

## Физика. 7 класс. 1 вариант

### Задание 1 – 8 баллов

В одной песне возник спор между Вертолёт, Самолётом и Пешеходом. Победит тот, кто первым достигнет Финиша. Участники движутся не равномерно, а меняют режимы, поэтому для победы важна средняя скорость. Гонка проходит по прямой трассе длиной  $L$  от Старта (обрыв,  $x=0$ ) до Финиша.

Все стартуют в момент времени  $t = 0$  из точки  $x=0$ , но не одновременно.

Самолёт стартует первым в  $t=0$ . Самолёт первые 90 км летит со скоростью  $v_{c1} = 120$  км/ч, затем снижает скорость до  $v_{c2} = 60$  км/ч.

Вертолёт стартует позже через  $\tau$  часов и летит всю дистанцию с постоянной скоростью  $v_b = 75$  км/ч.

Пешеход стартует вместе с Вертолёт (с задержкой  $\tau$  часов).  $1/3$  пути Пешеход бежит на лыжах со скоростью  $v_{п1} = 15$  км/ч, оставшиеся 120 км идёт со скоростью  $v_{п2} = 5$  км/ч.

Длина трассы  $L = 180$  км. Задержка времени  $\tau = 2$  часа.

1. Найдите среднюю скорость каждого участника на всей дистанции.
2. Через какое время после своего старта финиширует каждый участник?
3. Успеет ли Пешеход догнать и обогнать Вертолёт до финиша? Если да, то на каком расстоянии от Старта?
4. Кто выиграет гонку (придёт к финишу первым)?

### Решение:

1. Средние скорости:

Самолёт:

Время на первом отрезке:  $t_{c1} = 90 / 120 = 0.75$  ч.

Время на втором отрезке:  $t_{c2} = 90 / 60 = 1.5$  ч.

Общее время:  $T_c = 0.75 + 1.5 = 2.25$  ч.

Средняя скорость:  $v_c = L / T_c = 180 / 2.25 = 80$  км/ч.

Вертолёт: Двигается равномерно.  $v_b = 75$  км/ч.

Пешеход:

Время на первом отрезке (треть – 60 км):  $t_{п1} = 60 / 15 = 4$  ч.

Время на втором отрезке:  $t_{п2} = 120 / 5 = 24$  ч.

Общее время:  $T_{п} = 4 + 24 = 28$  ч.

Средняя скорость:  $v_{п} = 180 / 28 = 6.43$  км/ч.

2. Время от старта до финиша:

· Самолёт:  $T_c = 2.25$  ч.

· Вертолёт:  $T_b = L / v_b = 180 / 75 = 2.4$  ч.

· Пешеход:  $T_{п} = 28$  ч.

3. Догонит ли Пешеход Вертолёт?

Пешеход стартует на 2 часа позже Самолёта, но одновременно с Вертолёт (  $\tau = 2$  ч).

Вертолёт финиширует через 2.4 ч после своего старта. Пешеход за эти 2.4 ч успеет преодолеть только первый отрезок (60 км) и часть второго.

Путь пешехода за 2.4 ч:  $S_{п} = 15 \cdot 2.4 = 36$  км (он весь на первом отрезке, т.к.  $2.4 < 4$  ч).

Путь вертолёта за 2.4 ч: 180 км (он уже на финише). Пешеход не успевает его догнать.

Ответ: Нет, не догонит, так как Вертолёт финиширует раньше, чем Пешеход даже закончит свой быстрый участок.

4. Победитель гонки:

Самолёт финиширует через 2.25 ч после общего старта ( $t=0$ ).

Вертолёт финиширует через  $\tau + T_{в} = 2 + 2.4 = 4.4$  ч после общего старта.

Победитель — Самолёт.

**Ответ:**

1.  $v_{с} = 80$  км/ч,  $v_{в} = 75$  км/ч,  $v_{п} = 6.43$  км/ч.

2.  $T_{с} = 2.25$  ч,  $T_{в} = 2.4$  ч,  $T_{п} = 28$  ч.

3. Нет, не догонит, так как Вертолёт финиширует раньше, чем Пешеход даже закончит свой быстрый участок

4. Самолёт выигрывает гонку.

**Критерии:**

1 Составлены уравнения и определены средние скорости:  $v_{с} = 80$  км/ч,  $v_{в} = 75$  км/ч,  $v_{п} = 6.43$  км/ч. 4 балла.

2 Составлены уравнения и определено время:  $T_{с} = 2.25$  ч,  $T_{в} = 2.4$  ч,  $T_{п} = 28$  ч. 2 балла.

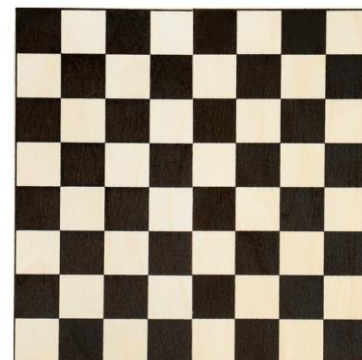
3 Определена очередность финишеров 2 балла.

### Задание 2 – 17 баллов

Рассмотрим шахматную доску как сетку, состоящую из  $9 \times 9$  узлов. По этой сетке движутся объекты.

Из некоторого узла одновременно стартуют и движутся по часовой стрелке два объекта: Бегун №1 и Бегун №2.

Скорость будем задавать в узлах в секунду. То есть, пробегая от узла с координатами (1,1) до узла с координатами (1,3) за 1 секунду, скорость будет 3 узла в секунду (узла/с).



Через сколько секунд Бегун №1 впервые догонит Бегуна №2?

Бегун №1 движется по прямоугольнику, заданному следующими координатами узлов шахматной доски: (3,3), (7,3), (7,7), (3,7). Скорость: 6 узлов/с.

Бегун №2 – по прямоугольнику, заданному координатами: (3,3), (5,3), (5,5), (3,5). Скорость: 3 узла/с.

**Решение:**

1. Обозначим длину стороны прямоугольника – а.

Тогда скорость 6 узлов/с –  $5a$  за 1 секунду.

3 узла/с – 2а за 1 секунду.

Внешний прямоугольник: Стороны: 5 на 5 узлов – 4а на 4а.

Периметр:  $Pв = 4а + 4а + 4а + 4а = 16а$ .

Внутренний прямоугольник: · Стороны: 3 на 3 узла – 2а на 2а.

Периметр:  $Pн = 2а + 2а + 2а + 2а = 8а$

2. Время одного круга:

Внешний:  $Tв = 1с * 16а / 5а = 3.2 с$

Внутренний:  $Tн = 1с * 8а / 2а = 4с$ .

3. Бегуны встретятся (Внешний догонит Внутреннего) после некоторого числа кругов, так как встретятся они могут только в (3,3).

Ищем наименьшее время  $t$ , когда:

Внешний сделал целое число кругов:  $t = n Tв$

Внутренний сделал целое число кругов:  $t = m Tн$

Получаем:  $t = n * 3.2 = m * 4$ .

$n * 3.2 = m * 4$ .

Наименьшие целые:  $n = 5, m = 4$ .

$t = 5 * 3,2 = 16$  секунд.

**Ответ:** 16 секунд.

**Критерии:**

1. Определены периметры. 4 балла

2. Пояснен способ нахождения и определено время движения. 4 балла

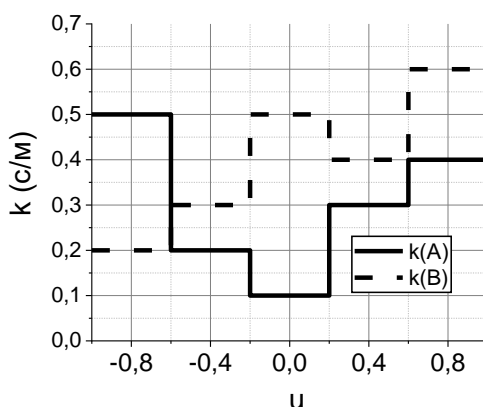
3. Приведено рассуждение и определено время. 9 баллов.

### Задание 3 – 25 баллов

Два исследовательских зонда "Альфа" и "Бета" движутся по прямолинейному экспериментальному тоннелю длиной  $L = 100$  м между порталами А ( $x=0$  м) и В ( $x=100$  м).

Из-за неоднородных свойств среды в тоннеле скорость каждого зонда зависит от его положения. Для описания этой зависимости введена безразмерная координата:  $u = 2x/L - 1$ , где  $x$  — расстояние от портала А. При этом  $u$  изменяется от -1 (портала А) до +1 (портала В).

Характеристикой взаимодействия зонда со средой является коэффициент медленности  $k(u)$  (секунда/метр [с/м]), обратный скорости зонда:  $k(u) = 1/v(u)$ . Значения  $k(u)$  для каждого зонда заданы на рисунке.



Зонд "Альфа" стартует от портала А ( $u = -1$ ) в направлении портала В. Зонд "Бета" стартует от портала В ( $u = +1$ ) в направлении портала А.

1. Найдите время  $t$  и место  $x$  (расстояние от портала А) встречи зондов.
2. Определите полное время цикла (туда и обратно) для каждого зонда.
3. Через какое время  $T_{\text{центр}}$  после старта зонды впервые окажутся в центре тоннеля ( $u = 0$ )?

**Решение:**

1. Длина каждого интервала в координате  $u$ :  $\Delta u = 0.4$ .

Так как  $u = 2x/L - 1$ , то  $x = (u+1)L/2$ , тогда разность для двух точек  $\Delta x = \Delta u L/2 = 0.4 * 100/2 = 20$  м.

Всего 5 интервалов по 20 метров каждый.

2. Найдем время прохождения каждого интервала.

Так  $x=vt$ , а  $k(u) = 1/v(u)$ , то время прохождения интервала:  $\Delta t = k * \Delta x$ .

Пронумеруем интервалы от портала А до В: 1, 2, 3, 4, 5.

Для "Альфы":

Интервал 1:  $\Delta t_1 = 0.5 * 20 = 10$  с. Скорость  $v_1 = 1/0.5 = 2$  м/с.

Интервал 2:  $\Delta t_2 = 0.2 * 20 = 4$  с. Скорость  $v_2 = 1/0.2 = 5$  м/с.

Интервал 3:  $\Delta t_3 = 0.1 * 20 = 2$  с. Скорость  $v_3 = 1/0.1 = 10$  м/с.

Интервал 4:  $\Delta t_4 = 0.3 * 20 = 6$  с. Скорость  $v_4 = 1/0.3 = 10/3$  м/с.

Интервал 5:  $\Delta t_5 = 0.4 * 20 = 8$  с. Скорость  $v_5 = 1/0.4 = 2.5$  м/с.

Для "Беты":

Интервал 1:  $\Delta t_1 = 0.2 * 20 = 4$  с. Скорость  $v_1 = 1/0.2 = 5$  м/с.

Интервал 2:  $\Delta t_2 = 0.3 * 20 = 6$  с. Скорость  $v_2 = 1/0.3 = 10/3$  м/с.

Интервал 3:  $\Delta t_3 = 0.5 * 20 = 10$  с. Скорость  $v_3 = 1/0.5 = 2$  м/с.

Интервал 4:  $\Delta t_4 = 0.4 * 20 = 8$  с. Скорость  $v_4 = 1/0.4 = 2.5$  м/с.

Интервал 5:  $\Delta t_5 = 0.6 * 20 = 12$  с. Скорость  $v_5 = 1/0.6 = 10/6$  м/с.

3. Поиск первой встречи. Анализируя времена, видим, что встреча в интервале 4, после 16 секунд.

Составляем уравнение:  $60 + v_{4A} t = 100 - 20 - v_{4B} (t+4)$ .

Отсюда  $v_{4A} t + v_{4B} (t+4) = 20$ , тогда  $t = 1.71$  с.

Получаем время встречи через:  $10 + 4 + 2 + 1.71 = 17.71$  с.

Место встречи  $x = 60 + v_{4A} t = 60 + 10/3 * 1.71 = 65.7$  м.

4. Время движения от одного портала до другого:

"Альфа" (А→В):  $T_{\text{Аполовина}} = 10 + 4 + 2 + 6 + 8 = 30$  с.

"Бета" (В→А):  $T_{\text{Вполовина}} = 4 + 6 + 10 + 8 + 12 = 40$  с.

Полное время цикла (туда и обратно одинаково из-за симметрии  $k(u)$ ):

"Альфа":  $T_A = 2 * 30 = 60$  с. "Бета":  $T_B = 2 * 40 = 80$  с.

5. Центр тоннеля:  $u = 0$ ,  $x = 50$  м (середина интервала 3).

Для "Альфы":

Интервал 1 (0-20 м): 10 с.

Интервал 2 (20-40 м): 4 с.

Часть интервала 3 (40-50 м): 10 м при  $v_3 = 10$  м/с → время:  $10/10 = 1$  с.

Итого:  $t_{\text{Ацентр}} = 10 \text{ с} + 4 \text{ с} + 1 \text{ с} = 15 \text{ с}$ .

Для "Беты":

Интервал 5 (100-80 м):  $12 \text{ с} \rightarrow x=80 \text{ м}$ .

Интервал 4 (80-60 м):  $8 \text{ с} \rightarrow x=60 \text{ м}$ .

Часть интервала 3 (60-50 м):  $10 \text{ м}$  при  $v=2 \text{ м/с} \rightarrow \text{время: } 10/2 = 5 \text{ с}$ .

Итого:  $t_{\text{Вцентр}} = 12 \text{ с} + 8 \text{ с} + 5 \text{ с} = 25 \text{ с}$ .

### Ответы:

1. Встреча:  $t = 17,71 \text{ с}$ .  $x = 65,7 \text{ м}$  от портала А.

2. Полные циклы: "Альфа" – 60 с, "Бета" – 80 с.

3.  $t_{\text{Ацентр}} = 15 \text{ с}$ .  $t_{\text{Вцентр}} = 25 \text{ с}$ .

### Критерии:

1. Определено  $\Delta x$  – 5 баллов

Определены  $\Delta t$  – 5 баллов

Найдено время  $t$  и место  $x$  (расстояние от портала А) встречи зондов. 7 баллов

2. Определено полное время цикла (туда и обратно) для каждого зонда. 3 балла

3. Пояснен способ нахождения и определено время  $T_{\text{центр}}$ . 5 баллов

### Задание 4 – 20 баллов

В цилиндрическом стакане (площадь сечения  $S = 50 \text{ см}^2$ ) провели два опыта.

Опыт 1. В стакан налили глицерин  $\rho_{\text{ж}} = 1,26 \text{ г/см}^3$  до  $h_1 = 10 \text{ см}$ . Затем в глицерин насыпали стальную дробь (плотность стали  $\rho_{\text{д}} = 7,8 \text{ г/см}^3$ ) до уровня  $h_1$ . Масса дроби  $m_{\text{д}} = 2730 \text{ г}$ .

Опыт 2. В стакан насыпали сухой кварцевый песок до высоты  $h_2 = 12 \text{ см}$ , затем залили глицерином до верха. Общая высота  $H = 18 \text{ см}$ . Масса содержимого после второго опыта  $M = 1550 \text{ г}$ .

Коэффициент пористости  $\phi$  (доля пор между сыпучим материалом, относительно занимаемого им объема в стакане) одинаков в обоих опытах.

Найдите плотность кварцевого песка  $\rho_{\text{п}}$  (плотность вещества песчинок).

### Решение:

1. Из опыта 1:

Начальный объем жидкости:  $V_1 = S h_1$

Объем материала дроби:  $V_{\text{д}} = m_{\text{д}} / \rho_{\text{д}}$

Объем пор (жидкости) между дробью:  $V_{\text{ж1}} = V_1 - V_{\text{д}}$

Доля пор:  $\phi = V_{\text{ж1}} / V_1 = (V_1 - V_{\text{д}}) / S h_1 = (S h_1 - m_{\text{д}} / \rho_{\text{д}}) / S h_1 = 1 - m_{\text{д}} / (\rho_{\text{д}} S h_1)$   
 $= 1 - 2,73 / (7800 * 50 * 10^{-4} * 0,1) = 0,3$

2. Из опыта 2:

Объем слоя песка в стакане:  $V_{\text{сл}} = S h_2$ .

Объем зерен песка без пустот:  $V_{\text{п}} = (1 - \phi) V_{\text{сл}}$ .

Объем пор внутри песка:  $V_{\text{пор}} = \phi V_{\text{сл}}$ .

Общий объем:  $V_{\text{общ}} = S H$ .

Объем жидкости над песком:  $V_{\text{ж сверху}} = V_{\text{общ}} - V_{\text{сл}}$ .

Общий объем жидкости:  $V_{ж2} = V_{пор} + V_{ж\text{ сверху}}$ .

Масса жидкости:  $m_{ж2} = \rho_{ж} V_{ж2} = \rho_{ж}(V_{пор} + V_{ж\text{ сверху}}) = \rho_{ж}(\varphi V_{сл} + V_{общ} - V_{сл}) =$   
 $= \rho_{ж}(\varphi S h_2 + S H - S h_2)$ .

3. Нахождение плотности.

Масса песка:  $m_{п} = M - m_{ж2} = M - \rho_{ж}(\varphi S h_2 + S H - S h_2) =$   
 $= M - \rho_{ж} S (\varphi h_2 + H - h_2)$ .

Плотность песка:  $\rho_{п} = m_{п}/V_{п} = (M - \rho_{ж} S (\varphi h_2 + H - h_2)) / ((1 - \varphi) S h_2) =$   
 $(1,55 - 1260 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot (0,3 \cdot 0,12 + 0,18 - 0,12)) / ((1 - 0,3) 50 \cdot 10^{-4} \cdot 0,12) =$   
 $= 0,94 / 0,00042 = 2238 \text{ кг/м}^3$ .

Ответ:  $\rho_{п} = 2238 \text{ кг/м}^3$ .

### Критерии:

1. Из опыта 1 получена расчетная формула  $\varphi$  и число  $\varphi$ . 5 баллов
2. Из опыта 2 определена масса жидкости. 10 баллов
3. Получена расчетная формула плотности и получена величина плотности. 5 баллов

### Задание 5 – 30 баллов

Экспериментатор исследовал скорость всплытия маленьких пузырьков в жидкости. Он обнаружил, что скорость установившегося всплытия маленького пузырька в вязкой жидкости пропорциональна трем параметрам: весу вытесненного объема жидкости, отнесенного к единице объема ( $\Delta\rho \cdot g$ ), радиусу пузырька ( $r$ ) и вязкости жидкости ( $\eta = 0,001 \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$  – величина, характеризующая меру внутреннего трения в жидкости), через коэффициент пропорциональности  $k = 2/9$ .

Предположим, что жидкость – вода ( $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ). Пузырек воздушный ( $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$ ) с радиусом 0,5 мм. Ускорение свободного падения –  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Разность плотностей жидкости и газа внутри пузырька –  $\Delta\rho$ .

Какова должна быть скорость пузырька?

### Решение:

1. Из условия:  $v = k (\Delta\rho \cdot g)^a r^b \eta^c$ .

Тогда:  $[v] = [\Delta\rho \cdot g]^a [r]^b [\eta]^c$ .

2. Подставляем размерности:

$(\text{м/с}) = (\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}^2))^a (\text{м})^b (\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}))^c$ .

$(\text{кг}^0 \cdot \text{м}/\text{с}) = \text{кг}^{a+c} \cdot \text{м}^{-2a+b-c} \cdot \text{с}^{-2a-c}$ .

Составляем систему уравнений:

$0 = a + c$ .

$1 = -2a + b - c$ .

$-1 = -2a - c$ .

Решаем:

$a = -c$ , подставляем в последнее:  $-1 = 2c - c$ , получаем  $c = -1$ ,  $a = 1$ ,

и из второго уравнения:  $b = 2$ .

3. Получаем формулу:  $v = k \cdot \Delta \rho \cdot g \cdot r^2 / \eta$ .

4. Подставляем величины в формулу:

$$v = k \cdot \Delta \rho \cdot g \cdot r^2 / \eta = 2/9 \cdot 998,8 \cdot 9,8 \cdot (0,0005)^2 / 0,001 = 0,54 \text{ м/с.}$$

**Ответ:**  $v = 0,54 \text{ м/с.}$

**Критерии:**

1. Записаны все размерности. 5 баллов.
2. Определены: плотность и объем. 6 баллов.
3. Записано уравнение размерностей со степенями. 6 баллов.
4. Составлена система уравнений и найдены степени 7 баллов.
5. Получена конечная формула и посчитан ответ. 6 баллов.

## Физика. 7 класс. 2 вариант

### Задание 1 – 8 баллов

В одной песне возник спор между Вертолётom, Самолётom и Пешеходом. Победит тот, кто первым достигнет Финиша. Участники движутся не равномерно, а меняют режимы, поэтому для победы важна средняя скорость. Гонка проходит по прямой трассе длиной  $L$  от Старта (обрыв,  $x=0$ ) до Финиша.

Все стартуют в момент времени  $t = 0$  из точки  $x=0$ , но не одновременно.

Самолёт стартует первым в  $t = 0$ . Самолёт движется равномерно со скоростью  $v_c = 100$  км/ч.

Вертолёт стартует позже через  $\tau$  часов. Первую половину пути Вертолёт летит со скоростью  $v_{в1} = 150$  км/ч, вторую половину —  $v_{в2} = 50$  км/ч

Пешеход стартует вместе с Вертолётom (с задержкой  $\tau$  часов). Пешеход идёт равномерно со скоростью  $v_{п} = 6$  км/ч.

Длина трассы  $L = 240$  км. Задержка времени  $\tau = 1$  час.

1. Найдите среднюю скорость каждого участника на всей дистанции.
2. Через какое время после общего старта финиширует каждый участник?
3. Догонит ли Вертолёт Самолёт? Если да, то на каком расстоянии от Старта?
4. С какой средней скоростью должен был бы идти Пешеход, чтобы финишировать одновременно с Вертолётom?

### Решение:

1. Средние скорости:

Самолёт:

Средняя скорость:  $v_c = L / T_c = 100$  км/ч.

Вертолёт:

Время на первом отрезке:  $t_{в1} = 120 / 150 = 0.8$  ч.

Время на втором отрезке:  $t_{в2} = 120 / 50 = 2.4$  ч.

Общее время:  $T_v = 0.8 + 2.4 = 3.2$  ч.

Средняя скорость:  $v_v = 240 / 3.2 = 75$  км/ч.

Пешеход:  $v_{п} = 6$  км/ч.

2. Время от старта до финиша:

Самолёт  $T_c = 240/100 = 2.4$  ч.

Вертолёт финиширует через  $\tau + T_v = 1 + 3.2 = 4.2$  ч.

Пешеход  $T_{п} = 240/6 = 40$  ч. Финиширует через  $\tau + T_{п} = 1 + 40 = 41$  ч.

3. Догонит ли Вертолёт Самолёт?

К моменту старта Вертолёта ( $t=1$  ч) Самолёт уже пролетел  $S_0 = v_c * \tau = 100 * 1 = 100$  км.

Рассмотрим движение после  $t=1$  ч.

Уравнение координаты Самолёта:

$x_c(t) = 100 + 100 * t$ , где  $t$  — время после 1 часа.

Уравнение координаты Вертолёта.

На первом этапе (до 120 км):  $xв(t) = 0 + 150 * t$ .

Проверим, догонит ли на первом этапе:  $100 + 100t = 150t$ , отсюда  $50t = 100$ , тогда  $t = 2$  ч.

За 2 часа вертолёт пролетит  $150*2=300$  км, что больше длины его первого этапа (120 км). Значит, за 2 часа он уже перешёл на второй этап. Встреча на первом этапе не состоялась.

На втором этапе:

Координата вертолёта в момент перехода на второй этап: время перехода  $t1 = 120/150 = 0.8$  ч, координата  $x=120$  км. Его скорость теперь 50 км/ч.

Уравнение для второго этапа:  $xв(t) = 120 + 50*(t - 0.8)$

Приравняем к координате самолёта:

$$100 + 100t = 120 + 50(t - 0.8)$$

$$100 + 100t = 120 + 50t - 40$$

$$100t - 50t = 120 - 40 - 100$$

$$50t = -20$$

$$t = -0.4 \text{ ч (невозможно).}$$

Встречи не происходит. Вертолёт так и не догоняет Самолёт.

Нет, не догонит, потому что даже на своём быстром участке он не успевает сократить отставание, а на медленном отстаёт ещё больше.

4.

Вертолёт финиширует через 4.2 ч после общего старта. Пешеход стартовал на 1 час позже, значит, у него в распоряжении  $4.2 - 1 = 3.2$  часа.

Чтобы финишировать за это время, его средняя скорость должна быть:  $vп = 240 / 3.2 = 75$  км/ч.

**Ответ:**

1  $vс = 100$  км/ч,  $vв = 75$  км/ч,  $vп = 6$  км/ч.

2  $Tс = 2.4$  ч,  $Tв = 4.2$  ч,  $Tп = 41$  ч.

3 Нет, не догонит, потому что даже на своём быстром участке он не успевает сократить отставание, а на медленном отстаёт ещё больше.

4 75 км/ч (что, конечно, нереально для пешехода).

**Критерии:**

1. Составлены уравнения и определены средние скорости:  $vс = 100$  км/ч,  $vв = 75$  км/ч,  $vп = 6$  км/ч.

2. Составлены уравнения и определено время:  $Tс = 2.4$  ч,  $Tв = 4.2$  ч,  $Tп = 41$  ч.

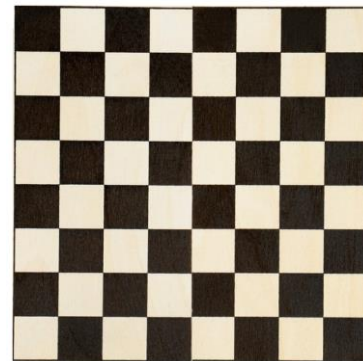
3. Определена очередность финишеров 2 балла.

**Задание 2 – 17 баллов**

Рассмотрим шахматную доску как сетку, состоящую из  $9 \times 9$  узлов. По этой сетке движутся объекты.

Из некоторого узла одновременно стартуют и движутся по часовой стрелке два объекта: Бегун №1 и Бегун №2.

Скорость будем задавать в узлах в секунду. То есть, пробегая от узла с координатами (1,1) до узла с координатами (1,3) за 1 секунду, скорость будет 3 узла в секунду (узла/с).



Через сколько секунд Бегун №1 впервые догонит Бегуна №2?

Бегун №1 движется по прямоугольнику, заданному следующими координатами узлов шахматной доски: (1,1), (6,1), (6,6), (1,6). Скорость: 5 узлов/с.

Бегун №2 – по прямоугольнику, заданному координатами: (1,1), (3,1), (3,3), (1,3). Скорость: 2 узла/с.

### Решение:

1. Обозначим длину стороны прямоугольника –  $a$ .

Тогда скорость 5 узлов/с –  $4a$  за 1 секунду.

2 узла/с –  $a$  за 1 секунду

Внешний прямоугольник: · Стороны: 6 на 6 узлов –  $5a$  на  $5a$

· Периметр:  $P_{\text{в}} = 5a + 5a + 5a + 5a = 20a$

Внутренний прямоугольник: · Стороны: 3 на 3 узла –  $2a$  на  $2a$

· Периметр:  $P_{\text{н}} = 2a + 2a + 2a + 2a = 8a$ .

2. Время одного круга:

· Внешний:  $T_{\text{в}} = 1с \cdot 20a / 4a = 5 с$ .

· Внутренний:  $T_{\text{н}} = 1с \cdot 8a / a = 8 с$ .

3. Бегуны встретятся (Внешний догонит Внутреннего) после некоторого числа кругов, так как встретятся они могут только в (1,1).

Ищем наименьшее время  $t$ , когда:

Внешний сделал целое число кругов:  $t = n T_{\text{в}}$

Внутренний сделал целое число кругов:  $t = m T_{\text{н}}$

Получаем:  $t = n \cdot 5 = m \cdot 8$

$n \cdot 5 = m \cdot 8$

Наименьшие целые:  $n = 8, m = 5$

$t = 5 \cdot 8 = 40$  секунд.

**Ответ:** 40 секунд.

### Критерии:

1. Определены периметры. 4 балла

2. Пояснен способ нахождения и определено время движения. 4 балла

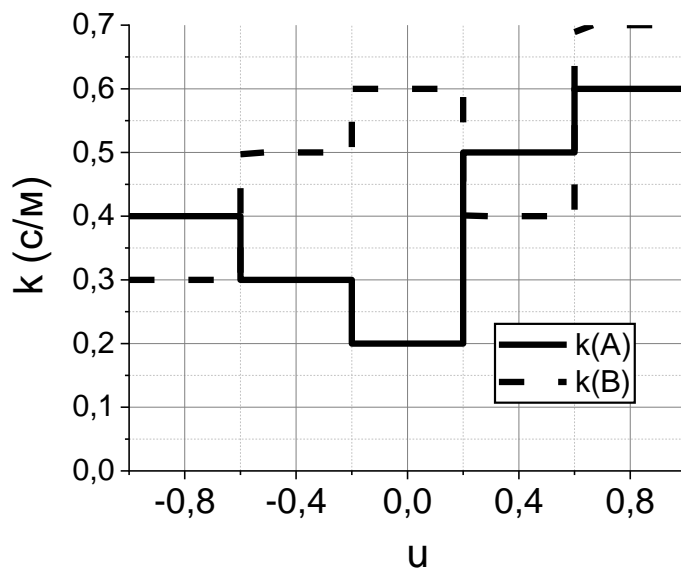
3. Приведено рассуждение и определено время. 9 баллов.

### Задание 3 – 25 баллов

Два исследовательских зонда "Гамма" и "Дельта" движутся по прямолинейному экспериментальному тоннелю длиной  $L = 100$  м между порталами А ( $x=0$  м) и В ( $x=100$  м).

Из-за неоднородных свойств среды в тоннеле скорость каждого зонда зависит от его положения. Для описания этой зависимости введена безразмерная координата:  $u = 2x/L - 1$ , где  $x$  — расстояние от портала А. При этом  $u$  изменяется от  $-1$  (портала А) до  $+1$  (портала В).

Характеристикой взаимодействия зонда со средой является коэффициент медленности  $k(u)$  (секунда/метр [с/м]), обратный скорости зонда:  $k(u) = 1/v(u)$ . Значения  $k(u)$  для каждого зонда заданы на рисунке.



Зонд "Гамма" стартует от портала А ( $u = -1$ ) в направлении портала В. Зонд "Дельта" стартует от портала В ( $u = +1$ ) в направлении портала А.

1. Найдите время  $t$  и место  $x$  (расстояние от портала А) встречи зондов.
2. Определите полное время цикла (туда и обратно) для каждого зонда.
3. Через какое время  $T_{\text{центр}}$  после старта зонды впервые окажутся в центре тоннеля ( $u = 0$ )?

#### Решение:

1. Длина каждого интервала в координате  $u$ :  $\Delta u = 0,4$ .

Так как  $u = 2x/L - 1$ , то  $x = (u+1)L/2$ , тогда разность для двух точек  $\Delta x = \Delta u L/2 = 0,4 * 100/2 = 20$  м.

Всего 5 интервалов по 20 метров каждый.

2. Найдем время прохождения каждого интервала.

Так  $x=vt$ , а  $k(u) = 1/v(u)$ , то время прохождения интервала:  $\Delta t = k * \Delta x$ .

Пронумеруем интервалы от портала А до В: 1, 2, 3, 4, 5.

Для "Гамма":

Интервал 1:  $\Delta t_1 = 0,4 * 20 = 8$  с. Скорость  $v_1 = 1/0,4 = 2,5$  м/с.

Интервал 2:  $\Delta t_2 = 0,3 * 20 = 6$  с. Скорость  $v_2 = 1/0,3 = 10/3$  м/с.

Интервал 3:  $\Delta t_3 = 0,2 * 20 = 4$  с. Скорость  $v_3 = 1/0,2 = 5$  м/с.

Интервал 4:  $\Delta t_4 = 0,5 * 20 = 10$  с. Скорость  $v_4 = 1/0,5 = 2$  м/с.

Интервал 5:  $\Delta t_5 = 0.6 \cdot 20 = 12$  с. Скорость  $v_5 = 1/0.6 = 10/6$  м/с.

Для "Дельта":

Интервал 1:  $\Delta t_1 = 0.3 \cdot 20 = 6$  с. Скорость  $v_1 = 1/0.2 = 5$  м/с.

Интервал 2:  $\Delta t_2 = 0.5 \cdot 20 = 10$  с. Скорость  $v_2 = 1/0.3 = 10/3$  м/с.

Интервал 3:  $\Delta t_3 = 0.6 \cdot 20 = 12$  с. Скорость  $v_3 = 1/0.5 = 2$  м/с.

Интервал 4:  $\Delta t_4 = 0.4 \cdot 20 = 8$  с. Скорость  $v_4 = 1/0.4 = 2,5$  м/с.

Интервал 5:  $\Delta t_5 = 0.7 \cdot 20 = 14$  с. Скорость  $v_5 = 1/0.6 = 10/6$  м/с.

3. Поиск первой встречи. Анализируя времена, видим, что встреча в интервале 4, после 18 секунд.

Составляем уравнение:  $60 + v_{4A} t = 100 - 20 - v_{4B} (t+4)$ .

Отсюда  $v_{4A} t + v_{4B} (t+4) = 20$ , тогда  $t = 2.22$  с.

Получаем время встречи через:  $8 + 6 + 4 + 2,22 = 20,22$  с.

Место встречи  $x = 60 + v_{4A} t = 60 + 2 \cdot 2.22 = 64.44$  м.

4. Время движения от одного портала до другого:

"Гамма" (A→B):  $T_{\text{Аполовина}} = 8 + 6 + 4 + 10 + 12 = 40$  с.

"Дельта" (B→A):  $T_{\text{Вполовина}} = 6 + 10 + 12 + 8 + 14 = 50$  с.

Полное время цикла (туда и обратно одинаково из-за симметрии  $\kappa(u)$ ):

"Гамма":  $T_A = 2 \cdot 40 = 80$  с. "Дельта":  $T_B = 2 \cdot 50 = 100$  с.

5. Центр тоннеля:  $u = 0$ ,  $x = 50$  м (середина интервала 3).

Для "Гамма":

Интервал 1 (0-20 м): 8 с.

Интервал 2 (20-40 м): 6 с.

Часть интервала 3 (40-50 м): 10 м при  $v_3 = 5$  м/с → время:  $10/5 = 2$  с.

Итого:  $t_{\text{Ацентр}} = 8 \text{ с} + 6 \text{ с} + 2 \text{ с} = 16$  с.

Для "Дельта":

Интервал 5 (100-80 м): 14 с →  $x = 80$  м.

Интервал 4 (80-60 м): 8 с →  $x = 60$  м.

Часть интервала 3 (60-50 м): 10 м при  $v_3 = 2$  м/с → время:  $10/2 = 5$  с.

Итого:  $t_{\text{Вцентр}} = 14 \text{ с} + 8 \text{ с} + 5 \text{ с} = 27$  с.

### Ответы:

1. Встреча:  $t = 20,22$  с.  $x = 64.44$  м от портала А.

2. Полные циклы: "Гамма" — 80 с, "Дельта" — 100 с.

3.  $t_{\text{Ацентр}} = 16$  с.  $t_{\text{Вцентр}} = 27$  с.

### Критерии:

1. Определено  $\Delta x$  — 5 баллов

Определены  $\Delta t$  — 5 баллов

Найдено время  $t$  и место  $x$  (расстояние от портала А) встречи зондов. 7 баллов

2. Определено полное время цикла (туда и обратно) для каждого зонда. 3 балла

3. Пояснен способ нахождения и определено время  $T_{\text{центр}}$ . 5 баллов

### Задание 4 – 20 баллов

В цилиндрическом стакане (площадь сечения  $S = 30 \text{ см}^2$ ) провели два опыта.

Опыт 1. В стакан налили этиленгликоль  $\rho_{ж} = 1,11 \text{ г/см}^3$  до  $h_1 = 15 \text{ см}$ . Затем в этиленгликоль насыпали медную дробь (плотность меди  $\rho_{д} = 8,9 \text{ г/см}^3$ ) до уровня  $h_1$ . Масса дроби  $m_{д} = 2403 \text{ г}$ .

Опыт 2. В стакан насыпали сухой строительный песок до высоты  $h_2 = 20 \text{ см}$ , затем залили этиленгликолем до верха. Общая высота  $H = 28 \text{ см}$ . Масса содержимого после второго опыта  $M = 1320 \text{ г}$ .

Коэффициент пористости  $\phi$  (доля пор между сыпучим материалом, относительно занимаемого им объема в стакане) одинаков в обоих опытах.

Найдите плотность строительного песка  $\rho_{п}$  (плотность вещества песчинок).

### Решение:

1. Из опыта 1:

Начальный объем жидкости:  $V_1 = S h_1$

Объем материала дроби:  $V_{д} = m_{д} / \rho_{д}$

Объем пор (жидкости) между дробью:  $V_{ж1} = V_1 - V_{д}$

Доля пор:  $\phi = V_{ж1} / V_1 = (V_1 - V_{д}) / S h_1 = (S h_1 - m_{д} / \rho_{д}) / S h_1 = 1 - m_{д} / (\rho_{д} S h_1)$   
 $= 1 - 2,403 / (8900 * 30 * 10^{-4} * 0,15) = 0,4$

2. Из опыта 2:

Объем слоя песка в стакане:  $V_{сл} = S h_2$

Объем зерен песка без пустот:  $V_{п} = (1 - \phi) V_{сл}$

Объем пор внутри песка:  $V_{пор} = \phi V_{сл}$

Общий объем:  $V_{общ} = S H$

Объем жидкости над песком:  $V_{ж\text{ сверху}} = V_{общ} - V_{сл}$

Общий объем жидкости:  $V_{ж2} = V_{пор} + V_{ж\text{ сверху}}$

Масса жидкости:  $m_{ж2} = \rho_{ж} V_{ж2} = \rho_{ж} (V_{пор} + V_{ж\text{ сверху}}) = \rho_{ж} (\phi V_{сл} + V_{общ} - V_{сл}) =$   
 $= \rho_{ж} (\phi S h_2 + S H - S h_2).$

3. Нахождение плотности.

Масса песка:  $m_{п} = M - m_{ж2} = M - \rho_{ж} (\phi S h_2 + S H - S h_2) =$   
 $M - \rho_{ж} S (\phi h_2 + H - h_2)$

Плотность песка:  $\rho_{п} = m_{п} / V_{п} = (M - \rho_{ж} S (\phi h_2 + H - h_2)) / ((1 - \phi) S h_2) =$   
 $(1,32 - 1110 * 30 * 10^{-4} * (0,4 * 0,2 + 0,28 - 0,2)) / ((1 - 0,4) 30 * 10^{-4} * 0,2) =$   
 $= 1,7872 / 0,00036 = 4964 \text{ кг/м}^3$

**Ответ:**  $\rho_{п} = 4964 \text{ кг/м}^3.$

### Критерии:

1. Из опыта 1 получена расчетная формула  $\phi$  и число  $\phi$ . 5 баллов

2. Из опыта 2 определена масса жидкости. 10 баллов

3. Получена расчетная формула плотности и получена величина плотности.

5 баллов

### Задание 5 – 30 баллов

Экспериментатор исследовал скорость всплытия маленьких пузырьков в жидкости. Он обнаружил, что скорость установившегося всплытия маленького

пузырька в вязкой жидкости пропорциональна трем параметрам: весу вытесненного объема жидкости, отнесенного к единице объема ( $\Delta\rho \cdot g$ ), радиусу пузырька ( $r$ ) и вязкости жидкости ( $\eta = 0,05 \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$  – величина, характеризующая меру внутреннего трения в жидкости), через коэффициент пропорциональности  $k = 2/9$ .

Предположим, что жидкость – вода ( $\rho = 920 \text{ кг/м}^3$ ), пузырек воздушный ( $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$ ) с радиусом 2 мм. Ускорение свободного падения –  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Разность плотностей жидкости и газа внутри пузырька –  $\Delta\rho$ .

Какова должна быть скорость пузырька?

### Решение:

1. Из условия:  $v = k (\Delta\rho \cdot g)^a r^b \eta^c$ .

Тогда:  $[v] = [\Delta\rho \cdot g]^a [r]^b [\eta]^c$ .

2. Подставляем размерности:

$(\text{м/с}) = (\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}^2))^a (\text{м})^b (\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}))^c$

$(\text{кг}^0 \cdot \text{м}/\text{с}) = \text{кг}^{a+c} \cdot \text{м}^{-2a+b-c} \cdot \text{с}^{-2a-c}$

Составляем систему уравнений:

$$0 = a + c$$

$$1 = -2a + b - c$$

$$-1 = -2a - c$$

Решаем:

$a = -c$ , подставляем в последнее:  $-1 = 2c - c$ , получаем  $c = -1$ ,  $a = 1$ ,

и из второго уравнения:  $b = 2$ .

3. Получаем формулу:  $v = k \cdot \Delta\rho \cdot g \cdot r^2 / \eta$ .

4. Подставляем величины в формулу:

$$v = k \cdot \Delta\rho \cdot g \cdot r^2 / \eta = 2/9 \cdot 918,8 \cdot 9,8 \cdot (0,002)^2 / 0,05 = 0,16 \text{ м/с.}$$

**Ответ:**  $v = 0,16 \text{ м/с}$ .

### Критерии:

1. Записаны все размерности. 5 баллов.

2. Определены: плотность и объем. 6 баллов.

3. Записано уравнение размерностей со степенями. 6 баллов.

4. Составлена система уравнений и найдены степени 7 баллов.

5. Получена конечная формула и посчитан ответ. 6 баллов.

## Физика. 7 класс. 3 вариант

Работа рассчитана на 120 минут.

**Напишите не только ответы, но и подробные объяснения, как эти ответы получены.**

### Задание 1 – 8 баллов

В одной песне возник спор между Вертолётom, Самолётom и Пешеходом. Победит тот, кто первым достигнет Финиша. Участники движутся не равномерно, а меняют режимы, поэтому для победы важна средняя скорость. Гонка проходит по прямой трассе длиной  $L$  от Старта (обрыв,  $x=0$ ) до Финиша. Все стартуют в момент времени  $t = 0$  из точки  $x=0$ . Длина трассы  $L = 120$  км.

Самолёт пролетел всю дистанцию за  $T_c = 1.2$  часа.

Вертолёт пролетает треть времени со скоростью 90 км/ч, остальное время – со скоростью 45 км/ч.

Пешеход половину пути бежит на лыжах со скоростью 10 км/ч, вторую – 5 км/ч.

1. Найдите среднюю скорость каждого участника на всей дистанции.
2. Через какое время после своего старта финиширует каждый участник?
3. Кто придет к финишу последним? Чему равно его отставание от победителя (в минутах)?
4. Кто выиграет гонку (придет к финишу первым)?

### Решение:

1. Средние скорости:

Самолёт:  $v_c = L / T_c = 120 / 1.2 = 100$  км/ч.

Вертолёт:

Пусть общее время вертолётa  $T_v$ .

Путь за первую треть времени:  $S_1 = 90 \cdot T_v / 3 = 30 \cdot T_v$  км.

Путь за остальные две трети:  $S_2 = 45 \cdot 2T_v / 3 = 30 \cdot T_v$  км.

Общий путь:  $S_1 + S_2 = 30T_v + 30T_v = 60 \cdot T_v$  км.

Этот путь равен длине трассы:  $60T_v = 120$  отсюда:  $T_v = 2$  часа.

Средняя скорость вертолётa:  $v_v = 120 / 2 = 60$  км/ч.

Пешеход:

Время на первом отрезке:  $t_{п1} = 60 / 10 = 6$  ч.

Время на втором отрезке:  $t_{п2} = 60 / 5 = 12$  ч.

Общее время:  $T_{п} = 6 + 12 = 18$  ч.

Средняя скорость:  $v_{п} = 120 / 18 = 6.67$  км/ч.

2. Время от старта до финиша:

Самолёт:  $T_c = 1.2$  ч.

Вертолёт:  $T_v = 2$  ч.

Пешеход:  $T_{п} = 18$  ч.

3.

Самолёт, время  $T_c = 1.2 \text{ ч} = 72 \text{ мин.}$

Второй: Вертолёт, время  $T_v = 2 \text{ ч} = 120 \text{ мин.}$

Третий (последний): Пешеход, время  $T_p = 18 \text{ ч} = 1080 \text{ мин.}$

Отставание последнего (Пешехода) от победителя:  $1080 - 72 = 1008 \text{ минут} = 16 \text{ часов } 48 \text{ минут.}$

4. Победитель гонки:

Самолёт финиширует через 2.25 ч после общего старта ( $t=0$ ).

Вертолёт финиширует через  $\tau + T_v = 2 + 2.4 = 4.4 \text{ ч}$  после общего старта.

Победитель — Самолёт.

**Ответ:**

1  $v_c = 100 \text{ км/ч}$ ,  $v_v = 60 \text{ км/ч}$ ,  $v_p = 6.67 \text{ км/ч}$ .

2  $T_c = 1.2 \text{ ч}$ ,  $T_v = 2 \text{ ч}$ ,  $T_p = 18 \text{ ч}$ .

3 Отставание последнего (Пешехода) от победителя 16 часов 48 минут=1008 минут.

4 Самолёт выигрывает гонку.

**Критерии:**

1. Составлены уравнения и определены средние скорости:  $v_c = 100 \text{ км/ч}$ ,  $v_v = 60 \text{ км/ч}$ ,  $v_p = 6.67 \text{ км/ч}$ .

2. Составлены уравнения и определено время:  $T_c = 1.2 \text{ ч}$ ,  $T_v = 2 \text{ ч}$ ,  $T_p = 18 \text{ ч}$ .

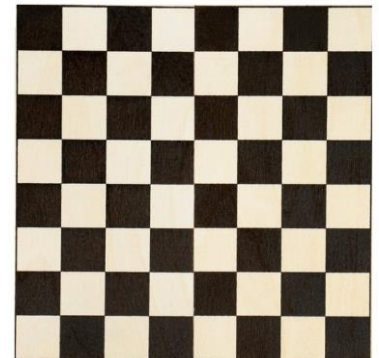
3. Определена очередность финишеров 2 балла.

### Задание 2 – 17 баллов

Рассмотрим шахматную доску как сетку, состоящую из  $9 \times 9$  узлов. По этой сетке движутся объекты.

Из некоторого узла одновременно стартуют и движутся по часовой стрелке два объекта: Бегун №1 и Бегун №2.

Скорость будем задавать в узлах в секунду. То есть, пробегая от узла с координатами (1,1) до узла с координатами (1,3) за 1 секунду, скорость будет 3 узла в секунду (узла/с).



Через сколько секунд Бегун №1 впервые догонит Бегуна №2?

Бегун №1 движется по прямоугольнику, заданному следующими координатами узлов шахматной доски: (3,3), (8,3), (8,8), (3,8). Скорость: 6 узлов/с.

Бегун №2 – по прямоугольнику, заданному координатами: (3,3), (5,3), (5,5), (3,5). Скорость: 3 узла/с.

**Решение:**

1. Обозначим длину стороны прямоугольника – а.

Тогда скорость 6 узлов/с – 5а за 1 секунду.

3 узла/с – 2а за 1 секунду

Внешний прямоугольник: · Стороны: 7 на 7 узлов – 6а на 6а

· Периметр:  $P_{\text{в}} = 6a + 6a + 6a + 6a = 24a$

Внутренний прямоугольник: · Стороны: 3 на 3 узла – 2а на 2а

· Периметр:  $P_{\text{н}} = 2a + 2a + 2a + 2a = 8a$ .

2. Время одного круга:

· Внешний:  $T_{\text{в}} = 1\text{с} \cdot 24a / 5a = 4,8 \text{ с}$ .

· Внутренний:  $T_{\text{н}} = 1\text{с} \cdot 8a / 2a = 4 \text{ с}$ .

3. Бегуны встретятся (Внешний догонит Внутреннего) после некоторого числа кругов, так как встретя они могут только в (3,3).

Ищем наименьшее время  $t$ , когда:

· Внешний сделал целое число кругов:  $t = n T_{\text{в}}$

· Внутренний сделал целое число кругов:  $t = m T_{\text{н}}$

Получаем:  $t = n \cdot 4,8 = m \cdot 4$

$n \cdot 4,8 = m \cdot 4$

Наименьшие целые:  $n = 5, m = 6$

$t = 6 \cdot 4 = 24$  секунды.

**Ответ:** 24 секунды.

**Критерии:**

1. Определены периметры. 4 балла

2. Пояснен способ нахождения и определено время движения. 4 балла

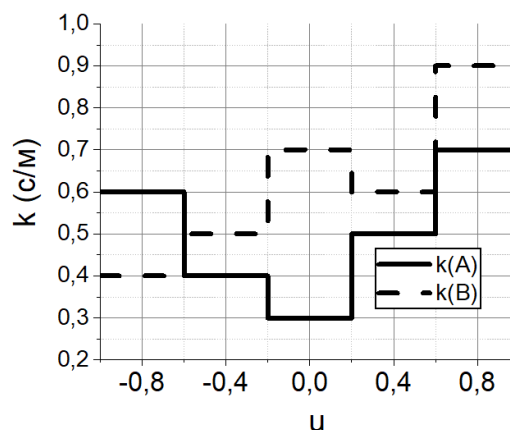
3. Приведено рассуждение и определено время. 9 баллов.

### Задание 3 – 25 баллов

Два исследовательских зонда "Омега" и "Сигма" движутся по прямолинейному экспериментальному тоннелю длиной  $L = 100$  м между порталами А ( $x=0$  м) и В ( $x=100$  м).

Из-за неоднородных свойств среды в тоннеле скорость каждого зонда зависит от его положения. Для описания этой зависимости введена безразмерная координата:  $u = 2x/L - 1$ , где  $x$  — расстояние от портала А. При этом  $u$  изменяется от -1 (портала А) до +1 (портала В).

Характеристикой взаимодействия зонда со средой является коэффициент медленности  $k(u)$  (секунда/метр [с/м]), обратный скорости зонда:  $k(u) = 1/v(u)$ . Значения  $k(u)$  для каждого зонда заданы на рисунке.



Зонд "Омега" стартует от портала А ( $u = -1$ ) в направлении портала В. Зонд "Сигма" стартует от портала В ( $u = +1$ ) в направлении портала А.

1. Найдите время  $t$  и место  $x$  (расстояние от портала А) встречи зондов.
2. Определите полное время цикла (туда и обратно) для каждого зонда.
3. Через какое время  $T_{\text{центр}}$  после старта зонды впервые окажутся в центре тоннеля ( $u = 0$ )?

**Решение:**

1. Длина каждого интервала в координате  $u$ :  $\Delta u = 0.4$ .

Так как  $u = 2x/L - 1$ , то  $x = (u+1)L/2$ , тогда разность для двух точек  $\Delta x = \Delta u L/2 = 0.4 * 100/2 = 20$  м.

Всего 5 интервалов по 20 метров каждый.

2. Найдем время прохождения каждого интервала.

Так  $x=vt$ , а  $k(u) = 1/v(u)$ , то время прохождения интервала:  $\Delta t = k * \Delta x$ .

Пронумеруем интервалы от портала А до В: 1, 2, 3, 4, 5.

Для "Омега":

Интервал 1:  $\Delta t_1 = 0.6 * 20 = 12$  с. Скорость  $v_1 = 1/0.6 = 10/6$  м/с.

Интервал 2:  $\Delta t_2 = 0.4 * 20 = 8$  с. Скорость  $v_2 = 1/0.4 = 2.5$  м/с.

Интервал 3:  $\Delta t_3 = 0.3 * 20 = 6$  с. Скорость  $v_3 = 1/0.3 = 10/3$  м/с.

Интервал 4:  $\Delta t_4 = 0.5 * 20 = 10$  с. Скорость  $v_4 = 1/0.5 = 2$  м/с.

Интервал 5:  $\Delta t_5 = 0.7 * 20 = 14$  с. Скорость  $v_5 = 1/0.7 = 10/7$  м/с.

Для "Сигма":

Интервал 1:  $\Delta t_1 = 0.4 * 20 = 8$  с. Скорость  $v_1 = 1/0.4 = 2.5$  м/с.

Интервал 2:  $\Delta t_2 = 0.5 * 20 = 10$  с. Скорость  $v_2 = 1/0.5 = 2$  м/с.

Интервал 3:  $\Delta t_3 = 0.7 * 20 = 14$  с. Скорость  $v_3 = 1/0.7 = 10/7$  м/с.

Интервал 4:  $\Delta t_4 = 0.6 * 20 = 12$  с. Скорость  $v_4 = 1/0.6 = 10/6$  м/с.

Интервал 5:  $\Delta t_5 = 0.9 * 20 = 18$  с. Скорость  $v_5 = 1/0.9 = 10/9$  м/с.

3. Поиск первой встречи. Анализируя времена, видим, что встреча в интервале 4, после 26 секунд.

Составляем уравнение:  $60 + v_4 A t = 100 - 20 - v_4 B (t+8)$ .

Отсюда  $v_4 A t + v_4 B (t+8) = 20$ , тогда  $t = 1.82$  с.

Получаем время встречи через:  $12 + 8 + 6 + 1.82 = 27.82$  с.

Место встречи  $x = 60 + v_4 A t = 60 + 2 * 1.82 = 63.6$  м.

4. Время движения от одного портала до другого:

"Омега" (А→В):  $T_{\text{Аполовина}} = 12 + 8 + 6 + 10 + 14 = 50$  с.

"Сигма" (В→А):  $T_{\text{Вполовина}} = 8 + 10 + 14 + 12 + 18 = 62$  с.

Полное время цикла (туда и обратно одинаково из-за симметрии  $k(u)$ ):

"Омега":  $T_A = 2 * 50 = 100$  с. "Сигма":  $T_B = 2 * 62 = 124$  с.

5. Центр тоннеля:  $u = 0$ ,  $x = 50$  м (середины интервала 3).

Для "Омега":

Интервал 1 (0-20 м): 8 с.

Интервал 2 (20-40 м): 10 с.

Часть интервала 3 (40-50 м): 10 м при  $v_3 = 10$  м/с → время:  $10/(10/3) = 3$  с.

Итого:  $t_{\text{Ацентр}} = 8 \text{ с} + 10 \text{ с} + 3 \text{ с} = 21 \text{ с}$ .

Для "Сигма":

Интервал 5 (100-80 м):  $18 \text{ с} \rightarrow x=80 \text{ м}$ .

Интервал 4 (80-60 м):  $12 \text{ с} \rightarrow x=60 \text{ м}$ .

Часть интервала 3 (60-50 м):  $10 \text{ м}$  при  $v_3=10/7 \text{ м/с} \rightarrow \text{время: } 10/(10/7) = 7 \text{ с}$ .

Итого:  $t_{\text{Вцентр}} = 18 \text{ с} + 12 \text{ с} + 7 \text{ с} = 37 \text{ с}$ .

### Ответы:

1. Встреча:  $t = 27,82 \text{ с}$ .  $x = 63.6 \text{ м}$  от портала А.

2. Полные циклы: "Омега" – 100 с, "Сигма" – 124 с.

3.  $t_{\text{Ацентр}} 21 \text{ с}$ .  $t_{\text{Вцентр}} = 37 \text{ с}$ .

### Критерии:

1. Определено  $\Delta x$  – 5 баллов

Определены  $\Delta t$  – 5 баллов

Найдено время  $t$  и место  $x$  (расстояние от портала А) встречи зондов. 7

баллов

2. Определено полное время цикла (туда и обратно) для каждого зонда. 3

балла

3. Пояснен способ нахождения и определено время  $T_{\text{центр}}$ . 5 баллов

### Задание 4 – 20 баллов

В цилиндрическом стакане (площадь сечения  $S = 60 \text{ см}^2$ ) провели два опыта.

Опыт 1. В стакан налили керосин  $\rho_{\text{ж}} = 0,8 \text{ г/см}^3$  до  $h_1 = 8 \text{ см}$ . Затем в керосин насыпали алюминиевую дробь (плотность алюминия  $\rho_{\text{д}} = 2,7 \text{ г/см}^3$ ) до уровня  $h_1$ . Масса дроби  $m_{\text{д}} = 648 \text{ г}$ .

Опыт 2. В стакан насыпали сухой мелкий гравий до высоты  $h_2 = 10 \text{ см}$ , затем залили керосином до верха. Общая высота  $H = 14 \text{ см}$ . Масса содержимого после второго опыта  $M = 1120 \text{ г}$ .

Коэффициент пористости  $\phi$  (доля пор между сыпучим материалом, относительно занимаемого им объема в стакане) одинаков в обоих опытах.

Найдите плотность гравия  $\rho_{\text{п}}$  (плотность вещества песчинок).

### Решение:

1. Из опыта 1:

Начальный объем жидкости:  $V_1 = S h_1$ .

Объем материала дроби:  $V_{\text{д}} = m_{\text{д}} / \rho_{\text{д}}$ .

Объем пор (жидкости) между дробью:  $V_{\text{ж1}} = V_1 - V_{\text{д}}$ .

Доля пор:  $\phi = V_{\text{ж1}} / V_1 = (V_1 - V_{\text{д}}) / S h_1 = (S h_1 - m_{\text{д}} / \rho_{\text{д}}) / S h_1 = 1 - m_{\text{д}} / (\rho_{\text{д}} S h_1)$ .  
 $= 1 - 0,648 / (2700 * 60 * 10^{-4} * 0,08) = 0,5$ .

2. Из опыта 2:

Объем слоя песка в стакане:  $V_{\text{сл}} = S h_2$ .

Объем зерен песка без пустот:  $V_{\text{п}} = (1 - \phi) V_{\text{сл}}$ .

Объем пор внутри песка:  $V_{\text{пор}} = \phi V_{\text{сл}}$ .

Общий объем:  $V_{\text{общ}} = S H$ .

Объем жидкости над песком:  $V_{\text{ж сверху}} = V_{\text{общ}} - V_{\text{сл}}$ .

Общий объем жидкости:  $V_{\text{ж2}} = V_{\text{пор}} + V_{\text{ж сверху}}$ .

$$\begin{aligned} \text{Масса жидкости: } m_{ж2} &= \rho_{ж} V_{ж2} = \rho_{ж}(V_{пор} + V_{ж\text{ сверху}}) = \rho_{ж}(\varphi V_{сл} + V_{общ} - V_{сл}) = \\ &= \rho_{ж}(\varphi S h_2 + S H - S h_2). \end{aligned}$$

3. Нахождение плотности.

$$\begin{aligned} \text{Масса песка: } m_{п} &= M - m_{ж2} = M - \rho_{ж}(\varphi S h_2 + S H - S h_2) = \\ M - \rho_{ж} S (\varphi h_2 + H - h_2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Плотность песка: } \rho_{п} &= m_{п}/V_{п} = (M - \rho_{ж} S (\varphi h_2 + H - h_2)) / ((1 - \varphi) S h_2) = \\ &= (1,12 - 800 \cdot 60 \cdot 10^{-4} \cdot (0,5 \cdot 0,1 + 0,14 - 0,1)) / ((1 - 0,5) 60 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1) = \\ &= 0,688 / 0,0003 = 2293 \text{ кг/м}^3 \end{aligned}$$

**Ответ:**  $\rho_{п} = 2293 \text{ кг/м}^3$ .

### Критерии:

1. Из опыта 1 получена расчетная формула  $\varphi$  и число  $\varphi$ . 5 баллов
2. Из опыта 2 определена масса жидкости. 10 баллов
3. Получена расчетная формула плотности и получена величина плотности. 5 баллов.

### Задание 5 – 30 баллов

Экспериментатор исследовал скорость всплытия маленьких пузырьков в жидкости. Он обнаружил, что скорость установившегося всплытия маленького пузырька в вязкой жидкости пропорциональна трем параметрам: весу вытесненного объема жидкости, отнесенного к единице объема ( $\Delta\rho \cdot g$ ), радиусу пузырька ( $r$ ) и вязкости жидкости ( $\eta = 10 \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$  – величина, характеризующая меру внутреннего трения в жидкости), через коэффициент пропорциональности  $k = 2/9$ .

Предположим, что жидкость – вода ( $\rho = 1420 \text{ кг/м}^3$ ), пузырек воздушный ( $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$ ) с радиусом 5 мм. Ускорение свободного падения –  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Разность плотностей жидкости и газа внутри пузырька –  $\Delta\rho$ .

Какова должна быть скорость пузырька?

### Решение:

1. Из условия:  $v = k (\Delta\rho \cdot g)^a r^b \eta^c$ .

Тогда:  $[v] = [\Delta\rho \cdot g]^a [r]^b [\eta]^c$ .

2. Подставляем размерности:

$$(\text{м/с}) = (\text{кг/м}^2 \cdot \text{с}^2)^a (\text{м})^b (\text{кг/(м} \cdot \text{с)})^c .$$

$$(\text{кг}^0 \cdot \text{м/с}) = \text{кг}^{a+c} \cdot \text{м}^{-2a+b-c} \cdot \text{с}^{-2a-c} .$$

Составляем систему уравнений:

$$0 = a + c.$$

$$1 = -2a + b - c.$$

$$-1 = -2a - c.$$

Решаем:

$$a = -c, \text{ подставляем в последнее: } -1 = 2c - c, \text{ получаем } c = -1, a = 1.$$

и из второго уравнения:  $b = 2$ .

3. Получаем формулу:  $v = k \cdot \Delta\rho \cdot g \cdot r^2 / \eta$ .

4. Подставляем величины в формулу:

$$v = k \cdot \Delta\rho \cdot g \cdot r^2 / \eta = 2/9 \cdot 1418,8 \cdot 9,8 \cdot (0,005)^2 / 10 = 0,0077 \text{ м/с} = 0,77 \text{ см/с}.$$

**Ответ:**  $v = 0,77 \text{ см/с}$ .

**Критерии:**

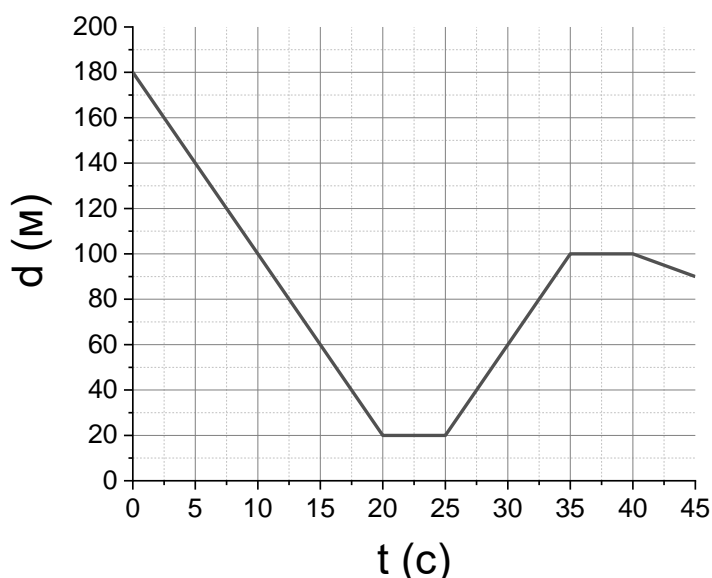
1. Записаны все размерности. 5 баллов.
2. Определены: плотность и объем. 6 баллов.
3. Записано уравнение размерностей со степенями. 6 баллов.
4. Составлена система уравнений и найдены степени 7 баллов.
5. Получена конечная формула и посчитан ответ. 6 баллов.

## Физика. 8 класс. 1 вариант

### Задание 1 – 8 баллов

Два робота движутся по прямолинейному участку длиной  $L=180$  м, с постоянными скоростями. Первый робот стартует из левого конца (точка 0), второй из правого конца (точка  $L$ ). Достигнув противоположного конца, роботы мгновенно разворачиваются и продолжают движение с той же скоростью. Измерение расстояния  $d$  между роботами производится через некоторые промежутки времени. На рисунке приведена зависимость  $d(t)$  для части их пути.

Определите, в какое время роботы встретятся? Каковы скорости каждого робота? Каков временной интервал измерений  $d$ .



#### Решение:

1. Относительная скорость приближения роботов:  $v_{отн} = (180-20)/20 = v_1+v_2 = 8$  м/с

2. Минимальное расстояние 20 м в  $t = 20$  с и 25 с.

Так как измерение производится через несколько секунд, то интервал измерений  $d$  из рисунка равен  $\Delta t = 25-20 = 5$  с.

В 20 секунд  $d = 20$  м, время до встречи  $d/v_{отн} = 20/8 = 2.5$ с.

$t = 20 + 2.5 = 22.5$  с.

3. Составим уравнения

Для интервала 0-20 с при движении роботов друг к другу.

$v_1 t_1 + v_2 \Delta t_1 = \Delta d_1$ , возьмем  $\Delta d_1 = 180-20=160$  м,  $\Delta t_1=20$  с.

Для интервала 40-45 с при движении роботов в одном направлении

$v_1 t_2 - v_2 \Delta t_2 = \Delta d_2$ , возьмем  $\Delta d_2 = 100-90=10$  м,  $\Delta t_2=5$  с.

Решаем систему уравнений, получаем:  $v_1 = 5$  м/с,  $v_2 = 3$  м/с.

**Ответ:**  $t = 22.5$  с,  $\Delta t = 5$  с,  $v_1 = 5$  м/с,  $v_2 = 3$  м/с.

#### Критерии:

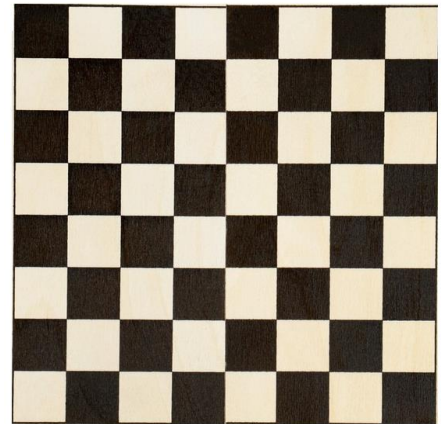
1. Определено время встречи роботов. 2 балла

2. Определен интервал измерения d.1 балл
3. Записаны уравнения для двух направлений движений роботов. 3 балла
4. Определены скорости.2 балла

### Задание 2 – 20 баллов

Рассмотрим шахматную доску как сетку, состоящую из  $9 \times 9$  узлов. По этой сетке движутся объекты.

Оба путешественника стартуют одновременно из верхнего левого узла  $(0,0)$ . Скорость будем задавать в узлах в секунду. То есть, пробегая от узла с координатами  $(1,1)$  до узла с координатами  $(1,3)$  за 1 секунду, скорость будет 3 узла в секунду (узла/с).



Нужно попасть в узел  $(8,8)$ . Есть два маршрута.

Маршрут 1. Прямой маршрут:  $(0,0) \rightarrow (8,0) \rightarrow (8,8)$  с переменной скоростью.

На горизонтальном участке,  $(0,0) \rightarrow (8,0)$ : 5 узлов/с.

На вертикальном участке: 3 узла/с.

Обязательная остановка в  $(8,0)$ : 0.6 секунды.

Маршрут 2. Обходной маршрут:  $(0,0) \rightarrow (0,6) \rightarrow (8,6) \rightarrow (8,8)$ , но с постоянной скоростью на всех участках:  $V$  узлов/с.

Определите:

1. При какой скорости  $V$  (узла/с) Обходной маршрут станет выгоднее (быстрее) прямого?
2. Если  $V = 4$  узла/с, определите, какова будет координата каждого путешественника через 3 секунды после старта (например:  $(8, 0.3)$ ).

**Решение:**

1. Обозначим длину стороны прямоугольника –  $a$ .

Тогда скорости:

3 узла/с –  $2a$  за 1 секунду.

4 узла/с –  $3a$  за 1 секунду.

5 узлов/с –  $4a$  за 1 секунду.

2. Время Прямого маршрута:

· Участок 1:  $(0,0) \rightarrow (8,0)$  – расстояние  $8a$ ,  $V = 4a$  за 1 секунду  $\rightarrow t_1 = 1c \cdot 8a / 4a = 2$  с.

· Остановка: 0.6 с

· Участок 2:  $(8,0) \rightarrow (8,8)$  – расстояние  $8a$ ,  $V = 2a$  за 1 секунду.  $\rightarrow t_2 = 1c \cdot 8a / 2a \approx 4$  с.

Итого  $T_{\text{пр}} = 2 + 0.6 + 4 = 6.6$  с.

3. Длина Обходного маршрута:

· Участок  $(0,0) \rightarrow (0,6) = 6a$ .

· Участок  $(0,6) \rightarrow (8,6) = 8a$ .

· Участок  $(8,6) \rightarrow (8,8) = 2a$ .

Итого длина Обходного маршрута:  $6a + 8a + 2a = 16a$

4. Условие выгодности маршрута:  $T_{\text{об}} = 16a/V < T_{\text{пр}} = 6.6 \text{ с}$ .

$V > 16a / 6.6 \text{ с} \approx 2.42a$  за 1 секунду.

5. Перевод в узлы /с.

$V > 2.42a$  за 1 секунду.

Объект прошел  $2.42a$ , то есть 3 узла и еще  $0.42a$ .

Таким образом,  $V > 3.42$  узла /с.

6. При  $V = 4$  узла/с –  $3a$  за 1 секунду.

Определим положение через 3 секунды.

Прямой маршрут:

· Участок  $(0,0) \rightarrow (8,0)$ , расстояние  $8a$ , – проехал за  $1\text{с} \cdot 8a / 3a = 2,66 \text{ с}$ .

· Стоял  $0.6 \text{ с}$  (до  $t = 3,26 \text{ с}$ ),

то есть координаты:  $(8, 0)$ .

Обходной маршрут, общий путь  $14a$ .

· Участок  $(0,0) \rightarrow (0,6)$ : расстояние  $6a$ , – проехал за  $1\text{с} \cdot 6a / 3a = 2 \text{ с}$ .

· Участок  $(0,6) \rightarrow (8,6)$  осталось времени  $3\text{с} - 2\text{с} = 1\text{с}$ .

Так как скорость  $3a$  за 1 секунду,

то за  $1 \text{ с}$  на участке  $(0,6) \rightarrow (8,6)$  пройдено  $3a / 1\text{с} = 3a$ , то есть стали координаты  $(3,6)$

**Ответ:**

1.  $V > 3.42$  узла /с.

2. Прямой:  $(8, 0)$ , Обходной:  $(3, 6)$

**Критерии:**

1. Определены расстояния участков. 4 балла

2. Связаны расстояния и время движения в системе СИ.. Сделаны переводы узлов в секунду с расстоянием в секунду. 4 балла

3. Определена скорость, при которой Обходной маршрут станет выгоднее 4 балла

4. Пояснен способ нахождения и определена координата. 8 баллов.

### Задание 3 – 17 баллов

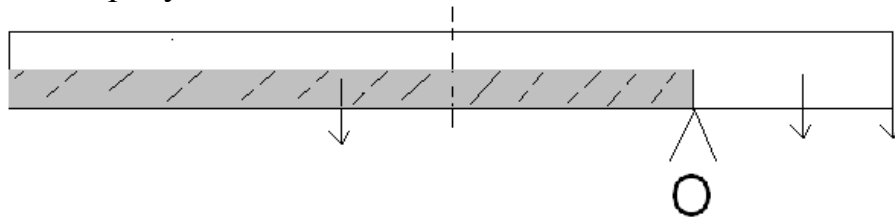
Однородный V-образный жёлоб имеет поперечное сечение — равносторонний треугольник (вершина внизу). Длина жёлоба  $L = 4 \text{ м}$ . Жёлоб может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси  $O$ . Ось расположена на расстоянии  $1 \text{ м}$  от правого конца.

В жёлоб до половины высоты с левой стороны относительно оси  $O$  налита жидкость плотностью  $\rho = 0.8 \text{ г/см}^3$ . Жидкость не растекается, так как имеются перегородки. Полная масса жёлоба без жидкости  $M = 20 \text{ кг}$ . Полный объём жёлоба (если бы он был заполнен до верха)  $V_{\text{полн}} = 0,12 \text{ м}^3$ . К правому концу жёлоба приложена вертикальная сила  $F$ , направленная вниз.

Чему равна сила  $F$ , если система находится в горизонтальном равновесии?  
Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

**Решение:**

Схематический рисунок:



1. Центры масс и плечи.

Центр масс жидкости при равномерном распределении жидкости расположен в середине левой части. Значит плечо силы тяжести жидкости:  $l_2 = 1,5 \text{ м}$ .

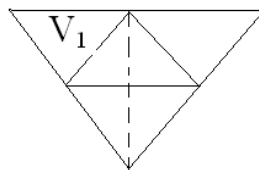
Плечо приложения силы  $F$ :  $l_F = 1 \text{ м}$ .

Плечо сила тяжести левой части желоба:  $l_{Л} = 1,5 \text{ м}$ .

Плечо сила тяжести правой части желоба:  $l_{П} = 0,5 \text{ м}$ .

2 Определим массы и вес жидкости и желоба.

Геометрически дорисуем разрез желоба:



До оси  $O$  объем желоба  $= 3V_{\text{полн}}/4 = 3 \cdot 0,12/4 = 0,09 \text{ м}^3$ .

При заполнении до середины высоты, из подобия треугольников (см. рисунок разреза желоба), следует, что полный объем желоба  $3V_{\text{полн}}/4 = 4V_1$ .

Тогда объем жидкости до середины оси  $O$ :  $V = 0,09/4 = 0,0225 \text{ м}^3$ .

Масса жидкости:  $m = \rho \cdot V = 800 \cdot 0,0225 = 18 \text{ кг}$ .

Вес жидкости:  $P_2 = m \cdot g = 18 \cdot 10 = 180 \text{ Н}$ .

Вес левой части желоба:  $P_{Л} = g \cdot 3M/4 = 150 \text{ Н}$

Вес правой части желоба:  $P_{П} = g \cdot M/4 = 50 \text{ Н}$

3. Уравнение равновесия:

$$P_{Л} \cdot l_{Л} + P_2 \cdot l_2 = F \cdot l_F + P_{П} \cdot l_{П}.$$

Подставляем числа, получаем:

$$150 \cdot 1,5 + 180 \cdot 1,5 = F \cdot 1 + 50 \cdot 0,5.$$

$$495 - 25 = F \cdot 1.$$

$$F = 470.$$

Тогда  $F = 470 \text{ Н}$ .

**Ответ:**  $F = 470 \text{ Н}$ .

**Критерии:**

1. Составлено уравнение равновесия 4 балла

2. Предложен метод определения объема жидкости 2 балла

3. Определены все силы 4 баллов

4. Определены все плечи 5 баллов
5. Получен ответ 2 балла

### Задание 4 – 30 баллов

Известно, что сила давления сыпучего материала на дно мензурки:

$$F = \pi g^a \rho^b R^c / 2\mu.$$

Какова величина этой силы (в мН)?

Ускорение свободного падения  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ , радиус мензурки  $R = 5 \text{ мм}$ , высота мензурки  $h = 15 \text{ см}$ . Коэффициент трения о стекло мензурки принять равным  $\mu = 0.3$ . Мензурка полностью заполнена сыпучим материалом массой  $8 \text{ г}$  и плотностью  $\rho$ .  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа.

#### Решение:

1. Решаем методом размерностей.  $F = \pi g^a \rho^b R^c / 2\mu$ .

$$\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 = (\text{м} / \text{с}^2)^a (\text{кг} / \text{м}^3)^b \text{ м}.$$

Находим:  $b=1$ ,  $a=1$ , тогда из  $1=a-3b+c$ , получаем  $c=3b+3$ .

$$\text{Получаем: } F = \pi g \rho R^3 / 2\mu.$$

2. Так как  $\rho = m/V = m/\pi R^2 h = 679.4 \text{ кг/м}^3$ .

$$3. F = \pi g \rho R^3 / 2\mu = 3.14 \cdot 9.8 \cdot 679.4 \cdot (0.005)^3 / (2 \cdot 0.3) = 0.00435 \text{ Н} = 4.4 \text{ мН}.$$

**Ответ:**  $F = 4.4 \text{ мН}$ .

#### Критерии:

1. Записаны все размерности. 5 баллов.
2. Определены: плотность и объем. 6 баллов.
3. Записано уравнение размерностей со степенями. 6 баллов.
4. Составлена система уравнений и найдены степени 7 баллов.
5. Получена конечная формула и посчитан ответ. 6 баллов.

### Задание 5 – 25 баллов

В двух теплоизолированных цилиндрических сосудах, соединённых тонкой теплопроводящей перегородкой по всей высоте, находятся разные жидкости.

В левом сосуде вода плотностью  $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ , удельной теплоёмкостью  $c_v = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°C)}$ , массой  $m_v = 0.6 \text{ кг}$  с начальной температурой  $t_{v0} = 40 \text{ °C}$ .

В правом сосуде раствор соли плотностью  $\rho_p = 1100 \text{ кг/м}^3$ , удельной теплоёмкостью  $c_p = 3800 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°C)}$ , массой  $m_p = 0.4 \text{ кг}$  с начальной температурой  $t_{p0} = 30 \text{ °C}$ .

В каждом сосуде плавает по одной льдине. Масса каждой льдины по  $M_l = 150 \text{ г}$  и с температурой  $0 \text{ °C}$ . Плотность льда  $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ .

В левую льдину заморожен алюминиевый шарик объёмом  $V_{Al} = 5 \text{ см}^3$ , плотность  $\rho_{Al} = 2700 \text{ кг/м}^3$ .

В правую льдину заморожен стальной шарик объёмом  $V_{ст} = 2 \text{ см}^3$ , плотность  $\rho_{ст} = 7800 \text{ кг/м}^3$ .

Шарики соединены лёгкой нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок, расположенный над перегородкой. Сначала, система находится в равновесии, нить натянута. Но, в процессе теплообмена жидкости охлаждаются, льдины тают. Вода от таяния испаряется и не влияет на плавание льдин. Объём жидкостей в сосудах при этом не меняется. В некоторый момент сила натяжения нити становится равной нулю, а льдины с шариками плавают, полностью погруженные в жидкость.

Найдите температуру жидкостей  $t$  в этот момент времени.

Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330 \text{ кДж/кг}$ , ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Теплоёмкостью сосудов, перегородки, нити и блока пренебречь.

### Решение:

1. Определим массы шариков

$$m_{Al} = \rho_{Al} \cdot V_{Al} = 2700 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 0,0135 \text{ кг}$$

$$m_{ст} = \rho_{ст} \cdot V_{ст} = 7800 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 0,0156 \text{ кг}$$

2. Когда сила натяжения  $T = 0$ , на каждую систему «льдина + шарик» действуют только сила тяжести ( $P$ ) и сила Архимеда ( $F_A$ ). В этот момент система «льдина + шарик» плавает и находится в равновесии. Это обусловлено отсутствием силы натяжения нити и теплообменом между жидкостями.

Для левого сосуда:  $F_{Aлев} = P_{лев} = (m_{ллев} + m_{Al})g$  — сила тяжести,

Для правого сосуда:  $F_{Aправ} = P_{прав} = (m_{лправ} + m_{ст})g$ .

3. Поскольку шарик находится внутри льда, жидкость вытесняется объёмом, равным сумме объёма льда и объёма шарика:  $V_{погр} = m_{л}/\rho_{л} + V_{ш}$ .

Тогда сила Архимеда:  $F_A = \rho_{ж} \cdot g \cdot V_{погр} = \rho_{ж} \cdot g (m_{л}/\rho_{л} + V_{ш})$ .

4. Уравнения равновесия

Для левого сосуда (вода):  $\rho_{ж} \cdot g (m_{ллев}/\rho_{л} + V_{Al}) = (m_{ллев} + m_{Al})g$

Сокращаем  $g$ , для левого сосуда (вода):  $1000 \cdot (m_{ллев}/900 + 5 \cdot 10^{-6}) = m_{ллев} + 0,0135$  (1)

Для правого сосуда (раствор):  $1100 \cdot (m_{лправ}/900 + 2 \cdot 10^{-6}) = m_{лправ} + 0,0156$  (2)

5. Решение уравнений

Из (1):  $1,1111 \cdot m_{ллев} - m_{ллев} = 0,0135 - 0,005$ ,  $0,1111 \cdot m_{ллев} = 0,0085$

$$m_{ллев} = 0,0085/0,1111 = 0,0765 \text{ кг} = 76,5 \text{ г.}$$

Из (2):  $1,2222 \cdot m_{лправ} - m_{лправ} = 0,0156 - 0,0022$ ,  $0,2222 \cdot m_{лправ} = 0,0134$

$$m_{лправ} = 0,0134/0,2222 = 0,0603 \text{ кг} = 60,3 \text{ г.}$$

6. Количество растаявшего льда

$$\Delta M_{\text{лев}} = M_{\text{л}} - m_{\text{лев}} = 0,150 - 0,0765 = 0,0735 \text{ кг.}$$

$$\Delta M_{\text{прав}} = M_{\text{л}} - m_{\text{прав}} = 0,150 - 0,0603 = 0,0897 \text{ кг.}$$

7. Тепло, необходимое для плавления льда:

$$Q = \lambda * (\Delta M_{\text{лев}} + \Delta M_{\text{прав}}) = 3,3 * 10^5 * (0,0735 + 0,0897) = 53856 \text{ Дж.}$$

$$\text{Тепло, отданное жидкостями: } m_{\text{в}} * c_{\text{в}} * (40 - t) + m_{\text{р}} * c_{\text{р}} * (30 - t) = Q$$

$$0,6 * 4200 * (40 - t) + 0,4 * 3800 * (30 - t) = 53856$$

$$2520 * (40 - t) + 1520 * (30 - t) = 53856$$

$$100800 - 2520t + 45600 - 1520t = 53856$$

$$146400 - 4040t = 53856$$

$$4040t = 146400 - 53856 = 92544$$

$$t = 92544 / 4040 = 22,91 \text{ }^{\circ}\text{C.}$$

**Ответ:**  $t = 22,91 \text{ }^{\circ}\text{C} \sim 23 \text{ }^{\circ}\text{C}.$

### **Критерии:**

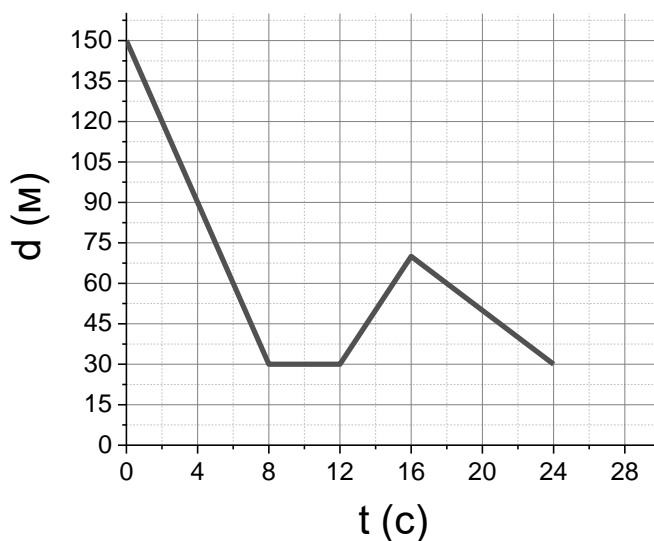
1. Определены массы шариков. 2 балла.
2. Составлены уравнения равновесия справа и слева системы «льдина + шарик». 6 баллов.
3. Решены уравнения равновесия и получены количества растаявшего льда справа и слева. 8 баллов.
4. Записаны уравнения теплового баланса. 5 баллов.
5. Рассчитаны температуры. 4 балла.

## Физика. 8 класс. 2 вариант

### Задание 1 – 8 баллов

Два робота движутся по прямолинейному участку длиной  $L=150$  м, с постоянными скоростями. Первый робот стартует из левого конца (точка 0), второй из правого конца (точка  $L$ ). Достигнув противоположного конца, роботы мгновенно разворачиваются и продолжают движение с той же скоростью. Измерение расстояния  $d$  между роботами производится через некоторые промежутки времени. На рисунке приведена зависимость  $d(t)$  для части их пути.

Определите, в какое время роботы встретятся? Каковы скорости каждого робота? Каков временной интервал измерений  $d$ .



#### Решение:

1. Относительная скорость приближения роботов:  $v_{отн} = (150-30)/8 = v_1+v_2 = 15$  м/с

2. Минимальное расстояние 30 м в  $t = 8$  с и 12 с.

Так как измерение производится через несколько секунд, то интервал измерений  $d$  из рисунка равен  $\Delta t = 12 - 8 = 4$  с.

В 8 секунд  $d = 30$  м, время до встречи  $d/v_{отн} = 30/15 = 2$  с.

$t = 8 + 2 = 10$  с.

3. Составим уравнения

Для интервала 0-8 с при движении роботов друг к другу.

$v_1 t + v_2 \Delta t_1 = \Delta d_1$ , возьмем  $\Delta d_1 = 150 - 30 = 120$  м,  $\Delta t_1 = 8$  с.

Для интервала 18-24 с при движении роботов в одном направлении

$v_1 t - v_2 \Delta t_2 = \Delta d_2$ , возьмем  $\Delta d_2 = 60 - 30 = 30$  м,  $\Delta t_2 = 6$  с.

Решаем систему уравнений, получаем:  $v_1 = 5$  м/с,  $v_2 = 10$  м/с.

**Ответ:**  $t = 10$  с,  $\Delta t = 4$  с,  $v_1 = 5$  м/с,  $v_2 = 10$  м/с.

#### Критерии:

1. Определено время встречи роботов. 2 балла

2. Определен интервал измерения  $d$ . 1 балл

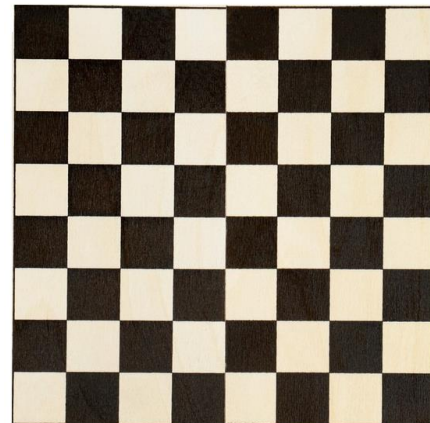
3. Записаны уравнения для двух направлений движений роботов. 3 балла

#### 4. Определены скорости. 2 балла

### Задание 2 – 20 баллов

Рассмотрим шахматную доску как сетку, состоящую из  $9 \times 9$  узлов. По этой сетке движутся объекты.

Оба путешественника стартуют одновременно из верхнего левого узла  $(0,0)$ . Скорость будем задавать в узлах в секунду. То есть, пробегая от узла с координатами  $(1,1)$  до узла с координатами  $(1,3)$  за 1 секунду, скорость будет 3 узла в секунду (узла/с).



Нужно попасть в узел  $(8,8)$ . Есть два маршрута.

Маршрут 1. Прямой маршрут:  $(0,0) \rightarrow (0,8) \rightarrow (8,8)$  с переменной скоростью.

На вертикальном участке  $(0,0) \rightarrow (0,8)$ : 4 узла/с.

На горизонтальном участке: 6 узлов/с.

Обязательная остановка в  $(0,8)$ : 0.4 секунды.

Маршрут 2. Обходной маршрут:  $(0,0) \rightarrow (4,0) \rightarrow (4,8) \rightarrow (8,8)$ , но с постоянной скоростью на всех участках:  $V$  узлов/с.

Определите:

1. При какой скорости  $V$  (узла/с) Обходной маршрут станет выгоднее (быстрее) прямого?

2. Если  $V = 5$  узлов/с, определите, какова будет координата каждого путешественника через 3 секунды после старта (например:  $(8,0.3)$ ).

**Решение:**

1 Обозначим длину стороны прямоугольника –  $a$ .

Тогда скорости:

4 узла/с –  $3a$  за 1 секунду.

5 узлов/с –  $4a$  за 1 секунду.

6 узлов/с –  $5a$  за 1 секунду.

2. Время Прямого маршрута:

· Участок 1:  $(0,0) \rightarrow (0,8)$  – расстояние  $8a$ ,  $V = 3a$  за 1 секунду  $\rightarrow t_1 = 1c \cdot 8a / 3a = 8/3$  с.

· Остановка: 0.4 с.

· Участок 2:  $(0,8) \rightarrow (8,8)$  – расстояние  $8a$ ,  $V = 5a$  за 1 секунду.  $\rightarrow t_2 = 1c \cdot 8a / 5a = 8/5$  с.

Итого  $T_{\text{пр}} = 8/3 + 0,4 + 8/5 = 14/3 \sim 4,66$  с.

3. Длина Обходного маршрута:

· Участок  $(0,0) \rightarrow (4,0) = 4a$ .

· Участок  $(4,0) \rightarrow (4,8) = 8a$ .

· Участок  $(4,8) \rightarrow (8,8) = 4a$ .

Итого длина Обходного маршрута:  $4a + 8a + 4a = 16a$

4. Условие выгодности маршрута:  $T_{\text{об}} = 16a/V < T_{\text{пр}} = 14/3 \sim 4,66 \text{ с.}$   
 $V > 16a / (14/3) \text{ с.} \approx 48a/14 = 3.42a \text{ за } 1 \text{ секунду.}$

5. Перевод в узлы /с.

$V > 3.42a \text{ за } 1 \text{ секунду.}$

Объект прошел  $3.42a$ , то есть 4 узла и еще  $0.42a$ .

Таким образом,  $V > 4.42 \text{ узлов /с.}$

6. При  $V = 5 \text{ узлов/с} - 4a \text{ за } 1 \text{ секунду.}$

Определим положение через 3 секунды.

Прямой маршрут:

· участок  $(0,0) \rightarrow (0,8)$ , расстояние  $8a$ , – проехал за  $1с*8a/4a = 2 \text{ с.}$

· Стоял  $0.4 \text{ с}$  (до  $t=2,4 \text{ с}$ ),

· участок  $(0,8) \rightarrow (8,8)$ :  $3 - 2.4 = 0.6 \text{ с.}$

Так как скорость  $4a \text{ за } 1 \text{ секунду.}$

то за  $0.6 \text{ с}$  на участке  $(0,8) \rightarrow (8,8)$  пройдено  $0,6*4a=2.4a$ , то есть пройдено 2 узла и  $0,4a$

Координаты:  $(2.4, 8)$ .

Обходной маршрут, общий путь  $12 a$ .

· Участок  $(0,0) \rightarrow (4,0) = 4a$  – проехал за  $1с*4a/5a = 4/5 \text{ с}=0,8 \text{ с.}$

· Участок  $(4,0) \rightarrow (4,8) = 4a$  – проехал за  $1с*4a/5a = 4/5 \text{ с}=0,8 \text{ с.}$

· Участок  $(4,8) \rightarrow (8,8) = 4a$  – проехал за  $1с*4a/5a = 4/5 \text{ с}=0,8 \text{ с.}$

Итого:  $0,8 \text{ с.} + 0,8 \text{ с.} + 0,8 \text{ с.} = 2,4 \text{ с}$

Тело в конечной точке до  $3с$ , координаты:  $(8, 8)$ .

**Ответ:**

1.  $V > 4.42 \text{ узлов /с.}$

2. Прямой:  $(2.4, 8)$ , Обходной:  $(8, 8)$

**Критерии:**

1. Определены расстояния участков. 4 балла

2. Связаны расстояния и время движения в системе СИ.. Сделаны переводы узлов в секунду с расстоянием в секунду. 4 балла

3. Определена скорость, при которой Обходной маршрут станет выгоднее 4 балла

4. Пояснен способ нахождения и определена координата. 8 баллов.

### Задание 3 – 17 баллов

Однородный V-образный жёлоб имеет поперечное сечение — равносторонний треугольник (вершина внизу). Длина жёлоба  $L = 4 \text{ м}$ . Жёлоб может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси O. Ось расположена на расстоянии  $1 \text{ м}$  от левого конца.

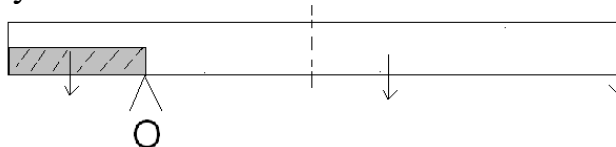
В жёлоб до половины высоты с левой стороны относительно оси O налита жидкость плотностью  $\rho = 1.2 \text{ г/см}^3$ . Жидкость не растекается, так как имеются перегородки. Полная масса желоба без жидкости  $M = 20 \text{ кг}$ . Полный объём жёлоба

(если бы он был заполнен до верха)  $V_{\text{полн}} = 0,5 \text{ м}^3$ . К правому концу жёлоба приложена вертикальная сила  $F$ , направленная вниз.

Чему равна сила  $F$ , если система находится в горизонтальном равновесии?  
Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

**Решение:**

Схематический рисунок:



1. Центры масс и плечи.

Центр масс жидкости при равномерном распределении жидкости расположен в середине левой части. Значит плечо силы тяжести жидкости:  $l_2 = 0,5 \text{ м}$ .

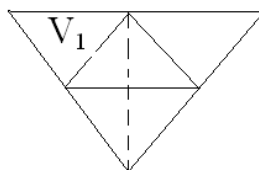
Плечо приложения силы  $F$ :  $l_F = 3 \text{ м}$ .

Плечо сила тяжести левой части жёлоба:  $l_1 = 0,5 \text{ м}$ .

Плечо сила тяжести правой части жёлоба:  $l_3 = 1,5 \text{ м}$ .

2. Определим массы и вес жидкости и жёлоба.

Геометрически дорисуем разрез жёлоба:



До оси  $O$  объем жёлоба  $= V_{\text{полн}}/4 = 0,5/4 = 0,125 \text{ м}^3$ .

При заполнении до середины высоты, из подобия треугольников (см. рисунок разреза жёлоба), следует, что полный объем жёлоба  $V_{\text{полн}}/4 = 4V_1$ .

Тогда объем жидкости до середины оси  $O$ :  $V = 0,03/4 = 0,03125 \text{ м}^3$ .

Масса жидкости:  $m = \rho * V = 1200 * 0,03125 = 37,5 \text{ кг}$ .

Вес жидкости:  $P_2 = m * g = 37,5 * 10 = 375 \text{ Н}$ .

Вес левой части жёлоба:  $P_1 = g * M/4 = 50 \text{ Н}$

Вес правой части жёлоба:  $P_3 = g * 3M/4 = 150 \text{ Н}$

3. Уравнение равновесия:

$$P_1 * l_1 + P_2 * l_2 = F * l_F + P_3 * l_3.$$

Подставляем числа, получаем:

$$50 * 0,5 + 375 * 0,5 = F * 3 + 150 * 1,5$$

$$400 - 225 = F * 3$$

$$3F = 175.$$

$$\text{Тогда } F = 58,33 \text{ Н}.$$

**Ответ:**  $F = 58,33 \text{ Н}$ .

**Критерии:**

1. Составлено уравнение равновесия 4 балла

2. Предложен метод определения объема жидкости 2 балла

3. Определены все силы 4 баллов

4. Определены все плечи 5 баллов
5. Получен ответ 2 балла

### Задание 4 – 30 баллов

Известно, что сила давления сыпучего материала на дно мензурки:

$$F = \pi g^a \rho^b R^c / 2\mu.$$

Какова величина этой силы (в мН)?

Ускорение свободного падения  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ , радиус мензурки  $R$ , объем мензурки  $V = 15 \text{ см}^3$ , высота мензурки  $h = 15 \text{ см}$ . Коэффициент трения о стекло мензурки принять равным  $\mu = 0.3$ . Мензурка полностью заполнена сыпучим материалом массой  $10 \text{ г}$  и плотностью  $\rho$ .  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа.

#### Решение:

1. Решаем методом размерностей.  $F = \pi g^a \rho^b R^c / 2\mu$ .

$$\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 = (\text{м} / \text{с}^2)^a (\text{кг} / \text{м}^3)^b \text{ м}.$$

Находим:  $b=1$ ,  $a=1$ , тогда из  $1=a-3b+c$ , получаем  $c=3b+3$ .

Получаем  $F = \pi g \rho R^3 / 2\mu$ .

2. Так как  $\rho = m/V = 666.6 \text{ кг/м}^3$ , а так как  $V = \pi R^2 h$ , то  $R = (V/\pi h)^{1/2} = 0.0055 \text{ м}$ .

3.  $F = \pi g \rho R^3 / 2\mu = 3.14 \cdot 9.8 \cdot 666.66 \cdot (0.0055)^3 / (2 \cdot 0.3) = 0.0568 \text{ Н} = 5.7 \text{ мН}$ .

**Ответ:**  $F = 5,7 \text{ мН}$ .

#### Критерии:

1. Записаны все размерности. 5 баллов.
2. Определены: плотность и объем. 6 баллов.
3. Записано уравнение размерностей со степенями. 6 баллов.
4. Составлена система уравнений и найдены степени 7 баллов.
5. Получена конечная формула и посчитан ответ. 6 баллов.

### Задание 5 – 25 баллов

В двух теплоизолированных цилиндрических сосудах, соединённых тонкой теплопроводящей перегородкой по всей высоте, находятся разные жидкости.

В левом сосуде вода плотностью  $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ , удельной теплоёмкостью  $c_v = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ , массой  $m_v = 0,5 \text{ кг}$  с начальной температурой  $t_{v0} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ .

В правом сосуде раствор сахарного сиропа плотностью  $\rho_p = 1300 \text{ кг/м}^3$ , удельной теплоёмкостью  $c_p = 3200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ , массой  $m_p = 0,4 \text{ кг}$  с начальной температурой  $t_{p0} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

В каждом сосуде плавает по одной льдине. Масса каждой льдины по  $M_l = 100 \text{ г}$  и с температурой  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Плотность льда  $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ .

В левую льдину заморожен алюминиевый шарик объёмом  $V_{Al} = 4 \text{ см}^3$ , плотность  $\rho_{Al} = 2700 \text{ кг/м}^3$ .

В правую льдину вморожен стальной шарик объёмом  $V_{ст} = 3 \text{ см}^3$ , плотность  $\rho_{ст} = 7800 \text{ кг/м}^3$ .

Шарики соединены лёгкой нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок, расположенный над перегородкой. Сначала, система находится в равновесии, нить натянута. Но, в процессе теплообмена жидкости охлаждаются, льдины тают. Вода от таяния испаряется и не влияет на плавание льдин. Объём жидкостей в сосудах при этом не меняется. В некоторый момент сила натяжения нити становится равной нулю, а льдины с шариками плавают, полностью погруженные в жидкость.

Найдите температуру жидкостей  $t$  в этот момент времени.

Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330 \text{ кДж/кг}$ , ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Теплоёмкостью сосудов, перегородки, нити и блока пренебречь.

### Решение:

1. Определим массы шариков

$$m_{Al} = \rho_{Al} \cdot V_{Al} = 2700 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 0,0108 \text{ кг}$$

$$m_{ст} = \rho_{ст} \cdot V_{ст} = 7800 \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 0,0234 \text{ кг}$$

2. Когда сила натяжения  $T = 0$ , на каждую систему «льдина + шарик» действуют только сила тяжести ( $P$ ) и сила Архимеда ( $F_A$ ). В этот момент система «льдина + шарик» плавает и находится в равновесии. Это обусловлено отсутствием силы натяжения нити и теплообменом между жидкостями.

Для левого сосуда:  $F_{A\text{лев}} = P_{\text{лев}} = (m_{\text{ллев}} + m_{Al})g$  — сила тяжести,

Для правого сосуда:  $F_{A\text{прав}} = P_{\text{прав}} = (m_{\text{лправ}} + m_{ст})g$ .

3. Поскольку шарик находится внутри льда, жидкость вытесняется объёмом, равным сумме объёма льда и объёма шарика:  $V_{\text{погр}} = m_{\text{лрл}}/\rho_{\text{л}} + V_{\text{ш}}$ .

Тогда сила Архимеда:  $F_A = \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot V_{\text{погр}} = \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot (m_{\text{лрл}}/\rho_{\text{л}} + V_{\text{ш}})$ .

4. Уравнения равновесия

Для левого сосуда (вода):  $\rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot (m_{\text{ллев}}/\rho_{\text{л}} + V_{Al}) = (m_{\text{ллев}} + m_{Al})g$

Сокращаем  $g$ , для левого сосуда (вода):  $1000 \cdot (m_{\text{ллев}}/900 + 4 \cdot 10^{-6}) = m_{\text{ллев}} + 0,0108$  (1)

Для правого сосуда (раствор):  $1300 \cdot (m_{\text{лправ}}/900 + 3 \cdot 10^{-6}) = m_{\text{лправ}} + 0,0234$  (2)

5. Решение уравнений

Из (1):  $1,1111 \cdot m_{\text{ллев}} - m_{\text{ллев}} = 0,0108 - 0,004$ ,  $0,1111 \cdot m_{\text{ллев}} = 0,0068$

$m_{\text{ллев}} = 0,0068/0,1111 = 0,0612 \text{ кг} = 61,2 \text{ г}$ .

Из (2):  $1,2222 \cdot m_{\text{лправ}} - m_{\text{лправ}} = 0,0234 - 0,0039$ ,  $0,4444 \cdot m_{\text{лправ}} = 0,0195$

$m_{\text{лправ}} = 0,0195/0,4444 = 0,0439 \text{ кг} = 43,9 \text{ г}$ .

6. Количество растаявшего льда

$\Delta M_{\text{лев}} = M_{\text{л}} - m_{\text{ллев}} = 0,1 - 0,0612 = 0,0388 \text{ кг}$ .

$\Delta M_{\text{прав}} = M_{\text{л}} - m_{\text{лправ}} = 0,1 - 0,0439 = 0,0561 \text{ кг}$ .

7. Тепло, необходимое для плавления льда:

$$Q = \lambda * (\Delta M_{\text{лев}} + \Delta M_{\text{прав}}) = 3,3 * 10^5 * (0,0388 + 0,0561) = 31317 \text{ Дж.}$$

Тепло, отданное жидкостями:  $m_{\text{в}} * c_{\text{в}} * (40 - t) + m_{\text{р}} * c_{\text{р}} * (20 - t) = Q$

$$0,5 * 4200 * (40 - t) + 0,4 * 3200 * (20 - t) = 31317$$

$$2100 * (40 - t) + 1280 * (20 - t) = 31317$$

$$84000 - 2100t + 25600 - 1280t = 31317$$

$$109600 - 3380t = 31317$$

$$3380t = 109600 - 31317 = 78283$$

$$t = 78283 / 3380 = 23,16 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

**Ответ:**  $t = 23,16 \text{ } ^\circ\text{C} \sim 23 \text{ } ^\circ\text{C}.$

**Критерии:**

1. Определены массы шариков. 2 балла.
2. Составлены уравнения равновесия справа и слева системы «льдина + шарик». 6 баллов.
3. Решены уравнения равновесия и получены количества растаявшего льда справа и слева. 8 баллов.
4. Записаны уравнения теплового баланса. 5 баллов.
5. Рассчитаны температуры. 4 балла.

## Физика. 8 класс. 3 вариант

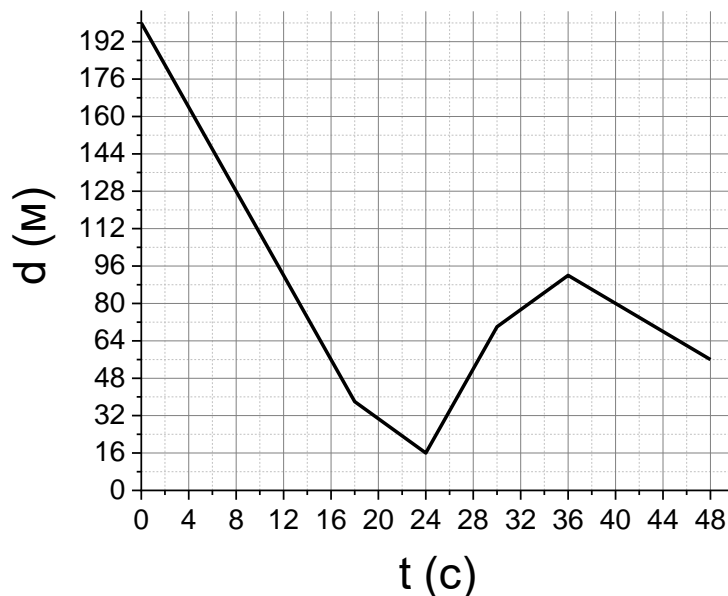
Работа рассчитана на 240 минут.

**Напишите не только ответы, но и подробные объяснения, как эти ответы получены.**

### Задание 1 – 8 баллов

Два робота движутся по прямолинейному участку длиной  $L=200$  м, с постоянными скоростями. Первый робот стартует из левого конца (точка 0), второй из правого конца (точка  $L$ ). Достигнув противоположного конца, роботы мгновенно разворачиваются и продолжают движение с той же скоростью. Измерение расстояния  $d$  между роботами производится через некоторые промежутки времени. На рисунке приведена зависимость  $d(t)$  для части их пути.

Определите, в какое время роботы встретятся? Каковы скорости каждого робота? Каков временной интервал измерений  $d$ .



#### Решение:

1. Относительная скорость приближения роботов:  $v_{отн} = (200-56)/16 = v_1+v_2 = 9$  м/с

2. Встреча между  $t = 18$  с и  $24$  с.

Так как измерение производится через несколько секунд, то интервал измерений  $d$  из рисунка равен  $\Delta t = 24 - 16 = 6$  с.

В 16 секунд  $d = 56$  м, время до встречи  $d/v_{отн} = 56/9 = 6.2$ с.

$t = 16 + 6.2 = 22.2$  с.

3. Составим уравнения

Для интервала 0-16 с при движении роботов друг к другу.

$v_1 t_1 + v_2 \Delta t_1 = \Delta d_1$ , возьмем  $\Delta d_1 = 200 - 56 = 144$  м,  $\Delta t_1 = 16$  с.

Для интервала 36-48 с при движении роботов в одном направлении

$v_1 t_2 - v_2 \Delta t_2 = \Delta d_2$ , возьмем  $\Delta d_2 = 80 - 56 = 24$  м,  $\Delta t_2 = 8$  с.

Решаем систему уравнений, получаем:  $v_1 = 6 \text{ м/с}$ ,  $v_2 = 3 \text{ м/с}$ .

**Ответ:**  $t = 22.2 \text{ с}$ ,  $\Delta t = 6 \text{ с}$ ,  $v_1 = 6 \text{ м/с}$ ,  $v_2 = 3 \text{ м/с}$ .

### Критерии:

1. Определено время встречи роботов. 2 балла
2. Определен интервал измерения  $d$ . 1 балл
3. Записаны уравнения для двух направлений движений роботов. 3 балла
4. Определены скорости. 2 балла

### Задание 2 – 20 баллов

Рассмотрим шахматную доску как сетку, состоящую из  $9 \times 9$  узлов. По этой сетке движутся объекты.

Оба путешественника стартуют одновременно из верхнего левого узла  $(0,0)$ . Скорость будем задавать в узлах в секунду. То есть, пробегая от узла с координатами  $(1,1)$  до узла с координатами  $(1,3)$  за 1 секунду, скорость будет 3 узла в секунду (узла/с).

Нужно попасть в узел  $(8,8)$ . Есть два маршрута:

Маршрут 1. Прямой маршрут:  $(0,0) \rightarrow (6,0) \rightarrow (6,8) \rightarrow (8,8)$  с переменной скоростью.

На горизонтальном участке  $(0,0) \rightarrow (6,0)$ : 5 узлов/с

На участке  $(6,0) \rightarrow (6,8)$ : 4 узла/с

На участке  $(6,8) \rightarrow (8,8)$ : 6 узлов/с

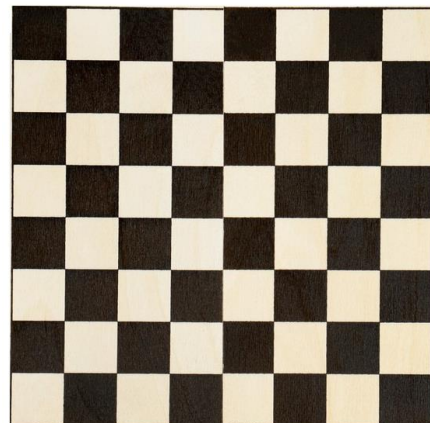
Обязательные остановки: в  $(6,0)$  — 0.3 с, в  $(6,8)$  — 0.3 с

Маршрут 2. Обходной маршрут:  $(0,0) \rightarrow (0,4) \rightarrow (8,4) \rightarrow (8,8)$ , но с постоянной скоростью на всех участках:  $V$  узлов/с.

Определите:

1. При какой скорости  $V$  (узла/с) Обходной маршрут станет выгоднее (быстрее) прямого?

2. Если  $V = 4$  узла/с, определите, какова будет координата каждого путешественника через 3 секунды после старта (например:  $(8,0.3)$ ).



### Решение:

1. Обозначим длину стороны прямоугольника —  $a$ .

Тогда скорости:

4 узла/с —  $3a$  за 1 секунду.

5 узлов/с —  $4a$  за 1 секунду.

6 узлов/с —  $5a$  за 1 секунду.

2. Время Прямого маршрута:

· Участок 1:  $(0,0) \rightarrow (6,0)$  — расстояние  $6a$ ,  $V = 4a$  за 1 секунду  $\rightarrow t_1 = 1c \cdot 6a / 4a = 1,5 \text{ с}$ .

· Остановка: 0.3 с.

· Участок 2:  $(6,0) \rightarrow (6,8)$  — расстояние  $8a$ ,  $V = 3a$  за 1 секунду.  $\rightarrow t_2 = 1c \cdot 8a / 3a = 8/3 \text{ с}$ .

- Остановка: 0.3 с.
- Участок 2: (6,8)→(8,8) – расстояние 2а, V=5а за 1 секунду. →  $t_2 = 1с*2а/5а = 2/5 с$ .

Итого  $T_{пр} = 1,5 + 0,3 + 8/3 + 0,3 + 2/5 = 5,16 с$ .

3. Длина Обходного маршрута:

- Участок (0,0) → (0,4) = 4а.
- Участок (0,4)→(8,4) = 8а.
- Участок (8,4)→(8,8) = 4а.

Итого длина Обходного маршрута: 4а + 8а + 4а = 16а

4. Условие выгодности маршрута:  $T_{об} = 16а/V < T_{пр} = 5,16 с$   
 $V > 16а / (5,16) с. \approx 3.1а$  за 1 секунду.

5. Перевод в узлы /с.

$V > 3.1а$  за 1 секунду.

Объект прошел 3.1а, то есть 4 узла и еще 0.1а.

Таким образом,  $V > 4.1$  узла/с.

6. При  $V = 4$  узла/с – 3а за 1 секунду.

Определим положение через 3 секунды.

Прямой маршрут:

- участок (0,0)→(6,0), расстояние 6а, – проехал за  $1с*6а/3а = 2 с$ .
- Стоял 0.3 с (до  $t=2,3 с$ ),
- участок (6,0)→(6,8):  $3 - 2.3 = 0.7 с$ .

Так как скорость 3а за 1 секунду.

то за 0.7 с на участке (6,0)→(6,8) пройдено  $0,7*3а=2.1а$ , то есть пройдено 2 узла и 0.1а

Координаты: (6, 2.1).

Обходной маршрут, общий путь 12 а.

- Участок (0,0) → (0,4) = 4а – проехал за  $1с*4а/3а = 4/3 с = 0,8 с$ .
- Участок (0,4)→(8,4) = 8а – проехал за  $1с*4а/3а = 4/3 с = 0,8 с$ .
- Участок (8,4)→(8,8) осталось времени  $3с - 2,4с = 0,6с$ .

то за 0.6 с на участке (8,4)→(8,8) пройдено  $0,6*3а=1.8а$ , то есть пройдены 4й и 5й узлы и еще 0.8а. Координаты: (8, 5.8).

**Ответ:**

1.  $V > 4.1$  узла/с.
2. Прямой: (6, 2.1), Обходной: (8, 5.8).

**Критерии:**

1. Определены расстояния участков. 4 балла
2. Связаны расстояния и время движения в системе СИ. Сделаны переводы узлов в секунду с расстоянием в секунду. 4 балла

3. Определена скорость, при которой Обходной маршрут станет выгоднее 4 балла

4. Пояснен способ нахождения и определена координата. 8 баллов.

### Задание 3 – 17 баллов

Однородный V-образный жёлоб имеет поперечное сечение — равносторонний треугольник (вершина внизу). Длина жёлоба  $L = 5$  м. Жёлоб может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси  $O$ . Ось расположена на расстоянии 1 м от правого конца.

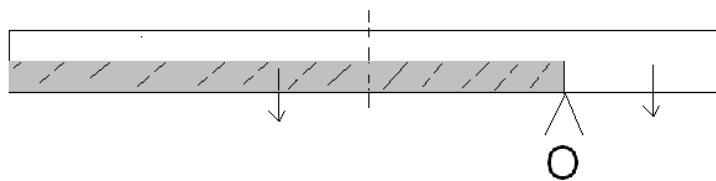
В жёлоб до половины высоты с левой стороны относительно оси  $O$  налита жидкость плотностью  $\rho = 0.8$  г/см<sup>3</sup>. Полная масса желоба без жидкости  $M = 20$  кг. Полный объём жёлоба (если бы он был заполнен до верха)  $V_{\text{полн}} = 0,12$  м<sup>3</sup>.

К центру правой части желоба от оси  $O$  приложена вертикальная сила  $F$ , направленная вниз.

Чему равна сила  $F$ , если система находится в горизонтальном равновесии? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Решение:**

Схематический рисунок:



1. Центры масс и плечи.

Центр масс жидкости при равномерном распределении жидкости расположен в середине левой части. Значит плечо силы тяжести жидкости:  $l_2 = 2$  м.

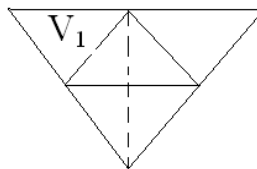
Плечо приложения силы  $F$ :  $l_1 = 0,5$  м.

Плечо сила тяжести левой части желоба:  $l_3 = 2$  м.

Плечо сила тяжести правой части желоба:  $l_4 = 0,5$  м.

2 Определим массы и вес жидкости и желоба.

Геометрически дорисуем разрез желоба:



До оси  $O$  объем желоба  $4V_{\text{полн}}/5 = 4 \cdot 0,12/5 = 0,096$  м<sup>3</sup>.

При заполнении до середины высоты, из подобия треугольников (см. рисунок разреза желоба), следует, что полный объем желоба  $4V_{\text{полн}}/5 = 4V_1$ .

Тогда объем жидкости до середины оси  $O$ :  $V = 0,09/4 = 0,024$  м<sup>3</sup>.

Масса жидкости:  $m = \rho \cdot V = 800 \cdot 0,024 = 19,2$  кг.

Вес жидкости:  $P_2 = m \cdot g = 19,2 \cdot 10 = 192$  Н.

Вес левой части желоба:  $P_3 = g \cdot 4M/5 = 160$  Н.

Вес правой части желоба:  $P_4 = g \cdot M/5 = 40$  Н.

3. Уравнение равновесия:

$$P_1 * l_1 + P_2 * l_2 = F * l_F + P_{II} * l_{II}.$$

Подставляем числа, получаем:

$$160*2 + 192*2 = F * 0,5 + 40 * 0,5.$$

$$704 - 20 = F * 0,5.$$

$$F = 1368.$$

Тогда  $F = 1368 \text{ Н}$ .

**Ответ:**  $F = 1368 \text{ Н}$ .

**Критерии:**

1. Составлено уравнение равновесия 4 балла
2. Предложен метод определения объема жидкости 2 балла
3. Определены все силы 4 баллов
4. Определены все плечи 5 баллов
5. Получен ответ 2 балла

#### Задание 4 – 30 баллов

Известно, что сила давления сыпучего материала на дно мензурки:

$$F = g^a \rho^b (V/h)^c / 2\mu\sqrt{\pi}.$$

Какова величина этой силы (в мН)?

Ускорение свободного падения  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ , радиус мензурки  $R = 7 \text{ мм}$ . Объем мензурки  $V = 28,5 \text{ см}^3$ , высота мензурки  $h$ , коэффициент трения о стекло мензурки принять равным  $\mu = 0.3$ . Мензурка полностью заполнена сыпучим материалом массой  $20 \text{ г}$  и плотностью  $\rho$ .  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа.

**Решение:**

1. Решаем методом размерностей.  $F = g^a \rho^b (V/h)^c / 2\mu\sqrt{\pi}$ .

$$\text{кг} * \text{м/с}^2 = (\text{м/с}^2)^a (\text{кг/м}^3)^b \text{ м}^2 \text{ с}.$$

Находим:  $b=1$ ,  $a=1$ , тогда из  $1=a+2c-3b$ , получаем  $c=3/2$ .

Получаем:

$$F = \frac{g \rho (V/h)^{3/2}}{2\mu\sqrt{\pi}} = \frac{g \rho (\pi R^2 h)^{3/2}}{2\mu\sqrt{\pi}} = \frac{g \rho \pi R^3 h^{3/2}}{2\mu}.$$

2. Найдем плотность:  $\rho = m/V = 702 \text{ кг/м}^3$ .

$$3. F = \frac{g \rho \pi R^3 h^{3/2}}{2\mu} = 3,14 * 9,8 * 702 * (0,007)^3 / (2 * 0,3) = 0,0123 \text{ Н} = 12,3 \text{ мН}.$$

**Ответ:**  $F = 12,3 \text{ мН}$ .

**Критерии:**

1. Записаны все размерности. 5 баллов.
2. Определены: плотность и объем. 6 баллов.
3. Записано уравнение размерностей со степенями. 6 баллов.
4. Составлена система уравнений и найдены степени 7 баллов.

5. Получена конечная формула и посчитан ответ. 6 баллов.

### Задание 5 – 25 баллов

В двух теплоизолированных цилиндрических сосудах, соединённых тонкой теплопроводящей перегородкой по всей высоте, находятся разные жидкости.

В левом сосуде глицерин плотностью  $\rho_{\Gamma} = 1260 \text{ кг/м}^3$ , удельной теплоёмкостью  $c_{\Gamma} = 2400 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$ , массой  $m_{\Gamma} = 0,7 \text{ кг}$  с начальной температурой  $t_{\Gamma 0} = 50^{\circ}\text{C}$ .

В правом сосуде жидкий мед плотностью  $\rho_{\text{M}} = 1420 \text{ кг/м}^3$ , удельной теплоёмкостью  $c_{\text{M}} = 2200 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$ , массой  $m_{\text{M}} = 0,5 \text{ кг}$  с начальной температурой  $t_{\text{M}0} = 30^{\circ}\text{C}$ .

В каждом сосуде плавает по одной льдине. Масса каждой льдины по  $M_{\text{л}} = 120 \text{ г}$  и с температурой  $0^{\circ}\text{C}$ . Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$ .

В левую льдину заморожен медный шарик объёмом  $V_{\text{Cu}} = 6 \text{ см}^3$ , плотность  $\rho_{\text{Cu}} = 8900 \text{ кг/м}^3$ .

В правую льдину заморожен стальной шарик объёмом  $V_{\text{Al}} = 10 \text{ см}^3$ , плотность  $\rho_{\text{Al}} = 2700 \text{ кг/м}^3$ .

Шарики соединены лёгкой нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок, расположенный над перегородкой. Сначала, система находится в равновесии, нить натянута. Но, в процессе теплообмена жидкости охлаждаются, льдины тают. Вода от таяния испаряется и не влияет на плавание льдин. Объем жидкостей в сосудах при этом не меняется. В некоторый момент сила натяжения нити становится равной нулю, а льдины с шариками плавают, полностью погруженные в жидкость.

Найдите температуру жидкостей  $t$  в этот момент времени.

Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330 \text{ кДж/кг}$ , ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Теплоёмкостью сосудов, перегородки, нити и блока пренебречь.

#### Решение:

1. Определим массы шариков

$$m_{\text{Cu}} = \rho_{\text{Cu}} \cdot V_{\text{Cu}} = 8900 \cdot 6 \cdot 10^{-6} = 0,0534 \text{ кг}$$

$$m_{\text{Al}} = \rho_{\text{Al}} \cdot V_{\text{Al}} = 2700 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 0,027 \text{ кг}$$

2. Когда сила натяжения  $T = 0$ , на каждую систему «льдина + шарик» действуют только сила тяжести ( $P$ ) и сила Архимеда ( $F_A$ ). В этот момент система «льдина + шарик» плавает и находится в равновесии. Это обусловлено отсутствием силы натяжения нити и теплообменом между жидкостями.

Для левого сосуда:  $F_{A\text{лев}} = P_{\text{лев}} = (m_{\text{лев}} + m_{\text{Cu}})g$  — сила тяжести,

Для правого сосуда:  $F_{A\text{прав}} = P_{\text{прав}} = (m_{\text{прав}} + m_{\text{Al}})g$ .

3. Поскольку шарик находится внутри льда, жидкость вытесняется объёмом, равным сумме объёма льда и объёма шарика:  $V_{\text{погр}} = m_{\text{л}}/\rho_{\text{л}} + V_{\text{ш}}$ .

Тогда сила Архимеда:  $F_A = \rho_{\text{ж}} * g * V_{\text{погр}} = \rho_{\text{ж}} * g * (m_{\text{л}}/\rho_{\text{л}} + V_{\text{ш}})$ .

#### 4. Уравнения равновесия

Для левого сосуда (вода):  $\rho_{\text{ж}} * g * (m_{\text{лев}}/\rho_{\text{л}} + V_{\text{Cu}}) = (m_{\text{лев}} + m_{\text{Cu}}) * g$

Сокращаем  $g$ , для левого сосуда (вода):  $1260 * (m_{\text{лев}}/900 + 6 * 10^{-6}) = m_{\text{лев}} + 0,0534$  (1)

Для правого сосуда (раствор):  $1420 * (m_{\text{прав}}/900 + 10 * 10^{-6}) = m_{\text{прав}} + 0,027$  (2)

#### 5. Решение уравнений

Из (1):  $1,4 * m_{\text{лев}} - m_{\text{лев}} = 0,0534 - 0,00756$ ,  $0,41 * m_{\text{лев}} = 0,0458$

$m_{\text{лев}} = 0,0458/0,4 = 0,1146$  кг = 114,6 г.

Из (2):  $1,5778 m_{\text{прав}} - m_{\text{прав}} = 0,027 - 0,0142$ ,  $0,5778 * m_{\text{прав}} = 0,0128$

$m_{\text{прав}} = 0,0128/0,5778 = 0,02215$  кг = 22,15 г.

#### 6. Количество растаявшего льда

$\Delta M_{\text{лев}} = M_{\text{л}} - m_{\text{лев}} = 0,12 - 0,1146 = 0,0054$  кг.

$\Delta M_{\text{прав}} = M_{\text{л}} - m_{\text{прав}} = 0,12 - 0,02215 = 0,09785$  кг.

#### 7. Тепло, необходимое для плавления льда:

$Q = \lambda * (\Delta M_{\text{лев}} + \Delta M_{\text{прав}}) = 3,3 * 10^5 * (0,0054 + 0,09785) = 34072,5$  Дж.

Тепло, отданное жидкостями:  $m_{\Gamma} * c_{\Gamma} * (50 - t) + m_{\text{M}} * c_{\text{M}} * (30 - t) = Q$

$0,7 * 2400 * (50 - t) + 0,5 * 2200 * (30 - t) = 34072,5$

$1650 * (50 - t) + 1110 * (30 - t) = 34072,5$

$84000 - 1680t + 33000 - 1100t = 34072,5$

$117000 - 2780t = 34072,5$

$2780t = 117000 - 34072,5 = 82927,5$

$t = 82927,5/2780 = 29,83$  °С.

**Ответ:**  $t = 29,83$  °С

#### Критерии:

1. Определены массы шариков. 2 балла.

2. Составлены уравнения равновесия справа и слева системы «льдина + шарик». 6 баллов.

3. Решены уравнения равновесия и получены количества растаявшего льда справа и слева. 8 баллов.

4. Записаны уравнения теплового баланса. 5 баллов.

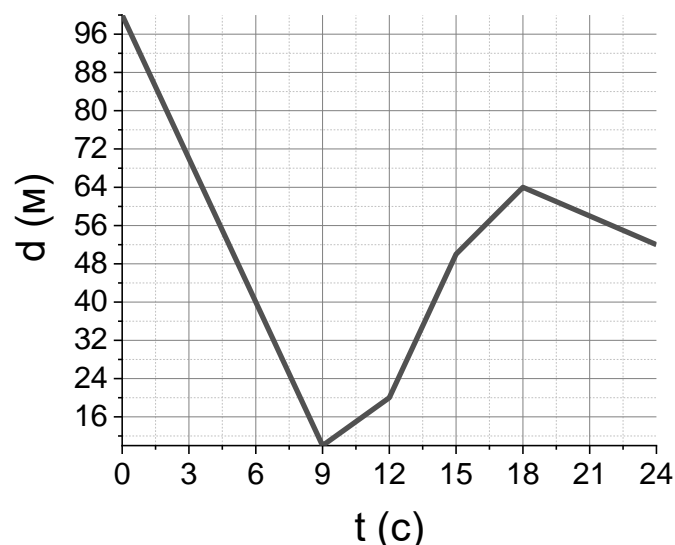
5. Рассчитаны температуры. 4 балла.

## Физика. 8 класс. 4 вариант

### Задание 1 – 8 баллов

Два робота движутся по прямолинейному участку длиной  $L=100$  м, с постоянными скоростями. Первый робот стартует из левого конца (точка 0), второй из правого конца (точка  $L$ ). Достигнув противоположного конца, роботы мгновенно разворачиваются и продолжают движение с той же скоростью. Измерение расстояния  $d$  между роботами производится через некоторые промежутки времени. На рисунке приведена зависимость  $d(t)$  для части их пути.

Определите, в какое время роботы встретятся? Каковы скорости каждого робота? Каков временной интервал измерений  $d$ .



#### Решение:

1. Относительная скорость приближения роботов:  $v_{отн} = (100-40)/6 = v_1+v_2 = 10$  м/с

2. Встреча между  $t = 9$  с и  $12$  с.

Так как измерение производится через несколько секунд, то интервал измерений  $d$  из рисунка равен  $\Delta t = 12-9 = 3$  с.

В 7,5 секунд  $d = 24$  м, время до встречи  $d/v_{отн} = 24/10 = 2.4$  с.

$t = 7,5 + 2.4 = 9.9$  с.

3. Составим уравнения

Для интервала 0-6 с при движении роботов друг к другу.

$v_1 t_1 + v_2 \Delta t_1 = \Delta d_1$ , возьмем  $\Delta d_1 = 100-40=60$  м,  $\Delta t_1=6$  с.

Для интервала 18-24 с при движении роботов в одном направлении

$v_1 t_2 - v_2 \Delta t_2 = \Delta d_2$ , возьмем  $\Delta d_2 = 64-52=12$  м,  $\Delta t_2=6$  с.

Решаем систему уравнений, получаем:  $v_1 = 6$  м/с,  $v_2 = 4$  м/с.

**Ответ:**  $t = 9.9$  с,  $\Delta t = 3$  с,  $v_1 = 6$  м/с,  $v_2 = 4$  м/с.

#### Критерии:

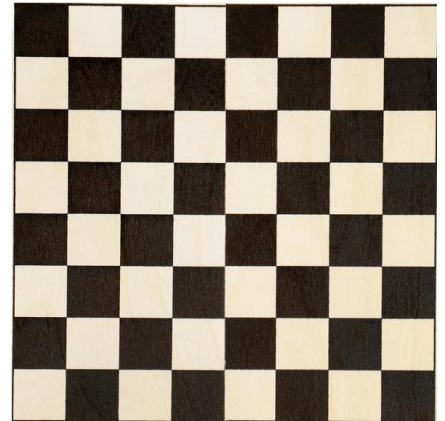
1 Определено время встречи роботов. 2 балла

2 Определен интервал измерения  $d$ . 1 балл

- 3 Записаны уравнения для двух направлений движений роботов. 3 балла  
 4 Определены скорости. 2 балла

### Задание 2 – 20 баллов

Рассмотрим шахматную доску как сетку, состоящую из  $9 \times 9$  узлов. По этой сетке движутся объекты.



Оба путешественника стартуют одновременно из верхнего левого узла  $(0,0)$ . Скорость будем задавать в узлах в секунду. То есть, пробегая от узла с координатами  $(1,1)$  до узла с координатами  $(1,3)$  за 1 секунду, скорость будет 3 узла в секунду (узла/с).

Нужно попасть в узел  $(8,8)$ . Есть два маршрута:

Маршрут 1. Прямой маршрут:  $(0,0) \rightarrow (4,0) \rightarrow (4,8) \rightarrow (8,8)$  с переменной скоростью.

На горизонтальных участках: 6 узлов/с

На вертикальных участках  $(4,0) \rightarrow (4,8)$ : 3 узла/с

Обязательные остановки в точках поворота: по 0.2 секунды в каждой.

Маршрут 2. Обходной маршрут:  $(0,0) \rightarrow (2,0) \rightarrow (2,8) \rightarrow (8,8)$ , но с постоянной скоростью на всех участках:  $V$  узлов/с.

Определите:

1. При какой скорости  $V$  (узла/с) Обходной маршрут станет выгоднее (быстрее) прямого?

2. Если  $V = 4$  узла/с, определите, какова будет координата каждого путешественника через 3,5 секунды после старта (например:  $(8,0.3)$ ).

**Решение:**

1 Обозначим длину стороны прямоугольника –  $a$ .

Тогда скорости:

3 узла/с –  $2a$  за 1 секунду.

4 узлов/с –  $3a$  за 1 секунду.

6 узлов/с –  $5a$  за 1 секунду.

2. Время Прямого маршрута:

· Участок 1:  $(0,0) \rightarrow (4,0)$  – расстояние  $4a$ ,  $V = 5a$  за 1 секунду  $\rightarrow t_1 = 1c \cdot 4a / 5a = 4/5 \text{ с} = 0,8\text{с}$ .

· Остановка: 0.2 с.

· Участок 2:  $(4,0) \rightarrow (4,8)$  – расстояние  $8a$ ,  $V = 2a$  за 1 секунду.  $\rightarrow t_2 = 1c \cdot 8a / 2a = 4 \text{ с}$ .

· Остановка: 0.2 с.

· Участок 2:  $(4,8) \rightarrow (8,8)$  – расстояние  $4a$ ,  $V = 5a$  за 1 секунду.  $\rightarrow t_2 = 1c \cdot 4a / 5a = 4/5 \text{ с} = 0,8 \text{ с}$ .

Итого  $T_{\text{пр}} = 0,8 + 0,2 + 4 + 0,2 + 0,8 = 6 \text{ с}$ .

3. Длина Обходного маршрута:

· Участок  $(0,0) \rightarrow (2,0) = 2a$ .

· Участок  $(2,0) \rightarrow (2,8) = 8a$ .

· Участок  $(2,8) \rightarrow (8,8) = 6a$ .

Итого длина Обходного маршрута:  $2a + 8a + 6a = 16a$

4. Условие выгодности маршрута:  $T_{\text{об}} = 16a/V < T_{\text{пр}} = 6 \text{ с}$

$V > 16a / (6 \text{ с}) \approx 2.66a$  за 1 секунду.

5. Перевод в узлы /с.

$V > 2.66a$  за 1 секунду.

Объект прошел 2.66a, то есть 3 узла и еще 0.66a.

Таким образом,  $V > 3.66$  узла/с.

6. При  $V = 4$  узла/с – 3a за 1 секунду.

Определим положение через 3,5 секунды.

Прямой маршрут, общий путь 16 a.

· Участок  $(0,0) \rightarrow (4,0) = 4a$  – проехал за  $1 \text{ с} * 4a / 3a = 4/3 \text{ с}$

· Участок  $(4,0) \rightarrow (4,8) = 8a$

осталось времени  $3,5 \text{ с} - 4/3 \text{ с} = 6,5/3 = 2,16 \text{ с}$ .

Так как скорость 3a за 1 секунду.

то за 2.16 с на участке  $(4,0) \rightarrow (4,8)$  пройдено  $2,16 * 3a = 6.48a$ , то есть пройдено 6 узлов и 0,48a

Координаты:  $(4, 6.48)$ .

Обходной маршрут, общий путь 16 a.

· Участок  $(0,0) \rightarrow (2,0) = 2a$  – проехал за  $1 \text{ с} * 2a / 3a = 2/3 \text{ с}$

· Участок  $(2,0) \rightarrow (2,8) = 8a$  – проехал за  $1 \text{ с} * 8a / 3a = 8/3 \text{ с}$

· Участок  $(2,8) \rightarrow (8,8)$  осталось времени  $3,5 \text{ с} - 2/3 \text{ с} - 8/3 \text{ с} = 0,16 \text{ с}$ .

то за 0.16 с на участке  $(2,8) \rightarrow (8,8)$  пройдено  $0,16 * 3a = 0.48a$ , то есть пройден 2й узел и еще 0.48a.

Координаты:  $(2.8, 8)$ .

**Ответ:**

1.  $V > 3.66$  узла/с.

2. Прямой:  $(4, 6.48)$ , Обходной:  $(2.8, 8)$ .

**Критерии:**

1 Определены расстояния участков. 4 балла

2 Связаны расстояния и время движения в системе СИ.. Сделаны переводы узлов в секунду с расстоянием в секунду. 4 балла

3 Определена скорость, при которой Обходной маршрут станет выгоднее 4 балла

4 Пояснен способ нахождения и определена координата. 8 баллов.

### Задание 3 – 17 баллов

Однородный V-образный жёлоб имеет поперечное сечение — равносторонний треугольник (вершина внизу). Длина жёлоба  $L = 5$  м. Жёлоб может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси  $O$ . Ось расположена на расстоянии 1 м от левого конца.

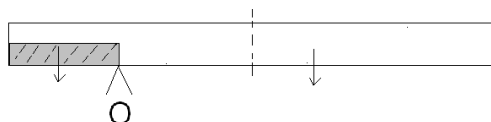
В жёлоб до половины высоты с левой стороны относительно оси  $O$  налита жидкость плотностью  $\rho = 1.4$  г/см<sup>3</sup>. Жидкость не растекается, так как имеются перегородки. Полная масса желоба без жидкости  $M = 20$  кг. Полный объём жёлоба (если бы он был заполнен до верха)  $V_{\text{полн}} = 1$  м<sup>3</sup>.

К центру правой части желоба от оси  $O$  приложена вертикальная сила  $F$ , направленная вниз.

Чему равна сила  $F$ , если система находится в горизонтальном равновесии? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Решение:**

Схематический рисунок:



1 Центры масс и плечи.

Центр масс жидкости при равномерном распределении жидкости расположен в середине левой части. Значит плечо силы тяжести жидкости:  $l_2 = 0,5$  м.

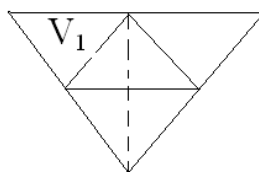
Плечо приложение силы  $F$ :  $l_F = 2$  м.

Плечо сила тяжести левой части желоба:  $l_1 = 0,5$  м.

Плечо сила тяжести правой части желоба:  $l_3 = 2$  м.

2 Определим массы и вес жидкости и желоба.

Геометрически дорисуем разрез желоба:



До оси  $O$  объем желоба  $= V_{\text{полн}}/5 = 1/5 = 0,2$  м<sup>3</sup>.

При заполнении до середины высоты, из подобия треугольников (см. рисунок разреза желоба), следует, что полный объем желоба  $V_{\text{полн}}/5 = 4V_1$ .

Тогда объем жидкости до середины оси  $O$ :  $V = 0,2/4 = 0,125$  м<sup>3</sup>.

Масса жидкости:  $m = \rho * V = 1400 * 0,125 = 175$  кг.

Вес жидкости:  $P_2 = m * g = 175 * 10 = 1750$  Н.

Вес левой части желоба:  $P_1 = g * M/5 = 40$  Н.

Вес правой части желоба:  $P_3 = g * 4M/5 = 160$  Н.

3. Уравнение равновесия:

$$P_1 * l_1 + P_2 * l_2 = F * l_F + P_3 * l_3$$

Подставляем числа, получаем:

$$40 \cdot 0,5 + 1750 \cdot 0,5 = F \cdot 2 + 160 \cdot 2$$

$$895 - 320 = F \cdot 2$$

$$2F = 575.$$

Тогда  $F = 287,5 \text{ Н}$ .

**Ответ:**  $F = 287,5 \text{ Н}$ .

**Критерии:**

- 1 Составлено уравнение равновесия 4 балла
- 2 Предложен метод определения объема жидкости 2 балла
- 3 Определены все силы 4 баллов
- 4 Определены все плечи 5 баллов
- 5 Получен ответ 2 балла

**Задание 4 – 30 баллов**

Известно, что коэффициент трения сыпучего материала о стекло мензурки:

$$\mu = g^a \rho^b (V/h)^c / (2F\sqrt{\pi}).$$

Какова величина коэффициента трения?

Ускорение свободного падения  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ , радиус мензурки  $R = 10 \text{ мм}$ , объем мензурки  $V = 17,3 \text{ см}^3$ , высота мензурки  $h$ . Сила давления сыпучего материала на дно мензурки  $F = 30 \text{ мН}$ . Мензурка полностью заполнена сыпучим материалом массой  $12 \text{ г}$  и плотностью  $\rho$ .  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа.

**Решение:**

1. Решаем методом размерностей.  $\mu = g^a \rho^b (V/h)^c / 2F\sqrt{\pi}$ .

$$\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 = (\text{м} / \text{с}^2)^a (\text{кг} / \text{м}^3)^b \text{ м}^2 \text{ с}$$

Находим:  $b=1$ ,  $a=1$ , тогда из  $1=a+2c-3b$ , получаем  $c=3/2$ .

Получаем:

$$\mu = \frac{g \rho (V/h)^{3/2}}{2F\sqrt{\pi}} = \frac{g \rho (\pi R^2 h / h)^{3/2}}{2F\sqrt{\pi}} = \frac{g \rho (\pi R^2)^{3/2}}{2F\sqrt{\pi}} = g \rho \pi R^3 / 2F$$

2. Найдем плотность:  $\rho = m/V = 12 \text{ г} / 17,3 \text{ см}^3 = 693,6 \text{ кг} / \text{м}^3$ .

3.  $\mu = g \rho \pi R^3 / 2F = 3,14 \cdot 9,8 \cdot 693,6 \cdot (0,01)^3 / (2 \cdot 0,03) = 0,36$

**Ответ:**  $\mu = 0,36$

**Критерии:**

- 1 Записаны все размерности. 5 баллов.
- 2 Определены: плотность и объем. 6 баллов.
- 3 Записано уравнение размерностей со степенями. 6 баллов.
- 4 Составлена система уравнений и найдены степени 7 баллов.
- 5 Получена конечная формула и посчитан ответ. 6 баллов.

### Задание 5 – 25 баллов

В двух теплоизолированных цилиндрических сосудах, соединённых тонкой теплопроводящей перегородкой по всей высоте, находятся разные жидкости.

В левом сосуде йодид калия плотностью  $\rho_{\text{Й}} = 1400 \text{ кг/м}^3$ , удельной теплоёмкостью  $c_{\text{Й}} = 3000 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{°C)}$ , массой  $m_{\text{Й}} = 0,4 \text{ кг}$  с начальной температурой  $t_{\text{Й}0} = 60 \text{ °C}$ .

В правом сосуде серная кислота плотностью  $\rho_{\text{СК}} = 1300 \text{ кг/м}^3$ , удельной теплоёмкостью  $c_{\text{СК}} = 2500 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{°C)}$ , массой  $m_{\text{СК}} = 0,6 \text{ кг}$  с начальной температурой  $t_{\text{СК}0} = 20 \text{ °C}$ .

В каждом сосуде плавает по одной льдине. Масса каждой льдины по  $M_{\text{л}} = 80 \text{ г}$  и с температурой  $0 \text{ °C}$ . Плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$ .

В левую льдину вморожен вольфрамовый шарик объёмом  $V_{\text{Cu}} = 2 \text{ см}^3$ , плотность  $\rho_{\text{W}} = 19300 \text{ кг/м}^3$ .

В правую льдину вморожен стеклянный шарик объёмом  $V_{\text{Al}} = 8 \text{ см}^3$ , плотность  $\rho_{\text{Ст}} = 2500 \text{ кг/м}^3$ .

Шарики соединены лёгкой нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок, расположенный над перегородкой. Сначала, система находится в равновесии, нить натянута. Но, в процессе теплообмена жидкости охлаждаются, льдины тают. Вода от таяния испаряется и не влияет на плавание льдин. Объем жидкостей в сосудах при этом не меняется. В некоторый момент сила натяжения нити становится равной нулю, а льдины с шариками плавают, полностью погруженные в жидкость.

Найдите температуру жидкостей  $t$  в этот момент времени.

Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330 \text{ кДж/кг}$ , ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Теплоёмкостью сосудов, перегородки, нити и блока пренебречь.

#### Решение:

1. Определим массы шариков

$$m_{\text{W}} = \rho_{\text{W}} \cdot V_{\text{W}} = 19300 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 0,0386 \text{ кг}$$

$$m_{\text{Ст}} = \rho_{\text{Ст}} \cdot V_{\text{Ст}} = 2500 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 0,02 \text{ кг}$$

2. Когда сила натяжения  $T = 0$ , на каждую систему «льдина + шарик» действуют только сила тяжести ( $P$ ) и сила Архимеда ( $F_{\text{А}}$ ). В этот момент система «льдина + шарик» плавает и находится в равновесии. Это обусловлено отсутствием силы натяжения нити и теплообменом между жидкостями.

Для левого сосуда:  $F_{\text{Алев}} = P_{\text{лев}} = (m_{\text{ллев}} + m_{\text{W}})g$  — сила тяжести,

Для правого сосуда:  $F_{\text{Аправ}} = P_{\text{прав}} = (m_{\text{лправ}} + m_{\text{Ст}})g$ .

3. Поскольку шарик находится внутри льда, жидкость вытесняется объёмом, равным сумме объёма льда и объёма шарика:  $V_{\text{погр}} = m_{\text{л}}/\rho_{\text{л}} + V_{\text{ш}}$ .

Тогда сила Архимеда:  $F_{\text{А}} = \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot V_{\text{погр}} = \rho_{\text{ж}} \cdot g (m_{\text{л}}/\rho_{\text{л}} + V_{\text{ш}})$ .

#### 4. Уравнения равновесия

Для левого сосуда (вода):  $\rho_{ж} * g * (m_{лев} / \rho_{л} + V_W) = (m_{лев} + m_W)$

Сокращаем g, для левого сосуда (вода):  $1400 * (m_{лев} / 900 + 2 * 10^{-6}) = m_{лев} + 0,0386$  (1)

Для правого сосуда (раствор):  $1300 * (m_{прав} / 900 + 8 * 10^{-6}) = m_{прав} + 0,02$  (2)

#### 5. Решение уравнений

Из (1):  $1,5555 * m_{лев} - m_{лев} = 0,0386 - 0,0028$ ,  $0,5555 * m_{лев} = 0,0358$

$m_{лев} = 0,0358 / 0,5555 = 0,06444$  кг = 64,44 г.

Из (2):  $1,4444 m_{прав} - m_{прав} = 0,02 - 0,0104$ ,  $0,4444 * m_{прав} = 0,0096$

$m_{прав} = 0,0096 / 0,4444 = 0,0216$  кг = 21,6 г.

#### 6. Количество растаявшего льда

$\Delta M_{лев} = M_{л} - m_{лев} = 0,08 - 0,06444 = 0,01556$  кг.

$\Delta M_{прав} = M_{л} - m_{прав} = 0,08 - 0,0216 = 0,0584$  кг.

#### 7. Тепло, необходимое для плавления льда:

$Q = \lambda * (\Delta M_{лев} + \Delta M_{прав}) = 3,3 * 10^5 * (0,01556 + 0,0584) = 24407$  Дж.

Тепло, отданное жидкостями:  $m_{И} * c_{И} * (60 - t) + m_{СК} * c_{СК} * (20 - t) = Q$

$0,4 * 3000 * (60 - t) + 0,6 * 2500 * (20 - t) = 24407$

$1200 * (60 - t) + 1500 * (20 - t) = 24407$

$72000 - 1200t + 30000 - 1500t = 24407$

$102000 - 2700t = 24407$

$2700t = 102000 - 24407 = 77593$

$t = 77593 / 2700 = 28,74$  °С.

**Ответ:**  $t = 28,74$  °С.

#### Критерии:

1 Определены массы шариков. 2 балла.

2 Составлены уравнения равновесия справа и слева системы «льдина + шарик». 6 баллов.

3 Решены уравнения равновесия и получены количества растаявшего льда справа и слева. 8 баллов.

4 Записаны уравнения теплового баланса. 5 баллов.

5 Рассчитаны температуры. 4 балла.

**Физика. 9 класс**

1 вариант

**Задание № 1.** При падении капля дождя в воздухе более крупные капли распадаются на мелкие в момент, когда сила сопротивления со стороны воздуха превышает силу поверхностного натяжения, которая обеспечивает ей шаровую форму.

Оцените скорость падения капли при которой ещё капли не распадаются, если её диаметр равен  $d = 0,5$  мм, величина поверхностного натяжения воды  $\sigma = 72 \frac{\text{мН}}{\text{м}}$ , плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Считайте, что скорость является функцией поверхностного натяжения, плотности воды и диаметра каплей:  $v = A\sigma^\alpha \rho^\beta d^\gamma$ . Коэффициент пропорциональности примите за единицу.

(15 баллов)

**Решение**

$$v = A\sigma^\alpha \rho^\beta d^\gamma$$

Запишем уравнение (1) через размерности:

$$\frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{кг}^\alpha}{\text{с}^{2\alpha}} \cdot \frac{\text{кг}^\beta}{\text{м}^{3\beta}} \text{м}^\gamma$$

Соберем показатели при одинаковых размерностях слева и справа уравнения (2)

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = -3\beta + \gamma \\ -1 = -2\alpha \\ \alpha + \beta = 0 \end{array} \right.$$

Получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1/2 \\ \beta = -\alpha = -1/2 \\ \gamma = -1/2 \end{array} \right.$$

Следовательно, получим уравнение зависимости скорости от заявленных параметров:

$$v = A\sigma^{1/2} \rho^{-1/2} d^{-1/2} = A \sqrt{\frac{\sigma}{\rho d}}$$

Оценим величину скорости:

$$v = \sqrt{\frac{72 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{0.144} = 0,38 \text{ м/с}$$

Задача 1.м(15 баллов)	Баллы
Записано уравнение 1	$v = A\sigma^\alpha \rho^\beta d^\gamma$ 2
Записано уравнение 2	$\frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{кг}^\alpha}{\text{с}^{2\alpha}} \cdot \frac{\text{кг}^\beta}{\text{м}^{3\beta}} \text{м}^\gamma$ 2

Записаны уравнения для поиска степеней (3)		3
Получены показатели степеней		3
Получено уравнение (5)	$v = A\sigma^{1/2}\rho^{-1/2}d^{-1/2}$	4
Получено численное значение скорости		1
Итого		15 баллов

### Задание № 2. Космическая связь.

На спутник Плутона Харон решили поставить ретранслятор, который должен обеспечивать связь с планетой, на которой будут работать геологи. Оцените на каких широтах возможна связь Плутона с Хароном.

Харон движется на геостационарной орбите Плутона.

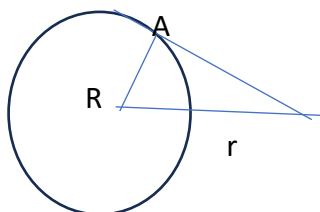
Радиус Плутона 1188,3 км. Масса  $1,3 \cdot 10^{22}$  кг. Период обращения  $T_{пл} = 6,387 T_z$ , где  $T_z$  – период обращения Земли вокруг собственной оси.

(20 баллов)

### Решение

Найдем радиус орбиты Харона из закона Всемирного тяготения и второго закона Ньютона.

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_{пл}}\right)^2 \cdot r \quad (7)$$



Выразим радиус геостационарной орбиты

$$r = \left(\frac{GM}{4\pi^2} \cdot T_{пл}^2\right)^{1/3} = 18847644,1 \text{ м} = 18847,6 \text{ км} \quad (8) \quad \varphi$$

Из точки расположения спутника проведем касательную к поверхности Плутона. Точка А будет видна под углом  $\varphi$  к плоскости экватора планеты.

$$\cos \varphi = \frac{R}{r} = \frac{1188,3}{18847,6} = 0,063 \quad (9)$$

Таким образом, угол, ниже которого связь возможна составляет:

$$\varphi < \arccos(0,063) = 86,4^\circ \quad (10)$$

От спутника Харон мы будем видеть почти весь Плутон.

Задача 2. (20 баллов) Космическая связь		Баллы
Записано уравнение (7)		5
Выведена формула для определения радиуса геостационарной орбиты		3

Получен численный результат радиуса геостационарной орбиты		2
Сделан рисунок, позволяющий определять положение точки, где сигнал будет ещё восприниматься		3
Получена формула (9)	$\cos \varphi = \frac{R}{r}$	4
Получено численное значение угла	Если получено значение косинуса, но не указано значение угла отнять 1 балл	2
Указан диапазон углов		1
<b>Итого</b>		<b>20</b>

**Задание № 3.** Юный исследователь Василий сделал опыт по определению удельной постоянной испарения воды в домашних условиях. Включил плитку на мощность 540 Вт и стал снимать зависимость массы испарившейся воды от времени. Отошел на некоторое время, в это время его младшая сестра Катя долила кипящей воды в кастрюльку и переключила плиту на другую мощность, но вот беда: не известно на какую, так как она записала показания, но не запомнила положение регулятора. И к приходу брата успела выключить плиту.

Помогите определить Василию мощность плиты, на которой происходил далее опыт. И не забудьте определить постоянную испарения для воды.

Нижняя часть графика для мощности 540 Вт, верхняя – для неизвестной мощности.

Погрешности оценивать не надо.

(20 баллов)

### Решение

Энергия нагревателя идет на испарение воды и потерю энергии за счет теплоотвода за время  $t$ , равна:

$$Pt = \lambda m + P_{\text{п}} t \quad (11)$$

В данном случае мощность потерь  $P_{\text{п}}$  величина постоянная, так как зависит от материала кастрюли и разности температур между кастрюлей и комнатой.

Выразим зависимость времени испарения от массы испарившейся воды:

$$t = \frac{\lambda}{p} m + \frac{p_{\text{п}}}{p} \quad (12)$$

Видно, что время является линейной зависимостью с угловым коэффициентом:

$$k = \frac{\Delta t}{\Delta m} = \frac{\lambda}{p} \quad (13)$$

$$\lambda = \frac{p}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)} \quad (14)$$

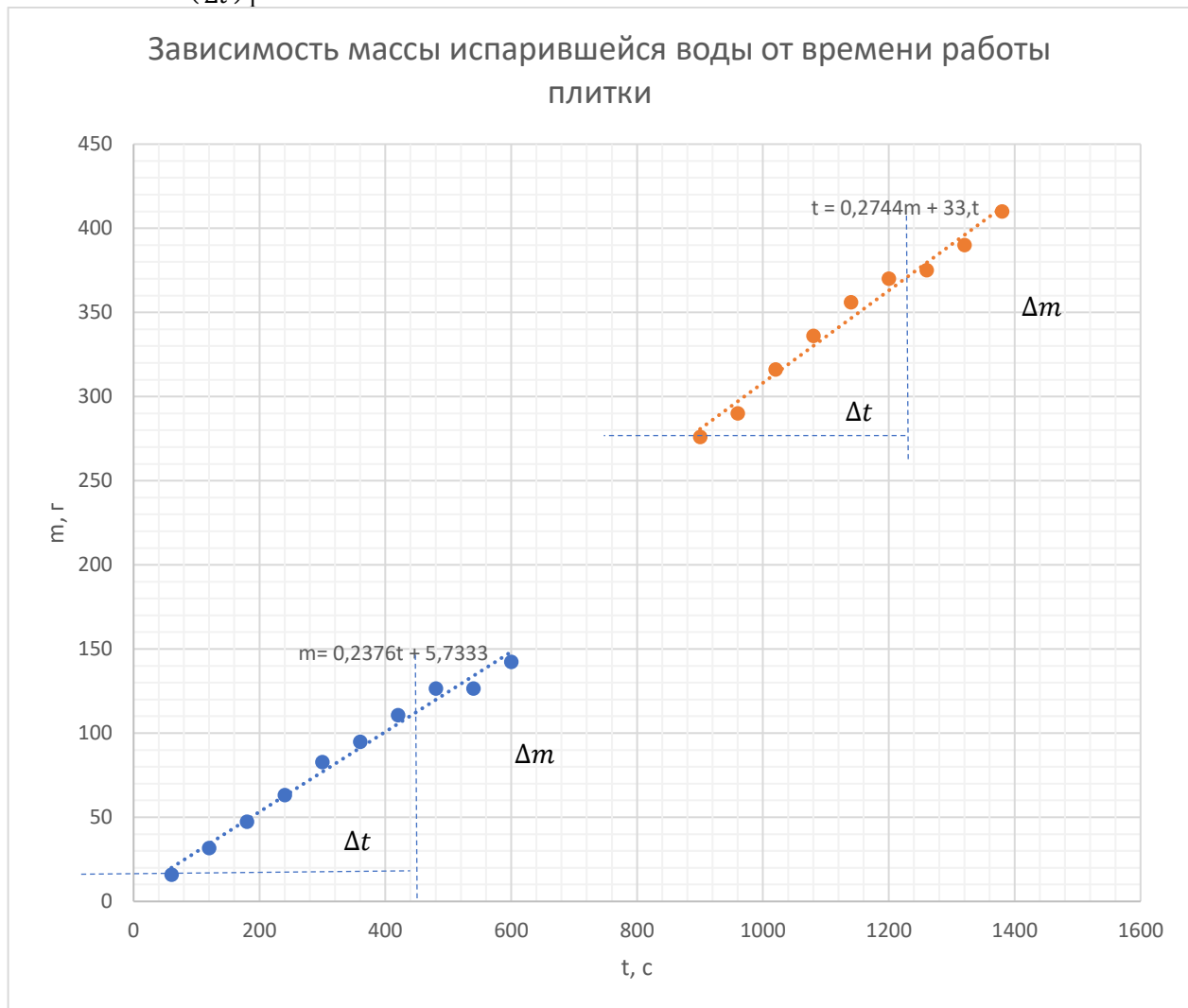
По нижнему графику определим удельную теплоту плавления.

$$\lambda = \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{540}{0,2376 \cdot 10^{-3}} = 2,28 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \quad (15)$$

Так как  $\lambda = \text{const}$ , то из второго графика

$$\lambda = \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{P_2}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2} \quad (16)$$

$$P_2 = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{0,2744}{0,2376} * 540 = 623,6 \approx 624 \text{ Вт} \quad (17)$$



Задача 3. (20 баллов)		Баллы
Записано уравнение (11)		3
Указано, что мощность потерь от кастрюли постоянна		2
Выражена зависимость времени испарения от массы (12)		3
Записана формула для определения углового коэффициента	$k = \frac{\Delta t}{\Delta m} = \frac{\lambda}{p}$	2
Найдена формула 14	$\lambda = \frac{p}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)}$	2

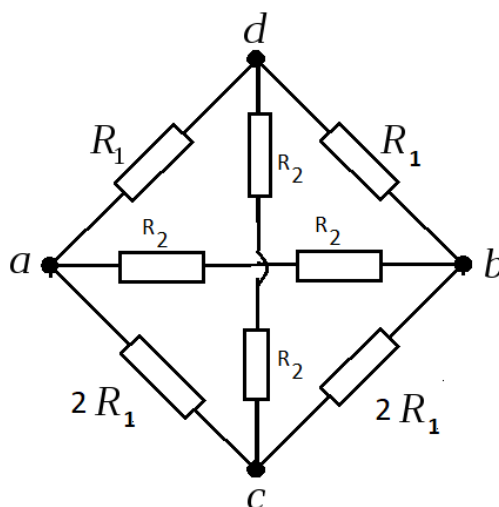
Найдена величина углового коэффициента для данного графика для мощность $P_1$	$\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1 = 0,2376 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$	2
Найдена величина углового коэффициента для данного графика для мощность $P_1$	$\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 = 0,2744 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$ <i>Значения коэффициентов могут быть с точностью до второго знака после запятой, баллы не снимать с</i>	2
Определено численное значение удельной теплоты парообразования		1
Записана формула для расчета мощность $P_2$	$P_2 = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1}$	2
Найдено численное значение $P_2$	с точностью до 10% - 1 балл с точностью до 20% - 0,5 балла выше 20% - 0 баллов	1
Итого		20 баллов

#### Задание № 4. Простая цепь.

При подключении омметра к клеммам  $a$  и  $b$  сопротивление цепи будет равно  $R_I = 2 \text{ Ом}$ , а при подключении омметра к клеммам  $c$  и  $d$  сопротивление цепи будет  $R_{II} = \frac{24}{11} \text{ Ом}$ .

Чему равно сопротивление  $R_1$ ?

Чему равно сопротивление  $R_2$ ?



(10 баллов)

## Решение

При подключении к клеммам  $a$  и  $b$  сопротивление между точками  $c$  и  $d$  равно нулю, т.к.  $\varphi_c = \varphi_d$ , поэтому

$$\frac{1}{R_I} = \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2 \cdot 2R_1} + \frac{1}{2R_2} = \frac{3}{4R_1} + \frac{1}{2R_2}. \quad (18)$$

При подключении к клеммам  $c$  и  $d$  сопротивление между точками  $a$  и  $b$  равно нулю, т.к.  $\varphi_a = \varphi_b$ , поэтому

$$\frac{1}{R_{II}} = \frac{1}{3R_1} + \frac{1}{3R_1} + \frac{1}{2R_2} = \frac{2}{3R_1} + \frac{1}{2R_2}. \quad (19)$$

Возьмем разность от двух верхних уравнений:

$$\frac{1}{R_I} - \frac{1}{R_{II}} = \frac{3}{4R_1} - \frac{2}{3R_1} = \frac{1}{12R_1} \quad (20)$$

$$R_1 = \frac{R_I R_{II}}{12(R_{II} - R_I)} = \frac{2 \cdot 24}{12(24 - 22)} = 2 \text{ Ом} \quad (21)$$

Подставим  $R_1$  в верхнее уравнение получим:

$$R_2 = 4 \text{ Ом} \quad (22)$$

<b>Задача 4. (10 баллов) Простая цепь.</b>		
Указано, что $\varphi_c = \varphi_d$		0,5
Записана формула (18)		2
Указано что $\varphi_a = \varphi_b$		0,5
Записана формула (19)		2
Получена формула для расчета $R_1 =$		2
Получена формула для расчета $R_2 =$		2
Получено численное значение $R_1 =$		0,5
Получено численное значение $R_2 =$		0,5
Итого		10

## Задание № 5. Архимед и римские корабли.

Существует легенда, что Архимед якобы использовал зеркало для поджога римских кораблей во время осады Сиракуз в III веке до н. э.

Согласно рассказам древних авторов, таких как Плутарх и Луций Анней Сенека, Архимед применил систему зеркал, отражающих солнечные лучи, чтобы направить концентрированный пучок света на вражеские корабли, вызывая пожар.

Предположите, что корабли подошли на расстояние 100 метров до стены крепости, в которой жил Архимед. Максимальная высота, на которой можно поставить зеркало, составляет 50 метров. Высота Солнца над уровнем моря составляет  $\varphi = 76^\circ$ .

1. Сделайте рисунок, укажите на нём как надо расположить зеркало, чтобы лучи от него попадали на корабль. Также укажите величины углов и опишите как Вы проводили построения.

2. Оцените сколько зеркал площадью  $S=20 \times 20 \text{ см}^2$  необходимо для поджигания палубы корабля в течении 1 минуты.

Паруса выполнены из парусины толщиной 1 мм, плотностью  $800 \text{ кг/м}^3$ , теплоёмкостью  $c=1380 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$  и удельной теплотой активации возгорания  $q=0.98 \text{ МДж/кг}$ , температура воспламенения  $T_b=250 \text{ }^\circ\text{C}$ , температура уличная  $T_y = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Предположите, что зеркала были бронзовые с коэффициентом отражения  $k=0,5$ .

Количество энергии, падающей единицу площади на зеркало, равно солнечной постоянной  $\gamma = 1300 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$ .

(35 баллов)

### Решение

1. Корабли видны под углом  $\alpha$ .

$$\text{tg } \alpha = \frac{l}{h} = 2 \quad (23)$$

$$\alpha = 63,4^\circ \quad (24)$$

Нормаль к зеркалу необходимо проводить под углом от падающего луча

$$\theta = \frac{\varphi + (90 - \alpha)}{2} = 51,3^\circ, \quad (25)$$

где  $\varphi + (90 - \alpha)$  - угол между падающим и отраженным лучами. Угол между падающим и вертикальной стеной составляет  $90 - 76 = 14$ .

Угол наклона зеркала от вертикальной стены составляет:

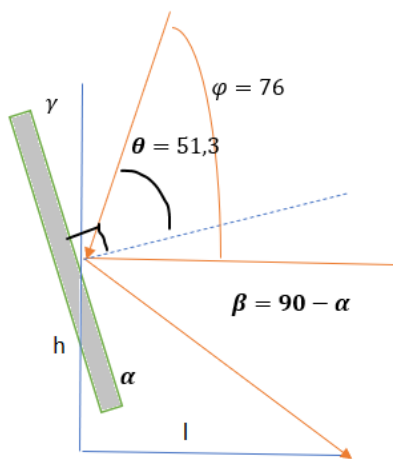
$$\gamma = 90 - (51,3 + 14) = 24,7^\circ \quad (26)$$

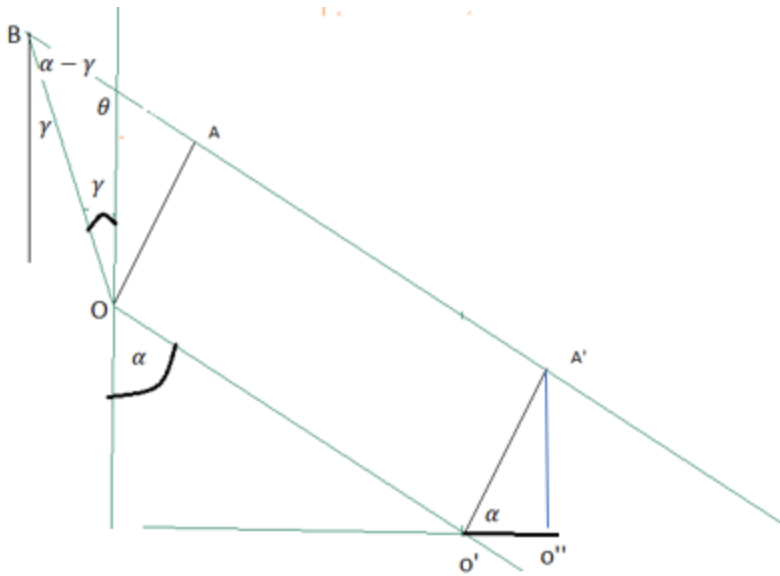
2. Количество энергии необходимой для поджига парусины массой

$$m = \rho S_{\Pi} h \quad (27)$$

составляет

$$Q \equiv cm(T_b - T_y) + qt = \rho S_{\Pi} h (c(T_b - T_y) + q) \quad (28)$$





При отражении от зеркала площадь пятна на парусе изменяется, т.к. изменяется длина изображения зеркала, а ширина остается неизменной.

$OB=b$  – длина зеркала,  $A'O''$  - это длина солнечного пятна на парусе. Из рисунка видно, что

$$A'O'' = O'A' \sin \alpha = BO \cdot \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha = b \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha \quad (29)$$

Общая площадь пятна зеркала составляет:

$$S_{\Pi} = b \cdot A'O'' = b^2 \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha = S \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha \quad (30)$$

Количество теплоты, полученное от зеркала

$$Q = N \gamma S t$$

По закону сохранения получаем с учетом коэффициента отражения:

$$N k \gamma S t = \rho S_{\Pi} h (c(T_b - T_y) + q)$$

$$N = \frac{\rho S_{\Pi} h (c(T_b - T_y) + q)}{k \gamma S t} = \frac{\rho \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha h (c(T_b - T_y) + q)}{k \gamma t} = 14,7 \text{ штук}$$

**Ответ:** достаточно 15 зеркал

<b>Задача 5. (35 баллов) Архимед и римские корабли.</b>		<b>Баллы</b>
Сделан рисунок	1) Луч, падающий на парус – 1 балл 2) Луч, падающий на зеркало - 1 3) Перпендикуляр к зеркалу – 1 балл Указаны углы: 4) между зеркалом и вертикалью - 1 5) между горизонтом и направлением на солнце - 1 6) между вертикалью и падающим на парус – 1	6

Записана формула (23 н		2
Определен угол между вертикалью и направлением на корабль		1
Определено угловое положение нормали к зеркалу	1 балл за формулу 1 балл за численное значение	2
Определен угол между вертикалью и положением зеркала		3
Записана формула для расчета массы парусины		2
Определено количество энергии для поджиг парусины		3
Сделан рисунок для определения площади $m$ на которую падает энергия от зеркала площадью $S$		4
Найдена $S_{\text{д}}$		4
Записана формула для количества энергии, идущей от зеркала к кораблю		2
Записан закон сохранения энергии		2
Получена формула для расчета количества необходимых зеркал		2
Получено численное значение		2
Итого		35



**Физика. 9 класс**

2 вариант

Работа рассчитана на 240 минут

**Задание № 1.** При падении капля дождя в воздухе более крупные капли распадаются на мелкие в момент, когда сила сопротивления со стороны воздуха превышает силу поверхностного натяжения, которая обеспечивает ей шаровую форму.

Оцените каков должен быть диаметр падения капли, чтобы она не распадалась при своём падении при скорости  $v = 0,5 \frac{м}{с}$

Величина поверхностного натяжения воды  $\sigma = 72 \frac{мН}{м}$ , плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Считайте, что диаметр, при котором капля не распадается, является функцией поверхностного натяжения, плотности воды и скорости каплей:  $d = A\sigma^\alpha \rho^\beta v^\gamma$ . Коэффициент пропорциональности примите за единицу.

(15 баллов)

**Решение**

$$d = A\sigma^\alpha \rho^\beta v^\gamma \quad (1)$$

Запишем уравнение (1) через размерности:

$$м = \frac{\text{кг}^\alpha}{\text{с}^{2\alpha}} \cdot \frac{\text{кг}^\beta}{\text{м}^{3\beta}} \frac{\text{м}^\gamma}{\text{с}^\gamma} \quad (2)$$

Соберем показатели при одинаковых размерностях слева и справа уравнения (2)

$$\begin{cases} 1 = -3\beta + \gamma \\ 0 = -2\alpha - \gamma \\ \alpha + \beta = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Получаем:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -1 \\ \gamma = -2 \end{cases} \quad (4)$$

Следовательно, получим уравнение зависимости скорости от заявленных параметров:

$$d = A \frac{\sigma}{\rho v^2} \quad (5)$$

Оценим величину диаметра:

$$d = \frac{72 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 0,5^2} = 0,000288\text{м} = 0,29 \text{ мм} \quad (6)$$

Задача 1.м(15 баллов)		Баллы
Записано уравнение 1	$d = A\sigma^\alpha \rho^\beta v^\gamma$	2
Записано уравнение 2	$м = \frac{\text{кг}^\alpha}{\text{с}^{2\alpha}} \cdot \frac{\text{кг}^\beta}{\text{м}^{3\beta}} \frac{\text{м}^\gamma}{\text{с}^\gamma}$	2

Записаны уравнения для поиска степеней (3)		3
Получены показатели степеней		3
Получено уравнение (5)	$vd = A \frac{\sigma}{\rho v^2}$	4
Получено численное значение скорости		1
Итого		15 баллов

**Задание № 2.** Определите радиус экзопланеты, если искусственный спутник, двигающийся вокруг планеты по стационарной орбите, сможет обеспечивать связь с планетой до  $\varphi = 80^\circ$ .

Период обращения  $T_{пл} = 1,5T_z$ , где  $T_z$  – период обращения Земли вокруг собственной оси. Масса планеты  $4,9 \cdot 10^{23}$  кг.

(20 баллов)

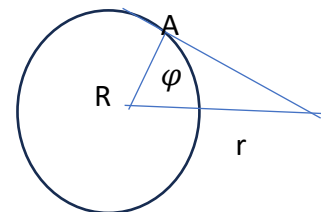
### Решение

Найдем радиус орбиты Харона из закона Всемирного тяготения и второго закона Ньютона.

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_{пл}}\right)^2 \cdot r \quad (7)$$

Выразим радиус геостационарной орбиты

$$r = \left(\frac{GM}{4\pi^2} \cdot T_{пл}^2\right)^{1/3} = 24054936 \text{ м} = 24055 \text{ км} \quad (8)$$



Из точки расположения спутника проведем касательную к поверхности планеты. Точка А будет видна под углом  $\varphi$  к плоскости экватора планеты. Радиус планеты равен:

$$R = r \cos \varphi = 4177,1 \text{ км} \quad (9)$$

Задача 2. (20 баллов) Космическая связь		Баллы
Записано уравнение (7)		5
Выведена формула для определения радиуса геостационарной орбиты		3
Получен численный результат радиуса геостационарной орбиты		2
Сделан рисунок, позволяющий определять положение		3

точки, где сигнал будет ещё восприниматься		
Получена формула (9)	$R = r \cos \varphi$	5
Получено численное значение угла радиуса планеты		2
Итого		20

**Задание № 3.** Юный исследователь Василий сделал опыт по определению удельной постоянной испарения воды в домашних условиях. Включил плитку на мощность 432 Вт и стал снимать зависимость массы испарившейся воды от времени. Отошел на некоторое время, в это время его младшая сестра Катя долила кипящей воды в кастрюльку и переключила плиту на другую мощность, но вот беда: не известно на какую, так как она записала показания, но не запомнила положение регулятора. И к приходу брата успела выключить плиту.

Помогите определить Василию мощность плиты, на которой происходил далее опыт. И не забудьте определить постоянную испарения для воды.

Нижняя часть графика для мощности 432 Вт, верхняя – для не известной мощности.

Погрешности оценивать не надо.

График расположен на отдельном листе. Сделайте все необходимые построения на нём.

(20 баллов)

### Решение

Энергия нагревателя идет на испарение воды и потерю энергии за счет теплоотвода за время  $t$ , равна:

$$Pt = \lambda m + P_{\text{п}} t \quad (11)$$

В данном случае мощность потерь  $P_{\text{п}}$  величина постоянная, так как зависит от материала кастрюли и разности температур между кастрюлей и комнатой.

Выразим зависимость времени испарения от массы испарившейся воды:

$$t = \frac{\lambda}{p} m + \frac{p_{\text{п}}}{p} \quad (12)$$

Видно, что время является линейной зависимостью с угловым коэффициентом:

$$k = \frac{\Delta t}{\Delta m} = \frac{\lambda}{p} \quad (13)$$

$$\lambda = \frac{p}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)} \quad (14)$$

По нижнему графику определим удельную теплоту плавления.

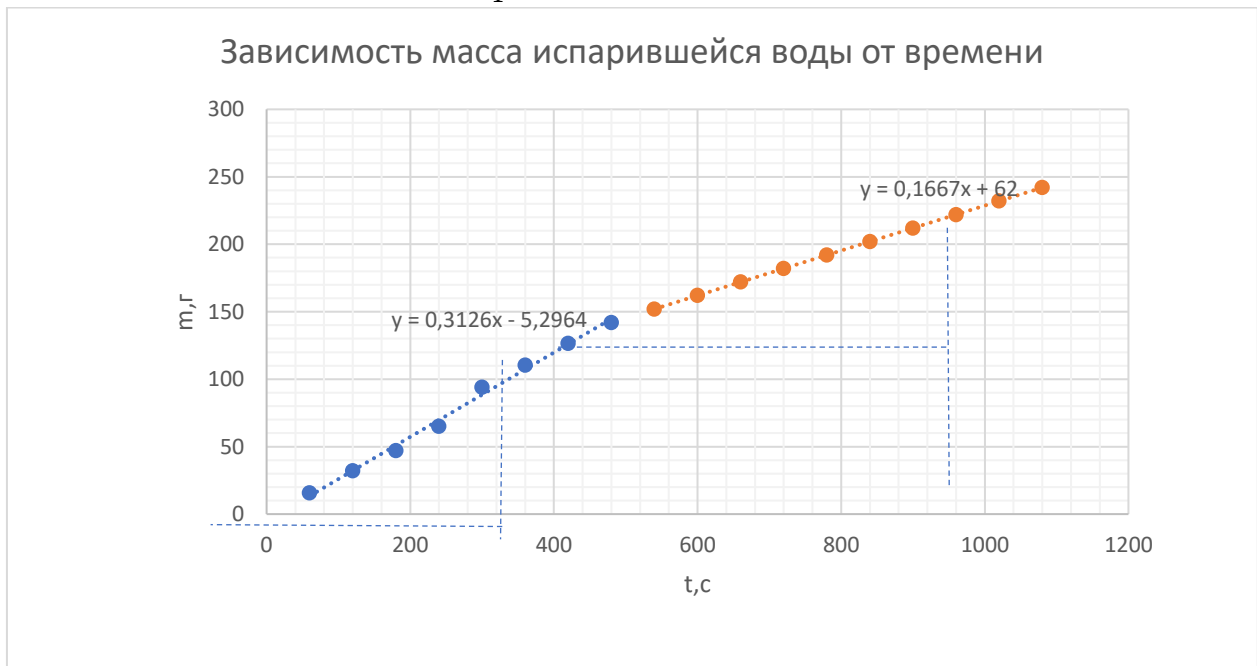
$$\lambda = \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{432}{0,3126 \cdot 10^{-3}} = 1,38 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \quad (15)$$

Опыт был не очень удачен!!! Почти вдвое заниженный результат.

Так как  $\lambda = \text{const}$ , то из второго графика

$$\lambda = \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{P_2}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2} \quad (16)$$

$$P_2 = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{0,1667}{0,3126} * 432 = 230,4 \text{ Вт} \quad (17)$$



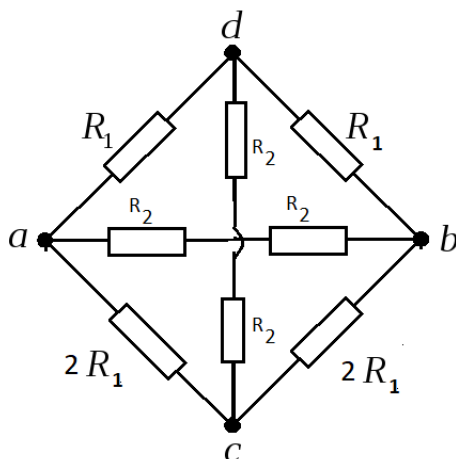
Задача 3. (20 баллов)		Баллы
Записано уравнение (11)		3
Указано, что мощность потерь от кастрюли постоянна		2
Выражена зависимость времени испарения от массы (12)		3
Записана формула для определения углового коэффициента	$k = \frac{\Delta t}{\Delta m} = \frac{\lambda}{p}$	2
Найдена формула 14	$\lambda = \frac{p}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)}$	2
Найдена величина углового коэффициента для данного графика для мощность P <sub>1</sub>	$\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1 = 0,3126 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$ Найдена формула для определения мощность	2
Найдена величина углового коэффициента для данного графика для мощность P <sub>1</sub>	$\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 = 0,1667 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$ Значения коэффициентов могут быть с точностью до второго знака после запятой, баллы не снимать	2

Определено численное значение удельной теплоты парообразования		1
Записана формула для расчета мощность $P_2$	$P_2 = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1}$	2
Найдено численное значение $P_2$ с точностью до 10%	с точностью до 10% - 1 балл с точностью до 20% - 0,5 баллов меньше 20% - 0 баллов	1
Итого		20 баллов

#### Задание № 4. Простая цепь.

При подключении омметра к клеммам  $a$  и  $b$  сопротивление цепи будет равно  $R_I = 4$  Ом, а при подключении омметра к клеммам  $c$  и  $d$  сопротивление цепи будет  $R_{II} = \frac{48}{17}$  Ом.

- 1) Чему равно сопротивление  $R_{II}$  при подключении омметра к клеммам  $c$  и  $d$ ?
- 2) Чему равно сопротивление  $R_2$ ?



(10 баллов)

#### Решение

При подключении к клеммам  $a$  и  $b$  сопротивление между точками  $c$  и  $d$  равно нулю, т.к.  $\varphi_c = \varphi_d$ , поэтому

$$\frac{1}{R_I} = \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2 \cdot 2R_1} + \frac{1}{2R_2} = \frac{3}{4R_1} + \frac{1}{2R_2}. \quad (18)$$

При подключении к клеммам  $c$  и  $d$  сопротивление между точками  $a$  и  $b$  равно нулю, т.к.  $\varphi_a = \varphi_b$ , поэтому

$$\frac{1}{R_{II}} = \frac{1}{3R_1} + \frac{1}{3R_1} + \frac{1}{2R_2} = \frac{2}{3R_1} + \frac{1}{2R_2}. \quad (19)$$

Возьмем разность от двух верхних уравнений:

$$\frac{1}{R_I} - \frac{1}{R_{II}} = \frac{3}{4R_1} - \frac{2}{3R_1} = \frac{1}{12R_1} \quad (20)$$

$$R_1 = \frac{R_I R_{II}}{12(R_{II} - R_I)} = 4 \text{ Ом} \quad (21)$$

Подставим  $R_1$  в верхнее уравнение получим:

$$R_2 = 4 \text{ Ом} \quad (22)$$

<b>Задача 4. (10 баллов) Простая цепь.</b>		
Указано, что $\varphi_c = \varphi_d$		0,5
Записана формула (18)		2
Указано что $\varphi_a = \varphi_b$		0,5
Записана формула (19)		2
Получена формула для расчета $R_1 =$		2
Получена формула для расчета $R_2 =$		2
Получено численное значение $R_1 =$		0,5
Получено численное значение $R_1$		0,5
Итого		10

#### **Задание № 5. Архимед и римские корабли.**

Существует легенда, что Архимед якобы использовал зеркало для поджога римских кораблей во время осады Сиракуз в III веке до н. э. Согласно рассказам древних авторов, таких как Плутарх и Луций Анней Сенека, Архимед применил систему зеркал, отражающих солнечные лучи, чтобы направить концентрированный пучок света на вражеские корабли, вызывая пожар.

Предположите, что корабли подошли на расстояние 150 метров до стены крепости, в которой жил Архимед. Максимальная высота, на которой можно поставить зеркало, составляет 50 метров. Высота Солнца над уровнем моря составляет  $\varphi = 72^\circ$ .

1. Сделайте рисунок, укажите на нём как надо расположить зеркало, чтобы лучи от него попадали на корабль. Также укажите величины углов и опишите как Вы проводили построения.

2. За какой промежуток времени 16 зеркал подожгут парус?

Парус выполнен из хлопковой парусины толщиной 1 мм, плотностью  $800 \text{ кг/м}^3$ , теплоёмкостью  $c=1380 \text{ Дж/(кг*град)}$  и удельной теплотой активации возгорания  $q=1 \text{ МДж/кг}$ , температура воспламенения  $T_b=250^\circ\text{C}$ , температура уличная  $T_y = 30^\circ\text{C}$ .

Количество энергии, падающей единицу площади на зеркало, равно солнечной постоянной  $\gamma = 1300 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$ . Во времена античности коэффициент отражения серебряных зеркал составлял 0,7.

(35 баллов)

## Решение

1. Корабли видны под углом  $\alpha$ .

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{l}{h} = 3 \quad (23)$$

$$\alpha = 71,56^\circ \quad (24)$$

Нормаль к зеркалу необходимо проводить под углом от падающего луча

$$\theta = \frac{\varphi + (90 - \alpha)}{2} = 71,78^\circ \approx 71,8^\circ, \quad (25)$$

где  $\varphi + (90 - \alpha)$  - угол между падающим и отраженным лучами.

Угол между падающим и вертикальной стеной составляет  $90 - 72 = 18^\circ$ .

Угол наклона зеркала от вертикальной стены составляет:

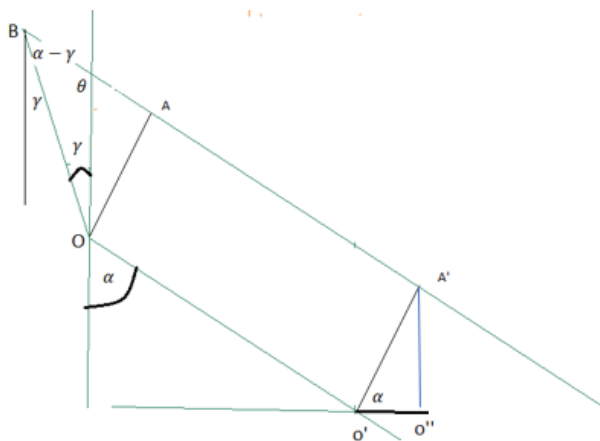
$$\gamma = 90 - (71,8 + 18) = 0,2^\circ \quad (26)$$

2. Количество энергии необходимой для поджига парусины массой

$$m = \rho S_{\Pi} h \quad (27)$$

составляет

$$Q \equiv cm(T_b - T_y) + qm = \rho S_{\Pi} h(c(T_b - T_y) + q) \quad (28)$$



При отражении от зеркала площадь пятна на парусе изменяется, т.к. изменяется длина изображения зеркала, а ширина остается неизменной.

$OB = b$  - длина зеркала,  $A'O''$  - это длина солнечного пятна на парусе. Из рисунка видно, что

$$A'O'' = O'A' \sin \alpha = BO \cdot \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha = b \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha \quad (29)$$

Общая площадь пятна зеркала составляет:

$$S_{\Pi} = b \cdot A'O'' = b^2 \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha = S \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha \quad (30)$$

Количество теплоты, полученное от зеркала

$$Q = N \gamma S t \quad (31)$$

По закону сохранения получаем с учетом коэффициента отражения:

$$k \gamma S t = \rho S_{\Pi} h (c(T_b - T_y) + q) \quad (32)$$

$$t = \frac{\rho S_{\Pi} h (c(T_b - T_y) + q)}{k \gamma S t} = \frac{\rho \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha h (c(T_b - T_y) + q)}{k \gamma N} = 50,1 \text{ с} \quad (33)$$

Задача 5. (35 баллов) Архимед и римские корабли.		Баллы
Сделан рисунок	1) Луч, падающий на парус – 1 балл 2) Луч, падающий на зеркало-1 3) Перпендикуляр к зеркалу – 1 балл Указаны углы: 4) между зеркалом и вертикалью -1 5) между горизонтом и направлением на солнце - 1 6) между вертикалью и падающим на парус – 1	6
Записана формула (23 н		2
Определен угол между вертикалью и направлением на корабль		1
Определено угловое положение нормали к зеркалу	1 балл за формулу 1 балл за численное значение	2
Определен угол между вертикалью и положением зеркала		3
Записана формула для расчета массы парусины		2
Определено количество энергии для поджига парусины		3
Сделан рисунок для определения площади $m$ на которую падает энергия от зеркала площадью $S$		4
Найдена $S_{\Pi}$		4
Записана формула для количества энергии, идущей от зеркала к кораблю		2

Записан закон сохранения энергии		2
Получена формула для расчета времени		2
Получено численное значение		2
Итого		35

# Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № \_\_\_\_\_

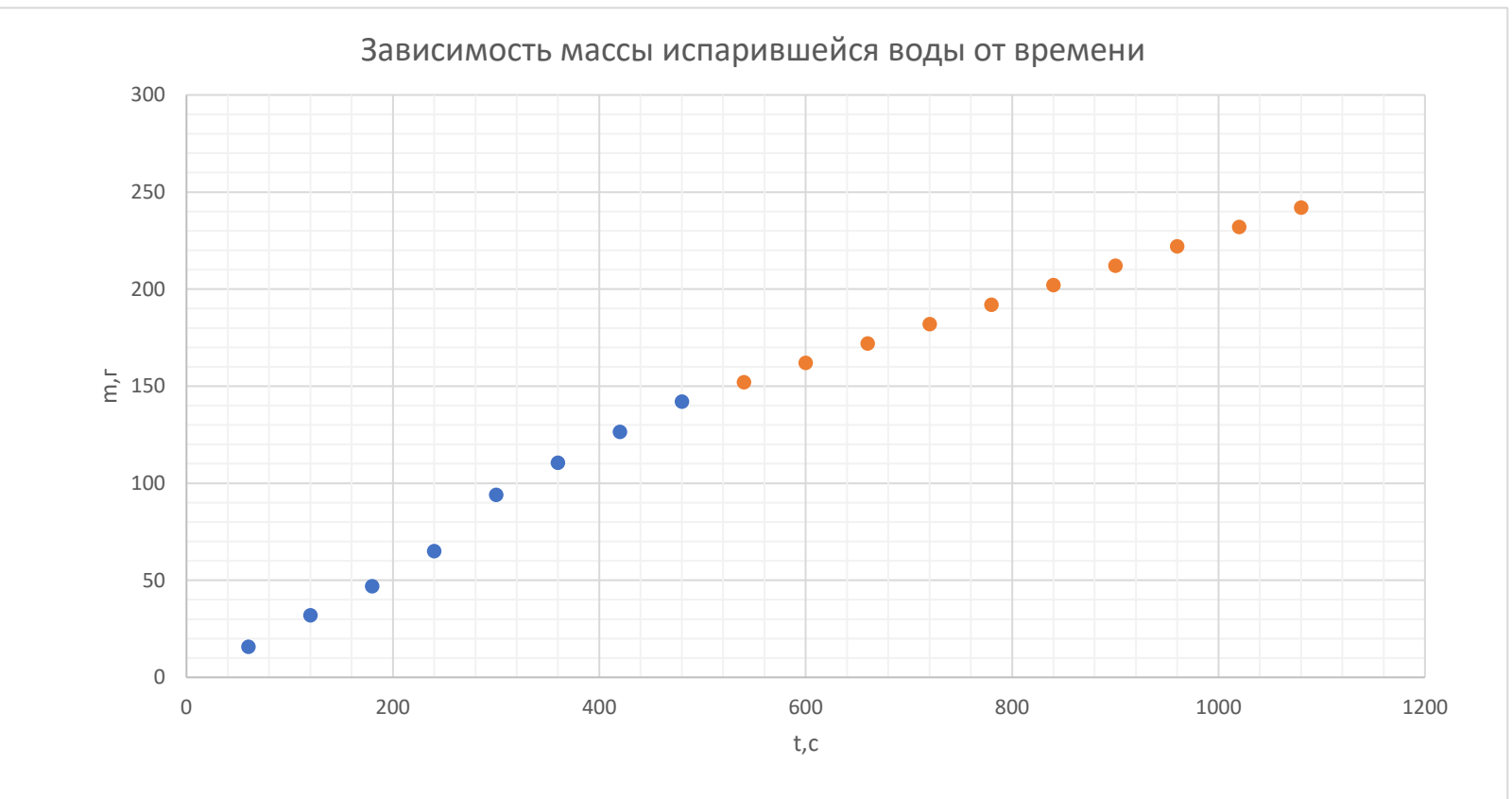
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

График к задаче № 3



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



Открепите данный бланк от заданий и сдайте на проверку с остальными бланками

**Физика. 9 класс**

**3 вариант**

*Работа рассчитана на 240 минут*

**Задание № 1.** На Планете Венера иногда идут дожди из чистой серной кислоты. Представьте, что дожди из серной кислоты иногда идут и на нашей Земле, например, при активности вулканов.

При падении капля дождя в атмосфере более крупные капли распадаются на мелкие в момент, когда сила сопротивления со стороны воздуха превышает силу поверхностного натяжения, которая обеспечивает ей шаровую форму.

Оцените, каков должен быть диаметр падения капли, чтобы она не распадалась при своём падении при скорости  $v = 5 \frac{м}{с}$ .

Величина поверхностного натяжения воды  $\sigma = 55 \frac{мН}{м}$ , плотность серной кислоты  $\rho = 1384 \text{ кг/м}^3$ .

Считайте, что диаметр, при котором капля не распадается, является функцией поверхностного натяжения, плотности воды и скорости капель:  $d = A\sigma^\alpha \rho^\beta v^\gamma$ . Коэффициент пропорциональности примите за единицу.

*(15 баллов)*

**Решение**

$$d = A\sigma^\alpha \rho^\beta v^\gamma \quad (1)$$

Запишем уравнение (1) через размерности:

$$м = \frac{кг^\alpha}{с^{2\alpha}} \cdot \frac{кг^\beta}{м^{3\beta}} \frac{м^\gamma}{с^\gamma} \quad (2)$$

Соберем показатели при одинаковых размерностях слева и справа уравнения (2)

$$\begin{cases} 1 = -3\beta + \gamma \\ 0 = -2\alpha - \gamma \\ \alpha + \beta = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Получаем:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -1 \\ \gamma = -2 \end{cases} \quad (4)$$

Следовательно, получим уравнение зависимости скорости от заявленных параметров:

$$d = A \frac{\sigma}{\rho v^2} \quad (5)$$

$$d = \frac{55 \cdot 10^{-3}}{1384 \cdot 5^2} = 1,6 \text{ мкм} \quad (6)$$

*И это действительно так!*

Часто серная кислота выпадает в виде аэрозоля диаметром около 1 мкм.

Задача 1.м(15 баллов)		Баллы
Записано уравнение 1	$d = A\sigma^\alpha \rho^\beta v^\gamma$	2
Записано уравнение 2	$M = \frac{\text{кг}^\alpha}{\text{с}^{2\alpha}} \cdot \frac{\text{кг}^\beta \text{ м}^\gamma}{\text{м}^{3\beta} \text{ с}^\gamma}$	2
Записаны уравнения для поиска степеней (3)		3
Получены показатели степеней		3
Получено уравнение (5)	$vd = A \frac{\sigma}{\rho v^2}$	4
Получено численное значение скорости		1
Итого		15 баллов

**Задание № 2.** На спутник Плутона Харон решили поставить ретранслятор, который должен обеспечивать связь с планетой.

Оцените отношение интенсивностей сигнала, пришедшего от ретранслятора до планеты в точке, расположенной на экваторе и в крайней точке, где мы ещё можем поймать сигнал.

Считайте, что ретранслятор выдает сигнал одинаковой мощности по всем возможным направлениям.

Радиус Плутона 1188,3 км. Масса  $1,3 \cdot 10^{22}$  кг. Период обращения  $T_{\text{пл}} = 6,387 \text{ Тз}$ , где Тз – период обращения Земли вокруг собственной оси.

Интенсивность сигнала – это отношение мощности сигнала к единице площади, на которую он приходит.

(20 баллов)

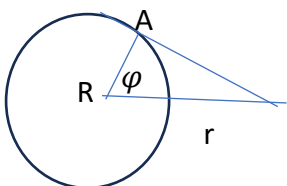
### Решение

Найдем радиус орбиты Харона из закона Всемирного тяготения и второго закона Ньютона.

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_{\text{пл}}}\right)^2 \cdot r \quad (7)$$

Выразим радиус геостационарной орбиты

$$r = \left(\frac{GM}{4\pi^2} \cdot T_{\text{пл}}^2\right)^{1/3} = 18847644,1 \text{ м} = 18847,6 \text{ км} \quad (8)$$



Интенсивность излучения на расстоянии  $r$

$$I_A = \frac{P}{4\pi r^2} \quad (9)$$

Интенсивность сигнала на экваторе:

$$I_{\text{э}} = \frac{P}{4\pi(r-R)^2} \quad (10)$$

Отношение интенсивностей.

$$\frac{I_3}{I_A} = \frac{r^2}{(r-R)^2} = 1,14 \quad (11)$$

<b>Задача 2. (20 баллов) Космическая связь</b>		<b>Баллы</b>
Записано уравнение (7)		5
Выведена формула для определения радиуса геостационарной орбиты		3
Получен численный результат радиуса геостационарной орбиты		2
Сделан рисунок, позволяющий определять положение точки, где сигнал будет ещё восприниматься		3
Записана формула для Интенсивности излучения на расстоянии r		2
Интенсивность излучения на расстоянии r-R		2
Получена формула для расчета интенсивностей		2
Получено численное значение отношения интенсивностей		1
Итого		20

**Задание № 3.** Юный исследователь Василий сделал опыт по определению удельной постоянной испарения воды в домашних условиях. Включил плитку на мощность 432 Вт и стал снимать зависимость массы испарившейся воды от времени. Отошел на некоторое время, в это время его младшая сестра Катя долила кипящей воды в кастрюльку и переключила плиту на другую мощность, но вот беда: не известно на какую, так как она записала показания, но не запомнила положение регулятора. И к приходу брата успела выключить плиту.

Помогите определить Василию мощность плиты, на которой происходил далее опыт. И не забудьте определить постоянную испарения для воды.

Нижняя часть графика для мощности 432 Вт, верхняя – для неизвестной мощности.

Погрешности оценивать не надо.

График расположен на отдельном листе. Сделайте все необходимые построения на нём.

(20 баллов)

### Решение

Энергия нагревателя идет на испарение воды и потерю энергии за счет теплоотвода за время  $t$ , равна:

$$Pt = \lambda m + P_{\text{п}} t \quad (11)$$

В данном случае мощность потерь  $P_{\text{п}}$  величина постоянная, так как зависит от материала кастрюли и разности температур между кастрюлей и комнатой.

Выразим зависимость времени испарения от массы испарившейся воды:

$$t = \frac{\lambda}{p} m + \frac{p_{\text{п}}}{p} \quad (12)$$

Видно, что время является линейной зависимостью с угловым коэффициентом:

$$k = \frac{\Delta t}{\Delta m} = \frac{\lambda}{p} \quad (13)$$

$$\lambda = \frac{p}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)} \quad (14)$$

По нижнему графику определим удельную теплоту плавления.

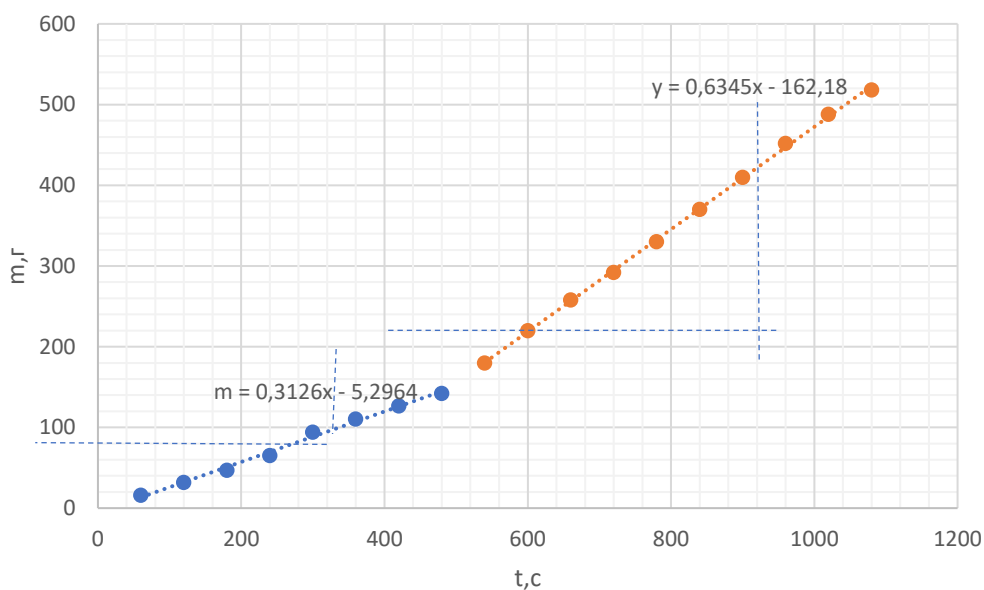
$$\lambda = \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{432}{0,3126 \cdot 10^{-3}} = 1,38 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \quad (15)$$

Так как  $\lambda = \text{const}$ , то из второго графика

$$\lambda = \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{P_2}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2} \quad (16)$$

$$P_2 = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{0,6345}{0,3126} * 432 = 877 \text{ Вт} \quad (17)$$

Зависимость масса испарившейся воды от времени



Задача 3. (20 баллов)		Баллы
Записано уравнение (11)		2
Указано, что мощность потерь от кастрюли постоянна		3
Выражена зависимость времени испарения от массы (12)		2
Записана формула для определения углового коэффициента	$k = \frac{\Delta t}{\Delta m} = \frac{\lambda}{p}$	3
Найдена формула 14	$\lambda = \frac{p}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)}$	2
Найдена величина углового коэффициента для данного графика для мощности $P_1$	$\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1 = 0,3126 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$ <i>Найдена формула для определения мощность</i>	2
Найдена величина углового коэффициента для данного графика для мощности $P_1$	$\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 = 0,6345 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$ <i>Значения коэффициентов могут быть с точностью до второго знака после запятой, баллы не снимать</i>	2
Определено численное значение удельной		1

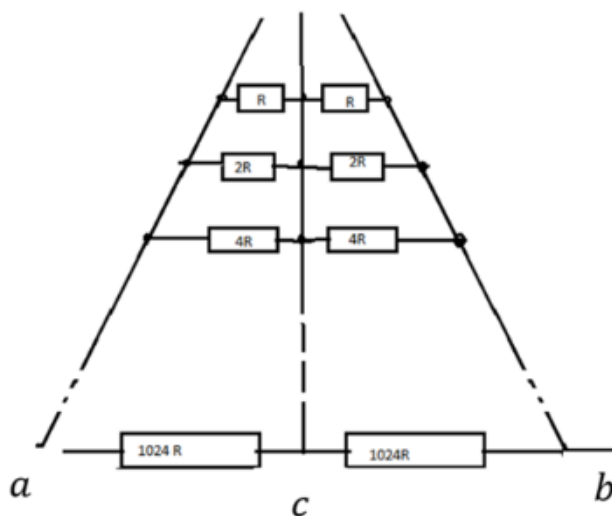
теплоты парообразования		
Записана формула для расчета мощность $P_2$	$P_2 = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1}$	2
Найдено численное значение $P_2$	с точностью до 10% - 1 балл с точностью до 20% - 0,5 балла выше 20% - 0 баллов	1
Итого		20 баллов

#### Задание № 4. Простая цепь.

При подключении омметра к клеммам  $a$  и  $b$  сопротивление цепи будет равно  $R_0 = 1024 \text{ Ом}$ .

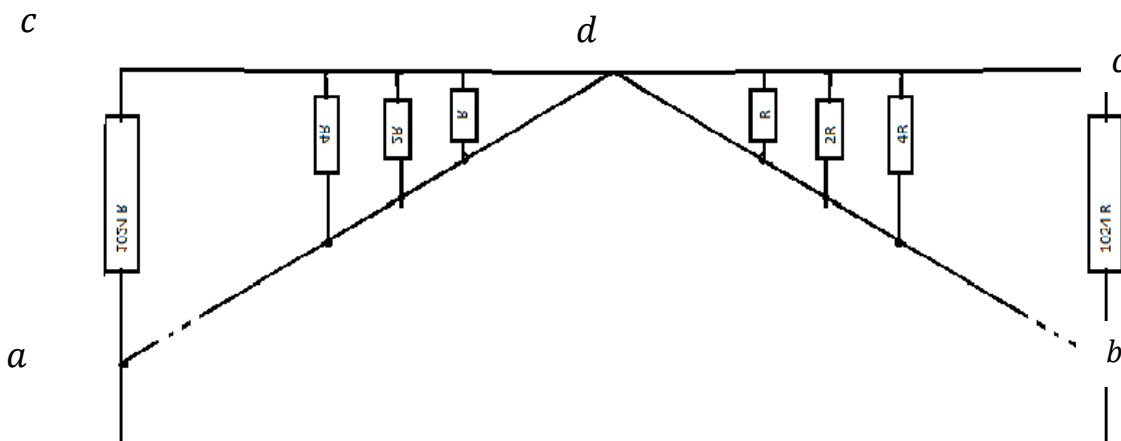
Чему равно сопротивление  $R$ ?

Сумма геометрической прогрессии равна  $S_n = a \frac{1-q^n}{1-q}$ .



(10 баллов)

## Решение



В силу симметрии задач потенциалы между точками  $c$  и  $d$  равны, поэтому мы получаем схему с двумя одинаковыми частями, в которых сопротивления соединены параллельно, а сами части между собой последовательно. Сопротивления частей цепи найдем по формуле:

$$\frac{1}{R_I} = \frac{1}{R_{II}} = \frac{1}{R} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024} \right) \quad (18)$$

Так как  $2^{10} = 1024$ , то получаем геометрическую прогрессию с  $a = 1$ ,  $n = 10$ ,  $q = \frac{1}{2}$ .

$$\frac{1}{R_I} = \frac{1}{R_{II}} = \frac{1}{R} \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{R} \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1023}{512} \cdot \frac{1}{R}. \quad (19)$$

Общее сопротивление цепи равно:

$$R_0 = R_I + R_{II} = 2R_{II} = 2 \frac{512R}{1023} \quad (20)$$

Выразим значение  $R$ :

$$R = \frac{1023}{2 \cdot 512} R_0 \quad (21)$$

Получим численное значение сопротивления  $R$ :

$$R = \frac{1023}{2 \cdot 512} 1024 = 1023 \text{ Ом} \quad (22)$$

Задача 4. (10 баллов) Простая цепь.		
Указано, что $\varphi_c = \varphi_d$		0,5
Указано что имеем две последовательно соединенные схемы с одинаковыми сопротивлениями		1

Записана формула (18)		2
Записана количество членов геометрической прогрессии		0,5
Записано $a$		0,5
Записано $q$		0,5
Применена формула геометрической прогрессии для расчета сопротивлений частей схемы		2
Записана формула для расчета сопротивления всей цепи		1
Получено формула для расчета сопротивления $R$		1
Получено численное значение $R_1$		1
Итого		10

### Задание № 5. Архимед и римские корабли.

Существует легенда, что Архимед якобы использовал зеркало для поджога римских кораблей во время осады Сиракуз в III веке до н. э.

Согласно рассказам древних авторов, таких как Плутарх и Луций Анней Сенека, Архимед применил систему зеркал, отражающих солнечные лучи, чтобы направить концентрированный пучок света на вражеские корабли, вызывая пожар.

Василий решил проверить достоверность легенды. Сделал плот, на нём поставил рею с парусом площадью  $10 \cdot 10 \text{ см}^2$ .

Высота Солнца над горизонтом в день солнцестояния в Красноярске составляет  $\varphi = 57,5^\circ$ .

1. Сделайте рисунок, укажите на нём как надо расположить зеркало, чтобы лучи от него попадали на корабль. Также укажите величины углов и опишите как Вы проводили построения.

2. Какое количество квадратных зеркал площадью  $S = 10 \cdot 10 \text{ см}^2$  необходимо взять для поджигания паруса плота в течении 1 минуты?

Парус выполнен из хлопковой парусины толщиной 1 мм, плотностью  $800 \text{ кг/м}^3$ , теплоёмкостью  $c = 1380 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$  и удельной теплотой возгорания  $q = 1 \text{ МДж/кг}$ , температура воспламенения  $T_b = 250^\circ \text{C}$ , температура уличная  $T_y = 30^\circ \text{C}$ .

Зеркало предположительно будет расположено на уровне 1 метр от берега, плот на расстоянии 1 метр от берега.

Количество энергии, падающей единицу площади на зеркало, равно солнечной постоянной  $\gamma = 1300 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$ . Коэффициент отражения современных серебряных зеркал составлял 0,95.

(35 баллов)

### Решение

1. Корабли видны под углом  $\alpha$ .

$$\text{tg } \alpha = \frac{l}{h} = 1 \quad (23)$$

$$\alpha = 45^\circ \quad (24)$$

Нормаль к зеркалу необходимо проводить под углом от падающего луча

$$\theta = \frac{\varphi + (90 - \alpha)}{2} = \frac{57,5 + (90 - 45)}{2} \approx 51,4^\circ, \quad (25)$$

где  $\varphi + (90 - \alpha)$  - угол между падающим и отраженным лучами.

Угол между падающим и вертикальной стеной составляет  $90 - 57,5 = 32,5^\circ$ .

Угол наклона зеркала от вертикальной стены составляет:

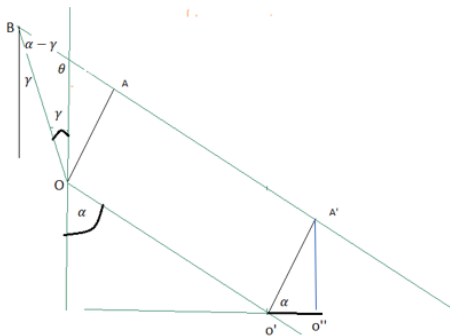
$$\gamma = 90 - (51,5 + 32,5) = 6,0^\circ \quad (26)$$

2. Количество энергии необходимой для поджига парусины массой

$$m = \rho S h \quad (27)$$

составляет

$$Q \equiv ct(T_b - T_y) + qt = \rho S_{\Pi} h (c(T_b - T_y) + q). \quad (28)$$



При отражении от зеркала площадь пятна на парусе изменяется, т.к. изменяется длина изображения зеркала, а ширина остается неизменной.

$OB = b$  - длина зеркала,  $A'O''$  - это длина солнечного пятна на парусе. Из рисунка видно, что

$$A'O'' = O'A' \sin \alpha = BO \cdot \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha = b \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha \quad (29)$$

Общая площадь пятна зеркала составляет:

$$S_{\Pi} = b \cdot A'O'' = b^2 \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha = S \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha \quad (30)$$

Количество теплоты, полученное от зеркала

$$Q = N \gamma S t \quad (31)$$

По закону сохранения получаем с учетом коэффициента отражения:

$$k\gamma StN = \rho S_{\Pi} h(c(T_b - T_y) + q) \quad (32)$$

$$N = \frac{\rho S_{\Pi} h(c(T_b - T_y) + q)}{k\gamma St} = \frac{\rho \sin(\alpha - \gamma) \sin \alpha h(c(T_b - T_y) + q)}{k\gamma t} = 5 \text{ штук} \quad (33)$$

Вот и не верьте легендам!!!

<b>Задача 5. (35 баллов) Архимед и римские корабли.</b>		<b>Баллы</b>
Сделан рисунок	1) Луч, падающий на парус – 1 балл 2) Луч, падающий на зеркало - 1 3) Перпендикуляр к зеркалу – 1 балл Указаны углы: 4) между зеркалом и вертикалью - 1 5) между горизонтом и направлением на солнце - 1 6) между вертикалью и падающим на парус – 1	6
Записана формула (23)		2
Определен угол между вертикалью и направлением на корабль		1
Определено угловое положение нормали к зеркалу	1 балл за формулу 1 балл за численное значение	2
Определен угол между вертикалью и положением зеркала		3
Записана формула для расчета массы парусины		2
Определено количество энергии для поджига парусины		3
Сделан рисунок для определения площади парусана которую		4

падает энергия от зеркала площадью $S$		
Найдена $S_{\Pi}$		4
Записана формула для количества энергии, идущей от зеркала к кораблю		2
Записан закон сохранения энергии		2
Получена формула для расчета количества зеркал		2
Получено численное значение		2
Итого		35

# Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № \_\_\_\_\_

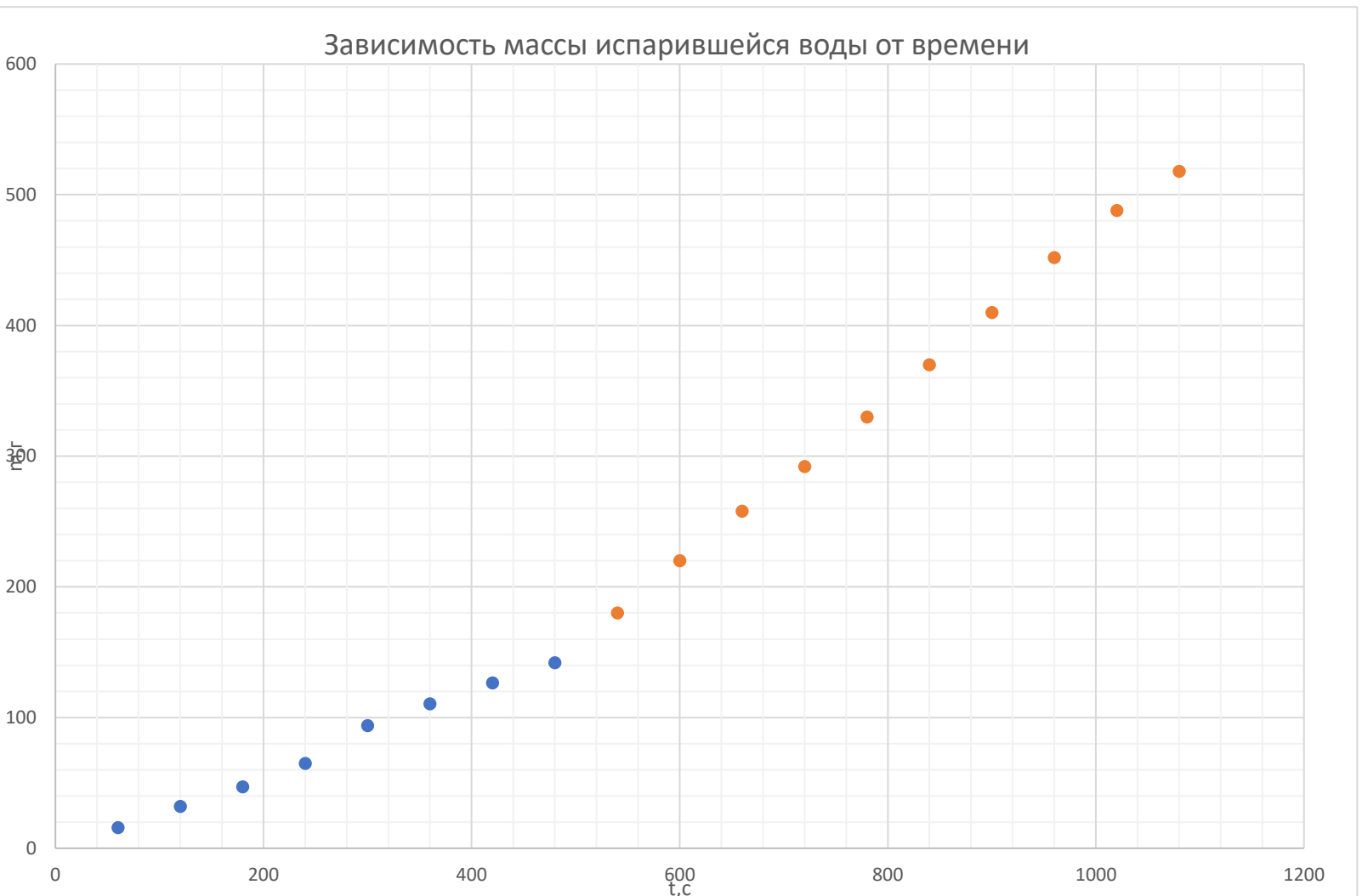
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

График к задаче № 3

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа



Открепите данный бланк от заданий и слайте на проверку с остальными бланками

**Физика. 9 класс**

4 вариант

*Работа рассчитана на 240 минут*

**Задание № 1.** На Земле иногда идут дожди из серной кислоты, например, после извержения вулкана. При падении капля серной кислоты в атмосфере Земли более крупные капли распадаются на мелкие в момент, когда сила сопротивления со стороны воздуха превышает силу поверхностного натяжения, которая обеспечивает ей шаровую форму.

Оцените скорость падения капли, при которой ещё капли не распадаются, если её диаметр равен  $d = 0,5$  мкм, величина поверхностного натяжения воды  $\sigma = 55 \frac{\text{мН}}{\text{м}}$ , плотность серной кислоты  $\rho = 1384 \text{ кг/м}^3$ .

Считайте, что скорость является функцией поверхностного натяжения, плотности воды и диаметра каплей:  $v = A\sigma^\alpha \rho^\beta d^\gamma$ . Коэффициент пропорциональности примите за единицу.

(15 баллов)

**Решение**

$$v = A\sigma^\alpha \rho^\beta d^\gamma \quad (1)$$

Запишем уравнение (1) через размерности:

$$\frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{кг}^\alpha}{\text{с}^{2\alpha}} \cdot \frac{\text{кг}^\beta}{\text{м}^{3\beta}} \text{м}^\gamma \quad (2)$$

Соберем показатели при одинаковых размерностях слева и справа уравнения (2)

$$\begin{cases} 1 = -3\beta + \gamma \\ -1 = -2\alpha \\ \alpha + \beta = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Получаем:

$$\begin{cases} \alpha = 1/2 \\ \beta = -\alpha = -1/2 \\ \gamma = -1/2 \end{cases} \quad (4)$$

Следовательно, получим уравнение зависимости скорости от заявленных параметров:

$$v = A\sigma^{1/2} \rho^{-1/2} d^{-1/2} = A \sqrt{\frac{\sigma}{\rho d}} \quad (5)$$

Оценим величину скорости:

$$v = \sqrt{\frac{55 \cdot 10^{-3}}{1384 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{0,144} = 8,9 \text{ м/с}$$

*Часто серная кислота выпадает в виде аэрозоля диаметром около 1 мкм, то есть диаметр 0,5 мкм достаточно устойчивый*

Задача 1.м(15 баллов)		Баллы
Записано уравнение 1	$v = A\sigma^\alpha \rho^\beta d^\gamma$	2
Записано уравнение 2	$\frac{м}{с} = \frac{кг^\alpha}{с^{2\alpha}} \cdot \frac{кг^\beta}{м^{3\beta}} м^\gamma$	2
Записаны уравнения для поиска степеней (3)		3
Получены показатели степеней	$\alpha=1/2$ $\beta=-\alpha=-1/2$ $\gamma = -1/2$	3
Получено уравнение (5)	$v = A \sqrt{\frac{\sigma}{\rho d}}$	4
Получено численное значение скорости		1
Итого		15 баллов

**Задание № 2.** Искусственный спутник, движется вокруг экзопланеты по стационарной орбите.

Период обращения спутника  $T_{пл}=1,5T_z$ , где  $T_z$  – период обращения Земли вокруг собственной оси. Масса планеты  $5,1 \cdot 10^{23}$  кг.

Оцените радиус планеты, если отношение интенсивностей сигналов, пришедшего от ретранслятора до планеты в точке, расположенной на экваторе и в крайней точке, где мы ещё можем поймать сигнал  $\frac{I_э}{I_k} = 1,2$ .

Считайте, что ретранслятор выдает сигнал одинаковой мощности по всем возможным направлениям.

Интенсивность сигнала – это отношение мощности сигнала к единице площади, на которую он приходит.

(20 баллов)

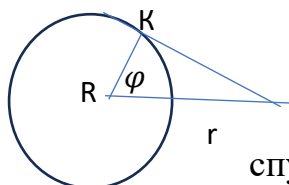
### Решение

Найдем радиус орбиты Харона из закона Всемирного тяготения и второго закона Ньютона.

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_{пл}}\right)^2 \cdot r$$

Выразим радиус геостационарной орбиты

$$r = \left(\frac{GM}{4\pi^2} \cdot T_{пл}^2\right)^{1/3} = 24377859,8 \text{ м} = 24377,9 \text{ км}$$



Точка К расположена на прямой, проходящей по касательной к планете. Это крайняя точка до куда доходит сигнал на планету от спутника..

Интенсивность излучения на расстоянии  $r$  в точке К:

$$I_k = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Интенсивность сигнала на экваторе:

$$I_э = \frac{P}{4\pi(r-R)^2}$$

Отношение интенсивностей.

$$\frac{I_э}{I_A} = \frac{r^2}{(r-R)^2}$$

Радиус планеты равен

$$R = r \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{I_k}{I_э}} \right) = 2123.9 \text{ км}$$

*Планета явно меньше Земли.*

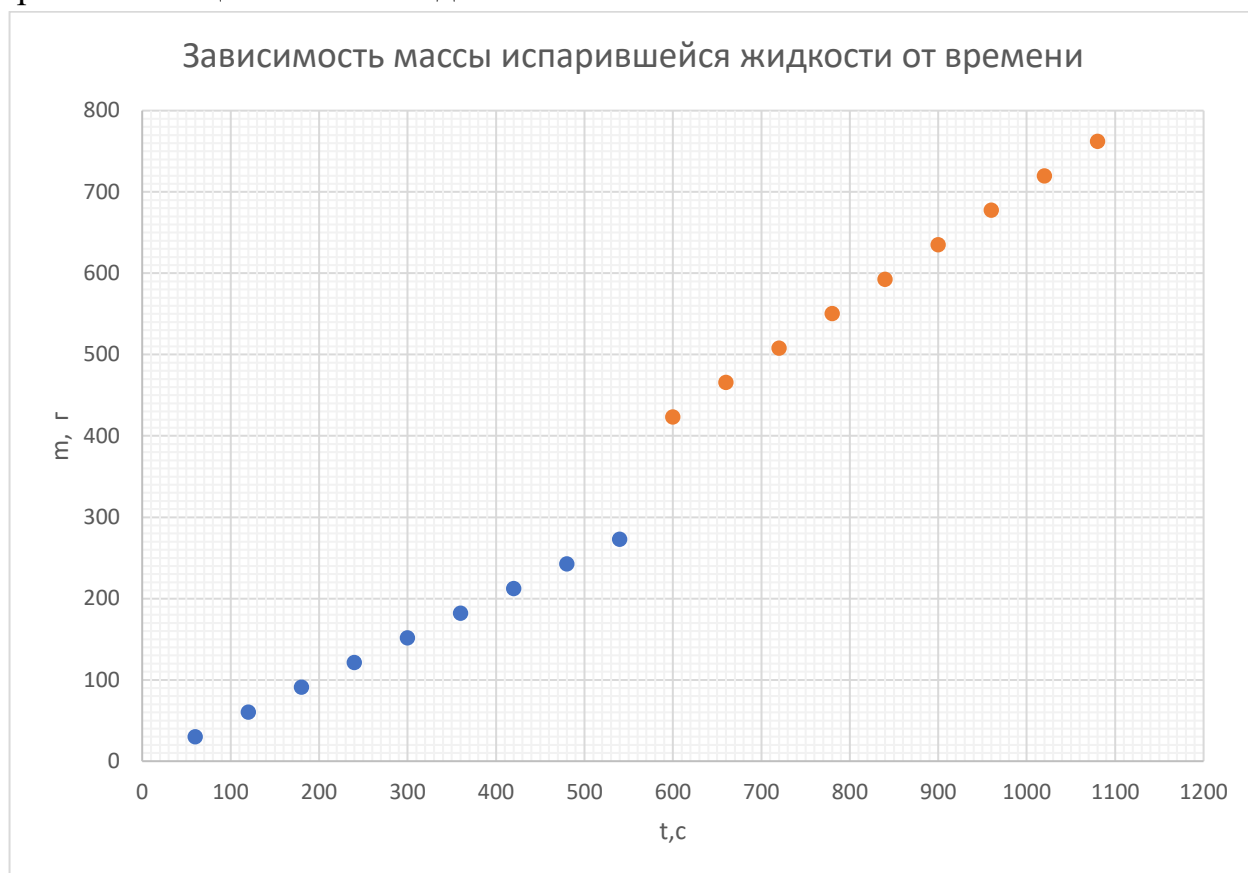
<b>Задача 2. (20 баллов) Космическая связь</b>		Баллы
Записано уравнение (7)		5
Выведена формула для определения радиуса геостационарной орбиты		3
Получен численный результат радиуса геостационарной орбиты		2
Сделан рисунок, позволяющий определять положение точки, где сигнал будет ещё восприниматься		3
<i>Записана формула для Интенсивности излучения на расстоянии r</i>		2
<i>Интенсивность излучения на расстоянии r-R</i>		2
<i>Получена формула для определения радиуса планеты</i>		2
<i>Получено численное значение отношения интенсивностей</i>		1
Итого		20

**Задание № 3.** Юный исследователь Василий сделал опыт по определению удельной постоянной испарения некоторой жидкости в домашних условиях. Включил плитку на мощность 430 Вт и стал снимать зависимость массы испарившейся жидкости от времени. Отошел на некоторое время, в это время его младшая сестра Катя долила кипящую жидкость в кастрюльку и переключила плиту на другую мощность, но вот беда: не известно на какую, так как она записала показания, но не запомнила положение регулятора. И к приходу брата успела выключить плиту.

Помогите определить Василию мощность плиты, на которой происходил далее опыт. И не забудьте определить постоянную испарения для этой жидкости.

Нижняя часть графика для мощности 430 Вт, верхняя – для неизвестной мощности.

Погрешности оценивать не надо.



(20 баллов)

### Решение

Энергия нагревателя идет на испарение жидкости и потерю энергии за счет теплоотвода за время  $t$ , равна:

$$Pt = \lambda m + P_{\Pi} t \quad (11)$$

В данном случае мощность потерь  $P_{\Pi}$  величина постоянная, так как зависит от материала кастрюли и разности температур между кастрюлей и комнатой.

Выразим зависимость времени испарения от массы испарившейся воды:

$$t = \frac{\lambda}{P} m + \frac{P_{\Pi}}{P} \quad (12)$$

Видно, что масса испаряется прямо пропорционально времени и является линейной зависимостью с угловым коэффициентом:

$$k = \frac{\Delta t}{\Delta m} = \frac{\lambda}{p} \quad (13)$$

$$\lambda = \frac{p}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)} \quad (14)$$

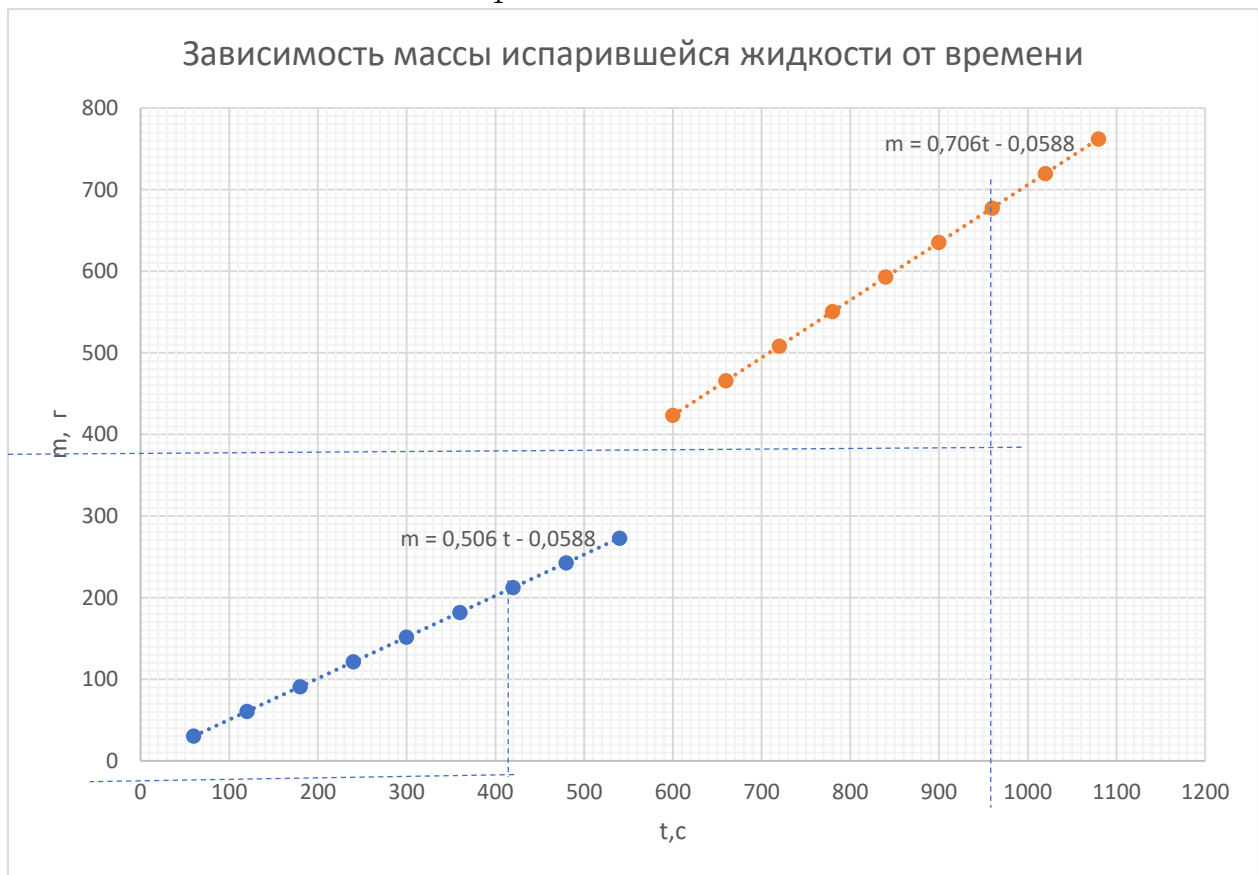
По нижнему графику определим удельную теплоту плавления.

$$\lambda = \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{430}{0,506 \cdot 10^{-3}} = 0,8498 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \approx 0,850 \text{ МДж/кг} \quad (15)$$

Так как  $\lambda = \text{const}$ , то из второго графика

$$\lambda = \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{P_2}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2} \quad (16)$$

$$P_2 = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1} = \frac{0,706}{0,506} * 430 = 600 \text{ Вт} \quad (17)$$



Задача 3. (20 баллов)		Баллы
Записано уравнение (11)		3
Указано, что мощность потерь от кастрюли постоянна		2
Выражена зависимость времени испарения от массы (12)		3

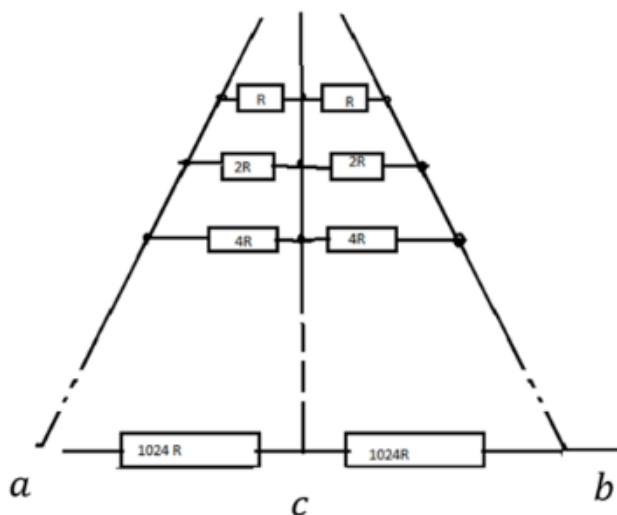
Записана формула для определения углового коэффициента	$k = \frac{\Delta t}{\Delta m} = \frac{\lambda}{p}$	2
Найдена формула 14	$\lambda = \frac{p}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)}$	2
Найдена величина углового коэффициента для данного графика для мощности $P_1$	$\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1 = 0,506 \cdot 10^{-3} \text{кВт/с}$	2
Найдена величина углового коэффициента для данного графика для мощности $P_1$	$\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 = 0,706 \cdot 10^{-3} \text{кВт/с}$ <i>Значения коэффициентов могут быть с точностью до второго знака после запятой, баллы не снимать</i>	2
Определено численное значение удельной теплоты парообразования		1
Записана формула для расчета мощность $P_2$	$P_2 = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_2 \frac{P_1}{\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_1}$	2
Найдено численное значение $P_2$	с точностью до 10% - 1 балл с точностью до 20% - 0,5 балла выше 20% - 0 баллов	1
Итого		20 баллов

#### Задание № 4. Простая цепь.

Какое значение сопротивления  $R_0$  будет показывать омметр при подключении его к клеммам  $a$  и  $b$ ?

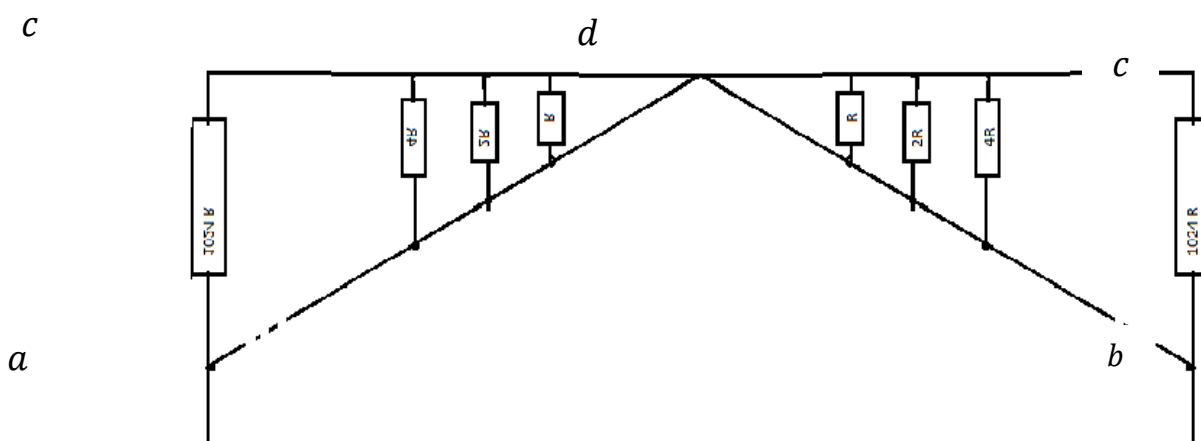
Известно, что сопротивление  $R = 2046 \text{ Ом}$ . Каждое последующее сопротивление увеличивается в два раза. Самое большое сопротивление равно  $1024R$ .

Сумма геометрической прогрессии равна  $S_n = a \frac{1-q^n}{1-q}$ .



(10 баллов)

### Решение



В силу симметрии задач потенциалы между точками  $c$  и  $d$  равны, поэтому мы получаем схему с двумя одинаковыми частями, в которых сопротивления соединены параллельно, а сами части между собой последовательно. Сопротивления частей цепи найдем по формуле:

$$\frac{1}{R_I} = \frac{1}{R_{II}} = \frac{1}{R} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024} \right) \quad (18)$$

Так как  $2^{10} = 1024$ , то получаем геометрическую прогрессию с  $a = 1$ ,  $n = 10$ ,  $q = \frac{1}{2}$ .

$$\frac{1}{R_I} = \frac{1}{R_{II}} = \frac{1}{R} \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{R} \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1023}{512} \cdot \frac{1}{R}. \quad (19)$$

Общее сопротивление цепи равно:

$$R_0 = R_I + R_{II} = 2R_{II} = 2 \frac{512R}{1023} \quad (20)$$

Получим численное значение сопротивления  $R$ :

$$R_0 = R_I + R_{II} = 2R_{II} = 2 \frac{512 \cdot 2046}{1023} = 2048 \text{ Ом} \quad (22)$$

<b>Задача 4. (10 баллов) Простая цепь.</b>		
Указано, что $\varphi_c = \varphi_d$		0,5
Указано что имеем две последовательно соединенные схемы с одинаковыми сопротивлениями		1
Записана формула (18)		2
Записана количество членов геометрической прогрессии		0,5
Записано $a$		0,5
Записано $q$		0,5
Применена формула геометрической прогрессии для расчета сопротивлений частей схемы		2
Записана формула для расчета сопротивления всей цепи		2
Получено численное значение $R_0$		1
<b>Итого</b>		<b>10</b>

#### **Задание № 5. Архимед и римские корабли.**

Существует легенда, что Архимед якобы использовал зеркало для поджога римских кораблей во время осады Сиракуз в III веке до н. э.

Согласно рассказам древних авторов, таких как Плутарх и Луций Анней Сенека, Архимед применил систему зеркал, отражающих солнечные лучи, чтобы направить концентрированный пучок света на вражеские корабли, вызывая пожар.

Василий решил проверить достоверность легенды. Сделал плот, на него поставил рею с парусом площадью  $12 \cdot 12 \text{ см}^2$ .

Высота Солнца над горизонтом в день солнцестояния в Санкт-Петербурге составляет  $\varphi = 54^\circ$ .

1. Сделайте рисунок, укажите на нём как надо расположить зеркало, чтобы лучи от него попадали на корабль. Также укажите величины углов и опишите как Вы проводили построения.

2. Какое количество квадратных зеркал площадью  $S = 12 \cdot 12 \text{ см}^2$  необходимо взять для поджигания паруса плота в течении 1` минуты?



$$S_{\Pi} = b \cdot A'0'' = b^2 \sin(\alpha - \gamma) \sin\alpha = S \sin(\alpha - \gamma) \sin\alpha \quad (30)$$

Количество теплоты, полученное от зеркал

$$Q = N\gamma St \quad (31)$$

По закону сохранения получаем с учетом коэффициента отражения:

$$Nk\gamma St = \rho S_{\Pi} h(c(T_b - T_y) + q) \quad (32)$$

$$N = \frac{\rho \sin(\alpha - \gamma) \sin\alpha h(c(T_b - T_y) + q)}{k\gamma t} S_{\Pi} = 10 \text{ штук} \quad (33)$$

Вот и не верьте легендам!!!

<b>Задача 5. (35 баллов) Архимед и римские корабли.</b>		<b>Баллы</b>
Сделан рисунок	1) Луч, падающий на парус – 1 балл 2) Луч, падающий на зеркало - 1 3) Перпендикуляр к зеркалу – 1 балл Указаны углы: 4) между зеркалом и вертикалью - 1 5) между горизонтом и направлением на солнце - 1 6) между вертикалью и падающим на парус – 1	6
Записана формула (23) н		2
Определен угол между вертикалью и направлением на корабль		1
Определено угловое положение нормали к зеркалу	1 балл за формулу 1 балл за численное значение	2
Определен угол между вертикалью и положением зеркала		3
Записана формула для расчета массы парусины		2

Определено количество энергии для поджига парусины		3
Сделан рисунок для определения площади паруса, на которую падает энергия от зеркала площадью $S$		4
Найдена $S_{\text{п}}$		4
Записана формула для количества энергии, идущей от зеркала к кораблю		2
Записан закон сохранения энергии		2
Получена формула для расчета количества зеркал		2
Получено численное значение		2
Итог		35

**Физика. 10 класс**

1 вариант

Работа рассчитана на 240 минут

**Задание № 1. Теплотрасса.**

Средняя скорость истечения несжимаемой жидкости через трубу радиуса  $R$  зависит от перепада давления на единицу длины трубы  $\frac{\Delta P}{l}$ , коэффициента динамической вязкости  $\eta$  (Па·с).

Оцените какое давление  $P_B$  необходимо создавать на магистрали водопровода, находящегося на расстоянии 50 м от дома потребителя, который живет на 24 этаже высотного здания, чтобы обеспечивать нормальную среднюю скорость  $v = 1$  м/с подачи горячей воды при  $60^\circ\text{C}$ , коэффициент динамической вязкости воды при этой температуре  $\eta = 0,467$  мПа·с. Давление снаружи составляет  $P = 10^5$  Па. Радиус труб 16 мм.

Коэффициент пропорциональности в зависимости возьмите за 1.

(15 баллов)

**Решение**

Средняя скорость истечения является функцией:

$$v = f\left(\frac{\Delta P}{l}, R, \eta\right) \quad (1)$$

Запишем уравнение:

$$v = A \left(\frac{\Delta P}{l}\right)^\alpha R^\beta \eta^\gamma \quad (2)$$

Подставим размерности:

$$\frac{\text{м}}{\text{с}} = \left(\frac{\text{Па}}{\text{м}}\right)^\alpha \cdot \text{м}^\beta \cdot (\text{Па} \cdot \text{с})^\gamma \quad (3)$$

Соберем коэффициенты при одинаковых размерностях:

$$\begin{aligned} \text{м:} \quad & 1 = -\alpha + \beta \\ \text{с:} \quad & -1 = \gamma \\ & \text{Па: } 0 = \alpha + \gamma \end{aligned} \quad (4)$$

Получаем показатели степеней:

$$\begin{aligned} \gamma &= -1 \\ \alpha &= -\gamma = 1 \\ \beta &= 2 \end{aligned} \quad (5)$$

Общая формула для оценки скорости с учетом, что  $A=1$ :

$$v = \frac{\Delta P}{\eta l} R^2. \quad (6)$$

Перепад давлений должен составлять:

$$\Delta P = P_M - (P + \rho gh) = \frac{v\eta l}{R^2} = \frac{0,467 \cdot 10^{-3} \cdot 50}{256 \cdot 10^{-6}} = 91 \text{ Па} \quad (7)$$

Высоту каждого этажа оценим в 3 м, Общая высота с учетом разводки сверху  $h=75$  м.

Давление на магистрали должно быть не ниже:

$$P_M = \Delta P + (P + \rho gh) = 835091 \text{ Па} = 8,35 \text{ атм} \quad (8)$$

### Критерии

Задача 1. Теплотрасса.(15 баллов)		Количество баллов
Записана функциональная зависимость скорости от параметров, уравнение 2	$v = A \left( \frac{\Delta P}{l} \right)^\alpha R^\beta \eta^\gamma$	1 балла
Записано уравнение 3	$\frac{m}{c} = \left( \frac{Pa}{m} \right)^\alpha \cdot m^\beta \cdot (Pa \cdot c)^\gamma$	2
Составлены уравнения для определения коэффициентов (4)	По баллу за 1 уравнение	3
Найдены коэффициенты	По одному баллу за коэффициент	3
Зависимость скорости истечения теплоносителя с учетом, что $A=1$ : $v$		1
Записана формула для определения давления магистрали		2
Дана обоснованная оценка высоты, на которую подается вода	Значение может отличаться от авторского	2
Получено численное значение давления на магистрали		1
Итого		15

### Задание № 2. Веселые старты.

Из точки А, находящейся на круговой дороге радиуса R стартовали два тела одинаковой массы с разностью в 1 секунду в разных направлениях. Их кинетическая энергия пропорциональна пройденному пути  $E_k = \beta S$ .

Определите нормальное ускорение тела, образованного в результате их неупругого столкновения.

(20 баллов)

### Решение

Первый способ решения:

Запишем кинетическую энергию и учтем, что для равноускоренного движения

$$S = \frac{v^2}{2a}, \quad (9)$$

то

$$\frac{mv^2}{2} = \beta S = \frac{\beta v^2}{2a}. \quad (10)$$

Получаем ускорение:

$$a = \frac{\beta}{m} \quad (11)$$

Запишем скорости тел спустя  $t$  секунд после движения второго тела:

$$v_1 = a(t + 1), \quad (12)$$

$$v_2 = at. \quad (13)$$

По закону сохранения импульса:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v. \quad (14)$$

Выразим общую скорость тел после столкновения

$$v = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad (15)$$

Найдем нормальное ускорение

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{4R} = \frac{(a(t+1) - at)^2}{4R} = \frac{a^2}{4R} = \frac{\beta^2}{4m^2R}. \quad (16)$$

Второй вариант решения.

Выразим скорость из кинетической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = \beta S \quad (17)$$

Скорость связана с перемещением:

$$v = \sqrt{\frac{2\beta}{m} s} = \frac{ds}{dt}. \quad (18)$$

Проведем разделение переменных:

$$\frac{ds}{\sqrt{s}} = \sqrt{\frac{2\beta}{m}} dt \quad (19)$$

Проинтегрируем :

$$\int_0^S \frac{ds}{s^{1/2}} = \int_0^t \sqrt{\frac{2\beta}{m}} dt \quad (20)$$

$$2\sqrt{s} = \sqrt{\frac{2\beta}{m}} t. \quad (21)$$

$$s = \frac{\beta}{2m} t^2 \quad (22)$$

Выразим скорость тела через время  $t$ :

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\beta t}{m} \quad (23)$$

$$v_1 = \frac{\beta}{m}(t + \tau) \quad (23.1)$$

$$v_2 = \frac{\beta t}{m} \quad (23.2)$$

По закону сохранения импульса:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v \quad (24)$$

Выразим общую скорость тел после удара:

$$v = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad (25)$$

Подставим общую скорость тел в формулу для центростремительного уравнения:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{4R} = \frac{(\frac{\beta}{m}(t + \tau) - \frac{\beta t}{m})^2}{4R} = \frac{\beta^2 \tau^2}{4m^2 R} \quad (26)$$

При  $\tau = 1$  с нормальное ускорение равно:

$$a_n = \frac{\beta^2}{4m^2 R}. \quad (27)$$

<b>Задача 2. Веселые старты. (20 баллов)</b>		
Первый способ решения		
Записана формула (9)	$S = \frac{v^2}{2a}$	2
Записана формула кинетической энергии с учетом формулы 9 и условия задачи		2
Из формул (9), (10) найдено ускорение	$a = \frac{\beta}{m}$	4
Записаны формулы для расчета скоростей с учетом времени старта	По 1 баллу за формулу	2
Записан закон сохранения импульса (14)		2
Найдена общая скорость		2
Записана формула для нормального ускорения		2
Найдена формула для нормального ускорения тел сразу после удара		4
Итого		20
Второй способ решения		

Из условия задачи найдена скорость ОТ ПУТИ (18)		2
Из интеграла найдена зависимость пути от времени (22)		2
Дифференцированием получена скорость как функция от времени		4
Записаны формулы для расчета скоростей с учетом времени старта	По 1 баллу за формулу	2
Записан закон сохранения импульса (14)		2
Найдена общая скорость		2
Записана формула для нормального ускорения		2
Найдена формула для нормального ускорения тел сразу после удара		4
ИТОГО		20

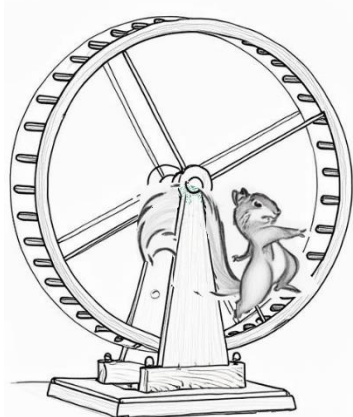
### Задание № 3. Белка СФУ.

СФУ славится своими трудолюбивыми белками.

Какое максимальное ускорение может сообщать Белка массой  $m_1=350$  г. колесу массы  $m_2=450$  г.?

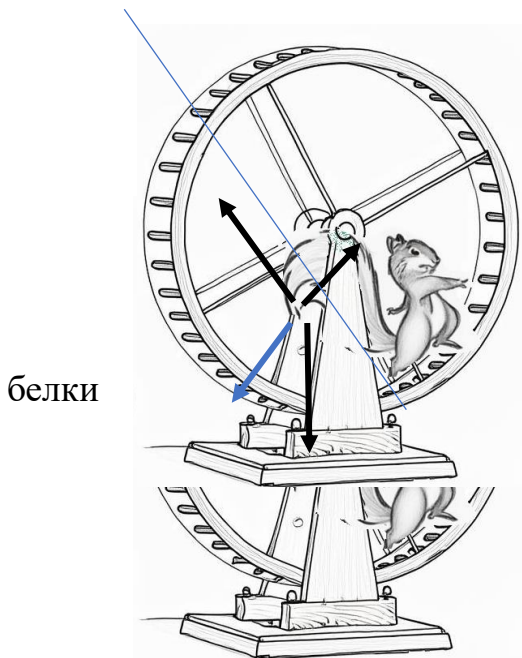
Коэффициент трения лап белки с колесом  $\mu = 0,3$ .

Считайте, что вся масса колеса сосредоточена на ободе.



(25 баллов)

**Решение**



На белку действуют силы трения, тяжести и реакции опоры. Колеса раскручивается за счет силы трения.

В системе отсчета связанной с Землёй 2-ой закон Ньютона для Белки:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{Tp} + \vec{N} = m\vec{a} \quad (28)$$

Под действием сил, действующих со стороны на колесо возникает вращающий момент сил, действующий на колесо:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} \quad (29)$$

Для того чтобы ускорение колеса было максимальным, величина силы трения должна быть максимальной  $F_{Tp} = \mu N$ , т.е.  $F = \mu N$ , а следовательно, для постоянства ускорения необходимо, чтобы  $F_{Tp}$  и реакции опоры  $N$  должны быть постоянны.

Проекция сил, действующих на Белку, по оси направленной вдоль радиуса:

$$N - m_1 g \cos \alpha = \frac{m_1 v^2}{R}. \quad (30)$$

Таким образом, чтобы сила трения была максимальна белка должна покоиться относительно земли, т.е.  $v=0$ , то есть тангенциальное ускорение белки равно нулю.

Проекция сил, действующих на Белку, на ось перпендикулярную к образующей к окружности:

$$N = m_1 g \cos \alpha \quad (31)$$

$$F_{Tp} = \mu N = \mu m g \cos \alpha \quad (32)$$

В проекции сил на ось касательную к радиусу окружности:

$$m_1 g \sin \alpha = \mu m_1 g \cos \alpha. \quad (33)$$

Найдём угол  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} &= \mu \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \end{aligned} \quad (34)$$

В скалярной форме момент сил равен:

$$M = F_{Tp} R = m_2 R^2 \cdot \frac{a}{R}, \quad (35)$$

так как угловое ускорение связано с тангенциальным выражение:

$$\varepsilon = \frac{a}{R}. \quad (36)$$

Подставим силу трения

$$F_{Tp} = \mu m_1 g \cos \alpha = \frac{\mu m_1 g}{\sqrt{1 + \mu^2}} \quad (36.1)$$

в момент сил и получим:

$$\frac{\mu m_1 g}{\sqrt{1 + \mu^2}} = m_2 a \quad (37)$$

Выразим тангенциальное ускорение колеса:

$$a = \frac{\mu m_1 g \cos \alpha}{m_2} = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} \cdot \frac{m_1 g}{m_2} = \frac{0,3}{\sqrt{1+0,3^2}} \cdot \frac{9,8 \cdot 0,350}{0,450} = 2,23 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \quad (38)$$

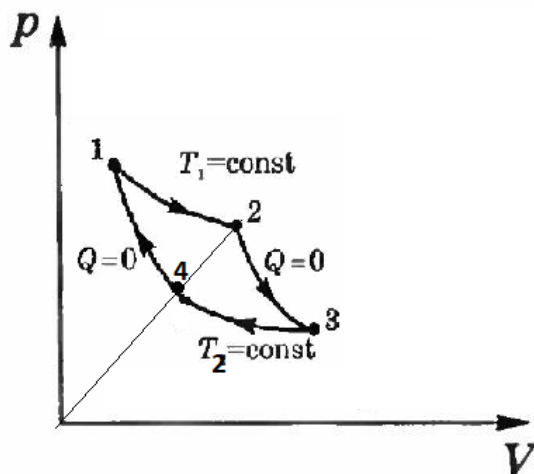
Задача 3. Белка СФУ (25 баллов)		
Сделан рисунок с силами		2
Проекция сил, действующих на Белку, по оси, направленной вдоль радиуса	$N - m_1 g \cos \alpha = \frac{m_1 v^2}{R}$ .	2
Сделан вывод. Колесо раскручивает сила трения, а значит максимальное ускорение при максимальной силе трения		1
Сделан вывод, что относительно Земли Белка не двигается	Сила трения максимальна (видно из формулы) - 2 балла Реакции константа - 2 балла Скорость равна 0 - 1 балла	5
Найдена сила реакции	$N = m_1 g \cos \alpha$	2
Найдена сила трения	$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu m g \cos \alpha$	2
Записано равенство сил на касательную ось к образующей колеса	$m_1 g \sin \alpha = \mu m_1 g \cos \alpha$	2
Определен угол отклонения Белки	$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$  Можно через тангенс угла и рассчитать по калькулятору	1
Записано основное уравнения динамики вращательного движения для колеса	$M = F_{\text{тр}} R = I \varepsilon$	2

Записана связь углового ускорения и тангенциального		1
Получена формула для расчета тангенциального ускорения	$a = \frac{\mu m_1 g \cos \alpha}{m_2}$ $a = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} \cdot \frac{m_1 g}{m_2}$ Косинус угла можно считать по калькулятору	4
Получено численное значение ускорения	2,23 Можно до второго знака после запятой	1
Итого		25

#### Задание № 4. Цикл Карно.

Определите КПД машины, работающей по циклу Карно, если точки 4 и 2 лежат на прямой, проходящей через начало координат.

Отношение объёмов в этих точках  $\frac{V_2}{V_4} = 3$ .



(10 баллов)

#### Решение

Коэффициент полезного действия цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (39)$$

С учетом условия задачи

$$P = \alpha V \quad (40)$$

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для точек 2 и 4:

$$P_4 V_4 = \alpha V_4^2 = \nu R T_2 \quad (41)$$

$$P_2 V_2 = \alpha V_2^2 = \nu R T_1 \quad (42)$$

Выразим отношение температур:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_4}{V_2}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (43)$$

Подставим (43) в (39) и высчитаем КПД цикла:

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_4}{V_2}\right)^2 = 1 - \frac{1-8}{9-9} = 0,89. \quad (44)$$

<b>Цикл Карно.(10 баллов)</b>		
Записан КПД для цикла		1
Записаны уравнения Менделеева-Клайперона для каждой точки		2
Записано, что давление находится по формуле	$P = \alpha V$	1
Условие задачи подставлено уравнения Менделеева-Клайперона		2
Прилучена формула для отношения температур через объёмы		2
Получена формула для расчета КПД		1
Получено численное значение КПД		1
Итого		10

**Задание № 5. Коэффициент пропускания раствора зеленки.**

$n,$ г/см <sup>-3</sup>	РмкА
0	582
0,02	531
0,04	484
0,06	440
0,08	400
0,1	370
0,12	335
0,14	306
0,16	279
0,18	254

Юный исследователь Василий решил проверить как зависит коэффициент пропускания света от концентрации зеленки в воде.

0,2	230
0,22	210
0,24	195
0,26	176
0,28	160

Собрал установку, состоящую из источника света, кюветы и датчика освещенности. В воду стал добавлять сухую зеленку и в результате получил следующие данные для кюветы длиной  $l = 20$  см.

Он предположил, что освещенность, которая датчиком измеряется в микроамперах, зависит от концентрации  $n$ , длины кюветы  $l$  и удельного коэффициента пропускания  $\beta$  по закону  $P = P_0 e^{-\beta n \cdot l}$ .

1. Используя эти данные, графически определите удельный коэффициент пропускания  $\beta$ .

2. Определите, какова будет доля поглощенной освещенности, если кювету взять длиной 10 см, а концентрацию  $n=0,30$  г/см<sup>3</sup>.

Миллиметровка прилагается.

Открепите бланк миллиметровки от заданий и сдайте на проверку вместе с остальными бланками.

(30 баллов)

### Решение

Задание 1. Прологарифмируем  $P/P_0 = e^{-\beta n \cdot l}$ , где  $P_0 = 582$  мкА- начальная освещенность датчика при чистой воде.

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\beta \cdot l n \quad (45)$$

Построим график  $\ln \frac{P}{P_0} = f(n)$ . По нему определим угловой коэффициент:

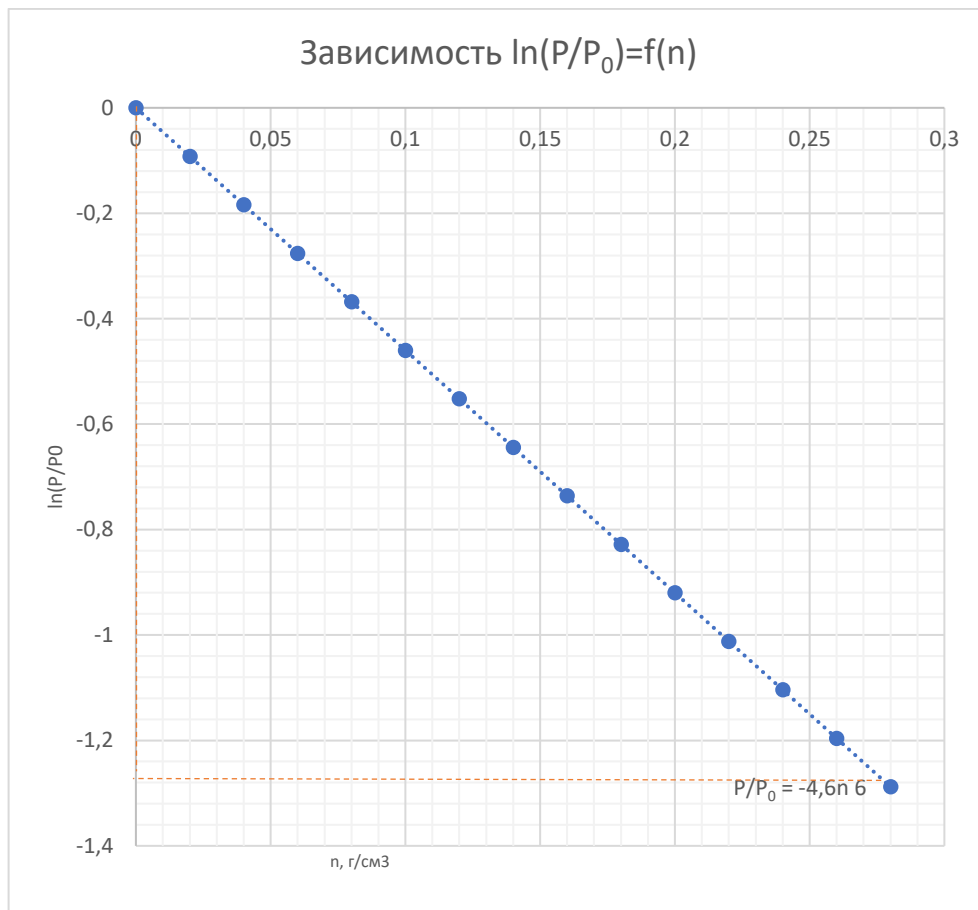
$$\frac{\Delta \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)}{\Delta n} = -4,6 \text{ см}^3/\text{г}. \quad (46)$$

Из формулы угловой коэффициент этого графика равен:

$$k = \frac{\Delta \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)}{\Delta n} = -\beta l \quad (47)$$

Удельный коэффициент пропускания будет равен:

$$\beta = -\frac{k}{l} = 0,23 \text{ см}^2/\text{г} \quad (48)$$



Задание 2. Доля поглощенной освещенности при 10 см равно:

$$\frac{P_{\Pi}}{P_0} = (1 - e^{-\beta l n}) = (1 - e^{-0,23 \cdot l \cdot 0,30}) = 0.5 \quad (49)$$

Коэффициент пропускания раствора зеленки.(30 баллов)		
Прологарифмировали функцию	$\ln \frac{P}{P_0} = -\beta \cdot l n$	2
Сделан вывод, что график надо строить	$\ln \frac{P}{P_0} = f(n)$	2
Оценка графика		
График достаточен для прочтения		1
Название графика		0,5
Подписаны оси	- одна имеет ед измерения Вторая не имеет	2
Оцифровка осей равномерная	По 1 баллу за ось	2
Точки соответствуют табличным значениям	Должно быть не более двух ошибочных, за остальные ошибки снимать по 0,1 баллу	4
На графике проведены прямые по которым определяется угловой коэффициент	По 0,25 за каждую	0,5 балла

Найден угловой коэффициент из графика	- в пределах 10 % - 3 балла В пределах 15% - 2 балла В пределах 20 % - 1 балла Выше 20% - 0 ,fkkjd	3
Записана связь между графическим и теоретическим коэффициентом (47)		2
Записана формула для определения удельного коэффициента		3
Найдено численное значение удельного коэффициента поглощения		1
Найдена формула для доли поглощенной энергии		5
Получено численное значение доли поглощенной энергии		2
Итого		30

**Физика. 10 класс**

2 вариант

**Задание № 1. Теплотрасса.**

Средняя скорость истечения несжимаемой жидкости через трубу радиуса  $R$  зависит от перепада давления на единицу длины трубы  $\frac{\Delta P}{l}$ , коэффициента вязкости  $\eta$  (Па·с).

Оцените вязкость воды и температуру воды, если среднее значение удельной линейной потери напора в магистрали составляет 30 Па/м, что соответствует скорости  $v = 2,4$  м/сек теплоносителя в трубопроводах радиусом  $R = 200$  мм.

Коэффициент пропорциональности в зависимости возьмите за 1.

Температура °С	Динамическая вязкость Па · с/10 <sup>-3</sup>
20	1,002
30	0,798
40	0,643
50	0,547
60	0,467
70	0,404

(15 баллов)

**Решение**

Средняя скорость истечения является функцией:

$$v = f\left(\frac{\Delta P}{l}, R, \eta\right) \quad (1)$$

Запишем уравнение:

$$v = \left(\frac{\Delta P}{l}\right)^\alpha R^\beta \eta^\gamma \quad (2)$$

Подставим размерности:

$$\frac{м}{с} = \left(\frac{Па}{м}\right)^\alpha \cdot м^\beta \cdot (Па \cdot с)^\gamma \quad (3)$$

Соберем коэффициенты при одинаковых размерностях:

$$\begin{aligned} м: \quad 1 &= -\alpha + \beta \\ с: \quad -1 &= \gamma \\ Па: \quad 0 &= \alpha + \gamma \end{aligned} \quad (4)$$

Получаем:

$$\begin{aligned} \gamma &= -1 \\ \alpha &= -\gamma = 1 \\ \beta &= 2 \end{aligned} \quad (5)$$

Получаем зависимость скорости истечения теплоносителя с учетом, что  $A=1$ :

$$v = \frac{\Delta P}{\eta l} R^2 \quad (6)$$

Выразим коэффициент динамической вязкости:

$$\eta = \frac{\Delta P}{v l} R^2 \quad (7)$$

Рассчитаем её величину:

$$\eta = \frac{\Delta P}{v l} R^2 = \frac{30}{2,4} 0,04 = 0.5 \text{ Па}\cdot\text{с} \quad (8)$$

Воспользуемся таблицей. Определим температура воды  $T=50^\circ\text{C}$ .

<b>Задача 1. Теплотрасса.</b>		Количество баллов
Записана функциональная зависимость скорости от параметров, уравнение( 2)	$v = A \left( \frac{\Delta P}{l} \right)^\alpha R^\beta \eta^\gamma$	1 балла
Записано уравнение 3	$\frac{\text{м}}{\text{с}} = \left( \frac{\text{Па}}{\text{м}} \right)^\alpha \cdot \text{м}^\beta \cdot (\text{Па} \cdot \text{с})^\gamma$	2
Составлены уравнения для определения коэффициентов (4)	По баллу за 1 уравнение	3
Найдены коэффициенты	По одному баллу за коэффициент	3
Зависимость скорости истечения теплоносителя с учетом, что $A=1$ : $v$		1
Записана формула для определения коэффициента динамической вязкости		2
Получено численное значение вязкости		2
Определена температура по таблице		1
<b>Итого</b>		<b>15</b>

**Задание № 2. Веселые старты.**

Из точки А, находящаяся на круговой дороге радиуса R стартовали два тела одинаковыми по величине массами и ускорениями с разностью в 1 секунду в разных направлениях. Их скорость пропорциональна  $v = \alpha\sqrt{s}$ .

Определите нормальное ускорение тела, образованного в результате их неупругого столкновения.

(25 баллов)

### Решение

Второй способ решения задачи

Скорость связана с перемещением:

$$v = \beta\sqrt{s} = \beta \frac{ds}{dt}. \quad (9)$$

Проведем разделение переменных:

$$\frac{ds}{\sqrt{s}} = \beta dt \quad (10)$$

Проинтегрируем :

$$\int_0^s \frac{ds}{s^{1/2}} = \int_0^t \beta dt \quad (11)$$

$$2\sqrt{s} = \beta t. \quad (12)$$

$$s = \frac{\beta^2 t^2}{4}. \quad (13)$$

Выразим скорость тела через время t:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\beta^2 t}{2} \quad (14)$$

Запишем закон сохранения импульса в момент столкновения в порекции на ось кактельную к радиусу:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \quad (15)$$

$$v = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad (15.1)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{4R} = \frac{\left(\frac{\beta^2(t+1)}{2} - \frac{\beta^2 t}{2}\right)^2}{4R} = \frac{\beta^4}{16R} \quad (16)$$

Второй способ нахождения

$$S = \frac{v^2}{2a} = \frac{(\beta\sqrt{s})^2}{2a} = \frac{\beta^2 s}{2a} \quad (17)$$

$$a = \frac{\beta^2}{2} \quad (18)$$

$$V_1 = a(t + 1) \quad (19)$$

$$V_2 = at \quad (20)$$

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \quad (21)$$

$$v = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad (22)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{4R} = \frac{(a(t+1) - at)^2}{4R} = \frac{a^2}{4R} = \frac{\beta^4}{16R} \quad (23)$$

Первый способ решения		
Из условия задачи найдена скорость ОТ ПУТИ (9)		2
Из интеграла найдена зависимость пути от времени (12)		2
Дифференцированием получена скорость как функция от времени		4
Записаны формулы для расчета скоростей с учетом времени старта (14))	По 1 баллу за формулу	2
Записан закон сохранения импульса (15)		2
Найдена общая скорость		2
Записана формула для нормального ускорения в		2
Найдена формула для нормального ускорения тел сразу после удара		4
ИТОГО		20
Записана формула (17)	$S = \frac{v^2}{2a}$	2
Записана формула пути с учетом условия задачи	$S = \frac{\beta^2 S}{2a}$	2
найдено ускорение	$a = \frac{\beta}{m}$	4
Записаны формулы для расчета скоростей с учетом времени старта	По 1 баллу за формулу	2

### Задание № 3. Белка СФУ.

СФУ славится своими трудолюбивыми белками.

Чему равен коэффициент трения между лапками белки и перекладинами колеса, если максимальное ускорение, которое может сообщать белка массы  $m_1 = 200$  г. колесу массы  $m_2 = 400$  г. равно  $0,4 \text{ м/с}^2$ ?

Считайте, что вся масса колеса сосредоточена на ободе.

(25 баллов)

## Решение



На белку действуют силы трения, тяжести и реакции опоры. Колеса раскручивается за счет силы трения.

В системе отсчета связанной с Землёй 2-ой закон Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{Tp} + \vec{N} = 0. \quad (24)$$

Под действием сил, действующих со стороны белки на колесо возникает вращающий момент сил, действующий на колесо

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} \quad (25)$$

Для того чтобы ускорение колеса было максимальным, величина силы трения должна быть максимальной  $F_{Tp} = \mu N$ , т.е.  $F = \mu N$ ,

а следовательно, для постоянства ускорения необходимо, чтобы  $F_{Tp}$  и реакции опоры  $N$  должны быть постоянны.

Проекция сил, действующих на Белку, по оси направленной вдоль радиуса:

$$N - m_1 g \cos \alpha = \frac{mv^2}{R}. \quad (26)$$

Таким образом, чтобы сила трения была максимальной белка должна покоиться относительно земли, т.е.  $v=0$ , её тангенциальное ускорение тоже равно нулю.

Получаем следующие уравнения:

$$N = m_1 g \cos \alpha \quad (27)$$

$$F_{Tp} = \mu N = \mu m g \cos \alpha \quad (28)$$

В проекции на ось касательную к радиусу окружности:

$$\begin{aligned} m_1 g \sin \alpha &= \mu m_1 g \cos \alpha. \\ \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} &= \mu \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \end{aligned} \quad (29)$$

В скалярной форме момент сил равен:

$$M = F_{Tp} R = m_2 R^2 \cdot \frac{a}{R}, \quad (30)$$

так как угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{a}{R}. \quad (31)$$

Подставим силу трения в момент сил и получим:

$$\mu m_1 g \cos \alpha = \frac{m_1 g \mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} = m_2 a \quad (32)$$

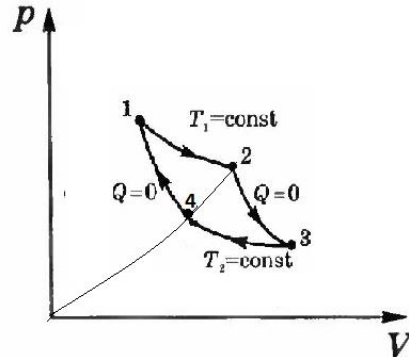
$$\mu = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{m_1 g}{a m_2}\right)^2 - 1}} = 0,08 \quad (33)$$

Сделан рисунок с силами		2
Сделан вывод. Колесо раскручивает сила трения, а значит максимальное ускорение при максимальной силе трения		1
Проекция сил, действующих на Белку, по оси направленной вдоль радиуса	$N - m_1 g \cos \alpha = \frac{m_1 v^2}{R}$ .	2
Сделан вывод, что относительно Земли Белка не двигается	Сила трения максимальна при минимальной скорости (видно из формулы) - 2 балла, а значит Реакции константа – 2 балла Скорость равна 0 – 2 балла	5
Найдена сила реакции	$N = m_1 g \cos \alpha$	2
Найдена сила трения	$F_{Тр} = \mu N = \mu m g \cos \alpha$	2
Записано равенство сил на касательную ось к образующей колеса	$m_1 g \sin \alpha = \mu m_1 g \cos \alpha$	2
Определен угол отклонения Белки	$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$ Можно через тангенс угла и рассчитать по калькулятору	1
Записано основное уравнения динамики вращательного движения для колеса	$M = F_{Тр} R = I \varepsilon$	2
Записана связь углового ускорения и тангенциального		1
Получена формула для расчета коэффициента трения	$\mu = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{m_1 g}{a m_2}\right)^2} - 1}$	4
Получено численное значение ускорения		1
Итого		25

### Задание № 4 Цикл Карно.

Определите КПД машины, работающей по циклу Карно, если точки 4 и 2 лежат на кривой  $P = \alpha V^2$ , проходящей через начало координат.

Отношение объёмов в этих точках  $\frac{V_2}{V_4} = 2$ .



(10 баллов)

### Решение

Коэффициент полезного действия цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (34)$$

$$P_4 V_4 = \alpha V_4^3 = \nu R T_2 \quad (35)$$

$$P_2 V_2 = \alpha V_2^3 = \nu R T_1 \quad (36)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_4}{V_2}\right)^3 = \frac{1}{8} \quad (37)$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{8} = 0,875 \quad (38)$$

Цикл Карно.(10 баллов)		
Записан КПД для цикла		1
Записаны уравнения Менделеева-Клайперона для каждой точки		2
Условие задачи подставлено уравнения Менделеева-Клайперона		2
Прилучена формула для отношения температур через объёмы		2
Получена формула для расчета КПД		2
Получено численное значение КПД		1
Итого		10

**Задание № 5. Коэффициент пропускания раствора зеленки.**

Юный исследователь Василий решил проверить как зависит коэффициент пропускания света от концентрации зеленки в воде.

Собрал установку, состоящую из источника света, кюветы и датчика освещенности. В воду стал добавлять сухую зеленку и в результате получил следующие данные для кюветы длиной  $l = 10$  см.

Он предположил, что освещенность, которая датчиком измеряется в микроамперах, зависит от концентрации, длины кюветы и удельного коэффициента пропускания по закону  $P = P_0 e^{-\beta n \cdot l}$ .

n, г/м <sup>-3</sup>	P, мкА
0	700,0
0,02	672,5
0,04	646,1
0,06	620,8
0,08	596,4
0,1	573,0
0,12	550,6
0,14	529,0
0,16	508,2
0,18	488,3
0,2	469,1
0,22	450,7
0,24	433,0
0,26	416,0

1. Используя эти данные, графически определите удельный коэффициент пропускания  $\beta$ .

2. Определите какова будет доля поглощенной энергии, если кювету взять длиной 15 см, а концентрацию  $n=0,30$  г/см<sup>-3</sup>.

Миллиметровка прилагается.

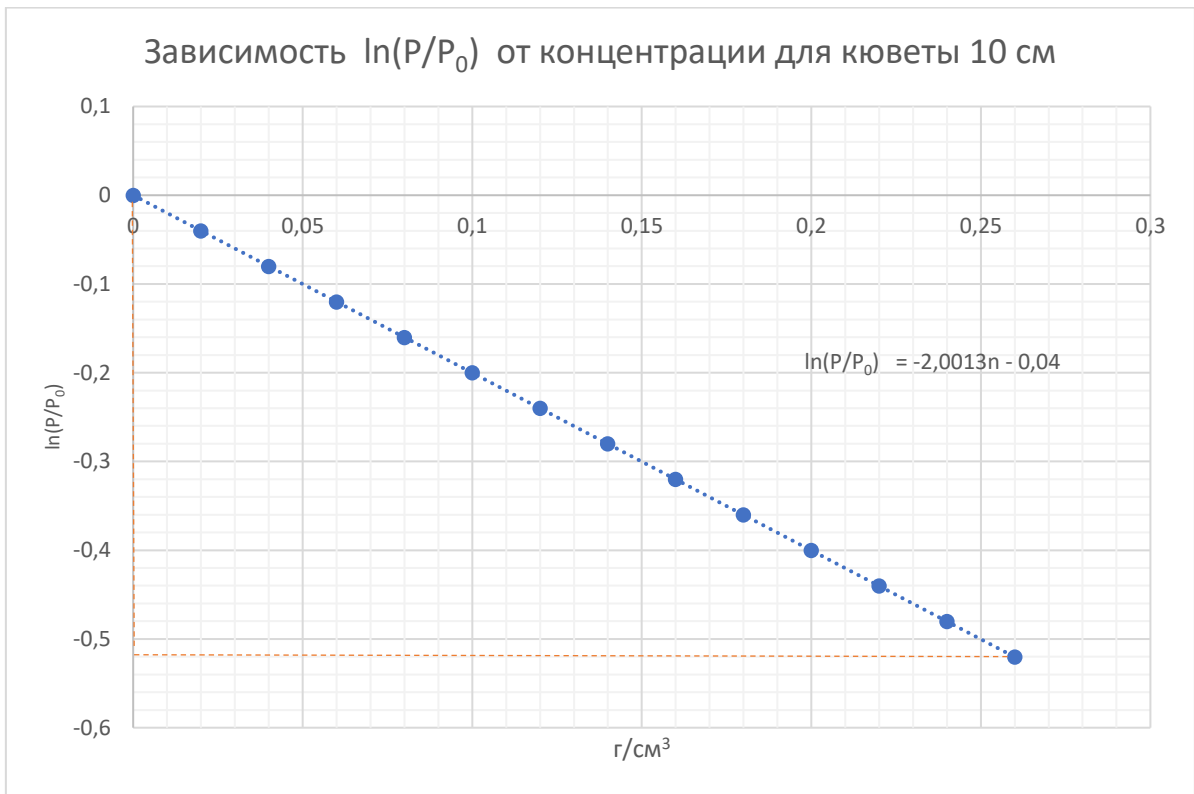
(30 баллов).

**Решение**

Задание 1. Прологарифмируем  $P/P_0 = e^{-\beta n \cdot l}$ , где  $P_0 = 700,0$  мкА- начальная освещенность датчика при чистой воде.

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\beta \cdot l n \quad (39)$$

Построим график  $\ln \frac{P}{P_0} = f(n)$ , чтобы определить угловой коэффициент.



Угловой коэффициент этого графика равен по графику равен

$$k = \frac{\Delta \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)}{\Delta n} = 2 \text{ см}^3/\Gamma \quad (40)$$

Приравняем угловые коэффициенты из формулы (39) с полученным по графику:

$$k = \frac{\Delta \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)}{\Delta n} = -\beta l \quad (41)$$

Удельный коэффициент пропускания будет равен

$$\beta = -\frac{k}{l} = 0,20 \text{ см}^2/\Gamma \quad (42)$$

Задание 2. Величина поглощенной освещенности равна разности между тем, что упало на кювету и тем, что прошло. Найдем долю поглощенной энергии:

$$P_{II}/P_0 = (1 - e^{-\beta ln}) = 0.59 \quad (43)$$

<b>Коэффициент пропускания раствора зеленки.(30 баллов)</b>		
Прологарифмировали функцию	$\ln \frac{P}{P_0} = -\beta \cdot ln$	2
Сделан вывод, что график надо строить	$\ln \frac{P}{P_0} = f(n)$	2
Оценка графика		
График достаточен для прочтения		1
Название графика		0,5

Подписаны оси	- одна имеет ед измерения Вторая не имеет	2
Оцифровка осей равномерная	По 1 баллу за ось	2
Точки соответствуют табличным значениям	Должно быть не более двух ошибочных, за остальные ошибки снимать по 0,1 баллу	4
На графике проведены прямые по которым определяется угловой коэффициент	По 0,25 за каждую прямую	0,5 балла
Найден угловой коэффициент из графика	- в пределах 10 % - 3 балла В пределах 15% - 2 балла В пределах 20 % - 1 балла Выше 20% - 0 ,fkjkd	Максимум 3
Записана связь между графическим и теоретическим коэффициентом (41)		2
Записана формула для определения удельного коэффициента (42)		3
Найдено численное значение удельного коэффициента поглощения		1
Найдена формула для доли поглощенной энергии		5
Получено численное значение доли поглощенной энергии		2
Итого		30

**Физика. 10 класс**

3 вариант

Работа рассчитана на 240 минут

**Задание № 1. Теплотрасса.**

Средняя скорость истечения несжимаемой жидкости через трубу радиуса  $R$  зависит от перепада давления на единицу длины трубы  $\frac{\Delta P}{l}$ , коэффициента вязкости  $\eta$  (Па·с).

Оцените на какой высоте живет потребитель, если давление на магистрали водопровода откуда подается вода в дом, составляет  $P_m = 8$  атм.

Магистраль находится на расстоянии 100 м от дома потребителя. Нормальная средняя скорость подачи горячей воды при  $50^\circ\text{C}$  равна  $v = 1$  м/с. Давление атмосферное составляет  $P = 10^5$  Па. Радиус труб, ведущих воду к потребителю, равен  $R = 16$  мм, коэффициент динамической вязкости воды при  $50^\circ\text{C}$  равен  $\eta = 0.547$  мПа·с.

Коэффициент пропорциональности в зависимости возьмите за 1.

(15 баллов)

**Решение**

Средняя скорость истечения является функцией

$$v = f\left(\frac{\Delta P}{l}, R, \eta\right) \quad (1)$$

Запишем уравнение:

$$v = \left(\frac{\Delta P}{l}\right)^\alpha R^\beta \eta^\gamma \quad (2)$$

Подставим размерности:

$$\frac{\text{м}}{\text{с}} = \left(\frac{\text{Па}}{\text{м}}\right)^\alpha \cdot \text{м}^\beta \cdot (\text{Па} \cdot \text{с})^\gamma \quad (3)$$

Соберем коэффициенты при одинаковых размерностях:

$$\text{м: } 1 = -\alpha + \beta$$

$$\text{с: } -1 = \gamma \quad (4)$$

$$\text{Па: } 0 = \alpha + \gamma$$

Получаем:

$$\begin{aligned} \gamma &= -1 \\ \alpha &= -\gamma = 1 \\ \beta &= 2 \end{aligned} \quad (5)$$

Зависимость скорости от перепада давлений, радиуса труб, коэффициента вязкости при коэффициенте пропорциональности  $A=1$ :

$$v = \frac{\Delta P}{\eta l} R^2. \quad (6)$$

Перепад давлений должен составлять:

$$\Delta P = P_m - (P + \rho gh) = \frac{v \eta l}{R^2} \quad (7)$$

Выразим высоту здания, где проживает потребитель:

$$h = \left( \frac{P_M - P - \frac{v\eta l}{R^2}}{\rho g} \right) = 71,4 \text{ м} \quad (8)$$

<b>Задача 1. Теплотрасса.</b>		Количество баллов
Записана функциональная зависимость скорости от параметров, уравнение( 2)	$v = A \left( \frac{\Delta P}{l} \right)^\alpha R^\beta \eta^\gamma$	1 балла
Записано уравнение 3	$\frac{m}{c} = \left( \frac{P_a}{m} \right)^\alpha \cdot m^\beta \cdot (P_a \cdot c)^\gamma$	2
Составлены уравнения для определения коэффициентов (4)	По баллу за 1 уравнение	3
Найдены коэффициенты	По одному баллу за коэффициент	3
Записана зависимость скорости истечения теплоносителя с учетом, что $A=1$ : $v$		1
Записана разность давлений	$\Delta P = P_M - (P + \rho gh)$	1
Записана формула для определения высоты здания		2
Получено численное значение		2
Итого		15

### Задание № 2. Весёлые старты.

Из точки А, находящаяся на круговой дороге радиуса R стартовали два тела с одинаковыми по величине массами с разностью в  $\tau$  секунду в разных направлениях. Их скорости пропорциональны  $v = \beta\sqrt{S}$ .

Определите промежуток времени между стартами тел, если нормальное ускорение тела, образованного в результате их неупругого столкновения, равно  $a_n = \frac{\beta^4}{4R}$ .

(20 баллов)

### Решение

Скорость связана с перемещением:

$$v = \beta\sqrt{s} = \beta \frac{ds}{dt}. \quad (9)$$

Проведем разделение переменных:

$$\frac{ds}{\sqrt{s}} = \beta dt \quad (10)$$

Проинтегрируем :

$$\int_0^S \frac{ds}{s^{1/2}} = \int_0^t \beta dt \quad (11)$$

$$2\sqrt{s} = \beta t. \quad (12)$$

$$s = \frac{\beta^2 t^2}{4}. \quad (13)$$

Выразим скорость тела. Для этого возьмём производную по времени от пути:

$$v_T = \frac{ds}{dt} = \frac{\beta^2 t}{2}. \quad (14)$$

$$v_1 = \frac{\beta^2(t+\tau)}{2} \text{ и } v_2 = \frac{\beta^2 t}{2} \quad (14.1)$$

Запишем закон сохранения импульса в момент столкновения в проекции на ось касательную к радиусу:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v \quad (15)$$

Скорость движения тел после столкновения:

$$v = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad (16)$$

Найдем формулу для нахождения нормального ускорения сразу после столкновения тел:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{4R} = \frac{\left(\frac{\beta^2(t+\tau)}{2} - \frac{\beta^2 t}{2}\right)^2}{4R} = \frac{\beta^4 \tau^2}{16R} \quad (17)$$

Выразим  $\tau$  разницу времени между стартами тел:

$$\tau = \sqrt{\frac{a_n \cdot 16R}{\beta^4}} = \sqrt{\frac{\frac{\beta^4}{4R} \cdot 16R}{\beta^4}} = 2 \text{ с} \quad (18)$$

Второй способ нахождения ускорения.

Выразим зависимость пути от скорости.

$$S = \frac{v^2}{2a} = \frac{(\beta\sqrt{s})^2}{2a} = \frac{\beta^2 s}{2a} \quad (19)$$

Найдем ускорение:

$$a = \frac{\beta^2}{2}. \quad (20)$$

Найдем скорости тел спустя время  $t$  после движения второго тела:

$$V_1 = a(t + 1) \quad (21)$$

$$V_2 = at \quad (22)$$

Запишем закон сохранения импульса:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v \quad (23)$$

Найдем общую скорость тел сразу после столкновения:

$$v = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad (24)$$

Запишем формулу для нормального ускорения тел сразу после столкновения:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{4R} = \frac{(a(t+1) - at)^2}{4R} = \frac{a^2 \tau^2}{4R} = \frac{\beta^4 \tau^2}{16R} \quad (25)$$

Выразим  $\tau$  разницу времени между стартами тел:

$$\tau = \sqrt{\frac{a_n \cdot 16R}{\beta^4}} = \sqrt{\frac{\frac{\beta^4}{4R} \cdot 16R}{\beta^4}} = 2 \text{ с} \quad (26)$$

<b>Задача 2. Веселые старты. (20 баллов)</b>		
Первый способ решения		
Из условия задачи найдена скорость ОТ ПУТИ (9)		2
Из интеграла найдена зависимость пути от времени (12)		2
Дифференцированием получена скорость как функция от времени	$v_T = \frac{ds}{dt} = \frac{\beta^2 t}{2}$	4
Записаны формулы для расчета скоростей с учетом времени старта (14))	По 1 баллу за формулу	2
Записан закон сохранения импульса (15)		2
Найдена общая скорость		2
Записана формула для нормального ускорения в	$a_n = \frac{v^2}{R}$	2
Найдена формула для нормального ускорения тел сразу после удара	$a_n = \frac{\beta^4 \tau^2}{16R}$	3
Найдено промежуток времени между стартами		1
<b>ИТОГО</b>		<b>20</b>
Второй способ		
Записана формула 19	$S = \frac{v^2}{2a}$	2
Записана формула пути с учетом задачи	$S = \frac{\beta^2 S}{2a}$	2

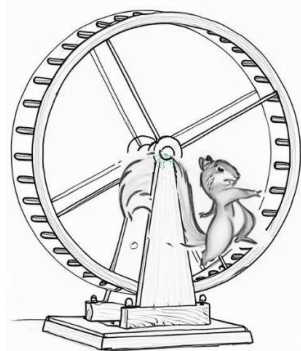
найдено ускорение	$a = \frac{\beta}{m}$	4
Записаны формулы для расчета скоростей с учетом времени старта	По 1 баллу за формулу	2
Записан закон сохранения импульса (21)		2
Найдена общая скорость		2
Записана формула для нормального ускорения	$a_n = \frac{v^2}{R}$	2
Найдена формула для нормального ускорения тел сразу после удара		3
Найдено время		1
Итого		20

### Задание № 3. Белка СФУ.

СФУ славится своими трудолюбивыми белками.

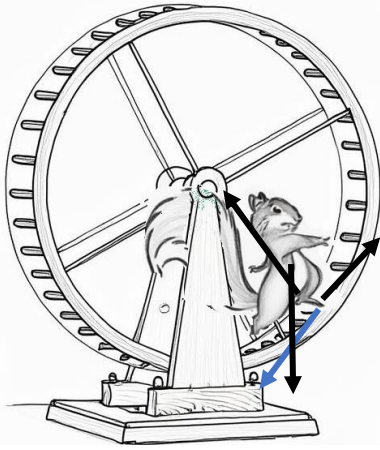
Белка может сообщать максимальное постоянное ускорение колесу  $0,4 \text{ м/с}^2$ . Найдите отношение массы колеса к массе белки, если между лапками белки и перекладинами колеса коэффициент трения  $\mu = 0,3$ .

Считайте, что вся масса колеса сосредоточена на ободе.



(25 баллов)

Решение



На белку действуют силы трения, тяжести и реакции опоры. Колеса раскручивается за счет силы трения.

В системе отсчета связанной с Землёй 2-ой закон Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{Тр} + \vec{N} = 0. \quad (27)$$

Под действием сил, действующих со стороны белки на колесо возникает вращающий момент сил, действующий на колесо

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} \quad (28)$$

Для того чтобы ускорение колеса было максимальным, величина силы трения должна быть максимальной  $F_{Тр} = \mu N$ ,

т.е.  $F = \mu N$ , а следовательно, для постоянства ускорения необходимо, чтобы  $F_{Тр}$  и реакции  $N$  должны быть постоянны.

По оси направленной вдоль радиуса

$$N - m_1 g \cos \alpha = \frac{mv^2}{R}. \quad (29)$$

Таким образом, чтобы сила трения была максимальной белка должна покоиться относительно земли, т.е.  $v=0$ , её тангенциальное ускорение тоже равно нулю.

Получаем следующие уравнения:

$$N = m_1 g \cos \alpha \quad (30)$$

$$F_{Тр} = \mu N = \mu m g \cos \alpha \quad (31)$$

В проекции на ось касательную к радиусу окружности:

$$m_1 g \sin \alpha = \mu m_1 g \cos \alpha. \quad (32)$$

Найдем косинус угла отклонения белки от положения равновесия:

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} &= \mu \cos \alpha \\ \mu &= \cos^2 \alpha (\mu + \cos^2 \alpha) \\ \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}. \end{aligned} \quad (33)$$

В скалярной форме момент сил равен:

$$M = F_{Тр} R = m_2 R^2 \cdot \frac{a}{R}, \quad (34)$$

так как тангенциальное ускорение равно:

$$\varepsilon = \frac{a}{R}. \quad (35)$$

Подставим силу трения в момент сил и получим:

$$\mu m_1 g \cos \alpha = \frac{m_1 g \mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} = m_2 a \quad (36)$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{g \mu}{a \sqrt{1 + \mu^2}} = 7 \quad (37)$$

### Задача 3. Белка СФУ (25 баллов)

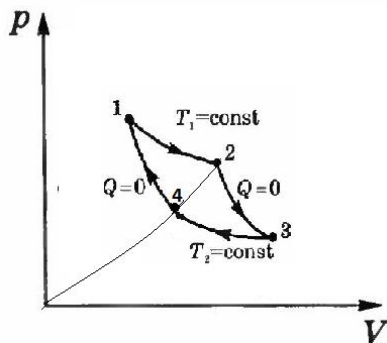
Сделан рисунок с силами		2
Проекция сил, действующих на Белку, по оси, направленной вдоль радиуса	$N - m_1 g \cos \alpha = \frac{m_1 v^2}{R}$	2

Сделан вывод. Колесо раскручивает сила трения, а значит максимальное ускорение при максимальной силе трения		1
Сделан вывод, что относительно Земли Белка не двигается	Сила трения максимальна (видно из формулы) - 2 балла Реакции константа – 2 балла Скорость рана 0 – 1 балла	5
Найдена сила реакции	$N = m_1 g \cos \alpha$	2
Найдена сила трения	$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu m g \cos \alpha$	2
Записано равенство сил на касательную ось к образующей колеса	$m_1 g \sin \alpha = \mu m_1 g \cos \alpha$	2
Определен угол отклонения Белки	$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$ Можно через тангенс угла и рассчитать по калькулятору	1
Записано основное уравнения динамики вращательного движения для колеса	$M = F_{\text{тр}} R = I \varepsilon$	2
Записана связь углового ускорения и тангенциального		1
Получена формула отношения масс	$\frac{m_2}{m_1} = \frac{g \mu^2}{a \sqrt{1 + \mu^2}}$	4
Получено численное $\frac{m_2}{m_1}$		1
Итого		25

#### Задание № 4. Цикл Карно.

Определите КПД машины, работающей по циклу Карно, если точки 4 и 2 лежат на кривой  $P = \alpha V^2$ , проходящей через начало координат.

Отношение объёмов в этих точках  $\frac{V_2}{V_4} = 3$ .



(10 баллов)

### Решение

Коэффициент полезного действия цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (38)$$

С учетом условия задачи

$$P = \alpha V^2, \quad (39)$$

запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для точек 2 и 4

$$P_4 V_4 = \alpha V_4^3 = \nu R T_2 \quad (40)$$

$$P_2 V_2 = \alpha V_2^3 = \nu R T_1 \quad (41)$$

Выразим отношение температур:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_4}{V_2}\right)^3 = \frac{1}{27} \quad (42)$$

Подставим (42) в (38) и высчитаем КПД цикла:

$$\eta = 1 - \frac{1 - 26}{27 \cdot 27} = 0,963 \quad (43)$$

Цикл Карно.(10 баллов)		
Записан КПД для цикла		1
Записаны уравнения Менделеева-Клапейрона для каждой точки		2
Условие задачи подставлено уравнения Менделеева-Клапейрона		2
Прилучена формула для отношения температур через объёмы		2
Получена формула для расчета КПД		2
Получено численное значение КПД		1
Итого		10

### Задача 5. Коэффициент пропускания раствора зеленки.

Юный исследователь Василий решил проверить как зависит коэффициент пропускания света от концентрации зеленки в воде и длины кюветы.

Собрал установку, состоящую из источника света, кюветы и датчика освещенности. В воду добавил сухую зеленку и в результате получил раствор с концентрацией  $n=0.20$  г/см<sup>3</sup>.

Затем исследовал зависимость интенсивности прошедшего излучения от длины кюветы. Данные представлены в таблице.

Он предположил, что интенсивность прошедшего света, которая датчиком измеряется в микроамперах, зависит от концентрации, длины кюветы и удельного коэффициента пропускания по закону  $P = P_0 e^{-\beta n \cdot l}$ .

$l, \text{ см}$	$P, \text{ мкА}$
0	700
3	639,7
6	584,6
9	534,3
12	488,3
15	446,2
18	407,8
21	372,7
24	340,6
27	311,2
30	284,4

1. Используя эти данные, графически определите удельный коэффициент пропускания  $\beta$ .

2. Определите какова будет доля поглощенной энергии, если кювету взять длиной 15 см, а концентрацию –  $n=0,30$  см<sup>-3</sup>.

Миллиметровка прилагается.

(30 баллов)

### Решение

Задание 1. Прологарифмируем  $P/P_0 = e^{-\beta n \cdot l}$ , где  $P_0 = 700,0$  мкА- начальная освещенность датчика при чистой воде.

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\beta \cdot l n \quad (44)$$

Построим график  $\ln \frac{P}{P_0} = f(n)$ , взяв две точки на графике, опустим перпендикуляры на оси. Найдем угловой коэффициент этого графика.

Он равен:

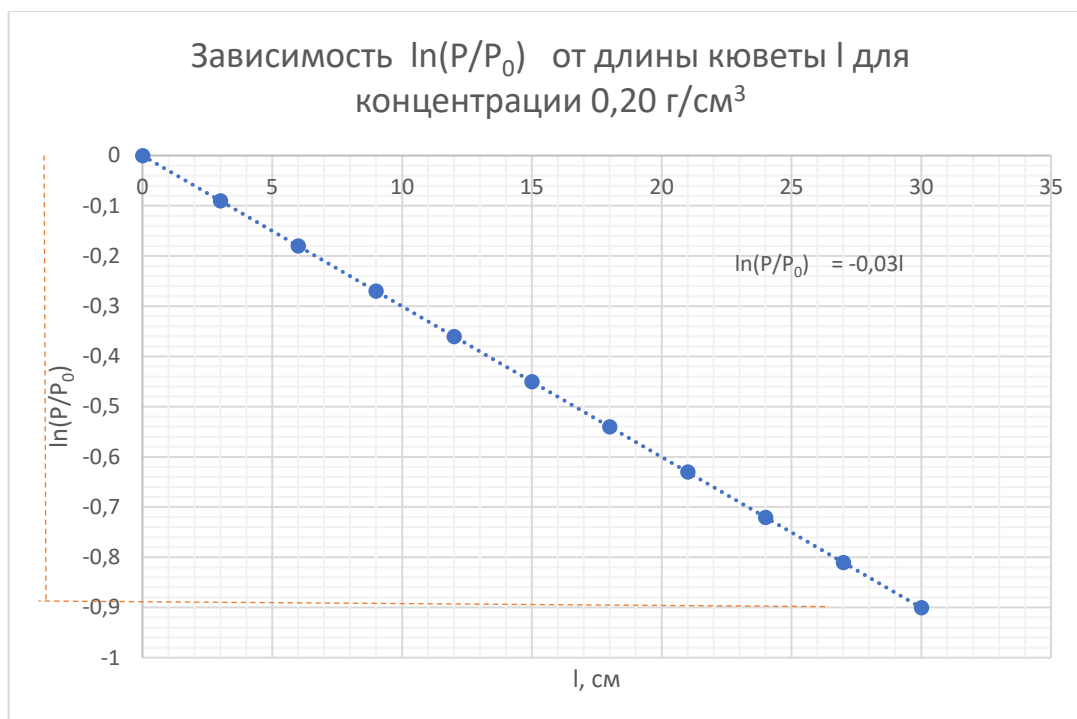
$$k = \frac{\Delta \ln \left( \frac{P}{P_0} \right)}{\Delta l} = -0,03 \text{ см}^{-1}. \quad (45)$$

С другой стороны, этот же коэффициент равен из формулы (44):

$$k = -\beta n \quad (46)$$

Удельный коэффициент пропускания будет равен

$$\beta = -\frac{k}{n} = 0,15 \text{ см}^2/\text{г}. \quad (47)$$



Задание 2. Величина поглощенной освещенности равна разности между тем, что упало на кювету и тем, что прошло. Найдём долю поглощенной энергии:

$$P_{\Pi}/P_0 = (1 - e^{-\beta ln}) = 0.49 \quad (48)$$

Коэффициент пропускания раствора зеленки.(30 баллов)		
Прологарифмировали функцию	$\ln \frac{P}{P_0} = -\beta \cdot ln$	2
Сделан вывод, что график надо строить в координатах	$\ln \frac{P}{P_0} = f(n)$	2
Оценка графика		
График достаточен для прочтения		1
Название графика		0,5
Подписаны оси	- одна имеет ед измерения Вторая не имеет	2
Оцифровка осей равномерная	По 1 баллу за ось	2
Точки соответствуют табличным значениям	Должно быть не более двух ошибочных, за остальные ошибки снимать по 0,1 баллу	4
На графике проведены прямые по которым	По 0,25 за каждую прямую	0,5 балла

определяется угловой коэффициент		
Найден угловой коэффициент из графика	- в пределах 10 % - 3 балла В пределах 15% - 2 балла В пределах 20 % - 1 балла Выше 20% - 0 ,баллов	Максимум 3
Записана связь между графическим и теоретическим коэффициентом (46)		2
Записана формула для определения удельного коэффициента (47)		3
Найдено численное значение удельного коэффициента поглощения		1
Найдена формула для доли поглощенной энергии		5
Получено численное значение доли поглощенной энергии		2
Итого		30

**Физика. 10 класс**

4 вариант

**Задание № 1. Теплотрасса.**

Средняя скорость истечения несжимаемой жидкости через трубу радиуса  $R$  зависит от перепада давления на единицу длины трубы  $\frac{\Delta P}{l}$ , коэффициента вязкости  $\eta$  (Па·с).

Оцените какое давление  $P_H$  необходимо создавать на насосной станции нефтепровода зимой, находящейся на расстоянии 70 км другой насосной станции, чтобы обеспечивать нормальную среднюю скорость  $v = 3$  м/с подачи нефти в резервуар. Давление снаружи составляет  $P = 10^5$  Па.

Радиус труб  $R = 1420$  мм. Коэффициент вязкости нефти при низких температурах  $\eta = 438 \cdot 10^{-3}$  Па·с.

Коэффициент пропорциональности в полученной зависимости примите за 1.

(15 баллов)

**Решение**

Средняя скорость истечения является функцией:

$$v = f\left(\frac{\Delta P}{l}, R, \eta\right) \quad (1)$$

Запишем уравнение:

$$v = A \left(\frac{\Delta P}{l}\right)^\alpha R^\beta \eta^\gamma \quad (2)$$

Подставим размерности:

$$\frac{м}{с} = \left(\frac{Па}{м}\right)^\alpha \cdot м^\beta \cdot (Па \cdot с)^\gamma \quad (3)$$

Соберем коэффициенты при одинаковых размерностях:

$$\begin{aligned} м: \quad & 1 = -\alpha + \beta \\ с: \quad & -1 = \gamma \\ Па: \quad & 0 = \alpha + \gamma \end{aligned} \quad (4)$$

Получаем:

$$\begin{aligned} \gamma &= -1 \\ \alpha &= -\gamma = 1 \\ \beta &= 2 \end{aligned} \quad (5)$$

Зависимость скорости истечения несжимаемой жидкости из трубы:

$$v = \frac{\Delta P}{\eta l} R^2 \quad (6)$$

Выразим перепад давлений:

$$\Delta P = P_H - P = \frac{v \eta l}{R^2} \quad (7)$$

Оценка давления на насосной станции:

$$P_H = \Delta P + P = \frac{v \eta l}{R^2} + P = 2,46 \text{ атм} \quad (8)$$

<b>Задача 1. Теплотрасса.</b>		Количество баллов
Записана функциональная зависимость скорости от параметров, уравнение( 2)	$v = A \left( \frac{\Delta P}{l} \right)^\alpha R^\beta \eta^\gamma$	1 балла
Записано уравнение 3	$\frac{m}{c} = \left( \frac{Pa}{m} \right)^\alpha \cdot m^\beta \cdot (Pa \cdot c)^\gamma$	2
Составлены уравнения для определения коэффициентов (4)	По баллу за 1 уравнение	3
Найдены коэффициенты	По одному баллу за коэффициент	3
Записана зависимость скорости истечения теплоносителя с учетом, что $A=1$ : $v$	$v = \frac{\Delta P}{\eta l} R^2$	1
Записана разность давлений	$\Delta P = P_H - P = \frac{v \eta l}{R^2}$	1
Записана формула для определения давления на насосной станции	$P_H = \Delta P + P = \frac{v \eta l}{R^2} + P$	2
Получено численное значение		2
Итого		15

### **Задание № 2. Весёлые старты.**

Из точки А, находящаяся на круговой дороге радиуса R стартовали два тела одинаковой массы с разностью в  $\tau$  секунду в разных направлениях. Их кинетическая энергия пропорциональна пройденному пути  $E_k = \beta S$ .

Определите разницу во времени между стартами тел, если нормальное ускорение тела, образованного в результате их неупругого столкновения, равно  $\frac{\beta^2}{m^2 R}$

(20 баллов)

## Решение

Первый вариант. Запишем кинетическую энергию тела в какой-либо момент времени:

$$\frac{mv^2}{2} = \beta S = \frac{\beta v^2}{2a}, \quad (9)$$

Так как

$$S = \frac{v^2}{2a}. \quad (10)$$

Выразим ускорение:

$$a = \frac{\beta}{m} \quad (11)$$

Запишем скорости тел спустя время  $\tau$  после движения второго тела:

$$v_1 = a(t + \tau) \quad (12)$$

$$v_2 = at \quad (13)$$

По закону сохранения импульса:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v \quad (14)$$

Скорость тел после столкновения:

$$v = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad (15)$$

Выразим нормальное ускорение тел сразу после столкновения:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{4R} = \frac{(a(t + \tau) - at)^2}{4R} = \frac{a^2 \tau^2}{4R} = \frac{\beta^2 \tau^2}{4m^2 R} \quad (16)$$

$$t = \sqrt{\frac{a_n 4m^2 R}{\beta^2}} = 2 \text{ с.}$$

Второй вариант решения.

Выразим скорость из кинетической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = \beta S$$

Скорость связана с перемещением:

$$v = \sqrt{\frac{2\beta}{m}} s = \frac{ds}{dt}. \quad (17)$$

Проведем разделение переменных:

$$\frac{ds}{\sqrt{s}} = \sqrt{\frac{2\beta}{m}} dt \quad (18)$$

Проинтегрируем :

$$\int_0^S \frac{ds}{s^{1/2}} = \int_0^t \sqrt{\frac{2\beta}{m}} dt. \quad (19)$$

$$2\sqrt{s} = \sqrt{\frac{2\beta}{m}} t. \quad (20)$$

Выразим зависимость пути от времени:

$$s = \frac{\beta}{2m} t^2 \quad (21)$$

Выразим скорость тела через время  $t$ :

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\beta t}{m}. \quad (22)$$

$$v_1 = \frac{\beta}{m}(t + \tau) \text{ и } v_2 = \frac{\beta t}{m} \quad (22.1)$$

По закону сохранения импульса:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v \quad (23)$$

$$v = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad (24)$$

Подставим общую скорость тел в формулу для центростремительного уравнения:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{4R} = \frac{(\frac{\beta}{m}(t + \tau) - \frac{\beta t}{m})^2}{4R} = \frac{\beta^2 \tau^2}{4m^2 R} \quad (25)$$

Подставим  $a_n$  и найдем время:

$$\frac{\beta^2}{m^2 R} = \frac{\beta^2 \tau^2}{4m^2 R}$$

$$\tau^2 = 4$$

$$\tau = 2 \text{ с} \quad (26)$$

<b>Задача 2. Веселые старты. (20 баллов)</b>		
Первый способ решения		
Записана формула (9)	$S = \frac{v^2}{2a}$	2
Записана формула кинетической энергии с учетом формулы 9 и условия задачи		2
Из формул (9), (10) найдено ускорение	$a = \frac{\beta}{m}$	4
Записаны формулы для расчета скоростей с учетом времени старта	По 1 баллу за формулу	2
Записан закон сохранения импульса (14)		2
Найдена общая скорость		2
Записана формула для нормального ускорения	$a_n = \frac{v^2}{R}$	2
Найдена формула для нормального ускорения тел сразу после удара	$a_n = \frac{\beta^2 \tau^2}{4m^2 R}$	3
Найдено разница во времени старта		1
Итого		20
Второй способ решения		

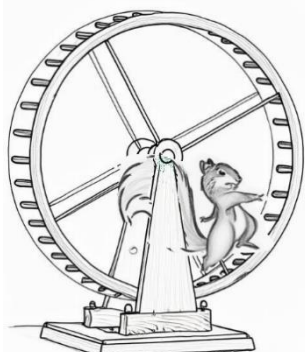
Из условия задачи найдена зависимость скорости ОТ ПУТИ (18)	$= \sqrt{\frac{2\beta}{m} s}$	2
Из интеграла найдена зависимость пути от времени (22)	$s = \frac{\beta}{2m} t^2$	2
Дифференцированием получена скорость как функция от времени	$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\beta t}{m}$	4
Записаны формулы для расчета скоростей с учетом времени старта	По 1 баллу за формулу	2
Записан закон сохранения импульса (14)		2
Найдена общая скорость		2
Записана формула для нормального ускорения	$a_n = \frac{v^2}{R}$	2
Найдена формула для нормального ускорения тел сразу после удара	$a_n = \frac{\beta^2 \tau^2}{4m^2 R}$	3
Определена разница во времени старта		1
ИТОГО		20

### Задание № 3. Белка СФУ.

СФУ славится своими трудолюбивыми белками. Наша белка отправилась в космос на экзопланету.

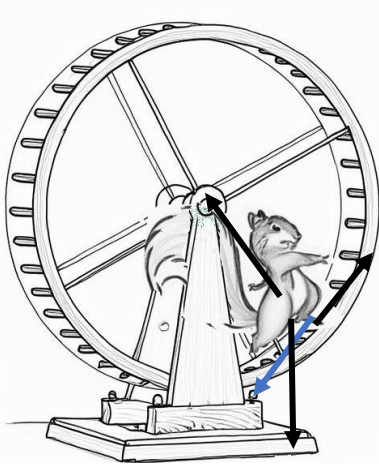
Чему равно ускорение планеты, если белка сообщает максимальное ускорение  $a = 0,35 \text{ м/с}^2$  колесу, когда бежит внутри колеса.

Масса белки  $m_1 = 350 \text{ г}$ , масса колеса  $m_2 = 450 \text{ г}$ , коэффициент трения между лапками белки и материалом колеса  $\mu = 0,3$ . Считайте, что вся масса колеса сосредоточена на ободе.



(25 баллов)

## Решение



На белку действуют силы трения, тяжести и реакции опоры. Колеса раскручивается за счет силы трения.

В системе отсчета связанной с Землёй 2-ой закон Ньютона для Белки:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{Тр} + \vec{N} = m\vec{a} \quad (27)$$

Под действием сил, действующих со стороны белки на колесо возникает вращающий момент сил, действующий на колесо

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} \quad (28)$$

Для того чтобы ускорение колеса было максимальным, величина силы трения должна быть максимальной  $F_{Тр} = \mu N$ , т.е.  $F = \mu N$ , а следовательно, для постоянства ускорения необходимо, чтобы  $F_{Тр}$  и реакции опоры  $N$  должны быть постоянны.

Проекция сил по оси направленной вдоль радиуса:

$$N - m_1 g \cos \alpha = \frac{m_1 v^2}{R}. \quad (29)$$

Таким образом, чтобы сила трения была максимальной белка должна покоиться относительно земли, т.е.  $v=0$ , то есть тангенциальное ускорение белки равно нулю.

Проекция сил, действующих на белку, на ось перпендикулярную к образующей к окружности:

$$N = m_1 g \cos \alpha \quad (29)$$

$$F_{Тр} = \mu N = \mu m g \cos \alpha \quad (30)$$

Проекция сил, действующих на белку, на ось касательную к радиусу окружности:

$$m_1 g \sin \alpha = \mu m_1 g \cos \alpha. \quad (31)$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \mu \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \quad (32)$$

В скалярной форме момент сил равен:

$$M = F_{Тр} R = m_2 R^2 \cdot \frac{a}{R}, \quad (33)$$

Так как угловое и тангенциальное ускорения связаны соотношением:

$$\varepsilon = \frac{a}{R}. \quad (34)$$

Подставим силу трения в момент сил и получим:

$$\mu m_1 g \cos \alpha = \frac{\mu m_1 g}{\sqrt{1 + \mu^2}} = m_2 a \quad (35)$$

Выразим тангенциальное ускорение колеса:

$$g = \frac{\sqrt{1+\mu^2} m_2}{\mu m_1} a = 1,57 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad (36)$$

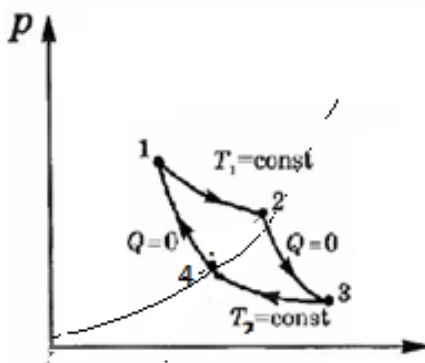
<b>Задача 3. Белка СФУ (25 баллов)</b>		
Сделан рисунок с силами		<b>2</b>
Проекция сил, действующих на Белку, по оси направленной вдоль радиуса	$N - m_1 g \cos \alpha = \frac{m_1 v^2}{R}$	<b>2</b>
Сделан вывод. Колесо раскручивает сила трения, а значит максимальное ускорение при максимальной силе трения		<b>1</b>
Сделан вывод, что относительно Земли Белка не двигается	Сила трения максимальна (видно из формулы) - 2 балла Реакции константа - 2 балла Скорость равна 0 - 1 балла	<b>5</b>
Найдена сила реакции	$N = m_1 g \cos \alpha$	<b>2</b>
Найдена сила трения	$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu m g \cos \alpha$	<b>2</b>
Записано равенство сил на касательную ось к образующей колеса	$m_1 g \sin \alpha = \mu m_1 g \cos \alpha$	<b>2</b>
Определен угол отклонения Белки	$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$  Можно через тангенс угла и рассчитать по калькулятору	<b>1</b>
Записано основное уравнения динамики вращательного движения для колеса	$M = F_{\text{тр}} R = I \varepsilon$	<b>2</b>

Записана связь углового ускорения и тангенциального		1
Получена формула для ускорения свободного падения на планете	$g = g = \frac{\sqrt{1 + \mu^2} m_2}{\mu m_1} a$	4
Получено численное $\frac{g}{m_1}$		1
Итого		25

#### Задание № 4. Цикл Карно.

Определите КПД машины, работающей по циклу Карно, если точки 4 и 2 лежат на кривой  $P = \alpha V^3$ , проходящей через начало координат.

Отношение объёмов в этих точках  $\frac{V_2}{V_4} = 2$ .



(10 баллов)

#### Решение

Коэффициент полезного действия цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (37)$$

$$P_4 V_4 = \alpha V_4^4 = \nu R T_2 \quad (38)$$

$$P_2 V_2 = \alpha V_2^4 = \nu R T_1 \quad (39)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_4}{V_2}\right)^4 = \frac{1}{16} \quad (40)$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} = 0,9375 \quad (41)$$

<b>Цикл Карно.(10 баллов)</b>		
Записан КПД для цикла		1
Записаны уравнения Менделеева-Клайперона для каждой точки		2

Условие задачи подставлено уравнения Менделеева-Клайперона		2
Прилучена формула для отношения температур через объёмы		2
Получена формула для расчета КПД		2
Получено численное значение КПД		1
Итого		10

### Задание № 5. Коэффициент пропускания раствора зеленки.

Юный исследователь Василий решил проверить как зависит коэффициент пропускания света раствора краски Кастеллани в воде от длины кюветы.

Собрал установку, состоящую из источника света, кюветы и датчика освещенности. В воду добавил сухую краску и в результате получил раствор с концентрацией  $n=0.30 \text{ г/см}^3$ .

Затем исследовал зависимость интенсивности прошедшего излучения от длины кюветы. Данные представлены в таблице.

Он предположил, что интенсивность прошедшего света, которая датчиком измеряется в микроамперах, зависит от концентрации, длины кюветы и удельного коэффициента пропускания по закону  $P = P_0 e^{-\beta n \cdot l}$ .

$l, \text{ см}$	$P, \text{ мкА}$
0	700
3	584,6
6	488,3
9	407,8
12	340,6
15	284,4
18	237,6
21	198,4
24	165,7
27	138,4
30	115,6

1. Используя эти данные, графически определите удельный коэффициент пропускания  $\beta$ .

2. Определите какова будет доля поглощенной освещенности, если кювету взять длиной 15 см, а концентрацию –  $n=0,20 \text{ см}^{-3}$ .

Миллиметровка прилагается.

(30 баллов)

### Решение

Задание 1. Прологарифмируем  $P/P_0 = e^{-\beta n \cdot l}$ , где  $P_0 = 700,0 \text{ мкА}$ - начальная освещенность датчика при чистой воде.

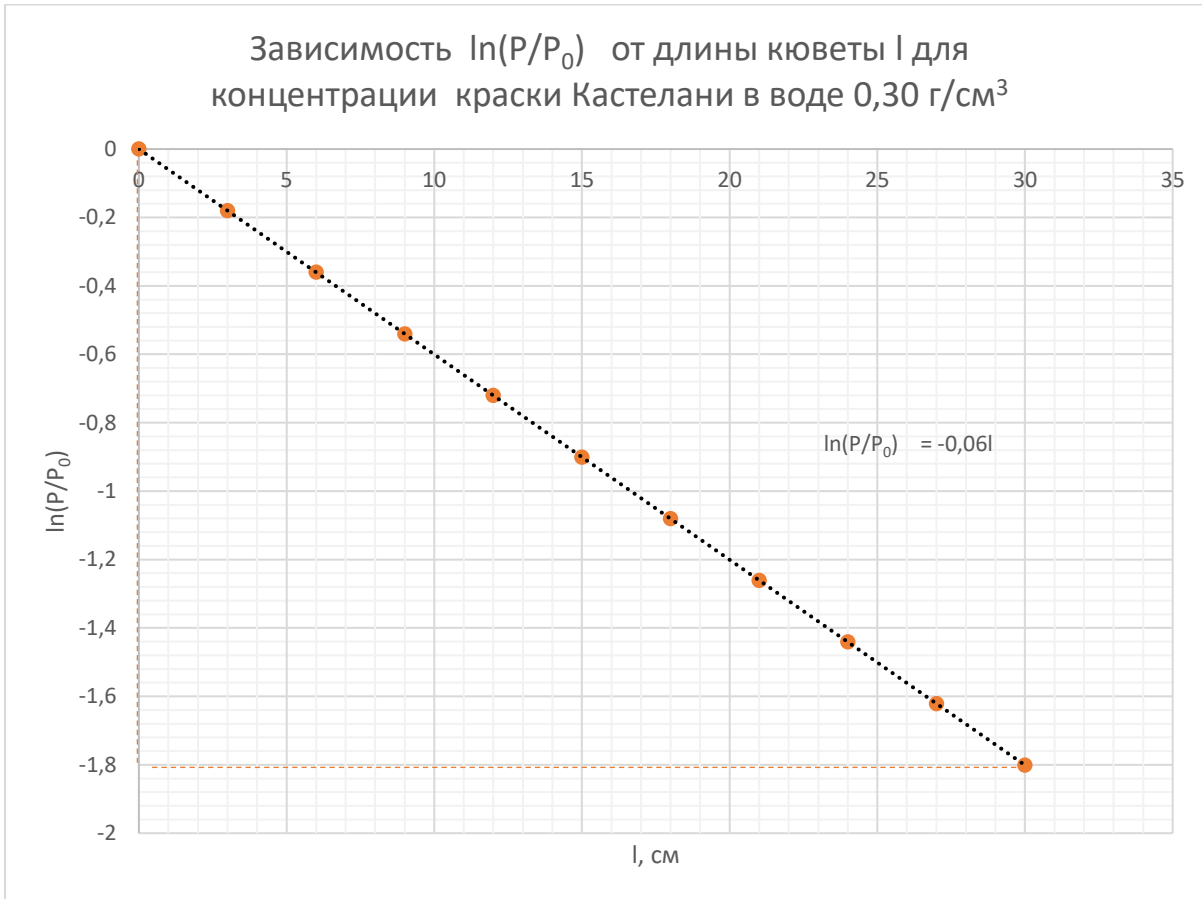
$$\ln \frac{P}{P_0} = -\beta \cdot l n \quad (42)$$

Построим график  $\ln \frac{P}{P_0} = f(n)$ . По нему найдем угловой коэффициент.

$$k = \frac{\Delta \ln \left( \frac{P}{P_0} \right)}{\Delta l} = -0,06 \text{ см}^{-1} \quad (43)$$

Теоретический Угловой коэффициент этого графика из формулы (42) равен

$$k = -\beta n \quad (44)$$



Удельный коэффициент пропускания будет равен

$$\beta = -\frac{k}{n} = 0.2 \text{ см}^2/\text{г} \quad (45)$$

Задание 2.

Величина поглощенной освещенности равна разности между тем, что упало на кювету и тем, что прошло:

$$P_{\Pi}/P_0 = (1 - e^{-\beta ln}) = 0.45.$$

<b>Коэффициент пропускания раствора зеленки.(30 баллов)</b>		
Прологарифмировали функцию	$\ln \frac{P}{P_0} = -\beta \cdot ln$	2
Записано, что график будем строить в координатах	$\ln \frac{P}{P_0} = f(n)$	2
Оценка графика		
График достаточен для прочтения		1
Название графика		0,5
Подписаны оси	- одна имеет ед измерения Вторая не имеет	2

Оцифровка осей равномерная	По 1 баллу за ось	2
Точки соответствуют табличным значениям	Должно быть не более двух ошибочных, за остальные ошибки снимать по 0,1 баллу	4
На графике проведены прямые по которым определяется угловой коэффициент	По 0,25 за каждую прямую	0,5 балла
Найден угловой коэффициент из графика	- в пределах 10 % - 3 балла В пределах 15% - 2 балла В пределах 20 % - 1 балла Выше 20% - 0 ,баллов	Максимум 3
Записана связь между графическим и теоретическим коэффициентом (44)		2
Записана формула для определения удельного коэффициента (45)		3
Найдено численное значение удельного коэффициента поглощения		1
Найдена формула для доли поглощенной энергии		5
Получено численное значение доли поглощенной энергии		2
Итого		30

**Физика. 11 класс. 1 вариант**

Работа рассчитана на 240 минут

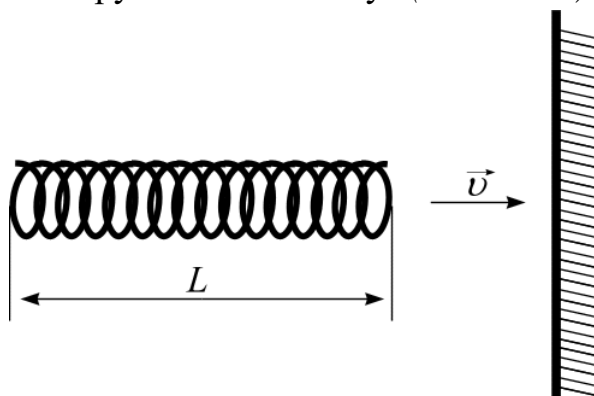
**Напишите не только ответы, но и подробные объяснения,  
как эти ответы получены.**

**Задание № 1.** Тонкая упругая пружина длины  $L$  с линейной плотностью  $\rho$  движется вдоль своей длинной оси со скоростью  $v$  и ударяется о неподвижную массивную стенку.

Считайте, что пружина деформируется незначительно, так, что витки между собой не соприкасаются. Упругое возмущение по пружине распространяется со скоростью  $V$ .

а. Каково время взаимодействия пружины со стенкой? (5 баллов)

б. Какова сила давления пружины на стенку? (10 баллов)



(15 баллов)

**Решение**

Опишем процесс “удара”. Он начинается с момента касания первого витка стенки. При этом он мгновенно останавливается. Затем, в результате возникающей и возрастающей силы упругости между первым и вторым витком останавливается второй, и т.д. до последнего. В это мгновение все витки пружины находятся в покое, и она максимально сжата. В последующие моменты времени под действием силы упругости начинается процесс распрямления пружины в обратном порядке, начиная с последнего витка. И все большая часть пружины приобретает скорость  $v$  в обратном направлении вплоть до витка, который непосредственно соприкасался со стенкой.

Граница, разделяющая покоящийся участок пружины и участок,двигающийся со скоростью  $v$ , перемещается вдоль пружины со скоростью  $V$ . Следовательно, время контакта со стенкой – это время, в течение которого упругое возмущение пробежит всю длину пружины и вернется обратно:  $\tau = 2L/V$ .

Для расчета силы воспользуемся уравнением движения на участок пружины, вовлеченный в процесс остановки:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}, \text{ здесь } \Delta p = \Delta m \cdot v = \rho V \Delta t \cdot v - \text{изменение импульса остановившейся части}$$

пружины. Окончательно получим:  $F = \rho V v$

**Критерии**

Задание а) Верно и детально описан физический процесс “удара” пружины о стенку – 3 балла. Получен ответ в общем виде – 2 балла

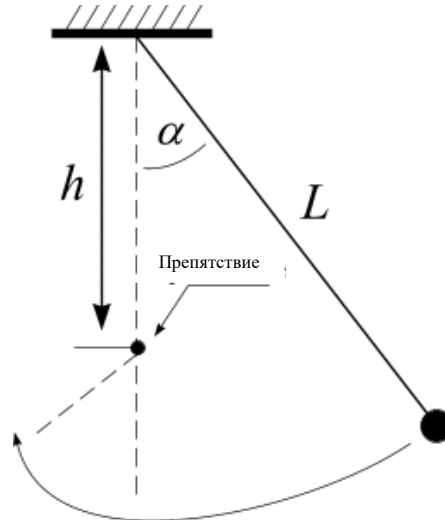
Задание б) Верно и детально описан физический процесс “удара” пружины о стенку – 3 балла. Верно записано уравнение движения и выражение для изменения импульса участка пружины – 5 баллов. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

**Задание № 2.** Малая частица массы  $m$  подвешена на нити длины  $L$ . Нить отклоняют от вертикали на угол  $\alpha$  и отпускают.

По мере движения маятника нить зацепляется за тонкое препятствие, расположенное на вертикали с точкой подвеса под ней.

Максимальное расстояние от точки подвеса до препятствия, при котором нить после зацепа остается целой, равно  $h$ . В случае обрыва нить разрушается в следующее мгновение сразу после зацепа.

Оцените по этим данным максимальную силу, которую выдерживает нить.



(15 баллов)

### Решение

После зацепа нити о препятствие шарик продолжает движение по круговой траектории меньшего радиуса, что приводит к резкому увеличению силы натяжения подвеса. Если эта сила превышает предел прочности, то нить рвется. Если же нить выдержала нагрузку, то далее нет причин для ее обрыва, так как сила натяжения подвеса максимальна именно в момент, когда шарик проходит положение равновесия.

Рассмотрим случай, когда положение препятствия подобрано так, что  $h$  соответствует критическому состоянию, когда нить в вертикальном положении натянута с предельной силой. Вычислим ее, используя уравнение движения по окружности:

$$m \frac{v^2}{L-h} = F_{кр} - mg . \quad (1)$$

Скорость шарика  $v$  при проходе им положения равновесия можно найти из закона сохранения механической энергии:

$$mg\Delta H = \frac{mv^2}{2}, \quad (\Delta H = L(1 - \cos(\alpha)) - \text{изменение высоты шарика в поле тяжести}) \quad (2)$$

Из (1) с учетом (2) для критической силы получим:  $F_{кр} = mg \frac{3L - h - 2L \cos(\alpha)}{L - h}$ .

### Критерии

Верно и детально описан физический процесс, поясняющий причину обрыва нити после зацепа - 5 баллов. Верно записано уравнение движения грузика – 5 баллов. Верно записан закон сохранения механической энергии и получен ответ в общем виде - 5 баллов.

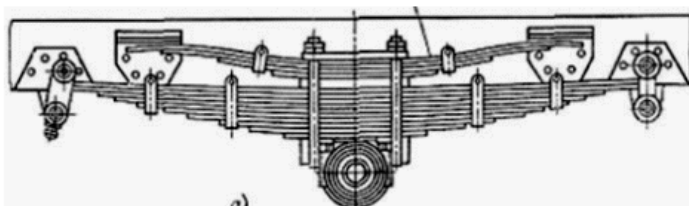
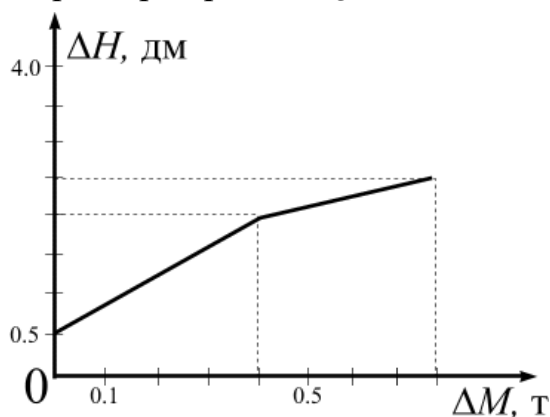
**Задание № 3.** На фото показан вариант автомобильной рессоры для грузовиков, состоящий из двух секций.

При малых нагрузках на ось автомобиля работает нижняя секция, сглаживая толчки от неровностей дороги.

При полной загрузке нижняя секция достаточно сильно прогибается, и в работу вступает верхняя секция, которая начинает опираться на упоры, закрепленные на раме автомобиля.

Зависимость величины проседания платформы автомобиля от массы груза, приходящегося на одно колесо, показана на графике.

Вычислите жесткости каждой из секций рессор. Примите  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



(10 баллов)

### Решение

Жесткости систем можно определить с помощью закона Гука (т.к. графики линейные). Для этого необходимо знать величину усилия на рессору и величину ее деформации. Важно отметить, что при больших усилиях, когда работают обе секции, результирующая жесткость системы является суммой жесткостей каждой из секций, так как в этом случае можно считать, что упругие тела соединены “параллельно” (Результирующая сила упругости равна сумме сил от каждой из секций).

Случаю небольших нагрузок соответствует начальная часть графика до массы 0.4 тонны. При больших массах деформируются обе секции. Выразим жесткость из закона Гука для каждого из режимов (из наклона графиков):

$$k_1 = \frac{\Delta F}{\Delta H} = \frac{\Delta M g}{\Delta H} \approx 26.7 \text{ кН/м.} \quad k_1 + k_2 = \frac{\Delta F}{\Delta H} = \frac{\Delta M g}{\Delta H} \approx 80 \text{ кН/м.}$$

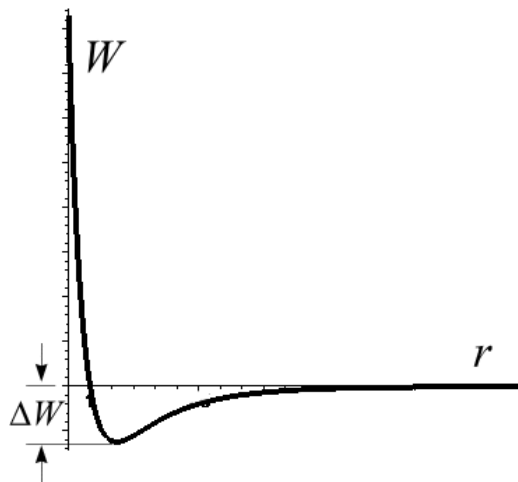
Отсюда для жесткости верхней секции получим:  $k_2 \approx 53.3 \text{ кН/м.}$

### Критерии

Верно и детально описаны физические процессы при работе рессоры, дано пояснение причины излома графика, указано, приведены доводы в пользу того обстоятельства, что на второй части графика результирующая жесткость является суммой жесткостей секций – 5 баллов. Верно записан в общем виде закон Гука для первой и второй частей графика – 3 балла, Получены верные численные ответы – 2 балла

**Задание № 4.** Потенциальная энергия парного взаимодействия молекул в зависимости от расстояния между ними удовлетворительно описывается «потенциалом Ленарда-Джонса», качественный график которого показан ниже.

Оцените глубину потенциальной ямы для воды, которая изображена на рисунке. Считайте, что теплоемкости не зависят от температуры. Ответ выразите в электронвольтах.



(15 баллов)

### Решение

В воображаемом случае, когда вещество находится при нулевой абсолютной температуре, тепловое движение отсутствует, и можно считать, что расстояние между молекулами соответствует минимуму потенциальной энергии – частица находится на дне потенциальной ямы. В другой крайности, при высокой температуре имеем вещество в газообразном состоянии и с большим расстоянием между молекулами. В этом случае частица находится вне потенциальной ямы.

Таким образом, чтобы “вытащить” молекулы из потенциальной ямы, необходимо превратить кристаллическое тело при 0К в пар, т.е. провести последовательные действия: нагреть твердую фазу до плавления, расплавить, нагреть жидкую фазу до кипения и выпарить.

Количество теплоты, необходимое для проведения этих действий над одним молем вещества запишем в виде:  $Q = (c_k \Delta T_k + \lambda + c_l \Delta T_l + r)\mu$ . Здесь  $c_k$  и  $c_l$  - удельные теплоемкости твердой и жидкой фаз соответственно,  $\lambda$  и  $r$  - удельные теплоты плавления и парообразования соответственно,  $\mu$  - молярная масса. Для расчета энергии, приходящейся на одну молекулу, величину  $Q$  поделим на число молекул в одном моле (число Авогадро):  $\Delta W = \frac{Q}{N_A}$ . Для представления ответа в электронвольтах необходимо

полученную энергию поделить на элементарный заряд:  $\Delta W = \frac{Q}{(eN_A)}$ . Для воды получим:  
 $\Delta W \approx 0.68 \text{ эВ}$ .

### Критерии

Приведены верные рассуждения, показывающие связь глубины потенциальной ямы с удельными теплоемкостями и теплотами, получено выражение для глубины ямы в общем виде – 10 баллов. Проведены верные численные расчеты – 5 баллов

**Задание № 5.** Размах крыльев самолета «Boeing 737» составляет  $l=36$  метров. Крейсерская скорость самолета  $v=800$  км/ч.

Оцените разность потенциалов, возникающую между удаленными краями крыльев. Индукцию магнитного поля Земли примите равной  $B=10^{-5}$  Тл.

(5 баллов)

### Решение

При движении самолет оставляет за собой “заметенную” площадь, через которую имеется поток вектора магнитной индукции. Так как площадь меняется, то меняется и поток, следовательно, между крайними точками крыльев возникает ЭДС индукции  $\varepsilon$ , модуль которой можно оценить с помощью закона Фарадея:  $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ . Изменение потока через заметаемую площадь представим в виде:  $\Delta\Phi = B\Delta S = Bl\Delta t$ . Тогда для ЭДС индукции получим:  $\varepsilon = Blv \approx 0.08$  В.

### Критерии

Приведены верные рассуждения, позволяющие понять физическую причину возникновения ЭДС на крыльях – 2 балла. Верно записан закон Фарадея и получено общее выражение для ЭДС -2 балла. Проведены верные численные расчеты – 1 балл.

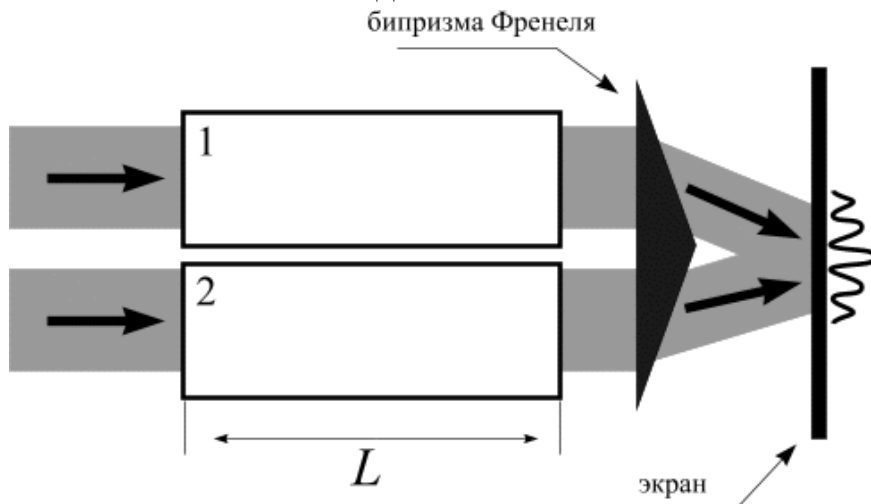
**Задание № 6.** Для прецизионного исследования зависимости показателя преломления газов от давления используется интерферометр, схема которого показана ниже.

Два когерентных широких пучка света с длиной волны  $\lambda$  пропускаются через прозрачные одинаковые по размерам герметичные емкости, которые затем, с помощью бипризмы Френеля, собираются на экран. На экране формируется полосатая интерференционная картина.

Длины емкостей  $L$ , в емкости 2 поддерживается вакуум, исследуемый газ закачивают в емкость 1.

В достаточно большом диапазоне давлений показатель преломления  $n$  линейно зависит от давления газа:  $n=1+\alpha P$  ( $\alpha$  – некоторая постоянная). При увеличении давления газа на  $\Delta P$  центральный максимум смещается на  $m$  периодов интерференционной картины.

Чему равна постоянная  $\alpha$  по этим данным?



(15 баллов)

### Решение

При закачке газа в емкость 1 для луча, проходящего по этой траектории, увеличивается оптическая длина пути  $L$  в величину показателя преломления:  $L_1 = Ln = L(1 + \alpha P)$ . Это приводит к смещению нулевого максимума, положение которого определяется нулевой разностью хода пучков, проходящих по траектории 1 и 2. Так как картина сместилась на  $m$  периодов, накопившаяся разность хода пучков равна:  $m\lambda = L_1 - L = L(1 + \alpha P) - L = L\alpha P$ . Отсюда для постоянной получим:  $\alpha = \frac{m\lambda}{LP}$ .

### Критерии

Приведены верные рассуждения, показывающие причину смещения интерференционной картины при изменении давления – 7 баллов. Верно записано условие на интерференционный максимум через параметры, представленные в условии – 6 баллов. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

**Задание № 7.** Две металлические пластины из разных металлов освещаются монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda$ , при этом наблюдается фотоэффект. Запирающие напряжения для пластин равны  $U_1$  и  $U_2$  соответственно.

Во сколько раз отличаются работы выхода электронов металлов?

(10 баллов)

### Решение

Для каждой пластины выпишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\begin{cases} h\nu = A_1 + eU_1, \\ h\nu = A_2 + eU_2. \end{cases}$$

Из этой системы уравнений получим:  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{h\nu - eU_1}{h\nu - eU_2} = \frac{h\frac{c}{\lambda} - eU_1}{h\frac{c}{\lambda} - eU_2} = \frac{hc - eU_1\lambda}{hc - eU_2\lambda}$ .

### Критерии

Верно записаны уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и объединены в систему – 5 баллов. Верно представлена связь частоты света и длины волны – 3 балла. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

**Задание № 8.** Две исследовательские группы ученых получили в свое распоряжение по одному образцу одного и того же инопланетного радиоактивного материала с периодом полураспада  $T$ .

Первая группа сразу же измерила активность своего образца. Вторая – спустя длительное время  $t$ . Группы обменялись результатами, и оказалось, что спустя время  $t$  активности образцов одинаковы.

Во сколько раз отличались массы образцов?

(15 баллов)

### Решение

Воспользуемся законом радиоактивного распада:  $N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Здесь  $N_0$  и  $N$  – количество радиоактивных ядер в начальный момент времени и через время  $t$

соответственно,  $\tau$  - среднее время жизни. Отсюда для активности материала (количество распадов в секунду) после расчета производной получим:  $A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \frac{N_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

Приравняем активности двух образцов:  $\frac{N_{02}}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{N_{01}}{\tau}$ . Отсюда получим:  $\frac{N_{01}}{N_{02}} = e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

Так как оба образца из одного вещества, отношение начальных количеств радиоактивных ядер равно отношению масс образцов:  $\frac{M_1}{M_2} = \frac{N_{01}}{N_{02}} = e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Или с учетом связи между средним

времени жизни и периодом полураспада  $T = \tau \ln(2)$  получим:  $\frac{M_1}{M_2} = e^{-\frac{t}{T} \ln(2)} = 2^{-\frac{t}{T}}$ .

### Критерии

Выписан закон радиоактивного распада и приведены верные рассуждения, позволяющие получить выражение для активности материала – 8 баллов. Получен верный ответ в общем виде – 5 баллов. Использовано выражение для связи среднего времени жизни и периода полураспада – 2 балла.

### Справочные данные

1. Удельные теплоемкости:

- Водяного льда: 2100 Дж/(кг °С);
- Жидкой воды: 4200 Дж/(кг °С);

2. Удельная теплота плавления воды: 330 кДж/кг;

3. Удельная теплота парообразования: 2.3 МДж/кг;

4. Молярная масса воды:  $\mu = 0.018$  кг/моль;

5. Число Авогадро:  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  1/моль;

6. Элементарный заряд:  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  Кл;

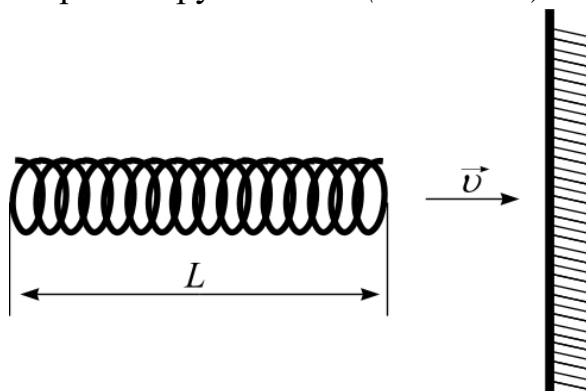
7. Скорость света в вакууме:  $c = 3 \times 10^8$  м/с.

**Физика. 11 класс. 2 вариант**

**Задание № 1.** Тонкая упругая пружина с линейной плотностью  $\rho$  движется вдоль своей длинной оси и ударяется о неподвижную массивную стенку.

Считайте, что пружина деформируется незначительно, так, что витки между собой не соприкасаются. Время контакта пружины со стенкой от момента касания до отскока –  $\tau$ . В процессе контакта пружина давит на стенку с силой  $F$ . Упругое возмущение по пружине распространяется со скоростью  $V$ .

- Какова длина пружины  $L$ ? (5 баллов)
- Какова начальная скорость пружины  $v$ ? (10 баллов)



(15 баллов)

**Решение**

Опишем процесс “удара”. Он начинается с момента касания первого витка стенки. При этом он мгновенно останавливается. Затем, в результате возникающей и возрастающей силы упругости между первым и вторым витком останавливается второй, и т.д. до последнего. В это мгновение все витки пружины находятся в покое, и она максимально сжата. В последующие моменты времени под действием силы упругости начинается процесс распрямления пружины в обратном порядке, начиная с последнего витка. И все большая часть пружины приобретает скорость  $v$  в обратном направлении вплоть до витка, который непосредственно соприкасался со стенкой.

Граница, разделяющая покоящийся участок пружины и участок, двигающийся со скоростью  $v$ , перемещается вдоль пружины со скоростью  $V$ . Следовательно, время контакта со стенкой – это время, в течение которого упругое возмущение пробежит всю длину пружины  $L$  и вернется обратно:  $\tau = 2L/V$ . Отсюда для длины пружины получим:

$$L = V\tau/2.$$

Для расчета скорости воспользуемся уравнением движения на участок пружины, вовлеченный в процесс остановки:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}, \text{ здесь } \Delta p = \Delta m \cdot v = \rho V \Delta t \cdot v - \text{изменение импульса остановившейся части}$$

пружины. Окончательно получим:  $F = \rho V v$ , отсюда:  $v = \frac{F}{\rho V}$ .

**Критерии**

Задание а) Верно и детально описан физический процесс “удара” пружины о стенку – 3 балла. Получен ответ в общем виде – 2 балла

Задание б) Верно и детально описан физический процесс “удара” пружины о стенку – 3 балла. Верно записано уравнение движения и выражение для изменения импульса участка пружины – 5 баллов. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

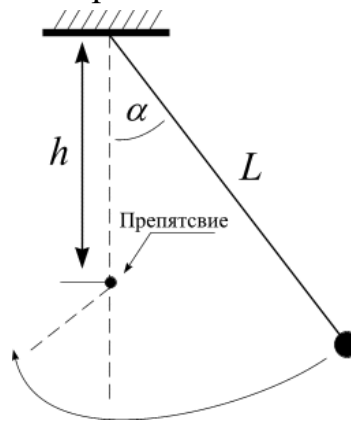
**Задание № 2.** Малая частица массы  $m$  подвешена на нити длины  $L$ . Нить отклоняют от вертикали на некоторый угол (меньше  $90^\circ$ ) и отпускают.

По мере движения маятника нить зацепляется за тонкое препятствие, расположенное на вертикали с точкой подвеса под ней.

Максимальное расстояние от точки подвеса до препятствия, при котором нить после зацепа остается целой, равно  $h$ . В случае обрыва нить разрушается в следующее мгновение сразу после зацепа.

Предельная сила натяжения, которую выдерживает нить равна  $F_{кр}$ .

Оцените по этим данным угол первоначального отклонения нити.



(15 баллов)

### Решение

После зацепа нити о препятствие шарик продолжает движение по круговой траектории меньшего радиуса, что приводит к резкому увеличению силы натяжения подвеса. Если эта сила превышает предел прочности, то нить рвется. Если же нить выдержала нагрузку, то далее нет причин для ее обрыва, так как сила натяжения подвеса максимальна именно в момент, когда шарик проходит положение равновесия.

Рассмотрим случай, когда положение препятствия подобрано так, что  $h$  соответствует критическому состоянию, когда нить в вертикальном положении натянута с предельной силой. Вычислим ее, используя уравнение движения по окружности:

$$m \frac{v^2}{L-h} = F_{кр} - mg . \quad (1)$$

Скорость шарика  $v$  при проходе им положения равновесия можно найти из закона сохранения механической энергии:

$$mg\Delta H = \frac{mv^2}{2} , \quad (\Delta H = L(1 - \cos(\alpha)) - \text{изменение высоты шарика, } \alpha - \text{угол отклонения}) \quad (2)$$

Из (1) с учетом (2) для угла  $\alpha$  получим:  $\cos(\alpha) = 1 - (F_{кр} - mg) \frac{L-h}{2mgL}$ .

### Критерии

Верно и детально описан физический процесс, поясняющий причину обрыва нити после зацепа - 5 баллов. Верно записано уравнение движения грузика – 5 баллов. Верно записан закон сохранения механической энергии и получен ответ в общем виде - 5 баллов.

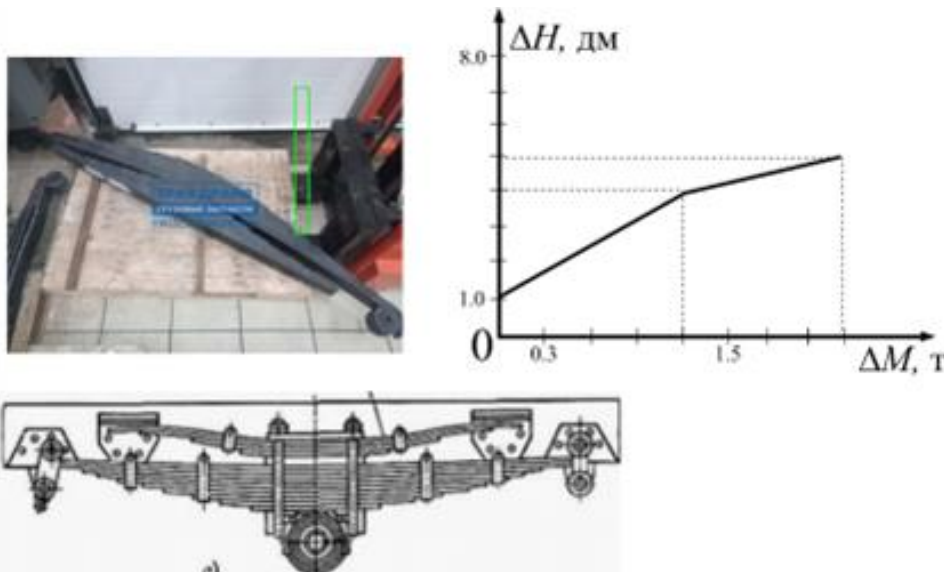
**Задание № 3.** На фото показан вариант автомобильной рессоры для грузовиков, состоящий из двух секций.

При малых нагрузках на ось автомобиля работает нижняя секция, сглаживая толчки от неровностей дороги.

При полной загрузке нижняя секция достаточно сильно прогибается, и в работу вступает верхняя секция, которая начинает опираться на упоры, закрепленные на раме автомобиля.

Зависимость величины проседания платформы автомобиля от массы груза, приходящегося на одно колесо, показана на графике.

Вычислите жесткости каждой из секций рессор. Примите  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



(10 баллов)

### Решение

Жесткости систем можно определить с помощью закона Гука (т.к. графики линейные). Для этого необходимо знать величину усилия на рессору и величину ее деформации. Важно отметить, что при больших усилиях, когда работают обе секции, результирующая жесткость системы является суммой жесткостей каждой из секций, так как в этом случае можно считать, что упругие тела соединены “параллельно” (Результирующая сила упругости равна сумме сил от каждой из секций).

Случаю небольших нагрузок соответствует начальная часть графика до массы 0.4 тонны. При больших массах деформируются обе секции. Выразим жесткость из закона Гука для каждого из режимов (из наклона графиков):

$$k_1 = \frac{\Delta F}{\Delta H} = \frac{\Delta M g}{\Delta H} \approx 40 \text{ кН/м.} \qquad k_1 + k_2 = \frac{\Delta F}{\Delta H} = \frac{\Delta M g}{\Delta H} \approx 120 \text{ кН/м.}$$

Отсюда для жесткости верхней секции получим:  $k_2 \approx 80 \text{ кН/м.}$

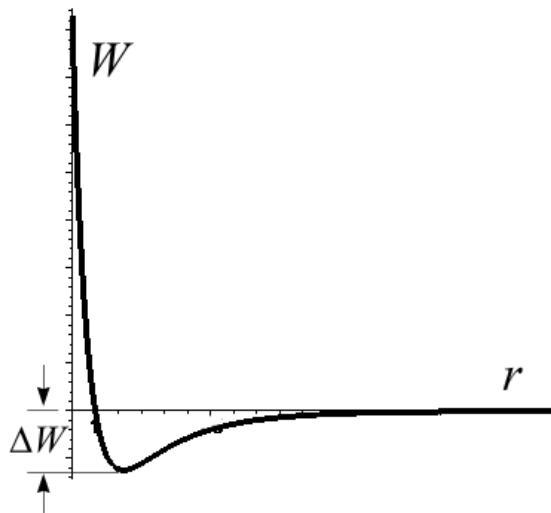
### Критерии

Верно и детально описаны физические процессы при работе рессоры, дано пояснение причины излома графика, указано, приведены доводы в пользу того обстоятельства, что на второй части графика результирующая жесткость является суммой жесткостей секций – 5 баллов. Верно записан в общем виде закон Гука для первой и второй частей графика – 3 балла, Получены верные численные ответы – 2 балла.

**Задание № 4.** Потенциальная энергия парного взаимодействия молекул в зависимости от расстояния между ними удовлетворительно описывается «потенциалом Ленарда-Джонса», качественный график которого показан ниже.

Оцените глубину потенциальной ямы, изображенной на рисунке, для золота. Считайте, что теплоемкости не зависят от температуры.

Ответ выразите в электронвольтах.



(15 баллов)

### Решение

В воображаемом случае, когда вещество находится при нулевой абсолютной температуре, тепловое движение отсутствует, и можно считать, что расстояние между молекулами соответствует минимуму потенциальной энергии – частица находится на дне потенциальной ямы. В другой крайности, при высокой температуре имеем вещество в газообразном состоянии и с большим расстоянием между молекулами. В этом случае частица находится вне потенциальной ямы.

Таким образом, чтобы “вытащить” молекулы из потенциальной ямы, необходимо превратить кристаллическое тело при 0К в пар, т.е. провести последовательные действия: нагреть твердую фазу до плавления, расплавить, нагреть жидкую фазу до кипения и выпарить.

Количество теплоты, необходимое для проведения этих действий над одним молем вещества запишем в виде:  $Q = (c_k \Delta T_k + \lambda + c_l \Delta T_l + r) \mu$ . Здесь  $c_k$  и  $c_l$  - удельные теплоемкости твердой и жидкой фаз соответственно,  $\lambda$  и  $r$  - удельные теплоты плавления и парообразования соответственно,  $\mu$  - молярная масса. Для расчета энергии, приходящейся на одну молекулу, величину  $Q$  поделим на число молекул в одном моле (число Авогадро):  $\Delta W = \frac{Q}{N_A}$ . Для представления ответа в электронвольтах необходимо

полученную энергию поделить на элементарный заряд:  $\Delta W = \frac{Q}{(eN_A)}$ . Для золота получим:

$$\Delta W \approx 4.1 \text{ эВ.}$$

## Критерии

Приведены верные рассуждения, показывающие связь глубины потенциальной ямы с удельными теплоемкостями и теплотами, получено выражение для глубины ямы в общем виде – 10 баллов. Проведены верные численные расчеты – 5 баллов.

**Задание № 5.** Крейсерская скорость самолета «Boeing 737» равна  $v = 800$  км/ч.

В полете между крайними частями крыльев возникает разность потенциалов  $\Delta U \approx 0.08$  В.

Каков примерный размах крыльев самолета? Индукцию магнитного поля Земли примите равной  $B = 10^{-5}$  Тл.

(5 баллов)

## Решение

При движении самолет оставляет за собой “заметенную” площадь, через которую имеется поток вектора магнитной индукции. Так как площадь меняется, то меняется и поток, следовательно, между крайними точками крыльев возникает ЭДС индукции  $\varepsilon$ , модуль которой можно оценить с помощью закона Фарадея:  $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ . Изменение потока через заметаемую площадь представим в виде:  $\Delta\Phi = B\Delta S = Bl\Delta t$ . Здесь  $l$  - размах крыльев (расстояние между удаленными концами крыльев). Тогда для ЭДС индукции получим:  $\varepsilon = Blv$ . Отсюда будем иметь:  $l = \varepsilon / Bv \approx 36$  м.

## Критерии

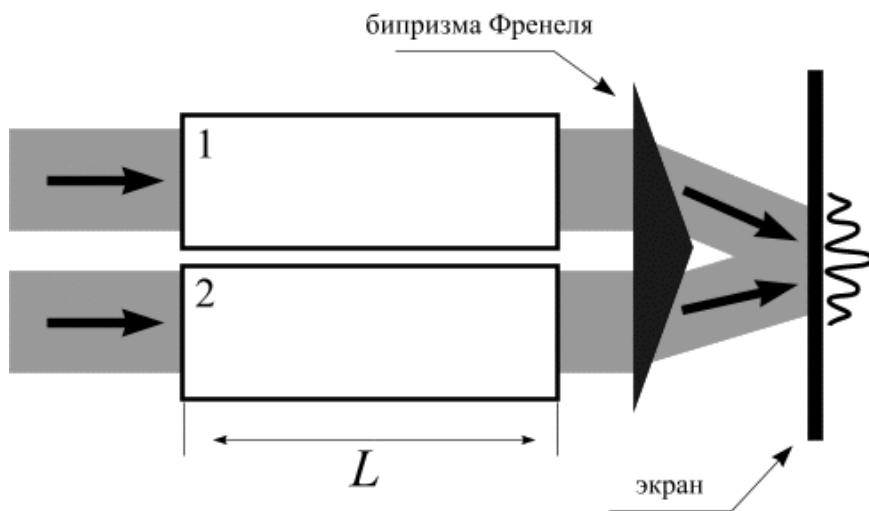
Приведены верные рассуждения, позволяющие понять физическую причину возникновения ЭДС на крыльях – 2 балла. Верно записан закон Фарадея и получено общее выражение для ЭДС -2 балла. Проведены верные численные расчеты – 1 балл.

**Задание № 6.** Для прецизионного исследования зависимости показателя преломления газов от давления используется интерферометр, схема которого показана ниже.

Два когерентных широких пучка света с длиной волны  $\lambda$  пропускаются через прозрачные одинаковые по размерам герметичные емкости, которые затем, с помощью бипризмы Френеля, собираются на экран. На экране формируется полосатая интерференционная картина.

Длины емкостей  $L$ , в емкости 2 поддерживается вакуум, исследуемый газ закачивают в емкость 1. В достаточно большом диапазоне давлений показатель преломления  $n$  линейно зависит от давления газа:  $n = 1 + \alpha P$  ( $\alpha$  – некоторая постоянная). При увеличении давления газа в емкости 1 центральный максимум смещается на  $m$  периодов интерференционной картины.

На сколько повысили давление в емкости 1?



(15 баллов)

### Решение

При закачке газа в емкость 1 для луча, проходящего по этой траектории, увеличивается оптическая длина пути  $L$  в величину показателя преломления:  $L_1 = Ln = L(1 + \alpha\Delta P)$ . Это приводит к смещению нулевого максимума, положение которого определяется нулевой разностью хода пучков, проходящих по траектории 1 и 2. Так как картина сместилась на  $m$  периодов, накопившаяся разность хода пучков равна:  $m\lambda = L_1 - L = L(1 + \alpha\Delta P) - L = L\alpha\Delta P$ . Отсюда для прироста давления получим:  $\Delta P = \frac{m\lambda}{\alpha L}$ .

### Критерии

Приведены верные рассуждения, показывающие причину смещения интерференционной картины при изменении давления – 7 баллов. Верно записано условие на интерференционный максимум через параметры, представленные в условии – 6 баллов. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

**Задание № 7.** Две металлические пластины из разных металлов освещаются монохроматическим светом, при этом наблюдается фотоэффект. Запирающие напряжения для пластин равны  $U_1$  и  $U_2$  соответственно, а работы выхода электронов  $A_1 / A_2$  отличаются в  $k$  раз.

Какова длина волны света?

(10 баллов)

### Решение

Для каждой пластины выпишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\begin{cases} h\nu = A_1 + eU_1, \\ h\nu = A_2 + eU_2. \end{cases}$$

Из этой системы уравнений получим:  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{h\nu - eU_1}{h\nu - eU_2} = \frac{h\frac{c}{\lambda} - eU_1}{h\frac{c}{\lambda} - eU_2} = \frac{hc - eU_1\lambda}{hc - eU_2\lambda} = k$ . Тогда

для длины волны света будем иметь:  $\lambda = \frac{hc}{e} \frac{1 - k}{U_1 - kU_2}$ .

### Критерии

Верно записаны уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и объединены в систему – 5 баллов. Верно представлена связь частоты света и длины волны – 3 балла. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

**Задание № 8.** Две исследовательские группы ученых получили в свое распоряжение по одному образцу инопланетных радиоактивных материалов с одиноким количеством радиоактивных ядер и со средними временами жизни  $\tau_1$  и  $\tau_2$  соответственно.

Первая группа сразу же измерила активность своего образца. Вторая – спустя некоторое неизвестное длительное время  $t$ . Группы обменялись результатами, и оказалось, что спустя время  $t$  активности образцов одинаковы.

На сколько опоздала вторая группа?

(15 баллов)

### Решение

Воспользуемся законом радиоактивного распада:  $N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Здесь  $N_0$  и  $N$  – количество радиоактивных ядер в начальный момент времени и через время  $t$  соответственно,  $\tau$  – среднее время жизни. Отсюда для активности материала (количество распадов в секунду) после расчета производной получим:  $A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \frac{N_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

Приравняем активности двух образцов:  $\frac{N_0}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} = \frac{N_{01}}{\tau_1}$ . Отсюда получим:  $1 = \frac{\tau_1}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ .

Отсюда для времени  $t$  получим:  $t = \tau_2 \ln \left( \frac{\tau_1}{\tau_2} \right)$ .

### Критерии

Выписан закон радиоактивного распада и приведены верные рассуждения, позволяющие получить выражение для активности материала – 8 баллов. Получен верный ответ в общем виде – 5 баллов. Использовано выражение для связи среднего времени жизни и периода полураспада – 2 балла.

### Справочные материалы

1. Удельные теплоемкости:

- Твердого золота: 129 Дж/(кг °С);
- Жидкого золота: 130 Дж/(кг °С);

2. Удельная теплота плавления золота: 67 кДж/кг;

3. Удельная теплота парообразования золота: 1.56 МДж/кг;

4. Молярная масса золота:  $\mu = 0.197$  кг/моль;

5. Температура плавления золота: 1064 °С;

6. Температура кипения золота: 2900 °С;

7. Число Авогадро:  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  1/моль;

8. Элементарный заряд:  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  Кл;

9. Скорость света в вакууме:  $c = 3 \times 10^8$  м/с.

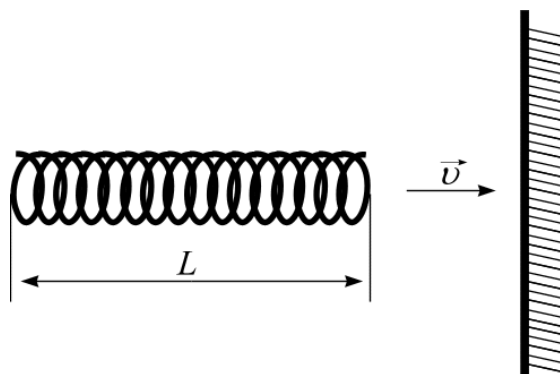
**Физика. 11 класс. 3 вариант**

**Задание № 1.** Тонкая упругая пружина длины  $L$  движется вдоль своей длинной оси со скоростью  $v$  и ударяется о неподвижную массивную стенку.

Считайте, что пружина деформируется незначительно, так, что витки между собой не соприкасаются. Время контакта пружины со стенкой от момента касания до отскока  $\tau$ . В процессе контакта пружина давит на стенку с силой  $F$ .

а. С какой скоростью  $V$  распространяется по пружине упругое возмущение? (5 баллов)

б. Какова линейная плотность пружины  $\rho$ ? (10 баллов)



(15 баллов)

**Решение**

Опишем процесс “удара”. Он начинается с момента касания первого витка стенки. При этом он мгновенно останавливается. Затем, в результате возникающей и возрастающей силы упругости между первым и вторым витком останавливается второй, и т.д. до последнего. В это мгновение все витки пружины находятся в покое, и она максимально сжата. В последующие моменты времени под действием силы упругости начинается процесс распрямления пружины в обратном порядке, начиная с последнего витка. И все большая часть пружины приобретает скорость  $v$  в обратном направлении вплоть до витка, который непосредственно соприкасался со стенкой.

Граница, разделяющая покоящийся участок пружины и участок,двигающийся со скоростью  $v$ , перемещается вдоль пружины со скоростью  $V$ . Следовательно, время контакта со стенкой – это время, в течение которого упругое возмущение пробежит всю длину пружины  $L$  и вернется обратно:  $\tau = 2L/V$ . Отсюда скорости волны на пружине получим:  $V = 2L/\tau$ .

Для расчета скорости воспользуемся уравнением движения на участок пружины, вовлеченный в процесс остановки:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}, \text{ здесь } \Delta p = \Delta m \cdot v = \rho V \Delta t \cdot v - \text{изменение импульса остановившейся части}$$

пружины. Окончательно получим:  $F = \rho V v$ , отсюда для линейной плотности:  $\rho = \frac{F}{vV} = \frac{F\tau}{2Lv}$

**Критерии**

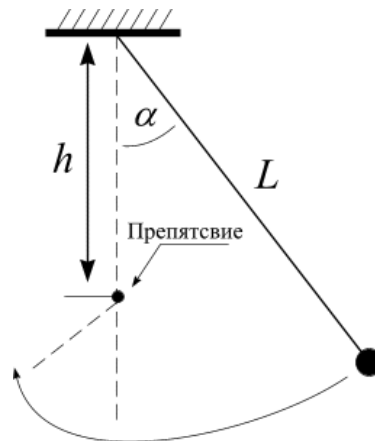
Задание а) Верно и детально описан физический процесс “удара” пружины о стенку – 3 балла. Получен ответ в общем виде – 2 балла

Задание б) Верно и детально описан физический процесс “удара” пружины о стенку – 3 балла. Верно записано уравнение движения и выражение для изменения импульса участка пружины – 5 баллов. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

**Задание № 2.** Малая частица массы  $m$  подвешена на нити длины  $L$ . Нить отклоняют от вертикали на угол  $\alpha$  (меньше  $90^\circ$ ) и отпускают.

По мере движения маятника нить зацепляется за тонкое препятствие, расположенное на вертикали с точкой подвеса под ней. В случае обрыва нить разрушается в следующее мгновение сразу после зацепа. Предельная сила натяжения, которую выдерживает нить, равна  $F_{кр}$ .

На каком максимальном расстоянии от точки подвеса  $h$  нужно разместить препятствие, чтобы нить после зацепа еще осталась бы целой?



(15 баллов)

### Решение

После зацепа нити о препятствие шарик продолжает движение по круговой траектории меньшего радиуса, что приводит к резкому увеличению силы натяжения подвеса. Если эта сила превышает предел прочности, то нить рвется. Если же нить выдержала нагрузку, то далее нет причин для ее обрыва, так как сила натяжения подвеса максимальна именно в момент, когда шарик проходит положение равновесия.

Рассмотрим случай, когда положение препятствия подобрано так, что  $h$  соответствует критическому состоянию, когда нить в вертикальном положении натянута с предельной силой. Вычислим ее, используя уравнение движения по окружности:

$$m \frac{v^2}{L-h} = F_{кр} - mg . \quad (1)$$

Скорость шарика  $v$  при проходе им положения равновесия можно найти из закона сохранения механической энергии:

$$mg\Delta H = \frac{mv^2}{2}, \quad (\Delta H = L(1 - \cos(\alpha)) - \text{изменение высоты шарика, } \alpha - \text{угол отклонения}) \quad (2)$$

Из (1) с учетом (2) для расстояния  $h$  получим:  $h = L - \frac{2mgL(1 - \cos(\alpha))}{F_{кр} - mg}$ .

### Критерии

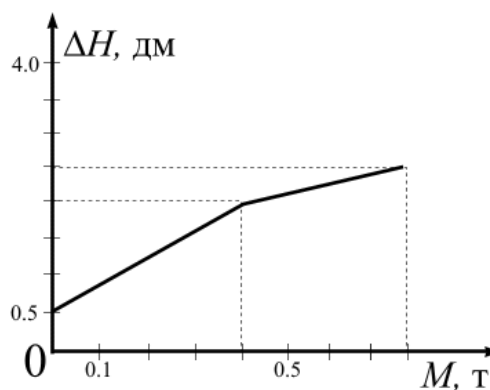
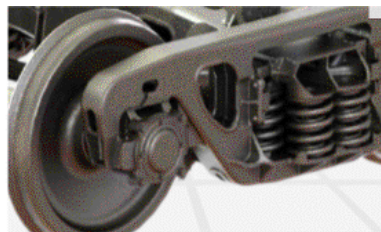
Верно и детально описан физический процесс, поясняющий причину обрыва нити после зацепа - 5 баллов. Верно записано уравнение движения грузика – 5 баллов. Верно записан закон сохранения механической энергии и получен ответ в общем виде - 5 баллов.

**Задание № 3.** На фото показан вариант устройства пружинной подвески железнодорожной тележки вагона. Основой являются системы двойных пружин Большого и малого диаметра витков.

Малые пружины помещены внутрь больших и имеют несколько меньшую длину, чем большие. При полной загрузке вагона большие (внешние) пружины достаточно сжимаются, и опоры тележки начинают опираться на внутренние пружины. При дальнейшей загрузке деформируются обе пружины.

Зависимость величины деформации одной системы из двух таких пружин показана на графике.

Вычислите жесткости большой и малой пружин.



(10 баллов)

### Решение

Жесткости систем можно определить с помощью закона Гука (т.к. графики линейные). Для этого необходимо знать величину усилия на пружину и величину ее деформации. Важно отметить, что при больших усилиях, когда работают обе пружины, результирующая жесткость системы является суммой жесткостей каждой из пружин, так как в этом случае можно считать, что упругие тела соединены “параллельно” (Результирующая сила упругости равна сумме сил от каждой из пружин).

Случаю небольших нагрузок соответствует начальная часть графика до массы 0.4 тонны. При больших массах деформируются обе секции. Выразим жесткость из закона Гука для каждого из режимов (из наклона графиков):

$$k_1 = \frac{\Delta F}{\Delta H} = \frac{\Delta Mg}{\Delta H} \approx 26.7 \text{ кН/м.}$$

$$k_1 + k_2 = \frac{\Delta F}{\Delta H} = \frac{\Delta Mg}{\Delta H} \approx 80 \text{ кН/м.}$$

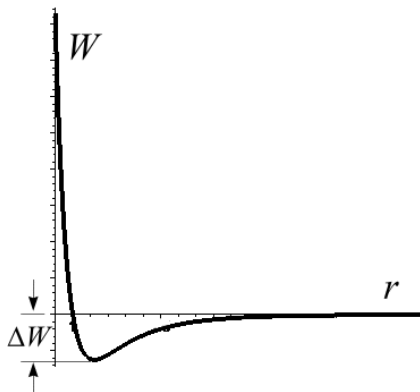
Отсюда для жесткости верхней секции получим:  $k_2 \approx 53.3 \text{ кН/м.}$

### Критерии

Верно и детально описаны физические процессы при работе пружин, дано пояснение причины излома графика, указано, приведены доводы в пользу того обстоятельства, что на второй части графика результирующая жесткость является суммой жесткостей пружин – 5 баллов. Верно записан в общем виде закон Гука для первой и второй частей графика – 3 балла, Получены верные численные ответы – 2 балла

**Задание № 4.** Потенциальная энергия парного взаимодействия молекул в зависимости от расстояния между ними удовлетворительно описывается «потенциалом Ленарда-Джонса», качественный график которого показан ниже.

Оцените глубину потенциальной ямы, изображенной на рисунке, для железа. Считайте, что теплоемкости не зависят от температуры. Ответ выразите в электронвольтах.



(15 баллов)

### Решение

В воображаемом случае, когда вещество находится при нулевой абсолютной температуре, тепловое движение отсутствует, и можно считать, что расстояние между молекулами соответствует минимуму потенциальной энергии – частица находится на дне потенциальной ямы. В другой крайности, при высокой температуре имеем вещество в газообразном состоянии и с большим расстоянием между молекулами. В этом случае частица находится вне потенциальной ямы.

Таким образом, чтобы “вытащить” молекулы из потенциальной ямы, необходимо превратить кристаллическое тело при 0К в пар, т.е. провести последовательные действия: нагреть твердую фазу до плавления, расплавить, нагреть жидкую фазу до кипения и выпарить.

Количество теплоты, необходимое для проведения этих действий над одним моле вещества запишем в виде:  $Q = (c_k \Delta T_k + \lambda + c_l \Delta T_l + r) \mu$ . Здесь  $c_k$  и  $c_l$  - удельные теплоемкости твердой и жидкой фаз соответственно,  $\lambda$  и  $r$  - удельные теплоты плавления и парообразования соответственно,  $\mu$  - молярная масса. Для расчета энергии, приходящейся на одну молекулу, величину  $Q$  поделим на число молекул в одном моле (число Авогадро):  $\Delta W = \frac{Q}{N_A}$ . Для представления ответа в электронвольтах необходимо

полученную энергию поделить на элементарный заряд:  $\Delta W = \frac{Q}{(eN_A)}$ . Для железа получим:

$$\Delta W \approx 4.8 \text{ эВ.}$$

### Критерии

Приведены верные рассуждения, показывающие связь глубины потенциальной ямы с удельными теплоемкостями и теплотами, получено выражение для глубины ямы в общем виде – 10 баллов. Проведены верные численные расчеты – 5 баллов

**Задание № 5.** Крейсерская скорость самолета «Boeing 737» равна  $v = 800$  км/ч, а размах его крыльев  $l = 36$  метров. В полете между крайними частями крыльев возникает разность потенциалов  $\Delta U \approx 0.08$  В.

Оцените по этим данным индукцию магнитного поля Земли.

(5 баллов)

### Решение

При движении самолет оставляет за собой “заметенную” площадь, через которую имеется поток вектора магнитной индукции. Так как площадь меняется, то меняется и поток, следовательно, между крайними точками крыльев возникает ЭДС индукции  $\varepsilon$ , модуль которой можно оценить с помощью закона Фарадея:  $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ . Изменение потока через заметаемую площадь представим в виде:  $\Delta\Phi = B\Delta S = Bl\Delta t$ . Здесь  $l$  - размах крыльев (расстояние между удаленными концами крыльев). Тогда для ЭДС индукции получим:  $\varepsilon = Blv$ . Отсюда будем иметь:  $B = \varepsilon/lv \approx 10^{-5}$  Тл.

### Критерии

Приведены верные рассуждения, позволяющие понять физическую причину возникновения ЭДС на крыльях – 2 балла. Верно записан закон Фарадея и получено общее выражение для ЭДС - 2 балла. Проведены верные численные расчеты – 1 балл.

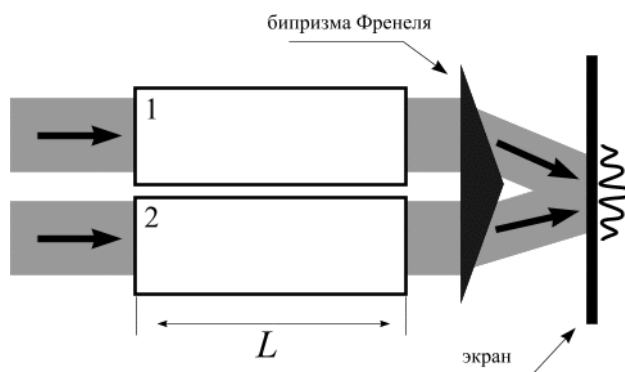
**Задание № 6.** Для прецизионного исследования зависимости показателя преломления газов от давления используется интерферометр, схема которого показана ниже.

Два когерентных широких пучка света пропускаются через прозрачные одинаковые по размерам герметичные емкости, которые затем, с помощью бипризмы Френеля, собираются на экран.

На экране формируется полосатая интерференционная картина. Длины емкостей  $L$ , в емкости 2 поддерживается вакуум, исследуемый газ закачивают в емкость 1.

В достаточно большом диапазоне давлений показатель преломления  $n$  линейно зависит от давления газа:  $n = 1 + \alpha P$  ( $\alpha$  - некоторая постоянная).

При увеличении давления газа в емкости 1 на величину  $\Delta P$  центральный максимум смещается на  $m$  периодов интерференционной картины. Какова длина волны света  $\lambda$ ?



(15 баллов)

### Решение

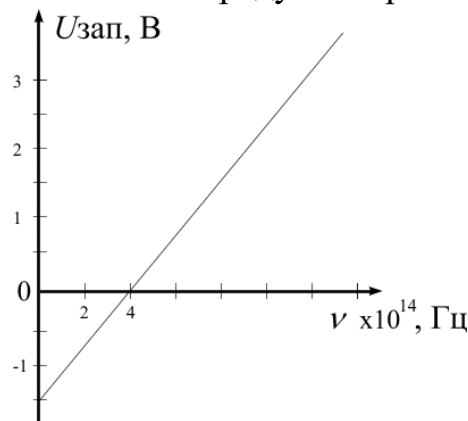
При закачке газа в емкость 1 для луча, проходящего по этой траектории, увеличивается оптическая длина пути  $L$  в величину показателя преломления:  $L_1 = Ln = L(1 + \alpha\Delta P)$ . Это приводит к смещению нулевого максимума, положение которого определяется нулевой разностью хода пучков, проходящих по траектории 1 и 2. Так как картина сместилась на  $m$  периодов, накопившаяся разность хода пучков равна:  $m\lambda = L_1 - L = L(1 + \alpha\Delta P) - L = L\alpha\Delta P$ . Отсюда для длины волны получим:  $\lambda = \frac{\Delta P \alpha L}{m}$ .

### Критерии

Приведены верные рассуждения, показывающие причину смещения интерференционной картины при изменении давления – 7 баллов. Верно записано условие на интерференционный максимум через параметры, представленные в условии – 6 баллов. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

**Задание № 7.** На пластине из некоторого металла наблюдается фотоэффект. На рисунке ниже показана зависимость запирающего напряжения от частоты падающего монохроматического света.

Каково отношение постоянной Планка к заряду электрона по данным этого графика?



(10 баллов)

### Решение

Выпишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:  $h\nu = A + E$ . Здесь  $E = eU_{\text{зап}}$  – кинетическая энергия эмиссионного электрона. Отсюда для зависимости запирающего напряжения от частоты получим:  $U_{\text{зап}} = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}$ . Эта зависимость и показана на рисунке б. Коэффициент перед частотой имеет геометрический смысл тангенса наклона прямой. По данным рисунка  $\frac{h}{e} = 0.38 \times 10^{-14}$  Дж\*с/Кл.

### Критерии

Верно записаны уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и получена явная зависимость напряжения от частоты – 5 баллов. Дано верное толкование геометрического смысла искомого отношения на графике – 3 балла. Получен численный ответ – 2 балла.

**Задание № 8.** Две исследовательские группы ученых получили в свое распоряжение по одному образцу инопланетных радиоактивных руд со средними временами жизни  $\tau_1$  и  $\tau_2$  соответственно и одинаковым количеством радиоактивного вещества. Группы сразу приступили к регулярному измерению активности образцов.

Во сколько раз отличались активности спустя время  $t$ ?

(15 баллов)

### Решение

Воспользуемся законом радиоактивного распада:  $N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Здесь  $N_0$  и  $N$  - количество радиоактивных ядер в начальный момент времени и через время  $t$  соответственно,  $\tau$  - среднее время жизни. Отсюда для активности материала (количество распадов в секунду) после расчета производной получим:  $A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \frac{N_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

Тогда отношение активностей равно  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\tau_2}{\tau_1} \exp\left(t \left( \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right)\right)$ .

### Критерии

Выписан закон радиоактивного распада и приведены верные рассуждения, позволяющие получить выражение для активности материала – 8 баллов. Получен верный ответ в общем виде – 7 баллов.

### Справочные данные

1. Удельные теплоемкости:

- Твердого железа: 460 Дж/(кг<sup>0</sup>С);
- Жидкого железа: 900 Дж/(кг<sup>0</sup>С);

2. Удельная теплота плавления железа: 250 кДж/кг;

3. Удельная теплота парообразования железа: 6.1 МДж/кг;

4. Молярная масса железа:  $\mu = 0.056$  кг/моль;

5. Температура плавления железа: 1540<sup>0</sup>С;

6. Температура кипения железа: 2860<sup>0</sup>С;

7. Число Авогадро:  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  1/моль;

8. Элементарный заряд:  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  Кл;

9. Скорость света в вакууме:  $c = 3 \times 10^8$  м/с.

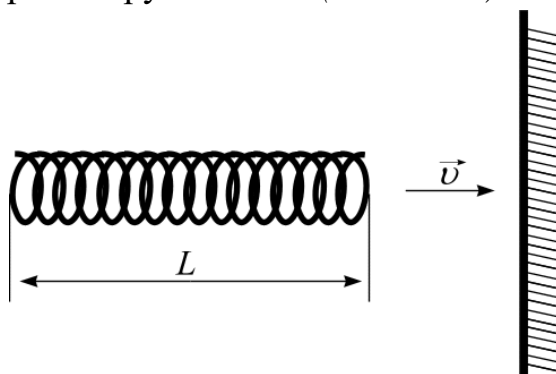
**Физика. 11 класс. 4 вариант**

**Задание № 1.** Тонкая упругая пружина длины  $L$  с линейной плотностью  $\rho$  движется вдоль своей длинной оси и ударяется о неподвижную массивную стенку.

Считайте, что пружина деформируется незначительно, так, что витки между собой не соприкасаются. В процессе контакта пружина давит на стенку с силой  $F$ . Упругое возмущение по пружине распространяется со скоростью  $V$ .

а. Каково время взаимодействия пружины со стенкой? (5 баллов)

б. Какова начальная скорость пружины  $v$ ? (10 баллов)



(15 баллов)

**Решение**

Опишем процесс “удара”. Он начинается с момента касания первого витка стенки. При этом он мгновенно останавливается. Затем, в результате возникающей и возрастающей силы упругости между первым и вторым витком останавливается второй, и т.д. до последнего. В это мгновение все витки пружины находятся в покое, и она максимально сжата. В последующие моменты времени под действием силы упругости начинается процесс распрямления пружины в обратном порядке, начиная с последнего витка. И все большая часть пружины приобретает скорость  $v$  в обратном направлении вплоть до витка, который непосредственно соприкасался со стенкой.

Граница, разделяющая покоящийся участок пружины и участок,двигающийся со скоростью  $v$ , перемещается вдоль пружины со скоростью  $V$ . Следовательно, время контакта со стенкой – это время, в течение которого упругое возмущение пробежит всю длину пружины  $L$  и вернется обратно:  $\tau = 2L/V$ .

Для расчета скорости воспользуемся уравнением движения на участок пружины, вовлеченный в процесс остановки:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}, \text{ здесь } \Delta p = \Delta m \cdot v = \rho V \Delta t \cdot v - \text{изменение импульса остановившейся части}$$

пружины. Окончательно получим:  $F = \rho V v$ , отсюда:  $v = \frac{F}{\rho V}$ .

**Критерии**

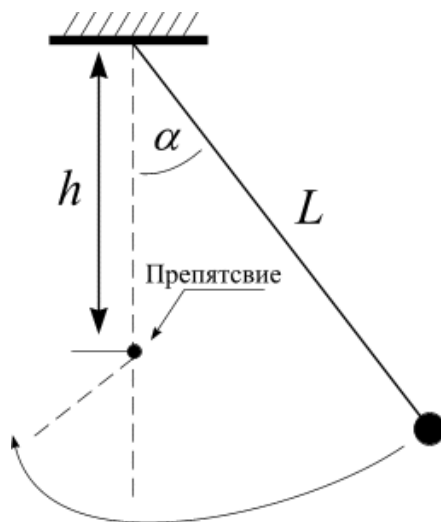
Задание а) Верно и детально описан физический процесс “удара” пружины о стенку – 3 балла. Получен ответ в общем виде – 2 балла

Задание б) Верно и детально описан физический процесс “удара” пружины о стенку – 3 балла. Верно записано уравнение движения и выражение для изменения импульса участка пружины – 5 баллов. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

**Задание № 2.** Малая частица подвешена на нити длины  $L$ . Нить отклоняют от вертикали на угол  $\alpha$  (меньше  $90^\circ$ ) и отпускают.

По мере движения маятника нить зацепляется за тонкое препятствие, расположенное на вертикали с точкой подвеса под ней на расстоянии  $h$ . В случае обрыва нить разрушается в следующее мгновение сразу после зацепа. Предельная сила натяжения, которую выдерживает нить равна  $F_{кр}$ .

Какова масса частицы  $m$ ?



(15 баллов)

### Решение

После зацепа нити о препятствие шарик продолжает движение по круговой траектории меньшего радиуса, что приводит к резкому увеличению силы натяжения подвеса. Если эта сила превышает предел прочности, то нить рвется. Если же нить выдержала нагрузку, то далее нет причин для ее обрыва, так как сила натяжения подвеса максимальна именно в момент, когда шарик проходит положение равновесия.

Рассмотрим случай, когда положение препятствия подобрано так, что  $h$  соответствует критическому состоянию, когда нить в вертикальном положении натянута с предельной силой. Вычислим ее, используя уравнение движения по окружности:

$$m \frac{v^2}{L-h} = F_{кр} - mg . \quad (1)$$

Скорость шарика  $v$  при проходе им положения равновесия можно найти из закона сохранения механической энергии:

$$mg\Delta H = \frac{mv^2}{2}, \quad (\Delta H = L(1 - \cos(\alpha)) - \text{изменение высоты шарика, } \alpha - \text{угол отклонения}) \quad (2)$$

Из (1) с учетом (2) для расстояния  $h$  получим:  $m = \frac{F_{кр}}{g} \left( 1 + \frac{2gL(1 - \cos(\alpha))}{L-h} \right)^{-1}$ .

### Критерии

Верно и детально описан физический процесс, поясняющий причину обрыва нити после зацепа - 5 баллов. Верно записано уравнение движения грузика – 5 баллов. Верно записан закон сохранения механической энергии и получен ответ в общем виде - 5 баллов.

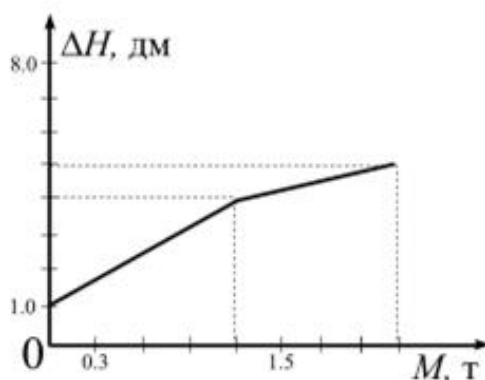
**Задание № 3.** На фото показан вариант устройства пружинной подвески железнодорожной тележки вагона.

Основой являются системы двойных пружин Большого и малого диаметра витков. Малые пружины помещены внутрь больших и имеют несколько меньшую длину, чем большие.

При полной загрузке вагона большие (внешние) пружины достаточно сжимаются, и опоры тележки начинают опираться на внутренние пружины. При дальнейшей загрузке деформируются обе пружины.

Зависимость величины деформации одной системы из двух таких пружин показана на графике.

Вычислите жесткости большой и малой пружин.



(10 баллов)

### Решение

Жесткости систем можно определить с помощью закона Гука (т.к. графики линейные). Для этого необходимо знать величину усилия на пружину и величину ее деформации. Важно отметить, что при больших усилиях, когда работают обе пружины, результирующая жесткость системы является суммой жесткостей каждой из пружин, так как в этом случае можно считать, что упругие тела соединены “параллельно” (Результирующая сила упругости равна сумме сил от каждой из пружин).

Случаю небольших нагрузок соответствует начальная часть графика до массы 0.4 тонны. При больших массах деформируются обе секции. Выразим жесткость из закона Гука для каждого из режимов (из наклона графиков):

$$k_1 = \frac{\Delta F}{\Delta H} = \frac{\Delta Mg}{\Delta H} \approx 40 \text{ кН/м.} \quad k_1 + k_2 = \frac{\Delta F}{\Delta H} = \frac{\Delta Mg}{\Delta H} \approx 120 \text{ кН/м.}$$

Отсюда для жесткости верхней секции получим:  $k_2 \approx 80 \text{ кН/м.}$

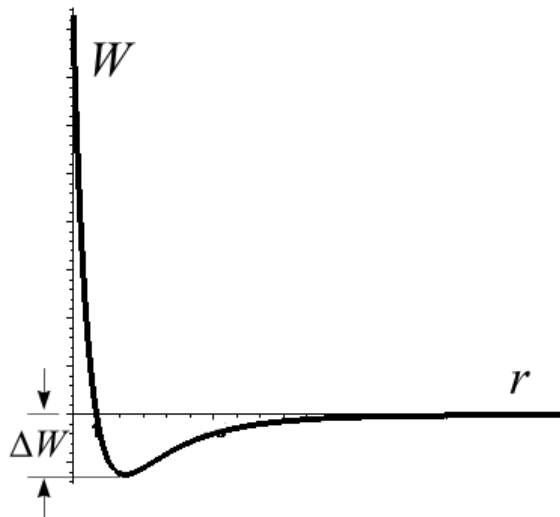
### Критерии

Верно и детально описаны физические процессы при работе пружин, дано пояснение причины излома графика, указано, приведены доводы в пользу того обстоятельства, что на второй части графика результирующая жесткость является суммой жесткостей пружин – 5 баллов. Верно записан в общем виде закон Гука для первой и второй частей графика – 3 балла, Получены верные численные ответы – 2 балла

**Задание № 4.** Потенциальная энергия парного взаимодействия молекул в зависимости от расстояния между ними удовлетворительно описывается «потенциалом Ленарда-Джонса», качественный график которого показан ниже.

Оцените глубину потенциальной ямы, изображенной на рисунке, для меди. Считайте, что теплоемкости не зависят от температуры.

Ответ выразите в электронвольтах.



(15 баллов)

### Решение

В воображаемом случае, когда вещество находится при нулевой абсолютной температуре, тепловое движение отсутствует, и можно считать, что расстояние между молекулами соответствует минимуму потенциальной энергии – частица находится на дне потенциальной ямы. В другой крайности, при высокой температуре имеем вещество в газообразном состоянии и с большим расстоянием между молекулами. В этом случае частица находится вне потенциальной ямы.

Таким образом, чтобы “вытащить” молекулы из потенциальной ямы, необходимо превратить кристаллическое тело при 0К в пар, т.е. провести последовательные действия: нагреть твердую фазу до плавления, расплавить, нагреть жидкую фазу до кипения и выпарить.

Количество теплоты, необходимое для проведения этих действий над одним молем вещества запишем в виде:  $Q = (c_k \Delta T_k + \lambda + c_l \Delta T_l + r)\mu$ . Здесь  $c_k$  и  $c_l$  - удельные теплоемкости твердой и жидкой фаз соответственно,  $\lambda$  и  $r$  - удельные теплоты плавления и парообразования соответственно,  $\mu$  - молярная масса. Для расчета энергии, приходящейся на одну молекулу, величину  $Q$  поделим на число молекул в одном моле (число Авогадро):  $\Delta W = \frac{Q}{N_A}$ . Для представления ответа в электронвольтах необходимо

полученную энергию поделить на элементарный заряд:  $\Delta W = \frac{Q}{eN_A}$ . Для меди получим:

$$\Delta W \approx 4.1 \text{ эВ.}$$

### Критерии

Приведены верные рассуждения, показывающие связь глубины потенциальной ямы с удельными теплоемкостями и теплотами, получено выражение для глубины ямы в общем виде – 10 баллов. Проведены верные численные расчеты – 5 баллов

**Задание № 5.** Размах крыльев самолета «Boeing 737» составляет  $l=36$  метров. В полете между крайними частями крыльев возникает разность потенциалов  $\Delta U \approx 0.08$ В. Индукция магнитного поля Земли примерно  $10^{-5}$  Тл.

Оцените по этим данным крейсерскую скорость самолета.

(5 баллов)

### Решение

При движении самолет оставляет за собой “заметенную” площадь, через которую имеется поток вектора магнитной индукции. Так как площадь меняется, то меняется и поток, следовательно, между крайними точками крыльев возникает ЭДС индукции  $\varepsilon$ , модуль которой можно оценить с помощью закона Фарадея:  $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ . Изменение потока через заметаемую площадь представим в виде:  $\Delta\Phi = B\Delta S = Bl\Delta t$ . Здесь  $l$  - размах крыльев (расстояние между удаленными концами крыльев). Тогда для ЭДС индукции получим:  $\varepsilon = Blv$ . Отсюда будем иметь:  $v = \frac{\varepsilon}{lB} \approx 222$  м/с.

### Критерии

Приведены верные рассуждения, позволяющие понять физическую причину возникновения ЭДС на крыльях – 2 балла. Верно записан закон Фарадея и получено общее выражение для ЭДС -2 балла. Проведены верные численные расчеты – 1 балл.

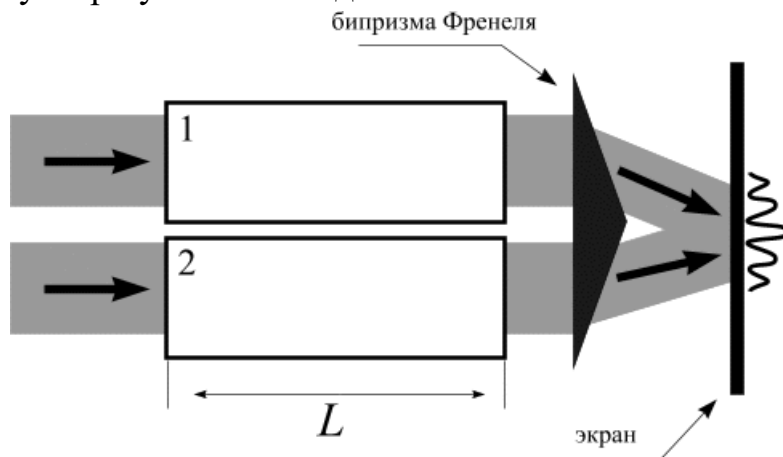
**Задание № 6.** Для прецизионного исследования зависимости показателя преломления газов от давления используется интерферометр, схема которого показана ниже.

Два когерентных широких пучка света с длиной волны  $\lambda$  пропускаются через прозрачные одинаковые по размерам герметичные емкости, которые затем, с помощью бипризмы Френеля, собираются на экран. На экране формируется полосатая интерференционная картина.

Длины емкостей  $L$ , в емкости 2 поддерживается вакуум, исследуемый газ закачивают в емкость 1.

В достаточно большом диапазоне давлений показатель преломления  $n$  линейно зависит от давления газа:  $n=1+\alpha P$  ( $\alpha$  – некоторая известная постоянная).

На какую величину (в долях периодов интерференционной картины) смещается центральный максимум при увеличении давления газа в емкости 1 на величину  $\Delta P$ ?



(15 баллов)

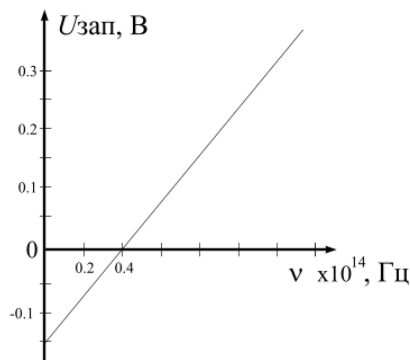
### Решение

При закачке газа в емкость 1 для луча, проходящего по этой траектории, увеличивается оптическая длина пути  $L$  в величину показателя преломления:  $L_1 = Ln = L(1 + \alpha\Delta P)$ . Это приводит к смещению нулевого максимума, положение которого определяется нулевой разностью хода пучков, проходящих по траектории 1 и 2. Пусть картина сместилась на  $m$  периодов, накопившаяся разность хода пучков равна:  $m\lambda = L_1 - L = L(1 + \alpha\Delta P) - L = L\alpha\Delta P$ . Отсюда для  $m$  получим:  $m = \frac{\Delta P \alpha L}{\lambda}$ .

### Критерии

Приведены верные рассуждения, показывающие причину смещения интерференционной картины при изменении давления – 7 баллов. Верно записано условие на интерференционный максимум через параметры, представленные в условии – 6 баллов. Получен ответ в общем виде – 2 балла.

**Задание № 7.** На пластине из некоторого металла наблюдается фотоэффект. На рисунке ниже показана зависимость запирающего напряжения от частоты падающего монохроматического света. Каково отношение постоянной Планка к заряду электрона по данным этого графика?



(10 баллов)

### Решение

Выпишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:  $h\nu = A + E$ . Здесь  $E = eU_{\text{зап}}$  – кинетическая энергия эмиссионного электрона. Отсюда для зависимости запирающего напряжения от частоты получим:  $U_{\text{зап}} = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}$ . Эта зависимость и показана на рисунке б. Коэффициент перед частотой имеет геометрический смысл тангенса наклона прямой. По данным рисунка  $\frac{h}{e} = 0.38 \times 10^{-14}$  Дж\*с/Кл.

### Критерии

Верно записаны уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и получена явная зависимость напряжения от частоты – 5 баллов. Дано верное толкование геометрического смысла искомого отношения на графике – 3 балла. Получен численный ответ – 2 балла.

**Задание № 8.** Две исследовательские группы ученых получили в свое распоряжение по одному образцу инопланетных радиоактивных руд со средними временами жизни  $\tau_1$  и  $\tau_2$  соответственно и одинаковым количеством радиоактивного вещества. Группы сразу приступили к регулярному измерению активности образцов.

Спустя некоторое время  $t$  активность первого образца оказалась в  $k$  раз больше, чем второго. Чему равно время  $t$ ?

(15 баллов)

### Решение

Воспользуемся законом радиоактивного распада:  $N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Здесь  $N_0$  и  $N$  - количество радиоактивных ядер в начальный момент времени и через время  $t$  соответственно,  $\tau$  - среднее время жизни. Отсюда для активности материала (количество распадов в секунду) после расчета производной получим:  $A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \frac{N_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

Тогда отношение активностей равно  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\tau_2}{\tau_1} \exp\left(t \left( \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right)\right) = k$ . Отсюда для времени получим:  $t = \ln\left(\frac{k\tau_1}{\tau_2}\right) \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right)^{-1}$ .

### Критерии

Выписан закон радиоактивного распада и приведены верные рассуждения, позволяющие получить выражение для активности материала – 8 баллов. Выражено время и получен верный ответ в общем виде – 7 баллов.

### Справочные данные

1. Удельные теплоемкости:

- Твердой меди: 400 Дж/(кг<sup>0</sup>С);
- Жидкой меди: 500 Дж/(кг<sup>0</sup>С);

2. Удельная теплота плавления меди: 213 кДж/кг;

3. Удельная теплота парообразования меди: 4.8 МДж/кг;

4. Молярная масса меди:  $\mu = 0.064$  кг/моль;

5. Температура плавления меди: 1085<sup>0</sup>С;

6. Температура кипения меди: 2560<sup>0</sup>С;

7. Число Авогадро:  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  1/моль;

8. Элементарный заряд:  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  Кл;

9. Скорость света в вакууме:  $c = 3 \times 10^8$  м/с.