^4 = 16$
вариантов чисел $(x; y)$ они между собой
связаны, ~~т.к.~~.

w от них связано z, но z расшифровывается однозначно $\Rightarrow$

всего вариантов пар $x\, y\, w\, z$:

$$16 \cdot 8 = 128$$

Ответ: 128

N4. test11_4_4_1.txt: 3
test11_4_4_2.txt: 8
test11_4_4_3.txt: 9.

N5 test11_4_5_1.txt: 608 36.
test11_4_5_2.txt: 9977 71.
test11_4_5_3.txt: 41566 55.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	8	8	6	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	23	0		62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 1.

$x \vee y = 3623$

$x \text{ xor } y = 2566$

$(x+y) \text{ xor } z = 716$

$z \vee w = 4239$

Давайте рассмотрим первые 2 уравнения

$x \vee y = 111000100111_2$

$x \text{ xor } y = 101000000110_2$

По ~~этим~~ ним попробуем восстановить x и y

x	?	1	?	0	0	0	1	0	0	?	?	1
y	?	1	?	0	0	0	1	0	0	?	?	1

там где в ~~2~~ 2 уравнение стоят нули, значит, что в x и y будут стоять одинаковые цифры, возьмём их из 1 уравнения и подставим, там где стоят знак „?" стоят либо 0, либо 1. ~~Мы~~ ~~легко~~ Давайте в x подставим вместо ? – 1, а в y соответвенно – 0 и легко найдём сумму x+y, можно заметно понять, что сумма всегда будет одна и таже независимо куда мы подставляем 0 и 1.

x	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
y	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1

$x+y = 4680$. Теперь давайте через третье уравнение выразим Z

$Z = 4680 \text{ xor } 716$ $\quad Z = 4228$. Также подметим по таблице x и y сделанной ранее, что у нас есть $2^4 = 16$ вариантов разных x и y, т.к. вместо каждого вопроса можно подставить 2 варианта – 0 или 1. и в каждом их всего 4 если мы подставим в какой-то из верхних „?"-цифру,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	8	8	6	8	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

, то снизу автоматически подставится противоположная из-за операции xor. Из этого следует, что вариантов выбрать x и y = 16. Рассмотрим 4 уравнение и посчитаем сколько вариантов выбрать w.

$z = 1000010000100_2$

$z + w = 1000010001111_2$

Давайте попробуем восстановить w, по ~~сумме~~ операции $z \cup w$

z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
w	?	0	0	0	0	?	0	0	0	1	?	1	1
$z \cup w$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1

подставим 1 и 0, согласно $z \cup w$, в w. Там где стоят „?" может быть 2 варианта (0 либо 1), т.к. $z \cup w = 4239$ от этого не изменится. Из этого следует 8 разных вариантов w и 16 вариантов комбинаций x и y, т.к. они независимы, перемножаем их $16 \cdot 8 = 128$ и получаем ответ.

Ответ: 128

Задание 4.

Тест 1411_4_4_1 Ответ: 3

Тест test 11_4_4_2 Ответ: 19

test11_4_4_3 Ответ: ~~151~~ 151

~~Задание 5~~

~~Ответ: 6~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН0001886825

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 3.

Разберём первый случай с 13.

Победит второй игрок при любых ходах первого игрока, т.к. первый игрок оставит после себя максимум 1 кучу, которую можно будет разбить 1 раз. Давайте разберём

(13) → (1,2,10) → (1,2,2,3,5) - победа ~~первого~~ второго,

это стратегия с ~~мах~~ попыткой оставить максимальную кучу

(13) → (6,5,2) → (1,2,3,5,2) - победа второго.

Задание № 2.

Программно посчитав, можно вычислить, что количество подходящих комбинаций длины 3 - 101, следовательно длины 6 будет - 101·101 = 10201, что подходит под условия. Ответ: 6

Задание 5.

Тест-файл №1 Ответ: 608 47

Тест-файл №2 Ответ: 9977 60058

Тест-файл №3 Ответ: 180024 474434

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	И	0	0	0	1	9	5	6	9	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
~~14~~ 10	5	0	23	24		62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

1: 608 36

2: 9947 71

3: 41566 55

№4

1: 3

2: 19

3: 151.

№1.

$x \vee y = 1110001001 1 1$

$x \oplus y = 10100000 0110$

$(x+y) \oplus z = 1011001100$

$z \vee w = 100001000 1111$

Внимательно рассмотрев первые два выражения, можно сказать что нам точно известны следующие биты x и y: ?1?000100??1
(под ?-неизвестные).

Аналогично рассмотрим zvw, тогда будет известно 0 z и w следующее: ?0000?000????.

Осталось выражение $(x+y) \oplus z$, рассмотрев его и сравнив с z можно точно ~~сказать что~~ узнать следующее о (x+y): (x+y) = ?0010?100????

Заметим, что нам достаточно посчитать количество способов расставить 1 и 0 в (x+y), тогда в зависимости от него z всегда будет определенная, и w в зависимости от z тоже всегда будет определенным.

Количеством способов будет являтся 2^6, ведь в (x+y) всего 6 мест для расстановки. Также нужно умножить еще на 2, ведь ~~можно выбрать~~ для нашего (x+y) два разных варианта x и y

$2^6 \cdot 2 = 2^7 = 128$

Ответ: 128.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 9 5 6 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2.

Запишем все возможные цифры в одном блоке из 3 цифр:

004	112	222	334	444
022	114	224	345	455
013	123	233		
015	125	235		
035	145	244		
055		255		

все разные: 8

две один: 11

все один: 2

Тогда количеством различных комбинаций (в блоке из 3 цифр) будет ~~...~~

$8 \cdot 3! + 11 \cdot 2 + 2 = 8 \cdot 6 + 22 + 2 = 48 + 22 + 2 = 72$ Этого недостаточно,

$72 < 10^{12}$, Тогда рассмотрим количество различных комбинаций в сообщении длиной 6, т.к. это следующая подходящая длинна.

Количеством различных комбинаций будет: $72 \cdot 72 = 5184$

$5184 < 10^{12}$

⇓

длинна 6 не подходит ~~подходит~~. ~~Ответ: 6~~.

кол-во комбинаций для длинны

9: $72 \cdot 72 \cdot 72 < 10^{12}$ не подходит

12: $72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72 < 10^{12}$ не подходит

15: $72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72 < 10^{12}$ не подх.

18: $72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72 \cdot 72 < 10^{12}$ не → Ответ 21

21: $72^7 > 10^{12}$ подходит.

№3.

1) Если записано 13, то первый игрок победит, ведь он может разбить 13 на 6,6,1. Тогда второй игрок сможет сказать ~~...~~ либо в первой, либо во второй шестерке. После этого первый игрок повторит ход второго, и так пока первый игрок не победит

2) При числах 50 и 63 ~~также побеждает первый игрок. Он может разбить 63 на 50,~~ первый игрок проиграет, это можно заметить если перебрать все варианты

3). При числах 10 и 22 первый игрок выиграет разбив 22 на 10,6,6. Тогда второй игрок получит числа: 10, 10, 6, 6.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 9 5 6 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

и сомав любой ход первой игрок сможет повторить за ним до тех пор пока не выиграет.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 11

И	Н	0	0	0	1	9	1	6	4	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	7	23	0		62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2.

Чтобы 3 любых числа давали в сумме чётное число, они должны соотв. схеме:

$ч+ч+ч$: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

$ч+н+н$ –
$н+ч+н$ – } Аналогично, 5^3
$н+н+ч$ –, где ч – чётное, а н – нечётное числа.

Тогда всего чётных блоков будет $4 \cdot 5^3 = 125 \cdot 4 = 500$, но блоки также должны иметь сумму, большую, чем 2.

Найдём кол-во блоков с чётной суммой, которая меньше или равна 2:

000, 200, 020, 002, 110, 101, 011 – их всего 7.

$500 - 7 = 493$ – всего 493 блок удов-ет условию.

Тогда, чтобы найти подходящую длину, надо решить уравнение $493^x \geq 10^{12}$, где x – кол-во блоков. Решением является $x = 5$, т.к. 493 очень близко к 10^3, и $493^4 < 10^{12}$.

$5 \cdot 3 = 15$ – общее кол-во символов послед-ти.

Ответ: 15

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	И	0	0	0	1	9	1	6	4	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4.

Ответы:

1) 3
2) 18
3) 151

Программа с помощью двойного перебора рассматривает все возможные пары данной последовательности и записывает длины, относящиеся к каждому элементу в новый массив b. В итоге работы программы находится максимальное значение длины.

№1.

С помощью программы на Pascal найдём известные нам числа в двоичном виде:

$3623_{10} = 111000100111_2$; $2566_{10} = 101000000110_2$

$716_{10} = 1011001100$; $4239_{10} = 1000010001111_2$

Найдём x и y:

x ∨ y : 111000100111

x xor y : 101000000110

x : ×1×00010 0××1

y : ×1×00010 0××1 , здесь „×" означает, что в этом разряде x и y имеют разные цифры.

Найдём сумму x+y:

x : ×1×000100××1

+ y : ×1×000100××1

x+y : 1001000001000

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 9 1 6 4 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Теперь найдём z:

x+y: 1001001001000
z: 1000010000100
(x+y)xor z: 0001011001100

~~W:~~ Теперь найдём w:

z: 1000010000100
~~z~~ w: ξ0000ξ0001ξ11
zvw: 1000010001111, где „ξ" означает, что на этом месте может стоять как 1, так и 0. Заметим, что x и y полностью взаимосвязаны: в том разряде, где y имеет 1, x имеет 0 на месте пропуска, и наоборот. ~~y x~~ X имеет 4 пропуска, поэтому комбинаций его значений всего $2^4 = 16$.

W имеет 3 пропуска: аналогично, $2^3 = 8$.

$8 \cdot 16 = 128$ — общее кол-во четвёрок чисел

Ответ: 128.

№3.

1) Дано: 13.

Заметим, что $6^{=1+2+3}$ — наименьшее стираемое число, а $14^{=1+6+7}$ — наименьшее число, из которого можно получить 2 стир. числа, а $9^{=1+2+6}$ — наименьшее число, из которого можно

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 9 1 6 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

получить стираемое (6).

В таком случае, всегда побеждает второй игрок, т.к. что бы не сделал первый, после хода первого будет всегда 1 стираемое и 2 нестираемых числа, например:

$13 = 6+5+2 = 7+5+1 = 8+4+1 = 9+3+1$ и т.д.

В любом исходе второй игрок стирает оставшееся число так, чтобы ~~его нельзя~~ после него не осталось стираемых.

Ответ: второй игрок.

~~2) Дано: 50 и 63:~~

3) Дано: 10 и 22:

Стратегия для победы состоит в том, чтобы максимально возможное количество всех стираемых возможных чисел после твоего хода было чётным. Таким образом, побеждает ~~тот~~, второй игрок, если изначальное макс-ое кол-во чётное, в обратном случае — первый игрок. В нашем случае это кол-во равно 7, следовательно, побеждает первый игрок.

2) Аналогично (3), здесь оно равно

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 5 4 0 2 2 5 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
10	15	14	23	0		62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 Ответ: 16

1) $X \vee Y = 3623_{10} = 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1_2$

$X \text{ xor } Y = 2566_{10} = 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0_2$

рассмотрим случаи для каждого бита чисел

1. если $X \vee Y = 1$, $X \text{ xor } Y = 1$ $\rightarrow$ $X = 0/1$, $Y = 1/0$

2. если $X \vee Y = 1$, $X \text{ xor } Y = 0$ $\rightarrow$ $X = 1$, $Y = 1$

3. если ~~...~~ $X \vee Y = 0$, $X \text{ xor } Y = 0$ $\rightarrow$ $X = 0$, $Y = 0$

тогда востановим X и Y по этим данным

$X = 0/1\ 1\ 0/1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0/1\ 0/1\ 1_2$

$Y = 1/0\ 1\ 1/0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1/0\ 1/0\ 1_2$

найдем их сумму

$X + Y = 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0_2$

2) Т.к ф-я xor обратима, то ~~...~~ $(X+Y) \text{ xor } 716 = Z$

$(X+Y) \text{ xor } Z = 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ \cancel{0}$

$Z = 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0$

3) Востановим значение w, причем если бит $Z = 0$, $Z \vee w = 0$ $\rightarrow$ $w = 0$; $Z = 1$, $Z \vee w = 1$ $\rightarrow$ $w = 1/0$; $Z = 0$, $Z \vee w = 1$ $\rightarrow$ $w = 1$

$w = 1/0\ 0\ 0\ 0\ 1/0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1/0\ 1\ 1$

Заметим, что тогда подходящих $w = 2^3 = 8$, $Z = 1$, X, Y в сумме 2 $\rightarrow$ общее кол-во комбинаций $2^3 \cdot 2 = 2^4 = 16$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	5	4	0	2	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 Ответ: 6

1) найдем кол-во различных подходящих блоков
чтобы сумма цифр была четная, надо складывать цифры так:
Ч+Ч+Ч (Ч-четное)
Ч+Н+Н (Н-нечетное)
подсчитаем тогда их кол-во
Ч+Ч+Ч – любая из цифр{0;2;4}, тогда – $3^3=27$
Ч+Н+Н – Ч- любая из цифр{0;2;4}
Н- любая из {1;3;5}, тогда $(3\cdot3\cdot3)\cdot3=3^4=81$

т.к нечетное число, может находиться вначале, в середине и в конце

тогда общее кол-во 27+81=108, а
теперь вычтем из них все те, где сумма меньше либо равна 2
000; 002; 020; 200; 110; 101; 011 – 7 штук
кол-во различных блоков чисел – 108-7=101

кол-во различных последовательностей будет вычисляться
по формуле N^{101}, где N- кол-во блоков
$N^{101}>1012$, минимальная подходящая N=2, а тогда длина
последовательностей $3\cdot N=6$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	5	4	0	2	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3

~~а) если одно число - 13, то первый может его разбить на: 5+5+3~~

~~а теперь заметим, что минимальное число, представимое в виде 3 различных чисел - 6 = 1+2+3, то есть тогда у второго игрока не будет хода => 1 победит~~

б) 50 и 63, пусть первый игрок разобьет 63 на 50+6+7 тогда получиться набор чисел 50; 50; 6; 7 но заметим, что числа 6 и 7 равносильны в этой задаче, т.к как бы мы их не раскладывали у нас получится это сделать ровно 1 раз, тогда стратегия первого игрока будет просто повторять ходы ~~П~~ второго игрока и он гарантированно выиграет

~~в) 10 и 22 пусть первый разобьет 22 на 6+6+10 и аналогично с пунктом б будет зеркалить ходы => он выиграл~~

~~Ответ: а) I выиграет~~
~~б) I выиграет~~
~~в) I выиграет~~

Ответ: б) I выиграет

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	5	4	0	2	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 4

Ответы для файлов 1 – 3
2 – 19
3 – 151

№ 5

Ответы для файлов 1 – 9 17
2 – 9 28
3 – 9 42

№ 3 ~~[illegible]~~ заметим, что минимальное число, которое можно разбить - 6 т.к. 6 = 1+2+3, будем использовать это.

а) заметим, что первый игрок не может выиграть первым ходом, т.к максимальное число, чтобы выиграть первым ходом = 5+4+3 = 12

тогда ход доходит до второго игрока, но заметим, что тогда у второго останется три числа, только одно из которых бьется еще раз, докажем это

предположим, что таких чисел два, тогда их минимальная сумма - 6+7=13 тогда 3 число будет 0 ∉ => такое число только ф

ну а также это число < 13 => второй игрок гарантированно победит, т.к может из нового числа сделать 3 таких, что нельзя разбить

Ответ: а) II победит

4 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 5 | 3 | 0 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	15	0	23	24		62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2. Рассмотрим все тройки которые нам подходят. Ч – цифра чётная Н – не чётная

ЧЧЧ | ЧНН | НЧН | ННЧ

Н цифр от 0 до 5 – 3 шт.

Ч цифр от 0 до 5 – 3 шт.

$3\cdot3\cdot3+3\cdot3\cdot3+3\cdot3\cdot3+3\cdot3\cdot3=4\cdot27=108$ – число троек с чётной суммой цифр.

Тройки с чётной суммой цифр, которая меньше или равна 2: 011, 101, 110, 000, 002, 020, 200

7 штук.

Подходящих всем условиям блоков $108-7=$
$=101$ штука.

$101^x \geqslant 10^{12}$, $x\in\mathbb{Z}$ $\qquad 10^{2x}\cdot1{,}01^x\geqslant10^{12}$

~~x = 2, а значит, что 1012 различных послед. можно передать при длине ..., как минимум 6.~~

~~Ответ: 6~~

$x=6$, ~~...~~ блоков необходимо 6 блоков = 18 цифр

Ответ: 18

4. 1) ~~8~~ 3 2) ~~18~~ 19 3) ~~138~~ 151

5. 1) 608 36 2) 9977 71 3) 41566 55

Лист 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	9	5	3	0	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. $x+y = 00111000100111_2$

$(x+y)(!x+!y) = 00101\,0000\,00110_2$

$(x+y+Z)\cdot(!x \cdot !y + !Z) = 0000\,10110\,0\,1100_2$

$Z+W = 0100001000\,0\,1111_2$ ~~= Z+W~~

2из2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И И 0 0 0 1 4 3 3 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	15	0	23	24		62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5) тест №1) 856 6

тест №2) 39995 29997

тест №3) 417241 237216

№4) тест №1) 16

тест №2) 174

тест №3) 2035

№2) Найдем количество подходящих блоков.

1 блок — последовательность цифр от 0 до 9 длиной 4, где сумма цифр чётная. Фактически, это чётные числа от 0 до 10000 (9999 включительно).

Очевидно, что чётных чисел в этом диапазоне 5000, ведь каждое второе число чётное.

Тогда, чтобы найти количество вариантов различных последовательностей, можно воспользоваться формулой m^n, где n — кол-во блоков, а m — кол-во вариантов блоков (5000) => формула — 5000^n.

По условию кол-во посл $\geq 10^{20}$ =>

=> необходимо найти ~~вз~~ n такой, что $5000^n \geq 10^{20}$

Первым подходящим n будет $n=6$.

Тогда общая длина последовательности будет $4 \cdot n$, ведь размер блока — 4. Итак, $4 \cdot 6 = 24$.

Ответ: 24

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 | 3 | 3 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3) Рассмотрим операцию „$\wedge$" и „$\wedge$" (~~[illegible]~~) (логическое и и xor)

Схема „$\wedge$" (лог. И):

x	y	ans
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Схема „$\wedge$" (~~[illegible]~~ xor):

x	y	ans
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

а также схему операции „лог. или" („$\vee$"):

x	y	ans
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Можно заметить, что операции ~~[illegible]~~ „и" и „xor" полностью покрывают в сумме операцию „или". То есть $x+y = xy + x\wedge y$

Таким образом, $x+y = 1057 + 2566 = 3623$

Из уравнения $(x+y)\wedge z = 2635$ (лог. и) однозначно можно получить z: $z = 1132$

Однако $1132 + w = 6159$ (зн. w) не выполняется ни при каких условиях. Получаем, что решений нет, а значит ответ: ∅.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 1 9 4 1 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	15	0	7	24		61

Итоговая таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

(вариантов)

Блоков не больше чем $6^3 = 216$ (длина 3, на каждое место по 6 цифр) ~~т.е. в длине последователь- ности [illegible]~~

~~Если один блок имеет пока бы 32 = $= 2^5$ варианта, то вся последователь- ность длиной 2 имеет пока бы 2^{10} вариантов = 1024 > 101)~~

Один блок имеет варианты:

сумма 4: 220; 202; 022; 400; 040; 004; 310; 013; 031; 103; 130; 301 | 12 вариант

сумма 6: 222; 024; 042; 204; 240; 402; 420; 033; 303; 330; 015; 051; 105; 150; 501; 510; 123; 132; 213; 231; 312; 321; 114; 141; 411 | 25 вариантов ~~вариантов [illegible] 37~~

~~Существуют и другие варианты блоков, но их [illegible] т.е последовательностей [illegible]~~

~~[illegible]~~

Ответ: 3 => продолжение на другой стр.

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИИ00019417 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

3623 = 111'000'100'111

2566 – 101'000'000'110

716 = 1'011'001'100

4239 = 1'000'010'001'111

в число X+Y если в X∨Y 1; X xor Y 0 значит в X и Y на этом месте 1, если X∨Y = 1; X xor Y = 0, значит только в одном из них на этом месте 1, а в другом 0

К ЧО X ⇒ Y (число четверок не изменится)

X: 1 1 _ 000 100 _ _ 1

Y: 0 1 _ 000 100 _ _ 1

1 001 001 001 000 0

(т.к. 3 пропуска, а для каждого к только 1 Y, всего вариантов $2^3 = 8$)

(если место пропущено, значит в одном из чисел 1, во 2-м 0). Т.е. сумма X и Y постоянная X (X+Y) xor Z = 716

X+Y: 1 001 001 001 000

Z: 1 000 010 000 100

716: 0 001 011 001 100

продолжение на другой стр. ⇒

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН0001941725
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1
осталось рассмотреть возможные варианты w

z: 1 | 000 | 010 | 000 | 100
w: _ | 000 | 0_0 | 001 | _11
1 | 000 | 010 | 001 | 111

(тем же на месте пропуска м.б. 1 или 0) т.е. 3 пропуска это 8 вариантов w. W не м.б. равен X или Y (разряд справа) X > Y (первый разряд слева) (если Y > X, то получаем ту же четверку) значит всего вариантов 8 · 8 = 64 Ответ: 64

№5 Тест 1: 608 36

Тест 2: 9977 71

Тест 3: 41566 55

№4 Тест 1: 3

Тест 2: 12

Тест 3:

№2 продолжение
216 : 2 = 108 с чётной суммой цифр − 7 с суммой ≤ 2 = 101 вариант для каждого блока

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН00019417 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$101^6 > 100^6 = 10^{12}$

=> минимальная длина, кратная 3 — 6 Ответ: 6.

«БЕЛЬЧОНОК»

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 5 | 3 | 3 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	14	15	0		61

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано в рамке справа

№1)

Из 10СС в 2СС:

$3623_{10} \to 111000100111_2$;

$2566_{10} \to 101000000110_2$;

$716_{10} \to 1011001100_2$;

$4239_{10} \to 1000010001111_2$;

$4228_{10} \to 1000010000100_2$;

Рассмотрим каждый бит:

Если $x_i \vee y_i = 0 \Rightarrow x_i \oplus y_i = 0; x_i = y_i = 0$.

Если $x_i \vee y_i = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_i \oplus y_i = 0; \Rightarrow x_i = y_i = 1; \\ x_i \oplus y_i = 1; \Rightarrow x_i \neq y_i \Rightarrow (1;0);(0;1). \end{array}\right.$

бит i	$\vee$	$\oplus$	вывод:	Варианты
0	1	0	$x_0 = y_0 = 1$	1
1	1	1	$(x_1;y_1) = (1;0);(0;1)$	2
2	1	1	$(x_2;y_2) = (1;0);(0;1)$	2
3	0	0	$y_3 = x_3 = 0$	1
4	0	0	$x_4 = y_4 = 0$	1
5	1	0	$x_5 = y_5 = 1$	1
6	0	0	$x_6 = y_6 = 0$	1
7	0	0	$x_7 = y_7 = 0$	1
8	0	0	$x_8 = y_8 = 0$	1
9	1	1	$(x_9;y_9) = (1;0);(0;1)$	2
10	1	0	$x_{10} = y_{10} = 1$	1
11	1	1	$(x_{11};y_{11}) = (1;0);(0;1)$	2

Всего $1^8 \cdot 2^4 = 16$ вариантов для $x \vee y$ и $x \oplus y \Rightarrow x+y = (x \oplus y) + 2 \cdot (x \wedge y) =$
$= 2566 + 2 \cdot (1057) = 4680$. $x+y$ – неизменно.

$(x+y) \oplus z = 716$, $z = 4680 \oplus 716 = 4228 \Rightarrow z \vee w = 4239$.

Пусть $(z \vee w)_i$ – i-тый бит $z \vee w$, совпадает с i-тым битом 4239.

Если в 4239 в i-том бите один, то $z_i = 1$ или/и $w_i = 1$.

1 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4Н00012533 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверится только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

bit_i	z_i	$(x \vee w)_i$	условие на W_i	Варианты
0	0	1	$W_0 = 1$	1
1	0	1	$W_1 = 1$	1
2	1	1	$W_2 = \forall$	2
3	0	1	$W_3 = 1$	1
4	0	0	$W_4 = 0$	1
5	0	0	$W_5 = 5$	1
6	0	0	$W_6 = 0$	1
7	1	1	$W_7 = \forall$	2
8	0	0	$W_8 = 0$	1
9	0	0	$W_9 = 0$	1
10	0	0	$W_{10} = 0$	1
11	0	0	$W_{11} = 0$	1
12	1	1	$W_{12} = \forall$	2

всего $1^{10} \cdot 2^3 = 8$ вариантов

Итого: $2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$ вариантов.

Ответ: 128 вариантов.

№2) сколько блоков из цифр от 0 до 5 с условием: сумма цифр чётна и > 2.

кол-во 3-зн. наборов от 0 до 5: $6^3 = 216$, половина с чётной суммой, 108.

Исключаем тройки с суммой ≤ 2:

сумма 0 = 1 вариант (0; 0; 0).

сумма 2 = 6 вариантов (2; 0; 0); (0; 2; 0); (0; 0; 2); (1; 1; 0); (0; 1; 1); (1; 0; 1).

7 неподходящих троек.

блоков $108 - 7 = 101$.

длина сообщения $n : 3 \Rightarrow$ разбиваем на $\frac{n}{3}$ блоков.

Каждый блок одна из 101 тройки.

Число передаваемых сообщений $101^{\frac{n}{3}}$, чтобы передать не менее 1012 [illegible] $101^{\frac{n}{3}}$, нужно $\frac{n}{3} \geq 2 \Rightarrow n \geq 6$.

Ответ: $n = 6$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН000125 3325

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполнится жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с одной стороны листа в рамках

№3) Приводим каждому натуральному числу и его значение (Шпрага-Гранди). Позиция из списка n_i считается выигрышной для ходящего только не для нулевой — суммы $g(n_1) \oplus g(n_2) \oplus \dots$ Вместо n можно записать три различных числа $\in \mathbb{N}$: $a+b+c=n \Rightarrow g(n)=\text{mex}\{g(a) \oplus g(b) \oplus g(c)\}$:

$a+b+c=n$, $a \neq b \neq c$; $a, b, c \in \mathbb{N}$.

mex — миним. неотр число, не входящее в заданное множество, при $n<6$ ходов нет $\Rightarrow g(n)=0$, при $n=\{1,2,3,4,5\}$.

При $n \geq 6$, считаем $g(n)$ по определению $n=6$, $g(1) \oplus g(2) \oplus g(3) = 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \text{mex}\{0\}=1. \Rightarrow g(6)=1.$

$n=7$, подходит только $\{1,2,4\}$ $g(1) \oplus g(2) \oplus g(4) = 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0.$

$\text{mex}\{0\}=1. \Rightarrow g(7)=1.$

$n=8$, подходит множество $\{1,2,5\}$ и $\{1,3,4\}$; $g(1) \oplus g(2) \oplus g(5) = 0$; $g(1) \oplus g(3) \oplus g(4) = 0$;

$\text{mex}\{0;0\}=1 \Rightarrow g(8)=1.$

$n=9$, $\{1;2;6\}$; $\{1;3;5\}$; $\{2;3;4\}$. $g(1) \oplus g(2) \oplus g(6) = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$; $g(1) \oplus g(3) \oplus g(5) = 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$; $g(2) \oplus g(3) \oplus g(4) = 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$;

$\text{mex}\{0;1\}=2 \Rightarrow g(9)=2.$

$n=10$, $\underbrace{\{1,2,7\}}_{=1}$; $\underbrace{\{1,3,6\}}_{=1}$; $\underbrace{\{1,4,5\}}_{=0}$; $\underbrace{\{2,3,5\}}_{=0}$

$\{1;1;0;0\} \Rightarrow \text{mex}\{0;1\}=2 \Rightarrow g(10)=2.$

$n=11$, $\underbrace{\{1,2,8\}}_{=1}$, $\underbrace{\{1,3,7\}}_{=1}$, $\underbrace{\{1,4,6\}}_{=1}$, $\underbrace{\{2,3,6\}}_{=1}$, $\underbrace{\{2,4,5\}}_{=0}$

$\text{mex}\{1, 0\}=2 \Rightarrow g(11)=2.$

Зу 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000125332 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$n=12$, $\underbrace{\{1,2,9\}}_{2}$, $\underbrace{\{1,3,8\}}_{1}$, $\underbrace{\{1,4,7\}}_{1}$, $\underbrace{\{1,5,6\}}_{1}$, $\underbrace{\{2,3,7\}}_{1}$, $\underbrace{\{2,4,6\}}_{1}$, $\underbrace{\{3,4,5\}}_{0}$

~~Mex~~ $\{0,1,2\}=3 \Rightarrow g(12)=3$.

$n=13$, $\underbrace{\{1,2,10\}}_{2}$, $\underbrace{\{1,3,9\}}_{2}$, $\underbrace{\{1,4,8\}}_{1}$, $\underbrace{\{1,5,7\}}_{1}$, $\underbrace{\{2,3,8\}}_{1}$, $\underbrace{\{2,4,7\}}_{1}$

$\underbrace{\{2,5,6\}}_{1}$, $\underbrace{\{4,6,3\}}_{1}$

~~mex~~ $\{1;2\}=0. \Rightarrow g(13)=0$.

Положение, проигранное для первого, выиграет второй, при $n=13$.

Для чисел 10 и 22: $g(10)=2$; $g(22)=6$.

$2\oplus 6=4\neq 0. \Rightarrow$ выигрышная для первого, при числах 10, 22.

Для чисел 50 и 63: $g(63)=0$;

$g(63)\oplus g(50)=g(50)\oplus 0=$
$=g(50)$

$g(50)\neq 0$, нужно найти: a, b, c.

$g(a)\oplus g(b)\oplus g(c)=0$

$\underset{0}{g(13)}\oplus \underset{1}{g(18)}\oplus \underset{1}{g(19)}=0$

И того позиция выигрышная для первого игрока при числах 50 и 63.

Ответ: для 13 – второй;
для 50, 63 – первый;
для 10, 22 – первый.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН000125332 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N4) 1 запуск – 3
2 запуск – 19
3 запуск –

N5)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 1 2 4 4 0 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
17	15	4	16	8		60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

1) 13

напишем ситуации выигрышные и проигрышные для первых нескольких чисел

1 X т.к не можем походить

2 X

3 V допустим 111, второй игрок не может сделать ход

4 V 2 11

5 V 2 2 1

6 V 2 2 2

①

13 - первому нужно поделить на

1 6 6 из 1 ход сделать нельзя =>

=> можно считать, что 6 6 ∓

② второй как-нибудь поделяет 6, первому нужно повторить за ним, и тогда последний ход будет за ним =>

=> выигрывает 1 игрок

Ответ: 1 игрок выигрывает

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 4 | 0 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

2) 38, 47

первый игрок делит ~~и~~ кучку 47 на

~~38, 4, 4, 5~~ 38, 7, 2

тогда получаются кучи

38, 38, ~~4~~ 7, ~~1~~ 2

дальше ① если второй игрок делит кучу 38, то повторим за ним

~~② если делит кучу 4 или 5, то делим оставшуюся из 4 и 5~~

если он делит 7, то рассмотрим все случаи

1) 5 1 1, мы делим 5, как 2 2 1 и выигрываем

2) 4 2 1, мы делим 4, на 2 1 1 и выигрываем

больше никак нельзя =)

=) повторяя с кучами 38 и следующими из них мы выигрываем и из 7 мы тоже выигрываем =) побеждает первый

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 ИИ00012440 25

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа и в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

3) 10, 25

первый делит 25 на 10 7 8, получаем 10, 10, 7, 8

1) если из 10, 10 просто повторяем и выигрываем

2) из 7 во 2 пункте уже доказали, что выигрываем

3) из 8 распишем все варианты

1) 1, 1, 6, 6 расписываем, как 2 2 2 и выигрываем

2) 2, 3, 3, проигрываем => так разбивать невыгодно

3) 10, 25

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | ИИ000124 4025

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3

3) 10, 25

~~раскладываем 25~~

10 - проигрышная позиция т.к. как бы мы не походили противник сможет выиграть

если 25 раскладывать к 10, то можем получить

~~10 7 8~~ 10 1 14 из которых

~~10 9 6~~ 10 2 13 10, 10 мы выигрываем и ход

10 3 12 второго, где

10 4 11 мы тоже не проиг-

. рываем

10 7 8

Ответ выиграет II игрок

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 1 2 4 4 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~№ 2~~

~~1) посчитаем количество чисел состоящих из 3-х цифр, где сумма цифр делится на 3~~

~~1) определим все тройки~~

~~от 1 до 999, ровно 333 таких числа~~

№ 2

1) посчитаем количество чисел состоящих из 3-х цифр, где сумма цифр делится на 5 это есть 1000/5 = 200

2) чтобы закодировать как минимум 10^{15} последовательностей нужно понять, что

1) каждый новый блок из 3-х чисел увеличивает количество последовательностей в 200 раз => нужно чтобы $200^n > 10^{15}$, n это количество троек $\log_{200} 10^{15} \approx 7$

Ответ: длина последовательности $7 \cdot 3 = 21$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | И | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 4 | 0 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что вписано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

x & y = 1057 (1)

x ^ y = 2566 (2)

(x + y) ^ z = 3659 (3)

z ∨ w = 7133 (4)

(4) $1057_2 = 10000100001$

$2566_2 = 101000000110$

(5) $2566_2 = 101000000110$

$1057_2 = 010000100001$

y = 01.....111

получаем 16 решений y

(2) x = 2566 ^ y

(1) (2566 ^ y) & y = 1057 (5)

(3) z = (x+y) ^ 3659

y = 1057	x = 3623	x + y = 2566	z = 7171
1059	3621	2570	
1061	3619	2574	
1063	3617	2570	
589	3111	5638	
1571	3109	5642	
1573	3107	5646	
1575	3105	5642	
3105	1575	6662	
3107	1573	6666	
3109	1571	6670	
3111	1569	6666	
3617	1063	5638	
3619	1061	5642	
3621	1059	5646	
3623	1057	5642	

однозначно

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 ИК00012440025

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке страницы

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$7191_2 = 1110000000011$

$7183_2 = \overbrace{111}\underbrace{00000011}\overbrace{11}$

т.е. строго определены

на оставшихся могут стоять как 1,

так и 0, у них 5 мест => 2^5

пар × и 4 = 2^4, пар 2^4 = 2^5 =>

=> ответ $2^4 \cdot 2^5 = 512$

№5

1) 6,5

2) 40002 30003

3) 417241 234216

№4

1) 16

2) 173.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	5	4	8	0	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
7	15	14	0	24		60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

1) $x \text{ or } y = 3623 = 111\,000\,100\,111$

2) $x \oplus y = 2566 = 101000\,000\,110$

3) $(x+y) \oplus z = 716 = 101\,100\,1100$

4) $z \text{ or } w = 4239 = 10000\,1000\,1111$

из 1): разряды чисел x и y равны 0 те, которые равны 0 в числе 3623 (т.к. только 0 or 0 = 0, в ост. случаях результат = 1)

x or ---000-00---
y ---000-00---
111 000 100 111 ← 3623

Тогда из 2): x ⊕ pop000o00ppo
y pop000o00ppo
101000000110 ← 2566

где o - одинак., p - различ.

из 4): z or -0000-000----
w -0000-000----
10000 1000 1111 ← 4239

из 3): z ⊕ -0000-000----
(x+y) -0010-100----
000 101 1001100 ← 716

x + pop000o00ppo
y pop000o00ppo
-0010-100---- ← (x+y)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4Н0001548025 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Тогда

x + p**p 000*00 ppp (люб.)
y ‗‗‗000‗00‗‗‗
1 001 0 0 100 ‗‗‗‗

* если бы на этом месте у x и y стояли 0, то след. разряд не стал бы 1 (т.к. 0+0), ⇒ на этом месте может быть только 1

** если бы на этом месте стоял 0, то след. разряд у (x+y) был бы 1 (т.к. x и y разные), но там 0, ⇒ на этом разряде у x и y по 1.

z ⊕ 000001000‗ppoo
(x+y) 100100100‗‗‗‗
000101 1001100

z or 00000 1000‗‗‗‗
w 10000‗000‗‗‗‗
100001 0001111

Для составления x: $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2 = 2^5 = 32$ вар, y зависит от x.

x y ~~...~~ ~~...~~ ~~...~~ + 000 110 = 0110; + 001 111 = 1000; + 010 100 = 0110; + 011 101 = 1000

+ 100 010 = 0110 и т.д. т.е. для z всего 2 варианта последних четырёх цифр, ⇒ 2 варианта z при z = ...0110 у w 2 варианта

or 0110 (z)
1‗‗1 (w)
1111

при z = ... 1000 у w = 1 вариант

or 1000
‗111
1111

Тогда всего $32\cdot2 + 32\cdot1 = 96$ вариантов

Ответ: 96 вариантов

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000154 8025 | Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$\underbrace{[---]}\ [---]\ \ldots\ [---]$

Σ цифр >2 и $\vdots 2$

минимум 1012 послед. нужно передать

кол-во вариантов составить один блок: ~~98~~ 101

различные наборы цифр для составления:

112, 114, 130, 132, 134, 150, 152, 154, 350, 352, 354,

220, 222, 240, 242, 244, 400, ~~402~~, ~~422~~, ~~424~~, 444, 440,

330, 332, 334, 550, 552, 554

~~когда 2 одинак. цифры в наборе: 12 $\cdot C_3^2 = \frac{3!}{2!1!} \cdot 3 = 36$~~

~~когда 3 одинак. цифры в наборе: $2 \cdot C_3^3 = 2$~~

~~ост. случаи:~~

когда 2 одинак. цифры: $12 \cdot \tilde{P}_3 = 12 \frac{3!}{2!} = 12 \cdot 3 = 36$

когда 3 одинак. цифры: $2 \cdot \tilde{P}_3 = \frac{3!}{3!} \cdot 2 = 2$

ост. случаи: $10 \cdot P_3 = 10 \cdot \underbrace{3!}_{6} = 60$

Тогда $101^n \geq 1012$, $\Rightarrow$ $n = 2$ достаточно (где n - кол-во блоков), $\Rightarrow$ длина последовательности $\geq 3 \cdot 2 = 6$

Ответ: ≥ 6.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 5 4 8 0 2 5
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3.

1) 13

число	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
рез.	×	×	×	×	×	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×

× - проигрышная (нельзя разложить / раскл. на 1 или 3 ✓)

✓ - выигрышная (раскладывается на 3 × или 1 × и 2 ✓)

например: 6 = 1 + 2 + 3, => 6 ✓ (и т.д.)

3 + 4 + 5 = 12, => 13 без участия числа, большего 5, получить нельзя, а все числа, большие 5 но меньшие 13, явл. ✓. Тогда нужно попробовать разложить 13 на 2 ✓ и 1 ×, но тоже не получится, т.к. 13 ≠ 6 + 7 + 1 = 14, => 13 - проигрышная, => II игрок победит.

первые две мин. ✓

2) 50 и 63

I игрок может разбить 63 на 50 и 6 и 7. Тогда если игрок II разобьёт кучу 6 или 7, то I должен будет разбить кучу 7 или 6 соотв. Тогда из действующих куч останутся только те, что с числами 50. Тогда I игрок должен будет всё время повторять действия противника (I игрока), и тогда он всегда сможет сделать ход, если его сможет сделать II игрок. Тогда I игрок победит

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 | 4 | 8 | 0 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5.

1) 608, 36

2) 9977 71

3) 41566 55

№4.

1) 6

2) 40

3)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 8 | 2 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
17	10	0	7	24		58

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$3623_{10} = 111000100111_2$

Так как это число получено в результате дизъюнкции (поразрядной), то на местах 0 у обоих чисел должен быть 0 (у X и у Y). В остальных хотя бы у одного должна быть 1.

$2566_{10} = 101000000110_2$

Так как это число получено в результате исключающей дизъюнкции (поразрядной), то на местах с 0 у X и Y должны стоять одинаковые значения (1 или 0), а там где 1 — разные.

$4239_{10} = 1000010001111_2$

Так как число получено в результате поразрядной дизъюнкции, то в исходных числах Z и W на местах с 0 тоже должен быть 0, в остальных местах хотя бы одна 1.

$716_{10} = 1011001100_2$

Так как число получено в результате поразрядной исключающей дизъюнкции между (X+Y) и Z, то на местах с 0 у исходных чисел должны быть одинаковые значения, а с 1 — разные.

Заносим полученные данные в таблицу.

X	X	[illegible]	1	[illegible]	0	0	0	1	0	0	[illegible]	[illegible]	1
Y	X	[illegible]	1	[illegible]	0	0	0	1	0	0	[illegible]	[illegible]	1
X+Y	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
Z	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
W	[illegible]	0	0	0	0	[illegible]	0	0	0	1	[illegible]	1	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	2	8	2	5	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Так как в 7 столбце строки x+y значение 1, то в 7 столбце x и y должны стоять 1. Так как в столбце 4 строки x+y стоит 1, а столбец 4 в x и y заполнен нулём, то в 4 столбце в строках x и y должны быть строго одна 1 и один 0.

~~Построим таблицу для вариантов постановки цифр~~

* Так как число (x+y) xor z имеет всего 10 разрядов, то в столбцах 1, 2 и 3 (x+y) и z должны иметь одинаковые значения. Т.к. x∨y имеет 12 разрядов, то числа x и y

* должны тоже иметь минимум 12 разрядов (хотя бы одно из них), но не более. Таким образом получаем, что 1 столбец в x+y и z должен быть равен 1, иначе числа x и y будут иметь < 12 разрядов. ~~Так как 1 столбец в x+y = 1, а x и y в 1 столбце не имеют значений, то либо во 2 столбце x и y = 1, либо в столбце 3 x и y = 1, а в столбце 2 одна единица~~

Так как в x∨y второй разряд = 1, и в x xor y = 0, то на этом месте должны быть 1. В столбцах 2 и 4 для x и y строго одна 1. Аналогично, в 13 столбце для x и y тоже 1 => в x+y в 13 будет 0 => в 13 столбце для z будет 0, т.к. (x+y) 1-го => W в 13 = 1. ~~В 11 и 12 столбце для x и y строго 1 единица, аналогично => в столбце 10 для x+y 1, т.к. в 12 столбце будет 1+1 = 10₂ (из-за 1+1 в 13 столбце) => в 11 тоже 1+1 => в 10 будет 1. Аналогично в 10 для z будет 0, а в W будет 1. Т.к. в 11 столбце в x+y = 1 и в 10, то для x и y в 11 должны быть 1~~ Заполним кол-во вариантов, опустив единицы ~~Из-за прямые перестановки можно~~

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	итог
x	0	2	_	2	_	_	_	_	_	_	2	2	_	16
y	0	1	_	1	_	_	_	_	_	_	1	1	_	1
z	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	_	0
W	2	_	_	_	_	2	_	_	_	[illegible]	2	[illegible]	[illegible]	8

Итого: 16·8 = 128 набора.

Ответ 128

Лист 2 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	1	2	8	2	5	2	5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Т.к в блоках сумма четно и >2 то минимальная сумма =4. Т.к всего 3 числа по 5, то максимальная сумма равна 14 (первое четное число < 15). Т.к суммы могут быть только четными, то они могут быть только такими: {4, 6, 8, 10, 12, 14} Рассмотрим каждую сумму, упорядоченную по возрастанию

4: 004, 022, 013, 112

6: 015, 024, 033, 114, 123

~~8: 125, 134, 224, 233,~~

~~8: 035, 125, 134, 224, 233, 33~~

8: 044, 035, 125, 134, 224, 233

10: 055, 145, 235, 244, 334

12: 255, 345, ~~[illegible]~~, 444

14: 455

Посчитаем кол-во перестановок.

4: $\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + 3! + \frac{3!}{2!} = 3+3+6+3 = 15$

6: $3! + 3! + \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + 3! = 6+6+3+3+6 = 24$

8: $\frac{3!}{2!} + 3! + 3! + 3! + \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} = 3+6+6+6+3+3 = 27$

10: $\frac{3!}{2!} + 3! + 3! + \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} = 3+6+6+3+3 = 21$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | и | н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 8 | 2 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

12: $\frac{3!}{2!}+3!+1=3+6+1=10$

14: $\frac{3!}{2!}=3$

Итого $15+24+27+21+10+3=100$ возможных вариантов последовательности с данными условиями при длине последовательности 3.

~~Таким образом,~~ $\cancel{\frac{10^{12}}{10^2}=10^{10}\Rightarrow}$ ~~минимальная длина последовательности равна 12 (ближайшее число ≥ 10, :3)~~

~~Ответ: 12~~

Таким образом, $\frac{10^{12}}{10^2}=10^{10}$ - минимальная длина последовательности не кратная $3\Rightarrow 10^{10}+2=$
$=10000000002$ - минимальная длина последовательности исходя из условий.

Ответ: $10^{10}+2$ или 10000000002

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 8 | 2 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Исходя из условий:

игрок не может сделать ход (проигрывает), если на доске все числа < 6 (6 можно минимально разбить на {1,2,3})

Оптимальным будет тот ход, когда максимальные числа разбиваются на минимальные.

1) 0: 13 2: 1; 2; 1; 2; 7 4: X

1: 1; 2; 10 3: 1; 2; 1; 2; 1; 2; 4

Выиграл игрок 1 (первый)

~~2) 10; 22~~

~~1: 10; 1; 10; 11~~

~~1: 10; 1; 2; 19~~

~~2: 10; 1; 2; 1; 2; 16~~

~~3: 10; 1; 2; 1; 12~~

Заметим, что при оптимальной игре максимальное число уменьшается на 3, и получаются числа 1, 2, при которых ход невозможен. Отбросим их. Таким образом задача сводится к тому, чтобы определить, когда максимальное число станет ≤6 при вычитании 3.

3) 0: 10; 22
1: 10; 19
2: 10; 16
3: 10; 13
4: 10; 10
5: 7; 10
6: 7; 7
7: 4; 7
8: 4; 4
9: X

Выиграл игрок 1 (первый)

2) 0: 50; 63
1: 50; 60
...
10: 41; 42
...
20: 26; 27
30: 11; 12
34: 5; 6
35: 5; 3
36: 0

Выиграл 2 игрок (второй)

Ответ: 1) первый
2) второй
3) первый

Лист 5 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 8 | 2 | 5 | 2 | 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Тестовый файл №1: 3

Тестовый файл №2: 12

Тестовый файл №3. 49

№6

Тестовый файл №1: 608 36

Тестовый файл №2: 9977 71

Тестовый файл №3: 41566 55

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 1 9 6 7 7 2 5 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	15	5	14	24		58

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

всего комбинаций из 3 цифр – 6^3

не подходят из-за суммы:

000 011
002 101
020 110
200

$\underbrace{\qquad}_{7}$

не подходят из-за нечётности

Н Н Н
$3\cdot 3\cdot 3 = 3^3$

Ч Н Н
$3\cdot 3\cdot 3$

Ч Ч Н
$3\cdot 3\cdot 3 = 3^3$

Н Ч Н
$3\cdot 3\cdot 3$

Ч Н Ч
$3\cdot 3\cdot 3 = 3^3$

Н Н Ч

Н Ч Ч
$3\cdot 3\cdot 3 = 3^3$

итого кол-во возм. комб. из 3 цифр.

$6^3 - 3^3\cdot 4 - 7 = 216 - 108 - 7 = 101$

$\underbrace{\_\,\_\,\_}_{101}$ вар. посл. из 3 символов

$\underbrace{\_\,\_\,\_}\ \underbrace{\_\,\_\,\_}$

$101 \cdot 101 = 10201$ вар. посл. из 6 сим.

Ответ: 6

№3

числа в диап. [1;5] – проигрыши

из чисел в диап. [6;12] всегда можно составить з шаг [1;5], поэтому они выигрышные

В первом случае первый игрок не может разбить так, чтобы не получить число [6;12], поэтому второй игрок всегда выиграет

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 1 9 6 7 7 0 0

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

в диап. [14;28]
можно всегда разбить шаг на два из [6;12] из
и одно из [1;5], тогда побеждает игрок, который
ход сделал

В третьем случае из 10 побеждает первый, а из
22 другой, значит в общем победа второго

4. 1 файл – 2, 2 файл – 18, 3 файл – 137

5. 1 файл – 608 36, 2 файл – 9974 71, 3 файл –
41566 55