Информатика. 2 класс. Вариант 1

Задание 1. (5 баллов)

Даша съедает 600 конфет за 6 дней, а Сережа – в 2 раза быстрее. За сколько дней они съедят эти конфеты вместе? Ответ подробно поясните.

Решение:

1) $600 : 6 = 100$ (конфет) – съедает Даша за 1 день.
2) $6 : 2 = 3$ (дня) – съедает Сережа.
3) $600 : 3 = 200$ (конфет) – съедает Сережа за 1 день.
4) $100 + 200 = 300$ (конфет) – съедают Даша и Сережа вместе за 1 день.
5) $600 : 300 = 2$ (дня).

Ответ: за 2 дня Даша и Сережа съедят 600 конфет вместе.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 5 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 4 балла.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 3 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) или получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 2. (13 баллов)

В шахматном турнире принимали участие 17 человек. Для отборочного этапа всех участников разбили на три группы: в первой группе 4 человека, во второй – вдвое больше, чем в первой, а в третьей – все оставшиеся. Внутри каждой группы каждый сыграл с каждым по одной партии. По завершении отборочного этапа из каждой группы были выбраны два сильнейших шахматиста для участия в финальном этапе. Для определения абсолютного победителя турнира каждый из финалистов так же сыграл с каждым финалистом по одной партии. Сколько всего партий было сыграно в шахматном турнире? Ответ подробно поясните.

Решение:

1) $4 \times 2 = 8$ (человек) – во второй группе.
2) $17 - 4 - 8 = 5$ (человек) – в третьей группе.
3) В первой группе 4 человека, каждый сыграл с каждым по одной партии: первый участник сыграл с остальными тремя (три партии), второй – с оставшимися двумя (так как с первым участником уже учтено), третий – с одним. Тогда общее число партий в первой группе участников: $3 + 2 + 1 = 6$.

4) Во второй группе 8 человек, каждый сыграл с каждым по одной партии: первый участник сыграл с остальными семью (семь партий), второй – с оставшимися шестью (так как с первым участником уже учтено), третий – с пятью и так далее. Тогда общее число партий во второй группе участников: $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$.
5) В третьей группе 5 человек, каждый сыграл с каждым по одной партии: первый участник сыграл с остальными четырьмя (четыре партии), второй – с оставшимися тремя (так как с первым участником уже учтено), третий – с двумя и так далее. Тогда общее число партий в третьей группе: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$.
6) $3 \times 2 = 6$ (человек) – отобрано для участия в финальном этапе.
7) В финальном этапе принимают участие 6 человек, каждый сыграл с каждым по одной партии: первый финалист сыграл с остальными пятью (пять партий), второй – с оставшимися четырьмя (так как с первым финалистом уже учтено), третий – с тремя и так далее. Тогда общее число партий в финальном этапе: $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$.
8) $6 + 28 + 10 + 15 = 59$ (партий).

Ответ: всего в шахматном турнире было сыграно 59 партий.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ (в том числе схема, отражающая верное решение) – 13 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 10 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 6 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) или получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 3. (17 баллов)

Маша, Катя и Света пересчитали кучу карандашей четырех цветов. Каждая из них правильно посчитала карандаши двух цветов, а двух других – неправильно. Одна из них ошиблась в подсчете красных и оранжевых карандашей, другая – оранжевых и желтых, а еще одна – желтых и зеленых. Глядя на таблицу, узнайте, сколько каких карандашей было. Ответ подробно поясните.

	Красный	Оранжевый	Желтый	Зеленый
Маша	2	5	7	9
Катя	2	4	9	8
Света	4	2	8	9

Решение:

Поскольку красные карандаши неправильно посчитала лишь одна девочка, на самом деле было 2 красных карандаша. Следовательно, Света неправильно посчитала красные и оранжевые карандаши. Значит, она правильно посчитала желтые и зеленые карандаши: на самом деле было 8 желтых и 9 зеленых карандашей. Осталось заметить, что Катя неправильно посчитала желтые и зеленые карандаши, следовательно, правильно посчитала красные и оранжевые: на самом деле было 4 оранжевых карандаша.

Ответ: 2 красных, 4 оранжевых, 8 желтых, 9 зеленых.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 17 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 14 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но есть критическая логическая ошибка, или решение не доведено до конца (при верном или неверном ответе) – 8 баллов.
- Есть несущественные продвижения по решению (начальные рассуждения текстом при верном или неверном ответе) – 4 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев (если построена таблица/схема по условию задачи и нет ответа, то это тоже 0 баллов) – 0 баллов.

Задание 4. (15 баллов)

Чёрный ящик – это система, которой сообщают некоторую информацию, она производит вычисления по неизвестному алгоритму и выдаёт ответ. Чёрному ящику сообщают следующие числа и в результате получают ответ:

Вход	**Выход**
1	11
233	2132
3112	122131
3222231	112432
22112344	?

Подробно опишите алгоритм, по которому работает черный ящик, и найдите, что получится на выходе чёрного ящика под знаком «?». Известно, что этот черный ящик разрабатывали для того, чтобы более компактно записывать информацию о цифрах, которые поступают на его вход в случаях, когда этих цифр много.

Решение:

Чёрный ящик берет число и записывает к каждой цифре её количество (сколько раз цифра встречается в числе). Чёрный ящик считает только те цифры, которые есть в числе, по возрастанию, т.е. сначала считает единицы, затем двойки и так далее.

Вход	Пояснение	Выход
1	Единица встречается 1 раз	11
233	Двойка встречается 1 раз, тройка – 2 раза	2132
3112	Единица встречается 2 раза, двойка – 1 раз, тройка – 1 раз	122131
3222231	Единица встречается 1 раз, двойка – 4 раза, тройка – 2 раза	112432
22112344	Единица встречается 2 раза, двойка – 3 раза, тройка – 1 раз, четверка – 2 раза	12233142

Ответ: 12233142.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов.
- В решении указан алгоритм, отличающийся от решения, но входные и выходные данные соответствуют условию задачи – 15 баллов.
- Получен верный ответ, но есть неточности в обосновании или в ответе не указан алгоритм черного ящика – 10 баллов.
- В ответе указано верное число и алгоритм, но нет пояснения, как был получен ответ – 7 баллов.
- В решении получен верный алгоритм, но число определено неверно – 4 баллов.
- В ответе указано только верное число, стоящее под знаком «?» (без пояснений и алгоритма) – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 5. (20 баллов)

Бельчонок шифрует русские слова, используя вместо каждой буквы ее номер из таблицы. При этом пробелы и другие разделители между номерами он не ставит. Номера букв даны в таблице.

А 1	Б 4	В 7	Г 10	Д 13	Е 16	Ё 19	Ж 22	З 25	И 28	Й 31
К 2	Л 5	М 8	Н 11	О 14	П 17	Р 20	С 23	Т 26	У 29	Ф 32
Ч 3	Ц 6	Ч 9	Ш 12	Щ 15	Ъ 18	Ы 21	Ь 24	Э 27	Ю 30	Я 33

Некоторые шифровки можно расшифровать несколькими способами (2 и более). Например, 311333 может означать «ЧАДЯ», а может – «ЙДЯ», а может – «ЧААЧЧЧ».

Даны 4 шифровки:

1) 9828210
2) 5103115
3) 1213131
4) 2102030

Только одна из них расшифровывается единственным способом. Найдите ее и расшифруйте. Ответ подробно поясните.

Решение:

1) «9828210» может означать: «9 8 2 8 2 10» – «ЧМКМКГ», «9 8 28 2 10» – «ЧМИКГ».

2) «5103115» может означать: «5 10 3 1 1 5» – «ЛГЧААЛ», «5 10 3 1 15» – «ЛГЧАЩ», «5 10 31 15» – «ЛГЙЩ».
3) «1213131» может означать: «1 2 1 3 1 3 1» – «АКАЧАЧА», «12 13 13 1» – «ШДДА».
4) «2102030» может означать только «2 10 20 30» – «КГРЮ».

Ответ: 4) КГРЮ.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ (даны расшифровки для всех кодовых цепочек) – 20 баллов.
- Получен в целом верный ответ, но содержит 1-2 ошибки в решении при расшифровке – 15 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но есть критическая ошибка, или решение не доведено до конца (при верном или неверном ответе) – 8 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (указан верный ответ с обоснованием, но не даны расшифровки остальных кодовых цепочек) – 2 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) – 2 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 6. (30 баллов)

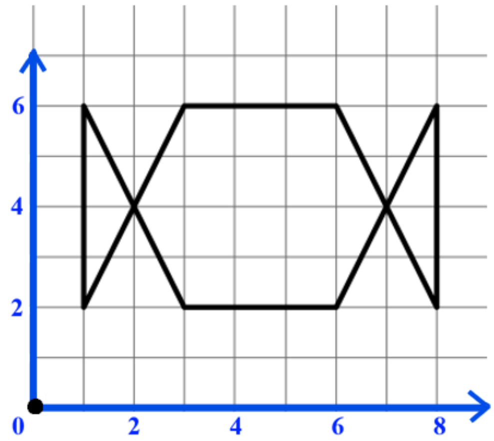
Робот-чертежник умеет, двигаясь по клеточкам, оставлять за собой след в виде линии с помощью пера. У робота имеется следующий набор команд:

1) опустить перо;
2) поднять перо;
3) сместиться на (x, y).

Команда сместиться на (x, y) перемещает робота на x вправо или на x влево, если число отрицательное, и на y вверх или вниз.

Например, если в начале работы программы робот стоит в точке (0, 0), то в результате выполнения программы:

Начало
сместиться на (1, 2)
опустить перо
сместиться на (0, 4)
сместиться на (2, -4)
сместиться на (3, 0)
сместиться на (2, 4)
сместиться на (0, -4)
сместиться на (-2, 4)
сместиться на (-3, 0)
сместиться на (-2, -4)
поднять перо
Конец



получится такой рисунок (справа):

Вася написал три программы для одного и того же рисунка, но в одной из программ Вася допустил ошибку. Нарисуйте три рисунка по написанным программам и укажите, в какой из программ Вася допустил ошибку. В начале работы робот-чертежник всегда находится в точке (0, 0), как на рисунке выше.

Для решения данной задачи используйте специальный бланк в клетку (прикреплен в конце заданий).

Программа 1

Начало
Сместиться на (2, 1)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (8, 0)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-8, 0)
Поднять перо
Сместиться на (2, 1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, 2)
Сместиться на (0, 4)
Сместиться на (1, -2)
Сместиться на (6, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-2, -2)
Поднять перо
Сместиться на (-5, 1)
Опустить перо
Сместиться на (4, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-1, 0)
Сместиться на (0, 1)
Поднять перо
Сместиться на (0, -1)
Опустить перо
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Поднять перо
Сместиться на (0, 1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, 0)
Поднять перо
Сместиться на (-3, -1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, -2)
Поднять перо
Конец

Программа 2

Начало
Сместиться на (2, 1)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (8, 0)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-8, 0)
Поднять перо
Сместиться на (6, 1)
Опустить перо
Сместиться на (2, 2)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (-6, 0)
Сместиться на (-1, 2)
Сместиться на (0, -4)
Сместиться на (2, -2)
Поднять перо
Сместиться на (-1, 1)
Опустить перо
Сместиться на (4, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (-2, 0)
Поднять перо
Сместиться на (-3, -1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, -2)
Поднять перо
Сместиться на (7, 2)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Поднять перо
Сместиться на (1, 1)
Опустить перо
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (-1, 0)
Поднять перо
Конец

Программа 3

Начало
Сместиться на (2, 1)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (8, 0)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-8, 0)
Поднять перо
Сместиться на (2, 1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, 2)
Сместиться на (0, 4)
Сместиться на (1, -2)
Сместиться на (6, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-2, -2)
Поднять перо
Сместиться на (-5, 1)
Опустить перо
Сместиться на (4, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (0, 1)
Поднять перо
Сместиться на (0, -1)
Опустить перо
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Поднять перо
Сместиться на (0, 1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, 0)
Поднять перо
Сместиться на (-3, -1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, -2)
Поднять перо
Конец

Решение:

Рисунок по программе 1:

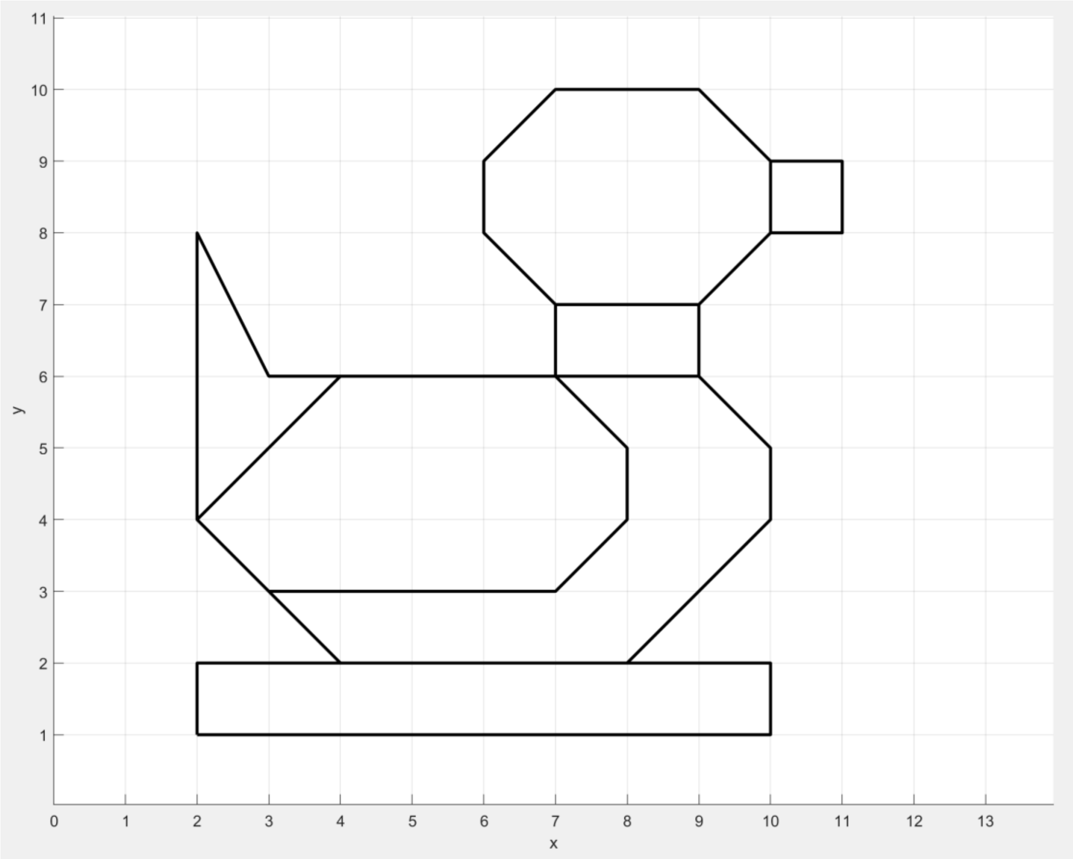


Рисунок по программе 2:

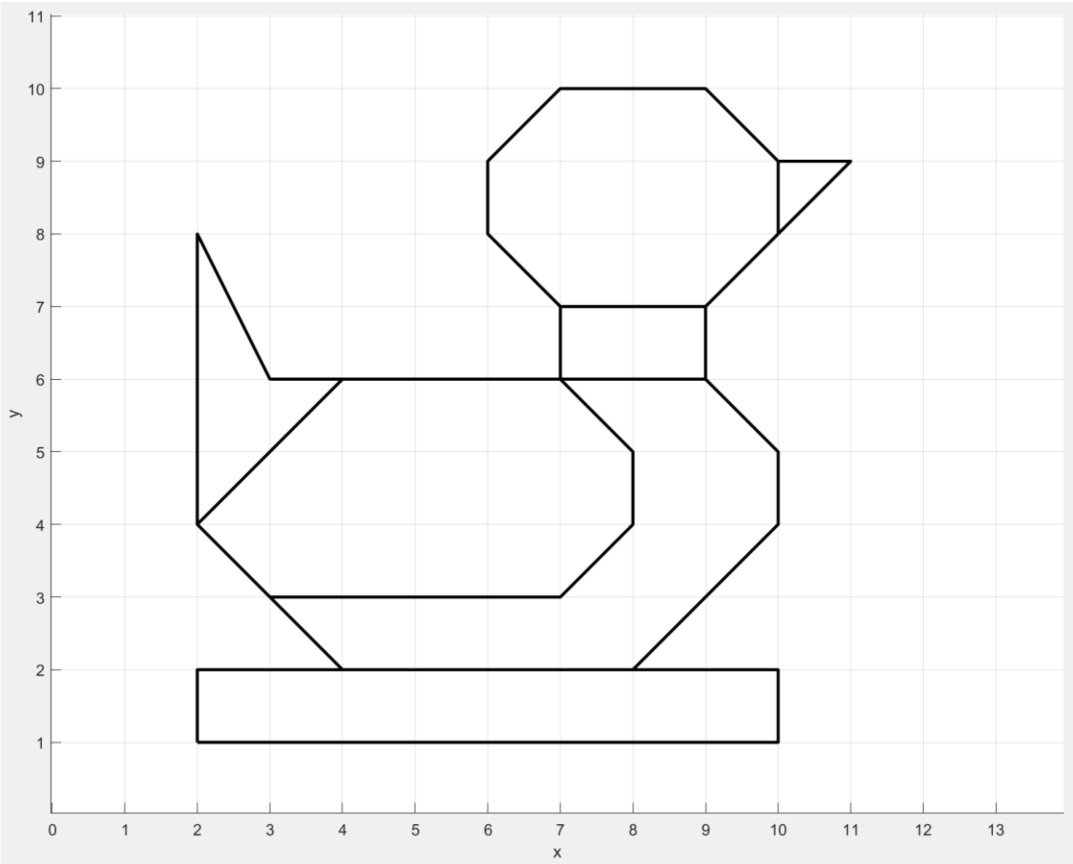
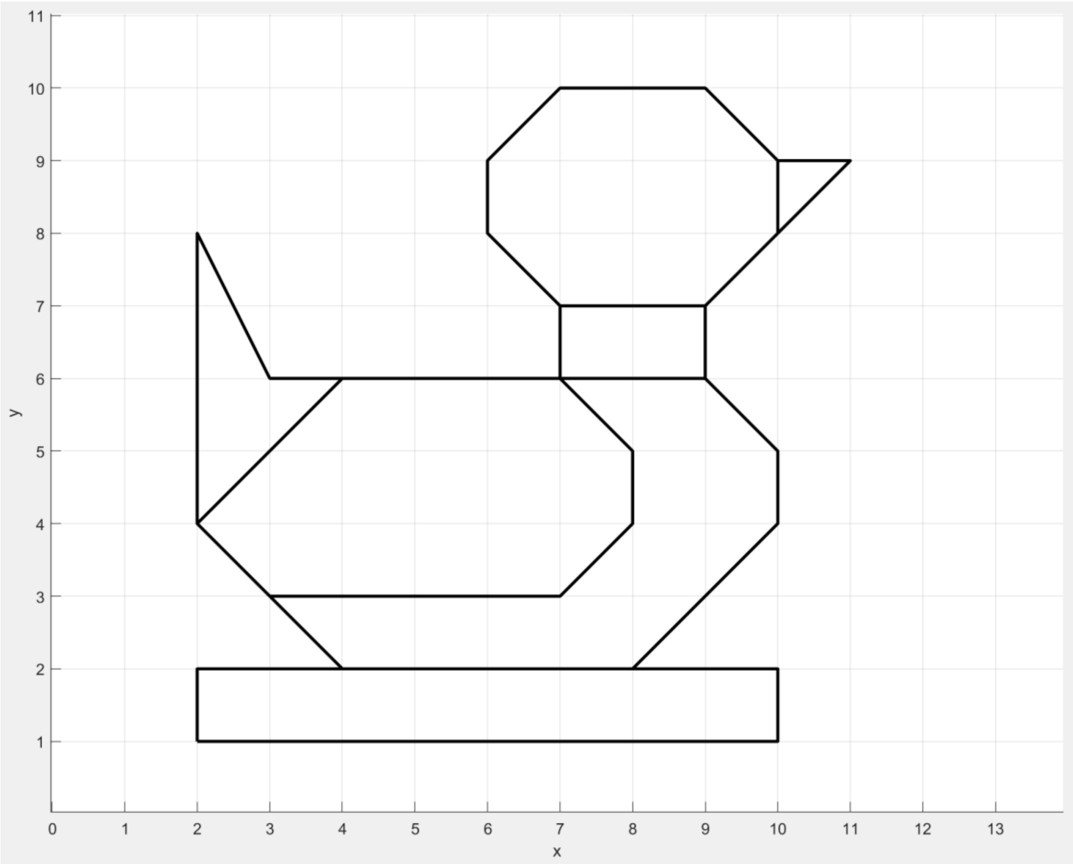


Рисунок по программе 3:



Ответ: Вася допустил ошибку в программе 1.

Критерии оценивания:

- Получены три верных рисунка по написанным программам и указано, в какой программе допущена ошибка (т.е. рисунок по какой программе отличается от двух других) – 30 баллов.
- Получены три верных рисунка по написанным программам, но не указано или указано неверно, в какой программе допущена ошибка (т.е. рисунок по какой программе отличается от двух других) – 25 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получены три рисунка, несущественно (1-3 ошибки) отличающиеся от верных (при этом указан верный ответ) – 20 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получены три рисунка, несущественно (1-3 ошибки) отличающиеся от верных (при этом указан неверный ответ) – 17 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получены 2 верных рисунка из трех (при этом указан верный или неверный ответ) – 15 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получен 1 верный рисунок из трех (при этом указан верный или неверный ответ) – 10 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, получены 1-3 рисунка, существенно отличающиеся от верных (при этом указан верный или неверный ответ) – 5 баллов.
- Указан только верный ответ (без рисунков и пояснений) – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Информатика. 2 класс. Вариант 2

Задание 1. (5 баллов)

Опытный спортсмен Кирилл выполняет 600 приседаний за 3 часа, а новичок Артем – в 2 раза дольше. За какое время они выполнят это количество приседаний вместе? Ответ подробно поясните.

Решение:

1) $600: 3 = 200$ (приседаний) – выполняет Кирилл за 1 час.
2) $3 \times 2 = 6$ (часов) – время, за которое Артем выполняет 600 приседаний.
3) $600: 6 = 100$ (приседаний) – выполняет Артем за 1 час.
4) $100 + 200 = 300$ (приседаний) – выполняют Кирилл и Артем вместе за 1 час.
5) $600: 300 = 2$ (часа).

Ответ: за 2 часа Кирилл и Артем выполнят 600 приседаний вместе.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 5 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 4 балла.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 3 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) или получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 2. (13 баллов)

В волейбольном турнире принимали участие 19 команд. Для отборочного этапа всех участников разбили на три группы: в первой группе 4 команды, во второй – вдвое больше, чем в первой, а в третьей – все оставшиеся. Внутри каждой группы каждая команда сыграла с каждой по одной партии. По завершении отборочного этапа из каждой группы были выбраны по две сильнейших команды для участия в финальном этапе. Для определения абсолютного победителя турнира каждая из команд-финалистов так же сыграла с каждой из команд-финалистов по одной партии. Сколько всего партий было сыграно в волейбольном турнире? Ответ подробно поясните.

Решение:

1) $4 \times 2 = 8$ (команд) – во второй группе.
2) $19 - 4 - 8 = 7$ (команд) – в третьей группе.
3) В первой группе 4 команды, каждая сыграла с каждой по одной партии: первая команда сыграла с остальными тремя (три партии), вторая – с оставшимися двумя (так как с первой командой уже учтено), третья – с одной. Тогда общее число партий в первой группе участников: $3 + 2 + 1 = 6$.

4) Во второй группе 8 команд, каждая сыграла с каждой по одной партии**:** первая команда сыграла с остальными семью (семь партий), вторая – с оставшимися шестью (так как с первой командой уже учтено), третья – с пятью и так далее. Тогда общее число партий во второй группе участников: $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$.
5) В третьей группе 7 команд, каждая сыграла с каждой по одной партии: первая команда сыграла с остальными шестью (шесть партии), вторая – с оставшимися пятью (так как с первой командой уже учтено), третья – с четырьмя и так далее. Тогда общее число партий в третьей группе: $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$.
6) $3 \times 2 = 6$ (команд) – отобрано для участия в финальном этапе.
7) В финальном этапе принимают участие 6 команд, каждая сыграла с каждой по одной партии: первая команда-финалист сыграла с остальными пятью (пять партий), вторая – с оставшимися четырьмя (так как с первой командой-финалистом уже учтено), третья – с тремя и так далее. Тогда общее число партий в финальном этапе: $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$.
8) $6 + 28 + 21 + 15 = 70$ (партий).

Ответ: всего в волейбольном турнире было сыграно 70 партий.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ (в том числе схема, отражающая верное решение) – 13 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 10 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 6 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) или получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 3. (17 баллов)

Саша, Петя и Боря по дороге из школы домой решили посчитать проезжающие мимо машины четырех цветов. Каждый из них правильно посчитал машины двух цветов, а двух других – ошибочно. Один из них ошибся в подсчете синих и черных машин, другой – черных и красных, а еще один – красных и зеленых. Глядя на таблицу, узнайте, сколько каких машин было на самом деле. Ответ подробно поясните.

	Синий	Черный	Красный	Зеленый
Саша	3	6	8	10
Петя	3	5	10	9
Боря	5	3	9	10

Решение:

Поскольку синие машины неправильно посчитал лишь один мальчик, на самом деле было 3 синих машины. Следовательно, Боря неправильно посчитал синие и черные машины. Значит, он правильно посчитал красные и зеленые: на самом деле было 9 красных и 10 зеленых машин. Осталось заметить, что Петя неправильно посчитал красные и зеленые машины, следовательно, правильно посчитал синие и черные: на самом деле было 5 черных машин.

Ответ: 3 синих, 5 черных, 9 красных, 10 зеленых.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 17 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 14 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но есть критическая логическая ошибка, или решение не доведено до конца (при верном или неверном ответе) – 8 баллов.
- Есть несущественные продвижения по решению (начальные рассуждения текстом при верном или неверном ответе) – 4 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев (если построена схема по условию задачи и нет ответа, то это тоже 0 баллов) – 0 баллов.

Задание 4. (15 баллов)

Чёрный ящик – это система, которой сообщают некоторую информацию, она производит вычисления по неизвестному алгоритму и выдаёт ответ. Чёрному ящику сообщают следующие числа и в результате получают ответ:

Вход	**Выход**
2	12
23	1213
2142	112214
334313	114314
11443155	?

Подробно опишите алгоритм, по которому работает черный ящик, и найдите, что получится на выходе чёрного ящика под знаком «?». Известно, что этот черный ящик разрабатывали для того, чтобы более компактно записывать информацию о цифрах, которые поступают на его вход в случаях, когда этих цифр много.

Решение:

Чёрный ящик берет число и записывает к каждой цифре её количество (сколько раз цифра встречается в числе). Чёрный ящик считает только те цифры, которые есть в числе, по возрастанию, т.е. сначала считает единицы, затем двойки и так далее.

Вход	Пояснение	Выход
2	1 раз встречается двойка	12
23	1 раз встречается двойка, 1 раз – тройка	1213
2142	1 раз встречается единица, 2 раза – двойка, 1 раз – четверка	112214
334313	1 раз встречается единица, 4 раза – тройка, 1 раз – четверка	114314
11443155	3 раза встречается единица, 1 раз – тройка, 2 раза – четверка, 2 раза – пятерка	31132425

Ответ: 31132425.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов.
- В решении указан алгоритм, отличающийся от решения, но входные и выходные данные соответствуют условию задачи – 15 баллов.
- Получен верный ответ, но есть неточности в обосновании или в ответе не указан алгоритм черного ящика – 10 баллов.
- В ответе указано верное число и алгоритм, но нет пояснения, как был получен ответ – 7 баллов.
- В решении получен верный алгоритм, но число определено неверно – 4 баллов.
- В ответе указано только верное число, стоящее под знаком «?» (без пояснений и алгоритма) – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 5. (20 баллов)

Бельчонок шифрует русские слова, используя вместо каждой буквы ее номер из таблицы. При этом пробелы и другие разделители между номерами он не ставит. Номера букв даны в таблице.

А 33	Б 32	В 31	Г 30	Д 29	Е 28	Ё 27	Ж 26	З 25	И 24	Й 23
К 22	Л 21	М 20	Н 19	О 18	П 17	Р 16	С 15	Т 14	У 13	Ф 12
Ч 11	Ц 10	Ч 9	Ш 8	Щ 7	Ъ 6	Ы 5	Ь 4	Э 3	Ю 2	Я 1

Некоторые шифровки можно расшифровать несколькими способами (2 и более). Например, 311333 может означать «ЭЯУА», а может – «ВУА», а может – «ЭЯЯЭЭЭ».

Даны 4 шифровки:

1) 1510261
2) 8102030
3) 1416184
4) 1816830

Только одна из них расшифровывается единственным способом. Найдите ее и расшифруйте. Ответ подробно поясните.

Решение:

1) «1510261» может означать: «1 5 10 26 1» – «ЯЫЦЖЯ», «15 10 26 1» – «СЦЖЯ».
2) «8102030» может означать только «8 10 20 30» – «ШЦМГ».

3) «1416184» может означать: «14 16 18 4» – «ТРОЬ», «1 4 1 6 18 4» – «ЯЬЯЪОЬ».
4) «1816830» может означать: «18 16 8 30» – «ОРШГ», «1 8 16 8 30» – «ЯШРШГ».

Ответ: 2) ШЦМГ.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ (даны расшифровки всех кодовых цепочек) – 20 баллов.
- Получен в целом верный ответ, но содержит 1-2 ошибки в решении при расшифровке – 15 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но есть критическая ошибка, или решение не доведено до конца (даже если ответ неверный) – 8 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (указан верный ответ с обоснованием, но не даны расшифровки остальных кодовых цепочек) – 2 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) – 2 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 6. (30 баллов)

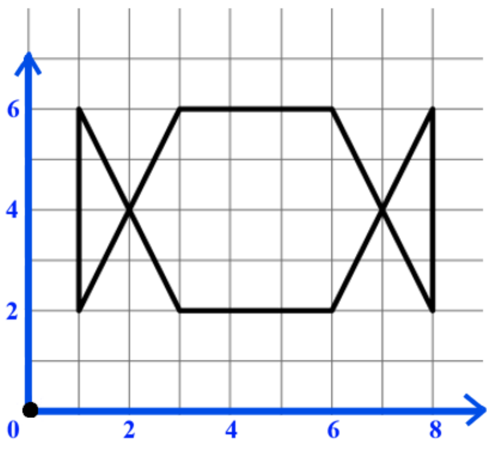
Робот-чертежник умеет, двигаясь по клеточкам, оставлять за собой след в виде линии с помощью пера. У робота имеется следующий набор команд:

1) опустить перо;
2) поднять перо;
3) сместиться на (x, y).

Команда сместиться на (x, y) перемещает робота на x вправо или на x влево, если число отрицательное, и на y вверх или вниз.

Например, если в начале работы программы робот стоит в точке (0, 0), то в результате выполнения программы:

Начало
сместиться на (1, 2)
опустить перо
сместиться на (0, 4)
сместиться на (2, -4)
сместиться на (3, 0)
сместиться на (2, 4)
сместиться на (0, -4)
сместиться на (-2, 4)
сместиться на (-3, 0)
сместиться на (-2, -4)
поднять перо
Конец



получится такой рисунок (справа):

Даша написала три программы для одного и того же рисунка, но в одной из программ Даша допустила ошибку. Нарисуйте три рисунка по написанным программам и укажите, в какой из программ Даша допустила ошибку. В начале работы робот-чертежник всегда находится в точке (0, 0), как на рисунке выше.

Для решения данной задачи используйте специальный бланк в клетку (прикреплен в конце заданий).

Программа 1

Начало
Сместиться на (2, 1)
Опустить перо
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (0, 2)
Сместиться на (-1, 0)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 2)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (1, -1)
Поднять перо
Сместиться на (-1, 1)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (1, -2)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (0, -3)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (-4, 0)
Поднять перо
Сместиться на (2, 0)
Опустить перо
Сместиться на (0, -2)
Сместиться на (2, 0)
Поднять перо
Сместиться на (-2, 5)
Опустить перо
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Поднять перо
Конец

Программа 2

Начало
Сместиться на (2, 1)
Опустить перо
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (0, 2)
Сместиться на (4, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (0, 3)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (-1, 2)
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (0, -2)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (1, 0)
Поднять перо
Сместиться на (0, 3)
Опустить перо
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (-1, 0)
Поднять перо
Сместиться на (-3, 1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 0)
Поднять перо
Сместиться на (4, -5)
Опустить перо
Сместиться на (0, -2)
Сместиться на (2, 0)
Поднять перо
Конец

Программа 3

Начало
Сместиться на (2, 1)
Опустить перо
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (0, 2)
Сместиться на (-1, 0)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 2)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (1, -2)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (2, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (0, -3)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (-4, 0)
Поднять перо
Сместиться на (2, 0)
Опустить перо
Сместиться на (0, -2)
Сместиться на (2, 0)
Поднять перо
Сместиться на (-2, 5)
Опустить перо
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Поднять перо
Сместиться на (-1, 1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (1, 1)
Поднять перо
Конец

Решение:

Рисунок по программе 1:

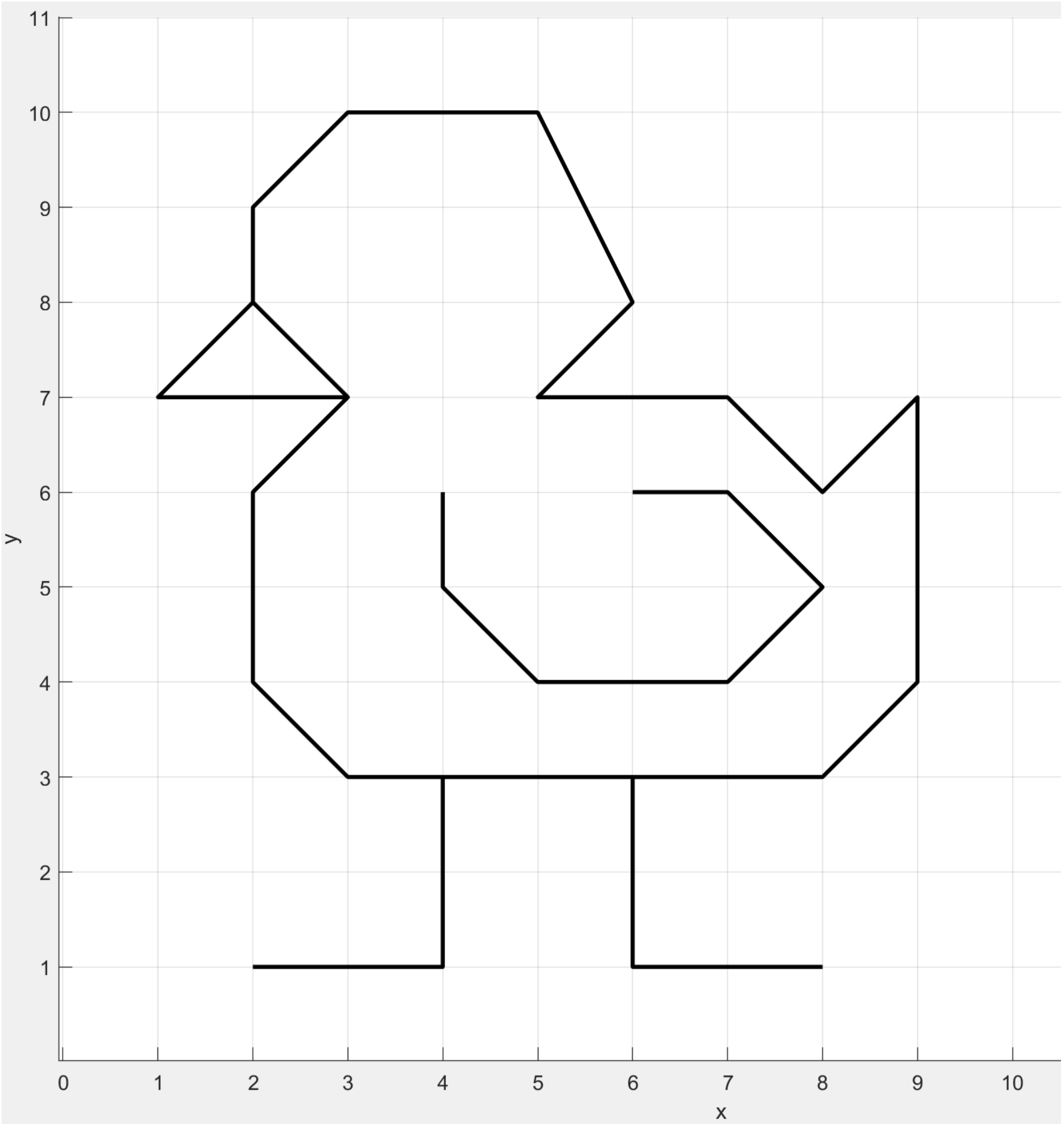


Рисунок по программе 2:

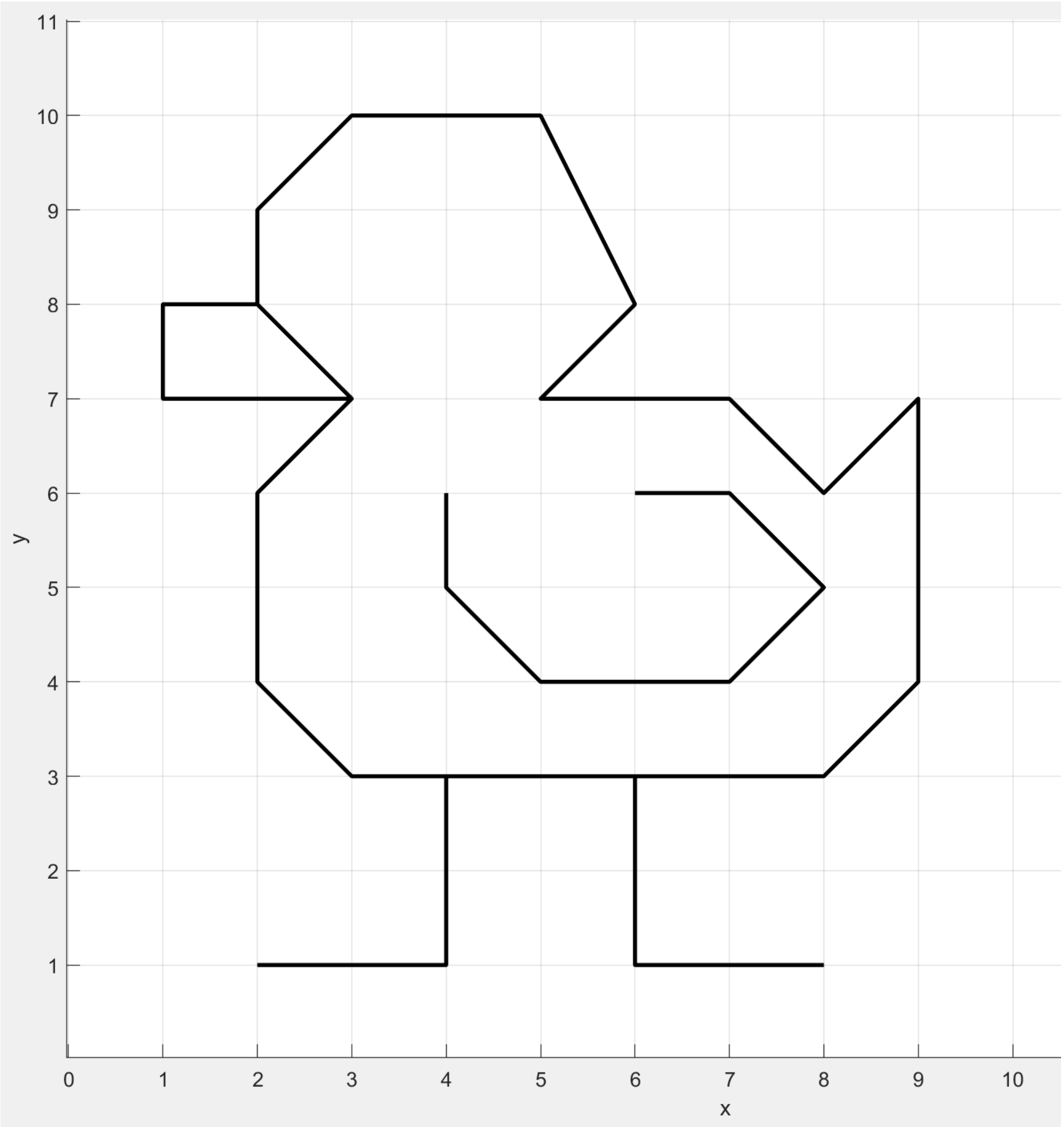
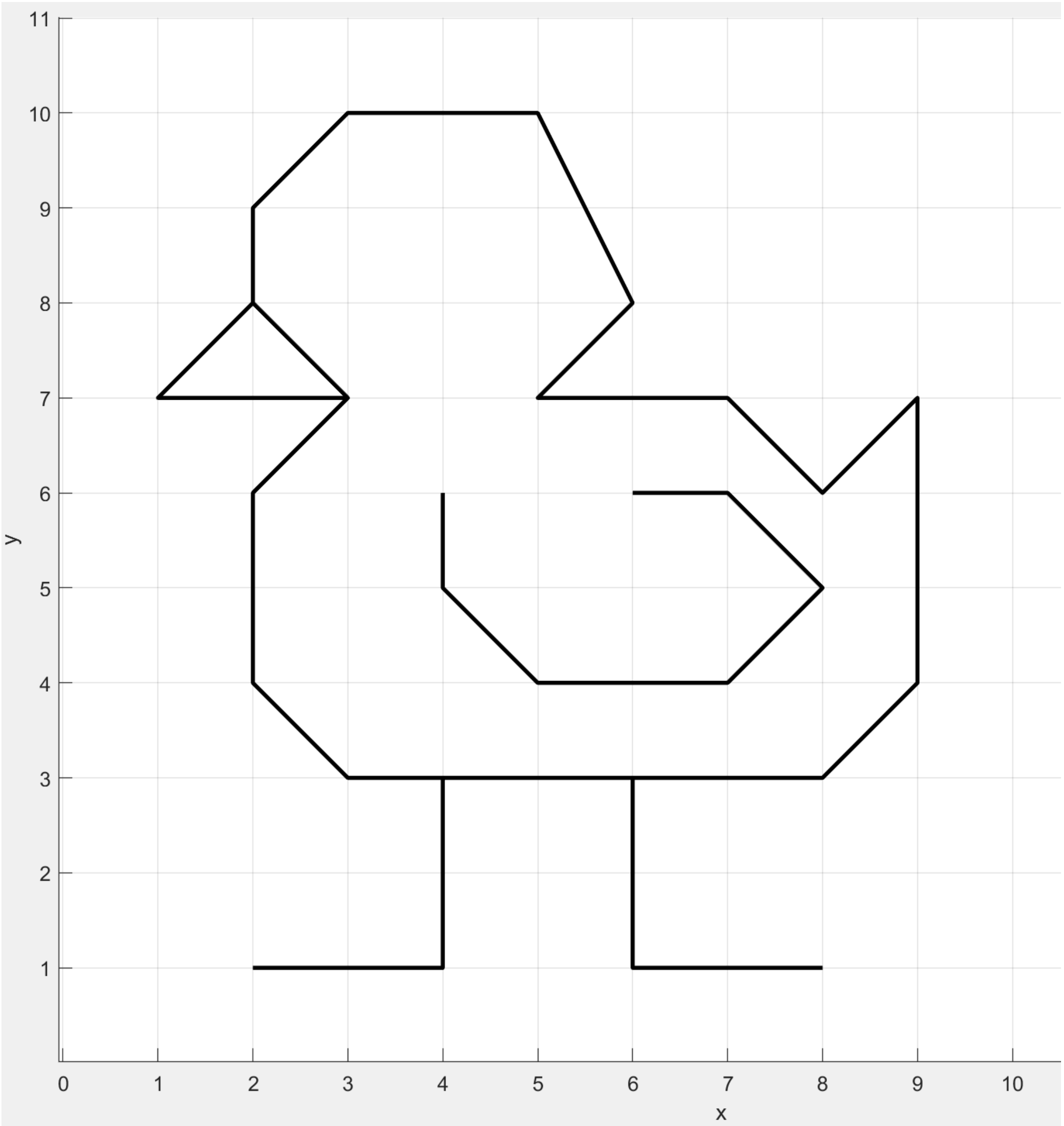


Рисунок по программе 3:



Ответ: Даша допустила ошибку в программе 2.

Критерии оценивания:

- Получены три верных рисунка по написанным программам и указано, в какой программе допущена ошибка (т.е. рисунок по какой программе отличается от двух других) – 30 баллов.
- Получены три верных рисунка по написанным программам, но не указано или указано неверно, в какой программе допущена ошибка (т.е. рисунок по какой программе отличается от двух других) – 25 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получены три рисунка, несущественно (1-3 ошибки) отличающиеся от верных (при этом указан верный ответ) – 20 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получены три рисунка, несущественно (1-3 ошибки) отличающиеся от верных (при этом указан неверный ответ) – 17 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получены 2 верных рисунка из трех (при этом указан верный или неверный ответ) – 15 баллов.

- Есть существенные продвижения по решению, получен 1 верный рисунок из трех (при этом указан верный или неверный ответ) – 10 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, получены 1-3 рисунка, существенно отличающиеся от верных (при этом указан верный или неверный ответ) – 5 баллов.
- Указан только верный ответ (без рисунков и пояснений) – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Информатика. 2 класс. Вариант 3

Задание 1. (5 баллов)

Марина и Света вместе сплели из бисера 600 браслетов за 2 дня. За сколько дней каждая из них по отдельности сплела бы это количество браслетов, если известно, что Марина плетет в два раза быстрее Светы? Ответ подробно поясните.

Решение:

1) $600: 2 = 300$ (браслетов) – сплели Марина и Света за 1 день вместе.
2) Известно, что Марина плетет в два раза быстрее Светы, а вместе за 1 день они сплели 300 браслетов. Тогда за 1 день Света плетет 100 браслетов, а Марина – 200.
3) $600: 100 = 6$ (дней) – время, за которое Света сплетет 600 браслетов.
4) $600: 200 = 3$ (дня) – время, за которое Марина сплетет 600 браслетов.

Ответ: 600 браслетов Света сплетет за 6 дней, а Марина – за 3 дня.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 5 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 4 балла.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 3 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) или получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 2. (13 баллов)

Во втором классе учится 17 человек. Учитель решил устроить турнир по игре «Крестики-нолики». Для отборочного этапа всех учеников учитель разбил на три группы: в первой группе 3 человека, во второй – втрое больше, чем в первой, а в третьей – все оставшиеся. Внутри каждой группы каждый сыграл с каждым по одной партии. По завершении отборочного этапа из каждой группы были выбраны два сильнейших игрока для участия в финальном этапе. Для определения абсолютного победителя турнира каждый из финалистов так же сыграл с каждым финалистом по одной партии. Сколько всего партий было сыграно в турнире по игре «Крестики-нолики» среди учеников второго класса? Ответ подробно поясните.

Решение:

1) $3 \times 3 = 9$ (человек) – во второй группе.
2) $17 - 3 - 9 = 5$ (человек) – в третьей группе.
3) В первой группе 3 человека, каждый сыграл с каждым по одной партии: первый участник сыграл с остальными двумя (две партии), второй – с

оставшимся одним (так как с первым участником уже учтено). Тогда общее число партий в первой группе участников: $2 + 1 = 3$.

4) Во второй группе 9 человек, каждый сыграл с каждым по одной партии**:** первый участник сыграл с остальными восьмью (восемь партий), второй – с оставшимися семью (так как с первым участником уже учтено), третий – с шестью и так далее. Тогда общее число партий во второй группе участников: $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$.
5) В третьей группе 5 человек, каждый сыграл с каждым по одной партии: первый участник сыграл с остальными четырьмя (четыре партии), второй – с оставшимися тремя (так как с первым участником уже учтено), третий – с двумя и так далее. Тогда общее число партий в третьей группе: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$.
6) $3 \times 2 = 6$ (человек) – отобрано для участия в финальном этапе.
7) В финальном этапе принимают участие 6 человек, каждый сыграл с каждым по одной партии: первый финалист сыграл с остальными пятью (пять партий), второй – с оставшимися четырьмя (так как с первым финалистом уже учтено), третий – с тремя и так далее. Тогда общее число партий в финальном этапе: $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$.
8) $3 + 36 + 10 + 15 = 64$ (партии).

Ответ: всего в турнире по игре «Крестики-нолики» было сыграно 64 партии.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ (в том числе схема, отражающая верное решение) – 13 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 10 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 6 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) или получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 3. (17 баллов)

Даша, Варя и Оля пересчитали кучу мячиков четырех цветов. Каждая из них правильно посчитала мячики двух цветов, а двух других – неправильно. Одна из них ошиблась в подсчете красных и розовых мячей, другая – розовых и сиреневых, а еще одна – сиреневых и фиолетовых. Глядя на таблицу, узнайте, сколько каких мячиков было на самом деле. Ответ подробно поясните.

	Красный	Розовый	Сиреневый	Фиолетовый
Даша	3	5	7	9
Варя	3	6	9	8
Оля	4	2	8	9

Решение:

Поскольку красные мячики неправильно посчитала лишь одна девочка, на самом деле было 3 красных мячика. Следовательно, Оля неправильно посчитала красные и розовые мячики. Значит, она правильно посчитала сиреневые и фиолетовые: на самом деле было 8 сиреневых и 9 фиолетовых мячиков. Осталось заметить, что Варя неправильно посчитала сиреневые и фиолетовые мячики, следовательно, правильно посчитала красные и розовые: на самом деле было 6 розовых мячиков.

Ответ: 3 красных, 6 розовых, 8 сиреневых, 9 фиолетовых.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 17 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 14 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но есть критическая логическая ошибка, или решение не доведено до конца (при верном или неверном ответе) – 8 баллов.
- Есть несущественные продвижения по решению (начальные рассуждения текстом при верном или неверном ответе) – 4 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев (если построена схема по условию задачи и нет ответа, то это тоже 0 баллов) – 0 баллов.

Задание 4. (15 баллов)

Чёрный ящик – это система, которой сообщают некоторую информацию, она производит вычисления по неизвестному алгоритму и выдаёт ответ. Чёрному ящику сообщают следующие числа и в результате получают ответ:

Вход	**Выход**
4	14
64	1416
6335	231516
63111361	412326
22552377	?

Подробно опишите алгоритм, по которому работает черный ящик, и найдите, что получится на выходе чёрного ящика под знаком «?». Известно, что этот черный ящик разрабатывали для того, чтобы более компактно записывать информацию о цифрах, которые поступают на его вход в случаях, когда этих цифр много.

Решение:

Чёрный ящик берет число и записывает к каждой цифре её количество (сколько раз цифра встречается в числе). Чёрный ящик считает только те цифры, которые есть в числе, по возрастанию, т.е. сначала считает единицы, затем двойки и так далее.

Вход	Пояснение	Выход
4	1 раз встречается четверка	14
64	1 раз встречается четверка, 1 раз – шестерка	1416
6335	2 раза встречается тройка, 1 раз – пятерка, 1 раз – шестерка	231516
63111361	4 раза встречается единица, 2 раза – тройка, 2 раза – шестерка	412326
22552377	3 раза встречается двойка, 1 раз – тройка, 2 раза – пятерка, 2 раза – семерка	32132527

Ответ: 32132527.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов.
- В решении указан алгоритм, отличающийся от решения, но входные и выходные данные соответствуют условию задачи – 15 баллов.
- Получен верный ответ, но есть неточности в обосновании или в ответе не указан алгоритм черного ящика – 10 баллов.
- В ответе указано верное число и алгоритм, но нет пояснения, как был получен ответ – 7 баллов.
- В решении получен верный алгоритм, но число определено неверно – 4 баллов.
- В ответе указано только верное число, стоящее под знаком «?» (без пояснений и алгоритма) – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 5. (20 баллов)

Бельчонок шифрует русские слова, используя вместо каждой буквы ее номер из таблицы. При этом пробелы и другие разделители между номерами он не ставит. Номера букв даны в таблице.

А 1	Б 2	В 3	Г 4	Д 5	Е 6	Ё 7	Ж 8	З 9	И 10	Й 11
К 12	Л 13	М 14	Н 15	О 16	П 17	Р 18	С 19	Т 20	У 21	Ф 22
Ч 23	Ц 24	Ч 25	Ш 26	Щ 27	Ъ 28	Ы 29	Ь 30	Э 31	Ю 32	Я 33

Некоторые шифровки можно расшифровать несколькими способами (2 и более). Например, 311333 может означать «ЭЛЯ», а может – «ВАЛЯ», а может – «ВААВВВ».

Даны 4 шифровки:

1) 3135420
2) 3102030
3) 1331320
4) 2033510

Только одна из них расшифровывается единственным способом. Найдите ее и расшифруйте. Ответ подробно поясните.

Решение:

1) «3135420» может означать: «3 13 3 4 20» – «ВЛДГТ», «3 1 3 5 4 20» – «ВАВДГТ».
2) «3102030» может означать только «8 10 20 30» – «ВИТЬ».

3) «1331320» может означать: «13 31 3 20» – «ЛЭВТ», «1 3 31 3 20» – «АВЭВТ».
4) «2033510» может означать: «20 33 5 10» – «ТЯДИ», «20 3 3 5 10» – «ТВВДИ».

Ответ: 2) ВИТЬ.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ (даны расшифровки всех кодовых цепочек) – 20 баллов.
- Получен в целом верный ответ, но содержит 1-2 ошибки в решении при расшифровке – 15 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но есть критическая ошибка, или решение не доведено до конца (даже если ответ неверный) – 8 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (указан верный ответ с обоснованием, но не даны расшифровки остальных кодовых цепочек) – 2 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) – 2 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 6. (30 баллов)

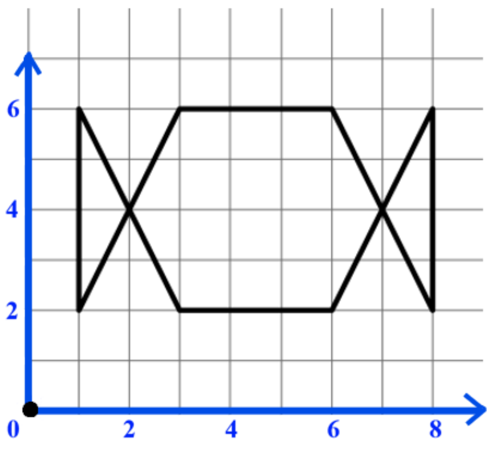
Робот-чертежник умеет, двигаясь по клеточкам, оставлять за собой след в виде линии с помощью пера. У робота имеется следующий набор команд:

1) опустить перо;
2) поднять перо;
3) сместиться на (x, y).

Команда сместиться на (x, y) перемещает робота на x вправо или на x влево, если число отрицательное, и на y вверх или вниз.

Например, если в начале работы программы робот стоит в точке (0, 0), то в результате выполнения программы:

Начало
сместиться на (1, 2)
опустить перо
сместиться на (0, 4)
сместиться на (2, -4)
сместиться на (3, 0)
сместиться на (2, 4)
сместиться на (0, -4)
сместиться на (-2, 4)
сместиться на (-3, 0)
сместиться на (-2, -4)
поднять перо
Конец



получится такой рисунок (справа):

Ваня написал три программы для одного и того же рисунка, но в одной из программ Ваня допустил ошибку. Нарисуйте три рисунка по написанным программам и укажите, в какой из программ Ваня допустил ошибку. В начале работы робот-чертежник всегда находится в точке (0, 0), как на рисунке выше.

Для решения данной задачи используйте специальный бланк в клетку (прикреплен в конце заданий).

Программа 1

Начало
Сместиться на (6, 11)
Опустить перо
Сместиться на (-2, -2)
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (-1, 0)
Сместиться на (0, -1)
Поднять перо
Сместиться на (0, 1)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 0)
Поднять перо
Сместиться на (-2, -3)
Опустить перо
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (2, -2)
Сместиться на (3, 0)
Сместиться на (0, 3)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (-4, 0)
Сместиться на (0, 2)
Сместиться на (-1, 0)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-1, -1)
Поднять перо
Сместиться на (2, 0)
Опустить перо
Сместиться на (0, -5)
Поднять перо
Сместиться на (-1, 4)
Опустить перо
Сместиться на (0, -4)
Поднять перо
Сместиться на (3, 3)
Опустить перо
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Поднять перо
Сместиться на (1, 0)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 1)
Поднять перо
Конец

Программа 2

Начало
Сместиться на (6, 11)
Опустить перо
Сместиться на (-2, -2)
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (-1, 0)
Сместиться на (0, -1)
Поднять перо
Сместиться на (0, 1)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 0)
Поднять перо
Сместиться на (-2, -3)
Опустить перо
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (0, -7)
Поднять перо
Сместиться на (-1, 0)
Опустить перо
Сместиться на (0, 4)
Поднять перо
Сместиться на (1, -1)
Опустить перо
Сместиться на (-2, 2)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-1, -1)
Поднять перо
Сместиться на (2, -2)
Опустить перо
Сместиться на (3, 0)
Поднять перо
Сместиться на (1, -3)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-1, 1)
Сместиться на (0, 4)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (-4, 0)
Поднять перо
Сместиться на (2, -2)
Опустить перо
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (1, -1)
Поднять перо
Конец

Программа 3

Начало
Сместиться на (6, 11)
Опустить перо
Сместиться на (-2, -2)
Сместиться на (-2, 0)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (-1, 0)
Сместиться на (0, -1)
Поднять перо
Сместиться на (0, 1)
Опустить перо
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 0)
Поднять перо
Сместиться на (-2, -3)
Опустить перо
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (-1, -1)
Сместиться на (0, 1)
Сместиться на (1, 1)
Сместиться на (1, 0)
Сместиться на (0, -7)
Поднять перо
Сместиться на (-1, 0)
Опустить перо
Сместиться на (0, 4)
Поднять перо
Сместиться на (-1, 1)
Опустить перо
Сместиться на (2, -2)
Сместиться на (3, 0)
Сместиться на (0, 3)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (-4, 0)
Поднять перо
Сместиться на (2, -2)
Опустить перо
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Поднять перо
Сместиться на (0, 3)
Опустить перо
Сместиться на (0, -1)
Сместиться на (1, -1)
Сместиться на (0, -1)
Поднять перо
Конец

Решение:

Рисунок по программе 1:

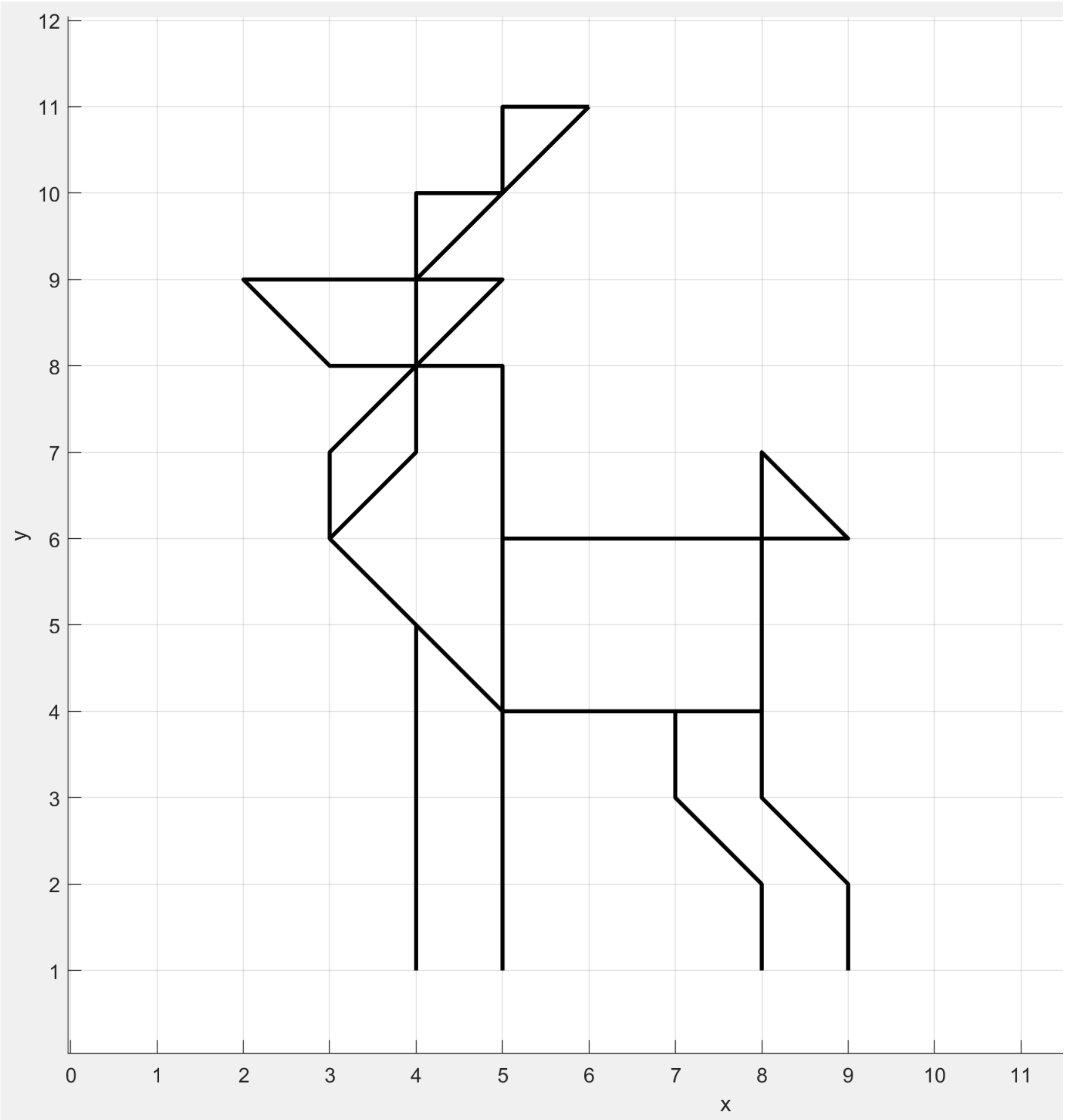


Рисунок по программе 2:

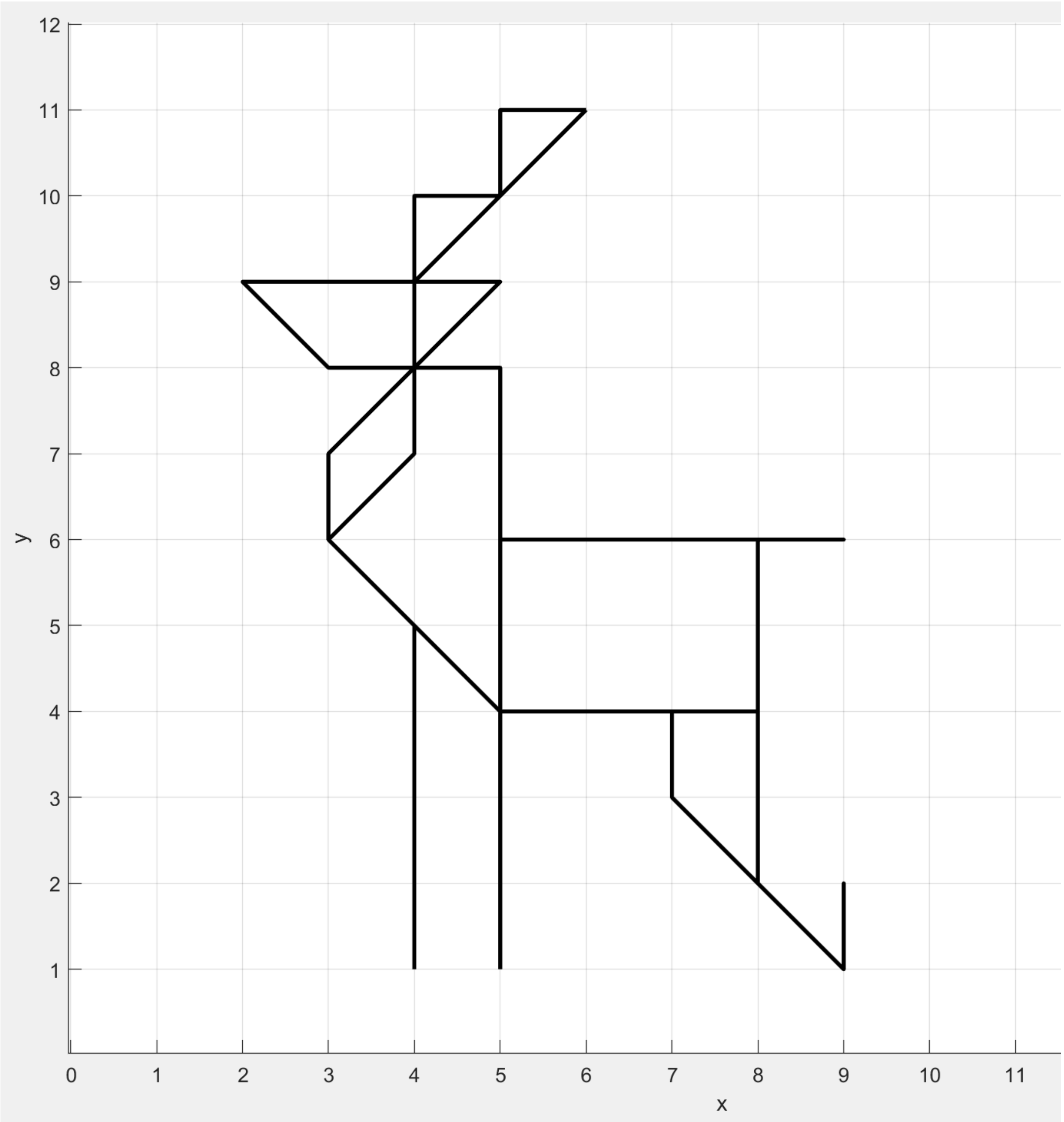
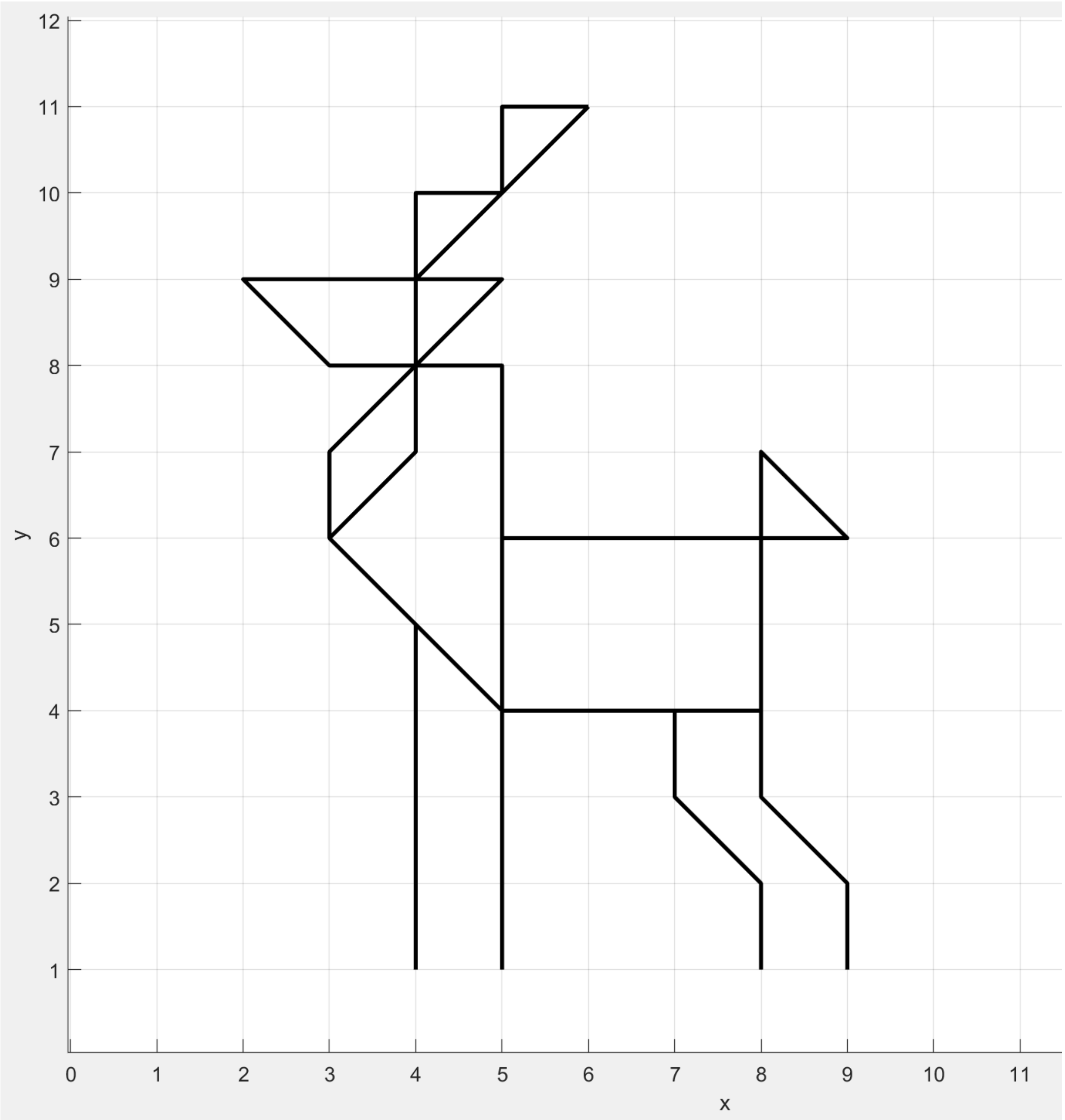


Рисунок по программе 3:



Ответ: Ваня допустил ошибку в программе 2.

Критерии оценивания:

- Получены три верных рисунка по написанным программам и указано, в какой программе допущена ошибка (т.е. рисунок по какой программе отличается от двух других) – 30 баллов.
- Получены три верных рисунка по написанным программам, но не указано или указано неверно, в какой программе допущена ошибка (т.е. рисунок по какой программе отличается от двух других) – 25 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получены три рисунка, несущественно (1-3 ошибки) отличающиеся от верных (при этом указан верный ответ) – 20 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получены три рисунка, несущественно (1-3 ошибки) отличающиеся от верных (при этом указан неверный ответ) – 17 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, получены 2 верных рисунка из трех (при этом указан верный или неверный ответ) – 15 баллов.

- Есть существенные продвижения по решению, получен 1 верный рисунок из трех (при этом указан верный или неверный ответ) – 10 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, получены 1-3 рисунка, существенно отличающиеся от верных (при этом указан верный или неверный ответ) – 5 баллов.
- Указан только верный ответ (без рисунков и пояснений) – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Информатика. 3 класс. Вариант 1

Задание 1. (7 баллов)

Семья ночью подошла к мосту. Бабушка может перейти его за 11 мин, малыш – за 5 мин, мама – за 2 мин, а папа – за 1 мин. У них есть фонарик. Мост выдерживает только двоих. Как им перейти мост за 18 мин?

Если переходят двое, то они идут с меньшей из их скоростей. Двигаться по мосту без фонарика нельзя. Перебрасывать фонарик через реку нельзя. Светить издали нельзя. Носить друг друга на руках нельзя. Ответ подробно поясните.

Решение:

1) Переходят папа и мама с фонариком – 2 минуты (идут со скоростью мамы).
2) Папа с фонариком возвращается назад – 1 минута.
3) Переходят бабушка и малыш с фонариком – 11 минут (идут со скоростью бабушки).
4) Мама с фонариком возвращается назад – 2 минуты.
5) Переходят папа и мама с фонариком – 2 минуты (идут со скоростью мамы).
6) $2 + 1 + 11 + 2 + 2 = 18$ (минут).

Итого: семья перешла мост за 18 минут.

Ответ: верным ответом является верно расписанный алгоритм перехода семьи через мост за 18 минут.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 5 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 3 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 2. (13 баллов)

Пять эльфов попали к злому колдуну. Они смогут выбраться, если пройдут одно испытание. Колдун показал им 3 красных и 4 синих капюшона. В темноте он надел на них 2 красных и 3 синих капюшона, а остальные спрятал. Затем свет появился, теперь каждый эльф видит капюшоны других, а свой – не видит. Переговариваться между собой эльфам нельзя. Кому из эльфов удастся определить цвет надетого на него капюшона? Учтите, что у каждого эльфа есть только одна попытка дать ответ. Ответ подробно поясните.

Решение:

Цвет надетого на эльфа капюшона может определить каждый из пяти эльфов.

Так как каждый из трех эльфов в синих капюшонах видит перед собой два красных капюшона и знает, что всего красных три, то он может рассуждать так: «Если бы на мне был красный капюшон, то каждый из двух других в синих капюшонах эльфов видел бы три красных капюшона (а их всего 3) и пришел бы к выводу, что на нем синий. Но они молчат. Значит, на мне не красный, а синий капюшон».

Так как каждый из двух эльфов в красных капюшонах видит перед собой один красный и три синих капюшона и знает, что всего синих четыре, то он может рассуждать так: «Если бы на мне был синий капюшон, то другой эльф в красном капюшоне видел бы четыре синих капюшона (а их всего 4) и пришел бы к выводу, что на нем красный. Но он молчит, значит, на мне не синий, а красный капюшон».

Ответ: цвет надетого на эльфа капюшона может определить каждый из пяти эльфов.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 13 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 10 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 6 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) или получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 3. (15 баллов)

Бельчонок шифрует русские слова, используя вместо каждой буквы ее код из таблицы. При этом пробелы и другие разделители между номерами он не ставит.

А	В	Д	О	Р	У
01	011	100	111	010	001

Некоторые цепочки можно расшифровать не одним способом. Например, 00101001 может означать не только УРА, но и УАУ.

Даны три кодовые цепочки:

1) 01001001
2) 11101001
3) 10001010

Найдите среди них ту, которая имеет только одну расшифровку. Ответ подробно поясните.

Решение:

1) «01001001» может означать: «01 001 001» – «АУУ», «010 010 01» – «РРА».
2) «11101001» может означать: «111 01 001» – «ОАУ», «111 010 01» – «ОРА».
3) «10001010» может означать только «100 01 010» – «ДАР».

Ответ: 3) ДАР.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ (даны расшифровки для всех кодовых цепочек) – 15 баллов.
- Получен в целом верный ответ, но содержит 1-2 ошибки в решении при расшифровке – 10 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но есть критическая ошибка, или решение не доведено до конца (при верном или неверном ответе)
- Есть существенные продвижения по решению, получен верный ответ, но не даны расшифровки одной из кодовых цепочек – 6 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (указан верный ответ с обоснованием, но не даны расшифровки остальных кодовых цепочек) – 2 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п. или верно найдена хотя бы одна расшифровка) – 2 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 4. (15 баллов)

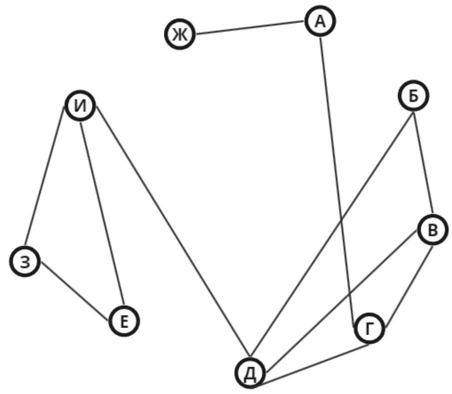
В магической школе почту ученикам от их родителей доставляют волшебные совы. Сегодня совы всё перепутали и доставили ученику А письмо, предназначенное для Е. Однако не все ученики магической школы дружат друг с другом. Ученик может передать письмо только тому, с кем дружит. Таблица показывает, какие ученики дружат (используется обозначение +), а какие – нет (используется обозначение ×). Может ли ученик Е получить свое письмо? Ответ подробно поясните.

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И
А		×	×	+	×	×	+	×	×
Б	×		+	×	+	×	×	×	×
В	×	+		+	+	×	×	×	×
Г	+	×	+		+	×	×	×	×
Д	×	+	+	+		×	×	×	+
Е	×	×	×	×	×		×	+	+
Ж	+	×	×	×	×	×		×	×
З	×	×	×	×	×	+	×		+
И	×	×	×	×	+	+	×	+	

Решение:

Построим схему (граф), соответствующую таблице. Точками обозначим учеников, соединим отрезками те пары точек, у которых на пересечении столбца и строки стоит «+».

На схеме видно, что граф является связным, то есть из любой вершины можно найти путь в любую другую вершину. Найдем путь из вершины А в вершину Е: АГДИЕ.



Ответ: да.

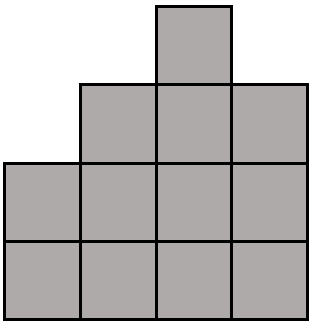
Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности или решение неполно – 12 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению (таблица, соответствующая нескольким шагам решения, дерево, какая-то другая схема, решение текстом и т.п.), но есть критическая логическая ошибка, или решение не доведено до конца – 8 баллов.
- Есть несущественные продвижения по решению (построена частично исчерпывающая схема, дерево, таблица и т.п. или начальные рассуждения текстом) и не дан ответ или ответ неверный – 4 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

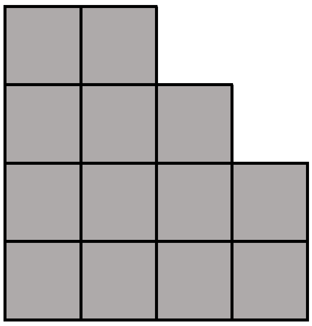
Замечание: если в решении приведена одна из правильных цепочек от А к Е (или описание цепочки словами), то решение считается полным, это соответствует 15 баллам.

Задание 5. (20 баллов)

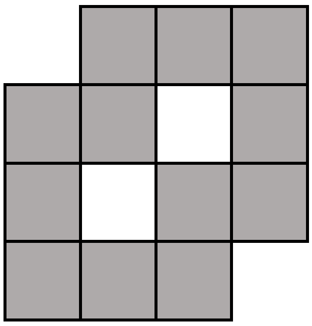
Данил построил из кубиков башню. Затем сфотографировал ее с трех различных сторон:



Вид спереди



Вид справа

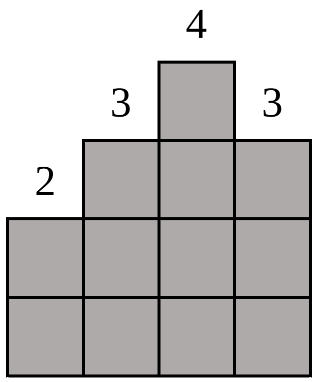


Вид сверху

Какое максимальное количество кубиков использовал Данил для построения этой башни? Ответ подробно поясните.

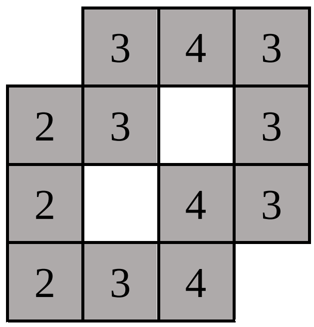
Решение:

Вид спереди задает ограничение на высоту колон из кубиков:



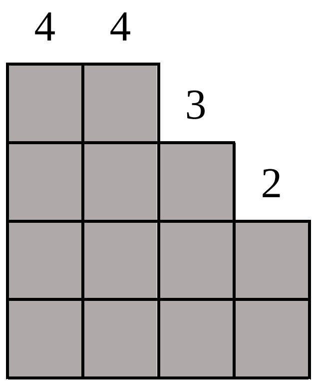
Вид спереди

Отметим эти значения на виде сверху:



Вид сверху

Теперь учтем вид справа, который также задает ограничение на высоту колон из кубиков:



Вид справа

На виде сверху высоты колон из кубиков не должны превышать полученные значения из вида справа:

(1)		3	4	3	←не более 2
(2)	2	3		3	←не более 3
(3)	2		4	3	←не более 4
(4)	2	3	4		←не более 4

Вид сверху

Заметим, что высоты колонок из кубиков в строках (2), (3) и (4) не превышают значения, указанные справа. Необходимо скорректировать только значения высот в строке (1), высоты колон из кубиков в этой строке должны равняться двум:

(1)		2	2	2	←не более 2
(2)	2	3		3	←не более 3
(3)	2		4	3	←не более 4
(4)	2	3	4		←не более 4

Вид сверху

Теперь высоты колон из кубиков соответствуют каждому виду фигуры с трех сторон. Осталось просуммировать значения в серых квадратах (высоты всех колон из кубиков), чтобы найти максимальное количество кубиков, которые использовал Данил для построения башни:

(1) строка: $2 + 2 + 2 = 6$.

(2) строка: $2 + 3 + 3 = 8$.

(3) строка: $2 + 4 + 3 = 9$.

(4) строка: $2 + 3 + 4 = 9$.

Общее количество: $6 + 8 + 9 + 9 = 32$.

Ответ: максимальное количество кубиков, которые использовал Данил для построения башни, равно 32.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 20 баллов.

- Получен верный ответ, но решение содержит неточности или решение неполно – 17 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению (таблица, соответствующая нескольким шагам решения, дерево, какая-то другая схема, решение текстом и т.п.), но есть критическая логическая/арифметическая ошибка, или решение не доведено до конца – 11 баллов.
- Есть несущественные продвижения по решению (построена частично исчерпывающая схема, дерево, таблица и т.п. или начальные рассуждения текстом) при верном или не верном ответе – 5 баллов.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 6. (30 баллов)

Робот Художник знает команды:

- опусти перо
- подними перо
- шаг влево (x)
- шаг вправо (x)
- шаг вверх (x)
- шаг вниз (x)
- запомни команду

«Шаг влево (x)» заставляет Художника переместиться на x шагов влево. Аналогично действуют команды «шаг вправо (x)», «шаг вверх (x)», «шаг вниз (x)».

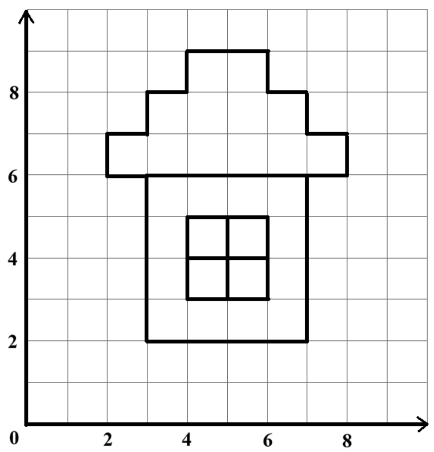
«Запомни команду» позволяет записать в его память сложную команду, состоящую из нескольких шагов. Например, если дать Художнику запомнить такие команды:

Запомни команду «Окно»: *Начало* *Шаг вправо (4)* *Шаг вниз (3)* *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (2)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (2)* *Подними перо* *Шаг влево (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (2)* *Подними перо* *Шаг вправо (1)* *Шаг вниз (1)* *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Подними перо* *Конец*	*Запомни команду «Крыша»:* *Начало* *Шаг вправо (2)* *Шаг вверх (6)* *Опусти перо* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вниз (1)* *Шаг влево (6)* *Подними перо* *Конец*
Запомни команду «Стены»: *Начало* *Шаг вправо (3)* *Шаг вниз (2)* *Опусти перо* *Шаг влево (4)* *Шаг вверх (4)* *Шаг вправо (4)* *Шаг вниз (4)* *Подними перо* *Конец*	

а затем составить из этих команд программу в правильном порядке:

Крыша
Окно
Стены

то у Художника получится такой рисунок:



Если записать команды в другом порядке, то получится неверный рисунок.

Маша хочет нарисовать человекоподобного робота, и для этого заранее записала следующие шесть вспомогательных команд «Туловище», «Голова», «Рука 1», «Рука 2», «Нога 1», «Нога 2», а также составила программу из этих команд. Однако младшая сестра Маши случайно стерла эту программу на компьютере. Помогите Маше восстановить программу, состоящую из определенного порядка этих команд и позволяющую нарисовать робота. Нарисуйте рисунок, который должен получиться.

Для решения данной задачи используйте специальный бланк в клетку (прикреплен в конце заданий).

*Запомни команду «**Рука 1**»:* *Начало* *Шаг влево (3)* *Шаг вниз (5)* *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (1)* *Шаг влево (1)* *Шаг вниз (3)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вверх (1)* *Подними перо* *Конец*	*Запомни команду «**Рука 2**»:* *Начало* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (2)* *Опусти перо* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (3)* *Шаг влево (1)* *Шаг вниз (1)* *Шаг влево (2)* *Шаг вниз (1)* *Подними перо* *Конец*
*Запомни команду «**Нога 1**»:* *Начало* *Шаг вправо (7)* *Шаг вверх (5)* *Опусти перо* *Шаг вниз (3)* *Шаг влево (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (4)* *Шаг влево (1)* *Подними перо* *Конец*	*Запомни команду «**Нога 2**»:* *Начало* *Шаг вправо (3)* *Шаг вниз (1)* *Опусти перо* *Шаг вниз (4)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (1)* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (3)* *Шаг влево (1)* *Подними перо* *Конец*

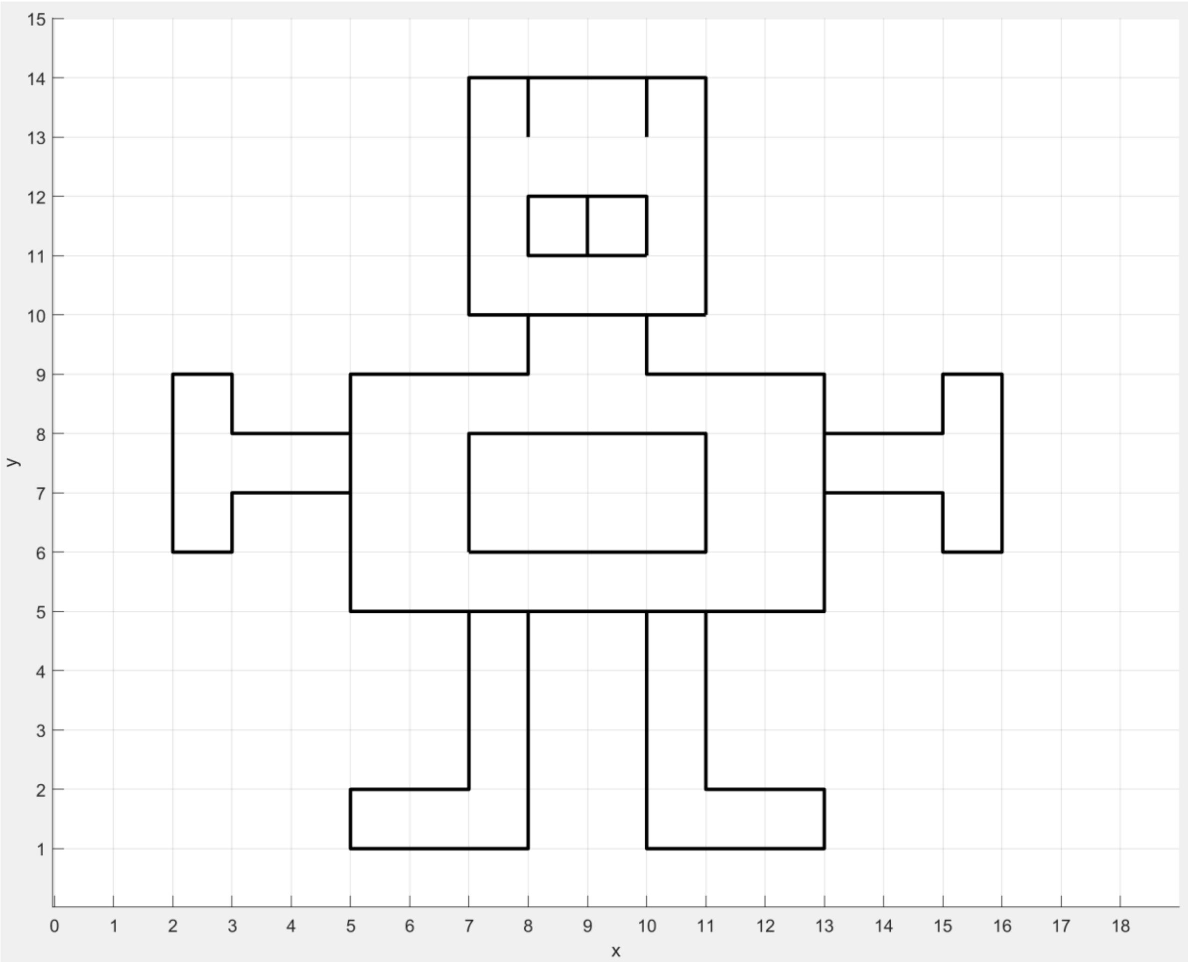
Запомни команду «**Туловище**»:	Запомни команду «**Голова**»:
Начало *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (4)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вниз (4)* *Шаг влево (6)* *Подними перо* *Шаг вверх (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (2)* *Шаг вправо (4)* *Шаг вниз (2)* *Шаг влево (4)* *Подними перо* *Конец*	*Начало* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (3)* *Опусти перо* *Шаг влево (4)* *Шаг вверх (4)* *Шаг вправо (4)* *Шаг вниз (4)* *Подними перо* *Шаг влево (1)* *Шаг вверх (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (1)* *Шаг влево (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (2)* *Подними перо* *Шаг влево (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (1)* *Подними перо* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (1)* *Шаг влево (2)* *Шаг вниз (1)* *Подними перо* *Конец*

Решение:

Программа с правильным порядком команд:

Нога 1
Туловище
Нога 2
Рука 2
Голова
Рука 1

Рисунок по программе:



Ответ: *Нога 1, Туловище, Нога 2, Рука 2, Голова, Рука 1.*

Критерии оценивания:

- Указана программа с верным порядком команд и сделан верный рисунок по этой программе – 30 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, указана программа с правильным порядком команд, но рисунок несущественно (1-3 ошибки) отличается от верного – 25 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, указана программа с правильным порядком команд, но рисунок существенно отличается от верного – 20 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, сделан верный рисунок, но неверно указана программа из команд – 15 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, указана только программа с правильным порядком команд, но не сделан рисунок – 10 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, сделан верный или несущественно (1-3 ошибки) отличающийся от верного рисунок, но не указана программа из команд – 5 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, есть попытки получить программу из команд и сделать рисунок по этой программе – 2 балла.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Информатика. 3 класс. Вариант 2

Задание 1. (7 баллов)

Семья ночью подошла к темному узкому тоннелю. Дедушка может перейти его за 10 мин, дочь – за 6 мин, мама – за 3 мин, а папа – за 1 мин. У них есть фонарик. Тоннель настолько узкий, что через него могут пройти одновременно не более двух человек с фонариком. Как им пройти через тоннель за 20 мин? (Если проходят двое, то они идут с меньшей из их скоростей. Двигаться по тоннелю без фонарика нельзя. Светить издали нельзя. Носить друг друга на руках нельзя. Перебрасывать фонарик через тоннель нельзя.) Ответ подробно поясните.

Решение:

1) Переходят папа и мама с фонариком – 3 минуты (идут со скоростью мамы).
2) Папа с фонариком возвращается назад – 1 минута.
3) Переходят дедушка и дочь с фонариком – 10 минут (идут со скоростью дедушки).
4) Мама с фонариком возвращается назад – 3 минуты.
5) Переходят папа и мама с фонариком – 3 минуты (идут со скоростью мамы).
6) $3 + 1 + 10 + 3 + 3 = 20$ (минут).

Итого: семья прошла через тоннель за 20 минут.

Ответ: верным ответом является верно расписанный алгоритм перехода семьи через тоннель за 20 минут.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 5 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 3 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 2. (13 баллов)

Пять фей попали к злой волшебнице. Они смогут выбраться, если пройдут одно испытание. Волшебница показала им 3 синих и 4 красных шляпки. В темноте она надела на них 2 синих и 3 красных шляпки, а остальные спрятала. Затем свет появился вновь, каждая фея видит шляпки других, а свою – не видит. Кому из фей удастся определить цвет надетой на нее шляпки, если им нельзя переговариваться? Учтите, что у каждой феи есть только одна попытка дать ответ. Ответ подробно поясните.

Решение:

Цвет надетой на фею шляпки может определить каждая из пяти фей.

Так как каждая из трех фей в красных шляпках видит перед собой две синие шляпки и знает, что всего синих три, то она может рассуждать так: «Если бы на мне была синяя шляпка, то каждая из двух других в красных шляпках фей видела бы три синие шляпки (а их всего 3) и пришла бы к выводу, что на ней красная. Но они молчат. Значит, на мне не синяя, а красная шляпка».

Так как каждая из двух фей в синих шляпках видит перед собой одну синюю и три красных шляпки и знает, что всего красных четыре, то она может рассуждать так: «Если бы на мне была красная шляпка, то другая фея в синей шляпке видела бы четыре красных шляпки (а их всего 4) и пришла бы к выводу, что на ней синяя. Но она молчит, значит, на мне не красная, а синяя шляпка».

Ответ: цвет надетой на фею шляпки может определить каждая из пяти фей.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 13 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 10 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 6 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) или получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 3. (15 баллов)

Бельчонок шифрует русские слова, используя вместо каждой буквы ее код из таблицы. При этом пробелы и другие разделители между номерами он не ставит.

Д	Е	К	Н	О	С
01	100	101	10	111	000

Некоторые цепочки можно расшифровать не одним способом. Например, 00010101 может означать не только СКД, но и СНК.

Даны три кодовые цепочки:

1) 100101000
2) 100000101
3) 0110001

Найдите среди них ту, которая имеет только одну расшифровку. Ответ подробно поясните.

Решение:

1) «100101000» может означать: «100 101 000» – «ЕКС», «10 01 01 000» – «НДДС».

2) «100000101» может означать: «100 000 101» – «ЕСК», «10 000 01 01» – «НСДД».
3) «0110001» может означать только «01 100 01» – «ДЕД».

Ответ: 3) ДЕД.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ (даны расшифровки для всех кодовых цепочек) – 15 баллов.
- Получен в целом верный ответ, но содержит 1-2 ошибки в решении при расшифровке – 10 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но есть критическая ошибка, или решение не доведено до конца (при верном или неверном ответе)
- Есть существенные продвижения по решению, получен верный ответ, но не даны расшифровки одной из кодовых цепочек – 6 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (указан верный ответ с обоснованием, но не даны расшифровки остальных кодовых цепочек) – 2 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п. или верно найдена хотя бы одна расшифровка) – 2 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 4. (15 баллов)

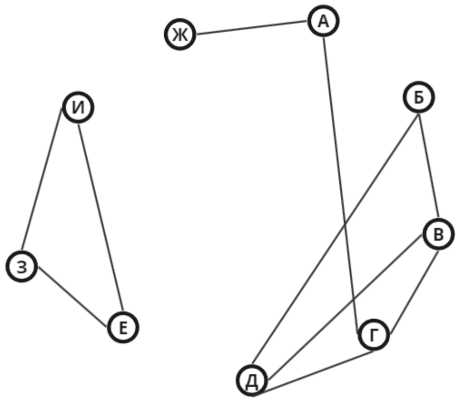
Несколько маленьких населенных пунктов соединены проселочными дорогами. Почтальон Дима каждый день доставляет письма между этими пунктами. Сегодня ночью из-за сильного снегопада некоторые дороги сильно замело снегом. Почтальону Диме нужно доставить письмо из пункта А в пункт Е. Однако он может проехать только по тем дорогам, которые не замело. Таблица показывает, по каким дорогам почтальон сможет проехать (используется обозначение +), а по каким – нет (используется обозначение ×). Может ли Дима доставить письмо из пункта А в пункт Е? Ответ подробно поясните.

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И
А		×	×	+	×	×	+	×	×
Б	×		+	×	+	×	×	×	×
В	×	+		+	+	×	×	×	×
Г	+	×	+		+	×	×	×	×
Д	×	+	+	+		×	×	×	×
Е	×	×	×	×	×		×	+	+
Ж	+	×	×	×	×	×		×	×
З	×	×	×	×	×	+	×		+
И	×	×	×	×	×	+	×	+	

Решение:

Построим схему (граф), соответствующую таблице. Точками обозначим населенные пункты, соединим отрезками те пары точек, у которых на пересечении столбца и строки стоит «+».

На схеме видно, что граф состоит из двух частей, не соединённых между собой никаким отрезком. Значит, не возможно найти путь из вершины А в вершину Е.



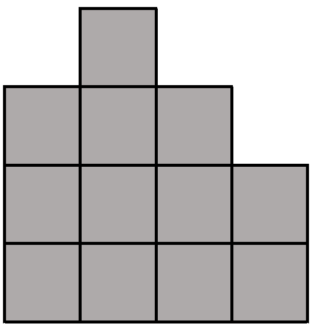
Ответ: нет.

Критерии оценивания:

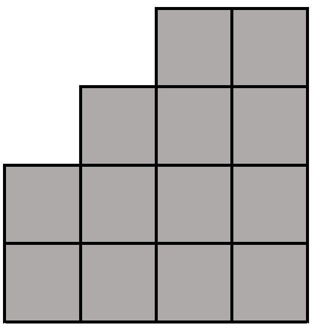
- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности или решение неполно – 12 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению (таблица, соответствующая нескольким шагам решения, дерево, какая-то другая схема, решение текстом и т.п.), но есть критическая логическая ошибка, или решение не доведено до конца – 8 баллов.
- Есть несущественные продвижения по решению (построена частично исчерпывающая схема, дерево, таблица и т.п. или начальные рассуждения текстом) и не дан ответ или ответ неверный – 4 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 5. (20 баллов)

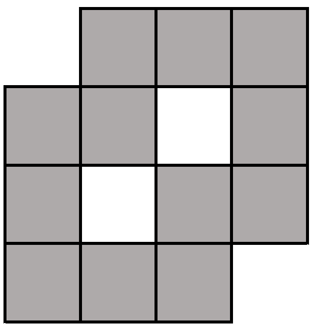
Марина построила из кубиков башню. Затем сфотографировала ее с трех различных сторон:



Вид спереди



Вид слева

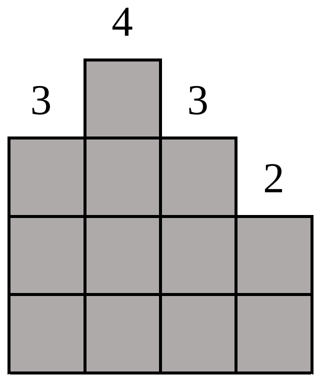


Вид сверху

Какое максимальное количество кубиков использовала Марина для построения этой башни?

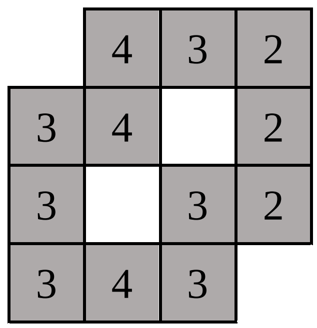
Решение:

Вид спереди задает ограничение на высоту колон из кубиков:



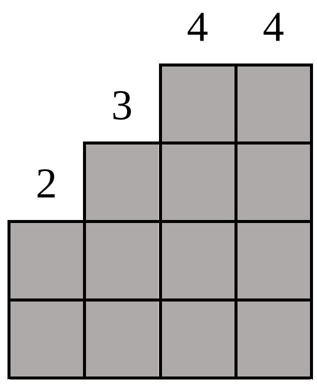
Вид спереди

Отметим эти значения на виде сверху:



Вид сверху

Теперь учтем вид слева, который также задает ограничение на высоту колон из кубиков:



Вид слева

На виде сверху высоты колон из кубиков не должны превышать полученные значения из вида слева:

не более 2→		4	3	2	(1)
не более 3→	3	4		2	(2)
не более 4→	3		3	2	(3)
не более 4→	3	4	3		(4)

Вид сверху

Заметим, что высоты колонок из кубиков в строках (3) и (4) не превышают значения, указанные слева. Необходимо скорректировать только значения высот в строках (1) и (2):

не более 2→		2	2	2	(1)
не более 3→	3	3		2	(2)
не более 4→	3		3	2	(3)
не более 4→	3	4	3		(4)

Вид сверху

Теперь высоты колон из кубиков соответствуют каждому виду фигуры с трех сторон. Осталось просуммировать значения в серых квадратах (высоты всех колон из кубиков), чтобы найти максимальное количество кубиков, которые использовала Марина для построения башни:

(1) строка: $2 + 2 + 2 = 6$.

(2) строка: $3 + 3 + 2 = 8$.

(3) строка: $3 + 3 + 2 = 8$.

(4) строка: $3 + 4 + 3 = 10$.

Общее количество: $6 + 8 + 8 + 10 = 32$.

Ответ: максимальное количество кубиков, которые использовала Марина для построения башни, равно 32.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 20 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности или решение неполно – 17 баллов.

- Есть существенные продвижения по решению (таблица, соответствующая нескольким шагам решения, дерево, какая-то другая схема, решение текстом и т.п.), но есть критическая логическая/арифметическая ошибка, или решение не доведено до конца – 11 баллов.
- Есть несущественные продвижения по решению (построена частично исчерпывающая схема, дерево, таблица и т.п. или начальные рассуждения текстом) при верном или не верном ответе – 5 баллов.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 6. (30 баллов)
Робот Художник знает команды:

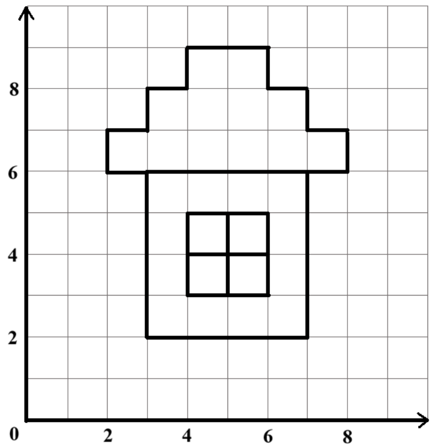
- опусти перо
- подними перо
- шаг влево (x)
- шаг вправо (x)
- шаг вверх (x)
- шаг вниз (x)
- запомни команду

«Шаг влево (x)» заставляет Художника переместиться на x шагов влево. Аналогично действуют команды «шаг вправо (x)», «шаг вверх (x)», «шаг вниз (x)».

«Запомни команду» позволяет записать в его память сложную команду, состоящую из нескольких шагов. Например, если дать Художнику запомнить такие команды:

Запомни команду «Окно»: *Начало* *Шаг вправо (4)* *Шаг вниз (3)* *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (2)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (2)* *Подними перо* *Шаг влево (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (2)* *Подними перо* *Шаг вправо (1)* *Шаг вниз (1)* *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Подними перо* *Конец*	*Запомни команду «Крыша»:* *Начало* *Шаг вправо (2)* *Шаг вверх (6)* *Опусти перо* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вниз (1)* *Шаг влево (6)* *Подними перо* *Конец*

Запомни команду «Стены»:
Начало
Шаг вправо (3)
Шаг вниз (2)
Опусти перо
Шаг влево (4)
Шаг вверх (4)
Шаг вправо (4)
Шаг вниз (4)
Подними перо
Конец



а затем составить из этих команд программу в правильном порядке:

Крыша
Окно
Стены

то у Художника получится такой рисунок:

Если записать команды в другом порядке, то получится неверный рисунок.

Саша хочет нарисовать человекоподобного робота, и для этого заранее записал следующие шесть вспомогательных команд «Голова», «Туловище», «Нога 1», «Нога 2», «Рука 1», «Рука 2», а также составил программу из этих команд. Однако младший брат Саши случайно стер эту программу на компьютере. Помогите Саше восстановить программу, состоящую из определенного порядка этих команд, и позволяющую нарисовать робота. Нарисуйте рисунок, который должен получиться.

Для решения данной задачи используйте специальный бланк в клетку (прикреплен в конце заданий).

*Запомни команду «**Нога 1**»:* *Начало* *Шаг вправо (7)* *Шаг вверх (5)* *Опусти перо* *Шаг вниз (3)* *Шаг влево (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (4)* *Шаг влево (1)* *Подними перо* *Конец*	*Запомни команду «**Нога 2**»:* *Начало* *Шаг вправо (3)* *Шаг вниз (1)* *Опусти перо* *Шаг вниз (4)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (1)* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (3)* *Шаг влево (1)* *Подними перо* *Конец*

*Запомни команду «**Голова**»:*
Начало
    Шаг влево (2)
    Шаг вверх (3)
    Опусти перо
    Шаг влево (4)
    Шаг вверх (4)
    Шаг вправо (4)
    Шаг вниз (4)
    Подними перо
    Шаг влево (1)
    Шаг вверх (1)
    Опусти перо
    Шаг вверх (1)
    Шаг влево (2)
    Шаг вниз (1)
    Шаг вправо (2)
    Подними перо
    Шаг влево (1)
    Опусти перо
    Шаг вверх (1)
    Подними перо
    Шаг вправо (1)
    Шаг вверх (1)
    Опусти перо
    Шаг вверх (1)
    Шаг влево (2)
    Шаг вниз (1)
    Подними перо
Конец
	*Запомни команду «**Туловище**»:*
	Начало
	    Опусти перо
	    Шаг влево (2)
	    Шаг вверх (4)
	    Шаг вправо (3)
	    Шаг вверх (1)
	    Шаг вправо (2)
	    Шаг вниз (1)
	    Шаг вправо (3)
	    Шаг вниз (4)
	    Шаг влево (6)
	    Подними перо
	    Шаг вверх (1)
	    Опусти перо
	    Шаг вверх (2)
	    Шаг вправо (4)
	    Шаг вниз (2)
	    Шаг влево (4)
	    Подними перо
	Конец

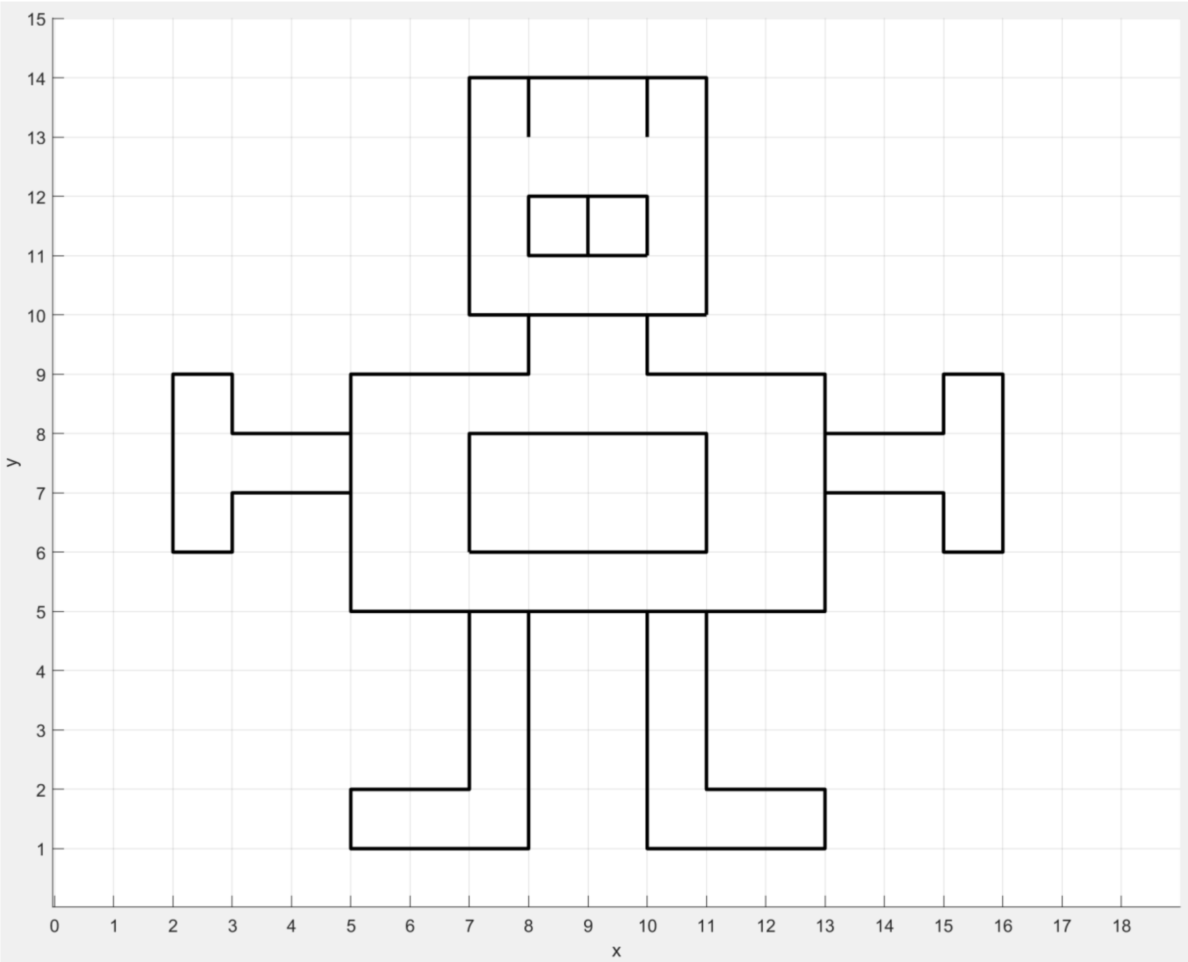
*Запомни команду «**Рука 1**»:*
Начало
    Шаг влево (3)
    Шаг вниз (5)
    Опусти перо
    Шаг влево (2)
    Шаг вверх (1)
    Шаг влево (1)
    Шаг вниз (3)
    Шаг вправо (1)
    Шаг вверх (1)
    Шаг вправо (2)
    Шаг вверх (1)
    Подними перо
Конец
	*Запомни команду «**Рука 2**»:*
	Начало
	    Шаг вправо (3)
	    Шаг вверх (2)
	    Опусти перо
	    Шаг вправо (2)
	    Шаг вниз (1)
	    Шаг вправо (1)
	    Шаг вверх (3)
	    Шаг влево (1)
	    Шаг вниз (1)
	    Шаг влево (2)
	    Шаг вниз (1)
	    Подними перо
	Конец

Решение:

Программа с правильным порядком команд:

Нога 1
Туловище
Нога 2
Рука 2
Голова
Рука 1

Рисунок по программе:



Ответ: *Нога 1, Туловище, Нога 2, Рука 2, Голова, Рука 1*.

Критерии оценивания:

- Указана программа с верным порядком команд и сделан верный рисунок по этой программе – 30 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, указана программа с правильным порядком команд, но рисунок несущественно (1-3 ошибки) отличается от верного – 25 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, указана программа с правильным порядком команд, но рисунок существенно отличается от верного – 20 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, сделан верный рисунок, но неверно указана программа из команд – 15 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, указана только программа с правильным порядком команд, но не сделан рисунок – 10 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, сделан верный или несущественно (1-3 ошибки) отличающийся от верного рисунок, но не указана программа из команд – 5 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, есть попытки получить программу из команд и сделать рисунок по этой программе – 2 балла.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Информатика. 3 класс. Вариант 3

Задание 1. (7 баллов)

Семья ночью возвращалась в волшебную деревню. Но на пути им встретился заколдованной сад, который охраняет Чародей. Чтобы дойти до деревни, им нужно пройти через этот сад. Чародей сказал: «Я дам вам ровно 19 минут, чтобы пройти через мой сад. Но в саду одновременно могут находиться только один или два человека. Если вы справитесь с заданием, я отпущу вас и сниму заклятие с сада. Если вы не выполните задание, то навсегда останетесь жить со мной в заколдованном саду». Дедушка может пройти через сад за 12 мин, сын – за 6 мин, мама – за 2 мин, а папа – за 1 мин. У них есть один фонарик (сад настолько густой и темный, что без фонарика пройти его невозможно). Как им всем пройти через сад за 19 мин, чтобы расколдовать его? (Если переходят двое, то они идут с меньшей из их скоростей. Светить издали нельзя. Носить друг друга на руках нельзя. Перебрасывать фонарик через сад нельзя.) Ответ подробно поясните.

Решение:
1) Переходят папа и мама с фонариком – 2 минуты (идут со скоростью мамы).
2) Папа с фонариком возвращается назад – 1 минута.
3) Переходят дедушка и сын с фонариком – 12 минут (идут со скоростью дедушки).
4) Мама с фонариком возвращается назад – 2 минуты.
5) Переходят папа и мама с фонариком – 2 минуты (идут со скоростью мамы).
6) $2 + 1 + 12 + 2 + 2 = 19$ (минут).

Итого: семья прошла через сад за 19 минут.

Ответ: верным ответом является верно расписанный алгоритм перехода семьи через сад за 19 минут.

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 5 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 3 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 2. (13 баллов)

Восемь учеников решили поиграть с учителем в игру. Учитель показал им 5 красных, 4 синих и 2 зеленых наклейки. В темноте он приклеил на спины учеников 4 красных, 2 синих и 2 зеленых наклейки (каждому по одной), а остальные спрятал. Затем учитель включил свет, теперь каждый ученик видит наклейки других, но не видит свою. Кому из учеников удастся определить цвет своей наклейки, если переговариваться между собой им нельзя? Учтите, что у каждого ученика есть только одна попытка дать ответ, чтобы получить оценку «5». Ответ подробно поясните.

Решение:

Цвет наклейки может правильно определить каждый ученик с синей наклейкой.

Каждый из двух учеников с синей наклейкой может рассуждать двояко:

1. «Пусть на мне наклейка красного цвета. Тогда ученики с наклейками не красного цвета видят перед собой 5 учеников с наклейками красного цвета (а наклеек красного цвета всего 5). Следовательно, учеников с наклейками красного цвета можно исключить из рассмотрения и тогда передо мной остается три ученика: один с наклейкой синего цвета и два – с наклейкой зеленого цвета. Но зеленых наклеек всего 2, значит, ученик с синей наклейкой однозначно определяет синий цвет своей наклейки и оповещает об этом других учеников, а я узнаю, что у меня, действительно, красная наклейка». В этом случае только один из учеников с синей наклейкой может правильно определить цвет своей наклейки.
2. «На мне наклейка не красного цвета. Тогда исключаем из рассмотрения четырех учеников с красными наклейками. Остается четыре ученика: два с зелеными наклейками и два с синими наклейками. Любой из учеников с синей наклейкой видит перед собой двух учеников с зелеными наклейками. Но зеленых наклеек всего 2. Поэтому любой ученик с синей наклейкой приходит к правильному выводу о синем цвете своей наклейки». В этом случае каждый из двух учеников с синей наклейкой может правильно определить цвет своей наклейки.

Ответ: цвет наклейки может правильно определить любой ученик с синей наклейкой.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 13 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности – 10 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но присутствует существенная ошибка (арифметическая, логическая и т.п.) – 6 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п.) или получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 3. (15 баллов)

Бельчонок шифрует русские слова, используя вместо каждой буквы ее код из таблицы. При этом пробелы и другие разделители между номерами он не ставит.

А	Б	Д	У	З	В
01	011	100	111	010	001

Некоторые цепочки можно расшифровать не одним способом. Например, 00101001 может означать не только ВЗА, но и ВАВ.

Даны три кодовые цепочки:

1) 11101001
2) 010111011
3) 01001010

Найдите среди них ту, которая имеет только одну расшифровку. Ответ подробно поясните.

Решение:

1) «11101001» может означать: «111 010 01» – «УЗА», «111 01 001» – «УАВ».
2) «010111011» может означать только: «010 111 011» – «ЗУБ».
3) «01001010» может означать: «01 001 010» – «АВЗ», «010 01 010» – «ЗАЗ».

Ответ: 2) ЗУБ.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ (даны расшифровки для всех кодовых цепочек) – 15 баллов.
- Получен в целом верный ответ, но содержит 1-2 ошибки в решении при расшифровке – 10 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, но есть критическая ошибка, или решение не доведено до конца (при верном или неверном ответе)
- Есть существенные продвижения по решению, получен верный ответ, но не даны расшифровки одной из кодовых цепочек – 6 баллов.
- Есть небольшое продвижение по решению (указан верный ответ с обоснованием, но не даны расшифровки остальных кодовых цепочек) – 2 балла.
- Есть небольшое продвижение по решению (без пояснений и ответа и т.п. или верно найдена хотя бы одна расшифровка) – 2 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

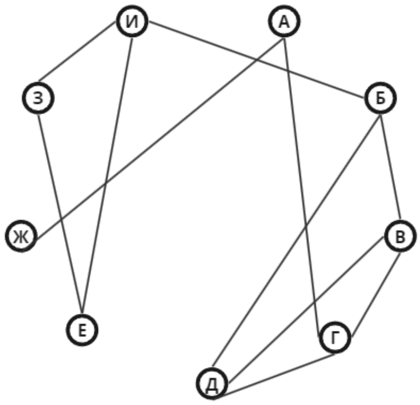
Задание 4. (15 баллов)

Несколько мальчиков решили шифровать и передавать друг другу сообщения. Мальчик А хочет зашифровать послание и передать его мальчику Е. Однако для этого требуется настроить каждый компьютер так, чтобы он мог отправлять и получать зашифрованные сообщения. Сейчас еще не все мальчики смогли настроить свои компьютеры. Таблица показывает, компьютеры каких мальчиков уже настроены (используется обозначение +), а каких – нет (используется обозначение ×). Может ли мальчик Е получить свое послание? Ответ подробно поясните.

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И
А		×	×	+	×	×	+	×	×
Б	×		+	×	+	×	×	×	+
В	×	+		+	+	×	×	×	×
Г	+	×	+		+	×	×	×	×
Д	×	+	+	+		×	×	×	×
Е	×	×	×	×	×		×	+	+
Ж	+	×	×	×	×	×		×	×
З	×	×	×	×	×	+	×		+
И	×	+	×	×	×	+	×	+	

Решение:

Построим схему (граф), соответствующую таблице. Точками обозначим мальчиков, соединим отрезками те пары точек, у которых на пересечении столбца и строки стоит «+».



Граф является связным, то есть существует путь из любой точки в любую другую точку. Так можно найти путь из вершины А в вершину Е: АГВБИЕ.

Ответ: да.

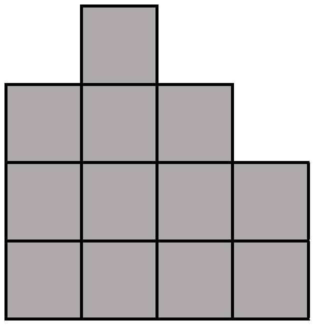
Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности или решение неполно – 12 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению (таблица, соответствующая нескольким шагам решения, дерево, какая-то другая схема, решение текстом и т.п.), но есть критическая логическая ошибка, или решение не доведено до конца – 8 баллов.
- Есть несущественные продвижения по решению (построена частично исчерпывающая схема, дерево, таблица и т.п. или начальные рассуждения текстом) и не дан ответ или ответ неверный – 4 балла.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

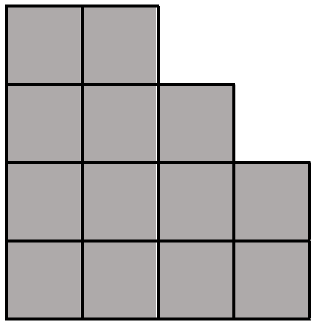
Замечание: если в решении приведена одна из правильных цепочек от А к Е (или описание цепочки словами), то решение считается полным, это соответствует 15 баллам.

Задание 5. (20 баллов)

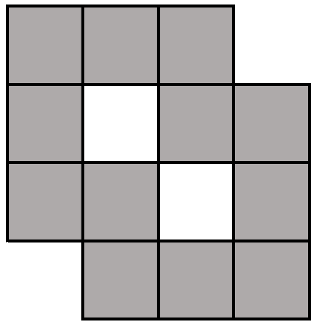
Егор построил из кубиков башню. Затем сфотографировал ее с трех различных сторон:



Вид спереди



Вид справа

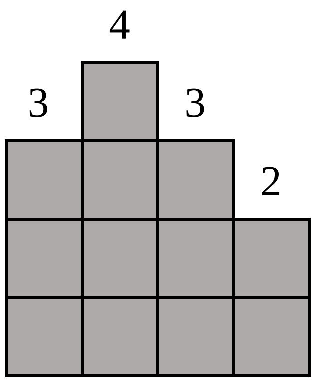


Вид сверху

Какое максимальное количество кубиков использовал Егор для построения этой башни? Ответ подробно поясните.

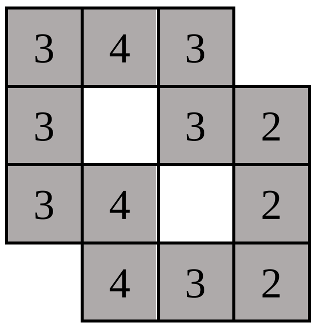
Решение:

Вид спереди задает ограничение на высоту колон из кубиков:



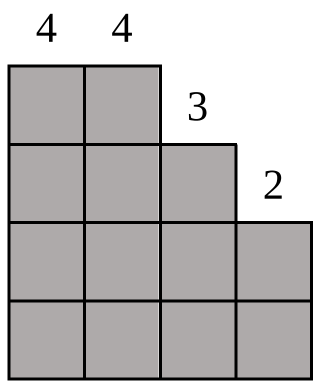
Вид спереди

Отметим эти значения на виде сверху:



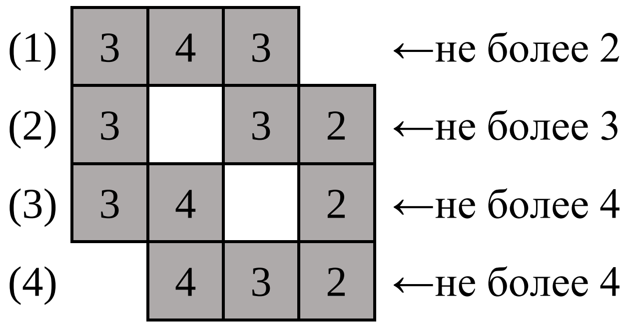
Вид сверху

Теперь учтем вид справа, который также задает ограничение на высоту колон из кубиков:



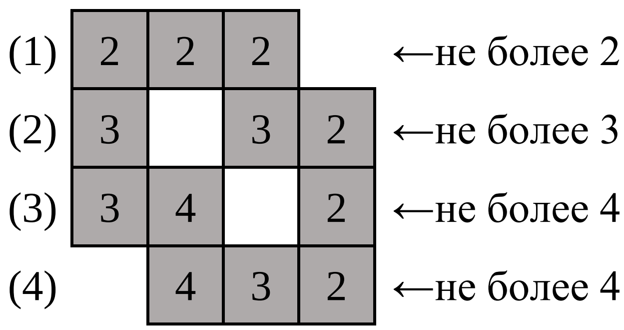
Вид справа

На виде сверху высоты колон из кубиков не должны превышать полученные значения из вида справа:



Вид сверху

Заметим, что высоты колонок из кубиков в строках (2), (3) и (4) не превышают значения, указанные справа. Необходимо скорректировать только значения высот в строке (1), высоты колон из кубиков в этой строке должны равняться двум:



Вид сверху

Теперь высоты колон из кубиков соответствуют каждому виду фигуры с трех сторон. Осталось просуммировать значения в серых квадратах (высоты всех колон из кубиков), чтобы найти максимальное количество кубиков, которые использовал Егор для построения башни:

(1) строка: $2 + 2 + 2 = 6$.

(2) строка: $3 + 3 + 2 = 8$.

(3) строка: $3 + 4 + 2 = 9$.

(4) строка: $4 + 3 + 2 = 9$.

Общее количество: $6 + 8 + 9 + 9 = 32$.

Ответ: максимальное количество кубиков, которые использовал Егор для построения башни, равно 32.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 20 баллов.
- Получен верный ответ, но решение содержит неточности или решение неполно – 17 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению (таблица, соответствующая нескольким шагам решения, дерево, какая-то другая схема, решение текстом и т.п.), но есть критическая логическая/арифметическая ошибка, или решение не доведено до конца – 11 баллов.
- Есть несущественные продвижения по решению (построена частично исчерпывающая схема, дерево, таблица и т.п. или начальные рассуждения текстом) при верном или не верном ответе – 5 баллов.
- Получен верный ответ без пояснений – 1 балл.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

Задание 6. (30 баллов)

Робот Художник знает команды:

- опусти перо
- подними перо
- шаг влево (х)
- шаг вправо (х)
- шаг вверх (х)
- шаг вниз (х)
- запомни команду

«Шаг влево (х)» заставляет Художника переместиться на х шагов влево. Аналогично действуют команды «шаг вправо (х)», «шаг вверх (х)», «шаг вниз (х)».

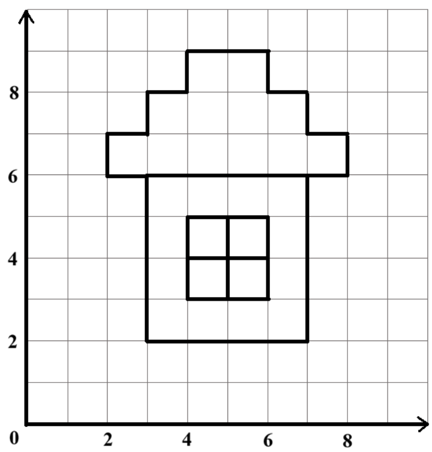
«Запомни команду» позволяет записать в его память сложную команду, состоящую из нескольких шагов. Например, если дать Художнику запомнить такие команды:

Запомни команду «Окно»: *Начало* *Шаг вправо (4)* *Шаг вниз (3)* *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (2)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (2)* *Подними перо* *Шаг влево (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (2)* *Подними перо* *Шаг вправо (1)* *Шаг вниз (1)* *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Подними перо* *Конец*	*Запомни команду «Крыша»:* *Начало* *Шаг вправо (2)* *Шаг вверх (6)* *Опусти перо* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вниз (1)* *Шаг влево (6)* *Подними перо* *Конец*
Запомни команду «Стены»: *Начало* *Шаг вправо (3)* *Шаг вниз (2)* *Опусти перо* *Шаг влево (4)* *Шаг вверх (4)* *Шаг вправо (4)* *Шаг вниз (4)* *Подними перо* *Конец*	

а затем составить из этих команд программу в правильном порядке:

Крыша
Окно
Стены

то у Художника получится такой рисунок:



Если записать команды в другом порядке, то получится неверный рисунок.

Соня хочет нарисовать человекоподобного робота и для этого заранее записала следующие шесть вспомогательных команд «Голова», «Туловище», «Рука 1», «Рука 2», «Нога 1», «Нога 2», а также составила программу из этих команд. Однако младший брат Сони случайно стер эту программу на компьютере. Помогите Соне восстановить программу, состоящую из определенного порядка этих команд и позволяющую нарисовать робота. Нарисуйте рисунок, который должен получиться.

Для решения данной задачи используйте специальный бланк в клетку (прикреплен в конце заданий).

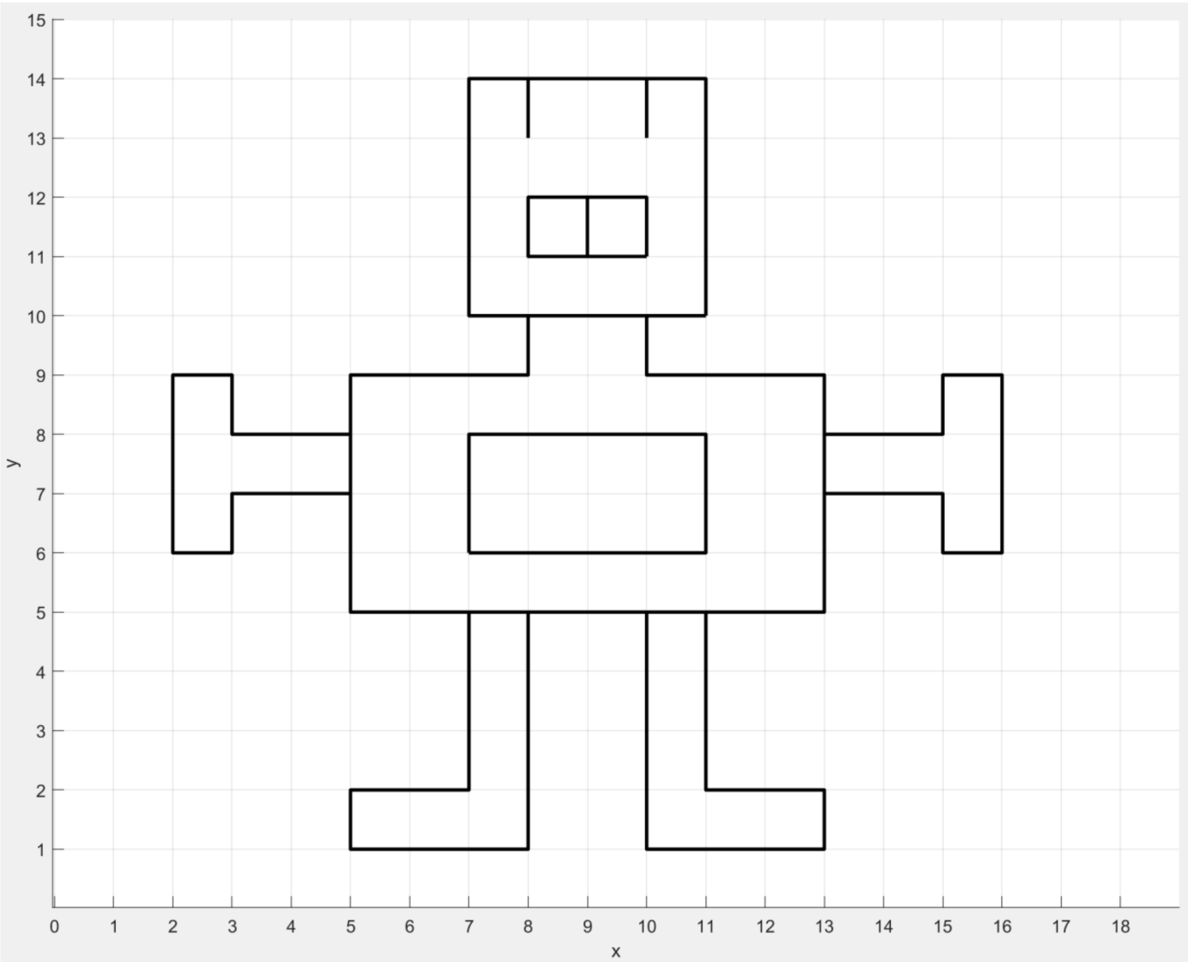
*Запомни команду «**Рука 1**»:* *Начало* *Шаг влево (3)* *Шаг вниз (5)* *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (1)* *Шаг влево (1)* *Шаг вниз (3)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вверх (1)* *Подними перо* *Конец*	*Запомни команду «**Рука 2**»:* *Начало* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (2)* *Опусти перо* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (3)* *Шаг влево (1)* *Шаг вниз (1)* *Шаг влево (2)* *Шаг вниз (1)* *Подними перо* *Конец*
*Запомни команду «**Голова**»:* *Начало* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (3)* *Опусти перо* *Шаг влево (4)* *Шаг вверх (4)* *Шаг вправо (4)* *Шаг вниз (4)* *Подними перо* *Шаг влево (1)* *Шаг вверх (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (1)* *Шаг влево (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (2)* *Подними перо* *Шаг влево (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (1)* *Подними перо* *Шаг вправо (1)* *Шаг вверх (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (1)* *Шаг влево (2)* *Шаг вниз (1)* *Подними перо* *Конец*	*Запомни команду «**Туловище**»:* *Начало* *Опусти перо* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (4)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (1)* *Шаг вправо (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вниз (4)* *Шаг влево (6)* *Подними перо* *Шаг вверх (1)* *Опусти перо* *Шаг вверх (2)* *Шаг вправо (4)* *Шаг вниз (2)* *Шаг влево (4)* *Подними перо* *Конец*
*Запомни команду «**Нога 1**»:* *Начало* *Шаг вправо (7)* *Шаг вверх (5)* *Опусти перо* *Шаг вниз (3)* *Шаг влево (2)* *Шаг вниз (1)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (4)* *Шаг влево (1)* *Подними перо* *Конец*	*Запомни команду «**Нога 2**»:* *Начало* *Шаг вправо (3)* *Шаг вниз (1)* *Опусти перо* *Шаг вниз (4)* *Шаг вправо (3)* *Шаг вверх (1)* *Шаг влево (2)* *Шаг вверх (3)* *Шаг влево (1)* *Подними перо* *Конец*

Решение:

Программа с правильным порядком команд:

Нога 1
Туловище
Нога 2
Рука 2
Голова
Рука 1

Рисунок по программе:



Ответ: *Нога 1*, *Туловище*, *Нога 2*, *Рука 2*, *Голова*, *Рука 1*.

Критерии оценивания:

- Указана программа с верным порядком команд и сделан верный рисунок по этой программе – 30 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, указана программа с правильным порядком команд, но рисунок несущественно (1-3 ошибки) отличается от верного – 25 баллов.
- Есть существенные продвижения по решению, указана программа с правильным порядком команд, но рисунок существенно отличается от верного – 20 баллов.

- Есть небольшие продвижения по решению, сделан верный рисунок, но неверно указана программа из команд – 15 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, указана только программа с правильным порядком команд, но не сделан рисунок – 10 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, сделан верный или несущественно (1-3 ошибки) отличающийся от верного рисунок, но не указана программа из команд – 5 баллов.
- Есть небольшие продвижения по решению, есть попытки получить программу из команд и сделать рисунок по этой программе – 2 балла.
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

4 КЛАСС

Общие принципы оценивания:

- Полнота. Полный балл за задания 1-4 начисляются только при наличии верного ответа и логически верного, обоснованного решения/объяснения. Если ответ верный, а объяснения нет или они неверны, ставится 0 баллов.
- Арифметические ошибки. Если ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу, баллы снижаются вдвое (или до 1-2 баллов, в зависимости от этапа, на котором произошла ошибка).

Вариант 1.

Задание 1 (25 баллов).

Пусть P(x,y,z) – программа, которая составляет все различные шестизначные палиндромы, которые можно составить из цифр x,y,z (каждую цифру при составлении палиндрома можно использовать только два раза).

Например, P(1,1,1) создаст только одно число 111111, P(1,2,2) создаст числа 122221, 212212, 221122.

Пусть S() – программа, которая суммирует все числа, поданные ей на вход. Например, S(1,2)=3, S(10,20,30)=60.

Можно комбинировать эти программы, например:

$$S\big(P(1,1,1)\big) = 111111,$$

$$S\big(P(1,1,1), P(1,1,1)\big) = 222222.$$

Выполните задание:

Найдите, чему равны числа a,b,c, если известно следующее:

$$S\big(P(b-2, b-2, b-2)\big) = 222222$$

$$S\big(P(a, b, b)\big) = 1222221$$

$$S\big(P(b, c, c)\big) = 1555554$$

Ответ. 345.

Решение. Для начала заметим, что $P(a,a,a) = \overline{aaaaaa}$, где a любая цифра и также $S\big(P(a,a,a)\big) = \overline{aaaaaa}$ (можно увидеть в том числе на примерах). Значит из первого условия $S\big(P(b-2,b-2,b-2)\big)$ следует, что $b = 4$.

Далее посмотрим на второе условие: $S\big(P(a,b,b)\big) = 1222221$.

Распишем его как $\overline{bbaabb} + \overline{babbab} + \overline{abbbba} = 1222221,$ b нами было найдено ранее, тогда $44aa44 + 4a44a4 + a4444a = 1222221$.

Рассмотрим разряды единиц у чисел слева от знака равно: $2 \cdot 4 + a = 8 + a$.

Значит $8 + a = 1 + 10k_1$, где k_1 любое целое число большее или равное нулю. То есть $a = 3$, при $k_1 = 0$. Проверим, что такое a в действительности подходит:

$$443344 + 434434 + 344443 = 1222221$$

Далее $\overline{bccccb} + \overline{cbccbc} + \overline{ccbbcc} = 1555554$ значит $4 + 2 \cdot c = 4 + 10k_2$. Отсюда $\text{c} = 5$.

Критерии оценивания:

1. + 5 б. – участник понимает, что P(n, n, n) генерирует число nnnnnn, и верно находит цифру b из первого уравнения;
2. + 5 б. – участник понимает структуру палиндромов (например, что P(a, b, b) дает числа вида bbaabb, babbab, abbbba) и верно записывает их сумму в столбик или в виде выражений;
3. + 5 б. – участник верно находит цифру a, используя анализ разряда единиц (учет переноса 10k) или <u>метод последовательного подбора с проверкой</u>;
4. + 5 б. – участник верно находит цифру c, используя анализ разряда единиц (учет переноса 10k) или <u>метод последовательного подбора с проверкой</u>;
5. + 5 б. – решение полное, все шаги обоснованы, выполнена проверка полученных значений. Ответ записан верно;

* ответ верный, но нет объяснений или они неполные ставится 0 баллов.

** арифметическая ошибка в пунктах 3,4, которая привела к неверному ответу понижает баллы в этих пунктах до 2 б., но только в случае, если был использован один из методов, описанных в критериях, иначе ставится 0 баллов.

Задание 2 (15 баллов).

Пронумеруем ячейки в квадрате размером 3х3 по спирали следующим образом

1	2	3

8	9	4
7	6	5

Назовем спиралевидным магическим квадратом таблицу с целыми положительными числами, для которой выполнены следующие условия:

1. Сумма в каждом столбце одинакова
2. Сумма значений в ячейках с нечетными номерами равна сумме значений в ячейках с четными номерами

Найдите все такие значения x и y, чтобы квадрат

$3x$	5	$2x$
3	x	$6+y$
2	6	y

был спиралевидным магическим квадратом. Гарантируется, что в ячейках квадрата записаны числа, не превосходящие 10.

Ответ. x=3; y=1.

Решение. Запишем все условия:

Условие для столбцов: $3x + 3 + 2 = 5 + x + 6 = 2x + 6 + y + y$.

Преобразуем это выражение: $3x + 5 = x + 11 = 2x + 2y + 6$.

Далее запишем условие для спиралей: $6x + 2 + y = 20 + y$.

Из этих условий можно легко найти x: $3x + 5 = x + 11$.

$2x = 6$ отсюда $x = 3$.

Найдем y: $14 = 6 + 2y + 6$ далее преобразуем это выражение и придем к виду: $2 = 2y$.

Получили x=3 и y=1, теперь подставим в таблицу и проверим.

9	5	6
3	3	7
2	6	1

Критерии оценивания:

1. + 5 б. – верно определены номера ячеек в соответствии со спиралью;
2. + 4 б. – верно составлено уравнение(я) для равенства сумм столбцов;
3. + 3 б. – верно составлено уравнение для равенства сумм четных и нечетных ячеек;
4. + 3 б. – верно решена система уравнений, найдены x и y;

* если участник неверно определил нумерацию, но правильно составил уравнение – ставится 0 баллов

** если верно определена нумерация и верно составлены уравнения, но при решении была допущена вычислительная ошибка за п. 2.4. ставится 1 б.

*** если задание решалось перебором, но он оказался неполным, то ставится 3 б. или если задание решалось с использованием свойств четности, но при этом были рассмотрены не все возможные значения х,у и нет уравнения из которого было получено одно из неизвестных, то ставится 3 балла.

Задание 3 (20 баллов).

Назовем операцию $a ** b$ возведением числа a в степень b, которая означает $\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{b}$ (число a умножается само на себя ровно b раз).

Сколько существует таких всевозможных расстановок операций возведения в степень и умножения в наборе чисел

$2 \qquad 5 \qquad 6 \qquad 8 \qquad 7 \qquad 9 \qquad 4$

что после расстановки этих операций полученное число делилось бы на 3 без остатка, а операция возведения в степень использовалась не более двух раз?

При вычислении значения выражения сначала выполняются все операции возведения в степень, а только потом операции умножения. То есть если бы нам был дан набор чисел

$5 \qquad 4 \qquad 7$

то расстановка $5 ** 4 * 7$ в итоге дала бы $625 * 7 = 4375$, а расстановка $5 * 4 ** 7$ дала $5 * 16384 = 81920$, а $5 * 4 * 7 = 20 * 7 = 140$.

Ответ. 21.

Решение. В предложенном наборе на три делятся числа: 6 и 9.

Пусть k это число использований операции возведения в степень.

Пусть $k = 0$: Тогда мы можем использовать только операцию умножения, и получим

$$2 * 5 * 6 * 8 * 7 * 9 * 4$$

Так как 6 и 9 делятся на 3, то и это произведение делится на 3. Всего получаем 1 вариант.

Пусть $k = 1$: Так как возведение в степень (**) применяется первой, а в наборе есть два числа 6 и 9, которые делятся на 3 и не стоят рядом (между ними есть еще два числа). Значит хотя бы одно из двух будет под действием $*$. Всего получаем 6 вариантов.

Пусть $k = 2$: Здесь нам не подходит только один вариант $\underline{*}\ \underline{**}\ \underline{*}\ \underline{*}\ \underline{**}\ \underline{*}$ (то есть тот случай, когда 6 и 9 находятся под действием операции возведения степени как её показатель). Посчитаем все варианты, где дважды используется возведение в степень. $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$, но ранее было установлено, что один из вариантов нам не подходит. Итого 14 вариантов.

Теперь суммируем для каждого k:

$$1 + 6 + 14 = 21$$

Критерии оценивания:

1. + 2 б. – указано, что произведение делится на 3, если среди множителей есть числа, кратные 3. Определены эти числа в своем наборе;
2. + 3 б. – Рассмотрен случай, когда возведение в степень не используется (k=0) и был осуществлен верный подсчет вариантов для этого случая;
3. + 5 б. – верный подсчет вариантов для k=1. Участник должен показать, что существует 6 мест для знака **, и объяснить, почему любой из этих вариантов подходит (так как второе число, кратное 3, останется при умножении);
4. + 7 б. – верный подсчет вариантов для k=2. Важно чтобы участник уточнил, что существует единственный случай, который не подходит под условие (когда оба числа, кратных 3, являются показателями степени)

   4.1. Если в пункте получен верный ответ, но не приведены вычисления и объяснения, то ставится 0 б.

   4.2. Если был осуществлен полный перебор <u>всех</u> вариантов с объяснением почему он подходит/не подходит, то ставится 7 б.

+ 3 б. – верно подсчитана общая сумма, с учетом того, что за пункты 3.2, 3.3, 3.4 стоит ненулевой балл.

Задание 4 (15 баллов)..

Лисенок, Бельчонок, Ежонок и Бобрёнок устроили соревнования по игре в крестики-нолики. По результатам соревнований они составили итоговую турнирную таблицу. Известно, что у каждого из ребят было разное количество баллов. На следующий день эта табличка потерялась и им пришлось восстанавливать таблицу по утверждениям ребят:

Лисенок: “Я не занял ни первое, ни последнее место”.

Бельчонок: “Я занял последнее место”.

Ежонок: “Я победил в большинстве игр”.

Бобрёнок: “Я выиграл меньше всех игр”.

Известно, что один из них солгал, но трое остальных сказали правду. Кто же победил в соревновании? Как могли быть распределены места между друзьями и распределены ли они однозначно?

Ответ. Победил Ежонок. 4 варианта распределения (см. решение).

Решение. Проанализируем каждое утверждения:

Лисенок - 2 или 3 место. Бельчонок - 4 место. Ежонок – 1 место. Бобренок – 4 место.

Отсюда либо Бельчонок, либо Бобренок сказали ложь, потому что в ином случае получим противоречие с тем, что Ежонок и Бобренок оба заняли 4-е место. Значит первое место занял Ежонок. Теперь посмотрим на распределение мест в турнирной таблице.

Соврал Бельчонок

1 место	Ежонок
2,3 место	Бельчонок, Лисенок
4 место	Бобренок

Соврал Бобренок

1 место	Ежонок
2,3 место	Бобренок, Лисенок
4 место	Бельчонок

Критерии оценивания:

1. + 5 б. – участник понимает, что два утверждения (например, Бельчонка и Бобрёнка) противоречат друг другу, претендуя на последнее место. Сделан вывод, что один из них – лжец, а победитель – тот, кто сказал, что он первый
2. + 5 б. – правильно построено распределение мест для случая, когда лжец – первый претендент;
3. + 5 б. – правильно построено распределение мест для случая, когда лжец – второй претендент;

* если объяснения отсутствует, но в ответе приведены: имя победителя И оба варианта турнирной таблицы И записан вывод о неоднозначности распределения мест (все 4 варианта), то ставится 15 баллов.

Задание 5 (25 баллов)..

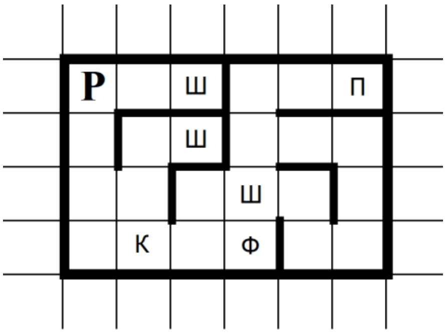
Робот-доставщик работает на складе одной логистической компании. Для написания программ для робота используются следующие команды:

Команда	Функционал
Вверх	Робот сдвигается на одну клетку вверх
Вправо	Робот сдвигается на одну клетку вправо
Вниз	Робот сдвигается на одну клетку вниз
Влево	Робот сдвигается на одну клетку влево

Отсканируй	Сканирует штрих-код в текущей клетке

Если перед Роботом в направлении его движения находится коробка, то он толкает ее перед собой в том же направлении. На складе есть стены. Через стены Робот проходить не может, также через стены он не может толкать коробку.

Напишите программу, которая позволит Роботу доставить коробку (буква К) на финиш (буква Ф), отсканировать все штрих-коды (отмечены буквой Ш), а также остановиться в конце на парковке (буква П).



Для получения максимального балла за это задание требуется написать как можно более короткий алгоритм. Длина алгоритма оценивается по числу использованных операторов. Например, программа:

Вправо

Отсканируй

Вправо

имеет длину 3.

Ответ/Решение.

Программа длины 26	Программа длины 24 (максимальный балл)
вправо·2; отсканируй; влево·2; вниз·3; вправо·2; влево; вверх·2; вправо; отсканируй; влево; вниз·2; вправо; вверх; вправо; отсканируй; вверх·2; вправо·2;	вправо·2; отсканируй; влево·2; вниз·3; вправо; вверх·2; вправо; отсканируй; влево; вниз·2; вправо; вверх; вправо; отсканируй; вверх·2; вправо·2;

Критерии оценивания

1. 0 б. – программа не работает (робот врезается в стену, не доходит до цели, не собирает все коды)

2. 10 б. – программа работает, но содержит явно лишние шаги, “петли” или неоптимальную последовательность действий. Робот выполняет задачу, но неэффективно.
3. 15 б. – программа работает верно, но её длина превышает длину решения жюри на 4-5 команд.
4. 20 б. – программа работает верно и очень близка к оптимальной длине, но содержит 3-4 лишних команды.
5. 23 б. - в программе пропущена одна команда (отсканировать) после добавления которой программа будет работать полностью верно, и программа будет соответствовать п. 6.
6. 25 б. – программа работает верно, и её длина не превышает длину программы жюри.

Вариант 2.

Задание 1 (25 баллов).

Пусть P(x,y,z) – программа, которая составляет все различные шестизначные палиндромы, которые можно составить из цифр x,y,z (каждую цифру при составлении палиндрома можно использовать только два раза).

Например, P(1,1,1) создаст только одно число 111111, P(1,2,2) создаст числа 122221, 212212, 221122.

Пусть S() – программа, которая суммирует все числа, поданные ей на вход. Например, S(1,2)=3, S(10,20,30)=60.

Можно комбинировать эти программы, например:

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(1,1,1)\big) = 111111,$$

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(1,1,1), \mathrm{P}(1,1,1)\big) = 222222.$$

Выполните задание:

Найдите, чему равны числа a,b,c, если известно следующее:

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(\mathrm{b}-2, \mathrm{b}-2, \mathrm{b}-2)\big) = 333333$$

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{b})\big) = 1555554$$

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(\mathrm{b}, \mathrm{c}, \mathrm{c})\big) = 1888887$$

Ответ. 456

Решение. Для начала заметим, что $P(a,a,a) = \overline{aaaaaa}$, где a любая цифра и также $S\big(P(a,a,a)\big) = \overline{aaaaaa}$ (можно увидеть в том числе на примерах). Значит из первого условия $S\big(P(b-2, b-2, b-2)\big)$ следует, что $b = 5$.

Далее посмотрим на второе условие: $S\big(P(a,b,b)\big) = 1555554$.

Распишем его как $\overline{bbaabb} + \overline{babbab} + \overline{abbbba} = 1555554$, b нами было найдено ранее, тогда $55aa55 + 5a55a5 + a5555a = 1555554$.

Рассмотрим разряды единиц у чисел слева от знака равно: $2 \cdot 5 + a = 10 + a$.

Значит $10 + a = 4 + 10k_1$, где k_1 любое целое число большее или равное нулю. То есть $a = 4$, при $k_1 = 1$. Проверим, что такое a в действительности подходит:

$$554455 + 545545 + 455554 = 1555554.$$

Далее $\overline{bccccb} + \overline{cbccbc} + \overline{ccbbcc} = 1888887$ значит $5 + 2 \cdot c = 7 + 10k_2$. Отсюда $c = 1$ либо $c = 5$. Несложно заметить, что $c = 1$ не подходит.

Критерии оценивания:

1. + 5 б. – участник понимает, что P(n, n, n) генерирует число nnnnnn, и верно находит цифру b из первого уравнения;
2. + 5 б. – участник понимает структуру палиндромов (например, что P(a, b, b) дает числа вида bbaabb, babbab, abbbba) и верно записывает их сумму в столбик или в виде выражений;
3. + 5 б. – участник верно находит цифру a, используя анализ разряда единиц (учет переноса 10k) или <u>метод последовательного подбора с проверкой</u>;
4. + 5 б. – участник верно находит цифру c, используя анализ разряда единиц (учет переноса 10k) или <u>метод последовательного подбора с проверкой</u>;
5. + 5 б. – решение полное, все шаги обоснованы, выполнена проверка полученных значений. Ответ записан верно;

* ответ верный, но нет объяснений или они неполные ставится 0 баллов.

** арифметическая ошибка в пунктах 3,4, которая привела к неверному ответу понижает баллы в этих пунктах до 2 б., но только в случае, если был использован один из методов, описанных в критериях, иначе ставится 0 баллов.

Задание 2 (15 баллов).

Пронумеруем ячейки в квадрате размером 3х3 по спирали следующим образом

1	2	3
8	9	4
7	6	5

Назовем спиралевидным магическим квадратом таблицу с целыми положительными числами, для которой выполнены следующие условия:

1. Сумма в каждом столбце одинакова
2. Сумма значений в ячейках с нечетными номерами равна сумме значений в ячейках с четными номерами

Найдите все такие значения x и y, чтобы квадрат

3y	*5*	3x
3	y	*7*
x	*3x*	1

был спиралевидным магическим квадратом. Гарантируется, что в ячейках квадрата записаны числа, не превосходящие 10.

Ответ. x=2; y=3.

Решение.

Запишем все условия.

Условие для столбцов: $3y + 3 + x = 5 + y + 3x = 3x + 7 + 1$.

Преобразуем это выражение: $x + 3y + 3 = 3x + y + 5 = 3x + 8$.

Далее запишем условие для спиралей: $4y + 4x + 1 = 15 + 3x$.

Из этих условий можно легко найти y: $3x + y + 5 = 3x + 8$.

$y + 5 = 8$ отсюда $y = 3$.

Найдем x: $12 + 4x + 1 = 15 + 3x$ далее преобразуем это выражение и придем к виду: $4x + 13 = 15 + 3x$.

Получили x=2; y=3. Проверим:

9	*5*	6
3	3	*7*
2	*6*	1

Критерии оценивания:

1. + 5 б. – верно определены номера ячеек в соответствии со спиралью;
2. + 4 б. – верно составлено уравнение(я) для равенства сумм столбцов;
3. + 3 б. – верно составлено уравнение для равенства сумм четных и нечетных ячеек;
4. + 3 б. – верно решена система уравнений, найдены x и y;

* если участник неверно определил нумерацию, но правильно составил уравнение – ставится 0 баллов

** если верно определена нумерация и верно составлены уравнения, но при решении была допущена вычислительная ошибка за п. 2.4. ставится 1 б.

*** если задание решалось перебором, но он оказался неполным, то ставится 3 б. или если задание решалось с использованием свойств четности, но при этом были рассмотрены не все возможные значения x,y и нет уравнения из которого было получено одно из неизвестных, то ставится 3 балла.

Задание 3 (20 баллов).

Назовем операцию $a ** b$ возведением числа a в степень b, которая означает $\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{b}$ (число a умножается само на себя ровно b раз).

Сколько существует таких всевозможных расстановок операций возведения в степень и умножения в наборе чисел

$2 \qquad 10 \qquad 6 \qquad 8 \qquad 5 \qquad 9 \qquad 2$

что после расстановки этих операций полученное число делилось бы на 3 без остатка, а операция возведения в степень использовалась не более двух раз?

При вычислении значения выражения сначала выполняются все операции возведения в степень, а только потом операции умножения. То есть если бы нам был дан набор чисел

$3 \qquad 4 \qquad 2$

то расстановка $3 ** 4 * 2$ в итоге дала бы $81 * 2 = 162$, а расстановка $3 * 4 ** 2$ дала $3 * 16 = 48$, а $3 * 4 * 2 = 12 * 2 = 24$.

Ответ. 21

Решение. В предложенном наборе на три делятся числа: 6 и 9.

Пусть k это число использований операции возведения в степень.

Пусть $k = 0$: Тогда мы можем использовать только операцию умножения, и получим

$$2 * 10 * 6 * 8 * 5 * 9 * 2$$

Так как 6 и 9 делятся на 3, то и это произведение делится на 3. Всего получаем 1 вариант.

Пусть $k = 1$: Так как возведение в степень (**) применяется первой, а в наборе есть два числа 6 и 9, которые делятся на 3 и не стоят рядом (между ними есть еще два числа). Значит хотя бы одно из двух будет под действием $*$. Всего получаем 6 вариантов.

Пусть $k = 2$: Здесь нам не подходит только один вариант $\underline{*}\ \underline{**}\ \underline{*}\ \underline{*}\ \underline{**}\ \underline{*}$ (то есть тот случай, когда 6 и 9 находятся под действием операции возведения степени как её показатель). Посчитаем все варианты, где дважды используется возведение в степень. $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$, но ранее было установлено, что один из вариантов нам не подходит. Итого 14 вариантов.

Теперь суммируем для каждого k:

$$1 + 6 + 14 = 21$$

Критерии оценивания:

1. +2 б. – указано, что произведение делится на 3, если среди множителей есть числа, кратные 3. Определены эти числа в своем наборе;
2. + 3 б. – Рассмотрен случай, когда возведение в степень не используется (k=0) и был осуществлен верный подсчет вариантов для этого случая;

3. + 5 б. – верный подсчет вариантов для k=1. Участник должен показать, что существует 6 мест для знака **, и объяснить, почему любой из этих вариантов подходит (так как второе число, кратное 3, останется при умножении);
4. + 7 б. – верный подсчет вариантов для k=2. Важно чтобы участник уточнил, что существует единственный случай, который не подходит под условие (когда оба числа, кратных 3, являются показателями степени)
   - 4.1. Если в пункте получен верный ответ, но не приведены вычисления и объяснения, то ставится 0 б.
   - 4.2. Если был осуществлен полный перебор всех вариантов с объяснением почему он подходит/не подходит, то ставится 7 б.

+ 3 б. – верно подсчитана общая сумма, с учетом того, что за пункты 3.2, 3.3, 3.4 стоит ненулевой балл.

Задание 4 (15 баллов).

Четверо друзей: Волшебник, Рыцарь, Эльф и Гном участвовали в магическом турнире. По результатам турнира они составили итоговую таблицу. Известно, что у каждого из друзей было разное количество баллов. На следующий день эта таблица потерялась и им пришлось восстанавливать таблицу по утверждениям:

Волшебник: “Я не был ни первым, ни последним”.

Рыцарь: “Я занял последнее место”.

Эльф: “Я победил в большинстве поединков”.

Гном: “У меня меньше всех побед”.

Известно, что один из них солгал, но трое остальных сказали правду. Кто же победил в соревновании? Как могли быть распределены места между друзьями и распределены ли они однозначно?

Ответ. Победил Эльф. 4 варианта распределения (см. решение)

Решение. Проанализируем утверждения:

Волшебник - 2 или 3 место. Рыцарь - 4 место. Эльф - 1 место. Гном - 4 место.

Отсюда либо Рыцарь, либо Гном солгали, потому что в ином случае получим противоречие с тем, что Рыцарь и Гном оба заняли 4-е место. Значит первое место занял Эльф.

Теперь посмотрим на распределение мест в турнирной таблице.

Соврал Рыцарь Соврал Гном

1 место	Эльф
2,3 место	Волшебник, Рыцарь
4 место	Гном

1 место	Эльф
2,3 место	Волшебник, Гном
4 место	Рыцарь

Критерии оценивания:

1. + 5 б. – участник понимает, что два утверждения (например, Бельчонка и Бобрёнка) противоречат друг другу, претендуя на последнее место. Сделан вывод, что один из них – лжец, а победитель – тот, кто сказал, что он первый
2. + 5 б. – правильно построено распределение мест для случая, когда лжец – первый претендент;
3. + 5 б. – правильно построено распределение мест для случая, когда лжец – второй претендент;

* если объяснения отсутствует, но в ответе приведены: имя победителя И оба варианта турнирной таблицы И записан вывод о неоднозначности распределения мест (все 4 варианта), то ставится 15 баллов.

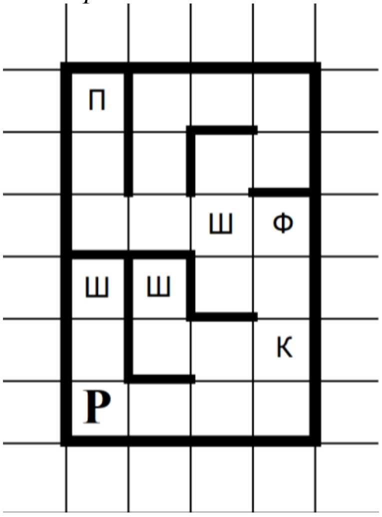
Задание 5 (25 баллов).

Робот-доставщик работает на складе одной логистической компании. Для написания программ для робота используются следующие команды:

Команда	Функционал
Вверх	Робот сдвигается на одну клетку вверх
Вправо	Робот сдвигается на одну клетку вправо
Вниз	Робот сдвигается на одну клетку вниз
Влево	Робот сдвигается на одну клетку влево
Отсканируй	Сканирует штрих-код в текущей клетке

Если перед Роботом в направлении его движения находится коробка, то он толкает ее перед собой в том же направлении. На складе есть стены. Через стены Робот проходить не может, также через стены он не может толкать коробку.

Напишите программу, которая позволит Роботу доставить коробку (буква К) на финиш (буква Ф), отсканировать все штрих-коды (отмечены буквой Ш), а также остановиться в конце на парковке (буква П).



Для получения максимального балла за это задание требуется написать как можно более короткий алгоритм. Длина алгоритма оценивается по числу использованных операторов. Например, программа:

Вправо

Отсканируй

Вправо

имеет длину 3.

Ответ/Решение.

Программа длины 26	Программа длины 24 (максимальный балл)
вверх·2; отсканируй; вниз·2; вправо·3; вверх·2; вниз; влево·2; вверх; отсканируй; вниз; вправо·2; вверх; влево; вверх; отсканируй; влево·2; вверх·2;	вверх·2; отсканируй; вниз·2; вправо·3; вверх; влево·2; вверх; отсканируй; вниз; вправо·2; вверх; влево; вверх; отсканируй; влево·2; вверх·2;

Критерии оценивания

1. 0 б. – программа не работает (робот врезается в стену, не доходит до цели, не собирает все коды)
2. 10 б. – программа работает, но содержит явно лишние шаги, “петли” или неоптимальную последовательность действий. Робот выполняет задачу, но неэффективно.
3. 15 б. – программа работает верно, но её длина превышает длину решения жюри на 4-5 команд.
4. 20 б. – программа работает верно и очень близка к оптимальной длине, но содержит 3-4 лишних команды.

5. 23 б. - в программе пропущена одна команда (отсканировать) после добавления которой программа будет работать полностью верно, и программа будет соответствовать п. 6.
6. 25 б. – программа работает верно, и её длина не превышает длину программы жюри.

Вариант 3

Задание 1 (25 баллов).

Пусть P(x,y,z) – программа, которая составляет все различные шестизначные палиндромы, которые можно составить из цифр x,y,z (каждую цифру при составлении палиндрома можно использовать только два раза).

Например, P(1,1,1) создаст только одно число 111111, P(1,2,2) создаст числа 122221, 212212, 221122.

Пусть S() – программа, которая суммирует все числа, поданные ей на вход. Например, S(1,2)=3, S(10,20,30)=60.

Можно комбинировать эти программы, например:

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(1,1,1)\big) = 111111,$$

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(1,1,1), \mathrm{P}(1,1,1)\big) = 222222.$$

Выполните задание:

Найдите, чему равны числа a,b,c, если известно следующее:

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(\mathrm{b}-2, \mathrm{b}-2, \mathrm{b}-2)\big) = 444444$$

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{b})\big) = 1888887$$

$$\mathrm{S}\big(\mathrm{P}(\mathrm{b}, \mathrm{c}, \mathrm{c})\big) = 2222220$$

Ответ. 567

Решение. Для начала заметим, что $P(a,a,a) = \overline{aaaaaa}$, где a любая цифра и также $S\big(P(a,a,a)\big) = \overline{aaaaaa}$ (можно увидеть в том числе на примерах). Значит из первого условия $S\big(P(b-2,b-2,b-2)\big)$ следует, что $b = 6$.

Далее посмотрим на второе условие: $S\big(P(a,b,b)\big) = 1888887$. Распишем его как $\overline{bbaabb} + \overline{babbab} + \overline{abbbba} = 1888887$, b нами было найдено ранее, тогда $66aa66 + 6a66a6 + a6666a = 1888887$. Рассмотрим разряды единиц у чисел слева от знака равно: $2 \cdot 6 + a = 12 + a$.

Значит $12 + a = 7 + 10k_1$, где k_1 любое целое число большее или равное нулю. То есть $a = 5$, при $k_1 = 1$. Проверим, что такое a в действительности подходит:

$$665566 + 656656 + 566665 = 1888887.$$

Далее $\overline{bccccb} + \overline{cbccbc} + \overline{ccbbcc} = 2222220$ значит $6 + 2 \cdot c = 0 + 10k_2$. Отсюда $c = 2$ либо $c = 7$. Несложно заметить, что $c = 2$ не подходит.

Критерии оценивания:

1. + 5 б. – участник понимает, что P(n, n, n) генерирует число nnnnnn, и верно находит цифру b из первого уравнения;
2. + 5 б. – участник понимает структуру палиндромов (например, что P(a, b, b) дает числа вида bbaabb, babbab, abbbba) и верно записывает их сумму в столбик или в виде выражений;
3. + 5 б. – участник верно находит цифру a, используя анализ разряда единиц (учет переноса 10k) или <u>метод последовательного подбора с проверкой</u>;
4. + 5 б. – участник верно находит цифру c, используя анализ разряда единиц (учет переноса 10k) или <u>метод последовательного подбора с проверкой</u>;
5. + 5 б. – решение полное, все шаги обоснованы, выполнена проверка полученных значений. Ответ записан верно;

* ответ верный, но нет объяснений или они неполные ставится 0 баллов.

** арифметическая ошибка в пунктах 3,4, которая привела к неверному ответу понижает баллы в этих пунктах до 2 б., но только в случае, если был использован один из методов, описанных в критериях, иначе ставится 0 баллов.

Задание 2 (15 баллов).

Пронумеруем ячейки в квадрате размером 3x3 по спирали следующим образом

1	2	3
8	9	4
7	6	5

Назовем спиралевидным магическим квадратом таблицу с целыми положительными числами, для которой выполнены следующие условия:

1. Сумма в каждом столбце одинакова
2. Сумма значений в ячейках с нечетными номерами равна сумме значений в ячейках с четными номерами

Найдите все такие значения x и y, чтобы квадрат

x+3	*5*	x
3	y	*y*+*4*
2	*x*	1

был спиралевидным магическим квадратом. Гарантируется, что в ячейках квадрата записаны числа, не превосходящие 10.

Ответ. x=1; y=3

Решение.

Запишем все условия.

Условие для столбцов: $x + 3 + 3 + 2 = 5 + y + x = x + y + 4 + 1$.

Преобразуем это выражение: $x + 8 = x + y + 5 = x + y + 5$.

Далее запишем условие для спиралей: $2x + y + 11 = x + y + 12$.

Из этих условий можно легко найти y: $x + 8 = x + y + 5$.

$8 = y + 5$ отсюда $y = 3$.

Найдем x: $2x + y + 11 = x + y + 12$ далее преобразуем это выражение и придем к виду: $2x + 14 = x + 15$.

Получили x=1; y=3. Проверим:

4	*5*	1
3	3	*7*
2	*1*	1

Критерии оценивания:

1. + 5 б. – верно определены номера ячеек в соответствии со спиралью;
2. + 4 б. – верно составлено уравнение(я) для равенства сумм столбцов;
3. + 3 б. – верно составлено уравнение для равенства сумм четных и нечетных ячеек;
4. + 3 б. – верно решена система уравнений, найдены x и y;

* если участник неверно определил нумерацию, но правильно составил уравнение – ставится 0 баллов

** если верно определена нумерация и верно составлены уравнения, но при решении была допущена вычислительная ошибка за п. 2.4. ставится 1 б.

*** если задание решалось перебором, но он оказался неполным, то ставится 3 б. или если задание решалось с использованием свойств четности, но при этом были рассмотрены не все возможные значения x,y и нет уравнения из которого было получено одно из неизвестных, то ставится 3 балла.

Задание 3 (20 баллов).

Назовем операцию $a ** b$ возведением числа a в степень b, которая означает $\underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{b}$ (число a умножается само на себя ровно b раз).

Сколько существует таких всевозможных расстановок операций возведения в степень и умножения в наборе чисел

4 5 3 8 7 9 2

что после расстановки этих операций полученное число делилось бы на 3 без остатка, а операция возведения в степень использовалась не более двух раз?

При вычислении значения выражения сначала выполняются все операции возведения в степень, а только потом операции умножения. То есть если бы нам был дан набор чисел

3 2 4

то расстановка $3 ** 2 * 4$ в итоге дала бы $9 * 4 = 36$, а расстановка $3 * 2 ** 4$ дала $3 * 16 = 48$, а $3 * 2 * 4 = 6 * 4 = 24$.

Ответ. 21

Решение.

В предложенном наборе на три делятся числа: 6 и 9. Пусть k это число использований операции возведения в степень.

Пусть $k = 0$: Тогда мы можем использовать только операцию умножения, и получим

$$4 * 5 * 3 * 8 * 7 * 9 * 2$$

Так как 3 и 9 делятся на 3, то и это произведение делится на 3. Всего получаем 1 вариант.

Пусть $k = 1$: Так как возведение в степень (**) применяется первой, а в наборе есть два числа 3 и 9, которые делятся на 3 и не стоят рядом (между ними есть еще два числа). Значит хотя бы одно из двух будет под действием $*$. Всего получаем 6 вариантов.

Пусть $k = 2$: Здесь нам не подходит только один вариант $\underline{*}\ \underline{**}\ \underline{*}\ \underline{*}\ \underline{**}\ \underline{*}$ (то есть тот случай, когда 3 и 9 находятся под действием операции возведения степени как её показатель). Посчитаем все варианты, где дважды используется возведение в степень. $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$, но ранее было установлено, что один из вариантов нам не подходит. Итого 14 вариантов.

Теперь суммируем для каждого k:

$$1 + 6 + 14 = 21$$

Критерии оценивания:

1. +2 б. – указано, что произведение делится на 3, если среди множителей есть числа, кратные 3. Определены эти числа в своем наборе;
2. + 3 б. – Рассмотрен случай, когда возведение в степень не используется (k=0) и был осуществлен верный подсчет вариантов для этого случая;
3. + 5 б. – верный подсчет вариантов для k=1. Участник должен показать, что существует 6 мест для знака **, и объяснить, почему любой из этих вариантов подходит (так как второе число, кратное 3, останется при умножении);
4. + 7 б. – верный подсчет вариантов для k=2. Важно чтобы участник уточнил, что существует единственный случай, который не подходит под условие (когда оба числа, кратных 3, являются показателями степени)
   4.1. Если в пункте получен верный ответ, но не приведены вычисления и объяснения, то ставится 0 б.
   4.2. Если был осуществлен полный перебор всех вариантов с объяснением почему он подходит/не подходит, то ставится 7 б.

+ 3 б. – верно подсчитана общая сумма, с учетом того, что за пункты 3.2, 3.3, 3.4 стоит ненулевой балл.

Задание 4 (15 баллов).

Четыре космических рейнджера - Зенит, Нова, Кварк и Пульсар участвовали в межзвездных гонках на реактивных скутерах. По результатам был составлен протокол гонок. Известно, что каждый рейнджер получил разное количество баллов. На следующий день этот протокол был утерян и капитану пришлось восстанавливать его по утверждениям рейнджеров:

Зенит: “Я не на первом и не на последнем месте”.

Нова: “Я финишировал последним”.

Кварк: “У меня больше всех выигранных этапов”.

Пульсар: “У меня меньше всего побед на этапах”.

Известно, что один из них солгал, но трое остальных сказали правду. Кто же победил в соревновании? Как могли быть распределены места между рейнджерами и распределены ли они однозначно?

Ответ. Победил Кварк. 4 варианта распределения (см. решение)

Решение. Проанализируем утверждения:

Зенит - 2 или 3 место. Нова - 4 место. Кварк – 1 место. Пульсар – 4 место.

Отсюда либо Нова, либо Пульсар солгали, потому что в ином случае получим противоречие с тем, что Нова и Пульсар оба заняли 4-е место.

Значит первое место занял Кварк. Теперь посмотрим на распределение мест в турнирной таблице.

Соврал Нова

1 место	Кварк
2,3 место	Нова, Зенит
4 место	Пульсар

Соврал Пульсар

1 место	Кварк
2,3 место	Зенит, Пульсар
4 место	Нова

Критерии оценивания:

1. + 5 б. – участник понимает, что два утверждения (например, Бельчонка и Бобрёнка) противоречат друг другу, претендуя на последнее место. Сделан вывод, что один из них – лжец, а победитель – тот, кто сказал, что он первый
2. + 5 б. – правильно построено распределение мест для случая, когда лжец – первый претендент;
3. + 5 б. – правильно построено распределение мест для случая, когда лжец – второй претендент;

* если объяснения отсутствует, но в ответе приведены: имя победителя И оба варианта турнирной таблицы И записан вывод о неоднозначности распределения мест (все 4 варианта), то ставится 15 баллов.

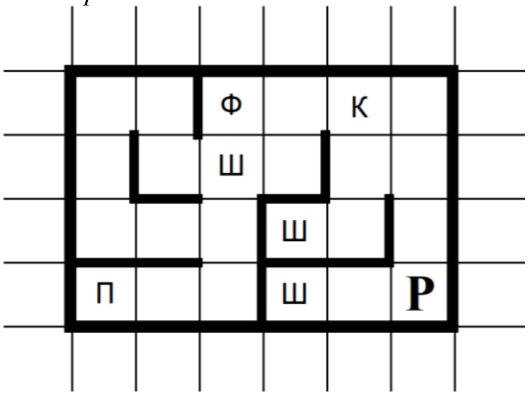
Задание 5 (25 баллов).

Робот-доставщик работает на складе одной логистической компании. Для написания программ для робота используются следующие команды:

Команда	Функционал
Вверх	Робот сдвигается на одну клетку вверх
Вправо	Робот сдвигается на одну клетку вправо
Вниз	Робот сдвигается на одну клетку вниз
Влево	Робот сдвигается на одну клетку влево
Отсканируй	Сканирует штрих-код в текущей клетке

Если перед Роботом в направлении его движения находится коробка, то он толкает ее перед собой в том же направлении. На складе есть стены. Через стены Робот проходить не может, также через стены он не может толкать коробку.

Напишите программу, которая позволит Роботу доставить коробку (буква К) на финиш (буква Ф), отсканировать все штрих-коды (отмечены буквой Ш), а также остановиться в конце на парковке (буква П).



Для получения максимального балла за это задание требуется написать как можно более короткий алгоритм. Длина алгоритма оценивается по числу использованных операторов. Например, программа:

Вправо

Отсканируй

Вправо

имеет длину 3.

Ответ/Решение.

Программа длины 26	Программа длины 24 (максимальный балл)
влево·2; отсканируй; вправо·2; вверх·3; влево·2; вправо; вниз·2; влево; отсканируй; вправо; вверх·2; влево; вниз; влево; отсканируй; вниз·2; влево·2;	влево·2; отсканируй; вправо·2; вверх·3; влево; вниз·2; влево; отсканируй; вправо; вверх·2; влево; вниз; влево; отсканируй; вниз·2; влево·2;

Критерии оценивания

1. 0 б. – программа не работает (робот врезается в стену, не доходит до цели, не собирает все коды)
2. 10 б. – программа работает, но содержит явно лишние шаги, “петли” или неоптимальную последовательность действий. Робот выполняет задачу, но неэффективно.
3. 15 б. – программа работает верно, но её длина превышает длину решения жюри на 4-5 команд.
4. 20 б. – программа работает верно и очень близка к оптимальной длине, но содержит 3-4 лишних команды.
5. 23 б. - в программе пропущена одна команда (отсканировать) после добавления которой программа будет работать полностью верно, и программа будет соответствовать п. 6.

6. 25 б. – программа работает верно, и её длина не превышает длину программы жюри.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

5 КЛАСС

Общие принципы оценивания:

- Полнота. Полный балл за задания 1-5 выставляются только при наличии верного ответа и логически верного, обоснованного решения/объяснения. Если ответ верный, а объяснения нет или они неверны, ставится 0 баллов.
- Арифметические ошибки. Если ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу, баллы снижаются вдвое (или до 1-2 баллов, в зависимости от этапа, на котором произошла ошибка).

Вариант 1

Задание 1 (20 баллов).

Четыре человека сидят напротив друг друга за круглым столом. У каждого игрока есть две карточки, на каждой из которых записана одна цифра от 0 до 9. Одна карточка находится справа от игрока, другая – слева. За один ход в каждой паре сидящих напротив происходит обмен: каждый выбирает одну из своих двух карточек (правую карточку он берет правой рукой, а левую – левой) и отдаёт её напарнику. После получения карточки, человек кладет её в ту же руку, из которой только что отдал свою карточку.

Перед тем, как сделать ход, игроки суммируют все значения со своих карточек, лежащих справа, и перемножают все значения со своих карточек, лежащих слева, и потом записывают эти два значения на листочек в центре стола.

Известно, что до первого хода сумма равнялась 4, а произведение 360.

Известно, что во время первого хода один человек из каждой пары отдал карточку с правой руки, а другой с левой. В итоге сумма после первого хода стала равна 9, а произведение 30.

Известно, что на втором ходу тот, кто отдавал правую карточку, отдал левую и наоборот. В итоге после этого хода сумма получилась равна 18, а произведение 1.

Определите и запишите в ответ сумму всех цифр, записанных на всех восьми карточках, участвующих в игре.

Ответ. 22

Решение.

Обозначим карточки, которые находятся в правых руках как r_1, r_2, r_3, r_4. Обозначим карточки, которые находятся в левых руках l_1, l_2, l_3, l_4.

Тогда до первого хода:

Нулевой ход	
l_1, l_2, l_3, l_4	r_1, r_2, r_3, r_4

Положим, что расположение за столом такое 1 напротив 3, а 2 напротив 4. Тогда после первого хода:

I случай

I ход	
r_1, l_2, r_3, l_4	l_1, r_2, l_3, r_4

II случай

I ход	
l_1, r_2, l_3, r_4	r_1, l_2, r_3, l_4

И после второго хода:

II ход	
r_1, r_2, r_3, r_4	l_1, l_2, l_3, l_4

Нам известны суммы с левой руки до первого хода и после второго хода, тогда можем составить следующие выражения:

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 4$$

$$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 18$$

Так как нам требуется найти сумму, то

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 4 + 18 = 22$$

Критерии оценивания

+ 5 б. – участник понимает, что карточки делятся на две неизменные группы: те, что в данный момент находятся в правых руках и в левых руках. Верно определено, что ходы просто обменивают карточки между группами, не меняя их набор.

+ 5 б. – участник верно описывает (таблицей, логически), как меняется состав групп R и L после первого и второго хода, учитывая условие “один из пары отдает с правой, другой с левой”

+ 5 б. – участник замечает ошибку в подсчете

+ 5 б. – на основе восстановленных данных верно найдена общая сумма всех восьми карточек

* Если участник не учел «лишнюю единицу», максимальная оценка – 10 б.

Задание 2 (18 баллов).

Организаторы загадали для участников очного этапа олимпиады натуральное число X. Известно, что:

- Сумма трёх чисел, следующих сразу за X, делится на 18.

- Число X четное.

- Произведение X·X делится на 15.

- Число X меньше 29.

Одно из утверждений неверно. Укажите неверное утверждение и назовите наименьшее число X, которое могли загадать организаторы.

Ответ. 4

Решение.

Запишем утверждения в виде формул:

1. $(X+1)+(X+2)+(X+3)$ делится на 18. Значит число $3X+6$ должно делиться на 18.
2. X четное, значит оно делится нацело на 2.
3. $X \cdot X$ делится на 15, значит само X делится на 15.
4. $X < 29$.

Предположим, что утверждение 3 неверно, тогда X не делится на 15 и $(X < 29)$ и X четное. Более, должно выполняться условие 1. Найдем все числа меньшие 29, которые удовлетворяют условию 1.

$$3(X+2) \text{ делится на } 18$$

Значит $X+2$ должно делиться на 6, отсюда следует X может равняться $4,10,16,24$. Заметим, что 4 не делится на 15, значит это число подходит.

Условие 3 неверно. Наименьшее число 4.

Критерии оценивания

+ 4 б. – все четыре утверждения верно переведены на математический язык (в виде условий на X)

+ 4 б. – участник понимает, что нужно последовательно предполагать каждое из утверждений ложными и проверять выполнимость остальных трех

+ 5 б. – для каждой гипотезы выполнен корректный перебор чисел или анализ приведший к нахождению подходящего кандидата или противоречия

+ 5 б. – верно определено, какое утверждение ложно, и найдено наименьшее подходящее число.

Задание 3 (22 балла).

Будем говорить, что утверждение принято, если среди двух человек, которые участвуют в голосовании, оба проголосовали, что утверждение принято. Если утверждение отклонено, то оно заменяется на противоположное и сразу же принимается. То есть, если отклонить выражение “На улице собачек больше, чем кошечек”, при том, что заранее известно, что количество собачек и кошечек на улице различно, то автоматически будет принято утверждение “На улице собачек меньше, чем кошечек”.

Никита, Роман, Алексей и Матвей рассматривали в галерее современного искусства новую картину известного художника. На картине были нарисованы крестики, нолики и кружочки. Известно, что их количество было различным.

Сначала ребята рассматривали картину по одному, а потом обсуждали её в парах. В результате голосования в парах были приняты следующие утверждения (учитывая, что отклоненное утверждение заменялось на противоположное):

1. Никита и Роман: Крестиков больше, чем ноликов.

2. Никита и Алексей: Крестиков было меньше всего.

3. Никита и Матвей: Кружочков было меньше ноликов.

4. Роман и Алексей: Ноликов было больше, чем крестиков.

Известно, что изначально все утверждения, вынесенные на голосование, соответствовали действительности, но из-за одного лжеца во всех голосованиях, где он участвовал, в итоге были приняты утверждения, которые не соответствовали действительности.

Определите, кто из ребят выступал всегда против, т.е. был лжецом, и напишите, как по возрастанию располагается количество крестиков, ноликов и кружочков, нарисованных на картине.

Ответ. Алексей, Кружочки $<$ Нолики $<$ Крестики

Решение.

Положим, что Никита был лжецом, тогда первые два истинных утверждения выглядят следующим образом: “Крестиков **меньше**, чем ноликов” и “Крестиков было **больше всего**”, получили явное противоречие.

Положим, что лжецом был Роман, тогда “Крестиков **меньше**, чем ноликов” и “Ноликов было **меньше**, чем крестиков”, получили противоречие.

Значит утверждение “Крестиков больше, чем ноликов” – верное. Значит утверждение 2 не может быть истинным. Так как мы проверили, что Никита не был лжецом из этой пары остается только Алексей.

Пусть Алексей был лжецом, тогда. “Крестиков было **больше** всего” и “Ноликов было **меньше**, чем крестиков” остальные утверждения без изменений. Составим неравенства по этим утверждениям (запишем в более компактном виде приняв сокращение по первым трем буквам):

$$\begin{cases} \text{Кре} > \text{Нол} \\ \begin{cases} \text{Кре} > \text{Нол} \\ \text{Кре} > \text{Кру} \end{cases} \\ \text{Кру} < \text{Нол} \\ \text{Нол} < \text{Кре} \end{cases}$$

$$\text{Кру} < \text{Нол} < \text{Кре}$$

Критерии оценивания

+ 5 б. – участник замечает, что утверждение 1 и 4 являются противоположными, и понимает, что участник, входящий в обе эти пары, не может быть лжецом

+ 7 б. – методом исключения (или подстановки) верно определен лжец (Алексей/Виктор/Леонид)

+ 5 б. – учитывая, что принятое утверждение – это результат голосования лжеца “против”, участник обращает утверждения с его участием, восстанавливая истинную картинку

+ 5 б. – на основе восстановленных утверждений построена верная цепочка

Дан верный ответ и было показано как он получен, но рассуждений о единственности не было – 10 баллов

Задание 4 (14 баллов).

Владислав прочитал в интернете статью об информационной безопасности. Он вычитал, что “безопасный” пароль должен состоять из одной любой заглавной буквы русского алфавита (в русском алфавите 33 буквы), которая должна стоять в самом начале пароля, следом может находиться не начинающееся с нуля число в двоичной системе счисления с максимальной длиной в 3 символа (т.е. например число 100 подходит, а число 1111 и 01 нет) или его может вообще не быть. А также в конце пароля обязательно должна стоять любая гласная буква, которая присутствует в имени человека, который составил данный пароль. Регистр этой буквы является существенным, при этом букву можно использовать в пароле в любом регистре, независимо от того, как она встречается в имени составителя. Например, Мария может использовать в качестве последней буквы 6 букв: аАиИяЯ.

Какое максимальное число таких “безопасных” паролей может составить Владислав?

Ответ. 1056

Решение.

Рассмотрим первую часть пароля (одна заглавная буква русского алфавита). Допустимые: все 33 буквы. Значит первая часть может быть составлена 33 способами.

Вторая часть пароля (двоичное число $\leq 111_2$ или его может не быть), всего таких чисел $1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 = 7$ и еще один случай когда число отсутствует итого 8 вариантов.

Третья часть пароля (гласная буква из имени с учетом регистра). Допустимые буквы: аАиИ. Всего 4 варианта.

$$33 \cdot 8 \cdot 4$$

Критерии оценивания

+ 4 б. – верно подсчитано количество вариантов для первой части с учетом всех ограничений

+ 4 б. – верно подсчитано количество вариантов для второй части (число в заданной системе счисления с учетом разрядности и отсутствия незначащих нулей, включая возможность отсутствия числа).

+ 4 б. - Верно подсчитано количество вариантов для третьей части (с учетом регистра, имени, фамилии)

+ 2 б. - Применено правило произведения, получен верный итоговый ответ (1056 / 4536 / 1584)

* Баллы суммируются поэтапно. Если участник ошибся на одном из этапов, баллы за этот этап не начисляются, но он может получить баллы за последующие, если верно применил правило произведения к своим (пусть и неверным) промежуточным результатам.

Задание 5 (26 баллов).

Алгоритм принимает на вход строку, состоящую из букв русского алфавита.

Если число гласных букв больше, чем число согласных, то буквы заменяются по следующему правилу:

А→Ч; О→Щ; Я→А

Если число согласных букв больше, чем число гласных, то буквы заменяются по следующему правилу:

Ч→К; Я→Г; О→З

В ином случае, то есть, когда число согласных и гласных совпадает, производится следующая замена:

Ь→А; Ы→Е; Ъ→К

При запуске алгоритма один из трех вариантов замен выбирается на основе количества гласных и согласных букв в исходной строке и не меняется, пока все замены не будут произведены. Правила применяются по порядку слева направо. Сначала выполняется самое левое правило, потом правило по центру, а далее правило справа. Если в пункте присутствуют правила вида Б→К; К→В и тому подобные, то мы выполняем замену Б→К, но для букв К, которые были получены из Б, далее в этом пункте замены не производятся.

Пример:

Слово: ЕАББ (*правила* Е→А; А→Й; Т→Т)

Слово, полученное после одного запуска по этим правилам: АЙББ

1. Можно ли с помощью двух запусков этого алгоритма получить слово БЕЛКА из слова, отличного от него самого же? Если это возможно, то приведите исходное слово. Если это невозможно, то объясните почему.

2. Придумайте аналогичные правила (или докажите, что этого сделать нельзя) для слова МАТЕМАТИКА, чтобы это слово после двух применений ваших правил преобразовывалось в слово ИНФОРМАТИК.

В каждом варианте должно быть ровно три правила замены, и в каждой замене слева и справа должна быть одна буква, то есть, например, не разрешается заменять две буквы на одну или наоборот.

Мягкий знак и твердый знак в русском языке не являются ни согласными, ни гласными буквами.

Ответ. БЕЛАЯ, Нет.

Решение.

А) Пойдем от обратного БЕЛКА это результат применения алгоритма два раза то есть $\mathrm{А}\big(\mathrm{А}(\mathrm{X})\big) = \text{БЕЛКА}$, значит существует некоторое слово Y такое, что $A(Y) = \text{БЕЛКА}$.

Предположим, что БЕЛКА была получена по первому варианту $(\text{гл.} > \text{согл.})$.

Применяем обратные правила: $\text{Ч} \to \text{А}; \text{Щ} \to \text{О}; \text{А} \to \text{Я}$

Получаем: БЕЛКЯ (2 гл. 3 согл.) – неверно.

Предположим, что был случай $(\text{согл.} > \text{гл.})$: $\text{К} \to \text{Ч}; \text{Г} \to \text{Я}; \text{З} \to \text{О}$

Получаем: БЕЛЧА $(2\ \text{гл.}\ 3\ \text{согл.})$ – подходит.

Теперь осталось получить слово X (искомое). Опять положим, что был выполнен первый вариант.

Получаем: БЕЛАЯ $(3\ \text{гл.}\ 2\ \text{согл.})$ – подходит.

$$\text{БЕЛАЯ} \to^{3\text{гл.}\ 2\text{согл.}} \text{БЕЛЧА} \to^{2\text{гл.}\ 3\text{согл.}} \text{БЕЛКА}$$

Заметим, что, когда мы рассматриваем правила в обратном порядке заменяемая буква, могла быть в исходном слове изначально. Поэтому в общем случае мы могли получить другое слово.

Б) Посмотрим на исходное слово “МАТЕМАТИКА”, буква А в этом слове встречается три раза. В слове “ИНФОРМАТИК” нет букв, которые встречаются три раза. В силу специфики правил замены:

$$\langle \text{Буква1} \rangle \to \langle \text{Буква2} \rangle$$

Мы не можем уменьшить количество исходных букв в слове, не убрав их из слова полностью. Более коротко: все, одинаковые буквы в слове на одном шаге изменяются одинаково.

Значит если в исходном слове на определенных позициях стоят одинаковые буквы, то после любого числа шагов на этих позициях будут стоять одинаковые буквы.

Критерии оценивания.

+ 4 б. – участник понимает, что нужно найти промежуточное слово

+ 8 б. – верно применены обратные правила для нахождения цепочки преобразований и найдено исходное слово (БЕЛАЯ/БАСОК/КИЛОМЕТР), удовлетворяющее условиям

+ 4 б. – участник понимает ключевую идею: одинаковые буквы в исходном слове после преобразований остаются одинаковыми

+ 5 б. - Проведен анализ исходного и целевого слов на предмет повторяющихся букв, выявлено противоречие (например, две буквы "К" в "КОШКА" должны были бы стать двумя одинаковыми буквами, но в "МЫШКА" все буквы разные).

+ 5 б. - Сделан четкий вывод о невозможности преобразования на основе инварианта. (Для случаев, где преобразование возможно — требуется привести корректную систему правил).

* верно найдено промежуточное слово и итоговое, но не даны объяснения ставится 4 балл

Вариант 2

Задание 1 (20 баллов).

Четыре человека сидят напротив друг друга за круглым столом. У каждого игрока есть две карточки, на каждой из которых записана одна цифра от 0 до 9. Одна карточка находится справа от игрока, другая – слева. За один ход в каждой паре сидящих напротив происходит обмен: каждый выбирает одну из своих двух карточек (правую карточку он берет правой рукой, а левую – левой) и отдаёт её напарнику. После получения карточки, человек кладет её в ту же руку, из которой только что отдал свою карточку.

Перед тем, как сделать ход, игроки суммируют все значения со своих карточек, лежащих справа, и перемножают все значения со своих карточек, лежащих слева, и потом записывают эти два значения на листочек в центре стола. Дополнительно известно, что при суммировании ребята всегда добавляют лишнюю единицу.

Известно, что до первого хода сумма равнялась 5, а произведение 360.

Известно, что во время первого хода один человек из каждой пары отдал карточку с правой руки, а другой с левой. В итоге сумма после первого хода стала равна 10, а произведение 30.

Известно, что на втором ходу тот, кто отдавал правую карточку, отдал левую и наоборот. В итоге после этого хода сумма получилась равна 19, а произведение 1.

Определите и запишите в ответ сумму всех цифр, записанных на всех восьми карточках, участвующих в игре.

Ответ. 22

Решение.

Обозначим карточки, которые находятся в правых руках как r_1, r_2, r_3, r_4. Обозначим карточки, которые находятся в левых руках l_1, l_2, l_3, l_4.

Тогда до первого хода:

Нулевой ход	
l_1, l_2, l_3, l_4	r_1, r_2, r_3, r_4

Положим, что расположение за столом такое 1 напротив 3, а 2 напротив 4. Тогда после первого хода:

I случай

I ход	
r_1, l_2, r_3, l_4	l_1, r_2, l_3, r_4

II случай

I ход	
l_1, r_2, l_3, r_4	r_1, l_2, r_3, l_4

И после второго хода:

II ход	
r_1, r_2, r_3, r_4	l_1, l_2, l_3, l_4

Нам известны суммы с левой руки до первого хода и после второго хода, тогда можем составить следующие выражения:

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 5 \text{ (значит настоящее значение 4)}$$

$$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 19 \text{ (значит настоящее значение 18)}$$

Так как нам требуется найти сумму, то

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 4 + 18 = 22$$

Критерии оценивания

+ 5 б. – участник понимает, что карточки делятся на две неизменные группы: те, что в данный момент находятся в правых руках и в левых руках. Верно определено, что ходы просто обменивают карточки между группами, не меняя их набор.

+ 5 б. – участник верно описывает (таблицей, логически), как меняется состав групп R и L после первого и второго хода, учитывая условие “один из пары отдает с правой, другой с левой”

+ 5 б. – участник замечает ошибку в подсчете

+ 5 б. – на основе восстановленных данных верно найдена общая сумма всех восьми карточек

* Если участник не учел «лишнюю единицу», максимальная оценка – 10 б.

Задание 2 (18 баллов).

Организаторы загадали для участников очного этапа олимпиады натуральное число Y. Известно, что:
- Сумма трёх чисел, следующих сразу за Y, делится на 10.
- Число Y простое.
- Произведение Y · Y делится на 7.
- Число Y меньше 40.

Одно из утверждений неверно. Укажите неверное утверждение и назовите наименьшее число Y, которое могли загадать организаторы.

Ответ. 7

Решение.

Запишем утверждения в виде формул:

1. $(Y+1)+(Y+2)+(Y+3)$ делится на 10. Значит число $3Y+6$ должно делиться на 10.
2. Y простое, значит оно может иметь только два делителя 1 и Y.
3. $Y \cdot Y$ делится на 7, значит само Y делится на 7.
4. $Y < 40$.

Предположим, что утверждение 3 неверно, тогда Y не делится на 7 и $(Y < 40)$ и Y простое число. Более, должно выполняться условие 1. Найдем все числа меньшие 40, которые удовлетворяют условию 1.

$$3(Y+2) \text{ делится на } 10$$

Значит $Y+2$ должно делиться на 10, отсюда следует Y может равняться $8{,}18{,}28{,}38$. Но мы предположили что 3-е условие неверно, значит утверждение, что Y – простое должно быть верным, но каждое из этих чисел не является простым. Значит утверждение 3 должно быть верным.

Отсюда, мы можем рассматривать только числа $7{,}14{,}21{,}28{,}35, \dots$. Заметим, что среди них нет чисел удовлетворяющих 1. Более если предположить, что где-то далее найдется такое число т.е. $Y \geq 40$, то получим противоречие с условием 2.

Отсюда заключаем, что условие 1 неверно. А число, которое удовлетворяет оставшимся условиям 7.

Критерии оценивания

+ 4 б. – все четыре утверждения верно переведены на математический язык (в виде условий на X)

+ 4 б. – участник понимает, что нужно последовательно предполагать каждое из утверждений ложными и проверять выполнимость остальных трех

+ 5 б. – для каждой гипотезы выполнен корректный перебор чисел или анализ приведший к нахождению подходящего кандидата или противоречия

+ 5 б. – верно определено, какое утверждение ложно, и найдено наименьшее подходящее число.

Задание 3 (22 баллов).

Будем говорить, что утверждение принято, если среди двух человек, которые участвуют в голосовании, оба проголосовали, что утверждение принято. Если утверждение отклонено, то оно заменяется на противоположное и сразу же принимается. То есть, если отклонить выражение “На улице собачек больше, чем кошечек”, при том, что заранее известно, что количество собачек и кошечек на улице различно, то автоматически будет принято утверждение “На улице собачек меньше, чем кошечек”.

На научной конференции четыре друга – Анна, Борис, Виктор и Дарья изучали данные эксперимента. В эксперименте измерялось количество трех типов частиц: Альфа, Бета и Гамма. Известно, что их количество было различным.

Друзья сначала изучали данные по одному, затем обсуждали в парах. В результате голосования в парах были приняты следующие утверждения (учитывая, что отклоненное утверждение заменялось на противоположное):

1. Анна и Борис: Частиц Альфа больше, чем частиц Бета.
2. Анна и Виктор: Частиц Альфа было меньше всего.
3. Анна и Дарья: Частиц Гамма было меньше, чем частиц Бета.
4. Борис и Виктор: Частиц Бета было больше, чем частиц Альфа.

Известно, что изначально все утверждения, вынесенные на голосование, соответствовали действительности, но из-за одного лжеца во всех голосованиях, где он участвовал, в итоге были приняты утверждения, которые не соответствовали действительности.

Определите, кто из ребят выступал всегда против, т.е. был лжецом, и напишите, как по возрастанию располагается количество частиц Альфа, Бета и Гамма по данным их эксперимента.

Ответ. Виктор, Гамма < Бета < Альфа

Решение.

Положим, что Анна была лжецом, тогда первые два истинных утверждения выглядят следующим образом: “Частиц Альфа **меньше**, чем частиц Бета” и “Частиц Альфа было **больше всего**”, получили явное противоречие.

Положим, что лжецом был Борис, тогда “Частиц Альфа **меньше**, чем частиц Бета” и “Частиц Бета было **меньше**, чем частиц Альфа”, получили противоречие.

Значит утверждение “Частиц Альфа больше, чем частиц Бета” – верное. Значит утверждение 2 не может быть истинным. Так как мы проверили, что Анна не была лжецом из этой пары остается только Виктор.

Пусть Виктор был лжецом, тогда. “Частиц Альфа было **больше** всего” и “Частиц Бета было **меньше**, чем частиц Альфа” остальные утверждения без изменений. Составим неравенства по этим утверждениям (запишем в более компактном виде приняв сокращение по первым трем буквам):

$$\begin{cases} \text{Аль} > \text{Бет} \\ \begin{cases} \text{Аль} > \text{Бет} \\ \text{Аль} > \text{Гам} \end{cases} \\ \text{Гам} < \text{Бет} \\ \text{Бет} < \text{Аль} \end{cases}$$

$$\text{Гам} < \text{Бет} < \text{Аль}$$

Критерии оценивания

+ 5 б. – участник замечает, что утверждение 1 и 4 являются противоположными, и понимает, что участник, входящий в обе эти пары, не может быть лжецом

+ 7 б. – методом исключения (или подстановки) верно определен лжец (Алексей/Виктор/Леонид)

+ 5 б. – учитывая, что принятое утверждение – это результат голосования лжеца “против”, участник обращает утверждения с его участием, восстанавливая истинную картинку

+ 5 б. – на основе восстановленных утверждений построена верная цепочка

Дан верный ответ и было показано как он получен, но рассуждений о единственности не было – 10 баллов

Задание 4 (14 баллов).

Анна-Мария прочитала научный журнал о криптографии. В нём говорилось, что “супернадежный” пароль должен начинаться с двух различных (без учета регистра, т.е. при выборе букв М и м считаются одинаковыми буквами) согласных букв русского алфавита, выбранных из набора букв, присутствующих в её собственном имени (рассматривается полное имя “Анна-Мария”, дефис игнорируется). При этом в пароле буквы могут быть использованы в обоих регистрах (прописные и строчные), независимо от того, в каком регистре эти буквы присутствуют в имени. В пароле прописные и строчные буквы считаются различными. После этих двух букв должно следовать натуральное число в восьмеричной системе счисления, состоящее не более чем из 2 цифр, без незначащих нулей (т.е., например число 10 или 51 подходят, а числа 0, или 111, или 01 нет). В конце пароля должна стоять ровно одна из букв, которые встречаются и в её имени, и в её фамилии (известно, что фамилия Анны-Марии – “Иванова”), причем эта буква должна быть записана в том же регистре, в котором она впервые появляется в полном имени “Анна-Мария” при чтении слева направо. Например, в данном случае в пароле буква А может использоваться только в верхнем регистре.

Какое максимальное количество различных “супернадежных” паролей может создать Анна-Мария Иванова?

Ответ. 4536

Решение. Рассмотрим первую часть пароля (две различные согласные буквы). Допустимые согласные буквы: нНмМрР. Значит первая часть может быть составлена $6 \cdot 4$ способами, получаем 24 варианта.

Вторая часть пароля (восьмеричное число $\leq 77_8$), всего таких чисел $7 \cdot 8 + 7$ итого 63 варианта.

Третья часть пароля. Найдем буквы, которые есть и в имени, и в фамилии: и, н, А. Всего 3 варианта.

Итого получаем:

$$24 \cdot 63 \cdot 3 = 4536$$

Критерии оценивания

+ 4 б. – верно подсчитано количество вариантов для первой части с учетом всех ограничений

+ 4 б. – верно подсчитано количество вариантов для второй части (число в заданной системе счисления с учетом разрядности и отсутствия незначащих нулей, включая возможность отсутствия числа).

+ 4 б. - Верно подсчитано количество вариантов для третьей части (с учетом регистра, имени, фамилии)

+ 2 б. - Применено правило произведения, получен верный итоговый ответ (1056 / 4536 / 1584)

* Баллы суммируются поэтапно. Если участник ошибся на одном из этапов, баллы за этот этап не начисляются, но он может получить баллы за последующие, если верно применил правило произведения к своим (пусть и неверным) промежуточным результатам.

Задание 5 (26 баллов).

Алгоритм принимает на вход строку, состоящую из букв русского алфавита.
Если число гласных букв больше, чем число согласных, то буквы заменяются по следующему правилу:

Е → И; С → Р; А → Г

Если число согласных букв больше, чем число гласных, то буквы заменяются по следующему правилу:

Б → П; А → И; К → А

В ином случае, то есть, когда число согласных и гласных совпадает, производится следующая замена:

Ь → А; Ы → Е; Ъ → К

При запуске алгоритма один из трех вариантов замен выбирается на основе количества гласных и согласных букв в исходной строке и не меняется, пока все замены не будут произведены. Правила применяются по порядку слева направо. Сначала выполняется самое левое правило, потом правило по центру, а далее правило справа. Если в пункте присутствуют правила вида Б → К; К → В и тому подобные, то мы выполняем замену Б → К, но для букв К, которые были получены из Б, далее в этом пункте замены не производятся.
Пример:
Слово: ЕАББ (правила Е → А; А → Й; Т → Т*)*
Слово, полученное после одного запуска по этим правилам: АЙББ

1. Можно ли с помощью двух запусков этого алгоритма получить слово ПИРОГ из слова, отличного от него самого же? Если это возможно, то приведите исходное слово. Если это невозможно, то объясните почему.
2. Придумайте аналогичные правила (или докажите, что этого сделать нельзя) для слова КОШКА, чтобы это слово после двух применений ваших правил преобразовывалось в слово МЫШКА.

В каждом варианте должно быть ровно три правила замены, и в каждой замене слева и справа должна быть одна буква, то есть, например, не разрешается заменять две буквы на одну или наоборот.

Мягкий знак и твердый знак в русском языке не являются ни согласными, ни гласными буквами.

Ответ. БАСОК, Нет.

Решение.

А) Пойдем от обратного ПИРОГ это результат применения алгоритма два раза то есть $\mathrm{A}\big(\mathrm{A}(\mathrm{X})\big) = \text{ПИРОГ}$, значит существует некоторое слово Y такое, что $A(Y) = \text{ПИРОГ}$.

Пусть слово было получено по правилам из первого пункта $(\text{гл.} > \text{согл.})$. Применим обратные правила так что бы было выполнено условие гласных больше согласных: $\text{И} \to \text{Е}; \text{Р} \to \text{С}; \text{Г} \to \text{А}$

Получаем: $\text{ПИСОА}\ (3\ \text{гл.}\ 2\ \text{согл.})$ – подходит.

Попробуем применить правила из второго пункта $(\text{согл.} > \text{гл.})$: $\text{П} \to \text{Б}; \text{И} \to \text{А};\ \text{А} \to \text{К}$

Получаем: $\text{БАСОК}\ (2\ \text{гл.}\ 3\ \text{согл.})$ – подходит.

$$\text{БАСОК} \to^{\text{2гл.3согл.}} \text{ПИСОА} \to^{\text{3гл.2согл.}} \text{ПИРОГ}$$

Заметим, что, когда мы рассматриваем правила в обратном порядке заменяемая буква, могла быть в исходном слове изначально. Поэтому в общем случае мы могли получить другое слово.

Б) Посмотрим на исходное слово “КОШКА”, буква К в этом слове встречается два раза. В слове “МЫШКА” нет букв, которые встречаются два раза. Причем, в силу специфики правил замены:

$$\langle\text{Буква1}\rangle \to \langle\text{Буква2}\rangle$$

Мы не можем уменьшить количество исходных букв в слове, не убрав их из слова полностью.

Более коротко: все, одинаковые буквы в слове на одном шаге изменяются одинаково.

Итого: если в исходном слове на определенных позициях стоят одинаковые буквы, то после любого числа шагов на этих позициях будут стоять опять одинаковые буквы.

Критерии оценивания.

+ 4 б. – участник понимает, что нужно найти промежуточное слово

+ 8 б. – верно применены обратные правила для нахождения цепочки преобразований и найдено исходное слово (БЕЛАЯ/БАСОК/КИЛОМЕТР), удовлетворяющее условиям

+ 4 б. – участник понимает ключевую идею: одинаковые буквы в исходном слове после преобразований остаются одинаковыми

+ 5 б. - Проведен анализ исходного и целевого слов на предмет повторяющихся букв, выявлено противоречие (например, две буквы "К" в "КОШКА" должны были бы стать двумя одинаковыми буквами, но в "МЫШКА" все буквы разные).

+ 5 б. - Сделан четкий вывод о невозможности преобразования на основе инварианта. (Для случаев, где преобразование возможно — требуется привести корректную систему правил).

* верно найдено промежуточное слово и итоговое, но не даны объяснения ставится 4 балл

Вариант 3

Задание 1 (20 баллов).

Четыре человека сидят напротив друг друга за круглым столом. У каждого игрока есть две карточки, на каждой из которых записана одна цифра от 0 до 9. Одна карточка находится справа от игрока, другая – слева. За один ход в каждой паре сидящих напротив происходит обмен: каждый выбирает одну из своих двух карточек (правую карточку он берет правой рукой, а левую – левой) и отдаёт её напарнику. После получения карточки, человек кладет её в ту же руку, из которой только что отдал свою карточку.

Перед тем, как сделать ход, игроки суммируют все значения со своих карточек, лежащих справа, и перемножают все значения со своих карточек, лежащих слева, и потом записывают эти два значения на листочек в центре стола. Известно, что до первого и после первого хода, сумма была посчитана неверно, а именно при суммировании была добавлена лишняя единица.

Известно, что до первого хода сумма равнялась 5, а произведение 360.

Известно, что во время первого хода один человек из каждой пары отдал карточку с правой руки, а другой с левой. В итоге сумма после первого хода стала равна 10, а произведение 30.

Известно, что на втором ходу тот, кто отдавал правую карточку, отдал левую и наоборот. В итоге после этого хода сумма получилась равна 18, а произведение 1.

Определите и запишите в ответ сумму всех цифр, записанных на всех восьми карточках, участвующих в игре.

Ответ. 22

Решение.

Обозначим карточки, которые находятся в правых руках как r_1, r_2, r_3, r_4.
Обозначим карточки, которые находятся в левых руках l_1, l_2, l_3, l_4.

Тогда до первого хода:

Нулевой ход	
l_1, l_2, l_3, l_4	r_1, r_2, r_3, r_4

Положим, что расположение за столом такое 1 напротив 3, а 2 напротив 4.
Тогда после первого хода:

I случай

I ход	
r_1, l_2, r_3, l_4	l_1, r_2, l_3, r_4

II случай

I ход	
l_1, r_2, l_3, r_4	r_1, l_2, r_3, l_4

И после второго хода:

II ход	
r_1, r_2, r_3, r_4	l_1, l_2, l_3, l_4

Нам известны суммы с левой руки до первого хода и после второго хода, тогда можем составить следующие выражения:

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 5 \text{ (значит настоящее значение 4)}$$

$$l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 18 \text{ (уже верное значение)}$$

Так как нам требуется найти сумму, то

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 4 + 18 = 22$$

Критерии оценивания

+ 5 б. – участник понимает, что карточки делятся на две неизменные группы: те, что в данный момент находятся в правых руках и в левых руках. Верно определено, что ходы просто обменивают карточки между группами, не меняя их набор.

+ 5 б. – участник верно описывает (таблицей, логически), как меняется состав групп R и L после первого и второго хода, учитывая условие “один из пары отдает с правой, другой с левой”

+ 5 б. – участник замечает ошибку в подсчете

+ 5 б. – на основе восстановленных данных верно найдена общая сумма всех восьми карточек

* Если участник не учел «лишнюю единицу», максимальная оценка – 10 б.

Задание 2 (18 баллов).

Организаторы загадали для участников очного этапа олимпиады натуральное число X. Известно, что:

- Сумма трёх чисел, следующих сразу за X, делится на 12.
- Число X четное.
- Произведение X · X делится на 28.
- Число X меньше 20.

Одно из утверждений неверно. Укажите неверное утверждение и назовите наименьшее число X, которое могли загадать организаторы.

Ответ. 2

Решение.

Запишем утверждения в виде формул:

1. $(X+1)+(X+2)+(X+3)$ делится на 12. Значит число $3X+6$ должно делиться на 12.
2. X четное, значит оно делится на 2.
3. $X \cdot X$ делится на 28, значит само X делится на 14.
4. $X < 20$.

Предположим, что утверждение 3 неверно, тогда X не делится на 14 и $(X < 20)$ и X четное число. Более, должно выполняться условие 1. Найдем все числа меньшие 20, которые удовлетворяют условию 1.

$$3(X+2) \text{ делится на } 12$$

Значит $X+2$ должно делиться на 4, отсюда следует X может равняться $2,6,10,14,18$. Отсюда в силу того, что мы положили 3 неверным получаем, что число 2 подходит (не делится на 14) оно же является минимальным.

Критерии оценивания

+ 4 б. – все четыре утверждения верно переведены на математический язык (в виде условий на X)

+ 4 б. – участник понимает, что нужно последовательно предполагать каждое из утверждений ложными и проверять выполнимость остальных трех

+ 5 б. – для каждой гипотезы выполнен корректный перебор чисел или анализ приведший к нахождению подходящего кандидата или противоречия

+ 5 б. – верно определено, какое утверждение ложно, и найдено наименьшее подходящее число.

Задание 3 (22 балла).

Будем говорить, что утверждение принято, если среди двух человек, которые участвуют в голосовании, оба проголосовали, что утверждение принято. Если утверждение отклонено, то оно заменяется на противоположное и сразу же принимается. То есть, если отклонить выражение “На улице собачек больше, чем кошечек”, при том, что заранее известно, что количество собачек и кошечек на улице различно, то автоматически будет принято утверждение “На улице собачек меньше, чем кошечек”.

На совете аналитической компании четыре аналитика – Игорь, Кирилл, Леонид и Михаил анализировали статистику упоминаний трех команд: “Волки”, “Медведи” и “Орлы”.

Аналитики для начала изучали данные по одному, затем обсуждали в парах. В результате голосования в парах были приняты следующие утверждения (учитывая, что отклоненное утверждение заменялось на противоположное):

1. Игорь и Кирилл: Волков больше, чем Медведей.
2. Игорь и Леонид: Волков меньше всего.
3. Игорь и Михаил: Орлов было меньше, чем Медведей.
4. Кирилл и Леонид: Медведей было больше, чем Волков.

Известно, что изначально все утверждения, вынесенные на голосование, соответствовали действительности, но из-за одного лжеца во всех голосованиях, где он участвовал, в итоге были приняты утверждения, которые не соответствовали действительности.

Определите, кто из аналитиков выступал всегда против, т.е. был лжецом, и напишите, как по возрастанию располагается количество упоминаний команд “Волки”, “Медведи”, “Орлы”.

Ответ. Леонид, Орлы $<$ Медведи $<$ Волки

Решение.

Положим, что Игорь был лжецом, тогда первые два истинных утверждения выглядят следующим образом: “Волков **меньше**, чем частиц Медведей” и “Волков было **больше всего**”, получили явное противоречие.

Положим, что лжецом был Кирилл, тогда “Волков **меньше**, чем Медведей” и “Медведей было **меньше**, чем Волков”, получили противоречие.

Значит утверждение “Волков больше, чем Медведей” – верное. Значит утверждение 2 не может быть истинным. Так как мы проверили, что Игорь не была лжецом из этой пары остается только Леонид.

Пусть Леонид был лжецом, тогда. “Волков было **больше** всего” и “Медведей было **меньше**, чем Волков” остальные утверждения без изменений. Составим неравенства по этим утверждениям (запишем в более компактном виде приняв сокращение по первым трем буквам):

$$\begin{cases} \text{Вол} > \text{Мед} \\ \begin{cases} \text{Вол} > \text{Мед} \\ \text{Вол} > \text{Орл} \end{cases} \\ \text{Орл} < \text{Мед} \\ \text{Мед} < \text{Вол} \end{cases}$$

$$\text{Орл} < \text{Мед} < \text{Вол}$$

Критерии оценивания

+ 5 б. – участник замечает, что утверждение 1 и 4 являются противоположными, и понимает, что участник, входящий в обе эти пары, не может быть лжецом

+ 7 б. – методом исключения (или подстановки) верно определен лжец (Алексей/Виктор/Леонид)

+ 5 б. – учитывая, что принятое утверждение – это результат голосования лжеца “против”, участник обращает утверждения с его участием, восстанавливая истинную картинку

+ 5 б. – на основе восстановленных утверждений построена верная цепочка

Дан верный ответ и было показано как он получен, но рассуждений о единственности не было – 10 баллов

Задание 4 (14 баллов).

Иннокентий Иванов прочитал в интернете статью об информационной безопасности. Он вычитал, что “Опасный” пароль должен состоять из одной заглавной буквы русского алфавита (всего в русском алфавите 33 буквы), которая должна идти в самом начале, следом должно находиться не начинающееся с нуля число в двоичной системе счисления с максимальной длиной в 3 символа (т.е. например число 100 подходит, а число 1111 и 01 нет) или его может вообще не быть. А также в конце пароля обязательно должна стоять любая гласная буква, которая используется в имени человека, который составил данный пароль. Регистр буквы является существенным, при этом букву можно использовать в пароле в любом регистре, независимо от того, как она встречается в имени составителя. Например, Максим может использовать в качестве последней 4 буквы: аАиИ.

Какое максимальное число таких “Опасных” паролей может составить Иннокентий?

Ответ. 1584

Решение.

Рассмотрим первую часть пароля (заглавная буква русского алфавита): 33 варианта.

Вторая часть пароля (двоичное число число $\leq 111_2$), всего таких чисел $1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1$ и еще один вариант когда числа нет. Итого 8 вариантов.

Третья часть пароля. Допустимые буквы: иИоОеЕ. Всего 6 вариантов.

Получаем $33 \cdot 8 \cdot 6 = 1584$ варианта.

Критерии оценивания

+ 4 б. – верно подсчитано количество вариантов для первой части с учетом всех ограничений

+ 4 б. – верно подсчитано количество вариантов для второй части (число в заданной системе счисления с учетом разрядности и отсутствия незначащих нулей, включая возможность отсутствия числа).

+ 4 б. - Верно подсчитано количество вариантов для третьей части (с учетом регистра, имени, фамилии)

+ 2 б. - Применено правило произведения, получен верный итоговый ответ (1056 / 4536 / 1584)

* Баллы суммируются поэтапно. Если участник ошибся на одном из этапов, баллы за этот этап не начисляются, но он может получить баллы за последующие, если верно применил правило произведения к своим (пусть и неверным) промежуточным результатам.

Задание 5 (26 баллов).

Алгоритм принимает на вход строку, состоящую из букв русского алфавита.
Если число гласных букв больше, чем число согласных, то буквы заменяются по следующему правилу:

А→Б; О→Е; К→Ч

Если число согласных букв больше, чем число гласных, то буквы заменяются по следующему правилу:

М→Б; Р→Т; Т→А

В ином случае, то есть, когда число согласных и гласных совпадает, производится следующая замена:

Е→А; А→Й; Т→Т

При запуске алгоритма один из трех вариантов замен выбирается на основе количества гласных и согласных букв в исходной строке и не меняется, пока все замены не будут произведены. Правила применяются по порядку слева направо. Сначала выполняется самое левое правило, потом правило по центру, а далее правило справа. Если в пункте присутствуют правила вида Б→К; К→В и тому подобные, то мы выполняем замену Б→К, но для букв К, которые были получены из Б, далее в этом пункте замены не производятся.

Пример:

*Слово: ЕАББ (*2гл.2 согл.*, значит применяем* Е→А; А→Й; Т→Т*)*

Слово, полученное после одного запуска алгоритма: АЙББ

1. Можно ли с помощью двух запусков этого алгоритма получить слово КИЛОБАЙТ из слова отличного от него самого же? Если это возможно, то приведите исходное слово. Если это невозможно, то объясните почему.

2. Придумайте аналогичные правила (или докажите, что этого сделать нельзя) для слова ПРИНТЕР, чтобы это слово после двух применений ваших правил преобразовывалось в слово АДАПТЕР.

В каждом варианте должно быть ровно три правила замены, и в каждой замене слева и справа должна быть одна буква, то есть, например, не разрешается заменять две буквы на одну или наоборот.

Мягкий знак и твердый знак в русском языке не являются ни согласными, ни гласными буквами.

Ответ. КИЛОМЕТР, нет.

Решение.

А) Пойдем от обратного КИЛОБАЙТ это результат применения алгоритма два раза то есть $\text{А}\big(\text{А}(\text{X})\big) = \text{КИЛОБАЙТ}$, значит существует некоторое слово Y такое, что $A(Y) = \text{КИЛОБАЙТ}$.

Пусть слово было получено по правилам из пункта 3. Т.е. изначально согласных и гласных было поровну. Применим обратные правила так что бы было выполнено условие на равенство: $\text{А} \to \text{Е}; \text{Й} \to \text{А}; \text{Т} \to \text{Т}$

Получаем: $\text{КИЛОБЕАТ (4 гл. 4 согл.)}$ – подходит.

Далее мы опять полагаем, что было применено правила из второго пункта :$\text{Б} \to \text{М}; \text{Т} \to \text{Р}; \text{А} \to \text{Т}$.

Получаем: $\text{КИЛОМЕТР (3 гл. 5 согл.)}$ – подходит.

$$\text{КИЛОМЕТР} \to^{\text{3 гл. 5 согл.}} \text{КИЛОБЕАТ} \to^{\text{4 гл. 4 согл.}} \text{КИЛОБАЙТ}$$

Заметим, что когда мы рассматриваем правила в обратном порядке заменяемая буква, могла быть в исходном слове изначально. Поэтому в общем случае мы могли получить другое слово.

Б) Посмотрим на исходное слово “ПРИНТЕР”, буква Р в этом слове встречается два раза. В слове “АДАПТЕР” нет букв, которые встречаются два раза на тех же позициях, что и Р п слове ПРИНТЕР.

В силу специфики правил замены:

$$\langle \text{Буква1} \rangle \rightarrow \langle \text{Буква2} \rangle$$

Мы не можем уменьшить количество исходных букв в слове, не убрав их из слова полностью.

Более коротко: все, одинаковые буквы в слове на одном шаге изменяются одинаково. Значит мы не можем переставить местами буквы на разных позициях так чтобы не увеличить число одинаковых букв в слове.

Критерии оценивания.

+ 4 б. – участник понимает, что нужно найти промежуточное слово

+ 8 б. – верно применены обратные правила для нахождения цепочки преобразований и найдено исходное слово (БЕЛАЯ/БАСОК/КИЛОМЕТР), удовлетворяющее условиям

+ 4 б. – участник понимает ключевую идею: одинаковые буквы в исходном слове после преобразований остаются одинаковыми

+ 5 б. - Проведен анализ исходного и целевого слов на предмет повторяющихся букв, выявлено противоречие (например, две буквы "К" в "КОШКА" должны были бы стать двумя одинаковыми буквами, но в "МЫШКА" все буквы разные).

+ 5 б. - Сделан четкий вывод о невозможности преобразования на основе инварианта. (Для случаев, где преобразование возможно — требуется привести корректную систему правил).

* верно найдено промежуточное слово и итоговое, но не даны объяснения ставится 4 балл

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

6 КЛАСС

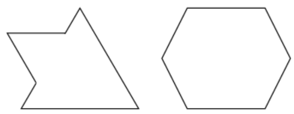
Общие принципы оценивания:

- Полнота. Полный балл за задания 1-6 начисляются только при наличии верного ответа и логически верного, обоснованного решения/объяснения. Если ответ верный, а объяснения нет или они неверны, ставится 0 баллов.
- Арифметические ошибки. Если ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу, баллы снижаются вдвое (или до 1-2 баллов, в зависимости от этапа, на котором произошла ошибка).

1 вариант

Задание 1 (10 баллов). На столе находится 3 карточки, на которых изображены шестиугольники, 2 карточки с семиугольниками и 4 карточки с треугольниками. Карточки с фигурами, имеющими равное количество сторон, считаем неразличимыми.

Например, следующие две карточки считаем неразличимыми:



Сколько существует последовательностей длины 4, составленных из данных карточек (напомним, карточки с многоугольниками одного вида неразличимы), таких, что сумма количества углов фигур в этой последовательности четна?

Ответ. 35

Решение.

Рассмотрим карточки по свойству четности.

Карточка	Кол-во карточек	Число углов
6-и угольник	3	Четное
7-и угольник	2	Нечетное
треугольник	4	Нечетное

Рассмотрим какие могут быть по четности рассматриваемые позиции, чтобы сумма была четной.

1. Чет Чет Чет Чет – четная сумма
2. Чет Чет Чет Нечет – нечетная сумма
3. Чет Чет Нечет Нечет – четная сумма
4. Чет Нечет Нечет Нечет – нечетная сумма
5. Нечет Нечет Нечет Нечет – четная сумма

Нам подходят варианты 1,3,5. Но четных карточек у нас всего три. Поэтому рассматриваем только варианты 3 и 5.

Рассмотрим вариант с двумя нечетными числами: всего таких вариантов 6 (ННЧЧ,НЧНЧ,НЧЧН,ЧННЧ,ЧНЧН,ЧЧНН). Четная карточка у нас одна, поэтому общее число вариантов можно вычислить как:

Кол-во различных пар карточек 7 и 3: (7,3),(3,7),(7,7),(3,3) умноженное на кол-во вариантов с двумя нечетными числами.

$$4 \cdot 6 = 24$$

Теперь рассмотрим вариант с 4-я нечетными карточками. Здесь для простоты можно рассмотреть что изначально все позиции заняты треугольниками: ТТТТ. Далее мы добавляем один 7-и угольник и рассматриваем все варианты с ним, таких будет 4. И наконец добавим еще один 7-и угольник, тогда получится 6 вариантов.

$$6 + 4 + 1 = 11$$

Критерии оценивания

1. + 2 б. - верно определены четности числа углов для каждого типа карточек (6-угольник – чет, 7 – угольник и треугольник - нечет).
2. + 3 б. – верно выделены случаи расположения четны/нечетных карточек в последовательности длины 4, при которых сумма четна. Учтено, что четных карточек всего 3, поэтому случай “4 четных” невозможен.
3. + 3 б. – верно подсчитано количество способов выбрать нечетные карточки – 4 варианта, и количество способов разместить их по позициям (6 способов). Получено 24.
4. + 2 б. – верно подсчитано количество способов выбрать все 4 нечетные карточки – 11 способов.

Задание 2 (10 баллов). В прошлом году Никита разрабатывал свою собственную запись числа. Им была предложена система с числами Фибоначчи. В ответ на это Виктория начала разрабатывать свою систему записи, в основе которой лежали факториалы:

$$(\ldots x_5 x_4 x_3 x_2 x_1)_F = (\ldots + 5! \cdot x_5 + 4! \cdot x_4 + 3! \cdot x_3 + 2! \cdot x_2 + 1! \cdot x_1)_{10}$$

Здесь нижний индекс F обозначает форму записи Виктории. Нижний индекс *10* обозначает десятичную систему счисления. $x_1, \ldots, x_5, \ldots$ некоторые цифры от 0 до 9.

Напомним, что факториал числа N это произведение всех чисел от 1 *до N включительно. Например,* $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

Например, $100_F = 6_{10}$. Незначащие нули удаляются.

А) Все ли числа от 1_{10} до 100_{10} можно представить в системе счисления Виктории?

Б) Все ли четные числа и факториалы натуральных чисел имеют однозначное представление в форме записи Виктории? Если нет, то какие числа имеют не однозначное представление? Достаточно одного примера.

В) Изменится ли ответ в пунктах А и Б, если допустить, что $x_1, \dots, x_5, \dots$ могут быть только факториалами натуральных чисел, то есть должно существовать число k, такое что $x_i = k!$, при этом $x_i < 10$?

Ответ. (см. решение.)

Решение.

А) Да. Для этого получим 10,20,30,…,90,100, без использования x_1.

$$10 = 6 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \ (x_3 = 1; x_2 = 2)$$

$$20 = 6 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \ (x_3 = 3; x_2 = 1)$$

$$30 = 6 \cdot 5 \ (x_3 = 5)$$

$$40 = 6 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \ (x_3 = 5; x_2 = 5)$$

$$50 = 24 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \ (x_4 = 2; x_2 = 1)$$

$$60 = 24 \cdot 2 + 6 \cdot 2$$

$$70 = 24 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 5$$

$$80 = 24 \cdot 3 + 2 \cdot 4$$

$$90 = 24 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 3$$

$$100 = 24 \cdot 4 + 2 \cdot 2$$

Б) Из пункта А можно было легко заметить, что, например $2 = 2! = 1! \cdot 2$.

В) Это означает, что x могут принимать значения $1! = 1, 2! = 2, 3! = 6$, т.е. быть равными 1,2,6.

Рассмотрим например число 23, так как оно нечетное, то $x_1 = 1$, значит

$$2 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 = 22$$

Теперь легко проверить, что 23 непредставимо в данной системе счисления.

Критерии оценивания

1. + 2 б. – используются комбинации факториалов с коэффициентами 0-9
2. + 6 б. - представлены конкретные примеры представления всех "круглых" чисел (10,20,...,100) или доказано, что числа от 1 до 100 представимы (например, через представление каждого разряда). Для варианта 2 (с переставленными факториалами) требуется более изобретательный подход, что учитывается при проверке.
3. + 5 б. – приведен конкретный пример числа, имеющего два различных представления (например, число 2 = 2! = 1!·2)
4. + 3 б. – понято, что теперь цифры могут быть только 1,2 или 6.

+ 3 б. - приведен пример числа, которое нельзя представить в новой системе, или доказательство, что представление не всегда возможно.

Задание 3 (25 баллов). Назовем заменой подстроки1 на подстроку2 правило вида:

$$\langle \text{ПОДСТРОКА1} \rangle \to \langle \text{ПОДСТРОКА2} \rangle,$$

которое в произвольной строке заменяет каждое вхождение $\langle \text{ПОДСТРОКА1} \rangle$ на $\langle \text{ПОДСТРОКА2} \rangle$.

Пример 1:	Пример 2:
Замена: ЕЙ → АНДР; Исходная строка: АЛЕКСЕЙ; Результат: АЛЕКСАНДР;	Замена: ЛИ → А; Исходная строка: ЛИЛИЯ; Результат: ААЯ;

Замену будем называть тривиальной, если $\langle \text{ПОДСТРОКА1} \rangle$ это полностью исходная строка. Например, для КОТ тривиальной является замена типа: КОТ → СОБАКА и другие вида КОТ → $\langle \text{ЛЮБОЕ СЛОВО} \rangle$.

Будем считать, что **Вес замены** измеряется как длина части $\langle \text{ПОДСТРОКА1} \rangle$. Например, замена ЛИ → А имеет вес 2.

Мы будем рассматривать программы, составленные из этих замен. Введем понятие **Размера программы**, который вычисляется следующим образом:

$$\text{Размер программы} = (\text{Вес программы} + 1) * \text{ЧислоКоманд}$$

Здесь **Вес программы** — это целая часть от среднего арифметического весов замены всех команд в программе, то есть среднего числа букв, используемых в левых частях замен в программе.

Каждая замена в программе должна быть пронумерована, от этого будет зависеть порядок выполнения замен. Например, для входной строки ВГВГ и двух ниже приведенных программ результат будет разный.

Программа 1:
1. ВГ → ГВ
2. ГВ → ВД

После выполнения первой замены строка изменится на ГВГВ, после второй – на ВДВД. Результат выполнения программы: ВДВД.

Программа 2:
1. ГВ → ВД
2. ВГ → ГВ

После выполнения первой замены строка изменится на ВВДГ, после второй – на ВВДГ (не изменится). Результат выполнения программы: ВВДГ.

Заметим, что в обоих приведенных примерах Вес программы равняется 2 (так как имеется две замены, вес каждой равен двум, то вес программы вычисляется по формуле $\frac{2+2}{2} = 2$). А Размер программы в обоих случаях равен 6 (вычисляется по формуле, приведенной выше $(2 + 1) \cdot 2$).

Придумайте замены и программу, состоящую из них, которая слово БЕЛКА преобразует в слово ИНФОРМАТИКА. При этом Размер программы должен быть как можно меньше. Докажите, что меньшего размера программы добиться не удастся. При написании программы запрещается использовать тривиальные замены для слова БЕЛКА.

Ответ. 1. БЕ → ИНФОРМ; 2. Л → АТИ.

Решение.

В слове БЕЛКА и ИНФОРМАТИКА совпадает часть КА, то есть мы должны преобразовать БЕЛ в ИНФОРМАТИ.

Тогда формула для размера будет такая

$$\left(\left\lfloor\frac{\text{Число букв в левых частях}}{N}\right\rfloor + 1\right)N,$$

где N – число команд.

Заметим, раз нам нужно заменить БЕЛ на ИНФОРМАТИ, то минимальное число букв которое потребуется для этого это 3. Так как нам нужно минимизировать размер программы, то берем 3.

Тогда $N\left\lfloor\frac{3}{N}\right\rfloor + N$ итоговая формула. Причем максимальное число команд на самом деле равняется 3. В формуле все N от 1 до 3 и найти минимальное значение.

$$N = 1\colon 1\left\lfloor\frac{3}{1}\right\rfloor + 1 = 4;\ N = 2\colon 2\left\lfloor\frac{3}{2}\right\rfloor + 2 = 4\ ;\ N = 3\colon 3\left\lfloor\frac{3}{3}\right\rfloor + 3 = 6$$

Отсюда получаем, что минимальный размер программы 4. И нам достаточно привести любой пример программы:

Пример программы: 1. БЕ → ИНФОРМ; 2. Л → АТИ.

Критерии оценивания

1. + 4 б. – определена часть слова, которую нужно преобразовать (например, "ФРУК" → "БАН" в варианте 3, "БЕЛЬЧ" → "МЫШ" в варианте 2), и понята формула размера программы.
2. + 8 б. – проведен разбор формулы размера для различных N. Верно найдено минимальное значение.
3. + 7 б. – приведен пример программы, достигающей найденного минимального размера с учетом того, что п1 и п2 выполнены не менее чем на 75%
4. + 6 б. – объяснено, почему нельзя получить размер меньше (например, из-за целочисленного деления в формуле или ограничений на длину левых частей).

Задание 4 (16 баллов). Мишка, Бельчонок, Зайчик, Волчонок и Совенок собрались построить небольшую лодку, чтобы поплавать по лесной речке. Для этого
им нужно было распределить роли. Всего ролей было 5: Конструктор, Плотник, Столяр, Слесарь и Маляр.

Одним из основных инструментов Конструктора является рейсшина, у Плотника это ножовка, у Столяра лобзик, у Слесаря напильник и у Маляра кисти. Плотник и Столяр в своей работе должны использовать рубанок.

Сколько всего существует распределений ролей, если ребятам нельзя давать те роли, которые им не нравятся:

	Не нравится
Мишка	Работать с рубанком
Бельчонок	Работать с лобзиком
Зайчик	Все нравится ☺
Волчонок	Работать с лобзиком и кисточками
Совенок	Работать с рейсшиной и ножовкой

Ответ. 20

Решение.

	Мишка	Бельчонок	Зайчик	Волчонок	Совенок
Конструктор (рейсшина)	+	+	+	+	-
Плотник (ножовка + рубанок)	-	+	+	+	-
Столяр (лобзик + рубанок)	-	-	+	-	+
Слесарь (напильник)	+	+	+	+	+
Маляр (кисти)	+	+	+	-	+

Заметим, что столяром могут быть либо Зайчик, либо Совенок.

Пусть Зайчик столяр. Тогда плотником могут быть: Бельчонок или Волчонок.

Положим, что плотником является Бельчонок. Значит Совенок должен быть либо Слесарем либо маляром. Волчонок не может быть маляром. Если Совенок маляр, то Волчонок может быть либо слесарем, либо конструктором, аналогично и Мишка. Значит получаем отсюда 2 варианта.

Положим, что плотником является Волчонок. Тогда Бельчонок может быть слесарем, а Совенок маляром и наоборот. Если конструктором является Бельчонок, то Мишка и Совенок могут быть Слесарем или Маляром. Отсюда имеем 4 варианта.

Итого 6 вариантов.

Пусть столяром является Совенок. Тогда плотниками могут быть Бельчонок, Волчонок или Зайчик.

Положим, что плотник Бельчонок. Остались: Мишка, Зайчик, Волчонок. Маляром могут быть Мишка или Зайчик. При дальнейшем рассмотрении получим 2 кандидата и два варианта. Отсюда имеем 4 варианта.

Положим, что плотник Волчонок. Маляра можно выбрать 3-я вариантами. На оставшихся двух ролях для двух оставшихся персонажей перестановка $2! = 2$ варианта. Итого 6 вариантов.

Положим, что плотник Зайчик. Выбираем маляра из Мишки или Бельчонка. Оставшиеся двое на конструктора и слесаря. Итого 4 варианта.

Итого 14 вариантов.

Суммируем и получаем 20 вариантов.

Критерии оценивания

1. + 4 б. – верно составлена таблица "Кто какую роль не может занимать" на основе условий об инструментах (например, для варианта 3: Алекс не может быть пилотом и штурманом, Борис не может быть инженером и т.д.).
2. + 4 б. – определена роль с наибольшими ограничениями (например, Пилот/Помощник шефа) и рассмотрены варианты, кто может ее занять.
3. + 6 б. – для каждого кандидата на ключевую роль выполнен корректный подсчет количества вариантов распределения остальных ролей с учетом всех ограничений.
4. + 2 б. – верно просуммированы все варианты, получен итоговый ответ (20, 18, 18 для разных вариантов).

Задание 5 (20 баллов). Будем называть два слова А и Б почти-одинаковыми, если:

1. При выделении гласных букв слева направо из слова А, получится то же, что и при выделении гласных букв в том же порядке из слова Б. При этом гласных букв в словах может вообще не быть.
2. При выделении согласных букв из слов А и Б получаются палиндромы (слова, которые читаются одинаково как слева направо, так и справа налево) и выделенная последовательность согласных букв совпадает. При этом согласных букв в словах может вообще не быть.

Примеры почти-одинаковых слов: КЯКИ, ЯКИК, КЯИК.

Набором почти-одинаковых слов будем считать такую совокупность почти-одинаковых слов, что любые два слова из набора почти-одинаковы.

А максимальный набор почти-одинаковых слов – это такой набор, что для любого слова из этого набора любое почти-одинаковое слово к нему уже находится в этом наборе.

Сколько максимальных наборов почти-одинаковых слов можно составить из букв Я, И, К, Ф, если любое слово из набора должно иметь длину 4. Слова могут быть бессмысленными. Буквы можно использовать несколько раз.

Ответ. 52

Решение.

Пусть G – некоторая последовательность гласных длины k. Пусть S – некоторая последовательность согласных длины m-4k, являющаяся палиндромом.

Заметим, что тогда любое слово определяется упорядоченной парой (G,S) и тем как позиции гласных расположены среди 4-х позиций.

Значит, максимальный набор – это множество всех слов с фиксированными G и S, но с всевозможными размещениями позиций гласных.

Считаем кол-во возможных G:

- k=0: G – 1 вариант;

- k=1: G может быть Я,И – 2 варианта;

- k=2: G может быть ЯЯ,ЯИ,ИЯ,ИИ – 4 варианта;

- k=3: все строки длины 3 из Я и И – 8 вариантов;

- k=4: все строки длины 4 – 16 вариантов;

Считаем количество возможных S (палиндромы из К и Ф длины m=4-k):

- m=0: S – 1 вариант;

- m=1: S может быть К или Ф – 2 варианта;

- m=2: S может быть КК или ФФ – 2 варианта;

- m=3: S может быть ККК,КФК,ФКФ,ФФФ – 4 варианта;

- m=4: S может быть КККК,КФФК,ФККФ,ФФФФ – 4 варианта;

Комбинации (G,S) для каждого k:

- k=0 (m=4): $1 \cdot 4 = 4$;

- k=1 (m=3): $2 \cdot 4 = 8$;

- k=2 (m=2): $4 \cdot 2 = 8$;

- k=3 (m=1): $8 \cdot 2 = 16$;

- k=4 (m=0): $16 \cdot 1 = 16$;

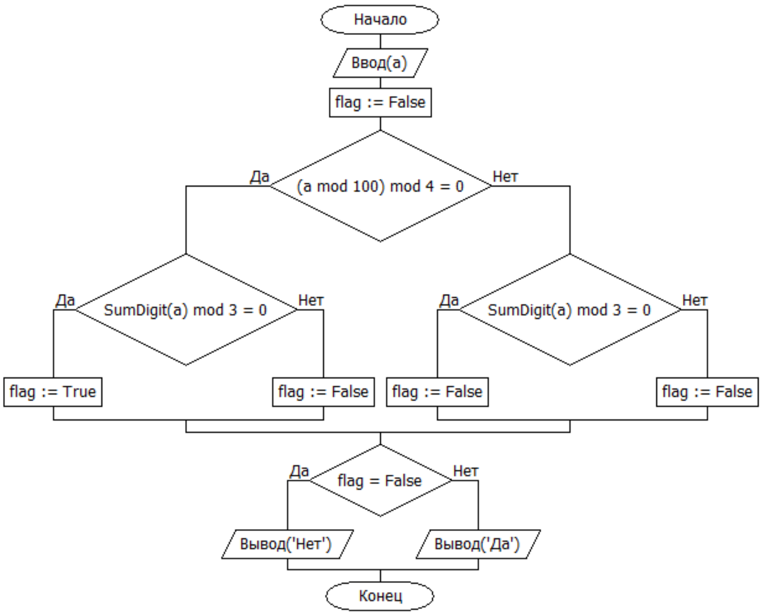
$$4 + 8 + 8 + 16 + 16 = 52$$

Критерии оценивания

1. +4 б. – понято, что максимальный набор — это множество всех слов с фиксированной последовательностью гласных (О/У, А/Ю, Я/И) и фиксированным палиндромом согласных, отличающихся только позициями гласных.
2. + 5 б. – верно подсчитано количество возможных последовательностей гласных (G) для каждого k от 0 до 4 (1,2,4,8,16 для двух гласных букв).

3. + 5 б. – верно подсчитано количество возможных палиндромов из согласных (S) для каждой длины m = 4-k (1,2,2,4,4 для двух согласных букв).
4. + 6 б. – верно перемножены соответствующие количества и получена итоговая сумма (52 для всех вариантов).

Задание 6 (7 баллов). Перед вами блок схема программы, которая проверяет, делится ли число a на число 12 или нет.



Объясните, почему эта программа может проверить делимость на 12?

Предложите, как можно уменьшить размер этой блок-схемы, т.е. **удалить** ненужные её части так, чтобы сохранялся результат работы алгоритма. Объясните, почему это можно сделать. При этом можно только удалять элементы блок-схемы, нельзя вносить изменения в существующие и добавлять новые.

Пояснения к блок-схеме:

SumDigit – функция, которая считает сумму цифр в числе a. Например, значение SumDigit(123) равно 6

$a \ mod \ b$ – команда, которая вычисляет остаток от деления числа a на число b. Например, значение 7 mod 3 равно 1.

$\coloneqq$ оператор присваивания.

Пример:

$a := 5$ (сейчас значение a равняется 5)

$\text{Вывод}(a)$ (выводится 5)

$a \coloneqq a + 2$ (сейчас значение a равняется 7)

$\text{Вывод}(a)$ (выводится 7)

Решение.

$12 = 3 \cdot 4$, причем 3 и 4 взаимно просты (не имеют общих делителей отличных от единицы).

Признак делимости на 4 – две последние цифры делятся на 4. Признак делимости на 3 – сумма цифр числа делится на 3. Так как flag изначально False мы можем удалить все части, где flag:=False.

Критерии оценивания

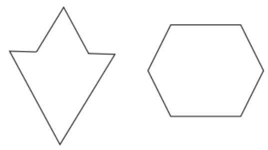
1. + 3 б. – объяснено, что программа проверяет делимость на составное число, раскладывая его на взаимно простые множители (3 и 8, 5 и 9, 3 и 4 и т.д.), и использует соответствующие признаки делимости.
2. + 2 б. – замечено, что переменная flag изначально равна False, и все ветки, где flag присваивается False, являются избыточными и могут быть удалены без изменения результата.

+ 2 б. – предложен конкретный вариант удаления элементов блок-схемы (узлов и связей), сохраняющий работоспособность алгоритма. Объяснено, почему удаленные части не влияют на итоговый вывод.

2 вариант

Задание 1 (10 баллов). На столе находится 3 карточки, на которых изображены шестиугольники, 2 карточки с семиугольниками и 4 карточки с треугольниками. Карточки с фигурами, имеющими равное количество сторон, считаем неразличимыми.

Например, следующие две карточки считаем неразличимыми:



Сколько существует последовательностей длины 4, составленных из данных карточек (напомним, карточки с многоугольниками одного вида неразличимы), таких, что сумма количества углов фигур в этой последовательности четна?

Ответ. 35

Решение.

Рассмотрим карточки по свойству четности.

Карточка	Кол-во карточек	Число углов
6-и угольник	3	Четное
7-и угольник	2	Нечетное
треугольник	4	Нечетное

Рассмотрим какие могут быть по четности рассматриваемые позиции, чтобы сумма была четной.

1. Чет Чет Чет Чет – четная сумма
2. Чет Чет Чет Нечет – нечетная сумма
3. Чет Чет Нечет Нечет – четная сумма
4. Чет Нечет Нечет Нечет – нечетная сумма
5. Нечет Нечет Нечет Нечет – четная сумма

Нам подходят варианты 1,3,5. Но четных карточек у нас всего три. Поэтому рассматриваем только варианты 3 и 5.

Рассмотрим вариант с двумя нечетными числами: всего таких вариантов 6 (ННЧЧ,НЧНЧ,НЧЧН,ЧННЧ,ЧНЧН,ЧЧНН). Четная карточка у нас одна, поэтому общее число вариантов можно вычислить как:

Кол-во различных пар карточек 7 и 3: (7,3), (3,7), (7,7), (3,3) умноженное на кол-во вариантов с двумя нечетными числами

$$4 \cdot 6 = 24.$$

Теперь рассмотрим вариант с 4-я нечетными карточками. Здесь для простоты можно рассмотреть что изначально все позиции заняты треугольниками: ТТТТ. Далее мы добавляем один 7-и угольник и рассматриваем все варианты с ним, таких будет 4. И наконец добавим еще один 7-и угольник, тогда получится 6 вариантов. Итого: $6 + 4 + 1 = 11$

Критерии оценивания

1. + 2 б. - верно определены четности числа углов для каждого типа карточек (6-угольник – чет, 7 – угольник и треугольник - нечет).
2. + 3 б. – верно выделены случаи расположения четны/нечетных карточек в последовательности длины 4, при которых сумма четна. Учтено, что четных карточек всего 3, поэтому случай “4 четных” невозможен.
3. + 3 б. – верно подсчитано количество способов выбрать нечетные карточки – 4 варианта, и количество способов разместить их по позициям (6 способов). Получено 24.
4. + 2 б. – верно подсчитано количество способов выбрать все 4 нечетные карточки – 11 способов.

Задание 2 (22 балла). Представьте, что вы работаете в институте, который разрабатывает методы для работы с представлением информации. Одной из целей этого института является разработка принципиально новой системы счисления. Один из сотрудников предложил такую систему:

$$(\dots x_6 x_5 x_4 x_3 x_2 x_1)_F = (\dots + 5! \cdot x_6 + 6! \cdot x_5 + 3! \cdot x_4 + 4! \cdot x_3 + 1! \cdot x_2 + 2! \cdot x_1)_{10}$$

Здесь нижний индекс F обозначает новую форму записи. Нижний индекс *10* обозначает десятичную систему счисления. $x_1, \dots, x_5, \dots$ некоторые цифры от 0 до 9.

Напомним, что N! – это факториал числа N - произведение всех чисел от 1 *до N включительно. Например,* $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

Например, $100_F = 24_{10}$. Незначащие нули удаляются.

А) Все ли числа от 1_{10} до 100_{10} можно представить в этой системе счисления?

Б) Все ли четные числа и факториалы натуральных чисел имеют однозначное представление в этой форме записи? Если нет, то какие числа имеют не однозначное представление? Достаточно одного примера.

В) Изменится ли ответ в пунктах А и Б, если допустить, что $x_1, \dots, x_5, \dots$ могут быть только факториалами натуральных чисел, то есть должно существовать число k, такое что $x_i = k!$, при этом $x_i < 10$?

Ответ. (см. решение)

Решение.

А) Да. Для этого получим 10,20,30,…,90,100, без использования x_2.

$$10 = 6 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \; (x_4 = 1; x_1 = 2)$$

$$20 = 6 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \; (x_4 = 3; x_1 = 1)$$

$$30 = 6 \cdot 5\ (x_4 = 5)$$

$$40 = 6 \cdot 5 + 2 \cdot 5\ (x_4 = 5; x_1 = 5)$$

$$50 = 24 \cdot 2 + 2 \cdot 1\ (x_3 = 2; x_1 = 1)$$

$$60 = 24 \cdot 2 + 6 \cdot 2\ (x_3 = 2; x_4 = 2)$$

$$70 = 24 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 5$$

$$80 = 24 \cdot 3 + 2 \cdot 4\ (x_3 = 3; x_1 = 4)$$

$$90 = 24 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 3$$

$$100 = 24 \cdot 4 + 2 \cdot 2\ (x_3 = 4; x_1 = 2)$$

Б) Из пункта А можно было легко заметить, что, например $2 = 2! = 1! \cdot 2$.

В) Это означает, что x могут принимать значения $1! = 1, 2! = 2, 3! = 6$, т.е. быть равными 1,2,6.

Рассмотрим например число 23, так как оно нечетное, то $x_1 = 1$, значит

$$2 \cdot x_1 + 6 \cdot x_4 = 22$$

Теперь легко проверить, что 23 непредставимо в данной системе счисления.

Критерии оценивания

1. + 2 б. – используются комбинации факториалов с коэффициентами 0-9
2. + 6 б. - представлены конкретные примеры представления всех "круглых" чисел (10,20,...,100) или доказано, что числа от 1 до 100 представимы (например, через представление каждого разряда). Для варианта 2 (с переставленными факториалами) требуется более изобретательный подход, что учитывается при проверке.
3. + 5 б. – приведен конкретный пример числа, имеющего два различных представления (например, число 2 = 2! = 1!·2)
4. + 3 б. – понято, что теперь цифры могут быть только 1,2 или 6.

+ 3 б. - приведен пример числа, которое нельзя представить в новой системе, или доказательство, что представление не всегда возможно.

Задание 3 (25 баллов). Назовем заменой подстроки1 на подстроку2 правило вида

$$\langle \text{ПОДСТРОКА1} \rangle \to \langle \text{ПОДСТРОКА2} \rangle,$$

которое в произвольной строке заменяет каждое вхождение ⟨ПОДСТРОКА1⟩ на ⟨ПОДСТРОКА2⟩.

Пример 1:	Пример 2:
Замена: ЕЙ → АНДР; Исходная строка: АЛЕКСЕЙ; Результат: АЛЕКСАНДР;	Замена: ЛИ → А; Исходная строка: ЛИЛИЯ; Результат: ААЯ;

Замену будем называть тривиальной, если $\langle \text{ПОДСТРОКА1} \rangle$ это полностью исходная строка. Например, для КОТ тривиальной является замена типа: КОТ $\rightarrow$ СОБАКА и другие вида КОТ $\rightarrow$ $\langle \text{ЛЮБОЕ СЛОВО} \rangle$.

Будем считать, что **Вес замены** измеряется как длина части $\langle \text{ПОДСТРОКА1} \rangle$. Например, замена ЛИ $\rightarrow$ А имеет вес 2.

Мы будем рассматривать программы, составленные из этих замен. Введем понятие **Размера программы**, который вычисляется следующим образом:

$$\text{Размер программы} = (\text{Вес программы} + 1) * \text{ЧислоКоманд}$$

Здесь **Вес программы** — это целая часть от среднего арифметического весов замены всех команд в программе, то есть среднего числа букв, используемых в левых частях замен в программе.

Каждая замена в программе должна быть пронумерована, от этого будет зависеть порядок выполнения замен. Например, для входной строки ВГВГ и двух ниже приведенных программ результат будет разный.

Программа 1:
1. ВГ $\rightarrow$ ГВ
2. ГВ $\rightarrow$ ВД

После выполнения первой замены строка изменится на ГВГВ, после второй – на ВДВД. Результат выполнения программы: ВДВД.

Программа 2:
1. ГВ $\rightarrow$ ВД
2. ВГ $\rightarrow$ ГВ

После выполнения первой замены строка изменится на ВВДГ, после второй – на ВВДГ (не изменится). Результат выполнения программы: ВВДГ.

Заметим, что в обоих приведенных примерах Вес программы равняется 2 (так как имеется две замены, вес каждой равен двум, то вес программы вычисляется по формуле $\frac{2+2}{2} = 2$). А Размер программы в обоих случаях равен 6 (вычисляется по формуле, приведенной выше $(2+1)\cdot 2$).

Придумайте замены и программу, состоящую из них, которая слово БЕЛЬЧОНОК преобразует в слово МЫШОНОК. При этом Размер программы должен быть как можно меньше. Докажите, что меньшего размера программы добиться не удастся. При написании программы запрещается использовать тривиальные замены для слова БЕЛЬЧОНОК.

Ответ. 1. БЕ $\rightarrow$ М; 2. ЛЬ $\rightarrow$ Ы; 3. Ч $\rightarrow$ Ш.

Решение.

В слове БЛЬЧОНОК и МЫШОНОК совпадает часть ОНОК, то есть мы должны преобразовать БЕЛЬЧ в МЫШ.

Тогда формула для размера будет такая

$$\left(\left\lfloor\frac{\text{Число букв в левых частях}}{N}\right\rfloor + 1\right)N,$$

где N – число команд.

Заметим, раз нам нужно заменить БЕЛЬЧ на МЫШ, то минимальное число букв которое потребуется для этого это 5. Так как нам нужно минимизировать размер программы, то берем 5.

Тогда $N\left\lfloor\frac{5}{N}\right\rfloor + N$ итоговая формула. Причем максимальное число команд на самом деле равняется 5. В формуле все N от 1 до 5 и найти минимальное значение.

$$N = 1{:}\ 1\left\lfloor\frac{5}{1}\right\rfloor + 1 = 6;\ N = 2{:}\ 2\left\lfloor\frac{5}{2}\right\rfloor + 2 = 6\ ;\ N = 3{:}\ 3\left\lfloor\frac{5}{3}\right\rfloor + 3 = 6$$

$$N = 4{:}\ 4\left\lfloor\frac{5}{4}\right\rfloor + 4 = 8\ ;N = 5{:}\ 5\left\lfloor\frac{5}{5}\right\rfloor + 5 = 10$$

Отсюда получаем, что минимальный размер программы 6. И нам достаточно привести любой пример программы:

Критерии оценивания

1. + 4 б. – определена часть слова, которую нужно преобразовать (например, "ФРУК" → "БАН" в варианте 3, "БЕЛЬЧ" → "МЫШ" в варианте 2), и понята формула размера программы.
2. + 8 б. – проведен разбор формулы размера для различных N. Верно найдено минимальное значение.
3. + 7 б. – приведен пример программы, достигающей найденного минимального размера с учетом того, что п1 и п2 выполнены не менее чем на 75%
4. + 6 б. – объяснено, почему нельзя получить размер меньше (например, из-за целочисленного деления в формуле или ограничений на длину левых частей).

Задание 4 (16 баллов). Пять друзей: Лиза, Петя, Вася, Марина и Коля решили организовать домашнюю кулинарную команду для приготовления праздничного ужина. Им нужно распределить пять ролей: Шеф-повар, Помощник шефа, Пекарь, Кондитер и Декоратор. У каждой роли есть свой основной инструмент:

Шеф-повар использует поварской нож, Помощник шефа использует овощерезку, основным инструментом Пекаря является скалка, Кондитер использует кондитерский мешок, а Декоратор использует кисточки для глазури. Помощник шефа и Пекарь также обязательно используют миксер.

Сколько всего существует распределений ролей, если ребятам нельзя давать те роли, которые им не нравятся:

	Не нравится
Лиза	Работать с миксером
Петя	Работать с кондитерским мешком

Вася	Все нравится ☺
Марина	Работать со скалкой и миксером
Коля	Работать с поварским ножом и овощерезкой

Ответ. 18

Решение.

	Лиза	Петя	Вася	Марина	Коля
Шеф-повар (поварской нож)	+	+	+	+	-
Помощник шефа (овощерезка + миксер)	-	+	+	-	-
Пекарь (скалка + миксер)	-	+	+	-	+
Кондитер (кондитерский мешок)	+	-	+	+	+
Декоратор (кисточки)	+	+	+	+	+

Заметим, что помощником шефа могут являться только Петя или Вася.

- Пусть Петя помощник шефа.

- Пекарь – Вася (свободны роли: Шеф, Кондитер, Декоратор)

Заметим, что на роль Шефа могут претендовать только Лиза и Марина и они же могут быть на оставшихся ролях, Коля же не может быть шефом, но остальные роли ему доступны. Отсюда получаем $2 \cdot 2 = 4$ варианта.

- Пекарь – Коля (свободны роли: Шеф, Кондитер, Декоратор)

На эти роли ограничений нет: $3! = 6$ вариантов.

Итого 10 вариантов.

- Пусть Вася помощник шефа.

- Пекарь – Петя (свободны роли: Шеф, Кондитер, Декоратор). Получаем те же ограничения что и в одном из раннее рассмотренных случаях $2 \cdot 2 = 4$.

- Пекарь – Коля. Выберем кондитера из Лизы или Марины. После выбора кондитера остаются два человека на две роли. 4 варианта.

Итого 8 вариантов.

Критерии оценивания

1. + 4 б. – верно составлена таблица "Кто какую роль не может занимать" на основе условий об инструментах (например, для варианта 3: Алекс не может быть пилотом и штурманом, Борис не может быть инженером и т.д.).

2. + 4 б. – определена роль с наибольшими ограничениями (например, Пилот/Помощник шефа) и рассмотрены варианты, кто может ее занять.
3. + 6 б. – для каждого кандидата на ключевую роль выполнен корректный подсчет количества вариантов распределения остальных ролей с учетом всех ограничений.
4. + 2 б. – верно просуммированы все варианты, получен итоговый ответ (20, 18, 18 для разных вариантов).

Задание 5 (20 баллов). Будем называть два слова X и Y звуковыми отражениями друг друга, если:

3. При последовательном (слева направо) выделении букв “О” и “У” из слова X получается в точности та же последовательность, что при таком же выделении из слова Y. При этом букв “О” или “У” в словах может вообще не быть.
4. При выделении согласных букв из слов X и Y получаются палиндромы (слова, которые читаются одинаково как слева направо, так и справа налево) и выделенная последовательность согласных букв совпадает. Пустая строка тоже считается палиндромом.

Примеры слов-отражений: МОМУ, ОММУ, МОУМ.

Набором звуковых отражений будем считать такую совокупность слов, что любые два слова из набора являются звуковыми отражениями друг друга.

А максимальный набор звуковых отражений – это такой набор, что для любого слова из этого набора любое звуковое отражение слова к нему уже находится в этом наборе.

Сколько максимальных наборов звуковых отражений можно составить из букв О, У, М, Н, если любое слово из набора должно иметь длину 4. Слова могут быть бессмысленными. Буквы можно использовать несколько раз.

Ответ. 52

Решение.

Пусть G – некоторая последовательность гласных длины k. Пусть S – некоторая последовательность согласных длины m-4k, являющаяся палиндромом.

Заметим, что тогда любое слово определяется упорядоченной парой (G,S) и тем как позиции гласных расположены среди 4-х позиций.

Значит, максимальный набор – это множество всех слов с фиксированными G и S, но с всевозможными размещениями позиций гласных.

Считаем кол-во возможных G:

- k=0: G – 1 вариант;

- k=1: G может быть О,У – 2 варианта;

- k=2: G может быть ОО,ОУ,УО,УУ – 4 варианта;

- k=3: все строки длины 3 из О и У – 8 вариантов;

- k=4: все строки длины 4 – 16 вариантов;

Считаем количество возможных S (палиндромы из М и Н длины m=4-k):

- m=0: S – 1 вариант;

- m=1: S может быть М или Н – 2 варианта;

- m=2: S может быть ММ или НН – 2 варианта;

- m=3: S может быть МММ,НМН,МНМ,ННН – 4 варианта;

- m=4: S может быть ММММ,МННМ,НММН,НННН – 4 варианта;

Комбинации (G,S) для каждого k:

- k=0 (m=4): $1 \cdot 4 = 4$;

- k=1 (m=3): $2 \cdot 4 = 8$;

- k=2 (m=2): $4 \cdot 2 = 8$;

- k=3 (m=1): $8 \cdot 2 = 16$;

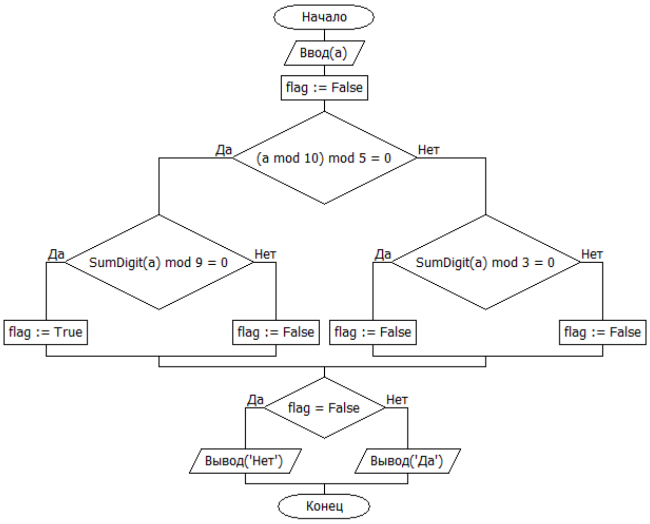
- k=4 (m=0): $16 \cdot 1 = 16$;

$$4 + 8 + 8 + 16 + 16 = 52$$

Критерии оценивания

5. +4 б. – понято, что максимальный набор — это множество всех слов с фиксированной последовательностью гласных (О/У, А/Ю, Я/И) и фиксированным палиндромом согласных, отличающихся только позициями гласных.
6. + 5 б. – верно подсчитано количество возможных последовательностей гласных (G) для каждого k от 0 до 4 (1,2,4,8,16 для двух гласных букв).
7. + 5 б. – верно подсчитано количество возможных палиндромов из согласных (S) для каждой длины m = 4-k (1,2,2,4,4 для двух согласных букв).
8. + 6 б. – верно перемножены соответствующие количества и получена итоговая сумма (52 для всех вариантов).

Задание 6 (7 баллов). Перед вами блок схема программы, которая проверяет делится ли число *a* на число 45 или нет.



Объясните, почему эта программа может проверить делимость на 45?

Предложите, как можно уменьшить размер этой блок-схемы, т.е. **удалить** ненужные её части так, чтобы сохранялся результат работы алгоритма. Объясните, почему это можно сделать. При этом можно только удалять элементы блок-схемы, нельзя вносить изменения в существующие и добавлять новые.

Пояснения к блок-схеме

SumDigit – функция, которая считает сумму цифр в числе a. Например, значение SumDigit(123) равно 6

$a\ mod\ b$ – команда, которая вычисляет остаток от деления числа a на число b. Например, значение 7 mod 3 равно 1.

$\coloneqq$ оператор присваивания.

Пример:

$a := 5$ (сейчас значение а равняется 5)

$\text{Вывод}(a)$ (выводится 5)

$a \coloneqq a + 2$ (сейчас значение а равняется 7)

$\text{Вывод}(a)$ (выводится 7)

Решение.

$45 = 9 \cdot 5$, причем 9 и 5 взаимно просты (не имеют общих делителей отличных от единицы).

Признак делимости на 5 – последняя цифра (разряд единиц) 0 либо 5. Признак делимости на 3 – сумма цифр числа делится на 9. Так как flag изначально False мы можем удалить все части, где flag:=False.

Критерии оценивания

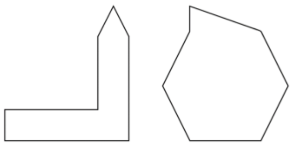
1. + 3 б. – объяснено, что программа проверяет делимость на составное число, раскладывая его на взаимно простые множители (3 и 8, 5 и 9, 3 и 4 и т.д.), и использует соответствующие признаки делимости.
2. + 2 б. – замечено, что переменная flag изначально равна False, и все ветки, где flag присваивается False, являются избыточными и могут быть удалены без изменения результата.

+ 2 б. – предложен конкретный вариант удаления элементов блок-схемы (узлов и связей), сохраняющий работоспособность алгоритма. Объяснено, почему удаленные части не влияют на итоговый вывод.

3 вариант

Задание 1 (10 баллов). На столе находится 3 карточки, на которых изображены шестиугольники, 2 карточки с семиугольниками и 4 карточки с треугольниками. Карточки с фигурами, имеющими равное количество сторон, считаем неразличимыми.

Например, следующие две карточки считаем неразличимыми:



Сколько существует последовательностей длины 4, составленных из данных карточек (напомним, карточки с многоугольниками одного вида неразличимы), таких, что сумма количества углов фигур в этой последовательности четна?

Ответ. 35

Решение.

Рассмотрим карточки по свойству четности.

Карточка	Кол-во карточек	Число углов
6-и угольник	3	Четное
7-и угольник	2	Нечетное
треугольник	4	Нечетное

Рассмотрим какие могут быть по четности рассматриваемые позиции, чтобы сумма была четной.

1. Чет Чет Чет Чет – четная сумма
2. Чет Чет Чет Нечет – нечетная сумма
3. Чет Чет Нечет Нечет – четная сумма
4. Чет Нечет Нечет Нечет – нечетная сумма
5. Нечет Нечет Нечет Нечет – четная сумма

Нам подходят варианты 1,3,5. Но четных карточек у нас всего три. Поэтому рассматриваем только варианты 3 и 5.

Рассмотрим вариант с двумя нечетными числами: всего таких вариантов 6 (ННЧЧ,НЧНЧ,НЧЧН,ЧННЧ,ЧНЧН,ЧЧНН). Четная карточка у нас одна, поэтому общее число вариантов можно вычислить как:

Кол-во различных пар карточек 7 и 3: (7,3),(3,7),(7,7),(3,3) умноженное на кол-во вариантов с двумя нечетными числами

$$4 \cdot 6 = 24.$$

Теперь рассмотрим вариант с 4-я нечетными карточками. Здесь для простоты можно рассмотреть что изначально все позиции заняты треугольниками: ТТТТ. Далее мы добавляем один 7-и угольник и рассматриваем все варианты с ним, таких будет 4. И наконец добавим еще один 7-и угольник, тогда получится 6 вариантов.

$$6 + 4 + 1 = 11$$

Критерии оценивания

1. + 2 б. - верно определены четности числа углов для каждого типа карточек (6-угольник – чет, 7 – угольник и треугольник - нечет).
2. + 3 б. – верно выделены случаи расположения четны/нечетных карточек в последовательности длины 4, при которых сумма четна. Учтено, что четных карточек всего 3, поэтому случай “4 четных” невозможен.
3. + 3 б. – верно подсчитано количество способов выбрать нечетные карточки – 4 варианта, и количество способов разместить их по позициям (6 способов). Получено 24.
4. + 2 б. – верно подсчитано количество способов выбрать все 4 нечетные карточки – 11 способов.

Задание 2 (22 балла). Представьте, что вы работаете в институте, который разрабатывает методы для работы с представлением информации. Одной из целей этого института является разработка принципиально новой системы счисления. Один из сотрудников – Фёдор, разработал такую систему:

$$(\dots x_6 x_5 x_4 x_3 x_2 x_1)_F = (\dots + 4! \cdot x_6 + 5! \cdot x_5 + 6! \cdot x_4 + 1! \cdot x_3 + 2! \cdot x_2 + 3! \cdot x_1)_{10}$$

Здесь нижний индекс F обозначает форму записи Фёдора. Нижний индекс *10* обозначает десятичную систему счисления. $x_1, \dots, x_5, \dots$ некоторые цифры от 0 до 9.

Напомним, что факториал числа N это произведение всех чисел от 1 *до N включительно. Например,* $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

Например, $100_F = 1_{10}$. Незначащие нули удаляются.

А) Все ли числа от 1_{10} до 100_{10} можно представить в этой системе счисления?

Б) Все ли четные числа и факториалы натуральных чисел имеют однозначное представление в этой форме записи? Если нет, то какие числа имеют не однозначное представление? Достаточно одного примера.

В) Изменится ли ответ в пунктах А и Б, если допустить, что $x_1, \dots, x_5, \dots$ могут быть только факториалами натуральных чисел, то есть должно существовать число k, такое что $x_i = k!$, при этом $x_i < 10$?

Ответ. (см. решение)

Решение.

А) Да. Для этого получим 10,20,30,…,90,100, без использования x_3.

$$10 = 6 \cdot 1 + 2 \cdot 2\ (x_1 = 1; x_2 = 2)$$

$$20 = 6 \cdot 3 + 2 \cdot 1\ (x_1 = 3; x_2 = 1)$$

$$30 = 6 \cdot 5\ (x_1 = 5)$$

$$40 = 6 \cdot 5 + 2 \cdot 5\ (x_1 = 5; x_2 = 5)$$

$$50 = 24 \cdot 2 + 2 \cdot 1\ (x_6 = 2; x_2 = 1)$$

$$60 = 24 \cdot 2 + 6 \cdot 2\ (x_6 = 2; x_1 = 1)$$

$$70 = 24 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 2 \cdot 2\ (x_6 = 2; x_2 = 2; x_1 = 3)$$

$$80 = 24 \cdot 3 + 2 \cdot 4$$

$$90 = 24 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 3$$

$$100 = 24 \cdot 4 + 2 \cdot 2$$

Б) Из пункта А можно было легко заметить, что, например $2 = 2! = 1! \cdot 2$.

В) Это означает, что x могут принимать значения $1! = 1, 2! = 2, 3! = 6$, т.е. быть равными 1,2,6.

Рассмотрим например число 23, так как оно нечетное, то $x_3 = 1$, значит

$$2 \cdot x_2 + 6 \cdot x_1 = 22$$

Теперь легко проверить, что 23 непредставимо в данной системе счисления.

Критерии оценивания

1. + 2 б. – используются комбинации факториалов с коэффициентами 0-9
2. + 6 б. - представлены конкретные примеры представления всех "круглых" чисел (10,20,...,100) или доказано, что числа от 1 до 100 представимы (например, через представление каждого разряда). Для варианта 2 (с переставленными факториалами) требуется более изобретательный подход, что учитывается при проверке.
3. + 5 б. – приведен конкретный пример числа, имеющего два различных представления (например, число 2 = 2! = 1!·2)
4. + 3 б. – понято, что теперь цифры могут быть только 1,2 или 6.

+ 3 б. - приведен пример числа, которое нельзя представить в новой системе, или доказательство, что представление не всегда возможно.

Задание 3 (25 баллов). Назовем заменой подстроки1 на подстроку2 правило вида

$$\langle \text{ПОДСТРОКА1} \rangle \to \langle \text{ПОДСТРОКА2} \rangle,$$

которое в произвольной строке заменяет каждое вхождение $\langle \text{ПОДСТРОКА1} \rangle$ на $\langle \text{ПОДСТРОКА2} \rangle$.

Пример 1:	Пример 2:

Замена: ЕЙ → АНДР; Исходная строка: АЛЕКСЕЙ; Результат: АЛЕКСАНДР;	Замена: ЛИ → А; Исходная строка: ЛИЛИЯ; Результат: ААЯ;

Замену будем называть тривиальной, если ⟨ПОДСТРОКА1⟩ это полностью исходная строка. Например, для КОТ тривиальной является замена типа: КОТ → СОБАКА и другие вида КОТ → ⟨ЛЮБОЕ СЛОВО⟩.

Будем считать, что **Вес замены** измеряется как длина части ⟨ПОДСТРОКА1⟩. Например, замена ЛИ → А имеет вес 2.

Мы будем рассматривать программы, составленные из этих замен. Введем понятие **Размера программы**, который вычисляется следующим образом:

$$\text{Размер программы} = (\text{Вес программы} + 1) * \text{ЧислоКоманд}$$

Здесь **Вес программы** — это целая часть от среднего арифметического весов замены всех команд в программе, то есть среднего числа букв, используемых в левых частях замен в программе.

Каждая замена в программе должна быть пронумерована, от этого будет зависеть порядок выполнения замен. Например, для входной строки ВГВГ и двух ниже приведенных программ результат будет разный.

Программа 1:
1. ВГ → ГВ
2. ГВ → ВД

После выполнения первой замены строка изменится на ГВГВ, после второй – на ВДВД. Результат выполнения программы: ВДВД.

Программа 2:
1. ГВ → ВД
2. ВГ → ГВ

После выполнения первой замены строка изменится на ВВДГ, после второй – на ВВДГ (не изменится). Результат выполнения программы: ВВДГ.

Заметим, что в обоих приведенных примерах Вес программы равняется 2 (так как имеется две замены, вес каждой равен двум, то вес программы вычисляется по формуле $\frac{2+2}{2} = 2$). А Размер программы в обоих случаях равен 6 (вычисляется по формуле, приведенной выше $(2 + 1) \cdot 2$).

Придумайте замены и программу, состоящую из них, которая слово ФРУКТИК преобразует в слово БАНТИК. При этом Размер программы должен быть как можно меньше. Докажите, что меньшего размера программы добиться не удастся. При написании программы запрещается использовать тривиальные замены для слова ФРУКТИК.

Ответ. ФРУК → БАН;

Решение. В слове ФРУКТИК и БАНТИК совпадает часть ТИК, то есть мы должны преобразовать ФРУК в БАН.

Тогда формула для размера будет такая

$$\left(\left\lfloor\frac{\text{Число букв в левых частях}}{N}\right\rfloor + 1\right)N,$$

где N – число команд.

Заметим, раз нам нужно заменить ФРУК на БАН, то минимальное число букв которое потребуется для этого это 4. Так как нам нужно минимизировать размер программы, то берем 4.

Тогда $N\left\lfloor\frac{4}{N}\right\rfloor + N$ итоговая формула. Причем максимальное число команд на самом деле равняется 4. В формуле все N от 1 до 4 и найти минимальное значение.

$$N = 1{:}\ 1\left\lfloor\frac{4}{1}\right\rfloor + 1 = 5;\ N = 2{:}\ 2\left\lfloor\frac{4}{2}\right\rfloor + 2 = 6\ ;\ N = 3{:}\ 3\left\lfloor\frac{4}{3}\right\rfloor + 3 = 6$$

$$N = 4{:}\ 4\left\lfloor\frac{4}{4}\right\rfloor + 4 = 8\ ;$$

Отсюда получаем, что минимальный размер программы 5.

И нам достаточно привести любой пример программы:

Пример программы: 1. ФРУК → БАН;

Данная замена не является тривиальной так как исходной строкой является ФРУКТИК.

Критерии оценивания

1. + 4 б. – определена часть слова, которую нужно преобразовать (например, "ФРУК" → "БАН" в варианте 3, "БЕЛЬЧ" → "МЫШ" в варианте 2), и понята формула размера программы.
2. + 8 б. – проведен разбор формулы размера для различных N. Верно найдено минимальное значение.
3. + 7 б. – приведен пример программы, достигающей найденного минимального размера с учетом того, что п1 и п2 выполнены не менее чем на 75%
4. + 6 б. – объяснено, почему нельзя получить размер меньше (например, из-за целочисленного деления в формуле или ограничений на длину левых частей).

Задание 4 (16 баллов). Пятеро друзей собрались для того, чтобы поиграть в игру “Звездные белки”. Для этого им нужно распределиться на пять ролей. Капитан, Пилот, Штурман, Инженер и Бортовой врач. У каждой должности есть основной рабочий инструмент:

Капитан – командный пульт, Пилот – штурвал корабля, Штурман – звездная карта, Инженер – паяльник, Бортовой врач – медицинский сканер. Кроме того, Пилот и Инженер обязательно используют во время полета систему ручного управления в чрезвычайных ситуациях (аварийный джойстик).

Сколько существует способов распределить должности между членами экипажа, если каждый из них отказывается от работы с определенными инструментами?

	Не нравится
Алекс	Работать со штурвалом и картой
Борис	Работать с паяльником
Виктор	Все нравится ☺
Галина	Работать со штурвалом и картой
Дмитрий	Работать с командным пультом и штурвалом

Ответ. 18

Решение.

	Алекс	Борис	Виктор	Галина	Дмитрий
Капитан (командный пульт)	+	+	+	+	-
Пилот (штурвал + джойстик)	-	+	+	-	-
Штурман (карта)	-	+	+	-	+
Инженер (паяльник + джойстик)	+	-	+	+	+
Врач (сканер)	+	+	+	+	+

Заметим, что пилотом могут являться только Борис или Виктор.

- Пусть Борис пилот.

- Штурман – Виктор (свободны роли: Капитан, Инженер, Врач). Заметим, что на роль Капитана могут претендовать только Галина и Алекс и они же могут быть на оставшихся ролях, Дмитрий же не может быть шефом, но остальные роли ему доступны. Отсюда получаем $2 \cdot 2 = 4$ варианта.

- Штурман – Дмитрий (свободны роли: Капитан, Инженер, Врач). На эти роли ограничений нет: $3! = 6$ вариантов.

Итого 10 вариантов.

- Пусть Виктор пилот.

- Штурман – Борис (свободны роли: Капитан, Инженер, Врач). Получаем те же ограничения что и в одном из раннее рассмотренных случаях $2 \cdot 2 = 4$.

- Штурман – Дмитрий. Выберем инженера из Галины или Алекса. После остается 2 человека и две роли. Всего 4 варианта.

Итого 8 вариантов.

Критерии оценивания

1. + 4 б. – верно составлена таблица "Кто какую роль не может занимать" на основе условий об инструментах (например, для варианта 3: Алекс не может быть пилотом и штурманом, Борис не может быть инженером и т.д.).
2. + 4 б. – определена роль с наибольшими ограничениями (например, Пилот/Помощник шефа) и рассмотрены варианты, кто может ее занять.

3. + 6 б. – для каждого кандидата на ключевую роль выполнен корректный подсчет количества вариантов распределения остальных ролей с учетом всех ограничений.
4. + 2 б. – верно просуммированы все варианты, получен итоговый ответ (20, 18, 18 для разных вариантов).

Задание 5 (20 баллов). Будем называть два слова X и Y гармоничными, если:

5. При последовательном (слева направо) выделении букв “А” и “Ю” из слова X получается в точности та же последовательность, что при таком же выделении из слова Y. При этом букв “А” или “Ю” в словах может вообще не быть.
6. При выделении из слов X и Y всех остальных букв получаются палиндромы (слова, которые читаются одинаково как слева направо, так и справа налево), и эти выделенные последовательности совпадают. Пустая строка тоже считается палиндромом.

Примеры слов-отражений: ПАПЮ, АППЮ.

Набором гармоничных слов будем считать такую совокупность гармоничных слов, что любые два слова из набора гармоничны.

А максимальный набор гармоничных слов – это такой набор, что для любого слова из этого набора любое гармоничное слово к нему уже находится в этом наборе.

Сколько максимальных наборов гармоничных слов можно составить из букв А, Ю, П, Т, если каждое слово в наборе должно иметь длину 4. Слова могут быть бессмысленными. Буквы можно использовать несколько раз.

Ответ. 52

Решение.

Пусть G – некоторая последовательность гласных длины k. Пусть S – некоторая последовательность согласных длины m-4k, являющаяся палиндромом.

Заметим, что тогда любое слово определяется упорядоченной парой (G,S) и тем как позиции гласных расположены среди 4-х позиций.

Значит, максимальный набор – это множество всех слов с фиксированными G и S, но с всевозможными размещениями позиций гласных.

Считаем кол-во возможных G:

- k=0: G – 1 вариант;

- k=1: G может быть А,Ю – 2 варианта;

- k=2: G может быть АА,АЮ,ЮА,ЮЮ – 4 варианта;

- k=3: все строки длины 3 из А и Ю – 8 вариантов;

- k=4: все строки длины 4 – 16 вариантов;

Считаем количество возможных S (палиндромы из П и Т длины m=4-k):

- m=0: S – 1 вариант;

- m=1: S может быть П или Т – 2 варианта;

- m=2: S может быть ПП или ТТ – 2 варианта;

- m=3: S может быть ППП,ТПТ,ПТП,ТТТ – 4 варианта;

- m=4: S может быть ПППП,ПТТП,ТППТ,ТТТТ – 4 варианта;

Комбинации (G,S) для каждого k:

- k=0 (m=4): $1 \cdot 4 = 4$;

- k=1 (m=3): $2 \cdot 4 = 8$;

- k=2 (m=2): $4 \cdot 2 = 8$;

- k=3 (m=1): $8 \cdot 2 = 16$;

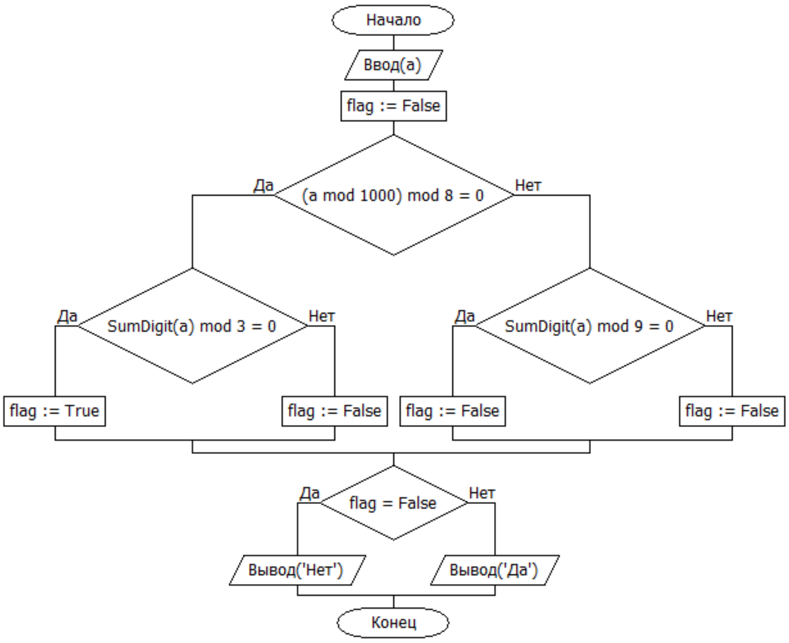
- k=4 (m=0): $16 \cdot 1 = 16$;

$$4 + 8 + 8 + 16 + 16 = 52$$

Критерии оценивания

1. +4 б. – понято, что максимальный набор — это множество всех слов с фиксированной последовательностью гласных (О/У, А/Ю, Я/И) и фиксированным палиндромом согласных, отличающихся только позициями гласных.
2. + 5 б. – верно подсчитано количество возможных последовательностей гласных (G) для каждого k от 0 до 4 (1,2,4,8,16 для двух гласных букв).
3. + 5 б. – верно подсчитано количество возможных палиндромов из согласных (S) для каждой длины m = 4-k (1,2,2,4,4 для двух согласных букв).
4. + 6 б. – верно перемножены соответствующие количества и получена итоговая сумма (52 для всех вариантов).

Задание 6 (7 баллов). Перед вами блок схема программы, которая проверяет делится ли число a на число 24 или нет.



Объясните, почему эта программа может проверить делимость на 24.

Предложите, как можно уменьшить размер этой блок-схемы, т.е. **удалить** ненужные её части так, чтобы сохранялся результат работы алгоритма. Объясните, почему это можно сделать. При этом можно только удалять элементы блок-схемы, нельзя вносить изменения в существующие и добавлять новые.

Пояснения к блок-схеме

SumDigit – функция, которая считает сумму цифр в числе a. Например, значение SumDigit(123) равно 6

$a\ mod\ b$ – команда, которая вычисляет остаток от деления числа a на число b. Например, значение $7\ mod\ 3$ равно 1.

$\coloneqq$ оператор присваивания.

Пример:

$a := 5$ (сейчас значение а равняется 5)

Вывод(a) (выводится 5)

$a \coloneqq a + 2$ (сейчас значение а равняется 7)

Вывод(a) (выводится 7)

Решение.
$24 = 8 \cdot 3$, причем 8 и 3 взаимно просты (не имеют общих делителей отличных от единицы).

Признак делимости на 8 – последние три цифры в числе делятся на 8. Признак делимости на 3 – сумма цифр числа делится на 9. Так как flag изначально False мы можем удалить все части, где flag:=False.

Критерии оценивания

1. + 3 б. – объяснено, что программа проверяет делимость на составное число, раскладывая его на взаимно простые множители (3 и 8, 5 и 9, 3 и 4 и т.д.), и использует соответствующие признаки делимости.
2. + 2 б. – замечено, что переменная flag изначально равна False, и все ветки, где flag присваивается False, являются избыточными и могут быть удалены без изменения результата.

+ 2 б. – предложен конкретный вариант удаления элементов блок-схемы (узлов и связей), сохраняющий работоспособность алгоритма. Объяснено, почему удаленные части не влияют на итоговый вывод.

Информатика. 7 класс . 1 вариант

Задание 1. (15 баллов)

Бельчонок придумал свой способ для шифрования. Он берет слово и делает с ним три шага:

1) Записывает слово задом наперед.
2) Заменяет каждую букву на следующую за ней в алфавите (Я заменяется на А).
3) В получившейся строке меняет местами каждую пару соседних символов (1-й со 2-м, 3-й с 4-м и т.д. Если символов нечетное количество, последний остается на месте).

Бельчонок с помощью своего способа зашифровал слово и отправил своему другу Зайчонку. Зайчонок увидел сообщение “УНСЙДПБМ” и ничего не смог понять. Помогите Зайчонку расшифровать сообщение.

Решение:

УНСЙДПБМ

Меняем местами соседние пары символов:

УН → НУ

СЙ → ЙС

ДП → ПД

БМ → МБ

Результат: НУЙСПДМБ

Заменяем каждую букву на предыдущую:

Н → М

У → Т

Й → И

С → Р

П → О

Д → Г

М → Л

Б → А

Результат: МТИРОГЛА

Пишем задом наперед: АЛГОРИТМ

Ответ: Алгоритм

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 15 баллов
- Верное рассуждение, но небольшие логические ошибки или неполное объяснение решение с правильным ответом - 10 баллов

- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 8 баллов
- Правильный ответ с неправильным пояснением - 5 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Неправильное решение; другой ответ - 0 баллов

Задание 2. (15 баллов)

Бельчонок очень любит считать. Однажды он нашел в учебнике следующее уравнение:

$15A_{16}/X = 255_8$

Помогите Бельчонке найти такой делитель X, чтобы выполнялось равенство.

В ответе приведите значение числа X в десятичной системе счисления.

Решение:

Переведем число 15A16 в десятичную систему счисления:

15A16 = 1*162 + 5*161+10*160 = 346

Переведем число 2558 в десятичную систему счисления:

2558 = 2*82 + 5*81+5*80 = 173

346/X=173 Отсюда X = 2

Ответ: 2

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и подробным объяснением - 15 баллов
- Правильное рассуждение, но допущены арифметическая или логическая ошибка - 13 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Неправильное решение; другой ответ - 0 баллов

Задание 3. (25 баллов)

Однажды Бельчонок нашёл на старом дубе таинственный свиток. На нём был записан древний шифр, который можно разгадать, только сосчитав все «особые числа» - четырёхзначные числа, собранные из семи священных камней-цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

На каждом камне высечена одна цифра, и каждый камень можно использовать только один раз в одном числе.

Для «особого числа» существует еще три правила:

1) Сумма его цифр чётная.
2) Оно кратно пяти.

3) Не начинается с цифры 1.

Помогите Бельчонку определить сколько «особых чисел», подчиняющихся всем правилам, может составить Бельчонок из своих камней-цифр.

Решение:

Число кратно 5 ⇒ последняя цифра 5. Остались цифры {1,2,3,4,6,7} на первые три позиции. Всего перестановок из 6 по 3: $6 \cdot 5 \cdot 4=120$

Вычитаем те, где первая цифра 1:

$a=1$ ⇒ b,c из 5 цифр: $5 \cdot 4=20$ способов. Остаётся $120-20=100$ чисел с $a \neq 1$

Сумма $a+b+c+5$ чётна ⇒ $a+b+c$ нечётна. Среди {1,2,3,4,6,7}: чётных 3 (2,4,6), нечётных 3 (1,3,7). Количество перестановок с нечётной суммой всех цифр (без учёта $a\neq1$

1 нечётная + 2 чётные: $C(3,1) \cdot C(3,2) \cdot 3!=3 \cdot 3 \cdot 6=54$

3 нечётные: $C(3,3) \cdot 3!=1 \cdot 6=6$

Всего $54+6=60$ перестановок с нечётной суммой.

Из них убираем те, где $a=1$:

В первом случае (1 нечётная) $a=1$ и b,c — 2 чётные из 3: $3 \cdot 2=6$

Во втором случае (3 нечётные) {1,3,7} с $a=1$: $2!=2$

Всего $6+2=8$ с $a=1$ и нечётной суммой.

Остаётся $60-8=52$ числа.

Ответ: 52.

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и подробным объяснением - 25 баллов
- Правильное рассуждение, но допущены арифметическая или логическая ошибка - 20 баллов
- Правильный ответ, но не подробное объяснение - 15 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Неправильное решение; другой ответ - 0 баллов

Задание 4. (20 баллов)

Бельчонок нашёл в дупле старый цифровой проигрыватель. На нём хранятся три звуковые записи.

Бельчонок выяснил несколько деталей:

1) все три стерео записи сделаны с одинаковой частотой дискретизации и хранятся без использования сжатия.

2) глубина кодирования у них разная: у первой песни глубина кодирования в 2 раза меньше, чем у второй; третьей песни глубина кодирования в 3 раза больше, чем у второй.

3) Первая и третья песенки занимают на проигрывателе одинаковый объём памяти.

4) Первая песня длится 120 секунд.

Помогите Бельчонку определить, сколько секунд звучит третья песня. В ответе укажите только целое число — длительность третьей песни в секундах.

Решение:

Пусть глубина кодирования второй композиции = i бит.

Тогда:

$i_1 = i / 2$ (первая)

$i_2 = i$ (вторая)

$i_3 = 3i$ (третья)

Формула объёма: V = Частота * i * t * 2 (где 2 — два канала).

Условие: $V_1 = V_3$.

Частота (f) и число каналов (2) — одинаковы для всех, значит они сокращаются.

Уравнение:

$(i / 2) * t_1 = (3i) * t_3$

Подставляем $t_1 = 120$ сек:

$(i / 2) * 120 = 3i * t_3$

$60i = 3i * t_3$

$t_3 = 60i / 3i = 20$

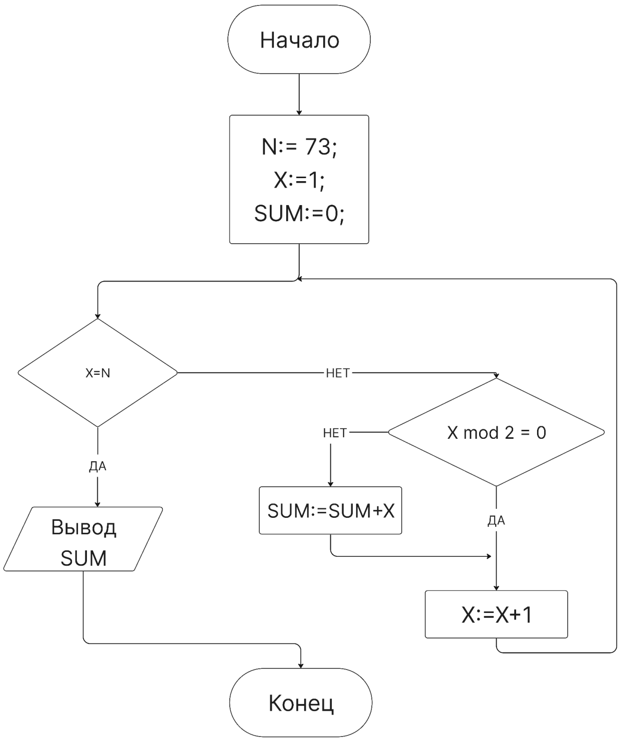
Ответ: 20

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение, но допущена арифметическая или логическая ошибка - 18 баллов
- Неполное объяснение решение с правильным ответом - 15 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задание 5. (25 баллов)

Бельчонок встретил в книге следующий алгоритм. Попробуйте, не используя компьютер, определить, какое целое число будет выведено в качестве значения переменной SUM после его выполнения. Запишите это число в ответ.



Примечание: (X mod Y) вычисляет остаток от целочисленного деления X на Y, например, результатом остатка от целочисленного деления 15 на 10 является 5.

Решение:

Можно заметить, что складываются нечетные числа от 1 до 72.

Вычислим сумму нечётных чисел: (72 / 2)2 =1296

Ответ: 1296

Критерии оценивания:

- Правильный, полный и обоснованный ответ, найдена закономерность в решении - 25 баллов
- Полный, обоснованный ответ, найдена закономерность в решении, но допущена арифметическая ошибка - 20 баллов
- Переборное решение и правильный ответ или неполное объяснение- 15 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Неправильно решение, неправильный ответ, нет ответа - 0 баллов

Информатика. 7 класс. 2 вариант

Задание 1. (15 баллов)

Бельчонок придумал свой способ для шифрования. Он берет слово и делает с ним три шага:

1) Записывает слово задом наперед.
2) Заменяет каждую букву на следующую за ней в алфавите (Я заменяется на А).
3) В получившейся строке меняет местами каждую пару соседних символов (1-й со 2-м, 3-й с 4-м и т.д. Если символов нечетное количество, последний остается на месте).

Бельчонок с помощью своего способа зашифровал слово и отправил своему другу Зайчонку. Зайчонок увидел сообщение “ПСТТЧЁСПР” и ничего не смог понять. Помогите Зайчонку расшифровать сообщение.

Решение:

ПСТТЧЁСПР

Меняем местами соседние пары символов:

ПС → СП

ТТ → ТТ (они одинаковые, но все равно меняем местами)

ЧЁ → ЁЧ

СП → ПС

Последний символ Р остается на месте.

Результат: СПТТЁЧПСР

Заменяем каждую букву на предыдущую:

С → Р

П → О

Т → С

Т → С

Ё → Е

Ч → Ц

П → О

С → Р

Р → П

Результат: РОССЕЦОРП

Пишем задом наперед: ПРОЦЕССОР

Ответ: Процессор

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 15 баллов

- Верное рассуждение, но небольшие логические ошибки или неполное объяснение решение с правильным ответом - 10 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 8 баллов
- Правильный ответ с неправильным пояснением - 5 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Неправильное решение; другой ответ - 0 баллов

Задание 2. (15 баллов)

Бельчонок очень любит считать. Однажды он нашел в учебнике следующее уравнение:

242_5 / X = 22_8

Помогите Бельчонку найти такой делитель X, чтобы выполнялось равенство.

В ответе приведите значение числа X в десятичной системе счисления.

Решение:

Переведем число 2425 в десятичную систему счисления:

2425 = 2*52 + 4*51+2*50 = 72

Переведем число 228 в десятичную систему счисления:

228 = 2*81+2*80 = 18

72/X=18 Отсюда X = 4

Ответ: 4

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и подробным объяснением - 15 баллов
- Правильное рассуждение, но допущены арифметическая или логическая ошибка - 13 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Неправильное решение; другой ответ - 0 баллов

Задание 3. (25 баллов)

В сундуке у Бельчонка найден шифр, защищающий код от сокровищ.

Бельчонок разобрал, что код от сокровищ - это количество “специальных чисел”

Под “специальные числа” подходят четырехзначные числа, начинающееся с нечётной цифры, и при этом должны выполняться следующие условия:

1) Последняя цифра делится на 3,
2) Сумма всех цифр числа равна 15.

3) В записи кода можно использовать цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, но каждую цифру — не более одного раза.

Помогите Бельчонку определить количество “специальных” чисел и добраться до сокровищ.

Решение:

Четырёхзначное число abcd

1. a – нечётное → {1,3,5,7,9}
2. d кратно 3 → {0,3,6,9}
3. a+b+c+d=15
4. Все цифры различны.

b+c=15−a−d. Перебираем все допустимые (a,d), находим возможные пары (b,c) из оставшихся цифр (порядок важен, цифры различны).

a=1:
d=0: b+c=14 → пары (6,8),(5,9) → $2 \cdot 2=4$
d=3: b+c=11 → (2,9),(4,7),(5,6) → $3 \cdot 2=6$
d=6: b+c=8 → (0,8),(3,5) → $2 \cdot 2=4$
d=9: b+c=5 → (0,5),(2,3) → $2 \cdot 2=4$

a=3:
d=0: b+c=12 → (4,8),(5,7) → 4
d=6: b+c=6 → (1,5),(2,4) → 4
d=9: b+c=3 → (1,2) → 2

a=5
d=0: b+c=10 → (1,9),(2,8),(3,7),(4,6) → 8
d=3: b+c=7 → (0,7),(1,6) → 4
d=6: b+c=4 → (0,4),(1,3) → 4
d=9: b+c=1 → (0,1) → 2

a=7:
d=0: b+c=8 → (2,6),(3,5) → 4
d=3: b+c=5 → (0,5),(1,4) → 4
d=6: b+c=2 → (0,2) → 2

a=9:
d=0: b+c=6 → (1,5),(2,4) →4
d=3: b+c=3 → (1,2) → 2
Сумма: 18+10+18+10+6=62
Ответ: 62

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и подробным объяснением - 25 баллов
- Правильное рассуждение, но допущены арифметическая или логическая ошибка - 20 баллов
- Правильный ответ, но не подробное объяснение - 15 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Неправильное решение; другой ответ - 0 баллов

Задание 4. (20 баллов)

Бельчонок помогает дедушке оцифровывать архив семейных баек, записывая их в виде звуковых файлов без сжатия. Он оцифровал три моно-записи с одинаковой частотой. Глубина кодирования первой в 4 раза меньше, чем у второй, а третьей — в 2 раза больше, чем у второй. Известно, что информационный объём второй записи в 2 раза больше первой, а объём третьей равен объёму первой. Длительность первой записи 120 секунд. Сколько секунд длится третья запись?

Решение:

Применим формулу $I = D * t * i * k$. Обозначим за x глубину кодирования второй композиции

$I_1 = D * t * i * k = D * 120 * x/4 * 1$

$I_2 = D * t * i * k = D * t_2 * x * 1$

$I_3 = D * t * i * k = D * t_3 * 2 * x * 1$

$D * 120 * x/4 * 1 = D * t_3 * 2 * x * 1$

Решим уравнение:

$120/4 = t_3 * 2$

$t_3 = 15$

Ответ: 15

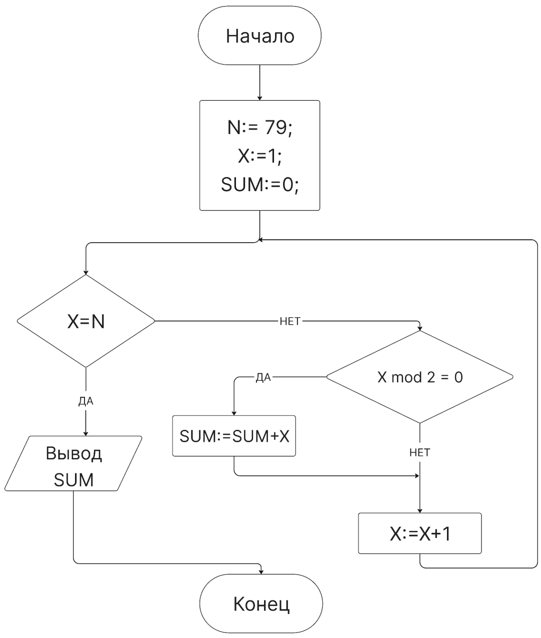
Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение, но допущена арифметическая или логическая ошибка - 18 баллов
- Неполное объяснение решение с правильным ответом - 15 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов

● Другой ответ - 0 баллов

Задание 5. (25 баллов)

Бельчонок встретил в книге следующий алгоритм. Попробуйте, не используя компьютер, определить, какое целое число будет выведено в качестве значения переменной SUM после его выполнения. Запишите это число в ответ.



Примечание: (X mod Y) вычисляет остаток от целочисленного деления X на Y, например, результатом остатка от целочисленного деления 15 на 10 является 5.

Решение:

Можно заметить, что складываются четные числа от 1 до 78.

Вычислим сумму чётных чисел: (78*80 / 4) = 1560

Ответ: 1560

Критерии оценивания:

- Правильный, полный и обоснованный ответ, найдена закономерность в решении - 25 баллов
- Полный, обоснованный ответ, найдена закономерность в решении, но допущена арифметическая ошибка - 20 баллов
- Переборное решение и правильный ответ или неполное объяснение- 15 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Неправильно решение, неправильный ответ, нет ответа - 0 баллов

Информатика. 7 класс . 3 вариант

Задание 1. (15 баллов)

Бельчонок придумал свой способ шифрования. Он берет слово и делает с ним три шага:

1) Записывает слово задом наперед
2) Заменяет каждую букву на следующую за ней в алфавите (Я заменяется на А).
3) В получившейся строке меняет местами каждую пару соседних символов (1-й со 2-м, 3-й с 4-м и т.д. Если символов нечетное количество, последний остается на месте).

Бельчонок с помощью своей программы зашифровал слово и отправил своему другу Зайчонку. Зайчонок увидел сообщение “ЙАБЧЙИБМУФЙСГ” и ничего не смог понять. Помогите Зайчонку расшифровать сообщение.

Решение:

ЙАЙЧИББМУФЙСГ

Меняем местами соседние пары символов:

ЙА → АЙ

ЙЧ → ЧЙ

ИБ → БИ

БМ → МБ

УФ → ФУ

ЙС → СЙ

Г остается на месте

Результат: АЙЧЙБИМБФУСЙГ

Заменяем каждую букву на предыдущую:

А → Я

Й → И

Ч → Ц

Й → И

Б → А

И → З

М → Л

Б → А

Ф → У

У → Т

С → Р

Й → И

Г → В
Результат: ЯИЦИАЗЛАУТРИВ
Пишем задом наперед: ВИРТУАЛИЗАЦИЯ
Ответ: ВИРТУАЛИЗАЦИЯ

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 15 баллов
- Верное рассуждение, но небольшие логические ошибки или неполное объяснение решение с правильным ответом - 10 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 8 баллов
- Правильный ответ с неправильным пояснением - 5 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Неправильное решение; другой ответ - 0 баллов

Задание 2. (15 баллов)

Бельчонок очень любит считать. Однажды он нашел в учебнике следующее уравнение:

$313_{12} / X = 225_8$

Помогите Бельчонку найти такой делитель X, чтобы выполнялось равенство.

В ответе приведите значение числа X в десятичной системе счисления.

Решение:

Переведем число 31312 в десятичную систему счисления:

$313_{12} = 3*12^2 + 1*12^1+2*12^0 = 447$

Переведем число 2258 в десятичную систему счисления:

$225_8 = 2*8^2+2*8^1+5*8^0 = 149$

447/X=149 Отсюда X = 3

Ответ: 3

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и подробным объяснением - 15 баллов
- Правильное рассуждение, но допущены арифметическая или логическая ошибка - 13 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Неправильное решение; другой ответ - 0 баллов

Задание 3. (25 баллов)

Бельчонок в волшебной стране пересчитывает заклинательные жезлы, присваивая им номера. Некоторые из этих жезлов считаются магическими и им нужно дать специальный «магический номер». «Магический номер» — это четырехзначное число, у которого первая и последняя цифры различны и чётны, само число делится на 4, а в записи числа можно использовать цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, но каждую цифру — не более одного раза.

Сколько существует различных «магических» номеров? *(25 баллов)*

Решение:

Признак делимости на 4: две последние цифры делятся на 4
Тогда переберем все возможные варианты, чисел кратных четыремЖ

3*6*1(04) = 18
3*6*1(08) = 18
3*6*1(12) = 18
3*6*1(16) = 18
3*6*1(20) = 18
2*6*1(24) = 12
2*6*1(28) = 12
3*6*1(32) = 18
3*6*1(36) = 18
3*6*1(40) = 18
2*6*1(48) = 12
3*6*1(52) = 18
3*6*1(56) = 18
3*6*1(60) = 18
2*6*1(64) = 12
2*6*1(68) = 12
3*6*1(72) = 18
3*6*1(76) = 18
3*6*1(80) = 18
2*6*1(84) = 12

Ответ: 324

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и подробным объяснением - 25 баллов

- Правильное рассуждение, но допущены арифметическая или логическая ошибка - 20 баллов
- Правильный ответ, но не подробное объяснение - 15 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Неправильное решение; другой ответ - 0 баллов

Задание 4. (20 баллов)

Бельчонок записал три стерео-записи для конкурса скороговорок. Все записи сделаны без сжатия с одинаковой глубиной кодирования, но частота дискретизации второй записи в 3 раза выше, чем у первой, а частота дискретизации третьей записи в 2 раза ниже, чем у второй. Информационный объём первой записи равен объёму третьей записи, а объём второй в 2 раза больше объёма третьей. Вторая скороговорка длится 40 секунд.

Помогите Бельчонку определить, сколько секунд длится первая скороговорка? (Ответ запиши целым числом).

Решение:

Применим формулу $I = D * t * i * k$. Обозначим за x частоту дискретизации второй скороговорки

$I_1 = D * t * i * k = x/3 * t_1 * i * 2$

$I_2 = D * t * i * k = x * 40 * i * 2$

$I_3 = D * t * i * k = x/2 * t_3 * i * 2$

$I_1 = I_3$

$x/3 * t_1 = x/2 * t_3$

Решим уравнение:

$t_1 = 3/2 * t_3$

$I_2 = 2 * I_3$

$x * 40 * i * 2 = 2 * x/2 * t_3 * i * 2$

Решим уравнение:

$40 = t_3$

$t_1 = 3/2 * 40 = 60$

Ответ: 60

Критерии оценивания:
- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение, но допущена арифметическая или логическая ошибка - 18 баллов
- Неполное объяснение решение с правильным ответом - 15 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задание 5. (25 баллов)

Бельчонок написал программу на алгоритмическом языке программирования. Ниже представлена ее часть:

```
sum:=0
q:=1
нц пока X>0
a:= mod(X;10)
sum:=sum + (a%2 + a%3 + a%5 + a%7)*q
X:=X//10
q:=q*10
кц
```

Какое максимальное натуральное число необходимо присвоить переменной X перед выполнением данного фрагмента, чтобы после его выполнения значение переменной sum стало равным 760498?

В ответе напишите целое число.

Примечание: (X % Y) вычисляет остаток от целочисленного деления X на Y, например, результатом остатка от целочисленного деления 15 на 10 является 5. (X // Y) вычисляет целую часть от деления X на Y, например, результатом целочисленного деления 15 на 10 является 1.

Решение:

Можно заметить, что каждая цифра разряда числа sum получается как сумма остатков от деления соответствующей цифры числа X на 2, 3, 5, и 7

Проверим какая цифра получится подставляя x от 0 до 9:

x = 0: 0%2 + 0%3+0%5+0%7 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0

x = 1: 1%2 + 1%3+1%5+1%7 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4

x = 2: 2%2 + 2%3+2%5+2%7 = 0 + 2 + 2 + 2 = 6
x = 3: 3%2 + 3%3+3%5+3%7 = 1 + 0 + 3 + 3 = 7
x = 4: 4%2 + 4%3+4%5+4%7 = 0 + 1 + 4 + 4 = 9
x = 5: 5%2 + 5%3+5%5+5%7 = 1 + 2 + 0 + 5 = 8
x = 6: 6%2 + 6%3+6%5+6%7 = 0 + 0 + 1 + 6 = 7
x = 7: 7%2 + 7%3+7%5+7%7 = 1 + 1 + 2 + 0 = 4
x = 8: 8%2 + 8%3+8%5+8%7 = 0 + 2 + 3 + 1 = 6
x = 9: 9%2 + 9%3+9%5+9%7 = 1 + 0 + 4 + 2 = 7

Таким образом необходимое максимальное число это 980745

Ответ: 980745

Критерии оценивания:

- Правильный, полный и обоснованный ответ, найдена закономерность в решении - 25 баллов
- Полный, обоснованный ответ, найдена закономерность в решении, но допущена арифметическая ошибка - 20 баллов
- Переборное решение и правильный ответ или неполное объяснение- 15 баллов
- За некоторые правильные шаги, но в целом неправильное решение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Неправильно решение, неправильный ответ, нет ответа - 0 баллов

Информатика. 8 класс

1 вариант

Задача 1. (20 баллов)

Бельчонок очень любит числа, в которых содержится хотя бы одна тройка. Он решил сосчитать все такие числа в своей новой книге, страницы которой пронумерованы от 1 до 2026.

Помогите Бельчонку определить сколько существует натуральных чисел от 1 до 2026, в записи которых встречается хотя бы одна цифра 3?

Решение:

Подсчитаем, сколько чисел содержат цифру 3 хотя бы в одном разряде, используя формулу включений-исключений для четырёх разрядов (тысячи, сотни, десятки, единицы). $\overline{a_1a_2a_3a_4}$

В разряде тысяч (числа 3000–3999) - нет, так как больше 2026.

В разряде сотен $a_2 = 3$: при $a_1 = 0,1$: 2 * 10 *10 = 200 чисел.

В разряде десятков $a_3 = 3$: при $a_1 = 0,1$: 2 * 10 * 10 = 200 чисел.

В разряде единиц $a_4 = 3$: при $a_1 = 0,1$: 2 * 10 * 10 = 200 чисел,

при $a_1 = 2$: $a_2 = 0$, $a_3 = 0,1,2 \rightarrow$ 3 числа (2003, 2013, 2023).

$A_2 \cap A_3$ ($a_2 = 3$, $a_3 = 3$): при $a_1 = 0,1$: 2* 10 = 20 чисел.

$A_2 \cap A_4$ ($a_2 = 3$, $a_4 = 3$): при $a_1 = 0,1$: 2 * 10 = 20 чисел.

$A_3 \cap A_4$ ($a_3 = 3$, $a_4 = 3$): при $a_1 = 0,1$: 2 * 10 = 20 чисел.

$A_2 \cap A_3 \cap A_4$ ($a_2 = 3$, $a_3 = 3$, $a_4 = 3$): при $a_1 = 0,1 \rightarrow$ 2 числа (0333, 1333).

при $a_1 = 2$: 2333 > 2026.

$|A_2 \cap A_3 \cap A_4|$ = (200+200+203) - (20+20+20) + 2 = 603 - 60 + 2 = 545.

Ответ: 545

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, ошибка округления ответа - 18 баллов
- Правильный ответ неполное объяснение - 15 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 10 баллов

- Частично верное рассуждение - 8 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 2. (15 баллов)

Бельчонок обожает задачи на системы счисления. Он взял числа 230_6, 23_6, 2_6, записанные в шестеричной системе счисления, сложил их, и перевёл результат в троичную систему счисления. Затем он подсчитал количество двоек в полученном троичном числе и обозначил это количество, как основание новой системы счисления m. В этой новой системе счисления он сложил числа 1220_m, 221_m, 12_m и результат оставил в системе с основанием m.

Сколько разных цифр содержится в записи суммы чисел $230_6+23_6+2_6$ (в шестеричной системе счисления) и суммы чисел $1220_m+221_m+12_m$ (в системе счисления с основанием m) вместе взятых?
Ответ дайте в десятичной системе счисления.

Решение:

Считаем сумму в шестеричной:
$230_6+23_6+2_6=255_6$
$230_6=2\cdot36+3\cdot6=72+18=90_{10}$
$23_6=2\cdot6+3=15_{10}$
$2_6=2_{10}$
Итого: $90+15+2=107_{10}$
$10710=10222_3$
m = 3
Считаем сумму в троичной системе счисления:
$1220_3+221_3+12_3=10000_3$
Ответ: 4

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с полным и логичным объяснением - 15 баллов
- Правильный ответ, объяснение неполное - 14 баллов
- Правильные рассуждения, не записан конечный ответ - 12 баллов
- Верное рассуждение, арифметическая или логическая ошибка - 10 баллов
- Частично верное рассуждение, ответ неверный - 7 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 3. (15 баллов)

Бельчонок нашёл в лесу поляну. Оглядев ее, он увидел, что там лежат белые и чёрные шишки. Бельчонок тут же заметил, что число белых шишек относится к числу чёрных как 3 к 2, а всего шишек — не больше 90.

Любопытный Бельчонок решил проверить, как изменится пропорция, если изменить количество шишек. Он выбросил в лес с поляны ровно две шишки и снова подсчитал соотношение. Теперь белые шишки относились к чёрным как 7 к 5.

Бельчонок задумался: а сколько же шишек лежало на поляне изначально, до того как он начал эксперимент? Определите это количество. *(15 баллов)*

Решение:

Пусть первоначально белых шишек 3k, черных шишек 2k (отношение 3:2).

Общее число шишек:

$$3k+2k=5k$$

По условию $5k \leq 90$.

Пусть взяли x белых, тогда $2-x$ чёрных.

После вынимания белых осталось $3k-x$, черных осталось $2k-2+x$.

Новое отношение:

$$\frac{3k-x}{2k-2+x} = \frac{7}{5}$$

Из пропорции:

$$15k\text{-}5x = 14k\text{-}14+7k,$$
$$k = 12x\ \text{-}14.$$

x — целое число, $0 \leq x \leq 2$,

x=0: k=-14 — отрицательное, не подходит.

x=1: k=-2 — отрицательное, не подходит.

x=2: k=10 — подходит.

Ответ: 50

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с полным объяснением - 15 баллов
- Верное рассуждение, числовой ответ не записан или неполное объяснение - 14 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 12 баллов
- Некоторые верные рассуждение - 9 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 4. (20 баллов)

Бельчонок собирает на зиму не обычные орешки-числа, а особые — «простые орешки» (числа, которые делятся только на себя и на единицу). Для каждого орешка-числа он может вычислить его питательность — сумму квадратов цифр, из которых оно состоит.

Он считает, что один орешек лучше другого, если его питательность больше. Если питательность одинаковая, то лучше тот орешек, который меньше по размеру (по значению числа).

Бельчонок исследует полянку, на которой орешки последовательно пронумерованы от L до R (включительно). Напишите программу, которая поможет Бельчонку найти самый лучший простой орешек на этой поляне.

На вход программе подаются два целых положительных числа L и R ($L \leq R$). Нужно найти простое число из отрезка [L, R], которое является наилучшим согласно правилам Бельчонка. Если простых орешков (простых чисел) в указанном диапазоне нет, то вывести число -1.

Ввод	Вывод
6 25	19
8 10	-1

Решение:

```
l, r = map(int, input().split())
def prime(x):
  for i in range(2, int(x**0.5)+1):
      if x%i==0: return False
  return True
b = -1
for i in range(l,r+1):
  if prime(i):
      if sum(int(j)**2 for j in str(i))>sum(int(j)**2 for j in str(abs(b))):
          b = i
print(b)
```

Ответ:

test 1 199

test 2 1097

test 3 `-1`

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдает верный ответ - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 15 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 8 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 5. (30 баллов)

Бельчонок на зиму спрятал орехи в нескольких дуплах на огромном дереве. Дерево можно представить как координатную плоскость. Каждое дупло с номером i имеет координаты (x_i, y_i), и в нём лежит определённое количество орехов p_i.

Чтобы зимой не пришлось много бегать по морозам, Бельчонок хочет выбрать одно существующее дупло и сделать его складом, в который он перенесет все орехи. Усталость при переносе орехов из одного дупла в другое вычисляется как взвешенная сумма Манхэттенских расстояний. То есть в случае если Бельчонок несет орехи из дупла с номером i в дупло с номером j усталость вычисляется по формуле $\left(\left|x_i - x_j\right| + \left|y_i - y_j\right|\right) * p_i$. Общая усталость Бельчонка вычисляется как сумма усталостей при всех переносах, за один перенос Бельчонок может перенести только один орех только из одного дупла на склад. Помогите Бельчонку выбрать склад для переноса в него всех орехов так, чтобы при их переносе он как можно меньше устал.

Напишите программу, где в первой строке вводится N (число дупел), далее в N строках последовательно вводятся числа x, y, p (координаты и количество орехов в очередном дупле, все числа целые).

Выведите координаты (x, y) склада, в который нужно перенести все запасы орехов с учетом минимизации усталости Бельчонка. Если оптимальных решений несколько - выберите дупло с наименьшим x, а при равенстве x - с наименьшим y.

Ввод	Вывод
4 0 0 3 2 4 2 3 5 1 0 3 4	0 3

4 0 0 5 0 1 5 1 0 5 1 1 5	0 0

Решение:

```
n = int(input())
holes = []
for _ in range(n):
  x, y, p = map(int, input().split())
  holes.append((x, y, p))

xs = [h[0] for h in holes]
ys = [h[1] for h in holes]
ps = [h[2] for h in holes]

min_fatigue = float('inf')
best_x = best_y = None

for i in range(n):
  total_fatigue = 0
  xi, yi, pi = holes[i]
  for j in range(n):
      if i == j:
          continue
      xj, yj, pj = holes[j]
      total_fatigue += (abs(xi - xj) + abs(yi - yj)) * pj
  if total_fatigue < min_fatigue:
      min_fatigue = total_fatigue
      best_x, best_y = xi, yi
  elif total_fatigue == min_fatigue:
      if xi < best_x or (xi == best_x and yi < best_y):
          best_x, best_y = xi, yi
print(best_x, best_y)
```

Ответ:

test 1: `5 5`

test 2: `4 4`

test 3: `-2 2`

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдала верный ответ -30 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 10 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Информатика. 8 класс
2 вариант

Задача 1. (20 баллов)

Бельчонок очень любит числа, в которых содержится хотя бы одна двойка. Он решил сосчитать все такие числа в своей новой книге, страницы которой пронумерованы от 1 до 2026.

Помогите Бельчонку определить, сколько существует натуральных чисел от 1 до 2026, в записи которых встречается хотя бы одна цифра 2?

Решение:

Подсчитаем, сколько чисел содержат цифру 2 хотя бы в одном разряде, используя формулу включений-исключений для четырёх разрядов (тысячи, сотни, десятки, единицы). $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$

В разряде **тысяч** (числа 2000–2026) - 27.

В разряде **сотен** $a_2 = 2$: при $a_1 = 0,1$: $2 * 10 *10 = 200$ чисел.

В разряде **десятков** $a_3 = 2$: при $a_1 = 0,1$: $2 * 10 * 10 + 7= 207$ чисел.

В разряде **единиц** $a_4 = 2$: при $a_1 = 0,1$: $2 * 10 * 10 + 3= 203$ чисел,

$A_2 \cap A_3$ ($a_2 = 2, a_3 = 2$): при $a_1 = 0,1$: $2* 10 = 20$ чисел.

$A_2 \cap A_4$ ($a_2 = 2, a_4 = 2$): при $a_1 = 0,1$: $2 * 10 = 20$ чисел.

$A_3 \cap A_4$ ($a_3 = 2, a_4 = 2$): при $a_1 = 0,1$: $2 * 10 + 1 = 21$ чисел.

$A_1 \cap A_4$ ($a_1 = 2, a_4 = 2$): при $a_1 = 0,1$: 3 чисел.

$A_1 \cap A_3$ ($a_1 = 2, a_4 = 2$): при $a_1 = 0,1$: 7 чисел.

$A_2 \cap A_3 \cap A_4$ ($a_2 = 2, a_3 = 2, a_4 = 2$): при $a_1 = 0,1 \rightarrow$ 2 числа (0222, 1222).

$A_1 \cap A_3 \cap A_4$ ($a_1 = 2, a_3 = 2, a_4 = 2$): 1 число (2022).

$|A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4| = (27 +200+207+203) - (20+20+21+3+7) + 2 +1= 569.$

Ответ: 569

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, ошибка округления ответа - 18 баллов

- Правильный ответ неполное объяснение - 15 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 10 баллов
- Частично верное рассуждение - 8 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 2. (15 баллов)

Лисичка решала задачки по информатике. Она взяла числа 3112_4, 231_4, 13_4, записанные в четверичной системе счисления, сложила их, и перевела результат в двоичную систему счисления. Затем она посчитала количество нулей в полученном двоичном числе и взяла это количество за основание новой системы счисления k.

В этой новой системе она сложила числа 320_k, 32_k, 3_k и оставила результат в системе с основанием k.

Сколько одинаковых цифр стоит на одинаковых позициях (разрядах), если записать сумму $3112_4+231_4+13_4$ (в четверичной системе) и сумму $320_k+32_k+3_k$ (в системе с основанием k) друг под другом, выравнивая по младшему (правому) разряду?

Если в числах получилось разное количество разрядов, то рассматриваются только те разряды, которые присутствуют и в первом и во втором числе.

Ответ дайте в десятичной системе счисления.

Решение:

Сумма $3112_4+231_4+13_4= 10022_4$

в десятичной системе $S=214+45+7=266_{10}$

Переводим 266_{10} в двоичную

$266_{10}=256+8+2=28+23+21=100001010_2$

k = 6

Посчитаем сумму $320_6+32_6+3_6 = 355_6$.

Сравниваем 10022_4 и 355_6 по младшим разрядам: Совпадающих цифр на одинаковых позициях нет.

Ответ: 0

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с полным и логичным объяснением - 15 баллов
- Правильный ответ, объяснение неполное - 14 баллов
- Правильные рассуждения, не записан конечный ответ - 12 баллов

- Верное рассуждение, арифметическая или логическая ошибка - 10 баллов
- Частично верное рассуждение, ответ неверный - 7 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 3. (15 баллов)

Бельчонок нашёл в лесу загадочную поляну. Оглядев ее, он увидел, что там лежат белые и чёрные шишки. Бельчонок тут же заметил, что число белых шишек относится к числу чёрных как 2 к 1, а всего шишек — не больше шестидесяти.

Любопытный Бельчонок решил проверить, как изменится пропорция, если убрать с поляны несколько случайно выбранных шишек. Он выбросил с поляны в лес ровно три шишки и снова подсчитал соотношение. Теперь белые шишки относились к чёрным как 5 к 3.

Бельчонок задумался: а сколько же шишек лежало на поляне изначально, до того как он начал эксперимент? Найдите это количество.

Решение:

Белые шишки $2p$, черные шишки p, всего $3p \leq 60$.

Пусть взяли x белых, тогда чёрных взяли $3-x$.

После $2p-x$, $p-3+x$.

Уравнение:

$$\frac{2p-x}{p-3+x} = \frac{5}{3}$$

$$6p-3x=5p-15+5x.$$

$$p=8x-15.$$

$p>0$, x целое 0, 1, 2, 3.

При $x=2$: $p=1$ → всего 3 шишки (2 бел.,1 черн.) — взяли 2 бел.,1 черн. → осталось 0 бел.,0 черн. — не определено отношение — не подходит.

При $x=3$: p=9p =9 → всего 27 шишек (18 бел., 9 черн.), взяли 3 бел., 0 черн. → осталось 15 бел., 9 черн. = 15/9 = 5/3. Да.

Ответ: 27

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с полным объяснением - 15 баллов
- Верное рассуждение, числовой ответ не записан или неполное объяснение - 14 баллов

- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 12 баллов
- Некоторые верные рассуждение - 9 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 4. (20 баллов)

Бельчонока заинтересовали орешки-числа, у которых нечётное количество делителей. Для каждого орешка-числа он вычисляет его питательность - сумму квадратов цифр, из которых оно состоит.

Он считает, что один орешек-число лучше другого, если его питательность больше. Если питательность одинаковая, то лучше тот орешек-число, который меньше по значению числа.

Бельчонок исследует полянку, на которой орешки пронумерованы последовательно от L до R (включительно). Напишите программу, которая поможет Бельчонку найти самый лучший орешек-число с нечётным количеством делителей на этой поляне.

На вход программа получает два целых положительных числа L и R ($L \leq R$). Вывести нужно число из отрезка [L, R], у которого общее количество натуральных делителей является нечётным числом, и которое является наилучшим согласно правилам Бельчонка. Если таких орешков-чисел в указанном диапазоне нет, выведите -1.

Ввод	Вывод
6 25	9
10 13	-1

Решение:

```
l, r = map(int, input().split())
def div(x):
 d = []
 for i in range(1, int(x**0.5)+1):
    if x%i==0:
         d.append(i)
         if i*i!=x:
             d.append(x//i)
 return d
b = -1
for i in range(l,r+1):
if len(div(i))%2!=0:
    if sum(int(j)**2 for j in str(i))>sum(int(j)**2 for j
in str(abs(b))):
```

```
        b = i
print(b)
```

Ответ:

test 1 169

test 2 999950884

test 3 97969

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдает верный ответ - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 15 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 8 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 5. (30 баллов)

Бельчонок на зиму спрятал орехи в нескольких тайниках, расположенных на прямой тропинке в лесу. Чтобы зимой не пришлось много бегать по морозам от тайника к тайнику, Бельчонок хочет сделать новый тайник-склад, в который перенесет все орехи. Причем новый тайник-склад нужно расположить так, чтобы как можно меньше устать при переносе орехов в него.

Бельчонок решил, что усталость от переноса орехов из одного тайника в тайник-склад он будет находить как расстояние между тайниками в квадрате, умноженное на количество орехов (Бельчонок может переносить за раз только один орех). Общая усталость Бельчонка вычисляется как сумма усталостей при всех переносах. Помогите Бельчонку выбрать место для нового тайника так, чтобы при переносе всех запасов орехов в него он как можно меньше устал.

Напишите программу, где в первой строке вводится N (число тайников), во второй строке вводятся координаты тайников p_1, p_2, …, p_n ($-10^4 \le p_i \le 10^4$) , в третьей строке вводятся количества орехов w_1, w_2, …, w_n ($0 < w_i \le 10^4$).

Выведите координату (с точностью до 2 знаков после запятой) точки на тропинке, где нужно разместить новый тайник так, чтобы суммарная усталость по переносе всех орехов была минимальной.

Ввод	Вывод
4	3.06

1 3 5 12 8 3 4 1	
5 1 8 12 14 15 2 2 2 2 2	10.00

Решение:

Чтобы решить эту задачу, нужно найти такую координату x, которая минимизирует функцию суммарной усталости:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{N} w_i * (x - p_i)^2$$

Функция F(x) - квадратичная (сумма квадратов, взвешенных на w_i). Раскроем квадрат:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{N} w_i * (x^2 - 2xp_i + p_i^2) =$$

$$= x^2 \sum w_i - 2x\sum(w_i p_i) + \sum(w_i p_i^2)$$

Это парабола $F(x) = Ax^2 + Bx + C$, где

$$A = \sum_{i=1}^{N} w_i,\ B = -2\sum_{i=1}^{N} w_i p_i,\ C = \sum_{i=1}^{N} w_i p_i^2$$

Так как $A > 0$, парабола направлена вверх, минимум в вершине:

$$x = -\frac{B}{2A} = \frac{2\sum w_i p_i}{2\sum w_i} = \frac{\sum w_i p_i}{\sum w_i}$$

То есть оптимальная координата - взвешенное среднее координат с весами w_i

```
n = int(input())
positions = list(map(float, input().split()))
nuts = list(map(int, input().split()))

total_weighted_sum = 0
total_nuts = 0

for i in range(n):
  total_weighted_sum += positions[i] * nuts[i]
  total_nuts += nuts[i]

if total_nuts > 0:
```

```
  optimal_point = total_weighted_sum / total_nuts
else:
  optimal_point = 0

print(f"{optimal_point:.2f}")
```

Ответ:

test 1 7.00

test 2 0.77

test 3 -1.60

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдала верный ответ -30 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 10 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Информатика. 8 класс
3 вариант

Задача 1. (20 баллов)

Бельчонок очень любит числа, в которых содержится ровно две единицы. Он решил сосчитать все такие числа в своей новой книге, страницы которой пронумерованы от 1 до 2026.

Помогите Бельчонку определить, сколько существует натуральных чисел от 1 до 2026, в записи которых встречается ровно две единицы?

Решение:

Подсчитаем, сколько чисел содержат ровно две единицы

Разберем числа по разрядности:

1‑значные (1–9): невозможно иметь две единицы.

2‑значные (10–99): только 11.

3‑значные (100–999):

Единицы в 1‑м и 2‑м разрядах (11c) → 9 чисел ($c \neq 1$)

Единицы в 1‑м и 3‑м разрядах (1b1) → 9 чисел ($b \neq 1$)

Единицы во 2‑м и 3‑м разрядах (a11) → 8 чисел ($a = 2…9$)

4‑значные (1000–2026):

Первая цифра 1 (1000–1999):

выбрать одну из трёх оставшихся позиций под единицу, остальные две — любые цифры кроме 1: 3*9*9 = 243

Первая цифра 2 (2000–2026): только 2011

Общее количество: 0 + 1 + 26 + 244 = 271

Ответ: 271

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, ошибка округления ответа - 18 баллов
- Правильный ответ неполное объяснение - 15 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 10 баллов
- Частично верное рассуждение - 8 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов

- Другой ответ - 0 баллов

Задача 2. (15 баллов)

Бельчонок увлекается системами счисления. Он вычислил сумму чисел 330_5, 34_5, 2_5, записанных в пятеричной системе счисления, и перевёл её в троичную систему. Затем он взял количество единиц в этой троичной записи и обозначил за основание новой системы счисления p.

В этой системе он сложил числа 102_p, 21_p, 12_p и записал результат в системе с основанием p.

Сколько различных цифр встречается в записи суммы $330_5+34_5+2_5$ (в пятеричной системе) и суммы $102_p+21_p+12_p$ (в системе с основанием p), если рассматривать их вместе?
Ответ дайте в десятичной системе.

Решение:

Считаем сумму в пятеричной системе счисления:

$330_5+34_5+2_5=421_5$

$330_5=2\cdot36+3\cdot6=72+18=90_{10}$

$34_5=3\cdot4+4=19_{10}$

$2_5=2_{10}$

Итого: $90+19+2=111_{10}$

$111_{10}=11010_3$

p = 3

Считаем сумму в троичной системе счисления:

$102_3+21_3+12_3=212_3$

Ответ: 3

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с полным и логичным объяснением - 15 баллов
- Правильный ответ, объяснение неполное - 14 баллов
- Правильные рассуждения, не записан конечный ответ - 12 баллов
- Верное рассуждение, арифметическая или логическая ошибка - 10 баллов
- Частично верное рассуждение, ответ неверный - 7 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 3. (15 баллов)

Бельчонок нашёл в лесу загадочную поляну. Оглядев ее, он увидел, что там лежат белые и чёрные шишки. Бельчонок тут же заметил, что число белых шишек относится к числу чёрных как 4 к 3, а всего шишек - не больше восьмидесяти.

Любопытный Бельчонок решил проверить, как изменится пропорция, если убрать с поляны несколько случайно выбранных шишек. Он взял с поляны ровно три шишки, выбросил их в лес и снова подсчитал соотношение. Теперь белые шишки относились к чёрным как 7 к 5.

Бельчонок задумался: а сколько же шишек лежало на поляне изначально, до того как он начал эксперимент? Напишите найденное количество в качестве ответа.

Решение:

Пусть изначально белых шишек B, чёрных C.

Из условия:

$$\frac{B}{C} = \frac{4}{3}$$

Общее количество:

$C=3k$, $B=4k$, тогда всего шишек $7k$, $7k \leq 80$.

Бельчонок взял 3 шишки. Пусть он взял x белых и $3-x$ чёрных.

После изъятия:

$$B'=4k-x,\ C'=3k-(3-x)=3k-3+x$$

Условие после изъятия:

$$\frac{B'}{C'} = \frac{7}{5}$$

$$5(4k-x)=7(3k-3+x)$$

$$20k-5x=21k-21+7x$$

$$-5x-7x=21k-21-20k$$

$$-12x=k-21$$

$$k = 21-12x$$

Так как x — целое от 0 до 3, и k целое положительное, $7k \leq 80$, k кратно чему? Из x целого: $21-k$ кратно 12.

Варианты:

$21-k=12 \Rightarrow k=9$,

$21-k=0 \Rightarrow k=21$,

$21-k=-12$ — уже k>21, не подходит для $x \geq 0$.

Проверим $k=9$: $x=(21-9)/12=1$ — целое, от 0 до 3. Всего шишек $7 \cdot 9=63$ — меньше 80.

k=21: x=0 — тоже возможный случай: взял 0 белых, 3 чёрных. Тогда 7k=147 — не подходит по условию «всего не больше 80».

Значит, единственный подходящий: k=9, x=1 (взял 1 белую и 2 чёрных).

Ответ: 63

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с полным объяснением - 15 баллов
- Верное рассуждение, числовой ответ не записан или неполное объяснение - 14 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 12 баллов
- Некоторые верные рассуждение - 9 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 4. (20 баллов)

Бельчонок узнал про особо прочные орешки-числа, которые являются квадратами простых чисел. У таких чисел ровно три делителя. Для каждого орешка-числа он вычисляет его питательность - сумму квадратов цифр, из которых оно состоит.

Он считает, что один орешек-число лучше другого, если его питательность больше. Если питательность одинаковая, то лучше тот орешек-число, который меньше по значению числа.

Бельчонок исследует полянку, на которой орешки пронумерованы последовательно от L до R (включительно). Напишите программу, которая поможет Бельчонку найти самый лучший прочный орешек на этой поляне.
На вход программе поступают два целых положительных числа L и R (L ≤ R). Вывести нужно число из отрезка [L, R], которое является квадратом простого числа, и которое является наилучшим согласно правилам Бельчонка. Если таких орешков-чисел в указанном диапазоне нет, выведите -1.

Ввод	Вывод
6 25	9
10 15	-1

Решение:

```
l, r = map(int, input().split())
def div(x):
```

```
 d = []
 for i in range(1, int(x**0.5)+1):
    if x%i==0:
         d.append(i)
         if i*i!=x:
             d.append(x//i)
 return d
b = -1
for i in range(1,r+1):
if len(div(i))==3:
    if sum(int(j)**2 for j in str(i))>sum(int(j)**2 for j in str(abs(b))):
        b = i
print(b)
```

Ответ:

test 1 49

test 2 169

test 3 6889

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдает верный ответ - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 15 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 8 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 5. (30 баллов)

Бельчонок на зиму спрятал орехи в нескольких тайниках, расположенных в лесу на прямой тропинке. Чтобы зимой не пришлось много бегать по морозам, Бельчонок хочет сделать из одного уже существующего тайника склад и перенести все орехи в него. При этом Бельчонок может за один раз перенести из одного тайника на склад не более C орехов, одновременно брать орехи из нескольких тайников нельзя. Поэтому он собирается сделать несколько ходок между тайниками, чтобы перенести все орехи на склад. При этом Бельчонок хочет как можно меньше устать, а усталость равна сумме пройденных расстояний за все ходки (возвращения в тайник за оставшимися орехами тоже учитывается).

Напишите программу, где в первой строке вводятся два числа: N - количество тайников и C - грузоподъёмность Бельчонка, далее в N строках последовательно вводятся координата тайника и количество орехов в нём.

Выведите номер тайника-склада (нумерация тайников начинается с 1), в который нужно перенести все орехи, так, чтобы Бельчонок при переносе устал меньше всего, и минимальную усталость Бельчонка.

Ввод	Вывод	Пояснение

2 10 5 20 15 10	1 10	усталость, если переносить в тайник 1 = |15-5|*1 = 10 усталость, если переносить в тайник 2 = |5-15|*3 = 30
3 1 0 5 100 5 200 5	2 1800	усталость, если переносить в тайник 1 = |0-100|*(2*5-1) +|0-200|*(2*5-1) = 2700 усталость, если переносить в тайник 2 = |100-0|*(2*5-1) +|100-200|*(2*5-1) = 1800 усталость, если переносить в тайник 3 = |200-0|*(2*5-1) +|200-100|*(2*5-1) = 2700

Решение:

```
N, C = map(int, input().split())
x = []
nuts = []
for i in range(N):
  xi, ni = map(int, input().split())
  x.append(xi)
  nuts.append(ni)

best_index = -1
best_fatigue = float('inf')

for i in range(N):
  fatigue = 0
  for j in range(N):
      if j == i or nuts[j] == 0:
          continue
      trips = (nuts[j] + C - 1) // C
      dist = abs(x[j] - x[i])
      fatigue += (2 * trips - 1) * dist
  if fatigue < best_fatigue:
      best_fatigue = fatigue
      best_index = i

print(best_index + 1, best_fatigue)
```

Ответ:

test 1 4 194

test 2 3 1210

test 3 36 121975

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдала верный ответ -30 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 10 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Информатика. 8 класс

4 вариант

Задача 1. (20 баллов)

Бельчонок очень любит числа, сумма цифр которых делится на 5. Он решил сосчитать все такие числа в своей новой книге, страницы которой пронумерованы от 1 до 2026.

Помогите Бельчонку определить, сколько существует натуральных чисел от 1 до 2026, сумма цифр которых кратна 5?

Решение:

От 1 до 999: Среди чисел от 0 до 999 (1000 чисел) ровно 200 имеют сумму цифр, кратную 5 (равномерное распределение). Убираем число 0, получаем 199 чисел.

От 1000 до 1999: Числа вида 1abc. Сумма цифр: $1 + S(abc) \equiv 0 \mod 5$ $\Rightarrow S(abc) \equiv 4 \mod 5$. Среди abc от 000 до 999 таких чисел 200. Получаем 200 чисел.

От 2000 до 2026: Числа вида 20xy. Сумма цифр: $2 + x + y \equiv 0 \mod 5$ $\Rightarrow x + y \equiv 3 \mod 5$.

$x = 0$: $y = 3, 8$ (2003, 2008)

$x = 1$: $y = 2, 7$ (2012, 2017)

$x = 2$: $y = 1, 6$ (до 2026) (2021, 2026)

Всего: 99 + 200 + 6 = 405 чисел

Ответ: 405

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, ошибка округления ответа - 18 баллов
- Правильный ответ неполное объяснение - 15 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 10 баллов
- Частично верное рассуждение - 8 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 2. (15 баллов)

В системе счисления с некоторым основанием q запись трехзначного числа $XYZ_{(q)}$ оканчивается на 2. Это же число, записанное в системе с основанием q+1, выглядит как $ZX4_{(q+1)}$ (цифры X и Z те же самые).

Чему равна сумма цифр X + Y + Z в системе с основанием q? Ответ дайте в десятичной системе счисления.

Решение:

Условие в виде уравнений:

$XYZ_q = X*q^2 + Y*q + Z$, где Z = 2.

$ZX4_{q+1} = Z*(q+1)^2 + X*(q+1) + 4$.

Приравниваем, так как это одно и то же число:

$X*q^2 + Y*q + 2 = 2*(q^2+2q+1) + X*(q+1) + 4$.

Упрощаем: $X*q^2 + Y*q + 2= 2*q^2 + 4*q + 2 + X*q + X + 4$.

$(X-2)*q^2 + (Y-4-X)*q -(X+4)= 0$

Выразим Y

$Yq=(2-X)q2+(4+X)q+(X+4)$.

$Y=(2-X)q+(4+X)+(X+4)/q$.

Так как Y — целое, (X+4) должно делиться на q.

Пусть X+4=kq, k — целое.

X - цифра в q-ричной системе: $1 \leq X < q$

Также Z=2 < q и 4 <q+1, поэтому $q \geq 4$

Из X+4=kq и $1 \leq X < q$

Если k=1: X=q−4. => q≥5

Подставляем

X=q−4 в $Y = (2 - X)q + (4 + X) + \frac{X+4}{q}$:

$Y=(2-(q-4))q+(4+(q-4))+\frac{q}{q}$.

$Y=(6-q)q+q+1$.

$Y=(7-q)q+1$.

Условие $0 \leq Y < q$:

При q=5: $Y=(7-5) \cdot 5+1=11$ — не подходит ($Y \geq q$).

При q=6: Y=7 — не подходит.

При q=7: Y=1 — подходит (1<7).

При q=8: Y=−7 — не подходит.

Таким образом, q=7.

Находим цифры: X=q−4=3, Y=1, Z=2.

X+Y+Z=3+1+2=6.

Ответ: 6

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с полным и логичным объяснением - 15 баллов
- Правильный ответ, объяснение неполное - 14 баллов
- Правильные рассуждения, не записан конечный ответ - 12 баллов
- Верное рассуждение, арифметическая или логическая ошибка - 10 баллов
- Частично верное рассуждение, ответ неверный - 7 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 3. (15 баллов)

Бельчонок очень любит порядок в своих запасах. В его коробке для рисования лежат только чёрные и красные карандаши, причём чёрных и красных карандашей поровну. Всего карандашей в коробке не больше 54.

Однажды, чтобы сделать набросок, он вытащил из коробки первые попавшиеся пять карандашей и отложил их в сторону. Заглянув обратно в коробку, Бельчонок с удивлением обнаружил, что теперь чёрные карандаши составляют ровно 44% от всех оставшихся.

Помогите Бельчонку определить, сколько же карандашей изначально лежало в его коробке?

Решение:

Пусть x - количество черных карандашей, x - количество красных карандашей. Всего $2x \leq 54$.

y- количество изъятых черных карандашей, тогда 5-y - количество изъятых красных карандашей, чёрных осталось: $x - y$

Красных осталось: $x-(5-y)=x-5+y$

Всего осталось: $(x-y)+(x-5+y)=2x-5$

$$\frac{x-y}{2x-5} = 0,44$$

$$x - y = 0.88x - 2.2$$

$$0.12x = y - 2.2$$

Умножим уравнение на 100 для удобства:

$$x = \frac{100y - 220}{12}$$

Проверим возможные $y \in \{0,1,2,3,4,5\}$, чтобы x было целым положительным и $2x \leq 54$:

При y = 4 выходит целое *x*=15. Тогда всего 30 карандашей.

Ответ: 30

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с полным объяснением - 15 баллов
- Верное рассуждение, числовой ответ не записан или неполное объяснение - 14 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 12 баллов
- Некоторые верные рассуждение - 9 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 4. (20 баллов)

Бельчонок увлекся составлением чисел. Он хочет составить наибольшее нечетное трехзначное число, состоящее из заданных цифр.

Напишите программу, которая поможет Бельчонку составить наибольшее нечетное трехзначное число по трем цифрам. Если такое число невозможно составить, то выведите -1.

Ввод	Вывод
1 3 5	531
2 4 3	423
1 0 0	-1

Решение:

```
a,b,c = map(int,input().split())
d = a*100 + b*10 + c
f = a*100 + c*10 + b
g = b*100 + a*10 + c
e = b*100 + c*10 + a
i = c*100 + b*10 + a
n = c*100 + a*10 + b
if d%2==0 or d<100: d=-1
if f%2==0 or f<100: f=-1
if g%2==0 or g<100: g=-1
if e%2==0 or e<100: e=-1
if i%2==0 or i<100: i=-1
if n%2==0 or n<100: n=-1
a=max(d,f,g,e,i,n)
```

```python
if a == -1: print('-1')
else: print(a)
```

Ответ:

test 1 `891`

test 2 `-1`

test 3 `301`

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдает верный ответ - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 15 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 8 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 5. (30 баллов)

Бельчонок на зиму спрятал орехи в нескольких тайниках, которые расположены по кругу радиусом 15. Координаты тайников заданы как углы от 0 до 359 градусов. Расстояние между двумя тайниками - длина кратчайшей дуги окружности, соединяющей эти два тайника.

Чтобы зимой не пришлось много бегать по морозам, Бельчонок хочет выбрать один существующий тайник, в который перенесет все орехи. Усталость при переносе орехов из тайника с номером i в тайник с номером j вычисляется как произведение расстояния между этими тайниками и количества орехов в i-ом тайнике (за раз Бельчонок может перенести только один орех). Общая усталость Бельчонка вычисляется как сумма усталостей при всех переносах. Помогите Бельчонку выбрать такой тайник, в который нужно перенести все запасы орехов так, чтобы он как можно меньше устал.

Напишите программу, где в первой строке вводится N - количество тайников, во второй строке вводятся углы a_1, a_2, …, a□ (целые числа, отсортированные по возрастанию), в третьей строке вводятся количества орехов b_1, b_2, …, b_n.

Выведите угол существующего тайника, в который нужно перенести все орехи, так, чтобы Бельчонок при переносе устал меньше всего. Если оптимальных несколько - выведите меньший угол.

Ввод	Вывод
4 0 90 180 270 10 20 30 40	180

5 0 60 120 180 240 1 1 100 1 1	120

Решение:

```
import math

def shortest_arc(angle1, angle2):
  diff = abs(angle1 - angle2) % 360
  return min(diff, 360 - diff)

def distance(angle1, angle2):
  arc = shortest_arc(angle1, angle2)
  rad = math.radians(arc)
  return R * rad

N = int(input())
angles = list(map(int, input().split()))
nuts = list(map(int, input().split()))

R = 15.0
min_fatigue = float('inf')
best_angle = None

for i in range(N):
  total_fatigue = 0
  target_angle = angles[i]
  for j in range(N):
      if i != j:
          dist = distance(angles[j], target_angle)
          total_fatigue += dist * nuts[j]
  if total_fatigue < min_fatigue or \
          (abs(total_fatigue - min_fatigue) < 1e-9 and
angles[i] < best_angle):
        min_fatigue = total_fatigue
        best_angle = angles[i]

print(best_angle)
```

Ответ:

test 1 0

test 2 340

test 3 330

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдала верный ответ -30 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 10 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Информатика. 9 класс
1 вариант

Задача 1. (15 баллов)

Бельчонок при составлении карты своих тайников записывает расстояние от своего дома до каждого тайника с помощью дробных чисел, цифры в котором - это целые числа (от 0 до 7), а основание системы счисления - 8 (потому что у Бельчонка 8 пальчиков на передних лапках).

На карте он обнаружил запись своего лучшего тайника с особыми грибами: $47{,}36_8$

Чему равно это расстояние в десятичной системе счисления? Помогите Бельчонку перевести его запись из восьмеричной системы счисления в десятичные числа. Ответ округлите до сотых.

Решение:

Переводим целую часть:

$47_8 = 4 * 8^1 + 7 * 8^0 = 4 * 8 + 7 * 1 = 32 + 7 = 39$

Переводим дробную часть:

$0{,}36_8 = 3 * 8^{-1} + 6 * 8^{-2} = 3 * (1/8) + 6 * (1/64) = 3/8 + 6/64 = 24/64 + 6/64 = 30/64 = 15/32 = 0{,}46875$

Складываем целую и дробную части, округляем до сотых:

$39 + 0{,}46875 = 39.46875 = 39{,}47$

Ответ: 39,47.

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением 15 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, ошибка в записи ответа - 14 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 12 баллов
- Частично верное рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 2. (20 баллов)

Бельчонок изучает, как устроена адресация в сети Интернет. Он знает, что сеть, к которой он подключен по протоколу IPv6, содержит

IP-адрес Бельчонка fe80:1d48::3db:6d1f и адрес его друга Зайчонка fe80:1d48::3db:7733.

Бельчонок задумался, как организовать IP-сеть таким образом, чтобы его адрес и адрес Зайчонка находились в одной IP-сети, а сама IP-сеть позволяла адресовать не более 2^{18}+10 узлов.

Помогите Бельчонку определить, сколько существует сетевых масок, для которых это будет возможно. В ответе укажите целое число.

Комментарий: В полной форме записи IPv6 адрес представляет собой восемь четырехзначных 16-ричных чисел (групп по четыре символа), разделенных двоеточиями. Адрес также может быть записан в краткой форме: если две и более группы подряд равны 0000, то они могут быть опущены и заменены на двойное двоеточие (::). Незначащие старшие нули в группах могут быть опущены. Например, адрес "2001:0db8:0000:0000:0000:0000:ae21:ad12" может быть сокращён до "2001:db8::ae21:ad12". Сокращение с помощью двойного двоеточия может быть применено только один раз для адреса, с целью избегания неоднозначностей. Длина адреса – 128 бит. Маска сети для IPv6 адресации – это десятичное число, которое делит IP адрес на адрес сети (первая часть) и адрес узла (вторая часть). У всех адресов одной IP-сети совпадают первые части и отличаются вторые. Для части IP адреса, соответствующей адресу сети, в маске сети содержатся двоичные единицы, а для части IP адреса, соответствующей адресу узла, в маске сети содержатся двоичные нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске.

Решение:

Выпишем последние 4 шестнадцатеричные цифры IP адресов в двоичном виде разряд под разрядом, чтобы определить совпадающие и различающиеся разряды адресов:

0110 1101 0001 1111

0111 0111 0011 0011

Поскольку оба узла должны быть в одной сети, у них должна быть одинаковой часть адреса, являющаяся адресом сети. Следовательно, маска должна содержать не менее 13 нулей.

Поскольку по второму условию сеть IP-сеть должна адресовать не более 2^{18}+10 узлов, маска должна содержать не более 18 нулей. Следовательно, таких масок 18-13+1=6

Ответ: 6

Критерии оценивания:
- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, нет конечного ответа на вопрос или верное рассуждение с логичным и неполным объяснением - 18 баллов
- В целом верное рассуждение, допущена арифметическая или логическая ошибка - 15 баллов
- Частично верное рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 3. (20 баллов)

Бельчонок ведет фотонаблюдение за редкой птицей. За год накопилось 120 снимков высокого разрешения 2560×1440 пикселей. Для сохранения тонких цветовых переходов используется 16 384 цветов. Архив хранится на сервере, где файловая система выделяет место кластерами двух возможных размеров: 32 КБ или 64 КБ. Файл может занимать несколько кластеров, но кластер не может быть разделён между файлами.
Бельчонок для сохранения всех снимков может выбрать только один вид размеров кластеров.

Сколько мегабайт можно сэкономить, выбрав более подходящий размер кластера, по сравнению с менее подходящим?

Решение:

Найдём объём одного фото: на 16384 цветов достаточно 14 бит.

$$2560*1140*14 = 6\ 451\ 200 \text{ байт}$$

Для кластеров 32 КБ: 6 451 200 / 32 768 ≈ 196.875 → нужно 197 кластеров. Занято реально: 197 * 32 768= 6 455 296 байт. Потеря: 4 КБ на файл.

Для кластеров 64 КБ: 6 451 200 / 65 536 ≈ 98.4375 → нужно 99 кластеров. Занято реально: 99 * 65 536 = 6 488 064 байт. Потеря: 36 КБ на файл.

При 32 КБ: 120 * 4 КБ = 480 КБ потерь. Занято: 120 * 6304 = 756 480 КБ.

При 64 КБ: 120 * 36 КБ = 4320 КБ потерь. Занято: 120 * 6336 = 760 320 КБ.

Разница в занятом месте: 760 320 - 756 480 = 3840 КБ = 3,75 МБ.

Ответ: Выбрав кластеры 32 КБ вместо 64 КБ, можно сэкономить 3,75 МБ.

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- В целом верное рассуждение, но не полное объяснение - 17 баллов
- В целом верное рассуждение, допущена арифметическая или логическая ошибка - 15 баллов
- Некоторые верные рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 4. (15 баллов)

Бельчонок перехватил две таинственные записи от Старой Совы. Обе записи - это цепочки А и В, содержащие одно и то же количество чисел.

Бельчонок знает от Мудрого Филина, что для секретной переписки иногда используют Шифр Цезаря. Чтобы спрятать сообщение, к каждому числу в цепочке прибавляют одно и то же секретное целое число - «ключ».

Например, если исходная цепочка была {1, 2, 3, 4}, и ключ — +4, то спрятанная цепочка будет {5, 6, 7, 8}.

Помогите Бельчонку проверить, могла ли цепочка В получиться из цепочки А с помощью Шифра Цезаря.

Напишите программу, которая получает в первой строке число N - длина цепочек А и В ($1 \leq N \leq 1000$), во второй строке N целых чисел a_1, a_2, …, a_N - цепочка А ($-10^4 \leq a_i \leq 10^4$), во второй строке N целых чисел b_1, b_2, …, b_N - цепочка В ($-10^4 \leq b_i \leq 10^4$), и выводит "NO", если последовательность В нельзя получить из последовательности А, а в противном случае выводит ключ шифра с учетом знака.

Ввод	Вывод
4 1 2 3 4 5 6 7 8	4
3 1 2 3 3 2 1	NO
1	-1

-1 -2	

Решение:

```
n = int(input())
A = list(map(int, input().split()))
B = list(map(int, input().split()))

key = B[0] - A[0]

for i in range(1, n):
 if B[i] - A[i] != key:
     print("NO")
     break
else:
 print(key)
```

Ответ:

test 1 -5

test 2 5000

test 3 NO

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдает верный ответ - 15 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 10 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 8 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 5. (30 баллов)

Бельчонок решил собирать орехи в лесу. Однако из-за нехватки времени он может отправиться на сборы только два раза в течение дня, каждый раз на 3 единицы времени подряд. Бельчонок заранее узнал, в какие часы его друзья-белочки будут играть возле орешника (они готовы помогать, только если будут там с начала и до конца сбора орехов Бельчонком). Помогите ему выбрать два момента времени для начала сбора (второй сбор должен начаться не раньше, чем через 3 единицы времени после начала первого), чтобы как можно больше друзей смогли ему помочь. Друг учитывается один раз, даже если сможет помочь оба раза. Если Бельчонок может выбрать начало сборов различными способами (при сохранении максимального количества помощников), то он выбирает самые ранние варианты.

Напишите программу, которая получает в первой строке число N ($2 \le N \le 300$) - количество друзей, в следующих N строках - моменты времени начала и окончания игры каждого друга (натуральные числа не превышающие 10^4, начало игры всегда меньше ее окончания), и выводит число друзей, которые смогут помочь, а также два времени начала первого и второго сбора в возрастающем порядке.

Ввод	Вывод
4 1 11 1 3 6 15 1 6	3 1 6
3 1 10 11 20 21 30	2 1 11

Пояснение: момент начала игры друга считается включительно, момент окончания игры не включительно. То есть если начало игры в момент времени 1 и окончания в момент времени 3, то друг играл возле орешника в моменты времени 1 и 2.

Решение:

```
f = open('input.txt')
n = int(f.readline())
people = []
for _ in range(n):
 t0,t1 = map(int, f.readline().split())
 people.append((t0,t1))

L = 3

def cnt(t):
 return sum(a <= t and b >= t + L for a, b in people)

cand = set()
for a, b in people:
 cand.add(a)
 cand.add(b - L)

cand = sorted(x for x in cand if x >= 0)

best = -1
t1_best = t2_best = 0
```

```python
    for i in range(len(cand)):
     x = cand[i]
     for j in range(i, len(cand)):
         y = cand[j]
         total = 0
         for a, b in people:
              if (a <= x and b >= x + L) or (a <= y and b >= y + L):
                 total += 1
         if total > best:
             best, t1_best, t2_best = total, x, y

    for x in cand:
     y = x + L
     if y <= 2 * 10 ** 9:
         total = 0
         for a, b in people:
              if (a <= x and b >= x + L) or (a <= y and b >= y + L):
                 total += 1
         if total > best:
             best, t1_best, t2_best = total, x, y

    if best == -1:
     best, t1_best, t2_best = 0, 0, L

    print(best, t1_best, t2_best)
```

Ответ:

test 1 18 17 35

test 2 15 1 20

test 3 20 90 190

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдала верный ответ - 30 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 10 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 5 баллов

Другой ответ - 0 баллов

Информатика. 9 класс

2 вариант

Задача 1. (15 баллов)

Бельчонок рассчитывает, сколько мха ему нужно, чтобы утеплить домик на зиму. Количество мха в кубических сантиметрах он записал в двоичной системе счисления.

На его записи значится: $1101{,}101_2$

Помогите Бельчонку, определить сколько это кубических сантиметров мха в десятичной системе счисления? Ответ округлите до тысячных.

Решение:

Переводим целую часть:

$1101_2 = 1*2^3 + 1 * 2^2 + 1*2^0 = 8 + 4 + 1 = 13$

Переводим дробную часть:

$0{,}101_2 = 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-3} = 1/2 + 1/8 = 5/8 = 0{,}625$

$13 + 0{,}625 = 13{,}625$

Ответ: 13,625

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением 15 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, ошибка в записи ответа - 14 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 12 баллов
- Частично верное рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 2. (20 баллов)

Сеть IPv6 содержит адрес Бельчонка 2001:db8:aaaa::1111:2222 и адрес Лисенка 2001:db8:aaaa::1112:0001.

Белка хочет, чтобы её адрес и адрес Лисенка были в одной IP-сети, а сама сеть должна позволять адресовать не более 2^{21}+100 узлов.

Помогите Бельчонку определить, сколько существует сетевых масок, для которых это будет возможно. В ответе укажите целое число.

Комментарий: В полной форме записи IPv6 адрес представляет собой восемь четырехзначных 16-ричных чисел (групп по четыре символа), разделенных двоеточиями. Адрес также может быть записан в краткой форме: если две и более группы подряд равны 0000, то они могут быть опущены и заменены на двойное двоеточие (::). Незначащие старшие нули в группах могут быть опущены. Например, адрес "2001:0db8:0000:0000:0000:0000:ae21:ad12" может быть сокращён до "2001:db8::ae21:ad12". Сокращение с помощью двойного двоеточия может быть применено только один раз для адреса, с целью избегания неоднозначностей. Длина адреса – 128 бит. Маска сети для IPv6 адресации – это десятичное число, которое делит IP адрес на адрес сети (первая часть) и адрес узла (вторая часть). У всех адресов одной IP-сети совпадают первые части и отличаются вторые. Для части IP адреса, соответствующей адресу сети, в маске сети содержатся двоичные единицы, а для части IP адреса, соответствующей адресу узла, в маске сети содержатся двоичные нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске.

Решение:

Выпишем последние 5 шестнадцатеричных цифр IP адресов в двоичном виде разряд под разрядом, чтобы определить совпадающие и различающиеся разряды адресов:

0001 0010 0010 0010 0010

0010 0000 0000 0000 0001

Поскольку оба узла должны быть в одной сети, у них должна быть одинаковой часть адреса, являющаяся адресом сети. Следовательно, маска должна содержать не менее 18 нулей.

Поскольку по второму условию сеть IP-сеть должна адресовать не более 2^{21}+100 узлов, маска должна содержать не более 21 нулей. Следовательно, таких масок 21-18+1=4

Ответ: 4

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, нет конечного ответа на вопрос или верное рассуждение с логичным и неполным объяснением - 18 баллов
- В целом верное рассуждение, допущена арифметическая или

логическая ошибка - 15 баллов

- Частично верное рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 3. (20 баллов)

Бельчонок обработал серию снимков Луны. Получилось 80 изображений размером 4096×2160 пикселей, в каждом изображении используется 65 536 цветов. Для хранения он использует старый жёсткий диск с файловой системой, где размер блока может быть 8 КБ либо 28 КБ. Файл занимает целое число блоков, но каждый блок может содержать только данные из одного файла. Бельчонок может выбрать только один вид размеров блоков.

Помогите Бельчонку определить, на сколько мегабайт меньше займут все фотографии, если выбрать оптимальный размер блока?

Решение:

Объём одного фото: 4096 * 2160 * 16 = 141 557 760 бит = 17 694 720 байт 17 280 КБ.

Считаем блоки:

8 КБ: 17 280 / 8 = 2160 блоков. Потерь нет.

28 КБ: 17 280 / 28 ≈ 617.1429 ≈ 618 блоков. Потеря: 618*28 - 17280 = 17304 - 17280 = 24 КБ на файл.

Для 80 файлов:

8 КБ: 80 * 17280 = 1 382 400 КБ.

28 КБ: Реально занято: 80 * (618*28) = 80 * 17304 = 1 384 320 КБ.

1 384 320 - 1 382 400 = 1920 КБ.

1920 / 1024 = 1,875 МБ.

Ответ: Выбрав блоки 8 КБ вместо 28 КБ, можно сэкономить 1,875 МБ.

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- В целом верное рассуждение, но не полное объяснение - 17 баллов
- В целом верное рассуждение, допущена арифметическая или логическая ошибка - 15 баллов
- Некоторые верные рассуждение - 10 баллов

- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 4. (15 баллов)

Бельчонок придумал собственный шифр. Он работает почти как древний шифр Цезаря, но в «кольце» из m позиций, где m - его любимое простое число.

У Бельчонка есть две числовые последовательности: A и B, все числа, принадлежащие последовательностям, находятся в диапазоне от 0 до m-1. Каждый элемент a_i последовательности A шифруется следующим образом: a_i сдвигается на один и тот же секретный шаг k ($0 \le k < m$), то есть a_i увеличивается на k, но если число выходит за пределы диапазона, оно заменяется на значение (a_i+k) mod m, где x mod y - операция получения остатка от деления x на y.

Напишите программу, которая проверяет может ли последовательность B являться зашифрованной последовательностью A. На вход в первой строке подаются два натуральных числа: n (количество элементов в последовательностях A и B) и m, во второй и третьей строке подаются сами последовательности A и B соответственно. Если не существует целого числа k, которое превращает последовательность A в B по правилам Бельчонка, выведите NO. Если такое число k существует, выведите его ($0 \le k < m$).

Ввод	Вывод
4 7 1 2 3 6 2 3 4 0	1
4 3 0 2 1 2 2 1 0 0	NO

Решение:

```
n, m = map(int, input().split())
A = list(map(int, input().split()))
B = list(map(int, input().split()))

k = (B[0] - A[0]) % m

for i in range(1, n):
  if (B[i] - A[i]) % m != k:
      print("NO")
      break
else:
```

```
print(k)
```

Ответ:

test 1 3

test 2 11

test 3 125

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдает верный ответ - 15 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 10 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 8 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 5. (30 баллов)

Бельчонок хочет послушать две сказки от Мудрой Совы. Каждая сказка длится 4 единицы времени. Сова готова рассказать их в любой момент дня, но сказки не должны пересекаться. Бельчонок составил расписание своих друзей, которые тоже хотят послушать сказку (друг слушает сказку, только если может присутствовать от её начала до конца). Найдите, в какие моменты Мудрой Сове начать рассказывать сказки, чтобы максимальное количество различных друзей послушало хотя бы одну сказку целиком. Если друг послушал обе сказки, то но все равно считается только один раз.

Если начало сказок можно выбрать различными способами (при сохранении максимального количества слушателей), то необходимо выбирать самые ранние варианты.

Напишите программу, которая получает в первой строке число N ($1 \leq N \leq 300$) — количество друзей, в следующих N строках — моменты времени прихода и ухода каждого друга (натуральные числа не превышающие 10^4, приход всегда меньше ухода), и выводит максимальное число друзей, которые смогут послушать сказки, и два момента времени начала сказок в возрастающем порядке.

Ввод	Вывод
4 1 11 1 3 6 15 1 6	3 1 6
3	2 1 11

1 10 11 20 21 30	

Пояснение: момент прихода друга считается включительно, момент ухода друга не включительно. То есть если друг пришел в момент времени 1 и ушёл в момент времени 3, то слушать сказку может только в моменты времени 1 и 2.

Решение:

```
n = int(input())
friends = []
for _ in range(n):
  a, b = map(int, input().split())
  friends.append((a, b))

tale_len = 4

best_count = 0
best_starts = (0, 0)

time_points = set()
for a, b in friends:
  for t in range(a, b - tale_len + 2):
      if t >= 1:
          time_points.add(t)

if not time_points:
  time_points = list(range(1, 10001 - tale_len + 1))
else:
  time_points = list(time_points)

for t in [1, 10000 - tale_len]:
  if 1 <= t <= 10000 - tale_len:
      time_points.append(t)

time_points = sorted(set(time_points))

for i in range(len(time_points)):
  t1 = time_points[i]
  end1 = t1 + tale_len


  for j in range(i, len(time_points)):
      t2 = time_points[j]
      end2 = t2 + tale_len
```

```python
        if t1 <= t2 < end1 or t2 <= t1 < end2:
            continue

        count = 0
        for a, b in friends:
            can_first = a <= t1 <= b - tale_len
            can_second = a <= t2 <= b - tale_len

            if can_first or can_second:
                count += 1

        if count > best_count:
            best_count = count
            best_starts = (min(t1, t2), max(t1, t2))
        elif count == best_count and count > 0:
            current_starts = (min(t1, t2), max(t1, t2))
            if current_starts < best_starts or best_count == 0:
                best_starts = current_starts

print(best_count,best_starts[0], best_starts[1])
```

Ответ:

test 1	2 1 5
test 2	21 23 36
test 3	12 6 12

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдала верный ответ - 30 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 10 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 5 баллов

Другой ответ - 0 баллов

Информатика. 9 класс

3 вариант

Задача 1. (15 баллов)

Планируя пробежку к озеру, Бельчонок выписал на коряге длину пути до него, используя четверичную систему счисления.
Длина пути у него записана как $123{,}21_4$

Чему равна длина пути в десятичной системе? Ответ представьте в виде десятичной дроби.

Решение:

Переводим целую часть:

$123_4 = 1*4^2 + 2 * 4^1 + 3*2^0= 16 + 8 + 3 =27$

Переводим дробную часть:

$0{,}21_4= 2 * 4^{-1} + 1 * 4^{-2} = 2/4 + 1/16 = 9/16 = 0{,}5625$

$27 + 0{,}5625 = 27{,}5625$

Ответ: 27,5625

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением 15 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, ошибка в записи ответа - 14 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 12 баллов
- Частично верное рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 2. (20 баллов)

Сеть IPv6 содержит адрес Бельчонка 45bb:a81e:effa::e440:9f3c и адрес Лисенка 45bb:a81e:effa::e440:85de.

Бельчонок хочет, чтобы его адрес и адрес Лисенка были в одной IP-сети, а сама сеть должна позволять адресовать не более 2^{21}+23 узлов.

Помогите Бельчонку определить, сколько существует сетевых масок, для которых это будет возможно. В ответе укажите целое число.

Комментарий: В полной форме записи IPv6 адрес представляет собой восемь четырехзначных 16-ричных чисел (групп по четыре символа), разделенных двоеточиями. Адрес также может быть записан в краткой *форме: если две и более группы подряд равны 0000, то они могут быть опущены и заменены на двойное двоеточие (::). Незначащие старшие нули в группах могут быть опущены. Например, адрес "2001:0db8:0000:0000:0000:0000:ae21:ad12" может быть сокращён до "2001:db8::ae21:ad12". Сокращение с помощью двойного двоеточия может быть применено только один раз для адреса, с целью избегания неоднозначностей. Длина адреса – 128 бит. Маска сети для IPv6 адресации – это десятичное число, которое делит IP адрес на адрес сети (первая часть) и адрес узла (вторая часть). У всех адресов одной IP-сети совпадают первые части и отличаются вторые. Для части IP адреса, соответствующей адресу сети, в маске сети содержатся двоичные единицы, а для части IP адреса, соответствующей адресу узла, в маске сети содержатся двоичные нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске.*

Решение:

Выпишем последние 4 шестнадцатеричных цифр IP адресов в двоичном виде разряд под разрядом, чтобы определить совпадающие и различающиеся разряды адресов:

1001 1111 0011 1100

1000 0101 1101 1110

Поскольку оба узла должны быть в одной сети, у них должна быть одинаковой часть адреса, являющаяся адресом сети. Следовательно, маска должна содержать не менее 13 нулей.

Поскольку по второму условию сеть IP-сеть должна адресовать не более 2^{21}+23 узлов, маска должна содержать не более 21 нулей. Следовательно, таких масок 21-13+1=9

Ответ: 9

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, нет конечного ответа на вопрос или верное рассуждение с логичным и неполным объяснением - 18 баллов
- В целом верное рассуждение, допущена арифметическая или логическая ошибка - 15 баллов
- Частично верное рассуждение - 10 баллов

- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 3. (20 баллов)

Бельчонок сканирует старые чёрно-белые фотографии. Получается 450 изображений размером 3300×2550 пикселей с градациями серого 256 тонов. Архиватор разбивает данные на блоки по 11 КБ либо 33 КБ перед сжатием. Одно изображение занимает целое число блоков, но каждый блок может содержать данные только из одного файла. Бельчонок при архивации может выбрать только один вид размеров блоков.

Сколько мегабайт составит разница в общем занимаемом месте (без учета сжатия) между двумя способами разбивки на блоки? Ответ округлите до тысячных.

Решение:

Объём отсканированной фотографии:

3300*2550 * 1 (т.к. 8 бит=1 байт) = 8 415 000 байт ≈ 8217,7734 КБ.

Блоки на файл:

11 КБ: 8217,7734 / 11 ≈ 747,0703 → 748 блоков. Занято: 8228 КБ.

Потеря: ≈10,23 КБ.

33 КБ: 8217,7734 / 33 ≈ 249,0234 → 250 блоков. Занято: 8250 КБ.

Потеря: ≈32,23 КБ.

Для 450 файлов:

11 КБ: 450 * 8228 = 3 702 600 КБ.

33 КБ: 450 * 8250 = 3 712 500 КБ.

Разница:

3 712 500 - 3 702 600 = 9 900 КБ.

9 900 / 1024 ≈ 9,668 МБ.

Ответ: Разница в занимаемом месте составит примерно 9,668 МБ. Оптимальнее использовать блоки по 11 КБ.

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- В целом верное рассуждение, но не полное объяснение - 17 баллов
- В целом верное рассуждение, допущена арифметическая или логическая ошибка - 15 баллов
- Некоторые верные рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 4. (15 баллов)

Бельчонок обожает играть с последовательностями. У него есть две последовательности А и В одинаковой длины, и он хочет понять, можно ли превратить последовательность А в последовательность В, используя два действия:

1) Инверсия (переворот): При этой операции все числа в последовательности заменяются на противоположное (умножаются на -1). Например, числа {1, 2, 0, 3} превратятся в {-1, -2, 0, -3}. (число 0 не имеет знака)
2) Сдвиг (шифр Бельчонка): К каждому числу в последовательности прибавляется (или вычитается) одно и то же целое число k. Например, сдвинув {1, 2, 3} на +1, получим {2, 3, 4}.

Бельчонок может применить эти действия в любом порядке, но каждое - не более одного раза.

Помогите Бельчонку определить, возможно ли превращение заданной последовательности А в заданную последовательность В. Напишите программу, которая получает на вход в первой строке число N - количество элементов в последовательностях А и В, во второй и третьей строках сами последовательности А и В соответственно (N чисел, разделенных пробелом).

Если превратить последовательность А в В нельзя, выведите “NO”. Если можно, выведите два числа через пробел: флаг инверсии (1, если инверсия была нужна, 0 — если нет) и ключ сдвига (то самое целое число, которое нужно прибавить к А или к инвертированному А).

Ввод	Вывод
4 -2 -3 -4 -5 2 3 4 5	1 0
4 0 2 1 2 2 1 0 0	NO

Решение:

```
n = int(input())
A = list(map(int, input().split()))
B = list(map(int, input().split()))

key1 = A[0] - B[0]
possible1 = True
```

```python
for i in range(1, n):
  if A[i] - B[i] != key1:
      possible1 = False
      break

key2 = A[0] + B[0]
possible2 = True

for i in range(1, n):
  if A[i] + B[i] != key2:
      possible2 = False
      break

if not possible1 and not possible2:
  print("NO")
else:
  if possible1:
      print(0, key1)
  else:
      print(1, key2)
```

Ответ:

test 1 0 5

test 2 1 100

test 3 NO

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдает верный ответ - 15 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 10 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 8 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 5. (30 баллов)

Бельчонок проводит уроки прыжков по веткам для бельчат. Каждый урок длится 5 единиц времени. Ученик усваивает урок, только если присутствует на уроке от начала и до конца. Расписание, когда бельчата могут присутствовать на уроках, известно.

Найдите, когда провести уроки (второй не раньше, чем через 5 единиц времени после начала первого), чтобы максимальное количество различных бельчат усвоили хотя бы один урок. Если бельчонок усвоил оба урока, то он считается только один раз. Уроки следует начинать как можно раньше (при выполнении всех вышеописанных требований).

Напишите программу, которая получает в первой строке число N ($2 \leq N \leq 300$) - количество бельчат, в следующих N строках - моменты времени прихода и ухода каждого бельчонка (натуральные числа не превышающие 10^4, приход всегда меньше ухода), и выводит число бельчат, которые смогут усвоить хотя бы один урок прыжков по веткам, и два времени начала первого и второго урока в возрастающем порядке.

Ввод	Вывод
4 1 11 1 3 6 15 1 6	3 1 6
3 1 10 11 20 21 30	2 1 11

Пояснение: момент прихода бельчонка считается включительно, момент ухода бельчонка не включительно. То есть если бельчонок пришел в момент времени 1 и ушёл в момент времени 3, то присутствовать на уроке может только в моменты времени 1 и 2.

Решение:

```
f = open('input.txt')
n = int(f.readline())
people = []
for _ in range(n):
t0,t1 = map(int, f.readline().split())
people.append((t0,t1))

L = 5

def cnt(t):
return sum(a <= t and b >= t + L for a, b in people)

cand = set()
for a, b in people:
cand.add(a)
cand.add(b - L)

cand = sorted(x for x in cand if x >= 0)
```

```
best = -1
t1_best = t2_best = 0

for i in range(len(cand)):
x = cand[i]
for j in range(i, len(cand)):
    y = cand[j]
    total = 0
    for a, b in people:
          if (a <= x and b >= x + L) or (a <= y and b >= y +
L):
              total += 1
    if total > best:
        best, t1_best, t2_best = total, x, y

for x in cand:
y = x + L
if y <= 2 * 10 ** 9:
    total = 0
    for a, b in people:
          if (a <= x and b >= x + L) or (a <= y and b >= y +
L):
              total += 1
    if total > best:
        best, t1_best, t2_best = total, x, y

if best == -1:
best, t1_best, t2_best = 0, 0, L

print(best, t1_best, t2_best)
```

Ответ:

test 1 4 5 15

test 2 10 5 25

test 3 26 205 325

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдала верный ответ - 30 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 10 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Информатика. 9 класс

4 вариант

Задача 1. (15 баллов)

Чтобы поделиться координатами ягодной поляны с семьёй бурундуков, Бельчонок использует двенадцатеричную систему счисления. Координата ягодной поляны выглядит так: $5B.8_{12}$ (цифра B означает одиннадцать).

Помогите расшифровать координату для бурундуков, переведя её в десятичную систему счисления. Ответ округлите до десятых.

Решение:

Переводим целую часть:

$5B_{12} = 5*12^1 + 11 * 12^0 = 60 + 11 = 71$

Переводим дробную часть:

$0,8_{12} = 8 * 12^{-1} = 8/12 = ⅔ = 0,66666667$

$71 + 0,66666667 = 71,66666667 \approx 71,7$

Ответ: 71.7

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением 15 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, ошибка в записи ответа - 14 баллов
- В целом верное рассуждение, ответ неверный вследствие арифметических или логических ошибок - 12 баллов
- Частично верное рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 2. (20 баллов)

IP-адрес Бельчонка в сети с протоколом IPv6 выглядит следующим образом 45bb:a81e:effa::e440:9f3c. Также известно, что этот адрес принадлежит IP-сети с маской /122. Укажите полный IP адрес узла, также принадлежащего данной IP-сети, в двоичной записи которого ровно 45 единиц. Среди всех возможных вариантов выберите адрес, имеющий наименьший порядковый номер. В ответе укажите IPv6 адрес в полной форме (39 символов), например "ffff:ffff:ffff:ffff:ffff:ffff:ffff:ffff".

Комментарий: В полной форме записи IPv6 адрес представляет собой восемь четырехзначных 16-ричных чисел (групп по четыре символа), разделенных двоеточиями. Адрес также может быть записан в краткой форме: если две и более группы подряд равны 0000, то они могут быть опущены и заменены на двойное двоеточие (::). Незначащие старшие нули в группах могут быть опущены. Например, адрес "2001:0db8:0000:0000:0000:0000:ae21:ad12" может быть сокращён до "2001:db8::ae21:ad12". Сокращение с помощью двойного двоеточия может быть применено только один раз для адреса, с целью избежания неоднозначностей. Длина адреса – 128 бит. Маска сети для IPv6 адресации – это десятичное число, которое делит IP адрес на адрес сети (первая часть) и адрес узла (вторая часть). У всех адресов одной IP-сети совпадают первые части и отличаются вторые. Для части IP адреса, соответствующей адресу сети, в маске сети содержатся двоичные единицы, а для части IP адреса, соответствующей адресу узла, в маске сети содержатся двоичные нули. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному IP-адресу узла и маске. Для записи масок сетей используется нотация, в которой после IP-адреса через «/» указывается число бит, отводимых в маске под адрес сети.

Решение:

45bb:a81e:effa:0000:0000:0000:e440:9f3c

Так как маска /122, то первые 122 бита — сеть, остальные 6 бит — номер узла.

В двоичном виде это 122 единицы, затем 6 нулей.

В неизменяемой части ip-адреса 40 единиц (45bb:a81e:effa:0000:0000:0000:e440:9f00) в оставшихся 6 битах необходимо поставить 5 единиц так, чтобы порядковый номер ip-адреса был наименьшим. Это $0001\ 1111_2$ (1f).

Таким образом, IP адрес узла, в двоичной записи которого ровно 45 единиц, это 45bb:a81e:effa:0000:0000:0000:e440:9f1f

Ответ: 45bb:a81e:effa:0000:0000:0000:e440:9f1f

Критерии оценивания:

- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- Верное рассуждение с логичным и полным объяснением, нет конечного ответа на вопрос или верное рассуждение с логичным и неполным объяснением - 18 баллов

- В целом верное рассуждение, допущена арифметическая или логическая ошибка - 15 баллов
- Частично верное рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 3. (20 баллов)

Бельчонок для своего проекта записывал пение лесных птиц. В итоге у него получилось 180 аудиофайлов. Каждый файл - это стереозапись с частотой дискретизации 44 100 Гц, разрядностью 24 бита на один отсчёт, и длительностью ровно 3 минуты. Файлы не сжимаются.

При переносе файлов на внешний накопитель Бельчонок обнаружил, что у него есть два разных накопителя: на одном из них файловая система использует кластеры размеров: 64 КБ, а на другом - 128 КБ. Файл может занимать несколько кластеров целиком, но один кластер не может содержать данные двух разных файлов.

Бельчонок задумался: сколько мегабайт можно сэкономить, если использовать накопитель с наиболее подходящим размером кластера по сравнению с менее подходящим вариантом?

Решение:

Рассчитаем информационный объём одного аудиофайла.

$I = k * f * i * t$, где

k - количество каналов, f - частота дискретизации, i - глубина кодирования, t - длительность аудиофайла

2 * 44100 * 24 * 180. = 381 024 000 бит = 47 628 000 байт.

Определим, сколько кластеров нужно для хранения одного файла в каждой из систем.

Для кластеров размером 64 КБ:

47 628 000 байт / 65 536 байт ≈ 726,745 кластера. Округляем вверх: 727 кластеров.

Фактически занято места: 727 * 64 = 46 528 КБ. Потеря: 16 672 байт

Для кластеров размером 128 КБ:

47 628 000 байт/ 131 072 байт ≈ 363,373 кластера. Округляем вверх: 364 кластера.

Фактически занято места: 364 * 128 = 46 592 КБ. Потеря: 82 208 байт.

Рассчитаем общий объём для всех 180 файлов.

С кластерами 64 КБ: 180 файлов * 46 528 КБ/файл = 8 375 040 КБ.

С кластерами 128 КБ: 180 файлов * 46 592 КБ/файл = 8 386 560 КБ.
8 386 560 КБ - 8 375 040 КБ = 11 520 КБ = 11,25 МБ.
Ответ: 11,25 МБ

Критерии оценивания:
- Правильный ответ с логичным и полным объяснением - 20 баллов
- В целом верное рассуждение, но не полное объяснение - 17 баллов
- В целом верное рассуждение, допущена арифметическая или логическая ошибка - 15 баллов
- Некоторые верные рассуждение - 10 баллов
- Правильный ответ без пояснения - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 4. (15 баллов)

Бельчонок запасается на зиму и прячет орешки по пронумерованным тайникам. Он придумал особый шифр, чтобы запомнить, сколько орешков он положил в каждое дупло.

Изначально у него есть секретный список $b_1,b_2,\ldots,b_n$, где b_i— количество орешков в i-м дупле на самом деле.
Но чтобы запутать лесных друзей, Бельчонок преобразует его в зашифрованный список $a_1,a_2,\ldots,a_n$ по правилу:

$a_i=b_i+p\times i+q$,

где p и q — целые числа, которые Бельчонок выбирает один раз для всего списка.

Пример:
Если секретный список {1,1,1}, p=2, q=0, то зашифрованный будет {3,5,7}:
$a_1=1+2\times1+0=3$
$a_2=1+2\times2+0=5$
$a_3=1+2\times3+0=7$

К сожалению Бельчонок забыл числа p и q. Помогите Бельчонку определить по его записям эти коэффициенты.

Напишите программу, которая в первой строке получает число n - количество тайников($3\leq n\leq1000$), во второй строке - n целых чисел a_i ($-10^6\leq a_i\leq10^6$) - зашифрованный список, который видно всем, и в третьей строке - n целых чисел b_i ($-10^6\leq b_i\leq10^6$) - секретный список, известный только Бельчонку.

Если не существует целых p и q, превращающих секретный список в зашифрованный по правилу Бельчонка, выведите NO, иначе выведите найденные p и q через пробел.

Ввод	Вывод

3 3 5 7 1 1 1	2 0
4 0 2 1 2 2 1 0 0	NO

Решение:

```
n = int(input())
A = list(map(int, input().split()))
B = list(map(int, input().split()))


if n < 2:
 print("YES")
 print(0, A[0] - B[0])

diff1 = A[0] - B[0]
diff2 = A[1] - B[1]

p = diff2 - diff1
q = diff1 - p

for i in range(n):
 if A[i] != B[i] + p * (i + 1) + q:
     print("NO")
     break
else:
 print(p, q)
```

Ответ:

test 1 7 7

test 2 -5 -45

test 3 1 4

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдает верный ответ - 15 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 10 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 8 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 3 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Задача 5. (30 баллов)

Бельчонок готовится к зиме и запасается грибами. Так как дел при подготовке к зиме много, Бельчонок решил, что может два раза за день сходить за грибами (каждый сбор длится 5 единиц времени). Второй поход должен начаться не ранее, чем через 8 единиц после начала первого. Ему помогают ёжики, которые будут помогать Бельчонку в сборе грибов,только если будут находиться на месте сбора от начала и до конца сбора Бельчонка.

Найдите максимальное число различных ёжиков, которые смогут помочь Бельчонку в сборе грибов. Если один и тот же ёжик помогает Бельчонку в обоих сборах, то он учитывается только один раз. Если Бельчонок может выбрать начало сборов различными способами (при сохранении максимального количества помощников), то он выбирает самые ранние варианты.

Напишите программу, которая получает в первой строке число N ($2 \leq N \leq 300$) - количество ёжиков, в следующих N строках - моменты времени начала и конца нахождения ёжика на месте сбора грибов (натуральные числа не превышающие 10^4, начало всегда меньше конца), и выводит число ёжиков, которые смогут помочь в сборе запасов хотя бы один раз, и два времени начала первого и второго сбора в возрастающем порядке.

Ввод	Вывод
3 1 10 5 15 12 20	3 5 13
3 1 10 5 15 20 25	3 5 20

Пояснение: момент начала нахождения ежика на месте сбора считается включительно, момент окончания нахождения ежика на месте сбора не включительно. То есть если ежик пришел в момент времени 1 и ушёл в момент времени 3, то он находится в месте сбора грибов в моменты времени 1 и 2.

Решение:

```
n = int(input())
hedgehogs = []

for _ in range(n):
```

```
 start, end = map(int, input().split())
 hedgehogs.append((start, end))

hedgehogs.sort(key=lambda x: (x[1], x[0]))

max_helpful = 0
best_first_start = 0
best_second_start = 0

max_time = max(end for _, end in hedgehogs)

for first_start in range(1, max_time - 4):
 first_end = first_start + 4

 first_helpers = []
 for i, (h_start, h_end) in enumerate(hedgehogs):
     if h_start <= first_start and h_end >= first_end:
         first_helpers.append(i)

 if not first_helpers:
     continue

 for second_start in range(first_start + 8, max_time - 3):
     second_end = second_start + 4

     second_helpers = []
     for i, (h_start, h_end) in enumerate(hedgehogs):
         if h_start <= second_start and h_end >= second_end:
             second_helpers.append(i)

     if not second_helpers:
         continue

     all_helpers = set(first_helpers) | set(second_helpers)
     helpful_count = len(all_helpers)

     if helpful_count > max_helpful:
         max_helpful = helpful_count
         best_first_start = first_start
         best_second_start = second_start

print(max_helpful, best_first_start, best_second_start)
```

Ответ:

test 1	4 5 15
test 2	48 1 48
test 3	2 10 25

Критерии оценивания:

- На все тесты программа выдала верный ответ - 30 баллов
- Программа выдает верный ответ на 2 теста из 3 - 20 баллов
- Программа выдает верный ответ на 1 тест из 3 - 10 баллов
- Правильный ответ без представленного кода - 5 баллов
- Другой ответ - 0 баллов

Информатика. 10 класс. 1 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Напишите не только ответы, но и подробные объяснения, как эти ответы получены.

Задание 1. (10 баллов). Павел зашифровал несколько слов с помощью следующего шифра. Каждая буква русского алфавита кодируется либо одной из цифр от 1 до 9, либо двузначным числом. При этом код удовлетворяет условию Фано, что никакое кодовое слово не может быть началом другого кодового слова. Паша закодировал следующие слова: ЗВЕРЬ, КНИГА, РУКАВ, ПАРОМ, ПОЛКА. Получились следующие комбинации чисел (но неизвестно, из каких слов получились какие комбинации): 79658935, 163692589, 12354714, 527341789, 168973624. Сопоставьте слова с их шифрами и расшифруйте следующую комбинацию 74592892489.

Решение:

Обратим внимание на 16 8973624 и 16 3692589, только эти шифры подходят словам паром и полка, буква П тогда 16. Значит, не может быть шифра 1, тогда есть шифры 17, 12, 14. Аналогично можно теперь посмотреть на слова, заканчивающиеся на А, им подойдут только шифры, заканчивающиеся на 89. Получается, что паром 16 89 73624, полка 16 36925 89, книга 52734 17 89, рукав 7965 89 35, зверь 12 35 4 7 14. Теперь мы знаем из слова зверь, что 7 это в, тогда рукав 7 965 89 35, а книга 5 27 34 17 89 (иначе не выполнится условие Фано, если расшифровать по-другому). Дальше по общей букве в полка и рукав вычислим, что полка 16 36 92 5 89, рукав 7 96 5 89 35, книга 5 27 34 17 89. 7 4 5 92 89 24 89 тогда расшифровывается как РЕКЛАМА.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 10 баллов
- К верному ответу отсутствуют обоснования, либо верное обоснование для большей части шифра есть, но одна или две буквы определенны не верно – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 2. (15 баллов). Два игрока играют в следующую игру. На доске написано выражение x#y#z. Игроки ходят по очереди. Во время своего хода можно заменить любую из букв, которую ещё не заменили, либо на 0, либо на 1, или заменить любой из ещё не заменённых знаков # на знак конъюнкции ⋀ или дизъюнкции ⋁. Первый игрок победит, если итоговое выражение будет равно 1, второй игрок, если итоговое выражение будет равно 0 (например, если после ходов игроков получается $0⋁1⋀0$, это означает, что победил второй игрок). Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы? Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы, если изначально на доске написано выражение x#y#z#w#k#m#n?

Решение:
В первой ситуации первому игроку нужно первым ходом поставить в центр 1. Затем если второй игрок поставит любую цифру на место x и z, то рядом с ней первый должен поставить или, если логическое и, то рядом с ней первый игрок поставит 1, если дизъюнкцию, то тоже рядом первый игрок поставит 1. Итоговое выражение будет равно 1. Во втором случае первый игрок также ставит логическое или в какой-либо из решёток. Чтобы победить, надо “обрамить” единицу или выражение вида 1 И 1 И… И 1 двумя логическими или, и тогда всё выражение будет равно 1, несмотря на остальное выражение. Если второй игрок походит, например, справа от поставленного нами логического или, то слева от или ставим 1. Второй игрок, чтобы не проиграть, обязан перед 1 поставить логическое и. Первый игрок снова ставит перед ним 1, и ситуация повторяется до тех пор, пока не дойдём до конца поля.

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ на обе ситуации с полностью описанной стратегией для выигрывающего игрока – 15 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 7 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 8 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 3. (18 баллов). Правильный шестигранный куб покрасили в три цвета, белый, чёрный и красный. Каждая грань окрашена в какой-то один из этих цветов.
Сколько кубов с различной раскраской может получиться, если на кубе может быть *не более одной* грани красного цвета. Нужно учесть, что кубы считаются одинаковыми, если их можно получить один из другого поворотом куба (например, куб, у которого сверху красная грань, а все остальные белые, и куб, у которого снизу красная грань, а все остальные белые, не считаются разными, а считаются одинаковыми кубиками).

Решение:
Если граней красного цвета нет, то переберём все варианты. Два одноцветных куба, два куба с одной гранью одного цвета и 5 другими. Если две грани одного цвета, то они могут быть либо рядом, либо напротив (4 куба). И ещё два, если белого и чёрного цвета поровну. Итого

10 кубов. Если есть грань красного цвета, то напротив могут быть два цвета, а по бокам возможно 16 вариантов, но они переходят друг в друга поворотом куба вокруг красной грани. Здесь надо быть аккуратнее и отделить раскраски чччч, бббб, чбчб, бчбч, которые переходят сами в себя при поворотах. Получаем (16-4)/4+3 = 6 раскрасок, умножаем их на 2 и получаем 12, плюс 10 тех, итого ответ 22.

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 18 баллов
- Приведено правильное обоснование и неверный ответ из-за небольшой (арифметической, логической) ошибки в конце рассуждений – 15 баллов
- Задача правильно разбита на два случая и полностью правильно разобран только один, во втором есть существенная ошибка в рассуждениях (неправильно применяются симметрии куба и т.д.) – 10 баллов
- Правильный ответ без обоснований либо существенные ошибки в обоих случаях – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 4. (17 баллов). В файле электронной таблицы дан прямоугольник из целых чисел. Рассмотрим прямоугольники, лежащие внутри этого прямоугольника, стороны которых параллельны сторонам большего прямоугольника, и верхняя строчка которых является частью верхней строки изначального прямоугольника. Необходимо найти наибольшую возможную сумму чисел внутри прямоугольника среди всех подобного вида прямоугольников. Все вычисления оставить сохранёнными в таблице, ответ без вычислений не принимается. Ответ записать в ячейке A21.

Решение:
Ответ 8489, подходящий прямоугольник H1:V20. С помощью ещё одной такой же по размеру таблицы с формулой =СУММ($A$1:A1) получим все возможные суммы прямоугольников, у которых левый верхний угол лежит в самом верхнем левом углу таблицы. Теперь заметим, что нужные по задаче прямоугольники получается с помощью разностью двух таких сумм в одной строчке, поэтому найдём самую большую такую разность для каждого прямоугольника с помощью формулы =B22-МИН($A22:A22)

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 17 баллов
- Неправильный ответ из-за небольшой ошибки (верно написаны формулы, но максимум написан не тот и т.д.) – 15 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 5. (20 баллов). Скалярным произведением векторов (x, y) и (k, m), где x, y, k, m - некие целые числа, назовём произведение x*y + k*m. В файле даны N строк. В них записаны вектора в виде (x, y). В задаче нужно найти количество пар, скалярное произведение которых будет нечётным числом. В данной задаче под парой подразумевается два различных элемента последовательности. Порядок элементов в паре векторов не важен.
В входном файле в первой строке записано натуральное число N, затем N строк, в каждой строке записан вектор в формате (x, y). Нужно вывести одно число: количество пар, скалярное произведение которых является нечётным числом.

Пример входных данных	Вывод
5 (3, 4) (-29, 13) (6, 11) (2, 4) (3, 6)	4

Пояснение к примеру: (3, 4) вместе с (-29, 13) дают нечётное скалярное произведение. Также дают нечётное скалярное произведение пары (3, 4) и (3, 6), (-29, 13) и (6, 11), (-29, 13) и (3, 6).

Решение:
```
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test10_1_5_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        NN, NC, CN, CC = 0, 0, 0, 0
        for line in f:
            line = line.replace('(', '').replace(')', '').replace(',', ' ')
            line = line.split()
            x, y = map(int, line)
            if x%2==1:
                if y%2==1: NN+=1
                else: NC += 1
            else:
                if y%2==1: CN+=1
                else: CC += 1
        print(NN*(CN + NC) + CN*(CN-1)//2 + NC*(NC-1)//2)
```

Нечётное скалярное произведение возможно только в двух ситуациях: если одна пара состоит из нечётных чисел, а вторая из одного чётного и одного нечётного, и если обе пары содержат чётное и нечётное число, но в одинаковых местах.

Ответы на тесты

4

17118

16837796779

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 6. (20 баллов). Дано число 3<N<15000. Такое число можно представить как сумму натуральных слагаемых, каждое из которых является простым числом. Например, число 8 можно представить как 2+2+2+2, 3+3+2, 5+3, то есть тремя способами. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считать одинаковыми. Требуется написать программу, которая найдёт количество способов такого представления для заданного числа N.

Входной файл содержит натуральное число k<101, затем k строк, в каждой из которых записано число от 3 до 15000. Программа должна вывести для каждого числа количество его представлений в виде суммы простых чисел. В первом файле числа не превышают 40, во втором 15000.

Пример входных данных	Вывод
3 11 15 8	6 12 3

Решение:

```
pr = [0]*15_001
primes = []
for i in range(2, 15_001):
    if pr[i]==0:
        j = i
        while j < 15_001:
            pr[j] = 1
            j+=i
        primes.append(i)
dp = [1, 0]*7500
for j in range(1, len(primes)):
    new_dp = []
```

```
    for i in range(15000):
        if i - primes[j] <0:
            new_dp.append(dp[i])
        else:
            new_dp.append(dp[i] + new_dp[i-primes[j]])
    dp = new_dp
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test10_1_6_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        for line in f:
            x = int(line)
            print(dp[x])
```

Ответы на тесты:
272
157
67
49236825918895023
3300648385
14001345642429699485772046786294102229429511016102565667886387 3
560924834241311113754997
10778458372543014826866575957217861554631889219849408004 48

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Информатика. 10 класс. 2 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Напишите не только ответы, но и подробные объяснения, как эти ответы получены.

Задание 1. (10 баллов). Павел зашифровал несколько слов с помощью следующего шифра. Каждая буква русского алфавита кодируется либо одной из цифр от 1 до 9, либо двузначным числом. При этом код удовлетворяет условию Фано, что никакое кодовое слово не может быть началом другого кодового слова. Паша закодировал следующие слова: ДВЕРЬ, КНИГА, РУКАВ, ПАРОМ, ПОЛКА. Получились следующие комбинации чисел (но неизвестно, из каких слов получились какие комбинации):158973124, 79658935, 153192589, 12354714, 527341789. Сопоставьте слова с их шифрами и расшифруйте следующую комбинацию 173412789.

Решение:

Обратим внимание на 15 8973124 и 15 3192589, только эти шифры подходят словам паром и полка, буква П тогда 15. Значит, не может быть шифра 1, тогда есть шифры 17, 12, 14. Аналогично можно теперь посмотреть на слова, заканчивающиеся на А, им подойдут только шифры, заканчивающиеся на 89. Получается, что паром 15 89 73124, полка 15 31925 89, книга 52734 17 89, рукав 7965 89 35, дверь 12 35 4 7 14. Теперь мы знаем из слова зверь, что 7 это В, тогда рукав 7 965 89 35, а книга 5 27 34 17 89 (иначе не выполнится условие Фано, если расшифровать по-другому). Дальше по общей букве К в полка и рукав вычислим, что полка 15 31 92 5 89, рукав 7 96 5 89 35, книга 5 27 34 17 89. 17 34 12 7 89 тогда расшифровывается как ГИДРА.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 10 баллов
- К верному ответу отсутствуют обоснования, либо верное обоснование для большей части шифра есть, но одна или две буквы определенны не верно – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 2. (15 баллов). Два игрока играют в следующую игру. На доске написано выражение x#y#z. Игроки ходят по очереди. Во время своего хода можно заменить любую из букв, которую ещё не заменили, либо на 0, либо на 1, или заменить любой из ещё не заменённых знаков # на знак конъюнкции ∧ или дизъюнкции ∨. Первый игрок победит, если итоговое выражение будет равно 1, второй игрок, если итоговое выражение будет равно 0 (например, если после ходов игроков получается 0∨1∧0, это означает, что победил второй игрок). Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы? Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы, если изначально на доске написано выражение x#y#0#w#k?

Решение:
В первой ситуации первому игроку нужно первым ходом поставить в центр 1. Затем если второй игрок поставит любую цифру на место x и z, то рядом с ней первый должен поставить или, если логическое и, то рядом с ней первый игрок поставит 1, если дизъюнкцию, то тоже рядом первый игрок поставит 1. Итоговое выражение будет равно 1. Во втором случае разобьём выражение на 4 части x#, y#, #w, #k. Если первый игрок ставит в одной из этих частей операцию, мы ставим в этой же части 0, а если цифру, то ставим логическое И. Тогда даже если и будет хотя бы одна 1, поставленная первым игроком, она рано или поздно умножится на 0, и выражение будет равно 0.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ на обе ситуации с полностью описанной стратегией для выигрывающего игрока – 15 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 7 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 8 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 3. (18 баллов). Правильный шестигранный куб покрасили в три цвета, белый, чёрный и красный. Каждая грань окрашена в какой-то один из этих цветов. Сколько различных кубов может получиться, если на кубе может быть *только две* грани красного цвета. Нужно учесть, что кубы считаются одинаковыми, если их можно получить один из другого поворотом куба (например, куб, у которого сверху красная грань, а все остальные белые, и куб, у которого снизу красная грань, а все остальные белые, не считаются разными, а считаются одинаковыми кубиками).

Решение:
Если граней красного цвета две, то либо они друг напротив друга, либо по соседству. Если грани друг напротив друга, то по бокам возможно 16 вариантов, но они переходят друг в друга поворотом куба вокруг красных граней. Здесь надо быть аккуратнее и отделить раскраски чччч, бббб, чбчб, бчбч, которые переходят сами в себя при поворотах. Получаем (16-4)/4+3 = 6 раскрасок. Если же красные грани по соседству, то рассмотрим все оставшиеся раскраски при условии, что мы можем поменять местами красные грани и это надо учитывать, чтобы не посчитать два раза одну и ту же раскраску. Имеем 1 раскраску, если чёрных граней 0, 2, если чёрных

граней 1 (если чёрная напротив красной и если нет), 4, если чёрных граней две (когда две чёрные напротив красных, когда обе не напротив, и ещё две раскраски, когда одна красная напротив чёрной, а другая нет), 2, если чёрных граней три, 1, если чёрных граней 4. Итого ответ 10+6 = 16.

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 18 баллов
- Приведено правильное обоснование и неверный ответ из-за небольшой (арифметической, логической) ошибки в конце рассуждений – 15 баллов
- Задача правильно разбита на два случая и полностью правильно разобран только один, во втором есть существенная ошибка в рассуждениях (неправильно применяются симметрии куба и т.д.) – 10 баллов
- Правильный ответ без обоснований либо существенные ошибки в обоих случаях – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 4. (17 баллов). В файле электронной таблицы дан прямоугольник из целых чисел. Рассмотрим прямоугольники, лежащие внутри этого прямоугольника, стороны которых параллельны сторонам этого прямоугольника, и левый столбец которых является частью левого столбца изначального прямоугольника. Необходимо найти наибольшую возможную сумму чисел внутри прямоугольника среди всех подобного вида прямоугольников. Все вычисления оставить сохранёнными в таблице, ответ без вычислений не принимается. Ответ записать в ячейке A21.

Решение:
Ответ 8269, подходящий прямоугольник A2:V20. С помощью ещё одной такой же по размеру таблицы с формулой =СУММ($A$1:A1) получим все возможные суммы прямоугольников, у которых левый верхний угол лежит в самом верхнем левом углу таблицы. Теперь заметим, что нужные по задаче прямоугольники получается с помощью разностью двух таких сумм в одном столбце, поэтому найдём самую большую такую разность для каждого прямоугольника с помощью формулы =A23-МИН(A$22:A22)

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 17 баллов
- Неправильный ответ из-за небольшой ошибки (верно написаны формулы, но максимум написан не тот и т.д.) – 15 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 5. (20 баллов). Скалярным произведением векторов (x, y) и (k, m), где x, y, k, m некие целые числа, назовём произведение x*y + k*m. В файле даны N строк. В них записаны вектора в виде (x, y). В задаче нужно найти количество пар, скалярное произведение которых будет чётным числом. В данной задаче под парой подразумевается два различных элемента последовательности. Порядок элементов в паре векторов не важен. В входном файле в первой строке записано натуральное число N, затем N строк, в каждой строке записан вектор в формате (x, y). Нужно вывести одно число: количество пар, скалярное произведение которых чётное число.

Пример входных данных	Вывод
5 (3, 4) (-29, 13) (6, 11) (2, 4) (3, 6)	6

Пояснение к примеру: дают чётное скалярное произведение пары (3, 4) и (6, 11), (3, 4) и (2, 4), (-29, 13) и (2, 4), (6, 11) и (2, 4), (6, 11) и (3, 6), (2, 4) и (3, 6).

Решение:

```
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test10_2_5_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        NN, NC, CN, CC = 0, 0, 0, 0
        for line in f:
            line = line.replace('(', '').replace(')', '').replace(',', ' ')
            line = line.split()
            x, y = map(int, line)
            if x%2==1:
                if y%2==1: NN+=1
                else: NC += 1
            else:
                if y%2==1: CN+=1
                else: CC += 1
        print(n*(n-1)//2 - (NN*(CN + NC) + CN*(CN-1)//2 + NC*(NC-1)//2))
```

Посчитаем количество нечётных скалярных произведений (они могут быть, если только одно число из 4 нечётное или два чётных стоят на одном и том же месте). Отнимем их от общего числа пар.

Ответы на тесты:

6

27732

28162053221

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 6. (20 баллов). Дано число 10<N<15000. Такое число можно представить как сумму натуральных слагаемых, каждое из которых является простым непифагоровым числом. Простое непифагорово число — это простое число, которое представимо в виде 4n+3, где n натуральное число (например, 3, 7, 11, 19 и так далее). Например, число 25 можно представить как 11+11+3, 11 + 7 + 7, 19 + 3 + 3, 7+3+3+3+3+3+3, то есть четырьмя способами. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считать одинаковыми. Требуется написать программу, которая найдёт количество способов такого представления заданного числа N.

Входной файл содержит натуральное число k<101, затем k строк, в каждой из которых записано число от 11 до 15000. Программа должна вывести для каждого числа количество его представлений в виде суммы простых непифагоровых чисел. В первом файле числа не превышают 80, во втором 15000.

Пример входных данных	Вывод
3 23 29 25	3 5 4

Решение:

```
pr = [0]*15_001
prime = []
for i in range(2, 15_001):
    if pr[i]==0:
        j = i
        while j < 15_001:
            pr[j] = 1
            j+=i
        prime.append(i)
primes = [i for i in prime if i % 4 == 3]

dp = [1, 0, 0]*5000
for j in range(1, len(primes)):
    new_dp = []
    for i in range(15000):
        if i - primes[j] <0:
            new_dp.append(dp[i])
```

```
        else:
            new_dp.append(dp[i] + new_dp[i-primes[j]])
    dp = new_dp
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test10_2_6_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        for line in f:
            x = int(line)
            print(dp[x])
```

Для начала найдём любым удобным способом все простые числа до 15000 (так как это не очень большое число, подойдут даже не самые эффективные алгоритмы). Затем отсеем и оставим только непифагоровы числа. Дальше применим динамическое программирование (подойдёт метод с рюкзаком). Ответы на тесты внизу.

3
5
4
20
39
94
35576761135
464543
874326301399669015799745566399569314068549
2493043482985323
250940701945379568278864311430040708666

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Информатика. 10 класс. 3 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Напишите не только ответы, но и подробные объяснения, как эти ответы получены.

Задание 1. (10 баллов). Павел зашифровал несколько слов с помощью следующего шифра. Каждая буква русского алфавита кодируется либо одной из цифр от 1 до 9, либо двузначным числом. При этом код удовлетворяет условию Фано, что никакое кодовое слово не может быть началом другого кодового слова. Паша закодировал следующие слова: ФОКУС, ДРЕЛЬ, БИТВА. Получились следующие комбинации чисел (но неизвестно, из каких слов получились какие комбинации): 7861527541, 372914689, 715382836. Сопоставьте слова с их шифрами, если известно, что слово ДА зашифровывается комбинацией 789 и расшифруйте следующую комбинацию 5314375275.

Решение:

Обратим внимание на 78 61 52 75 41, оно состоит ровно из 10 цифр, значит каждое из этих двухбуквенных чисел кодирует букву. Значит, ДА кодируется как 78 9. Тогда 78 61 52 75 41 кодирует слово ДРЕЛЬ, а БИТВА кодируется 37 29 14 68 9, а ФОКУС 71 53 8 28 36. Тогда 53 14 37 52 75 расшифровывается как ОТБЕЛ.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ – 10 баллов
- К верному ответу отсутствуют обоснования, либо верное обоснование для большей части шифра есть, но одна или две буквы определенны не верно – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 2. (15 баллов). Два игрока играют в следующую игру. На доске написано выражение x#y#z. Игроки ходят по очереди. Во время своего хода можно заменить любую из букв, которую ещё не заменили, либо на 0, либо на 1, или заменить любой из ещё не заменённых знаков # на знак конъюнкции ⋀ или дизъюнкции ⋁. Первый игрок победит, если итоговое выражение будет равно 0, второй игрок, если итоговое выражение будет равно 1 (например, если после ходов игроков получается 0⋁1⋀0, это означает, что победил первый игрок). Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы? Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы, если изначально на доске написано выражение x#y#z#w#k?

Решение:
В первой ситуации первому игроку нужно первым ходом поставить в центр 0. Затем если второй игрок поставит любую цифру на место x и z, то рядом с ней первый должен поставить конъюнкцию, если конъюнкцию, то рядом с ней первый игрок поставит 0, если дизъюнкцию, то тоже рядом первый игрок поставит 0. Итоговое выражение будет равно 0. Во втором случае первый игрок также ставит 0 в центре и если второй игрок ставит 1, мы ставим умножение рядом с 1 ближе к центру, если или, то после или первый игрок ставит 0.

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ на обе ситуации с полностью описанной стратегией для выигрывающего игрока – 15 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 7 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 8 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 3. (18 баллов). Правильный шестигранный куб покрасили в 6 цветов, белый, чёрный, красный, синий, зелёный и жёлтый. Каждая грань окрашена в какой-то один из этих цветов. Сколько различных кубов может получиться, если на кубе может быть только одна грань жёлтого цвета. Нужно учесть, что кубы считаются одинаковыми, если их можно получить один из другого поворотом куба (например, куб, у которого сверху жёлтая грань, а все остальные белые, и куб, у которого снизу жёлтая грань, а все остальные белые, не считаются разными, а считаются одинаковыми кубиками).

Решение:
Зафиксируем эту грань жёлтого цвета. Противоположная грань имеет один из 5 цветов. Оставшиеся 4 грани имеют 5 в 4 степени различных комбинаций, но они переходят друг в друга, если поворачивать куб вокруг синей грани, кроме тех комбинаций, когда 4 одинаковых цвета или когда пара цветов повторяется два раза (синяя зелёная синяя зелёная, например). Рассмотрим их отдельно. Получим 5 + 4*5/2 + (5*5*5*5 - 5*5)/4 = 165 комбинаций. Перемножим их на 5 и получим 825 различных комбинаций с одной синей гранью. Теперь рассмотрим случаи без синего цвета. Разделим ситуацию на 5 различных вариантов: когда у нас есть ровно один цвет, ровно два цвета, ровно три и так далее. Посчитав каждый, умножим его на количество способов выбрать столько-то цветов из 6.

1. ровно один способ (умножаем на 5 способов выбрать 1 цвет из 5)
2. Одна грань цвета 1, две грани цвета 1 по соседству и напротив, три грани цвета 1 в одну линию и уголком, 4 грани цвета 1 в одну линию (кольцом) либо стоящие рядом, 5 граней цвета 1. итого 8 способов (умножаем на 10 способов выбрать 2 цвета из 5)
3. Если каждого цвета по две грани, то несложно перебрать все варианты раскраски, их будет 6. Если же нет, то одного цвета будет 3 грани, второго две и третьего одна грань (6 способов выбрать, какой цвет будет каким). Вот эту одну грань третьего цвета помещаем для удобства наверх, если второй цвет будет внизу, это одна раскраска, и ещё две, если две грани второго цвета будут сбоку, итого 3*6=18. И ещё если две грани разного цвета и 4 грани одного, это ещё 6 способов. Итого 30 (умножаем на количество способов выбрать 3 цвета из 5, на 10)
4. Либо будут три грани одного цвета, остальные по одному (123444), тогда выбираем этот цвет и перебираем раскраски, получаем 4*(3 + 6 + 2) = 44 (3 раскраски если есть две грани цвета 1, 2 или 3 напротив друг друга, 6 если они в одну линию на кубе и 2 если стоят рядом уголком). Либо 123344, выбираем два цвета, которых будет по две грани 6 способами, и лишь 4 способами их можно расставить, итого 24, плюс 44 это 68 (умножаем на 5).
5. Ситуация 123455. Выбираем 5 способами, какого цвета будет две грани. Помещаем грань 1 наверх. Если напротив неё грань 2, то остаётся три способа закрасить оставшиеся, то же самое для граней 3 и 4. Если же грань 5, то способов будет 4!/4 = 6. Итого 75 .

Итого 5 + 8*10 + 30*10+68*5+75 = 800. Сложим их с количеством раскрасок с одной гранью и получим 1625.

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ (достаточно одного случая, с ровно одной гранью жёлтого цвета) – 18 баллов
- Приведено правильное обоснование и неверный ответ из-за небольшой (арифметической, логической) ошибки в конце рассуждений – 15 баллов
- Подсчитано верное количество вариантов раскраски без учёта симметрий и затем производится деление на количество симметрий без учёта того, что некоторые раскраски могут переходить сами в себя при некоторых из них – 10 баллов
- Правильный ответ без обоснований либо существенные ошибки уже на этапе подсчёта кубов без учёта симметрий или подсчёте самих симметрий – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 4. (17 баллов). В файле электронной таблицы дан прямоугольник из целых чисел. Рассмотрим прямоугольники, лежащие внутри это прямоугольника, стороны которых параллельны сторонам этого прямоугольника, и нижняя строчка которых является частью нижней строки изначального прямоугольника. Необходимо найти наибольшую возможную сумму чисел среди подобного вида прямоугольников. Все вычисления оставить сохранёнными в таблице, ответ без вычислений не принимается. Ответ записать в ячейке A21.

Решение:
Ответ 8718, подходящий прямоугольник H4:W20. С помощью ещё одной такой же по размеру таблицы с формулой =СУММ($A1:A$20) получим все возможные суммы прямоугольников, у которых левый нижний угол лежит в самом нижнем левом углу таблицы. Теперь заметим, что нужные по задаче прямоугольники получается с помощью разностью двух таких сумм в одной строчке, поэтому найдём самую большую такую разность для каждого прямоугольника с помощью формулы =B22-МИН($A22:A22).

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 17 баллов
- Неправильный ответ из-за небольшой ошибки (верно написаны формулы, но максимум написан не тот и т.д.) – 15 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 5. (20 баллов). Скалярным произведением векторов (x, y) и (k, m), где x, y, k, m некие целые числа, назовём произведение x*y + k*m. В файле даны N строк. В них записаны вектора в виде (x, y). В задаче нужно найти количество пар, в которых длина каждого вектора не превышает 1000, и скалярное произведение которых будет чётным числом. Длина вектора вычисляется по теореме Пифагора, а именно квадрат длины вектора (x, y) равен сумме квадратов x и y. В данной задаче под парой подразумевается два различных элемента последовательности. Порядок элементов в паре векторов не важен.

В входном файле в первой строке записано натуральное число N, затем N строк, в каждой строке записан вектор в формате (x, y). Нужно вывести одно число: количество пар, скалярное произведение которых чётное число.

Пример входных данных	Вывод
5 (3, 4) (-29, 13) (6, 11) (2, 4) (3, 6)	6

Пояснение к примеру: дают чётное скалярное произведение пары (3, 4) и (6, 11), (3, 4) и (2, 4), (-29, 13) и (2, 4), (6, 11) и (2, 4), (6, 11) и (3, 6), (2, 4) и (3, 6).

Решение:

```
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test10_3_5_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        ans = 0
        NN, NC, CN, CC = 0, 0, 0, 0
        for line in f:
            line = line.replace('(', '').replace(')', '').replace(',', ' ')
            line = line.split()
            x, y = map(int, line)
            if (x**2 + y**2)**0.5<=1000:
                ans+=1
                if x%2==1:
                    if y%2==1: NN+=1
                    else: NC += 1
                else:
                    if y%2==1: CN+=1
                    else: CC += 1
        print(ans*(ans-1)//2 - (NN*(CN + NC) + CN*(CN-1)//2 + NC*(NC-1)//2))
```

Нечётное скалярное произведение возможно только в двух ситуациях: если одна пара состоит из нечётных чисел, а вторая из одного чётного и одного нечётного, и если обе пары содержат чётное и нечётное число, но в одинаковых местах. Посчитаем количество нечётных пар и отнимем от общего количества.

Ответы на тесты

6

26411

26274405635

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 6. (20 баллов). Дано число 23<N<15000. Такое число можно представить как сумму натуральных слагаемых, каждое из которых является безопасным простым числом. Безопасное простое число — это простое число, которое представимо в виде 2p+1, где p тоже простое число. Например, число 23 безопасное простое, так как 23 = 2*11+1, и 11 простое. Первые четыре безопасных простых числа это 5, 7, 11, 23. Например, число

28 можно представить как 23+5, 11 + 7 + 5 + 5, 7 + 7 + 7 + 7, то есть тремя способами. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считать одинаковыми. Требуется написать программу, которая найдёт количество способов такого представления заданного числа N.

Входной файл содержит натуральное число k<101, затем k строк, в каждой из которых записано число от 24 до 15000. Программа должна вывести для каждого числа количество его представлений в виде суммы простых чисел. В первом файле числа не превышают 80, во втором 15000.

Пример входных данных	Вывод
3 28 31 33	3 2 4

Решение:

```
pr = [0]*15_001
prime = []
for i in range(2, 15_001):
    if pr[i]==0:
        j = i
        while j < 15_001:
            pr[j] = 1
            j+=i
        prime.append(i)
setprime = set(prime)
primes = [i for i in prime if i//2 in setprime]

dp = [1, 0, 0, 0, 0]*3000
for j in range(1, len(primes)):
    new_dp = []
    for i in range(15000):
        if i - primes[j] <0:
            new_dp.append(dp[i])
        else:
            new_dp.append(dp[i] + new_dp[i-primes[j]])
    dp = new_dp
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test10_3_6_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        for line in f:
            x = int(line)
            print(dp[x])
```

Для начала найдём любым удобным способом все простые числа до 15000 (так как это не очень большое число, подойдут даже не самые эффективные алгоритмы). Занесём их все в множество, на основе него посчитаем безопасные простые числа. Дальше применим динамическое программирование (подойдёт метод с рюкзаком). Ответы на тесты внизу.

3
2
4
8
12
24
8382878
8401
25169515851690808745990З
5096026807
4674080591933984057780

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Информатика. 10 класс. 4 вариант

Задание 1. (10 баллов). Павел зашифровал несколько слов с помощью следующего шифра. Каждая буква русского алфавита кодируется либо одной из цифр от 1 до 9, либо двузначным числом. При этом код удовлетворяет условию Фано, что никакое кодовое слово не может быть началом другого кодового слова. Паша закодировал следующие слова: ФОКУС, ДРЕЛЬ, БАШНЯ. Получились следующие комбинации чисел (но неизвестно, из каких слов получились какие комбинации): 7861527541, 379146829, 715382836. Сопоставьте слова с их шифрами, если известно, что слово ДА зашифровывается комбинацией 789 и расшифруйте следующую комбинацию 37615275538.

Решение:
Обратим внимание на 78 61 52 75 41, оно состоит ровно из 10 цифр, значит каждое из этих двухбуквенных чисел кодирует букву. Значит, ДА кодируется как 78 9. Тогда 78 61 52 75 41 кодирует слово ДРЕЛЬ, а БАШНЯ кодируется 37 9 14 68 29, а ФОКУС 71 53 8 28 36. Тогда 37 61 52 75 53 8 расшифровывается как БРЕЛОК.

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ – 10 баллов
- К верному ответу отсутствуют обоснования, либо верное обоснование для большей части шифра есть, но одна или две буквы определенны не верно – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 2. (15 баллов). Два игрока играют в следующую игру. На доске написано выражение x#y#z. Игроки ходят по очереди. Во время своего хода можно заменить любую из букв, которую ещё не заменили, либо на 0, либо на 1, или заменить любой из ещё не заменённых знаков # на знак конъюнкции ⋀ или дизъюнкции ⋁. Первый игрок победит, если итоговое выражение будет равно 0, второй игрок, если итоговое выражение будет равно 1 (например, если после ходов игроков получается 0⋁1⋀0, это означает, что победил первый игрок). Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы? Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы, если изначально на доске написано выражение x#y#z#1#k#m#n?

Решение:
В первой ситуации первому игроку нужно первым ходом поставить в центр 0. Затем если второй игрок поставит любую цифру на место x и z, то рядом с ней первый должен поставить конъюнкцию, если конъюнкцию, то

рядом с ней первый игрок поставит 0, если дизъюнкцию, то тоже рядом первый игрок поставит 0. Итоговое выражение будет равно 0. Во втором случае если в выражении будет стоять ∨ 1 ∨, то второй игрок выиграет, значит, если первый игрок не трогает эти знаки, а ходит где-то в другом месте, второй должен постараться поставить дизъюнкции рядом с 1 (например, если первый игрок поставит 0 на место k, то второй между 1 и k ставит или). Если первый игрок будет пытаться помешать второму и поставит рядом с 1 “и” (без ограничения общности рассмотрим случай, когда “и” стоит между 1 и k), то вместо k второй игрок должен поставить 1, и так далее. Если первый игрок так и будет продолжать до конца игры, то получатся все 1 и между ними “и”, либо же если первый игрок в какой-то момент остановится, то второй игрок ограничит произведение 1 плюсами и выиграет.

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ на обе ситуации с полностью описанной стратегией для выигрывающего игрока – 15 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 7 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 8 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 3. (18 баллов). Правильный шестигранный куб покрасили в 7 цветов, белый, чёрный, красный, синий, зелёный, жёлтый, фиолетовый. Каждая грань окрашена в какой-то один из этих цветов. Сколько различных кубов может получиться, если на кубе может быть только одна грань синего цвета. Нужно учесть, что кубы считаются одинаковыми, если их можно получить один из другого поворотом куба (например, куб, у которого сверху синяя грань, а все остальные белые, и куб, у которого снизу синяя грань, а все остальные белые, не считаются разными, а считаются одинаковыми кубиками).

Решение:

Зафиксируем эту грань синего цвета. Противоположная грань имеет один из 6 цветов. Оставшиеся 4 грани имеют 6 в 4 степени различных комбинаций, но они переходят друг в друга, если поворачивать куб вокруг синей грани, кроме тех комбинаций, когда 4 одинаковых цвета или когда пара цветов повторяется два раза (синяя фиолетовая синяя фиолетовая, например). Рассмотрим их отдельно. Получим 6 + 6*5/2 + (6*6*6*6 - 6*6)/4 = 336 комбинаций. Перемножим их на 6 и получим 2016 различных комбинаций с одной синей гранью. Теперь рассмотрим случаи без синего цвета. Разделим ситуацию на 6 различных вариантов: когда у нас есть ровно один цвет, ровно два цвета, ровно три и так далее. Посчитав каждый, умножим его на количество способов выбрать столько-то цветов из 6.

1. ровно один способ (умножаем на 6 способов выбрать 1 цвет из 6)
2. Одна грань цвета 1, две грани цвета 1 по соседству и напротив, три грани цвета 1 в одну линию и уголком, 4 грани цвета 1 в одну линию (кольцом) либо стоящие рядом, 5 граней цвета 1. итого 8 способов (умножаем на 15 способов выбрать 2 цвета из 6)
3. Если каждого цвета по две грани, то несложно перебрать все варианты раскраски, их будет 6. Если же нет, то одного цвета будет 3 грани, второго две и третьего одна грань (6 способов выбрать, какой цвет будет каким). Вот эту одну грань третьего цвета помещаем для удобства наверх, если второй цвет будет внизу, это одна раскраска, и ещё две, если две грани второго цвета будут сбоку, итого 3*6=18. И ещё если две грани разного цвета и 4 грани одного, это ещё 6 способов. Итого 30 (умножаем на количество способов выбрать 3 цвета из 6, на 20)
4. Либо будут три грани одного цвета, остальные по одному (123444), тогда выбираем этот цвет и перебираем раскраски, получаем 4*(3 + 6 + 2) = 44 (3 раскраски если есть две грани цвета 1, 2 или 3 напротив друг друга, 6 если они в одну линию на кубе и 2 если стоят рядом уголком). Либо 123344, выбираем два цвета, которых будет по две грани 6 способами, и лишь 4 способами их можно расставить, итого 24, плюс 44 это 68 (умножаем на 15).
5. Ситуация 123455. Выбираем 5 способами, какого цвета будет две грани. Помещаем грань 1 наверх. Если напротив неё грань 2, то остаётся три способа закрасить оставшиеся, то же самое для граней 3 и 4. Если же грань 5, то способов будет 4!/4 = 6. Итого 75 (умножим на 6 способов выбрать 5 цветов из 6).
6. Ну и наконец, здесь цвет 1 ставим наверх, напротив него может быть любой из 5 цветов, и ещё способов расставить цвета по бокам 4!/4 = 6, то есть итого 30

Итого 6 + 8*15 + 30*20+68*15+75*6+30 = 2226. Сложим их с количеством раскрасок с одной гранью и получим 4242.

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ (достаточно одного случая, с ровно одной гранью синего цвета) – 18 баллов
- Приведено правильное обоснование и неверный ответ из-за небольшой (арифметической, логической) ошибки в конце рассуждений – 15 баллов
- Подсчитано верное количество вариантов раскраски без учёта симметрий и затем производится деление на количество симметрий без учёта того, что некоторые раскраски могут переходить сами в себя при некоторых из них – 10 баллов
- Правильный ответ без обоснований либо существенные ошибки уже на этапе подсчёта кубов без учёта симметрий или подсчёте самих симметрий – 5 баллов

- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 4. (17 баллов). В файле электронной таблицы дан прямоугольник из целых чисел. Рассмотрим прямоугольники, лежащие внутри этого прямоугольника, стороны которых параллельны сторонам этого прямоугольника, и верхняя строчка которых является частью верхней строки изначального прямоугольника. Необходимо найти наибольшую возможную сумму чётных чисел среди подобного вида прямоугольников. Все вычисления оставить сохранёнными в таблице, ответ без вычислений не принимается. Ответ записать в ячейке A21.

Решение:
Ответ 3816, подходящий прямоугольник E1:W20. Для начала нужно составить копию этой таблицы, где останутся только чётные числа, а вместо нечётных будет стоять 0 с помощью формулы =ЕСЛИ(ОСТАТ(A1;2)=0;A1;0). Затем с помощью ещё одной такой же по размеру таблицы с формулой =СУММ($A$22:A22) получим все возможные суммы прямоугольников, у которых левый угол лежит в самом верхнем левом углу таблицы. Теперь заметим, что нужные по задаче прямоугольники получается с помощью разностью двух таких сумм в одной строчке, поэтому найдём самую большую такую разность для каждого прямоугольника с помощью формулы =B43-МИН($A43:A43).

Критерии оценивания:
- Обоснованно найден верный ответ – 17 баллов
- Неправильный ответ из-за небольшой ошибки (верно написаны формулы, но максимум написан не тот и т.д.) – 15 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 5. (20 баллов). Суперскалярным произведением векторов (x, y) и (k, m), где x, y, k, m некие целые числа, назовём x*y + k*m - x*m - y*k. В файле даны N строк. В них записаны вектора в виде (x, y). В задаче нужно найти количество пар, суперскалярное произведение которых будет чётным числом. Длина вектора вычисляется по теореме Пифагора, а именно квадрат длины вектора (x, y) равен сумме квадратов x и y. В данной задаче под парой подразумевается два различных элемента последовательности. Порядок элементов в паре векторов не важен.

В входном файле в первой строке записано натуральное число N, затем N строк, в каждой строке записан вектор в формате (x, y). Нужно вывести одно число: количество пар, суперскалярное произведение которых чётное число.

Пример входных данных	Вывод
5	7

(3, 4) (-29, 13) (6, 11) (2, 4) (3, 6)	

Пояснение к примеру: дают чётное суперскалярное произведение пары (3, 4) и (-29, 13), (3, 4) и (2, 4), (-29, 13) и (6, 11), (-29, 13) и (2, 4), (-29, 13) и (3, 6), (6, 11) и (2, 4), (2, 4) и (3, 6).

Решение:

```
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test10_4_5_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        NN, NC, CN, CC = 0, 0, 0, 0
        for line in f:
            line = line.replace('(', '').replace(')', '').replace(',', ' ')
            line = line.split()
            x, y = map(int, line)
            if x%2==1:
                if y%2==1: NN+=1
                else: NC += 1
            else:
                if y%2==1: CN+=1
                else: CC += 1
        print(n*(n-1)//2 - NN*CC - NC*CN)
```

Нечётное суперскалярное произведение по этой формуле возможно только в двух ситуациях: если в одной паре только чётные, а в другой только нечётные числа, и если обе пары содержат чётное и нечётное число, но в разных местах. Посчитаем количество нечётных пар и отнимем от общего количества.

Ответы на тесты

7

33616

33749711303

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 6. (20 баллов). Дано число 3<N<15000. Такое число можно представить как сумму натуральных слагаемых, каждое из которых является простым числом. Например, число 8 можно представить как 2+2+2+2, 3+3+2, 5+3, то есть тремя способами. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считать одинаковыми. Требуется написать программу, которая найдёт количество способов представления заданного числа N в виде суммы простых, но только таких представлений, которые содержат число 5 не более одного раза.

Входной файл содержит натуральное число k<101, затем k строк, в каждой из которых записано число от 3 до 15000. Программа должна вывести для каждого числа количество его представлений в виде суммы простых чисел. В первом файле числа не превышают 40, во втором 15000.

Пример входных данных	Вывод
3 11 15 8	6 10 3

Решение:

```
pr = [0]*15_001
primes = []
for i in range(2, 15_001):
    if pr[i]==0:
        j = i
        while j < 15_001:
            pr[j] = 1
            j+=i
        if i != 5: primes.append(i)


dp = [1, 0]*7500
for j in range(1, len(primes)):
    new_dp = []
    for i in range(15000):
        if i - primes[j] <0:
            new_dp.append(dp[i])
        else:
            new_dp.append(dp[i] + new_dp[i-primes[j]])
    dp = new_dp
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test10_4_6_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        for line in f:
            x = int(line)
            print(dp[x]+dp[x-5])
```

Для начала найдём любым удобным способом все простые числа до 15000 (так как это не очень большое число, подойдут даже не самые эффективные алгоритмы). Занесём их все в список, кроме 5. Дальше применим динамическое программирование, но с условием, что каждое другое число может быть применено сколько угодно раз (подойдёт метод с рюкзаком). Затем на основе этого списка посчитаем, сколько представлений без , сколько представлений с 5 и сложим их. Ответы на тесты внизу.

6
10
3
185
111
50
8804487950779129
975801458
621919385087397825418286311280504910167339726514995308505 8150
7062815282690686170474 6
527152393002886766160649711933754848806678932688490515 46

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Информатика. 11 класс. 1 вариант

Задание 1. (15 баллов). Игорь составил ряд из 60 вещественных восьмеричных чисел, выглядящий следующим образом
$0.(007)_8$, $0.0(007)_8$, $0.00(007)_8$, …
Каждый член ряда представляет собой бесконечную периодическую дробь. Каждое следующее число получается из предыдущего добавлением одного нуля после точки, разделяющей целую и дробную части. Игорь сложил все числа в этом ряду и перевёл эту сумму в шестнадцатеричную систему счисления. Сколько цифр 2 будет в этой записи?

Решение:
Заметим, что каждое следующее число в ряду получается из предыдущего делением на 8. Сложим первые три числа, получим $0.00(7)_8 = 0.01_8$ и если так сложить все числа по 3, то будет получаться то же самое, но каждый раз прибавляться по три нуля в записи. Сложим их и получим $0.01001001001…001_8$ с 20 единицами в записи. Переведём это напрямую в двоичную запись, получим 0.000_001_000_000_001… также с 20 единицами. Теперь сгруппируем цифры по 4 и переведём напрямую в 16-ную запись, получим 0.04020100804… и так далее, где каждая единица превратится в одну из ненулевых цифр. Так как единиц было 20, в 2 превратятся ровно 5 из них. (15 баллов)

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов
- Написано, что надо разбить сумму на три слагаемых, но при вычислении суммы допущены небольшие ошибки – 10 баллов
- К верному ответу отсутствуют обоснования, либо же написано, что надо разбить сумму на группы по три слагаемых, после продвижений нет – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 2. (10 баллов). Два игрока играют в следующую игру. На доске написано выражение x#y#z. Игроки ходят по очереди. Во время своего хода можно заменить любую из букв, которую ещё не заменили, либо на 0, либо на 1, или заменить любой из ещё не заменённых знаков # на знак конъюнкции $\wedge$ или исключающего или $\oplus$. Первый игрок победит, если итоговое выражение будет равно 1, второй игрок, если итоговое выражение будет равно 0 (например, если после ходов игроков получается $0\oplus1\wedge0$, это означает, что победил второй игрок). При вычислении итогового выражение стоит помнить, что сначала вычисляется конъюнкция, затем исключающее или. Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы? Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы, если изначально на доске написано выражение $x\#y\#z\oplus 1\#k\#m\#n$?

Решение:
первым ходом ставим 1 в центре и получаем $x\#1\#z$. Теперь заметим, что $0\oplus 1\wedge 1$, $1\oplus 1\wedge 0$, $0\wedge 1\oplus 1$ и $1\wedge 1\oplus 0$ все дают 1. Значит, если второй игрок ставит вместо одной из переменный цифру, первый игрок в другую цифру ставит противоположную цифру, а если второй игрок ставит вместо решётки знак операции, то первый игрок ставит другую операцию в оставшееся место. И таким образом получает 1. Во втором случае перед переменной k надо поставить xor и получить симметричную ситуацию. Дальше надо просто повторять ходы второго игрока. По итогу получится $(X)\oplus 1\oplus (X)$, и это выражение равно 1. (10 баллов)

Критерии оценивания:

- Обоснованно получен верный ответ на обе ситуации с полностью описанной стратегией для выигрывающего игрока – 10 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 5 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 3. (18 баллов). Двоичной матрицей размера n на m назовём прямоугольную таблицу из n строк и m столбцов, где на пересечении строки и столбца может стоять либо 1, либо 0. Будем считать такие матрицы эквивалентными, если одну можно получить из другой какой-либо перестановкой столбцов или строк. Например, две матрицы ниже размером 3 на 4 эквивалентны.

1	0	1	1	Поменяем местами 2 и 3 строку, затем 2 и 4 столбец	1	1	1	0
0	0	1	0		0	1	0	1
0	1	0	1		0	0	1	0

Посчитайте максимальное количество неэквивалентных друг другу двоичных матриц размера 2 на 10, которые можно составить.

Решение:

сначала разберёмся с перестановкой столбцов. Поставим все столбцы 1 1 вместе в начало, потом столбцы 1 0, потом 0 1, в конце 0 0. Получим, что матрицы определяются с точностью до перестановки столбцов количеством этих столбцов. Всего столбцов 10, значит можно посчитать количество целых положительных решений уравнения x + y + z + w = 10, их C из 13 по 3, то есть 286. Но можно ещё поменять местами строки, тогда столбцы второго и третьего типа поменяются местами и получится другое решения уравнения, кроме случая, когда количество столбцов 1 0 и 0 1 равно. Посчитаем количество этих случаев отдельно, их всего 36. Значит, из 286 решений 250 разбиваются на пары матриц, которые эквивалентны друг другу. Итого 125 таких плюс 36 таких получаем 161 неэквивалентных друг другу матриц. (18 баллов)

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 18 баллов
- Приведено правильное обоснование и неверный ответ из-за небольшой (арифметической, логической) ошибки в конце рассуждений – 15 баллов
- Написано о том, что количество матриц равно количеству решений уравнения, при этом две переменные могут меняться местами (но при этом эти переменные не идентичны полностью) – 10 баллов
- Написано о том, что количество матриц равно количеству решений уравнения, но сделано неверное утверждение о том, что два типа столбцов не отличаются друг от друга и при этом предположении посчитан ответ – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 4. (17 баллов). В файле электронной таблицы дан прямоугольник из целых чисел. Необходимо найти два квадрата в этом прямоугольнике размером 3 на 3, которые бы не пересекались друг с другом и не соприкасались друг с другом ни стороной, ни углами, и при этом сумма всех чисел внутри этих двух квадратов была бы максимальной. Все вычисления оставить сохранёнными в таблице, ответ без вычислений не принимается. Квадраты в изначальном прямоугольнике выделить любым цветом, сумму чисел в двух квадратах записать в ячейке A21.

Решение:

Ответ 1279, левые верхние углы нужных квадратов J4 и N6. Найти их можно, сначала построив таблицу с растянутой формулой =СУММ(A1:C3), затем ещё одну, которая к этому числу прибавляет максимальное из всех квадратов, не соприкасающихся с данным (пример такой формулы =F29+МАКС($C$25:$AC25;$B$26:B$49;$C33:$AC$50;J$26:$AC$49)).

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 17 баллов
- Неправильный ответ из-за небольшой ошибки (верно написаны формулы, но максимум написан не тот, не выделены квадраты и т.д.) – 15 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 5. (20 баллов). В терминологии сетей TCP/IP маской сети называют двоичное число, которое показывает, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая – к адресу узла в этой сети. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному адресу узла и его маске. IP-адреса версии 4 представляют из себя 4 байта и записываются 4 числами от 0 до 255 через точку. Бельчонку для всех лесных жителей такого количества адресов было слишком мало, потому он придумал точно такие же IP-адреса с точно такими же правилами, за одним исключением: каждый адрес занимает 8 байт и записывается 4 числами от 0 до 65 535. Все остальные правила остаются такими же. В файле есть число N<300001, затем N строк, в каждой из которых записан один IP-адрес.

а) Найдите маску сети, состоящую из наибольшего возможного количества единиц и адрес сети такие, чтобы полученная сеть включала в себя все адреса из данного списка

б) Найдите такую сеть, которая включает в себя наибольшее количество адресов из данного списка и при этом содержит 6 нулей в своей маске. Гарантируется, что такая сеть единственная.

Программа должна в первой строке вывести адрес сети и количество единиц в маске через пробел, во второй только адрес сети.

Пример входных данных	Вывод
4 10000.129.0.8 10000.130.0.678 10000.129.0.31 10000.131.0.67	10000.128.0.0 30 10000.129.0.0

Пояснение к примеру: в сеть 10000.129.0.0 входят первый и третий адрес из списка.

Решение:

```
class Node:
  def __init__(self, value = 0, left = None, right = None):
    self.value = value
    self.right = right
    self.left = left

def union_prefix(s1, s2):
```

```
    s = ''
    for i, j in zip(s1, s2[:len(s1)]):
        if i == j:
            s = s + i
        else:
            return s
    return s

def fromIP(s):
    x, y, z, w = int(s[:16], 2), int(s[16:32], 2), int(s[32:48], 2), int(s[48:], 2)
    return f'{x}.{y}.{z}.{w}'

zeros_in_mask = 6
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test11_1_5_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        net = []
        root = Node()
        network2, kol = '', 0
        for line in f:
            x, y, z, w = map(int, line.rstrip().split('.'))
            x, y = bin(x)[2:].zfill(16), bin(y)[2:].zfill(16)
            z, w = bin(z)[2:].zfill(16), bin(w)[2:].zfill(16)
            binary_form = x + y + z + w
            node = root
            for i in range(64-zeros_in_mask):
                if binary_form[i] == '1':
                    if node.right is None:
                        node.right = Node()
                    node = node.right
                else:
                    if node.left is None:
                        node.left = Node()
                    node = node.left
                if i == 64-zeros_in_mask-1:
                    node.value = node.value + 1
                    if kol < node.value:
                        kol = node.value
                        network2 = binary_form[:-zeros_in_mask]+zeros_in_mask*'0'
             net.append(binary_form)
        network = net[0]
        for i in range(1, n):
            network = union_prefix(network, net[i])
        print(fromIP(network + '0'*(64-len(network))), len(network))
        print(fromIP(network2))
```

Для нахождения общей сети достаточно перевести все адреса в двоичный вид и найти наибольшую подпоследовательность, с которой начинаются они все. Для быстрого ответа на второй вопрос построим двоичное дерево, в каждом узле которого будет количество адресов из списка, входящими в сеть с таким адресом (чем глубже узел в дереве, тем больше 1 в маске).
Внизу ответы на тесты.
10000.128.0.0 30
10000.129.0.0

1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.128

16969.36992.0.0 28
16969.37002.1495.9856

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Даны правильные ответы на вторые вопросы в тестах – 7 баллов за каждый ответ на тест
- Даны правильные ответы на первые вопросы в тестах – 3 балла за каждый ответ на тест
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 6. (20 баллов). Дано число 3<N<15000. Такое число можно представить как сумму натуральных слагаемых, каждое из которых является простым числом. Например, число 8 можно представить как 2+2+2+2, 3+3+2, 5+3, то есть тремя способами. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считать одинаковыми. Любое простое число можно использовать сколько угодно раз, кроме простых чисел 5 и 7, их можно использовать не более одного раза (допускаются представления, где 5 и 7 используются одновременно). Требуется написать программу, которая найдёт количество способов такого представления заданного числа N.

Входной файл содержит натуральное число k<101, затем k строк, в каждой из которых записано число от 4 до 15000. Программа должна вывести для каждого числа количество его представлений в виде суммы простых чисел, где 5 и 7 используются не более одного раза. Ответы на тесты оставить в комментариях внутри файла с программой или переписать в бланк. В первом файле числа не превышают 40, во втором 15000.

Пример входных данных	Вывод

3 11 15 8	6 10 3

Решение:

```
pr = [0]*15_001
primes = []
for i in range(2, 15_001):
    if pr[i]==0:
        j = i
        while j < 15_001:
            pr[j] = 1
            j+=i
        if i != 5 and i != 7: primes.append(i)
dp = [1, 0]*7500
for j in range(1, len(primes)):
    new_dp = []
    for i in range(15000):
        if i - primes[j] <0:
            new_dp.append(dp[i])
        else:
            new_dp.append(dp[i] + new_dp[i-primes[j]])
    dp = new_dp
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test11_1_6_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        for line in f:
            x = int(line)
            dp5 = dp[x-5] if x>=5 else 0
            dp7 = dp[x-7] if x>=7 else 0
            dp12 = dp[x-12] if x>=12 else 0
            print(dp[x]+dp5+dp7+dp12)
```

Для начала найдём любым удобным способом все простые числа до 15000 (так как это не очень большое число, подойдут даже не самые эффективные алгоритмы). Занесём их все в список, кроме 5 и 7. Дальше применим динамическое программирование, но с условием, что каждое другое число может быть применено сколько угодно раз (подойдёт метод с рюкзаком). Затем на основе этого списка посчитаем, сколько представлений без 5 и 7, сколько представлений с 5 или 7 и сколько сразу с двумя числами и сложим их. Ответы на тесты внизу.

6
10
3

145
90
42
2077907172545305
368117443
380389961830616630705067404713305088014846720441845534360918
11926862486221600933903
3544708715284593708297948805874933819068465114427211368

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Информатика. 11 класс. 2 вариант

Задание 1. (15 баллов). Игорь составил ряд из 72 вещественных восьмеричных чисел, выглядящий следующим образом
$0.(007)_8$, $0.0(007)_8$, $0.00(007)_8$, …
Каждый член ряда представляет собой бесконечную периодическую дробь. Каждое следующее число получается из предыдущего добавлением одного нуля после точки, разделяющей целую и дробную части. Игорь сложил все числа в этом ряду и перевёл эту сумму в шестнадцатеричную систему счисления. Сколько цифр 4 будет в этой записи?

Решение:
Заметим, что каждое следующее число в ряду получается из предыдущего делением на 8. Сложим первые три числа, получим $0.00(7)_8 = 0.01_8$ и если так сложить все числа по 3, то будет получаться то же самое, но каждый раз прибавляться по три нуля в записи. Сложим их и получим $0.01001001001…001_8$ с 24 единицами в записи. Переведём это напрямую в двоичную запись, получим 0.000_001_000_000_001… также с 24 единицами. Теперь сгруппируем цифры по 4 и переведём напрямую в 16-ную запись, получим 0.04020100804… и так далее, где каждая единица превратится в одну из ненулевых цифр. Так как единиц было 24, в 2 превратятся ровно 6 из них. (15 баллов)

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов
- Написано, что надо разбить сумму на три слагаемых, но при вычислении суммы допущены небольшие ошибки – 10 баллов
- К верному ответу отсутствуют обоснования, либо же написано, что надо разбить сумму на группы по три слагаемых, после продвижений нет – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 2. (10 баллов). Два игрока играют в следующую игру. На доске написано выражение x#y#z. Игроки ходят по очереди. Во время своего хода можно заменить любую из букв, которую ещё не заменили, либо на 0, либо на 1, или заменить любой из ещё не заменённых знаков # на знак конъюнкции ⋀ или исключающего или ⊕. Первый игрок победит, если итоговое выражение будет равно 0, второй игрок, если итоговое выражение будет равно 1 (например, если после ходов игроков получается 0⊕1⋀0, это означает, что победил первый игрок). При вычислении итогового выражение стоит помнить, что сначала вычисляется конъюнкция, затем исключающее или. Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы? Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы, если изначально на доске написано выражение x#y#z#w#k#m?

Решение:
заметим, что если вместо решёток поставить только конъюнкции, то первому игроку достаточно поставить только один 0, чтобы победить. Поэтому если он поставит за первые два хода конъюнкции, последним своим ходом он поставит вместо любой переменной 0 и выиграет. Второй игрок должен ему помешать с этим, поэтому в ответ на первую конъюнкцию он ставит исключающее или и получает $x \land y \oplus z$. Тогда первый игрок должен поставить 1 вместо y. Как бы не походил после этого второй игрок, у первого игрока будет возможность ответить ему так, чтобы получился 0 (при ходе $1 \land 1 \oplus z$ ходим $1 \land 1 \oplus 1$, при ходе $0 \land 1 \oplus z$ ходим $0 \land 1 \oplus 0$, при ходе $x \land 1 \oplus 1$ ходим $1 \land 1 \oplus 1$, при ходе $x \land 1 \oplus 0$ ходим $0 \land 1 \oplus 0$). Во втором случае вместо центральной решётки надо поставить xor и получить симметричную ситуацию. Дальше надо просто повторять ходы второго игрока. По итогу получится $(X)\oplus(X)$, и это выражение равно 0. (10 баллов)

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ на обе ситуации с полностью описанной стратегией для выигрывающего игрока – 10 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 5 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 3. (18 баллов). Двоичной матрицей размера n на m назовём прямоугольную таблицу из n строк и m столбцов, где на пересечении строки и столбца может стоять либо 1, либо 0. Будем считать такие матрицы эквивалентными, если одну можно получить из другой какой-либо перестановкой столбцов или строк. Например, две матрицы ниже размером 3 на 4 эквивалентны.

1	0	1	1	Поменяем местами 2 и 3 строку, затем 2 и 4 столбец	1	1	1	0
0	0	1	0		0	1	0	1
0	1	0	1		0	0	1	0

Посчитайте максимальное количество неэквивалентных друг другу двоичных матриц размера 2 на 11, которые можно составить.

Решение:
сначала разберёмся с перестановкой столбцов. Поставим все столбцы 1 1 вместе в начало, потом столбцы 1 0, потом 0 1, в конце 0 0. Получим, что матрицы определяются с точностью до перестановки столбцов количеством этих столбцов. Всего столбцов 11, значит можно посчитать количество целых положительных решений уравнения $x + y + z + w = 11$, их C из 14 по 3, то есть 364. Но можно ещё поменять местами строки, тогда столбцы второго и третьего типа поменяются местами и получится другое решения уравнения, кроме случая, когда количество столбцов 1 0 и 0 1 равно. Посчитаем количество этих случаев отдельно, их всего 42. Значит, из 364 решений 322 разбиваются на пары матриц, которые эквивалентны друг другу. Итого 161 таких плюс 42 таких получаем 203 неэквивалентных друг другу матриц. (18 баллов)

Критерии оценивания:
- Обоснованно найден верный ответ – 18 баллов
- Приведено правильное обоснование и неверный ответ из-за небольшой (арифметической, логической) ошибки в конце рассуждений – 15 баллов
- Написано о том, что количество матриц равно количеству решений уравнения, при этом две переменные могут меняться местами (но при этом эти переменные не идентичны полностью) – 10 баллов
- Написано о том, что количество матриц равно количеству решений уравнения, но сделано неверное утверждение о том, что два типа столбцов не отличаются друг от друга и при этом предположении посчитан ответ – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 4. (17 баллов). В файле электронной таблицы дан прямоугольник из целых чисел. Необходимо найти два квадрата в этом прямоугольнике размером 4 на 4, которые бы не пересекались друг с другом и не соприкасались друг с другом ни стороной, ни углами, и при этом сумма всех чисел внутри этих двух квадратов была бы максимальной. Все вычисления оставить сохранёнными в таблице, ответ без вычислений не принимается. Квадраты в изначальном прямоугольнике выделить любым цветом, сумму чисел в двух квадратах записать в ячейке A21.

Решение:
Ответ 1953, левые верхние углы нужных квадратов J4 и O8. Найти их можно, сначала построив таблицу с растянутой формулой =СУММ(A1:D4), затем ещё одну, которая к этому числу прибавляет

максимальное из всех квадратов, не соприкасающихся с данным (пример такой формулы =F28+МАКС($B$23:$AF23;$A$24:A$51;$B33:$AF$51;K$24:$AF$51)).

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 17 баллов
- Неправильный ответ из-за небольшой ошибки (верно написаны формулы, но максимум написан не тот, не выделены квадраты и т.д.) – 15 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 5. (20 баллов). В терминологии сетей TCP/IP маской сети называют двоичное число, которое показывает, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая – к адресу узла в этой сети. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному адресу узла и его маске. IP-адреса версии 4 представляют из себя 4 байта и записываются 4 числами от 0 до 255 через точку. Бельчонку для всех лесных жителей такого количества адресов было слишком мало, потому он придумал точно такие же IP-адреса с точно такими же правилами, за одним исключением: каждый адрес занимает 8 бит и записывается 4 числами от 0 до 65 535. Все остальные правила остаются такими же. В файле есть число N<300001, затем N строк, в каждой из которых записан один IP-адрес.
а) Найдите маску сети, состоящую из наибольшего возможного количества единиц и адрес сети такие, чтобы полученная сеть включала в себя все адреса из данного списка
б) Найдите такую сеть, которая включает в себя наибольшее количество адресов из данного списка и при этом содержит 5 нулей в своей маске. Гарантируется, что такая сеть единственная.
Программа должна в первой строке вывести адрес сети и количество единиц в маске через пробел, во второй только адрес сети.

Пример входных данных	Вывод
4 10000.129.0.8 10000.130.0.678 10000.129.0.31 10000.131.0.67	10000.128.0.0 30 10000.129.0.0

Пояснение к примеру: в сеть 10000.129.0.0 входят первый и третий адрес из списка.

Решение:

```
class Node:
  def __init__(self, value = 0, left = None, right = None):
    self.value = value
```

```python
        self.right = right
        self.left = left

def union_prefix(s1, s2):
    s = ''
    for i, j in zip(s1, s2[:len(s1)]):
        if i == j:
            s = s + i
        else:
            return s
    return s

def fromIP(s):
    x, y, z, w = int(s[:16], 2), int(s[16:32], 2), int(s[32:48], 2), int(s[48:], 2)
    return f'{x}.{y}.{z}.{w}'

zeros_in_mask = 5
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test11_2_5_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        net = []
        root = Node()
        network2, kol = '', 0
        for line in f:
            x, y, z, w = map(int, line.rstrip().split('.'))
            x, y = bin(x)[2:].zfill(16), bin(y)[2:].zfill(16)
            z, w = bin(z)[2:].zfill(16), bin(w)[2:].zfill(16)
            binary_form = x + y + z + w
            node = root
            for i in range(64-zeros_in_mask):
                if binary_form[i] == '1':
                    if node.right is None:
                        node.right = Node()
                    node = node.right
                else:
                    if node.left is None:
                        node.left = Node()
                    node = node.left
                if i == 64-zeros_in_mask-1:
                    node.value = node.value + 1
                    if kol < node.value:
                        kol = node.value
                        network2 = binary_form[:-zeros_in_mask]+zeros_in_mask*'0'
            net.append(binary_form)
        network = net[0]
```

```
for i in range(1, n):
    network = union_prefix(network, net[i])
print(fromIP(network + '0'*(64-len(network))), len(network))
print(fromIP(network2))
```

Для нахождения общей сети достаточно перевести все адреса в двоичный вид и найти наибольшую подпоследовательность, с которой начинаются они все. Для быстрого ответа на второй вопрос построим двоичное дерево, в каждом узле которого будет количество адресов из списка, входящими в сеть с таким адресом (чем глубже узел в дереве, тем больше 1 в маске). Внизу ответы на тесты.

10000.128.0.0 30
10000.129.0.0

1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.128

16969.36992.0.0 28
16969.37002.1495.9888

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Даны правильные ответы на вторые вопросы в тестах – 7 баллов за каждый ответ на тест
- Даны правильные ответы на первые вопросы в тестах – 3 балла за каждый ответ на тест
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 6. (20 баллов). Дано число 3<N<15000. Такое число можно представить как сумму натуральных слагаемых, каждое из которых является простым числом. Например, число 8 можно представить как 2+2+2+2, 3+3+2, 5+3, то есть тремя способами. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считать одинаковыми. Любое простое число можно использовать сколько угодно раз, кроме простых чисел 5 и 7, их можно использовать не более одного раза (5 и 7 при этом не могут использоваться одновременно). Требуется написать программу, которая найдёт количество способов такого представления заданного числа N.

Входной файл содержит натуральное число k<101, затем k строк, в каждой из которых записано число от 4 до 15000. Программа должна вывести для каждого числа количество его представлений в виде суммы простых чисел, где 5 и 7 используются не более одного раза. Ответы на тесты оставить в комментариях внутри файла с программой или переписать в бланк. В первом файле числа не превышают 40, во втором 15000.

Пример входных данных	Вывод
3 11 15 8	6 9 3

Решение:

```
pr = [0]*15_001
primes = []
for i in range(2, 15_001):
    if pr[i]==0:
        j = i
        while j < 15_001:
            pr[j] = 1
            j+=i
        if i != 5 and i != 7: primes.append(i)
dp = [1, 0]*7500
for j in range(1, len(primes)):
    new_dp = []
    for i in range(15000):
        if i - primes[j] <0:
            new_dp.append(dp[i])
        else:
            new_dp.append(dp[i] + new_dp[i-primes[j]])
    dp = new_dp
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test11_1_6_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        for line in f:
            x = int(line)
            dp5 = dp[x-5] if x>=5 else 0
            dp7 = dp[x-7] if x>=7 else 0
            print(dp[x]+dp5+dp7)
```

Для начала найдём любым удобным способом все простые числа до 15000 (так как это не очень большое число, подойдут даже не самые эффективные алгоритмы). Занесём их все в список, кроме 5 и 7. Дальше применим динамическое программирование, но с условием, что каждое другое число может быть применено сколько угодно раз (подойдёт метод с рюкзаком). Затем на основе этого списка посчитаем, сколько представлений без 5 и 7, сколько представлений с 5 или 7 и сложим их. Ответы на тесты внизу.

6

9
3
127
79
37
1615087614318208
293060158
2878273984722227557728135252196229564823436246155372579195 62
91723396518485308652 78
268454872730305749504693636296473866399568530699417392 2

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Информатика. 11 класс. 3 вариант

Задание 1. (15 баллов). Игорь составил ряд из 120 вещественных восьмеричных чисел, выглядящий следующим образом
$0.(007)_8$, $0.0(007)_8$, $0.00(007)_8$, …
Каждый член ряда представляет собой бесконечную периодическую дробь. Каждое следующее число получается из предыдущего добавлением одного нуля после точки, разделяющей целую и дробную части. Игорь сложил все числа в этом ряду и перевёл эту сумму в шестнадцатеричную систему счисления. Сколько цифр 8 будет в этой записи?

Решение:
Заметим, что каждое следующее число в ряду получается из предыдущего делением на 8. Сложим первые три числа, получим $0.00(7)_8 = 0.01_8$ и если так сложить все числа по 3, то будет получаться то же самое, но каждый раз прибавляться по три нуля в записи. Сложим их и получим $0.01001001001…001_8$ с 40 единицами в записи. Переведём это напрямую в двоичную запись, получим 0.000_001_000_000_001… также с 40 единицами. Теперь сгруппируем цифры по 4 и переведём напрямую в 16-ную запись, получим 0.04020100804… и так далее, где каждая единица превратится в одну из ненулевых цифр. Так как единиц было 40, в 8 превратятся ровно 10 из них. (15 баллов)

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов
- Написано, что надо разбить сумму на три слагаемых, но при вычислении суммы допущены небольшие ошибки – 10 баллов
- К верному ответу отсутствуют обоснования, либо же написано, что надо разбить сумму на группы по три слагаемых, после продвижений нет – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 2. (10 баллов). Два игрока играют в следующую игру. На доске написано выражение x#y#z. Игроки ходят по очереди. Во время своего хода можно заменить любую из букв, которую ещё не заменили, либо на 0, либо на 1, или заменить любой из ещё не заменённых знаков # на знак конъюнкции ∧ или исключающего или ⊕. Первый игрок победит, если итоговое выражение будет равно 0, второй игрок, если итоговое выражение будет равно 1 (например, если после ходов игроков получается $0 \oplus 1 \wedge 0$, это означает, что победил первый игрок). При вычислении итогового выражение стоит помнить, что сначала вычисляется конъюнкция, затем исключающее или. Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы? Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы, если изначально на доске написано выражение x#y#z#w#k#m#q#r?

Решение:
заметим, что если вместо решёток поставить только конъюнкции, то первому игроку достаточно поставить только один 0, чтобы победить. Поэтому если он поставит за первые два хода конъюнкции, последним своим ходом он поставит вместо любой переменной 0 и выиграет. Второй игрок должен ему помешать с этим, поэтому в ответ на первую конъюнкцию он ставит исключающее или и получает $x \wedge y \oplus z$. Тогда первый игрок должен поставить 1 вместо y. Как бы не походил после этого второй игрок, у первого игрока будет возможность ответить ему так, чтобы получился 0 (при ходе $1 \wedge 1 \oplus z$ ходим $1 \wedge 1 \oplus 1$, при ходе $0 \wedge 1 \oplus z$ ходим $0 \wedge 1 \oplus 0$, при ходе $x \wedge 1 \oplus 1$ ходим $1 \wedge 1 \oplus 1$, при ходе $x \wedge 1 \oplus 0$ ходим $0 \wedge 1 \oplus 0$). Во втором случае вместо центральной решётки надо поставить xor и получить симметричную ситуацию. Дальше надо просто повторять ходы второго игрока. По итогу получится $(X)\oplus(X)$, и это выражение равно 0. (10 баллов)

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ на обе ситуации с полностью описанной стратегией для выигрывающего игрока – 10 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 5 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 3. (18 баллов). Двоичной матрицей размера n на m назовём прямоугольную таблицу из n строк и m столбцов, где на пересечении строки и столбца может стоять либо 1, либо 0. Будем считать такие матрицы эквивалентными, если одну можно получить из другой какой-либо перестановкой столбцов или строк. Например, две матрицы ниже размером 3 на 4 эквивалентны.

1	0	1	1	Поменяем местами 2 и 3 строку, затем 2 и 4 столбец	1	1	1	0
0	0	1	0		0	1	0	1
0	1	0	1		0	0	1	0

Посчитайте максимальное количество неэквивалентных друг другу двоичных матриц размера 2 на 12, которые можно составить.

Решение:
сначала разберёмся с перестановкой столбцов. Поставим все столбцы 1 1 вместе в начало, потом столбцы 1 0, потом 0 1, в конце 0 0. Получим, что матрицы определяются с точностью до перестановки столбцов количеством этих столбцов. Всего столбцов 12, значит можно посчитать количество целых положительных решений уравнения $x + y + z + w = 12$, их C из 15 по 3, то есть 455. Но можно ещё поменять местами строки, тогда столбцы второго и третьего типа поменяются местами и получится другое решения уравнения, кроме случая, когда количество столбцов 1 0 и 0 1 равно. Посчитаем количество этих случаев отдельно, их всего 49. Значит, из 455 решений 406 разбиваются на пары матриц, которые эквивалентны друг другу. Итого 203 таких плюс 49 таких получаем 252 неэквивалентных друг другу матриц. (18 баллов)

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 18 баллов
- Приведено правильное обоснование и неверный ответ из-за небольшой (арифметической, логической) ошибки в конце рассуждений – 15 баллов
- Написано о том, что количество матриц равно количеству решений уравнения, при этом две переменные могут меняться местами (но при этом эти переменные не идентичны полностью) – 10 баллов
- Написано о том, что количество матриц равно количеству решений уравнения, но сделано неверное утверждение о том, что два типа столбцов не отличаются друг от друга и при этом предположении посчитан ответ – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 4. (17 баллов). В файле электронной таблицы дан прямоугольник из целых чисел. Необходимо найти два квадрата в этом прямоугольнике размером 4 на 4, которые бы не пересекались друг с другом и (но могут соприкасаться друг с другом сторонами) и при этом сумма всех чисел внутри этих двух квадратов была бы максимальной.   Все вычисления оставить сохранёнными в таблице, ответ без вычислений не принимается. Квадраты в изначальном прямоугольнике выделить любым цветом, сумму чисел в двух квадратах записать в ячейке A21.

Решение:
Ответ 1953, левые верхние углы нужных квадратов J4 и O8. Найти их можно, сначала построив таблицу с растянутой формулой =СУММ(A1:D4), затем ещё одну, которая к этому числу прибавляет максимальное из всех квадратов, не пересекающихся с данным (пример

такой формулы
=F28+МАКС($B22:$AF$23;$A$24:B$51;$B32:$AF$51;J$24:$AF$51).

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 17 баллов
- Неправильный ответ из-за небольшой ошибки (верно написаны формулы, но максимум написан не тот, не выделены квадраты и т.д.) – 15 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 5. (20 баллов). В терминологии сетей TCP/IP маской сети называют двоичное число, которое показывает, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая – к адресу узла в этой сети. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному адресу узла и его маске. IP-адреса версии 4 представляют из себя 4 байта и записываются 4 числами от 0 до 255 через точку. Бельчонку для всех лесных жителей такого количества адресов было слишком мало, потому он придумал точно такие же IP-адреса с точно такими же правилами, за одним исключением: каждый адрес занимает 8 бит и записывается 4 числами от 0 до 65 535. Все остальные правила остаются такими же. В файле есть число N<300001, затем N строк, в каждой из которых записан один IP-адрес.
а) Найдите маску сети, состоящую из наибольшего возможного количества единиц и адрес сети такие, чтобы полученная сеть включала в себя все адреса из данного списка
б) Найдите такую сеть, которая включает в себя наибольшее количество адресов из данного списка и при этом содержит 10 нулей в своей маске. Гарантируется, что такая сеть единственная.
Программа должна в первой строке вывести адрес сети и количество единиц в маске через пробел, во второй только адрес сети.

Пример входных данных	Вывод
4 10000.129.0.8 10000.130.0.678 10000.129.0.31 10000.131.0.67	10000.128.0.0 30 10000.129.0.0

Пояснение к примеру: в сеть 10000.129.0.0 входят первый и третий адрес из списка.

Решение:

```
class Node:
  def __init__(self, value = 0, left = None, right = None):
    self.value = value
```

```
        self.right = right
        self.left = left

def union_prefix(s1, s2):
    s = ''
    for i, j in zip(s1, s2[:len(s1)]):
        if i == j:
            s = s + i
        else:
            return s
    return s

def fromIP(s):
    x, y, z, w = int(s[:16], 2), int(s[16:32], 2), int(s[32:48], 2), int(s[48:], 2)
    return f'{x}.{y}.{z}.{w}'

zeros_in_mask = 10
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test11_3_5_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        net = []
        root = Node()
        network2, kol = '', 0
        for line in f:
            x, y, z, w = map(int, line.rstrip().split('.'))
            x, y = bin(x)[2:].zfill(16), bin(y)[2:].zfill(16)
            z, w = bin(z)[2:].zfill(16), bin(w)[2:].zfill(16)
            binary_form = x + y + z + w
            node = root
            for i in range(64-zeros_in_mask):
                if binary_form[i] == '1':
                    if node.right is None:
                        node.right = Node()
                    node = node.right
                else:
                    if node.left is None:
                        node.left = Node()
                    node = node.left
                if i == 64-zeros_in_mask-1:
                    node.value = node.value + 1
                    if kol < node.value:
                        kol = node.value
                        network2 = binary_form[:-zeros_in_mask]+zeros_in_mask*'0'
            net.append(binary_form)
        network = net[0]
```

```
for i in range(1, n):
    network = union_prefix(network, net[i])
print(fromIP(network + '0'*(64-len(network))), len(network))
print(fromIP(network2))
```

Для нахождения общей сети достаточно перевести все адреса в двоичный вид и найти наибольшую подпоследовательность, с которой начинаются они все. Для быстрого ответа на второй вопрос построим двоичное дерево, в каждом узле которого будет количество адресов из списка, входящими в сеть с таким адресом (чем глубже узел в дереве, тем больше 1 в маске).
Внизу ответы на тесты.
10000.128.0.0 30
10000.129.0.0

1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.0

16969.36992.0.0 28
16969.36993.1483.0

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Даны правильные ответы на вторые вопросы в тестах – 7 баллов за каждый ответ на тест
- Даны правильные ответы на первые вопросы в тестах – 3 балла за каждый ответ на тест
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 6. (20 баллов). Дано число 3<N<15000. Такое число можно представить как сумму натуральных слагаемых, каждое из которых является простым числом. Например, число 8 можно представить как 2+2+2+2, 3+3+2, 5+3, то есть тремя способами. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считать одинаковыми. Любое простое число можно использовать сколько угодно раз, кроме простых чисел 5, 7 11, их можно использовать не более одного раза (при этом в представлении может быть только одно число из трёх). Требуется написать программу, которая найдёт количество способов такого представления заданного числа N.
Входной файл содержит натуральное число k<101, затем k строк, в каждой из которых записано число от 4 до 15000. Программа должна вывести для каждого числа количество его представлений в виде суммы простых чисел, где 5 и 7 используются не более одного раза. Ответы на тесты оставить в комментариях внутри файла с программой или переписать в бланк. В первом файле числа не превышают 40, во втором 15000.

Пример входных данных	Вывод
3 11 15 8	6 9 3

Решение:

```
pr = [0]*15_001
primes = []
for i in range(2, 15_001):
    if pr[i]==0:
        j = i
        while j < 15_001:
            pr[j] = 1
            j+=i
        if i != 5 and i != 7 and i!= 11: primes.append(i)
dp = [1, 0]*7500
for j in range(1, len(primes)):
    new_dp = []
    for i in range(15000):
        if i - primes[j] <0:
            new_dp.append(dp[i])
        else:
            new_dp.append(dp[i] + new_dp[i-primes[j]])
    dp = new_dp
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test11_3_6_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        for line in f:
            x = int(line)
            dp5 = dp[x-5] if x>=5 else 0
            dp7 = dp[x-7] if x>=7 else 0
            dp11 = dp[x-11] if x>=11 else 0
            print(dp[x]+dp5+dp7+dp11)
```

Для начала найдём любым удобным способом все простые числа до 15000 (так как это не очень большое число, подойдут даже не самые эффективные алгоритмы). Занесём их все в список, кроме 5, 7 и 11. Дальше применим динамическое программирование, но с условием, что каждое другое число может быть применено сколько угодно раз (подойдёт метод с рюкзаком). Затем на основе этого списка посчитаем, сколько представлений без 5, 7 и

11, сколько представлений с 5 или 7 или 11 и сложим их. Ответы на тесты внизу.

6
9
3
97
65
31
388768504746108
111479838
182822147379213262008290539058665897614913023457711681359888
15897745359081535479444
1873257092226921362672910033109006647796676814903395599

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Информатика. 11 класс. 4 вариант

Задание 1. (15 баллов). Игорь составил ряд из 60 вещественных троичных чисел, выглядящий следующим образом
$0.(110)_3$, $0.0(110)_3$, $0.00(110)_3$, …
Каждый член ряда представляет собой бесконечную периодическую дробь. Каждое следующее число получается из предыдущего добавлением одного нуля после точки, разделяющей целую и дробную части. Игорь сложил все числа в этом ряду и перевёл эту сумму в девятеричную систему счисления. Сколько цифр 2 будет в этой записи?

Решение:
Заметим, что каждое следующее число в ряду получается из предыдущего делением на 3. Сложим первые три числа, получим $0.1(2)_3= 0.2_3$ и если так сложить все числа по 3, то будет получаться то же самое, но каждый раз прибавляться по три нуля в записи. Сложим их и получим $0.2002002002…002_8$ с 20 двойками в записи. Переведём это напрямую в девятеричную запись, получим 0.620620620… где каждая двойка превратится либо в 6, либо в 2. Ровно половина из 20 превратится в 2, ответ 10 двоек. (15 баллов)

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ – 15 баллов
- Написано, что надо разбить сумму на три слагаемых, но при вычислении суммы допущены небольшие ошибки – 10 баллов
- К верному ответу отсутствуют обоснования, либо же написано, что надо разбить сумму на группы по три слагаемых, после продвижений нет – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 2. (10 баллов). Два игрока играют в следующую игру. На доске написано выражение x#y#z#w#k#m#q#r. Игроки ходят по очереди. Во время своего хода можно заменить любую из букв, которую ещё не заменили, либо на 0, либо на 1, или заменить любой из ещё не заменённых знаков # на знак конъюнкции ∧ или исключающего или ⊕. Первый игрок победит, если итоговое выражение будет равно 0, второй игрок, если итоговое выражение будет равно 1 (например, если после ходов игроков получается 0⊕1∧0, это означает, что победил первый игрок). При вычислении итогового выражение стоит помнить, что сначала вычисляется конъюнкция, затем исключающее или. Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы? Кто победит при правильной игре и как ему надо играть для победы, если изначально на доске написано выражение $x\#y\#z\oplus w\oplus k\oplus m$?

Решение:
в первом случае вместо центральной решётки надо поставить xor и получить симметричную ситуацию. Дальше надо просто повторять ходы второго игрока. По итогу получится $(X)\oplus(X)$, и это выражение равно 0. Во втором случае всего произойдёт 8 ходов, и последний ход будет за вторым игроком. Если на месте всех решёток будут стоять исключающие или, то второй игрок последним ходом сможет выиграть, так как будет возможность поменять сумму хоть на ноль, хоть на единицу вне зависимости от других переменных. Тогда второй игрок должен будет сначала ставить вместо решёток или, а первый игрок будет ему мешать и поставит конъюнкцию, получится позиция $x\wedge y\oplus z\oplus w\oplus k\oplus m$ (первые два операнда можно поменять местами). Второй игрок за два хода ставит любые цифры в конъюнкции, и у него останется ровно один последний ход, которым можно получить нужную сумму 1. (10 баллов)

Критерии оценивания:
- Обоснованно получен верный ответ на обе ситуации с полностью описанной стратегией для выигрывающего игрока – 10 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 5 баллов
- Приведено полностью верное описание стратегии для первого случая – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 3. (18 баллов). Двоичной матрицей размера n на m назовём прямоугольную таблицу из n строк и m столбцов, где на пересечении строки и столбца может стоять либо 1, либо 0. Будем считать такие матрицы эквивалентными, если одну можно получить из другой какой-либо перестановкой столбцов или строк. Например, две матрицы ниже размером 3 на 4 эквивалентны.

1	0	1	1	Поменяем местами 2 и 3 строку, затем 2 и 4 столбец	1	1	1	0
0	0	1	0		0	1	0	1
0	1	0	1		0	0	1	0

Посчитайте максимальное количество неэквивалентных друг другу двоичных матриц размера 2 на 13, которые можно составить.

Решение:
сначала разберёмся с перестановкой столбцов. Поставим все столбцы 1 1 вместе в начало, потом столбцы 1 0, потом 0 1, в конце 0 0. Получим, что матрицы определяются с точностью до перестановки столбцов количеством этих столбцов. Всего столбцов 13, значит можно посчитать количество целых положительных решений уравнения x + y + z + w = 13, их C из 16 по 3, то есть 560. Но можно ещё поменять местами строки, тогда столбцы второго и третьего типа поменяются местами и получится другое решения уравнения, кроме случая, когда количество столбцов 1 0 и 0 1 равно. Посчитаем количество этих случаев отдельно, их всего 56. Значит, из 560 решений 504 разбиваются на пары матриц, которые эквивалентны друг другу. Итого 252 таких плюс 56 таких получаем 308 неэквивалентных друг другу матриц. (18 баллов)

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 18 баллов
- Приведено правильное обоснование и неверный ответ из-за небольшой (арифметической, логической) ошибки в конце рассуждений – 15 баллов
- Написано о том, что количество матриц равно количеству решений уравнения, при этом две переменные могут меняться местами (но при этом эти переменные не идентичны полностью) – 10 баллов
- Написано о том, что количество матриц равно количеству решений уравнения, но сделано неверное утверждение о том, что два типа столбцов не отличаются друг от друга и при этом предположении посчитан ответ – 5 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 4. (17 баллов). В файле электронной таблицы дан прямоугольник из целых чисел. Необходимо найти два квадрата в этом прямоугольнике размером 5 на 5, которые бы не пересекались друг с другом и (но могут соприкасаться друг с другом сторонами) и при этом сумма всех чисел внутри этих двух квадратов была бы максимальной. Все вычисления оставить сохранёнными в таблице, ответ без вычислений не принимается. Квадраты в изначальном прямоугольнике выделить любым цветом, сумму чисел в двух квадратах записать в ячейке A21.

Решение:
Ответ 2885, левые верхние углы нужных квадратов J4 и R6. Найти их можно, сначала построив таблицу с растянутой формулой =СУММ(A1:E5), затем ещё одну, которая к этому числу прибавляет максимальное из всех квадратов, не пересекающихся с данным (пример такой формулы =F28+МАКС($B$23:$AF23;$A$24:A$51;$B33:$AF$51;K$24:$AF$51).

Критерии оценивания:

- Обоснованно найден верный ответ – 17 баллов
- Неправильный ответ из-за небольшой ошибки (верно написаны формулы, но максимум написан не тот, не выделены квадраты и т.д.) – 15 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 5. (20 баллов). В терминологии сетей TCP/IP маской сети называют двоичное число, которое показывает, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая – к адресу узла в этой сети. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному адресу узла и его маске. IP-адреса версии 4 представляют из себя 4 байта и записываются 4 числами от 0 до 255 через точку. Бельчонку для всех лесных жителей такого количества адресов было слишком мало, потому он придумал точно такие же IP-адреса с точно такими же правилами, за одним исключением: каждый адрес занимает 8 бит и записывается 4 числами от 0 до 65 535. Все остальные правила остаются такими же. В файле есть число N<300001, затем N строк, в каждой из которых записан один IP-адрес.
а) Найдите маску сети, состоящую из наибольшего возможного количества единиц и адрес сети такие, чтобы полученная сеть включала в себя все адреса из данного списка
б) Найдите такую сеть, которая включает в себя наибольшее количество адресов из данного списка и при этом содержит 10 нулей в своей маске. Гарантируется, что такая сеть единственная.
Программа должна в первой строке вывести адрес сети и количество единиц в маске через пробел, во второй только адрес сети.

Пример входных данных	Вывод
4 10000.129.0.8 10000.130.0.678 10000.129.0.31 10000.131.0.67	10000.128.0.0 30 10000.129.0.0

Пояснение к примеру: в сеть 10000.129.0.0 входят первый и третий адрес из списка.

Решение:

```
class Node:
  def __init__(self, value = 0, left = None, right = None):
    self.value = value
    self.right = right
    self.left = left
```

```
def union_prefix(s1, s2):
    s = ''
    for i, j in zip(s1, s2[:len(s1)]):
        if i == j:
            s = s + i
        else:
            return s
    return s

def fromIP(s):
    x, y, z, w = int(s[:16], 2), int(s[16:32], 2), int(s[32:48], 2), int(s[48:], 2)
    return f'{x}.{y}.{z}.{w}'

zeros_in_mask = 10
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test11_4_5_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        net = []
        root = Node()
        network2, kol = '', 0
        for line in f:
            x, y, z, w = map(int, line.rstrip().split('.'))
            x, y = bin(x)[2:].zfill(16), bin(y)[2:].zfill(16)
            z, w = bin(z)[2:].zfill(16), bin(w)[2:].zfill(16)
            binary_form = x + y + z + w
            node = root
            for i in range(64-zeros_in_mask):
                if binary_form[i] == '1':
                    if node.right is None:
                        node.right = Node()
                    node = node.right
                else:
                    if node.left is None:
                        node.left = Node()
                    node = node.left
                if i == 64-zeros_in_mask-1:
                    node.value = node.value + 1
                    if kol < node.value:
                        kol = node.value
                        network2 = binary_form[:-zeros_in_mask]+zeros_in_mask*'0'
            net.append(binary_form)
        network = net[0]
        for i in range(1, n):
            network = union_prefix(network, net[i])
        print(fromIP(network + '0'*(64-len(network))), len(network))
```

```
print(fromIP(network2))
```

Для нахождения общей сети достаточно перевести все адреса в двоичный вид и найти наибольшую подпоследовательность, с которой начинаются они все. Для быстрого ответа на второй вопрос построим двоичное дерево, в каждом узле которого будет количество адресов из списка, входящими в сеть с таким адресом (чем глубже узел в дереве, тем больше 1 в маске). Внизу ответы на тесты.

10000.128.0.0 30
10000.129.0.0

1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.0

16969.36992.0.0 28
16969.36993.1483.0

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Даны правильные ответы на вторые вопросы в тестах – 7 баллов за каждый ответ на тест
- Даны правильные ответы на первые вопросы в тестах – 3 балла за каждый ответ на тест
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов

Задание 6. (20 баллов). Дано число 3<N<15000. Такое число можно представить как сумму натуральных слагаемых, каждое из которых является простым числом. Например, число 8 можно представить как 2+2+2+2, 3+3+2, 5+3, то есть тремя способами. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считать одинаковыми. Любое простое число можно использовать сколько угодно раз, кроме безопасных простых чисел. Безопасное простое число это такое простое вида 2p+1, что p тоже является простым (например, числа 5, 7, 11 являются такими, а число 13 нет). Каждое безопасное простое число может встречаться в представлении не более одного раза (но могут быть сразу несколько разных безопасных простых, например 7+5+3+3 допустимое представление, а 7+7+2+2 нет). Требуется написать программу, которая найдёт количество способов такого представления заданного числа N.
Входной файл содержит натуральное число k<101, затем k строк, в каждой из которых записано число от 4 до 15000. Программа должна вывести для каждого числа количество его представлений в виде суммы простых чисел, где каждое безопасное простое число используется не более одного раза. Ответы на тесты оставить в комментариях внутри файла с программой или переписать в бланк. В первом файле числа не

превышают 40, во втором 15000.

Пример входных данных	Вывод
3 11 15 8	6 10 3

Решение:

```
pr = [0]*15_001
primes = []
for i in range(2, 15_001):
    if pr[i]==0:
        j = i
        while j < 15_001:
            pr[j] = 1
            j+=i
        primes.append(i)
setprime = set(primes)
safe_primes = set([i for i in primes if i//2 in setprime])

dp = [1, 0]*7500
for j in range(1, len(primes)):
    new_dp = []
    for i in range(15000):
        if i - primes[j] <0:
            new_dp.append(dp[i])
        else:
            if primes[j] not in safe_primes:
                new_dp.append(dp[i] + new_dp[i-primes[j]])
            else:
                new_dp.append(dp[i] + dp[i-primes[j]])
    dp = new_dp
for nom_test in (0, 1, 2):
    with open(f'test11_4_6_{nom_test}.txt') as f:
        n = int(f.readline())
        for line in f:
            x = int(line)
            print(dp[x])
```

Для начала найдём любым удобным способом все простые числа до 15000 (так как это не очень большое число, подойдут даже не самые эффективные алгоритмы). Занесём их все в список, воспользовавшись ним, создадим список из безопасных простых чисел. Дальше применим динамическое программирование, но с условием, что каждое число может быть применено сколько угодно раз, кроме безопасных простых (подойдёт метод с рюкзаком).. Ответы на тесты внизу.

6
10
3
132
84
40
273470288279008
136777487
106520754495371871304630491395920147475727887364253879692
562626568754827559938
1889236554418317136440014729505223042098802909984048

Критерии оценивания:

- Найдены правильные ответы на все тесты – 20 баллов
- Правильный ответ за время олимпиады найден только на один из тестов – 10 баллов
- Решение не соответствует ни одному из критериев – 0 баллов