Физика. 7 класс
Вариант 1

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Цифровые биты на аудио компакт-диске диаметром 12 см кодируются по спиралевидной траектории, которая начинается на радиусе R_1=2.5 см и заканчивается по радиусу R_2=5.8 см. Расстояние между центрами соседних спиральных витков равно Δ=1.6 мкм. Для считывания информации проигрыватель компакт-дисков регулирует вращение диска таким образом, чтобы считывающий лазер проигрывателя двигался по спиральной траектории с постоянной скоростью около 1,2 м/с. Оцените максимальное время в минутах воспроизведения такого компакт-диска. (15 баллов)

Решение:
Рассчитаем длину спирального пути из общей площади внутри спиральной траектории. $S=\Delta l=\pi R_2^2 - \pi R_1^2$
Тогда длина: $l=(\pi R_2^2 - \pi R_1^2)/\Delta=\pi(R_2^2 - R_1^2)/\Delta$=5.4км

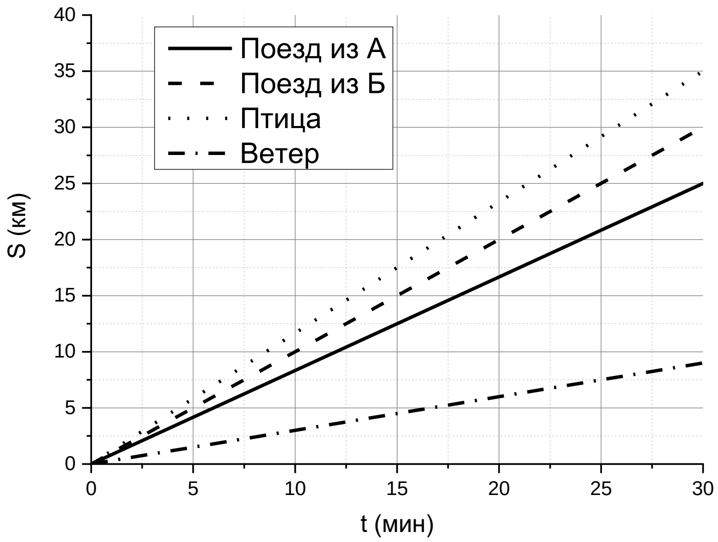
Отсюда при равномерном движении считывающий лазер проигрывателя перемещается $t=l/v$= 5400/1.2=4500с=75 минут

Ответ: 75 минут

Критерии:
1. Записаны площади внутри спиральной траектории - 5 баллов
2. Получена формула длины спирального пути - 5 баллов
3. Получено и рассчитано конечное выражение - 5 баллов

2. Расстояние между станциями А и Б 100 км. В 12:00 поезд $П_А$ отправляется из станции А и следует по железной дороге в сторону станции Б. В то же время поезд $П_Б$ стартует из Б и следует в сторону станции А. При запуске $П_А$ птица летит вперед от $П_А$. Когда птица встречает $П_Б$, она разворачивается и летит в сторону $П_А$.

Какое наступит время, когда птица снова встретит $П_А$? На рисунке показаны зависимости пути движения от времени, относительно железной дороги, для каждого участника движения первые 30 минут. Считать, что все участники движения перемещаются вдоль одной прямой, а поезд намного тяжелее, чем птица. (20 баллов)



Решение:

1. Пусть vа – скорость $П_А$, vб – скорость $П_Б$, vп – скорость птицы в направлении пункта Б, v'п – скорость птицы в направлении пункта А, vв - скорость ветра.

Определим из графика скорости, учитывая, что птица летит по ветру и против ветра.

vв = 18 км/ч

vа = 50 км/ч

vб = 60 км/ч

vп = 70 км/ч = v+ vв или v – vв, в зависимости от направления ветра, где v – скорость птицы относительно воздуха.

1) v'п= v - vв = 34 км/ч или 2) v'п= v + vв =106 км/ч

2. Единицы измерения расстояния — км, а время t для удобства переведем в минуты. Тогда:

Смещение $П_Б$ относительно пункта Б: $S_Б$ = vб t/ 60.

Расстояние от $П_Б$ до пункта А: S_A =АБ – vб t/ 60.

Смещение птицы относительно пункта А за это же время: Sп=vп* t/60.

3. Когда птица встречается с $П_Б$ Sп= S_A, то есть: vп * t/60 = АБ – vб t/60.

Получаем t=60 АБ / (vп + vб) = 46,15 минут.

Тогда смещение птицы относительно пункта А: Sп=vп* t/60=53,842км

4. Когда птица летит назад, ее путь: S'п = v'п * t'

Тогда путь пройденный ПА за все время: vа (t+t') = Sп - v'п * t'

Находим время полета птицы назад:

1) при v'п= 34 км/ч: t' = (Sп - vа t/60)* 60/ (v'п +vа) = 10.98 минут

или

2) при v'п= 106 км/ч: t' =5,916 минут

5. Тогда:

1) t+t' = 46,15 минут + 10.98 минут = 57 минут

2) $t+t' = 46{,}15$ минут + $5{,}916$ минут = 52 минуты

Ответ: 12:57 или 12:52

Критерии
1. Определены все скорости - 4 балла
2. Сделан вывод о наличии двух решений для двух направлений ветра - 5 баллов
3. Определено время движения птицы до Пб - 3 балла
4. Определено время обратного движения птицы до Па. (2 ответа) - 4 балла
5. Определено время. (2 ответа) - 4 балла

3. Мальчик бежит за своей собакой и кричит ей команду: «сидеть». Собака, услышав команду, не остановилась, а в ответ сразу же только гавкнула. Тогда мальчик, не останавливаясь, снова кричит ей команду: «стой», спустя 5 секунд после первой команды. Но собака в ответ опять сразу же только гавкнула. Скорость мальчика $v=10$ м/с. Скорость собаки $u=40$ м/с. Скорость звука $c=330$ м/с.

Сколько прошло времени для мальчика между двумя «гавками», которые он услышал. Получите точную формулу, затем упростите ее, считая, что $c \gg v, u$. Далее получите ответ, округлив его до десятых значений. (25 баллов)

Решение:

1. Первая команда послана в момент времени $t = 0$.

Начальное расстояние между мальчиком и собакой равно l_0

Запишем законы движения:

Мальчик: $x=vt$

Собака: $x= l_0+ut$

Звук: $x=ct$

2. Собака услышит первую команду в момент времени t_1:

$l_0+ut_1=ct_1$, тогда $t_1= l_0/(c-u)$

Координата собаки в этот момент времени будет:

$x_1=ct_1=c\, l_0/(c-u)$

3. Закон движения первого звука лая собаки:

$x= x_1-c(t-t_1)=2\, x_1-ct=2c\, l_0/(c-u) - ct$

Мальчик услышит звука лая в момент времени t_2:

$2c\, l_0/(c-u)-c\, t_2=vt_2$, тогда $t_2= 2cl_0/(c-u)(c+v)$

4. Вторую команду мальчик крикнул спустя время τ.

В этот момент расстояние между мальчиком и собакой: $l_0 +(u-v)\tau$

Собака услышит вторую команду в момент времени t_3:

$(l_0 + (u-v)\tau) + ut_3 = ct_3$, тогда $t_3 = (l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)$
Координата собаки в этот момент времени будет:
$x_2 = ct_3 = c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)$

5. Закон движения второго звука лая собаки:
$x = x_2 - c(t-t_3) = 2x_2 - ct = 2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u) - ct$
Так как $t = t_4 - \tau$, то мальчик услышит звука лая в момент времени t_4:
$2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u) - c(t_4 - \tau) = v(t_4 - \tau)$,
Тогда мальчик услышит второй звука лая в момент времени t_4:
$t_4 = \tau + 2c(l_0 + (u-v)\tau)/(c-u)(c+v) =$
$= \tau + 2cl_0(c-u)(c+v) + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v) = \tau + t_2 + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v)$

Тогда искомое время:
$\Delta t = t_4 - t_2 = \tau + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v)$

6. Учитывая, что $c >> v, u$, получаем, что $(c-u)(c+v) = c^2(1-u/c)(1+v/c) = c^2$
Тогда $\Delta t = \tau + 2c(u-v)\tau/(c-u)(c+v) \sim \tau + 2\tau(u-v)/c = 5{,}9$с

Ответ: $\tau + 2\tau(u-v)/c = 5{,}9$с

Критерии:
1. Записаны основные законы движения - 3 балла
2. Проанализированы время звука первой команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
3. Проанализированы время звука первого лая собаки - 3 балла
4. Проанализированы время звука второй команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
5. Проанализированы время звука второго лая собаки - 3 балла
6. Получена точная формула между двумя «гавками», которые услышал мальчик Δt и посчитано время - 5 баллов
7. Сделано упрощение при $c >> v, u$ - 5 баллов

4. Дима играет в Майнкрафт. Он решил сделать («скрафтить») рецепт тропического салата. Но он решил разработать свой рецепт («крафт»). Для крафта ему потребуется арбуз, морковка, яблоко и миска объемом 150 мл. Массы ингредиентов соотносятся в пропорции 3:6:5. Рассчитайте окончательную массу крафта.

Известно, что масса миски m_0 = 30 г, а плотности ингредиентов соответственно ρ_1 = 0,8 г/см^3, ρ_2 = 1,176 г/см^3 и ρ_3 = 1,149 г/см^3. Ответ приведите в граммах и округлите до первого знака после запятой. (10 баллов)

Решение:

1 Арбуз составляет 1/12 общей массы, морковка — 6/12=1/2, яблоко — 5/12.

2. Соответствующие объемы равны:
арбуз $V_а = 3M/12\rho_1$, морковка $V_м = M/2\rho_2$, яблоко $V_я = 5M/12\rho_3$,
где M — общая масса продуктов.

3. Таким образом, получаем суммарный объем
$V= M/4\rho_1 + M/2\rho_2 +5M/12\rho_3 =150$ мл
$M (1/4\rho_1 + 1/2\rho_2 +5/12\rho_3) =150$ мл

4. Тогда общая масса крафта:
$M_К=150$ мл $/(1/4\rho_1 + 1/2\rho_2 +5/12\rho_3) + 30$ г$=166$ г

Ответ: 166 г

Критерии:
1. Получены массы составляющих - 2 балла
2. Получены объемы составляющих - 2 балла
3. Получен суммарный объем через суммарную массу - 4 балла
4. Получена и рассчитана общая масса крафта - 2 балла

5. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей 107 м, а средняя скорость ветра v=10 м/с. Рассчитайте максимально возможную выходную мощность (P) такой турбины в МВт, если $P=0.296*\rho S v^a$, где S – площадь потока воздушных масс, с плотностью ρ, через лопасти турбины, a – неизвестная величина. Известно, что за 1 секунду через лопасти турбины проходит 442 тонны воздушной массы. Предполагать, что направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины. (30 баллов)

Решение:

1. Найдем площадь потока воздушных масс $S=\pi r^2$. Где $r=107$ м - длина лопастей.
2. Объем воздушных масс равен объему цилиндра с основанием S: $V=S*vt$.
3. Найдем плотность воздушных масс $\rho = m/V = m/ S*vt$.
4. В формуле для мощности $P=0.296*\rho S v^a$, найдем степень a:
По методу размерностей: $кг*м^2/с^3=0{,}296*(кг/м^3)*м^2*м^a/с^a$. Из данного выражения, степени у секунд равны, то есть a=3.
5. Итоговое выражение для мощности:
$P=0.296*(m/Svt)*Sv^3=0.296*(m/t)\,v^2=13$ МВт.

Ответ: 13 МВт

Критерии:

1. Найден объем воздушных масс - 5 баллов
2. Записана формула для плотности воздушных масс - 5 баллов
3. Найдем степень а в уравнении - 10 баллов
4. Получено конечное выражение и посчитана неизвестная величина - 5 баллов

Физика. 7 класс
Вариант 2

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Цифровые биты на аудио компакт-диске диаметром 12 см кодируются по спиралевидной траектории, которая начинается на радиусе R_1=3,2 см и заканчивается по радиусу R_2=6,1 см. Расстояние между центрами соседних спиральных витков равно Δ=1.5 мкм. Для считывания информации проигрыватель компакт-дисков регулирует вращение диска таким образом, чтобы считывающий лазер проигрывателя двигался по спиральной траектории с постоянной скоростью около 80 минут. Оцените максимальную скорость при воспроизведении такого компакт-диска. (15 баллов)

Решение:

Рассчитаем длину спирального пути из общей площади внутри спиральной траектории. $S=\Delta l=\pi R_2^2 - \pi R_1^2$

Тогда длина: $l= (\pi R_2^2 - \pi R_1^2)/ \Delta= \pi(R_2^2 - R_1^2)/\Delta$=5.646км

Отсюда при равномерном движении считывающий лазер проигрывателя перемещается $v=l/t$= 5646/4800=1.17 м/с

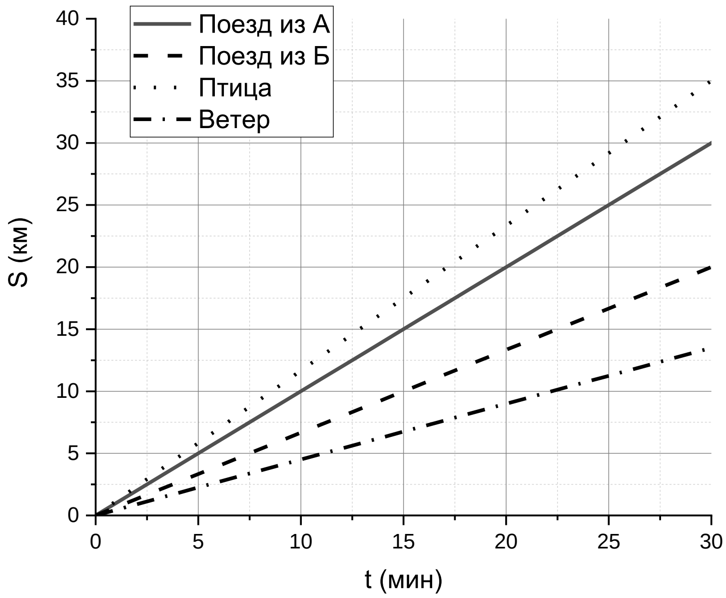
Ответ: 1.17 м/с

Критерии:

1. Записаны площади внутри спиральной траектории - 5 баллов
2. Получена формула длины спирального пути - 5 баллов
3. Получено и рассчитано конечное выражение - 5 баллов

2. Расстояние между станциями А и Б 100 км. В 12:00 поезд $П_А$ отправляется из станции А и следует по железной дороге в сторону станции Б. В то же время поезд $П_Б$ стартует из Б и следует в сторону станции А. При запуске $П_А$ птица летит вперед от $П_А$. Когда птица встречает $П_Б$, она разворачивается и летит в сторону $П_А$.

В каком направлении дует ветер, если птица прилетела к поезду $П_А$ в 12:57? Объясните решение. На рисунке показаны зависимости пути движения от времени, относительно железной дороги, для каждого участника движения первые 30 минут. Считать, что все участники движения перемещаются вдоль одной прямой, а поезд намного тяжелее, чем птица. (20 баллов)



Решение:

1. Пусть va – скорость $П_А$, vб – скорость $П_Б$, vп – скорость птицы в направлении пункта Б, v'п – скорость птицы в направлении пункта А, vв - скорость ветра.

Определим из графика скорости, учитывая, что птица летит по ветру и против ветра.

vв = 27 км/ч

va = 60 км/ч

vб = 40 км/ч

vп = 70 км/ч = v+ vв или v – vв, в зависимости от направления ветра, где v – скорость птицы относительно воздуха.

1 v'п= v - vв = 16 км/ч или 2 v'п= v + vв =124 км/ч

2. Единицы измерения расстояния — км, а время t для удобства переведем в минуты. Тогда:

Смещение $П_Б$ относительно пункта Б: $S_Б$ = vб t/ 60.

Расстояние от $П_Б$ до пункта А: $S_А$ =АБ – vб t/ 60.

Смещение птицы относительно пункта А за это же время: Sп=vп* t/60.

3. Когда птица встречается с $П_Б$ Sп= $S_А$, то есть: vп * t/60 = АБ – vб t/60.

Получаем t=60 АБ / (vп + vб) = 54,54 минут.

Тогда смещение птицы относительно пункта А: Sп=vп* t/60=63,63 км

4. Когда птица летит назад, ее путь: S'п = v'п * t'

Тогда путь пройденный ПА за все время: va (t+t')= Sп - v'п * t'

Находим время полета птицы назад:

2) при v'п= 16 км/ч: t' = (Sп - va *t/60)* 60/ (v'п +va) = 7.176 минут

или 2) при v'п= 124 км/ч: t' = 2,96 минут

5. Тогда:
1 $t+t' = 54{,}54$ минут + 7.176 минут = 61,7 минут
2 $t+t' = 54{,}54$ минут + 2,96 минут = 57 минут Соответствует времени 12:57.
Видим, что время 12:57 соответствует движению ветра от Б к А.

Ответ: от Б к А.

Критерии:
1. Определены все скорости - 4 балла
2. Сделан вывод о наличии двух решений для двух направлений ветра - 5 баллов
3. Определено время движения птицы до Пб - 3 балла
4. Определено время обратного движения птицы до Па. (2 ответа) – 4 балла
5. Определено направление ветра - 4 балла

3. Мальчик бежит за своей собакой и кричит ей команду: «сидеть». Собака, услышав команду, не остановилась, а в ответ сразу же только гавкнула. Тогда мальчик, не останавливаясь, снова кричит ей команду: «стой», спустя 3 секунды после первой команды. Но собака в ответ опять сразу же только гавкнула. Скорость мальчика $v=8$ м/с. Скорость собаки $u=30$ м/с. Скорость звука $c=330$ м/с.

Сколько прошло времени для мальчика между двумя «гавками», которые он услышал. Получите точную формулу, затем упростите ее, считая, что $c \gg v, u$. Далее получите ответ, округлив его до десятых значений. (25 баллов)

Решение:
1. Первая команда послана в момент времени $t = 0$.
Начальное расстояние между мальчиком и собакой равно l_0
Запишем законы движения:
Мальчик: $x=vt$
Собака: $x= l_0+ut$
Звук: $x=ct$

2. Собака услышит первую команду в момент времени t_1:
$l_0+ut_1=ct_1$, тогда $t_1= l_0/(c-u)$
Координата собаки в этот момент времени будет:
$x_1=ct_1=c\, l_0/(c-u)$

3. Закон движения первого звука лая собаки:
$x= x_1-c(t-t_1) =2\, x_1-ct=2c\, l_0/(c-u) - ct$
Мальчик услышит звука лая в момент времени t_2:
$2c\, l_0/(c-u)-c\, t_2=vt_2$, тогда $t_2= 2cl_0/(c-u)(c+v)$

4. Вторую команду мальчик крикнул спустя время τ.
В этот момент расстояние между мальчиком и собакой: $l_0 +(u-v)\tau$

Собака услышит вторую команду в момент времени t_3:
$(l_0 +(u-v)\tau)+ut_3=ct_3$, тогда $t_3= (l_0 +(u-v)\tau)/(c-u)$
Координата собаки в этот момент времени будет:
$x_2=ct_3=c(l_0 +(u-v)\tau)/(c-u)$

5. Закон движения второго звука лая собаки:
$x= x_2-c(t-t_3) =2 x_2 - ct=2c(l_0+(u-v)\tau)/(c-u) - ct$
Так как $t= t_4-\tau$, то мальчик услышит звука лая в момент времени t_4:
$2c(l_0+(u-v)\tau)/(c-u) -c (t_4-\tau)=v(t_4-\tau)$,
Тогда мальчик услышит второй звука лая в момент времени t_4:
$t_4=\tau+ 2c(l_0+(u-v)\tau)/(c-u)(c+v) =$
$=\tau+ 2cl_0(c-u)(c+v) + 2c (u-v)\tau/(c-u)(c+v) = \tau+ t_2+ 2c (u-v)\tau/(c-u)(c+v)$

Тогда искомое время:
$\Delta t= t_4 - t_2=\tau+ 2c (u-v)\tau/(c-u)(c+v)$

6. Учитывая, что $c \gg v, u$, получаем, что $(c-u)(c+v)=c^2(1-u/c)(1+v/c)=c^2$
Тогда $\Delta t= \tau+ 2c (u-v)\tau/(c-u)(c+v) \sim\tau+2\tau(u-v)/c=3,4$с

Ответ: $\tau+2\tau(u-v)/c =3,4$с

Критерии:
1. Записаны основные законы движения - 3 балла
2. Проанализированы время звука первой команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
3. Проанализированы время звука первого лая собаки - 3 балла
4. Проанализированы время звука второй команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
5. Проанализированы время звука второго лая собаки - 3 балла
6. Получена точная формула между двумя «гавками», которые услышал мальчик Δt и посчитано время - 5 баллов
7. Сделано упрощение при $c \gg v, u$ - 5 баллов

4. Егор играет в Майнкрафт. Он решил сделать («скрафтить») рецепт тропического салата. Но он решил разработать свой рецепт («крафт»). Для крафта ему потребуется арбуз, морковка, яблоко и миска объемом 150 мл. Массы ингредиентов соотносятся в пропорции 4:2:3. Рассчитайте окончательную массу крафта.

Известно, что масса миски m_0 = 30 г, а плотности ингредиентов соответственно ρ_1 = 0,8 г/см^3, ρ_2 = 1,176 г/см^3 и ρ_3 = 1,149 г/см^3.

Ответ приведите в граммах и округлите до первого знака после запятой. (10 баллов)

Решение:

1. Арбуз составляет 4/9 общей массы, морковка — 2/9, яблоко — 3/9=1/3.

2. Соответствующие объемы равны:
арбуз $V_а = 4M/9\rho_1$, морковка $V_м = 2M/9\rho_2$, яблоко $V_я = M/3\rho_3$,
где M — общая масса продуктов.

3. Таким образом, получаем суммарный объем
$V=4M/9\rho_1 + 2M/9\rho_2 + M/3\rho_3 = 150$ мл
$M (4/9\rho_1 + 2/9\rho_2 + 1/3\rho_3) = 150$ мл

4. Тогда общая масса крафта:
$M_К = 150$ мл $/(4/9\rho_1 + 2/9\rho_2 + 1/3\rho_3) + 30$ г$=175$ г

Ответ: 175 г

Критерии:
1. Получены массы составляющих - 2 балла
2. Получены объемы составляющих - 2 балла
3. Получен суммарный объем через суммарную массу - 4 балла
4. Получена и рассчитана общая масса крафта - 2 балла

5. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей 102,5 м, а средняя скорость ветра v=10 м/с. Рассчитайте, сколько тонн воздушных масс проходит через турбину за 1 секунду. Максимально возможная выходная мощность (P) такой турбины $P=0.296*\rho S v^a = 12$ МВт, где S – площадь потока воздушных масс через лопасти турбины, ρ - плотность воздушных масс, а – неизвестная величина. Предполагать, что направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины. (30 баллов)

Решение:

1. Найдем площадь потока воздушных масс $S=\pi r^2$. Где r=102,5 м- длина лопастей
2. Объем воздушных масс равен объему цилиндра с основанием S: $V=S*vt$
3. Найдем плотность воздушных масс $\rho =m/V= m/ S*vt$
4. В формуле для мощности $P=0.296*\rho Sv^a$, найдем степень a:

По методу размерностей: $кг*м^2/с^3=0,296*(кг/м^3)\ *м^2*м^a/с^a$. Из данного выражения, степени у секунд равны, то есть a=3.

5. Итоговое выражение для максимально возможной выходной мощности: $P=0.296*\rho Sv^3=0.296*(m/S*vt)*Sv^3=0.296*(m/t)v^2$ =12 МВт

Тогда $m=12$ МВт$*t/(0.296 *v^2)$=405.4т

Ответ: 405.4т

Критерии:

1. Найден объем воздушных масс - 5 баллов
2. Записана формула для плотности воздушных масс- 5 баллов
3. Найдем степень a в уравнении - 10 баллов
4. Получено конечное выражение и посчитана неизвестная величина - 5 баллов

Физика. 7 класс
Вариант 3

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Цифровые биты на аудио компакт-диске диаметром 12 см кодируются по спиралевидной траектории, которая начинается на радиусе R_1=3,3 см и заканчивается по радиусу R_2=5,9 см. Для считывания информации проигрыватель компакт-дисков регулирует вращение диска таким образом, чтобы считывающий лазер проигрывателя двигался по спиральной траектории с постоянной скоростью около 80 минут, а максимальная скорость при воспроизведении такого компакт-диска 1,1 м/с. Каково расстояние (Δ) в мкм между центрами соседних спиральных витков? (15 баллов)

Решение:

Рассчитаем длину спирального пути из общей площади внутри спиральной траектории. $S=\Delta l=\pi R_2^2 - \pi R_1^2$

Тогда длина: $l = (\pi R_2^2 - \pi R_1^2)/\Delta = \pi(R_2^2 - R_1^2)/\Delta$

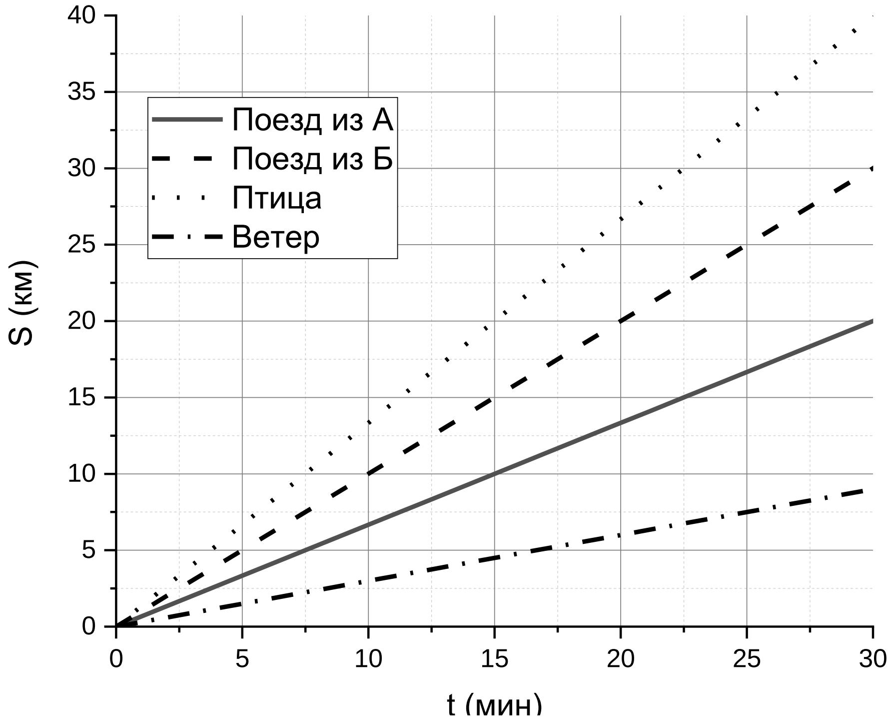
Отсюда при равномерном движении считывающий лазер проигрывателя перемещается $l=vt=\pi(R_2^2 - R_1^2)/\Delta$, отсюда $\Delta=\pi(R_2^2 - R_1^2)/vt$ = 1,4 мкм

Ответ: 1,4 мкм

Критерии:
1. Записаны площади внутри спиральной траектории - 5 баллов
2. Получена формула длины спирального пути - 5 баллов
3. Получено и рассчитано конечное выражение - 5 баллов

2. Расстояние между станциями А и Б 100 км. В 12:00 поезд $П_А$ отправляется из станции А и следует по железной дороге в сторону станции Б. В то же время поезд $П_Б$ стартует из Б и следует в сторону станции А. При запуске $П_А$ птица летит вперед от $П_А$. Когда птица встречает $П_Б$, она разворачивается и летит в сторону $П_А$.

Какое наступит время, когда птица снова встретит $П_А$? На рисунке показаны зависимости пути движения от времени, относительно железной дороги, для каждого участника движения первые 30 минут. Считать, что все участники движения перемещаются вдоль одной прямой, а поезд намного тяжелее, чем птица. (20 баллов)



Решение:

1. Пусть va – скорость $П_А$, vб – скорость $П_Б$, vп – скорость птицы в направлении пункта Б, v'п – скорость птицы в направлении пункта А, vв - скорость ветра.

Определим из графика скорости, учитывая, что птица летит по ветру и против ветра.

vв = 18 км/ч

va = 40 км/ч

vб = 60 км/ч

vп = 80 км/ч = v+ vв или v – vв, в зависимости от направления ветра, где v –скорость птицы относительно воздуха.

1 v'п= v - vв = 44 км/ч или 2 v'п= v + vв =116 км/ч

2. Единицы измерения расстояния — км, а время t для удобства переведем в минуты. Тогда:

Смещение $П_Б$ относительно пункта Б: $S_Б$ = vб t/ 60.

Расстояние от $П_Б$ до пункта А: $S_А$ =АБ – vб t/ 60.

Смещение птицы относительно пункта А за это же время: Sп=vп* t/60.

3. Когда птица встречается с $П_Б$ Sп= $S_А$, то есть: vп * t/60 = АБ – vб t/60.

Получаем t=60 АБ / (vп + vб) = 42,857 минут.

Тогда смещение птицы относительно пункта А: Sп=vп* t/60=57,14км

4. Когда птица летит назад, ее путь: S'п = v'п * t'

Тогда путь пройденный ПА за все время: va (t+t')= Sп - v'п * t'

Находим время полета птицы назад:

3) при v'п= 34 км/ч: t' = (Sп - va t/60)* 60/ (v'п +va) = 20.38 минут

или 2) при v'п= 106 км/ч: t' =11,5 минут

5. Тогда:

1 $t+t' = 42{,}857$ минут + 20.38 минут = $63{,}23$ минут

2 $t+t' = 42{,}857$ минут + $11{,}5$ минут = $31{,}35$ минут

Ответ: 13:03 или 12:31

Критерии:

1. Определены все скорости - 4 балла
2. Сделан вывод о наличии двух решений для двух направлений ветра – 5 баллов
3. Определено время движения птицы до Пб - 3 балла
4. Определено время обратного движения птицы до Па. (2 ответа) – 4 балла
5. Определено время (2 ответа) - 4 балла

3. Мальчик бежит за своей собакой и кричит ей команду: «сидеть». Собака, услышав команду, не остановилась, а в ответ сразу же только гавкнула. Тогда мальчик, не останавливаясь, снова кричит ей команду: «стой», спустя 2 секунды после первой команды. Но собака в ответ опять сразу же только гавкнула. Скорость мальчика v=11 м/с. Скорость собаки u=35 м/с. Скорость звука c=330 м/с.

Сколько прошло времени для мальчика между двумя «гавками», которые он услышал. Получите точную формулу, затем упростите ее, считая, что $c \gg v, u$. Далее получите ответ, округлив его до десятых значений. (25 баллов)

Решение:

1. Первая команда послана в момент времени $t = 0$.

Начальное расстояние между мальчиком и собакой равно l_0

Запишем законы движения:

Мальчик: $x=vt$

Собака: $x= l_0+ut$

Звук: $x=ct$

2. Собака услышит первую команду в момент времени t_1:

$l_0+ut_1=ct_1$, тогда $t_1= l_0/(c-u)$

Координата собаки в этот момент времени будет:

$x_1=ct_1=c\, l_0/(c-u)$

3. Закон движения первого звука лая собаки:

$x= x_1-c(t-t_1) = 2\, x_1-ct=2c\, l_0/(c-u) - ct$

Мальчик услышит звука лая в момент времени t_2:

$2c\, l_0/(c-u)-c\, t_2=vt_2$, тогда $t_2= 2cl_0/(c-u)\,(c+v)$

4. Вторую команду мальчик крикнул спустя время τ.
В этот момент расстояние между мальчиком и собакой: $l_0 +(u-v)\tau$

Собака услышит вторую команду в момент времени t_3:
$(l_0 +(u-v)\tau)+ut_3=ct_3$, тогда $t_3= (l_0 +(u-v)\tau)/(c-u)$
Координата собаки в этот момент времени будет:
$x_2=ct_3=c(l_0 +(u-v)\tau)/(c-u)$

5. Закон движения второго звука лая собаки:
$x= x_2-c(t-t_3)=2 x_2 - ct=2c(l_0+(u-v)\tau)/(c-u) - ct$
Так как $t= t_4-\tau$, то мальчик услышит звука лая в момент времени t_4:
$2c(l_0+(u-v)\tau)/(c-u) -c (t_4-\tau)=v(t_4-\tau)$,
Тогда мальчик услышит второй звука лая в момент времени t_4:
$t_4=\tau+ 2c(l_0+(u-v)\tau)/(c-u)(c+v) =$
$=\tau+ 2cl_0(c-u)(c+v) + 2c (u-v)\tau/(c-u)(c+v) = \tau+ t_2+ 2c (u-v)\tau/(c-u)(c+v)$

Тогда искомое время:
$\Delta t= t_4 - t_2=\tau+ 2c (u-v)\tau/(c-u)(c+v)$

6. Учитывая, что $c >> v, u$, получаем, что $(c-u)(c+v)=c^2(1-u/c)(1+v/c)=c^2$
Тогда $\Delta t= \tau+ 2c (u-v)\tau/(c-u)(c+v) \sim\tau+2\tau(u-v)/c=2,3c$

Ответ: $\tau+2\tau(u-v)/c =2,3c$

Критерии:
1. Записаны основные законы движения - 3 балла
2. Проанализированы время звука первой команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
3. Проанализированы время звука первого лая собаки - 3 балла
4. Проанализированы время звука второй команды и соответствующие координаты собаки - 3 балла
5. Проанализированы время звука второго лая собаки - 3 балла
6. Получена точная формула между двумя «гавками», которые услышал мальчик Δt и посчитано время - 5 баллов
7. Сделано упрощение при $c >> v, u$ - 5 баллов

4. Дима играет в Майнкрафт. Он решил сделать («скрафтить») рецепт тропического салата. Но он решил разработать свой рецепт («крафт»). Для крафта ему потребуется арбуз, морковка, яблоко и миска объемом 150 мл. Массы ингредиентов соотносятся в пропорции 2:6:8. Рассчитайте окончательную массу крафта. Известно, что масса миски m_0 = 30 г, а плотности ингредиентов соответственно ρ_1 = 0,8 г/см^3, ρ_2 = 1,176 г/см^3 и ρ_3 = 1,149 г/см^3.

Ответ приведите в граммах и округлите до первого знака после запятой. (10 баллов)

Решение:

1. Арбуз составляет 2/16=1/8 общей массы, морковка — 6/16=3/8, яблоко — 8/16=1/2.

2. Соответствующие объемы равны:
арбуз $V_а = M/8\rho_1$, морковка $V_м = 3M/8\rho_2$, яблоко $V_я = M/2\rho_3$,
где M — общая масса продуктов.

3. Таким образом, получаем суммарный объем
$V=M/8\rho_1 + 3M/8\rho_2 +M/2\rho_3 =150$ мл
$M (1/8\rho_1 + 3/8\rho_2 +1/2\rho_3) =150$ мл

Тогда общая масса крафта:
$M_К=150$ мл $/(1/8\rho_1 + 3/8\rho_2 +1/2\rho_3) + 30$ г=195 г

Ответ: 195 г

Критерии:
1. Получены массы составляющих - 2 балла
2. Получены объемы составляющих - 2 балла
3. Получен суммарный объем через суммарную массу - 4 балла
4. Получена и рассчитана общая масса крафта - 2 балла

5. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей 102,5 м. Максимально возможная выходная мощность (P) такой турбины $P=0.296*\rho S v^a=14$ МВт, где S – площадь потока воздушных масс через лопасти турбины, ρ - плотность воздушных масс. a – неизвестная величина. Известно, что 473 тонны воздушных масс проходит через турбину за 1 секунду. Какова средняя скорость ветра v? Предполагать, что направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины. (30 баллов)

Решение:

1. Найдем площадь потока воздушных масс $S=\pi r^2$. Где $r=102{,}5$ м- длина лопастей

2. Объем воздушных масс равен объему цилиндра с основанием S: $V=Svt$

3. Найдем плотность воздушных масс $\rho = m/V = m/Svt$

4. В формуле для мощности $P=0.296*\rho S v^a$, найдем степень a:

По методу размерностей: $кг*м^2/с^3=0{,}296*(кг/м^3)\ *м^2*м^a/с^a$. Из данного выражения, степени у секунд равны, то есть $a=3$.

5. Итоговое выражение для максимально возможной выходной мощности: $P=0.296*\rho Sv^3=0.296*(m/S*vt)*Sv^3=0.296*(m/t)v^2 =14$ МВт

Тогда $v^2= 14\ МВт*t/(0.296\ *m) = 100$, отсюда $v=10$ м/с.

Ответ: 10 м/с.

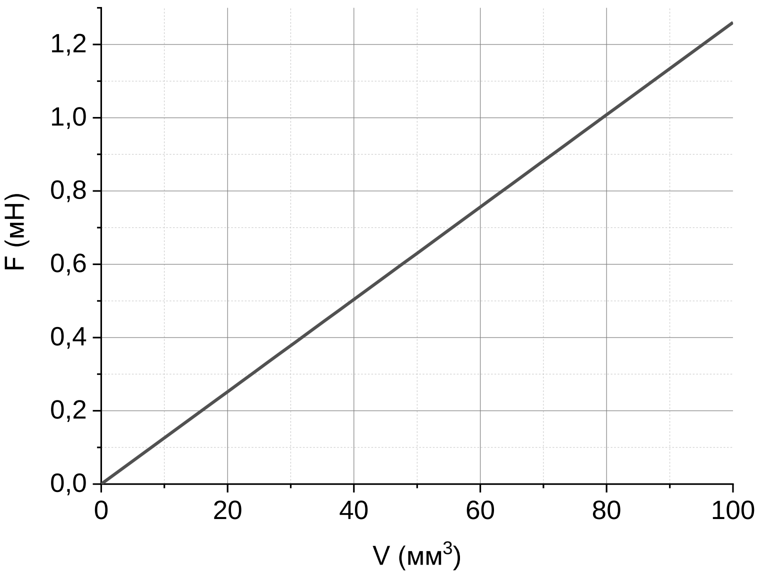
Критерии:

1. Найден объем воздушных масс - 5 баллов
2. Записана формула для плотности воздушных масс - 5 баллов
3. Найдем степень a в уравнении - 10 баллов
4. Получено конечное выражение и посчитана неизвестная величина - 5 баллов

Физика. 8 класс
Вариант 1

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. В емкость с глицерином кладут замороженный кристалл глицерина, который плавает, погружаясь на половину, и начинает таять, меняя температуру жидкости на 5^0С. Зависимость силы Архимеда от объема, погруженной в жидкость, части кристалла представлена на рисунке. Какова масса жидкости? Известно, что отношение удельной теплоты плавления к удельной теплоемкости равно 85. Объем глицерина после размораживания увеличивается в 1,04 раза. (10 баллов)



Решение:

1. Так как $F=\rho gV$, то из графика плотность жидкости: ρ~1250кг/м^3.

2. Из уравнения теплового баланса $\lambda m = c*m_1*\Delta T$

$m=\rho V_K$ – масса замороженного кусочка, после размораживания занявшего объем V_K. $V_{ем}$ – объем глицерина в емкости в начале.

Или: $\lambda\ \rho V_K = c*\ \rho\ V_{ем}\ *\Delta T$, тогда $V_{ем}= \lambda V_K/c\Delta T$.

3. Весь объем жидкости после таяния кусочка в емкости: $V_Ж= V_K + V_{ем}$

4. Объем жидкости после таяния кусочка:

V_K=(2*100 мм^3) *1,04=208 мм^3=208 мм^3.

5. Масса жидкости: $M= \rho\ (V_K+ V_{ем})= \rho(V_K+ \lambda V_K/c\ \Delta T\ ) = \rho V_K\ (1+ \lambda/c\Delta T\ ) = 18\rho V_K$=18*1250*208 мм^3=4,7 г.

Ответ: 4,7 г.

Критерии:
1. Получена плотность - 2 балла
2. Записано уравнение теплового баланса - 3 балла
3. Получен объем после таяние (3 и 4 пункты) - 2+1 баллов
4. Получено конечное выражение и ответ - 2 балла

2. Глазная артерия человека перед входом в глаз имеет диаметр около 2 мм. Внутри глазницы глазная артерия делится на несколько основных веток со средним диаметром около 1,1 мм. Скорости крови и количество крови через артерию и ветки в единицу времени постоянные, скорости равны: в глазной артерии 32 см/с, а в ветках 6 мл/мин. Какова общая масса крови в ветках? Длину веток считать равной 7 мм, а плотность крови 1,060 г/см³. (25 баллов)

Решение:

1. Переведем скорость крови в ветках из мл/мин в $м^3/с$.:
0,33 мл/мин переводим в СИ: $v = 6 *10^{-6}/60=10^{-7}$ $м^3/с$
Ветка образует форму цилиндра с основанием πr^2, тогда ее объем $V= vt=\pi r^2 v_B t$,
Где t – время движения крови по ветке со скоростью v_B, r - радиус ветки.
Тогда $v_B =v/ \pi r_B{}^2=4*10^{-7}/(3,14*(0,0011)^2)=0,105$ м/с=105 мм/с.
Плотность 1,060 г/см³=1060 кг/м³.

2. Воспользуемся тем, что то через любое сечение трубки в единицу времени протекают одинаковые объемы жидкости, тогда $V/t = Sl/t=Sv=S_a v_a=nS_B v_B$

Где S_a и v_a площадь артерии и скорость крови в артерии, а S_B и v_B площадь ветки и скорость крови в ветках, n – количество веток.
Найдем $n= S_a v_a/ S_B v_B=d_a^2 v_a/ d_B^2 v_B=(2мм)^2*320мм/с/((1,1мм)^2*105мм/с)=10$ штук

3. Найдем общую массу крови $m= \rho V= n \rho (\pi d_B^2/4)*l$, где l=0,007м –длина веток
$m= n \rho (\pi d_B^2/4)*l= 10*1060 *3,14*(1,1*10^{-3})^2*0,007/4=70 *10^{-6}$ кг=70 мкг.

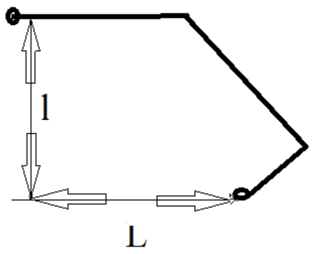
Ответ: 70 мкг.

Критерии:
1. Перевод всех величин в СИ - 5 баллов
2. Записана связь скоростей и площадей в артерии и ветках - 5 баллов
3. Найдено число веток - 5 баллов
4. Получено конечное выражение и ответ - 5 баллов

3. Моторная лодка ехала к острову, расположенному, на расстоянии к югу $l = 4$ км и к востоку на $L=3{,}5$км (смотрите рисунок). Маршрут состоял из трёх прямых линий. Сначала на восток, потом на юго-восток, а затем на юго-запад. Скорость и направление ветра измерялись на лодке.

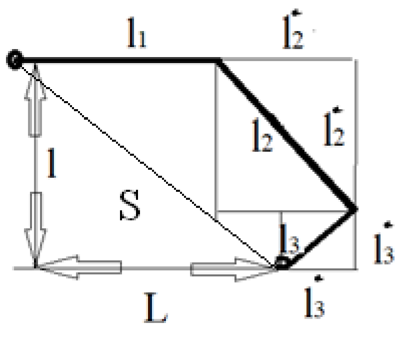
Время, затраченное на проезд первого участка, было $t_1 = 3$ мин, измеренная скорость ветра $v_1 = 15$ м/с. Второй участок был пройден за время $t_2 = 1{,}5$ мин, а скорость ветра $v_2 = 10$ м/с. Третий участок был пройден за время $t_3 = 1{,}5$ мин, скорость ветра $v_3 = 5$ м/с. Какова была средняя скорость ветра?

Примечание. На разных участках скорость лодки могла быть разной, но в течение одного участка скорость постоянная. Время, необходимое для поворота и ускорения, незначительно. Фактическая скорость и направление ветра не изменились. (20 баллов)



Решение:

1. Наблюдая за движением моторной лодки относительно воздуха (см на рисунке обозначения):
$l_1 = t_1v_1 = 2700$ м на восток,
затем $l_2 = t_2v_2 = 900$ м на юго-восток
и, наконец, $l_3 = t_3v_3 =450$ м на юго-запад.



2. В целом, по теореме Пифагора, учитывая равенство катетов при углах в 45^0, смещение на юг составило $L_Ю = l_2' + l_3' =(l_2+ l_3)/\sqrt{2}\approx 955$ м, и в восточном направлении $L_В = l_1+ (l_2' - l_3') = l_1+(l_2-l_3)/\sqrt{2} \approx 3018$ м.

3. Однако относительно земли смещение лодки произошло к югу на $l=4$ км, а на восток на $L=3{,}5$км.
Поэтому воздух должен был сместиться относительно земли на $L - L_В$ на запад и на $l - L_Ю$ на север.
То есть перемещение воздуха относительно земли по теореме Пифагора
$S==\sqrt{((L - L_В)^2+ (l - L_Ю)^2)}$

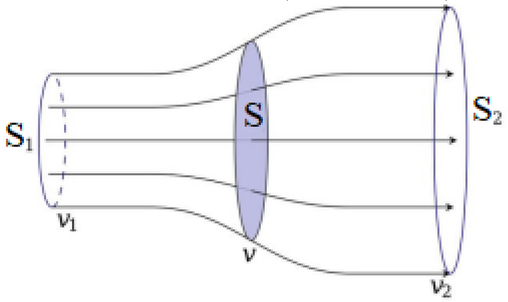
Отсюда мы получаем скорость ветра быть
$v=S/t=\sqrt{((L-L_В)^2+(l-L_Ю)^2)}/(t_1+t_2+t_3)=8{,}6$ м/с

Ответ: 8,6 м/с

Критерии:

1. Рассчитаны смещения моторной лодки относительно воздуха – 6 баллов
2. Рассчитаны смещения относительно воздуха на юг и восток -10 баллов
3. Рассчитано смещение относительно земли - 6 баллов

4. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей 107 м, а средняя скорость ветра v=10 м/с. Предполагая, что направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины, определить максимально возможную выходную мощность (P) такой турбины в МВт. Считать, что ветер рассеивается по большей площади, как показано на рисунке, при этом все количество воздуха проходит через изображенный объем без потерь. Скорость ветра позади турбины медленнее, v1 – v2= 6 м/с. S - площадь потока воздушных масс через турбину. Плотность воздуха ρ=1.23 кг/м3 остается постоянной. (30 баллов)



Решение:

1. Масса потока воздуха, в первой, средней и последней областях остается постоянной:

$m=\rho V_1=\rho V=\rho V_2$

Или: $m=\rho S_1 v_1 t=\rho S v t=\rho S_2 v_2 t$

2. Площадь $S=\pi r^2$.
3. Изменение кинетической энергии (являющейся полезной работой для турбины)

$\Delta E=mv_1^2/2-mv_2^2/2=m(v_1^2-v_2^2)/2$

4. Тогда максимально возможная выходная мощность турбины равна:

$P=\Delta E/t=m(v_1^2-v_2^2)/2t=\rho Sv(v_1^2-v_2^2)/2=\rho Sv(v_1-v_2)(v_1+v_2)/2$

5. Учитывая, что средняя скорость $v=(v_1+v_2)/2$
6. Получаем: $P=\rho Sv^2(v_1-v_2)=26.5$ МВт

Критерии:
1. Получена связь скоростей и площадей - 10 баллов
2. Получена полезная работа для турбины - 5 баллов
3. Записано выражение выходной мощности турбины через скорости – 7 баллов
4. Найдена средняя скорость - 3 балла
5. Получено конечное выражение и ответ - 5 баллов

5. Три жидкости находятся при температурах 5^0C, 20^0C, и 40^0C соответственно. Смешивают равные массы первых двух жидкостей, и устанавливается равновесная температура 18^0C. Затем смешивают равные массы второго и третьего веществ и определяют равновесную температуру 32^0C. Найдите равновесную температуру при смешивании равных масс первого и третьего веществ. (15 баллов)

Решение:

1. Согласно первому условию, равные массы жидкостей 1 и 2 смешиваются, и устанавливается равновесная температура 18^0C. Следовательно, тепло, полученное жидкостью 2, равно теплу, потерянному жидкостью 1. Математически это можно выразить так: $mc_1(20-5)=mc_2(20-18)$. Отсюда $c_2=5\ c_1/2=2.5\ c_1$

2. Согласно второму условию, равные массы жидкостей 2 и 3 смешиваются, и равновесная температура составляет 32^0C. Следовательно, тепло, полученное жидкостью 3, равно теплу, потерянному жидкостью 2. Математически это можно выразить так: $mc_2(32-20)=mc_3(40-32)$. Заменим c_2 выражением из шага 1 и получим $c_3=12c_2/8=1.5\ c_2=3.75\ c_1$.

3. Теперь, когда равные массы жидкостей 1 и 3 смешиваются, тепло, полученное жидкостью 3, будет равно теплу, потерянному жидкостью 1. Обозначим равновесную температуру как T. Следовательно, $mc_1(T-5)=mc_3(40-T)$. Заменим c_1 и c_3 выражениями из шагов 1 и 2 соответственно, упростим $T=32.6^0$C.

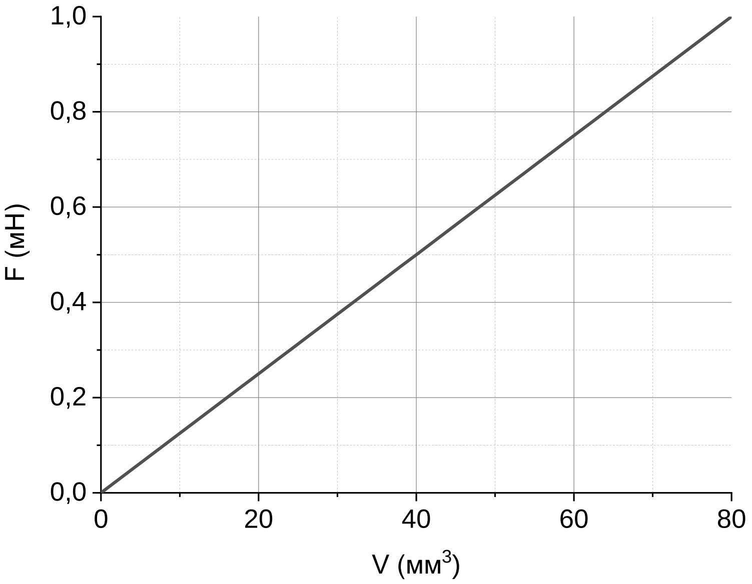
Ответ: 32.6^0C

Критерии:
1. Записаны уравнения тепловых балансов - 9 баллов
2. Получено конечное выражение и ответ- 6 баллов

Физика. 8 класс
Вариант 2

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. В емкость с глицерином кладут замороженный кристалл глицерина, который плавает, погружаясь на половину, и начинает таять, меняя температуру жидкости на $2,5^0$С. Зависимость силы Архимеда от объема, погруженной в жидкость, части кристалла представлена на рисунке. Какова масса жидкости? Известно, что отношение удельной теплоты плавления к удельной теплоемкости равно 85. Объем глицерина после размораживания увеличивается в 1,04 раза. (10 баллов)



Решение:

1. Так как F=ρgV, то из графика плотность жидкости: ρ~1250кг/м^3.

2. Из уравнения теплового баланса λm = c*m$_1$*ΔT

m=ρV$_К$ – масса замороженного кусочка, после размораживания занявшего объем V$_К$. V$_{ем}$ – объем глицерина в емкости в начале.

или λ ρV$_К$ = c* ρ V$_{ем}$ *ΔT, тогда V$_{ем}$= λV$_К$/cΔT.

3. Весь объем жидкости после таяния кусочка в емкости: V$_Ж$= V$_К$ + V$_{ем}$

4. Объем жидкости после таяния кусочка:

V$_К$=(2*80 мм^3) *1,04=166,4 мм^3=166,4 мм^3.

5. Масса жидкости: M= ρ (V$_К$+ V$_{ем}$)= ρ(V$_К$+ λV$_К$/c ΔT) = ρV$_К$ (1+ λ/cΔT) = 35ρV$_К$=35*1250*166,4 мм^3=7,3 г.

Ответ: 7,3 г.

Критерии:

1. Получена плотность - 2 балла
2. Записано уравнение теплового баланса - 3 балла
3. Получен объем после таяние (3 и 4 пункты) - 2+1 баллов

4. Получено конечное выражение и ответ - 2 балла

2. Глазная артерия человека перед входом в глаз имеет диаметр около 2 мм. Внутри глазницы глазная артерия делится на несколько основных веток со средним диаметром около 1,1 мм. Скорости крови и количество крови через артерию и ветки в единицу времени постоянные, скорости равны: в глазной артерии 32 см/с, а в ветках 6 мл/мин. Какова длина каждой ветки, если общая масса крови 65 мкг, а плотность крови 1,060 г/см³. (25 баллов)

Решение:

1. Переведем скорость крови в ветках из мл/мин в $м^3/с$.:

0,33 мл/мин переводим в СИ: $v = 6 * 10^{-6}/60 = 10^{-7}\ м^3/с$

Ветка образует форму цилиндра с основанием πr^2, тогда ее объем $V = vt = \pi r^2 v_B t$,

Где t – время движения крови по ветке со скоростью v_B, r - радиус ветки.

Тогда $v_B = v/\ \pi r_B{}^2 = 4*10^{-7}/(3{,}14*(0{,}0011)^2) = 0{,}105$ м/с=105 мм/с.

Плотность 1,060 г/см³=1060 кг/м³.

2. Воспользуемся тем, что то через любое сечение трубки в единицу времени протекают одинаковые объемы жидкости, тогда $V/t = Sl/t = Sv = S_a v_a = nS_B v_B$

Где S_a и v_a площадь артерии и скорость крови в артерии, а S_B и v_B площадь ветки и скорость крови в ветках, n – количество веток.

Найдем $n = S_a v_a /\ S_B v_B = d_a{}^2 v_a /\ d_B{}^2 v_B = (2мм)^2 * 320мм/с/((1{,}1мм)^2 * 105мм/с) = 10$ штук

3. Найдем общую массу крови $m = \rho V = n\ \rho\ (\pi d_B{}^2/4)*l$, где l–длина веток

Тогда: $l = 4m/\ (n\ \rho\ \pi d_B{}^2) = 4*65*10^{-6}/((10*1060*3.14*(0{,}0011)^2) = 0{,}0065$м=6,5 мм.

Ответ: 6,5 мм

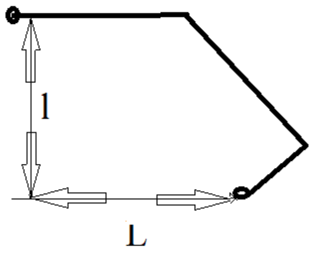
Критерии:

1. Перевод всех величин в СИ - 5 баллов
2. Записана связь скоростей и площадей в артерии и ветках - 5 баллов
3. Найдено число веток - 5 баллов
4. Получено конечное выражение и ответ - 5 баллов

3. Моторная лодка ехала к острову, расположенному, на расстоянии к югу l = 5 км и к востоку на L=4 км (смотрите рисунок). Маршрут состоял из трёх прямых линий. Сначала на восток, потом на юго-восток, а затем на юго-запад. Скорость и направление ветра измерялись на лодке.

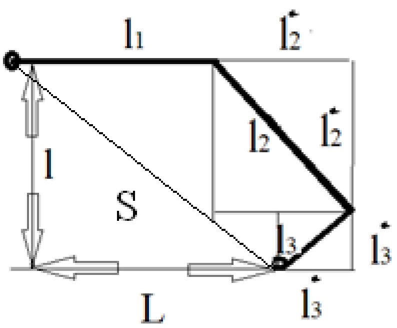
Время, затраченное на проезд первого участка, было $t_1 = 3$ мин, измеренная скорость ветра $v_1 = 20$ м/с. Второй участок был пройден за время $t_2 = 1{,}5$ мин, а скорость ветра $v_2 = 15$ м/с. Третий участок был пройден за время $t_3 = 1{,}5$ мин, скорость ветра $v_3 = 10$ м/с. Какова была средняя скорость ветра?

Примечание. На разных участках скорость лодки могла быть разной, но в течение одного участка скорость постоянная. Время, необходимое для поворота и ускорения, незначительно. Фактическая скорость и направление ветра не изменились. (20 баллов)



Решение:

1. Наблюдая за движением моторной лодки относительно воздуха (см на рисунке обозначения):
$l_1 = t_1v_1 = 3600$ м на восток,
затем $l_2 = t_2v_2 = 1350$ м на юго-восток
и, наконец, $l_3 = t_3v_3 =900$ м на юго-запад.



2. В целом, по теореме Пифагора, учитывая равенство катетов при углах в 45^0,
смещение на юг составило $L_Ю = l_2' + l_3' =(l_2+ l_3)/\sqrt{2}\approx 1607$ м,
и в восточном направлении $L_В = l_1+ (l_2' - l_3') = l_1+(l_2-l_3)/\sqrt{2} \approx 3921$ м,

3. Однако относительно земли смещение лодки произошло к югу на l=5 км а на восток на L=4 км.
Поэтому воздух должен был сместиться относительно земли на $L - L_В$ на запад и на $l - L_Ю$ на север.
То есть перемещение воздуха относительно земли по теореме Пифагора
$S==\sqrt{((L - L_В)^2+ (l - L_Ю)^2)}$
Отсюда мы получаем скорость ветра быть
$v=S/t=\sqrt{((L - L_В)^2+ (l - L_Ю)^2)}/(t_1+ t_2+t_3)=9{,}4$ м/с

Ответ: 9,4 м/с

Критерии:

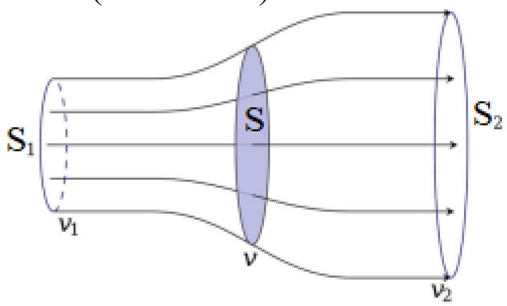
1. Рассчитаны смещения моторной лодки относительно воздуха – 6 баллов

2. Рассчитаны смещения относительно воздуха на юг и восток – 10 баллов

3. Рассчитано смещение относительно земли - 6 баллов

4. Получена скорость ветра - 3 балла

4. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей 110 м, а средняя скорость ветра v=10 м/с. Направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины. Максимально возможная выходная мощность такой турбины P=20 МВт. Считать, что ветер рассеивается по большей площади, как показано на рисунке, при этом все количество воздуха проходит через изображенный объем без потерь. Скорость ветра позади турбины медленнее. S - площадь потока воздушных масс через турбину. Плотность воздуха ρ=1.23 кг/м3 остается постоянной. Определить разницу скоростей: v1 – v2. (30 баллов)



Решение:

1. Масса потока воздуха, в первой, средней и последней областях остается постоянной:

$m= \rho V_1= \rho V= \rho V_2$

Или: $m= \rho S_1 v_1 t= \rho S v t= \rho S_2 v_2 t$

2. Площадь $S=\pi r^2$.

3. Изменение кинетической энергии (являющейся полезной работой для турбины)

$\Delta E=m v_1^2/2 – m v_2^2/2=m(v_1^2 – v_2^2)/2$

4. Тогда максимально возможная выходная мощность турбины равна:

$P= \Delta E/t= m(v_1^2 – v_2^2)/2t= \rho S v(v_1^2 – v_2^2)/2= \rho S v(v_1 – v_2) (v_1 + v_2)/2$

5. Учитывая, что средняя скорость $v= (v_1 + v_2)/2$

6. Получаем: $P= \rho S v^2 (v_1 – v_2) =20$ МВт, тогда $v_1 – v_2= 20$ МВт/ $\rho \pi r^2 v^2=4{,}3$м/с

Ответ: 4,3 м/с

Критерии:

1. Получена связь скоростей и площадей - 10 баллов

2. Получена полезная работа для турбины - 5 баллов

3. Записано выражение выходной мощности турбины через скорости - 7 баллов

4. Найдена средняя скорость - 3 балла

5. Получено конечное выражение и ответ - 5 баллов

5. Три жидкости находятся при температурах 20^0C, 30^0C, и 40^0C соответственно. Смешивают равные массы первых двух жидкостей, и устанавливается равновесная температура 24^0C. Затем смешивают равные массы второго и третьего веществ и определяют равновесную температуру 31^0C. Найдите равновесную температуру при смешивании равных масс первого и третьего веществ. (15 баллов)

Решение:

1. Согласно первому условию, равные массы жидкостей 1 и 2 смешиваются, и устанавливается равновесная температура 24^0C. Следовательно, тепло, полученное жидкостью 2, равно теплу, потерянному жидкостью 1. Математически это можно выразить так: $mc_1(24-20)=mc_2(30-24)$.
Отсюда $c_2=4\ c_1/6$.

2. Согласно второму условию, равные массы жидкостей 2 и 3 смешиваются, и равновесная температура составляет 31^0C. Следовательно, тепло, полученное жидкостью 3, равно теплу, потерянному жидкостью 2. Математически это можно выразить так: $mc_2(31-30)=mc_3(40-31)$. Заменим c_2 выражением из шага 1 и получим $c_3= c_2/9=2c_1/27$.

3. Теперь, когда равные массы жидкостей 1 и 3 смешиваются, тепло, полученное жидкостью 3, будет равно теплу, потерянному жидкостью 1. Обозначим равновесную температуру как T. Следовательно, $mc_1(T-20)=mc_3(40-T)$. Заменим c_1 и c_3 выражениями из шагов 1 и 2 соответственно, упростим $T=21.4^0C$.

Ответ: 21.4^0C.

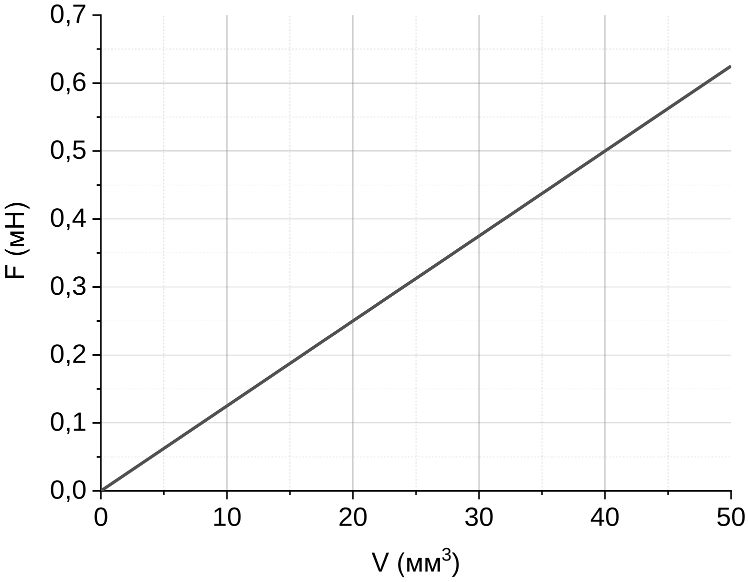
Критерии:

1. Записаны уравнения тепловых балансов - 9 баллов
2. Получено конечное выражение и ответ - 6 баллов

Физика. 8 класс
Вариант 3

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. В емкость с глицерином кладут замороженный кристалл глицерина, который плавает, погружаясь на половину, и начинает таять, меняя температуру жидкости на 1^0C. Зависимость силы Архимеда от объема, погруженной в жидкость, части кристалла представлена на рисунке. Какова масса жидкости? Известно, что отношение удельной теплоты плавления к удельной теплоемкости равно 85. Объем глицерина после размораживания увеличивается в 1,04 раза. (10 баллов)



Решение:

1. Так как F=ρgV, то из графика плотность жидкости: $\rho \sim 1250$кг/м^3.

2. Из уравнения теплового баланса $\lambda m = c * m_1 * \Delta T$

$m=\rho V_K$ – масса замороженного кусочка, после размораживания занявшего объем V_K. $V_{ем}$ – объем глицерина в емкости в начале.

или $\lambda\ \rho V_K = c*\ \rho\ V_{ем} * \Delta T$, тогда $V_{ем} = \lambda V_K / c\Delta T$.

3. Весь объем жидкости после таяния кусочка в емкости: $V_Ж = V_K + V_{ем}$

4. Объем жидкости после таяния кусочка:

$V_K = (2*50$ мм$^3) * 1{,}04 = 104$ мм$^3 = 104$ мм^3.

5. Масса жидкости: $M = \rho\ (V_K + V_{ем}) = \rho(V_K + \lambda V_K / c\ \Delta T) = \rho V_K\ (1 + \lambda / c\Delta T) = 35\rho V_K = 86*1250*104$ мм$^3 = 11$ г.

Ответ: 11 г.

Критерии:

1. Получена плотность - 2 балла
2. Записано уравнение теплового баланса - 3 балла
3. Получен объем после таяние (3 и 4 пункты) - 2+1 баллов

4. Получено конечное выражение и ответ - 2 балла

2. Глазная артерия человека перед входом в глаз имеет диаметр около 2 мм. Внутри глазницы глазная артерия делится на несколько основных веток со средним диаметром около 1,1 мм. Скорости крови и количество крови через артерию и ветки в единицу времени постоянные, скорости равны: в глазной артерии 32 см/с, а в ветках 6 мл/мин. Какова плотность крови (г/см³), если длина каждой ветки 7,4 мм, а общая масса крови в ветках 75 мкг. Дать ответ до тысячных значений. (25 баллов)

Решение:

1. Переведем скорость крови в ветках из мл/мин в $м^3$/с.:

0,33 мл/мин переводим в СИ: $v = 6 *10^{-6}/60=10^{-7}$ $м^3$/с

Ветка образует форму цилиндра с основанием πr^2, тогда ее объем $V= vt=\pi r^2 v_B t$,

Где t – время движения крови по ветке со скоростью v_B, r - радиус ветки.

Тогда $v_B =v/ \pi r_B{}^2=4*10^{-7}/(3,14*(0,0011)^2)=0,105$ м/с=105 мм/с.

2. Воспользуемся тем, что то через любое сечение трубки в единицу времени протекают одинаковые объемы жидкости, тогда $V/t = Sl/t=Sv=S_a v_a=nS_B v_B$

Где S_a и v_a площадь артерии и скорость крови в артерии, а S_B и v_B площадь ветки и скорость крови в ветках, n – количество веток.

Найдем $n= S_a v_a/ S_B v_B=d_a{}^2 v_a/ d_B{}^2 v_B=(2мм)^2*320мм/с/((1,1мм)^2*105мм/с)=10$ штук

3. Найдем общую массу крови $m= \rho V= n \rho (\pi d_B{}^2/4)*l$, где l–длина веток

Тогда: $l= 4m/ (n \rho \pi d_B{}^2)$

$\rho= 4m/ (n l \pi d_B{}^2) = 4*75*10^{-6}/((10*0,0074*3.14*(0,0011)^2)= 1,067$ г/см³

Ответ: 1,067 г/см³

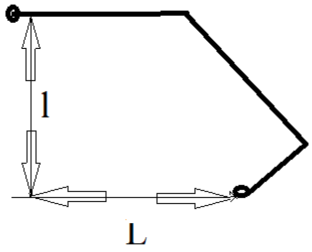
Критерии:

1. Перевод всех величин в СИ - 5 баллов
2. Записана связь скоростей и площадей в артерии и ветках - 5 баллов
3. Найдено число веток - 5 баллов
4. Получено конечное выражение и ответ - 5 баллов

3. Моторная лодка ехала к острову, расположенному, на расстоянии к югу l = 1 км и к востоку на L=3 км (смотрите рисунок). Маршрут состоял из трёх прямых линий. Сначала на восток, потом на юго-восток, а затем на юго-запад. Скорость и направление ветра измерялись на лодке.

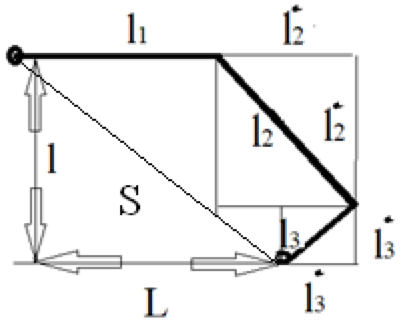
Время, затраченное на проезд первого участка, было t_1 = 3 мин, измеренная скорость ветра v_1 = 10 м/с. Второй участок был пройден за время t_2 = 1,5 мин, а скорость ветра v_2 = 7 м/с. Третий участок был пройден за время t_3 = 1,5 мин, скорость ветра v_3 = 3 м/с. Какова была средняя скорость ветра?

Примечание. На разных участках скорость лодки могла быть разной, но в течение одного участка скорость постоянная. Время, необходимое для поворота и ускорения, незначительно. Фактическая скорость и направление ветра не изменились. (20 баллов)



Решение:

1. Наблюдая за движением моторной лодки относительно воздуха (см на рисунке обозначения):
$l_1 = t_1 v_1$ = 1800 м на восток,
затем $l_2 = t_2 v_2$ = 630 м на юго-восток
и, наконец, $l_3 = t_3 v_3$ =270 м на юго-запад.



2. В целом, по теореме Пифагора, учитывая равенство катетов при углах в 45^0,
смещение на юг составило $L_Ю = l_2' + l_3' = (l_2 + l_3)/\sqrt{2} \approx 643$ м,
и в восточном направлении $L_В = l_1 + (l_2' - l_3') = l_1 + (l_2 - l_3)/\sqrt{2} \approx 2057$ м,

3. Однако относительно земли смещение лодки произошло к югу на l=1 км а на восток на L=3 км.
Поэтому воздух должен был сместиться относительно земли на $L - L_В$ на запад и на $l - L_Ю$ на север.
То есть перемещение воздуха относительно земли по теореме Пифагора
$S = = \sqrt{((L - L_В)^2 + (l - L_Ю)^2)}$
Отсюда мы получаем скорость ветра быть
$v = S/t = \sqrt{((L - L_В)^2 + (l - L_Ю)^2)}/(t_1 + t_2 + t_3) = 2{,}8$ м/с

Ответ: 2,8 м/с

Критерии:

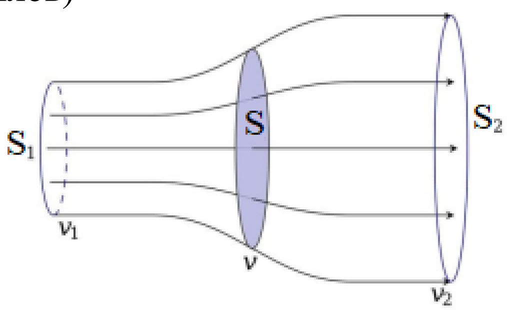
1. Рассчитаны смещения моторной лодки относительно воздуха – 6 баллов

2. Рассчитаны смещения относительно воздуха на юг и восток – 10 баллов

3. Рассчитано смещение относительно земли - 6 баллов

4. Получена скорость ветра - 3 балла

4. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей 114 м. Направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины. Максимально возможная выходная мощность такой турбины P=25 МВт. Считать, что ветер рассеивается по большей площади, как показано на рисунке, при этом все количество воздуха проходит через изображенный объем без потерь. Скорость ветра позади турбины медленнее, v1 – v2= 5 м/с. S - площадь потока воздушных масс через турбину. Плотность воздуха ρ=1.23 кг/м3 остается постоянной. Какова средняя скорость ветра? (30 баллов)



Решение:

1. Масса потока воздуха, в первой, средней и последней областях остается постоянной:

$m = \rho V_1 = \rho V = \rho V_2$

Или: $m = \rho S_1 v_1 t = \rho S v t = \rho S_2 v_2 t$

2. Площадь $S = \pi r^2$.

3. Изменение кинетической энергии (являющейся полезной работой для турбины)

$\Delta E = mv_1^2/2 - mv_2^2/2 = m(v_1^2 - v_2^2)/2$

4. Тогда максимально возможная выходная мощность турбины равна:

$P = \Delta E/t = m(v_1^2 - v_2^2)/2t = \rho S v(v_1^2 - v_2^2)/2 = \rho S v(v_1 - v_2)(v_1 + v_2)/2$

5. Учитывая, что средняя скорость $v = (v_1 + v_2)/2$

6. Получаем: $P = \rho \pi r^2 v^2 (v_1 - v_2) = 25$ МВт

Отсюда $v^2 = 25\ \text{МВт}/\rho \pi r^2 (v_1 - v_2) = 100$, Тогда $v = 10$ м/с.

Ответ: 10 м/с

Критерии:

1. Получена связь скоростей и площадей - 10 баллов

2. Получена полезная работа для турбины - 5 баллов

3. Записано выражение выходной мощности турбины через скорости - 7 баллов

4. Найдена средняя скорость - 3 балла

5. Получено конечное выражение и ответ - 5 баллов

5. Три жидкости находятся при температурах 10^0C, 20^0C, и 30^0C соответственно. Смешивают равные массы первых двух жидкостей, и устанавливается равновесная температура 14^0C. Затем смешивают равные массы второго и третьего веществ и определяют равновесную температуру 24^0C. Найдите равновесную температуру при смешивании равных масс первого и третьего веществ. (15 баллов)

Решение:

1. Согласно первому условию, равные массы жидкостей 1 и 2 смешиваются, и устанавливается равновесная температура 14^0C. Следовательно, тепло, полученное жидкостью 2, равно теплу, потерянному жидкостью 1. Математически это можно выразить так: $mc_1(14-10)=mc_2(20-14)$.
Отсюда $c_2=2\ c_1/3$

2. Согласно второму условию, равные массы жидкостей 2 и 3 смешиваются, и равновесная температура составляет 24^0C. Следовательно, тепло, полученное жидкостью 3, равно теплу, потерянному жидкостью 2. Математически это можно выразить так: $mc_2(24-20)=mc_3(30-24)$. Заменим c_2 выражением из шага 1 и получим $c_3=2c_2/3=4c_1/9$.

3. Теперь, когда равные массы жидкостей 1 и 3 смешиваются, тепло, полученное жидкостью 3, будет равно теплу, потерянному жидкостью 1. Обозначим равновесную температуру как T. Следовательно, $mc_1(T-10)=mc_3(30-T)$. Заменим c_1 и c_3 выражениями из шагов 1 и 2 соответственно, упростим $T=16^0C$.

Ответ: 16^0C

Критерии:

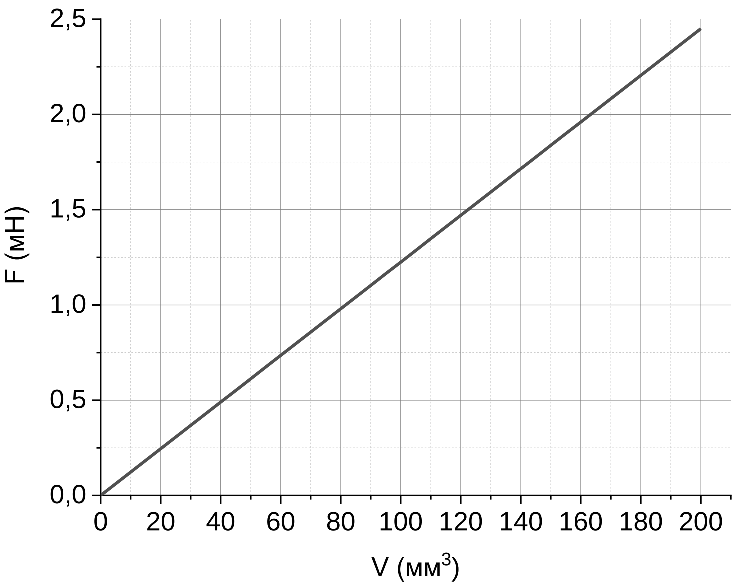
1. Записаны уравнения тепловых балансов - 9 баллов

2. Получено конечное выражение и ответ - 6 баллов

Физика. 8 класс
Вариант 4

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. В емкость с глицерином кладут замороженный кристалл глицерина, который плавает, погружаясь на половину, и начинает таять, меняя температуру жидкости на ΔT. Зависимость силы Архимеда от объема, погруженной в жидкость, части кристалла представлена на рисунке. Масса всей жидкости после таяния M=5 г. Известно, что отношение удельной теплоты плавления к удельной теплоемкости равно 85. Объем глицерина после размораживания увеличивается в 1,04 раза. Каково изменение температуры ΔT? (10 баллов)



Решение:

1. Так как $F=\rho gV$, то из графика плотность жидкости: $\rho \sim 1250$кг/м^3.

2. Из уравнения теплового баланса $\lambda m = c*m_1*\Delta T$

$m=\rho V_К$ – масса замороженного кусочка, после размораживания занявшего объем $V_К$. $V_{ем}$ – объем глицерина в емкости в начале.

Или: $\lambda \rho V_К = c* \rho V_{ем} *\Delta T$, тогда $V_{ем}= \lambda V_К/c\Delta T$.

3. Весь объем жидкости после таяния кусочка в емкости: $V_Ж= V_К + V_{ем}$

4. Объем жидкости после таяния кусочка:

$V_К=(2*200$ мм$^3)*1{,}04=416$ мм$^3=416$ мм^3.

5. Масса жидкости: $M= \rho (V_К+ V_{ем})= \rho(V_К+ \lambda V_К/c\ \Delta T) = \rho V_К (1+ \lambda/c\Delta T) =5$г

Тогда $\Delta T= \lambda/(c((5г/ \rho V_К) -1)) = 85/(0{,}005/ 1250*416*10^{-9} -1))=9{,}9\ ^0C$

Ответ: $9{,}9\ ^0C$

Критерии:
1. Получена плотность - 2 балла
2. Записано уравнение теплового баланса - 3 балла
3. Получен объем после таяние (3 и 4 пункты) - 2+1 баллов
4. Получено конечное выражение и ответ - 2 балла

2. Глазная артерия человека перед входом в глаз имеет диаметр около 2 мм. Внутри глазницы глазная артерия делится на несколько основных веток со средним диаметром около 1,1 мм. Скорости крови и количество крови через артерию и ветки в единицу времени постоянные, скорости в ветках равны 6 мл/мин. Общая масса крови в ветках равна 65 мкг. Длину веток считать равной 7 мм, а плотность крови 1,060 г/см³. Какова скорость (см/с) крови в глазной артерии? (25 баллов)

Решение:

1. Переведем скорость крови в ветках из мл/мин в $м^3/с$.:
0,33 мл/мин переводим в СИ: $v = 6 *10^{-6}/60=10^{-7}$ $м^3/с$
Ветка образует форму цилиндра с основанием πr^2, тогда ее объем $V= vt=\pi r^2 v_В t$,
Где t – время движения крови по ветке со скоростью $v_В$, r - радиус ветки.
Тогда $v_В =v/ \pi r_В{}^2=4*10^{-7}/(3,14*(0,0011)^2)=0,105$ м/с=105 мм/с.
Плотность 1,060 г/см³=1060 кг/м³.

2. Воспользуемся тем, что то через любое сечение трубки в единицу времени протекают одинаковые объемы жидкости, тогда $V/t = Sl/t=Sv=S_a v_a=nS_В v_В$

Где S_a и v_a площадь артерии и скорость крови в артерии, а $S_В$ и $v_В$ площадь ветки и скорость крови в ветках, n – количество веток.
Найдем $n= S_a v_a/ S_В v_В=d_a{}^2 v_a/ d_В{}^2 v_В$,

3. Найдем общую массу крови $m= \rho V= n \rho (\pi d_В{}^2/4)*l$, где l=0,007м –длина веток,
Тогда $n= 4m/\rho\pi d_В{}^2 l = d_a{}^2 v_a/ d_В{}^2 v_В$,
Тогда $v_a= 4m\ v_В\ /\rho\pi l d_a{}^2=4*65\ 10^{-6}\ *0,105/1060*3,14*0,007*0,002^2=0,29$ м/с=29см/с

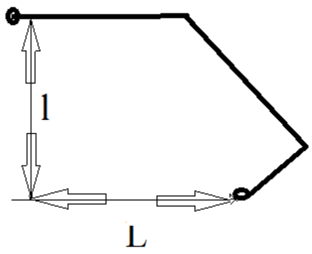
Ответ: 29 см/с

Критерии:
1. Перевод всех величин в СИ - 5 баллов
2. Записана связь скоростей и площадей в артерии и ветках - 5 баллов
3. Найдено число веток - 5 баллов
4. Получено конечное выражение и ответ - 5 баллов

3. Моторная лодка ехала к острову, расположенному, на расстоянии к югу l = 5 км и к востоку на L=6 км. (смотрите рисунок). Маршрут состоял из трёх прямых линий. Сначала на восток, потом на юго-восток, а затем на юго-запад. Скорость и направление ветра измерялись на лодке.

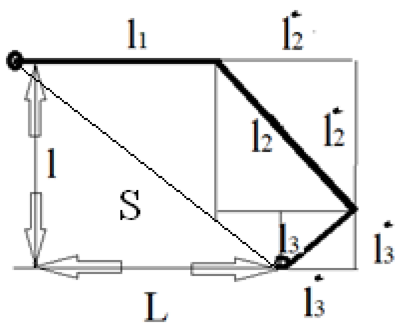
Время, затраченное на проезд первого участка, было t_1 = 4 мин, измеренная скорость ветра v_1 = 20 м/с. Второй участок был пройден за время t_2 = 2 мин, а скорость ветра v_2 = 15 м/с. Третий участок был пройден за время t_3 = 2 мин, скорость ветра v_3 = 10 м/с. Какова была средняя скорость ветра?

Примечание. На разных участках скорость лодки могла быть разной, но в течение одного участка скорость постоянная. Время, необходимое для поворота и ускорения, незначительно. Фактическая скорость и направление ветра не изменились. (20 баллов)



Решение:

1. Наблюдая за движением моторной лодки относительно воздуха (см на рисунке обозначения):
$l_1 = t_1 v_1$ = 4800 м на восток,
затем $l_2 = t_2 v_2$ = 1800 м на юго-восток
и, наконец, $l_3 = t_3 v_3$ =1200 м на юго-запад.



2. В целом, по теореме Пифагора, учитывая равенство катетов при углах в 45^0,
смещение на юг составило $L_Ю = l_2' + l_3' = (l_2 + l_3)/\sqrt{2} \approx 2143$ м,
и в восточном направлении $L_В = l_1 + (l_2' - l_3') = l_1 + (l_2 - l_3)/\sqrt{2} \approx 5228$ м,

3. Однако относительно земли смещение лодки произошло к югу на l=5 км а на восток на L=6 км.
Поэтому воздух должен был сместиться относительно земли на $L - L_В$ на запад и на $l - L_Ю$ на север.
То есть перемещение воздуха относительно земли по теореме Пифагора

$S==\sqrt{((L - L_В)^2 + (l - L_Ю)^2)}$

Отсюда мы получаем скорость ветра быть

$v=S/t=\sqrt{((L - L_В)^2 + (l - L_Ю)^2)}/(t_1 + t_2 + t_3)=6{,}2$ м/с

Ответ: 6,2 м/с

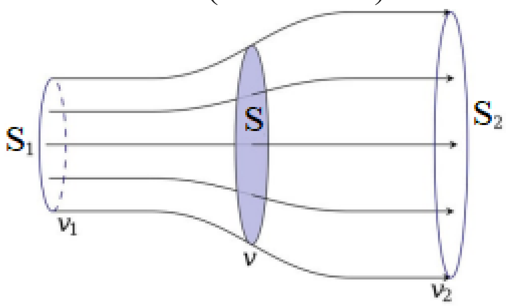
Критерии:

1. Рассчитаны смещения моторной лодки относительно воздуха – 6 баллов
2. Рассчитаны смещения относительно воздуха на юг и восток – 10 баллов
3. Рассчитано смещение относительно земли - 6 баллов
4. Получена скорость ветра - 3 балла

4. Новейшие морские ветряные турбины в Северном море имеют длину лопастей r, а средняя скорость ветра v=10 м/с. Предполагая, что направление ветра перпендикулярно плоскости лопаток турбины, определить длину лопастей r.

Максимально возможная выходная мощность (P) такой турбины 19,3 МВт. Считать, что ветер рассеивается по большей площади, как показано на рисунке, при этом все количество воздуха проходит через изображенный объем без потерь.

Скорость ветра позади турбины медленнее, $v_1 - v_2 = 5$ м/с. S - площадь потока воздушных масс через турбину. Плотность воздуха $\rho=1.23$ кг/м^3 остается постоянной. (30 баллов)



Решение:

1. Масса потока воздуха, в первой, средней и последней областях остается постоянной:

$m = \rho V_1 = \rho V = \rho V_2$

Или: $m = \rho S_1 v_1 t = \rho S v t = \rho S_2 v_2 t$

2. Площадь $S=\pi r^2$.

3. Изменение кинетической энергии (являющейся полезной работой для турбины)

$\Delta E = m v_1^2/2 - m v_2^2/2 = m(v_1^2 - v_2^2)/2$

4. Тогда максимально возможная выходная мощность турбины равна:

$P = \Delta E/t = m(v_1^2 - v_2^2)/2t = \rho\, \pi r^2 v(v_1^2 - v_2^2)/2 = \rho\, \pi r^2 v(v_1 - v_2)\,(v_1 + v_2)/2$

5. Учитывая, что средняя скорость $v = (v_1 + v_2)/2$

6. Получаем: $P = \rho\, \pi\, r^2 v^2\,(v_1 - v_2)$

Отсюда: $r^2=P\ v^2\ (v_1\ -v_2)/\ \rho\ \pi=19{,}3*10^6/10^2*5*1.23*3.14=9994$
$r=100$ м

Ответ: 100 м.

Критерии:
1. Получена связь скоростей и площадей - 10 баллов
2. Получена полезная работа для турбины - 5 баллов
3 Записано выражение выходной мощности турбины через скорости – 7 баллов
4. Найдена средняя скорость - 3 балла
5. Получено конечное выражение и ответ - 5 баллов

5. Три жидкости находятся при температурах 1^0C, 4^0C, и 9^0C соответственно. Смешивают равные массы первых двух жидкостей, и устанавливается равновесная температура 2^0C. Затем смешивают равные массы второго и третьего веществ и определяют равновесную температуру 7^0C. Найдите равновесную температуру при смешивании равных масс первого и третьего веществ. (15 баллов)

Решение:

1. Согласно первому условию, равные массы жидкостей 1 и 2 смешиваются, и устанавливается равновесная температура 2^0C. Следовательно, тепло, полученное жидкостью 2, равно теплу, потерянному жидкостью 1. Математически это можно выразить так: $mc_1(2-1)=mc_2(4-2)$.
Отсюда $c_2=c_1/2$

2. Согласно второму условию, равные массы жидкостей 2 и 3 смешиваются, и равновесная температура составляет 7^0C. Следовательно, тепло, полученное жидкостью 3, равно теплу, потерянному жидкостью 2. Математически это можно выразить так: $mc_2(7-4)=mc_3(9-7)$. Заменим c_2 выражением из шага 1 и получим $c_3=3c_2/2=1.5\ c_2=0.75\ c_1$.

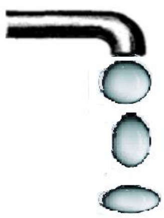
3. Теперь, когда равные массы жидкостей 1 и 3 смешиваются, тепло, полученное жидкостью 3, будет равно теплу, потерянному жидкостью 1. Обозначим равновесную температуру как T. Следовательно, $mc_1(T-1)=mc_3(9-T)$. Заменим c_1 и c_3 выражениями из шагов 1 и 2 соответственно, упростим $T=4{,}4\ ^0$C.

Ответ: $4{,}4\ ^0$C

Критерии:
1. Записаны уравнения тепловых балансов - 9 баллов
2. Получено конечное выражение и ответ - 6 баллов

Физика. 9 класс. 1 вариант.

1. Капелька воды (19 баллов). Известно, что всякая система стремится к минимуму энергии, поэтому даже малые деформации капли воды, отрывающейся от крана, приведут к тому, что силы поверхностного натяжения заставят каплю пульсировать. Для мелких капель влиянием g на циклическую частоту ω можно пренебречь по сравнению с влиянием сил поверхностного натяжения. Величина силы поверхностного натяжения пропорциональна коэффициенту поверхностного натяжения σ и длине l контура, ограничивающей поверхность: $F = \sigma l$. Таким образом, считайте, что частота пульсации зависит от величины поверхностного натяжения жидкости σ, плотности жидкости ρ и радиуса капли r. Оцените, как изменится период пульсации при увеличении радиуса капли в 2 раза.



Решение:

Запишем зависимость частоты пульсации как функцию $\omega = f(\sigma, \rho, r)$.

В нашем случае получаем:

$$\omega = A\sigma^{\alpha}\rho^{\beta}r^{\gamma} \qquad (1)$$

Имеем четыре величины, имеющие следующие размерности:

$[\omega] = с^{-1}$;

$[\sigma] = кг\ с^{-2}$;

$[\rho] = кг\ м^{-3}$;

$[r] = м$.

$$с^{-1} = (кг \cdot с^{-2})^{\alpha} \cdot (кг \cdot м^{-3})^{\beta} \cdot м^{\gamma} \qquad (2)$$

Получаем систему уравнений:

$$-2\alpha = -1 \qquad (3)$$

$$\alpha + \beta = 0 \qquad (4)$$

$$-3\beta + \gamma = 0 \qquad (5)$$

Решая совместно (3), (4), (5) получаем:

$$\alpha = 1/2 \qquad (6)$$

$$\beta = -\alpha = -1/2 \qquad (7)$$

$$\gamma = 3\beta = -3/2 \quad (8)$$

$$\omega = A\sigma^{1/2}\rho^{-1/2}r^{-\frac{3}{2}} = A\sqrt{\frac{\sigma}{\rho r^3}} \quad (9)$$

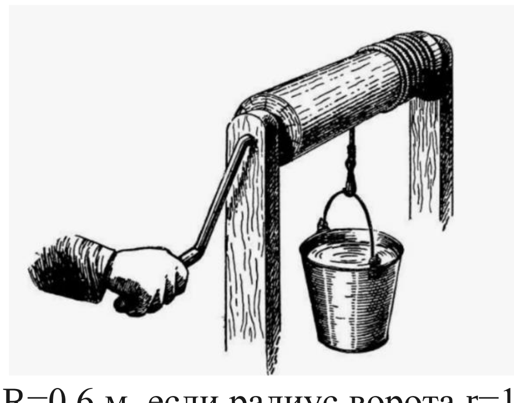
Вспомним, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (10)

Воспользовавшись уравнениями (9) и (10), получаем, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{3/2} = 2{,}828 \quad (11)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение (1)	1 балл
Записаны в явном или не явном виде размерности [ω], [σ] [ρ], [r]	2 балла По 0,5 балла за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Записана система уравнений (3), (4), (5)	3 балла По 1 за каждое уравнение
Найдены значения α, β, γ	3 балла По 1 баллу за каждое значение
Получена в явном виде формула (9)	4 балла
Записана формула для циклической частоты и периода (10)	1 балл
Найдена формула для отношения периодов (11)	2 балла
Получен итоговый результат	1 балл
Итого:	19 баллов

2. **Каникулы в деревне (18 баллов).** Студент из СФУ ездил на каникулы к бабушке. У бабушки во дворе находится колодец глубиной H. Студент зачерпнул полное ведро и стал его поднимать. Но, к сожалению, в днище ведра была дырка и в момент подъёма ведра на поверхность земли в ведре осталось $\gamma = 40\%$ от первоначального объёма воды. Определите, какое среднее усилие прикладывал студент к рукояти радиусом R=0,6 м, если радиус ворота r=10 см, масса ведра 1,2 кг, объём ведра 12 литров.

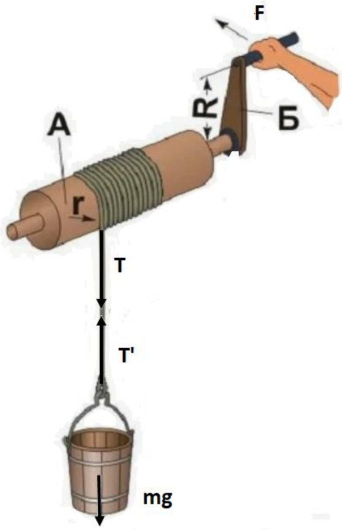


Плотность воды 1000 кг/м^3. Массой веревки пренебречь. Ускорение свободного падения g=9,8 $\frac{м}{с^2}$.

Решение:

Силы, приложенные к ведру T' и к вороту T, равны по третьему закону Ньютона:

$$T = T'. \qquad (12)$$



По второму закону Ньютона:

$$(m_{вд} + m_в)g = T', \qquad (13)$$

где $m_{вд}$ – масса ведра, $m_в$ масса воды, которая меняется с течением времени линейно от $m_{0в} = \rho V$ до

$$m_в = \frac{\gamma}{100\%} m_{0в} = \frac{\gamma}{100\%} \rho V\ . \qquad (14)$$

В начальный момент времени масса ведра и воды

$$m_1 = (m_{вд} + \rho V), \qquad (15)$$

в конце

$$m_2 = \left(m_{вд} + \frac{\gamma}{100\%} \rho V\right) \qquad (16)$$

Работа по подъёму ведра с водой составляет:

$$A = \frac{m_1 + m_2}{2} gH = \left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gH. \qquad (17)$$

Работа, которую совершает человек:

$$A = M\varphi = FR\frac{H}{\pi d} \cdot 2\pi = FR\frac{H}{r} \cdot \qquad (18)$$

Тогда

$$\left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gH = FR\frac{H}{r} \qquad (19)$$

Средняя сила, развиваемая студентом при подъёме ведра:

$$F = \frac{\left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gr}{R} \qquad (20)$$

Подставим значения;

$$F = \frac{(1{,}2 + (1 + 0{,}4)6)9{,}8 * 0{,}1}{0{,}6} = 15{,}68\ Н. \qquad (21)$$

Примечание; задачу можно решать и через моменты сил, предварительно усреднив силу натяжения каната, так как сила натяжения меняется линейно от начальной массы до конечной:

$$T_{ср} = \left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) g \qquad (22)$$

Тогда по моментам сил:

$$FR = T_{ср} r. \qquad (23)$$

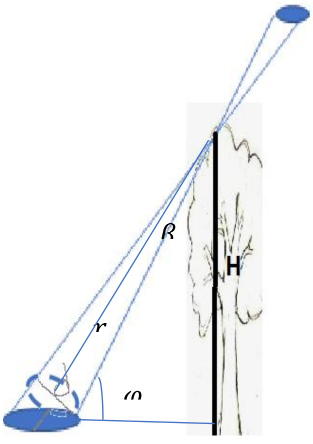
В результате получим ту же формулу.

Критерий	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение (17)	3 балла
Записано уравнение (18)	3 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	
2 способ	
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл

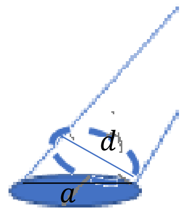
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение для моментов сил (23)	3 балла
Указано в явном виде, что силу натяжения можно усреднить	1 балл
Записано уравнение (22)	2 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов

3. Угловой размер Солнца (9 балов). В июне высота Солнца над поверхностью Земли в Красноярске составляет $\varphi = 57°$. а маленькие отверстия в листьях дают светлые пятна в виде эллипсов. Высота дерева H=10 м, если на поверхности Земли образуются эллипсы, самые большие из которых имеют размер большой полуоси a=13,2 см. Оцените угловой размер Солнца.

Решение:

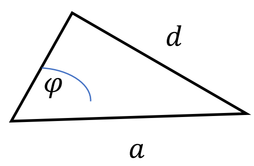


Отверстия в листьях играют роль камеры-обскуры. Эллипсы на поверхности образуются из-за проекции солнечного круга диаметра d на землю.



Расстояние от вершины дерева до круглого пятна

$$r = \frac{H}{\sin\varphi}. \qquad (24)$$



Диаметр светового круга, он же равен меньшей полуоси пятна с одной стороны, с учетом малости угла равен:

$$d = 2r\,\mathrm{tg}\frac{\beta}{2} \approx r\beta = \frac{H}{\sin\varphi}\beta. \qquad (25)$$

С другой стороны:

$$d = a\sin\varphi \qquad (26)$$

Получаем:

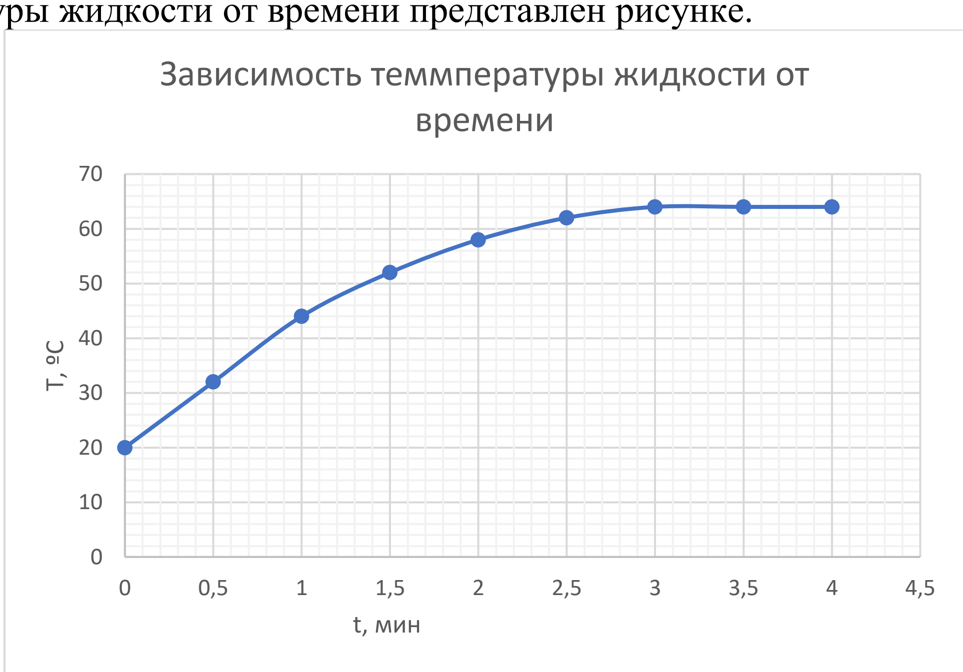
$$\frac{H}{\sin\varphi}\beta = a\sin\varphi\,. \qquad (27)$$

Отсюда:

$$\beta = \frac{a(\sin\varphi)^2}{H} = 9,28\cdot 10^{-3}\ \text{рад}. \qquad (28)$$

Критерий	Баллы
Сделан рисунок образования эллипсов	3 балла
Записано уравнение (24)	1 балл
Уравнение (25)	1 балл
Уравнение (26)	1 балл
Получена формула (28)	2 балла
Получено значение	1 балл
Итого	9 баллов

4. Жидкость в стакане (25 баллов). В стакане на плитке греется жидкость. Мощность плитки составляет $P_0 = 1200$ Вт. График зависимости температуры жидкости от времени представлен рисунке.



Определите для момента времени t= 2 мин долю потери энергии.
Обязательно вложите график с необходимыми построениями в работу.
А также рассчитайте массу жидкости, если удельная теплоёмкость составляет 2400 Дж/(кг·град). Теплоёмкостью сосуда пренебречь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$P_{\Delta}t = Cm\Delta T + \alpha(T - T_0)\Delta t, \tag{29}$$

где $P_{\Delta}t$ – подводимая энергия для нагрева,

$Cm\Delta T$- количество теплоты, идущее на нагрев жидкости,

$\alpha(T - T_0)\Delta t$- потери энергии.

Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева:

$$P_H = cm\frac{\Delta T}{\Delta t} = cm\,k \tag{30}$$

Поскольку на начальном этапе потери не существенны, то график линейный.

В этот момент времени угловой коэффициент равен:

$$k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_0 = \frac{40}{1,5}\text{ град/мин.} \tag{31}$$

В момент времени t=2 минуты угловой коэффициент равен:

графика$k_1 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_2 = \frac{12}{1,0}$ град/мин. (32)

Отношение мощностей, идущих на нагрев в начальный момент времени и в момент времени момент времени t=2 минуты равно:

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{k_0}{k_1} = \frac{40}{1,5}\,\frac{1,0}{12} = \frac{10}{4,5} \tag{33}$$

$P_1 = 0{,}45P_0$.

Значит мощность потерь в этот момент времени составляет:

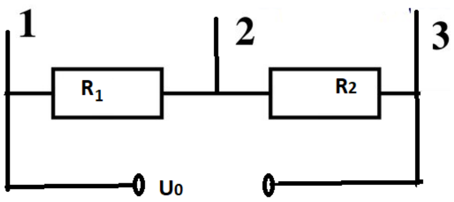
$$P_п = P_0 - P_1 = 0{,}55P_0 \tag{34}$$

Найдем массу жидкости, предварительно переведя начальный коэффициент в $k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_0 = \frac{40}{90}$ град/секунду:

$$m = \frac{P_0}{c\,k_0} = 1{,}125\text{ кг} \tag{35}$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение теплового баланса (29)	2 балла
В уравнении (29) описан каждый член	3 балла (по 1 баллу за каждый комментарий)
На графике указаны касательные в начальный момент времени и в момент времени 2 минуты	2 балла
Указано, Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева	1 балл
Записана формула для мощности нагрева (30)	2 балла
Указано, что на начальном этапе потери не существенны, то график линейный	2 балла
Показано как найти угловой коэффициент $k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right\|_0$	1 балл
Найдено значение k_0	1 балл
Показано как найти угловой коэффициент $k_1 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right\|_2$	1 балл
Найдено значение k_1	1 балл
Записано уравнение (33)	2 балла
Найдена доля потерь в момент 2 минуты	3 балла
Коэффициент k_0 переведен в град/с	1 балл
Записана формула для расчета массы (35)	2 балла
Обоснованно Найдено значение массы	1 балл
Итого	25 баллов

5. Бельчонок и вольтметр (29 баллов). У Бельчонка сломался вольтметр. «Не беда» - подумал он и сделал его из амперметра и последовательно присоединённого к нему сопротивления R=10 Ом. В качестве шкалы напряжений приклеил на прибор шкалу, равную произведению силы тока, текущего через амперметр на сопротивление R. Бельчонок решил проверить свой прибор, представленный на схеме. При подключении к контактам 1,2 и к контактам 2,3 прибор показал $U_{1,2} = U_{2,3}$, а при подключении к контактам 1, 3 $U_{1,3} = 30В$ Известно, что источник напряжения выдает $U_0 = 36$ В.

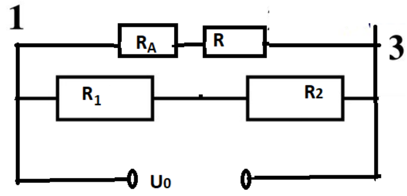


1) Определите сопротивление амперметра R_A, и сопротивления схемы R_1, R_2.
2) Что показывал прибор при подключении к контактам 1,2.

Решение:

Поскольку $U_{1,2}$и $U_{2,3}$ равны, то и $R_1 = R_2$.

Обозначим $U_{1,2}^{Д}$ и $U_{1,3}^{Д}$ как действительные напряжения при подключениях к контактам 1,2 и 1,3.



При подключении к контактам1,3 схема представлена на рисунке, действительное падение напряжения будет $U_{1,3}^{Д} = I'_A(R_A + R) = \frac{U_{1,3}}{R}(R_A + R) = U_{1,3}\left(1 + \frac{R_A}{R}\right) = U_0$ (36)

и оно же равно U_0.

Видно, что действительное напряжение $U_{1,3}^{Д}$ не равно тому, что показывает собственный вольтметр Бельчонка.

Определим сопротивлением амперметра:

$$R_A = R\left(\frac{U_0}{U_{1,3}} - 1\right) = 2\ \text{Ом}. \quad (37)$$

Ток бегущий по верхней ветке:

$$I'_A = \frac{U_{1,3}}{R} = 3\ \text{A} \quad (38)$$

Найдём полную силу тока бегущую через всю цепь из соотношения:

$$\frac{I'_A}{I_{R_1}} = \frac{I'_A}{I_0 - I'_A} = \frac{R_A + R}{2R_1} \quad (38)$$

$$I_0 = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1\right) I'_A = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1\right)\frac{U_{1,3}}{R} \quad (39)$$

С другой стороны, полная сила тока в цепи:

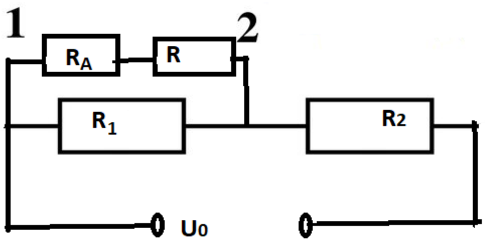
$$I_0 = \frac{U_0}{R_{1,3}} = \frac{U_0\,(2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} \quad (40)$$

$$\frac{U_0\,(2R_1+R_A+R)}{2R_1(R_A+R)}=\left(\frac{2R_1+R_A+R}{R_A+R}\right)\frac{U_{1,3}}{R}$$

$$\frac{U_0}{2R_1(R_A+R)}=\left(\frac{1}{R_A+R}\right)\frac{U_{1,3}}{R}$$

$$R_1=\frac{U_0\,R(R_A+R)}{2U_{1,3}(R_A+R)}=\frac{36*10*12}{2*30*12}=\ 6\ \text{Ом} \qquad (41)$$

С другой стороны



При подключении к контактам 1,2 (схема представлена на рисунке:

$$R_{1,2}=\frac{(R_A+R)R_1}{R_A+R+R_1}=4\ \text{Ом} \qquad (41)$$

Падение напряжения в этом случае:

$$U^{д}_{1,2}=\frac{U_0R_{1,2}}{R_{1,2}+R}=14{,}4\ \text{В}. \qquad (42)$$

С другой стороны, по верхнему участку цепи, действительное напряжение будет равно;

$$U^{д}_{1,2}=I_A(R_A+R)=\frac{U_{1,2}}{R}(R_A+R)\,. \qquad (43)$$

Видно, что вольтметр Бельчонка показывает:

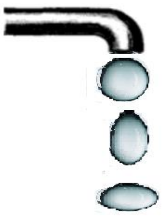
$$U_{1,2}=R\frac{U^{д}_{1,2}}{(R_A+R)}=12\ \text{В} \qquad (44)$$

Критерий	Баллы
Указано, что $R_1=R_2$, так как и $U_{2,3}=U_{1,2}$	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,2	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,3	2 балла
Указано, что амперметр не идеальный, так как действительное напряжение и напряжение показанное на вольтметре при подключении к контактам 1, 3 не равны	1 балл

Записано уравнение (36)	2 балла
Записана формула (37)	2 балла
Найдено значение сопротивления амперметра	2 балла
Записаны уравнения для поиска сопротивления R_1	6 баллов
Получена формула для расчета R_1	2 балла
Найдено значение $R_1 = R_2$	1 балл
Выведена формула для расчета действительного напряжения $U_{1,3}^{д}$	3 балла
Выведена формула для расчета того, что показывал вольтметр $U_{1,2}$	3 балла
Найдено значение $U_{1,2}$	1 балл
Итого	29 баллов

Физика. 9 класс. 2 вариант.

1. Капелька металла (19 баллов). Известно, что всякая система стремится к минимуму энергии, поэтому даже малые деформации капли расплавленного металла, отрывающейся от эталонного отверстия, например, крана, приведут к тому, что силы поверхностного натяжения заставят каплю пульсировать. Для мелких капель влиянием g на циклическую частоту ω можно пренебречь по сравнению с влиянием сил поверхностного натяжения Величина силы поверхностного натяжения пропорциональна коэффициенту поверхностного натяжения σ и длине l контура, ограничивающей поверхность: $F = \sigma l$. Таким образом, считайте, что частота пульсации зависит от величины поверхностного натяжения жидкости σ, плотности жидкости ρ и радиуса капли r. Оцените, как изменится частота пульсации капли металла при замене алюминия с $\sigma_1 = 660$ мН/м, $\rho_1 = 2{,}37$ г / см^3 на ртуть с $\sigma_2 = 485$ мН/м, $\rho_2 = 13{,}6$ г / см^3. Радиус капель считайте одинаковыми.



Решение:

Запишем зависимость частоты пульсации как функцию $\omega = f(\sigma, \rho, r)$.

В нашем случае получаем:

$$\omega = A\sigma^{\alpha}\rho^{\beta}r^{\gamma} \tag{1}$$

Имеем четыре величины, имеющие следующие размерности:

$[\omega] = с^{-1}$;

$[\sigma] = кг\ с^{-2}$;

$[\rho] = кг\ м^{-3}$;

$[r] = м$.

$$с^{-1} = (кг \cdot с^{-2})^{\alpha} \cdot (кг \cdot м^{-3})^{\beta} \cdot м^{\gamma} \tag{2}$$

Получаем систему уравнений:

$$-2\alpha = -1 \tag{3}$$

$$\alpha + \beta = 0 \tag{4}$$

$$-3\beta + \gamma = 0 \tag{5}$$

Решая совместно (3), (4), (5) получаем:

$$\alpha = 1/2 \tag{6}$$

$$\beta = -\alpha = -1/2 \tag{7}$$

$$\gamma = 3\beta = -3/2 \qquad (8)$$

$$\omega = A\sigma^{1/2}\rho^{-1/2}r^{-\frac{3}{2}} = A\sqrt{\frac{\sigma}{\rho r^3}} \qquad (9)$$

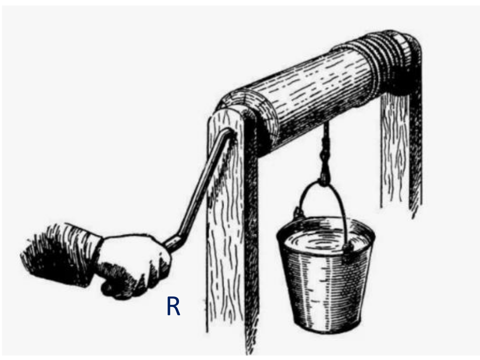
В $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{\sigma_2\rho_1}{\rho_2\sigma_1}}$ (10)

Воспользовавшись уравнениями (9) и (10), получаем, что

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0{,}358 \qquad (11)$$

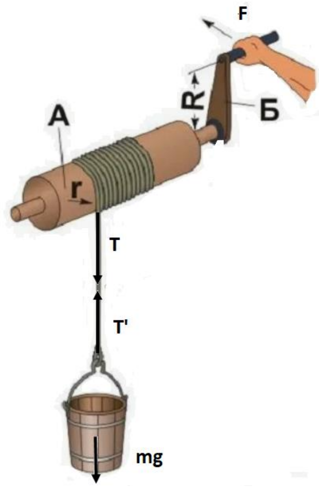
Критерий	Баллы
Записано уравнение (1)	1 балл
Записаны в явном или не явном виде размерности [ω], [σ] [ρ], [r]	2 балла По 0,5 балла за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Записана система уравнений (3), (4), (5)	3 балла По 1 за каждое уравнение
Найдены значения α, β, γ	3 балла По 1 баллу за каждое значение
Получена в явном виде формула (9)	4 балла
Записана отношения частот (10)	3 балл
Получен итоговый результат	1 балл
Итого:	19 баллов

3. Каникулы в деревне (18 баллов). Студент из СФУ ездил на каникулы к бабушке. У бабушки во дворе находится колодец глубиной H. Студент зачерпнул полное ведро и стал его поднимать. Но, к сожалению, в днище ведра была дырка и в момент подъёма ведра на поверхность земли в ведре осталось $\gamma = 50\%$ от первоначального объёма воды. Определите какое среднее усилие прикладывал студент к рукояти радиусом R=0,6 м, если радиус ворота r=10 см, масса ведра 1,2 кг, объём ведра 10 литров. Плотность воды 100 кг/м^3. Массой веревки пренебречь. Ускорение свободного падения g=9,8 $\frac{м}{с^2}$.



Решение:

Силы, приложенные к ведру T' и к вороту T, равны по третьему закону Ньютона:



$$T = T'. \tag{12}$$

По второму закону Ньютона:

$$(m_{вд} + m_{в})g = T', \tag{13}$$

где $m_{вд}$ – масса ведра, $m_{в}$ масса воды, которая меняется с течением времени линейно от $m_{0в} = \rho V$ до

$$m_{в} = \frac{\gamma}{100\%} m_{0в} = \frac{\gamma}{100\%} \rho V\ . \tag{14}$$

В начальный момент времени масса ведра и воды

$$m_1 = (m_{вд} + \rho V), \tag{15}$$

в конце

$$m_2 = \left(m_{вд} + \frac{\gamma}{100\%} \rho V\right) \tag{16}$$

Работа по подъёму ведра с водой составляет:

$$A = \frac{m_1 + m_2}{2} gH = \left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gH. \tag{17}$$

Работа, которую совершает человек:

$$A = M\varphi = FR\frac{H}{\pi d} \cdot 2\pi = FR\frac{H}{r} \cdot \tag{18}$$

Тогда

$$\left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gH = FR\frac{H}{r} \tag{19}$$

Средняя сила, развиваемая студентом при подъёме ведра:

$$F = \frac{\left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gr}{R} \tag{20}$$

Подставим значения;

$$F = \frac{(1{,}2 + (1 + 0{,}5)5)9{,}8 * 0{,}1}{0{,}6} = 14{,}21\ Н. \tag{21}$$

Примечание; задачу можно решать и через моменты сил, предварительно усреднив силу натяжения каната, так как сила натяжения меняется линейно от начальной массы до конечной:

$$T_{ср} = \left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) g \quad (22)$$

Тогда по моментам сил:

$$FR = T_{ср} r. \quad (23)$$

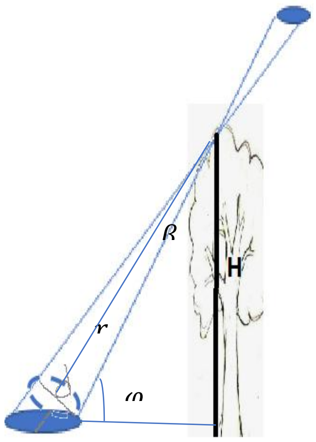
В результате получим ту же формулу.

Критерий	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение (17)	3 балла
Записано уравнение (18)	3 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	
2 способ	
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл

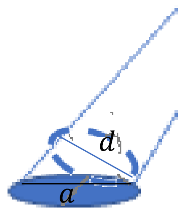
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение для моментов сил (23)	3 балла
Указано в явном виде, что силу натяжения можно усреднить	1 балл
Записано уравнение (22)	2 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов

3. Угловой размер Солнца (9 балов). В июне высота Солнца над поверхностью Земли в Абакане составляет φ =67°. Угловой размер Солнца β =9, 28 $\cdot 10^{-3}$ рад. От маленьких отверстий в листьях березы высотой H=30 м образуются светлые пятна в виде эллипсов. Оцените величину величины большой и малой полуосей больших эллипсов.

Решение:

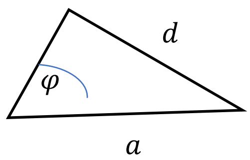


Отверстия в листьях играют роль камеры-обскуры. Эллипсы на поверхности образуются из-за проекции солнечного круга диаметра d на землю.



Расстояние от вершины дерева до круглого пятна

$$r = \frac{H}{\sin\varphi}. \quad (24)$$



Диаметр светового круга, он же равен меньшей полуоси пятна с одной стороны, с учетом малости угла равен:

$$d = 2r\,\mathrm{tg}\frac{\beta}{2} \approx r\beta = \frac{H}{\sin\varphi}\beta = 0{,}302 \text{ м} \quad (25)$$

С другой стороны:

$$d = a\sin\varphi \quad (26)$$

Получаем большую полуось:

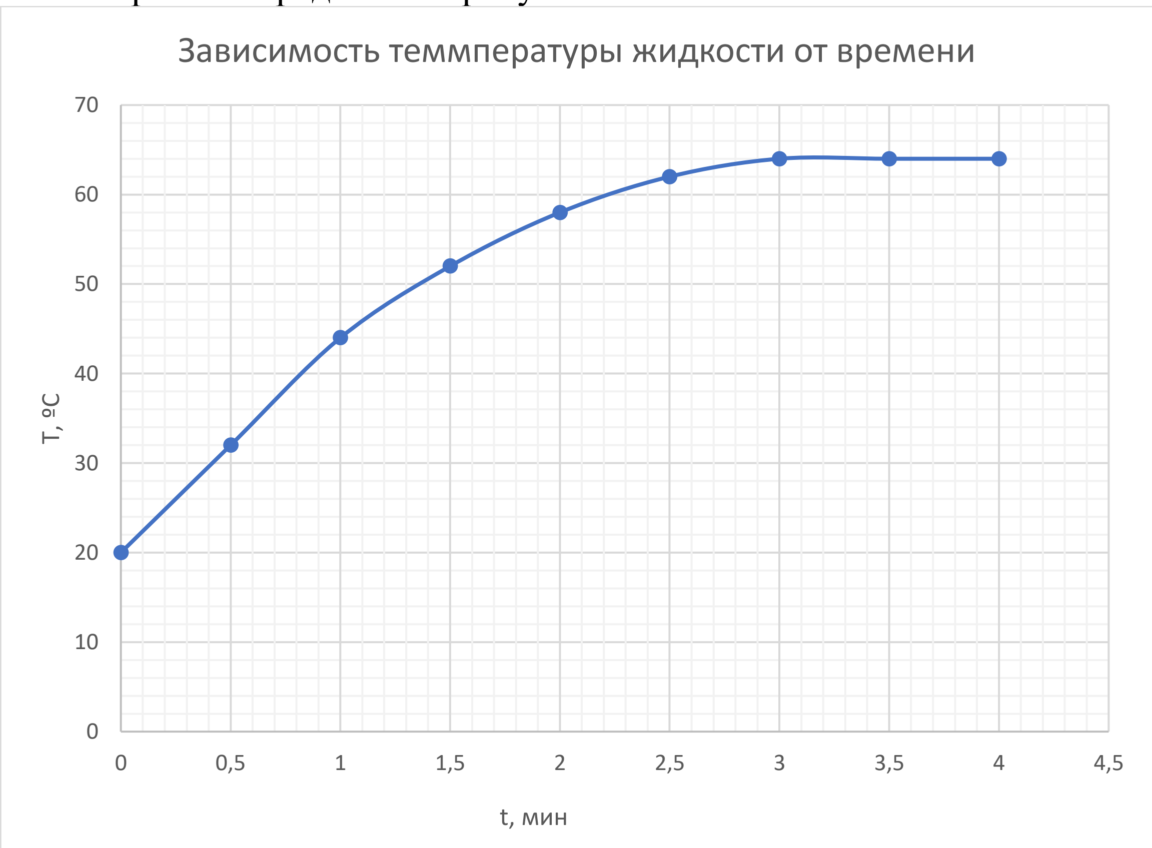
$$a = \frac{d}{\sin\varphi}. \quad (27)$$

Отсюда:

$$a = 0{,}329 \text{ м.} \qquad (28)$$

Критерий	Баллы
Сделан рисунок образования эллипсов	3 балла
Записано уравнение (24)	1 балл
Уравнение (25)	1 балл
Уравнение (26)	1 балл
Получена формула (27)	2 балла
Получены значения, по 0,5 балла за каждое	1 балл
Итого	9 баллов

4. Жидкость в стакане (25 баллов). В стакане на плитке греется жидкость. Мощность плитки составляет $P_0 = 1000$ Вт . График зависимости температуры жидкости от времени представлен рисунке.



Определите для момента времени t= 2,5 мин долю потери энергии.

А также рассчитайте массу жидкости, если у дельная теплоёмкость составляет 2400 Дж/(кг·град). Теплоёмкостью сосуда пренебречь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$P_\Delta t = Cm\Delta T + \alpha(T - T_0)\Delta t, \qquad (29)$$

где $P_\Delta t$ – подводимая энергия для нагрева,

$Cm\Delta T$- количество теплоты, идущее на нагрев жидкости,

$\alpha(T - T_0)\Delta t$- потери энергии.

Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева

$$P_H = cm\frac{\Delta T}{\Delta t} = cm\,k \qquad (30)$$

Поскольку на начальном этапе потери не существенны, то график линейный.

В этот момент времени угловой коэффициент равен:

$$k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_0 = \frac{40}{1{,}5} \text{ град/мин.} \qquad (31)$$

В момент времени t=2 минуты угловой коэффициент равен:

графика $k_1 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_{2,6} = \frac{28}{3{,}5}$ =8 град/мин. (32)

Отношение мощностей, идущих на нагрев в начальный момент времени и в момент времени момент времени t=2 минуты равно:

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{k_0}{k_1} = \frac{40}{1{,}5*8} = \frac{10}{3} \qquad (33)$$

$$P_1 = 0{,}3P_0$$

Значит мощность потерь в этот момент времени составляет:

$$P_п = 070P_0 \qquad (34)$$

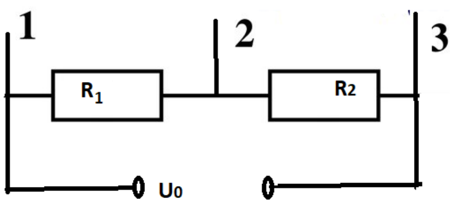
Найдем массу жидкости, предварительно переведя начальный коэффициент в

$$k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_0 = \frac{40}{90} \text{ град/секунду}$$

$$m = \frac{P_0}{c\,k_0} = 0{,}9375 \text{ кг} \qquad (35)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение теплового баланса (29)	2 балла
В уравнении (29) описан каждый член	3 (по 1 баллу за каждый комментарий)
На графике указаны касательные в начальный момент времени и в момент времени 2 минуты	2 балла
Указано, Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева	1 балл
Записана формула для мощности нагрева (30)	2 балла
Указано, что на начальном этапе потери не существенны, то график линейный	2 балла
Показано как найти угловой коэффициент $k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right\vert_0$	1 балл
Найдено значение k_0	1 балл
Показано как найти угловой коэффициент $k_1 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right\vert_2$	1 балл
Найдено значение k_1	1 балл
Записано уравнение (33)	2 балла
Найдена доля потерь в момент 2 минуты	3 балла
Коэффициент k_0 переведен в град/с	1 балл
Записана формула для расчета массы (35)	2 балла
Обоснованно Найдено значение массы	1 балл
Итого	25 баллов

5. Бельчонок и вольтметр (29 баллов). У бельчонка сломался вольтметр. «Не беда» - подумал он и сделал его из амперметра и последовательно присоединённого к нему сопротивления R=14 Ом. В качестве шкалы напряжений приклеил на прибор шкалу, равную произведение силы тока, текущего через амперметр на сопротивление R. Бельчонок решил проверить свой прибор, представленный на схеме. При подключении к контактам 1,2 и к контактам 2,3 прибор показал $U_{1,2} = U_{2,3}$, а при подключении к контактам 1, 3 $U_{1,3} = 42$В. Известно, что источник напряжения выдает $U_0 = 48$ В.



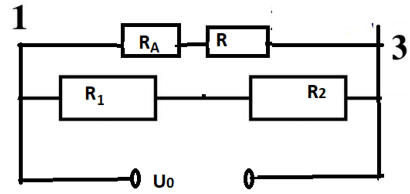
1)Определите сопротивления амперметра R_A и сопротивления схемы R_1 и R_2;

2)Что показывал прибор при подключении к контактам 1,2.

Решение:

Поскольку $U_{1,2}$ и $U_{2,3}$ равны, то и $R_1 = R_2$.

Обозначим $U^{д}_{1,2}$ и $U^{д}_{1,3}$ как действительные напряжения при подключениях к контактам 1,2 и 1,3.



При подключении к контактам 1,3 схема представлена на рисунке, действительное падение напряжения будет

$$U^{д}_{1,3} = I'_A(R_A + R) = \frac{U_{1,3}}{R}(R_A + R) = U_{1,3}\left(1 + \frac{R_A}{R}\right) = U_0 \qquad (36)$$

и оно же равно U_0.

Видно, что действительное напряжение $U^{д}_{1,3}$ не равно тому, что показывает собственный вольтметр Бельчонка, т.к амперметр не идеальный.

Определим сопротивлением амперметра:

$$R_A = R\left(\frac{U_0}{U_{1,3}} - 1\right) = 2\ \text{Ом}. \qquad (37)$$

Ток, бегущий по верхней ветке:

$$I'_A = \frac{U_{1,3}}{R} = 3\ \text{А} \qquad (38)$$

Найдём полную силу тока, бегущую через всю цепь из соотношения:

$$\frac{I'_A}{I_{R_1}} = \frac{I'_A}{I_0 - I'_A} = \frac{R_A + R}{2R_1} \qquad (39)$$

$$I_0 = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1\right) I'_A = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1\right)\frac{U_{1,3}}{R} \qquad (40)$$

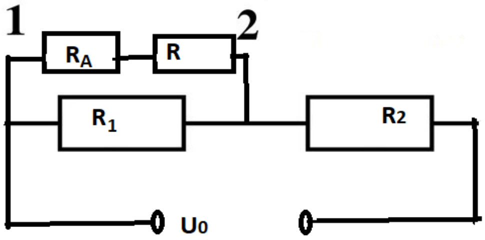
С другой стороны, полная сила тока между контактами через

$$I_0 = \frac{U_0}{R_{1,3}} = \frac{U_0\,(2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} \qquad (41)$$

$$\frac{U_0\,(2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{2R_1 + R_A + R}{R_A + R}\right)\frac{U_{1,3}}{R}$$

$$\frac{U_0}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{1}{R_A + R}\right)\frac{U_{1,3}}{R}$$

$$R_1 = \frac{U_0\, R(R_A + R)}{2U_{1,3}(R_A + R)} = \frac{48 * 14 * 16}{2 * 42 * 16} = 8\ \text{Ом} \qquad (42)$$



Рассмотрим подключение к контактам 1,2 (схема представлена на рисунке). Сопротивление $R_{1,2}$:

$$R_{1,2} = \frac{(R_A+R)R_1}{R_A+R+R_1} = 5{,}33 \text{ Ом} \qquad (43)$$

Действительное напряжение падение напряжения в этом случае:

$$U_{1,2}^{Д} = \frac{U_0 R_{1,2}}{R_{1,2}+R_1} = 19{,}1 \text{ В}. \qquad (44)$$

С другой стороны, действительное напряжение будет равно

$$U_{1,2}^{Д} = I_A(R_A + R) = \frac{U_{1,2}}{R}(R_A + R)\,. \qquad (45)$$

Видно, что падение напряжение на вольтметре Бельчонка равно:

$$U_{1,2} = R\frac{U_{1,2}^{Д}}{(R_A+R)} = 16{,}7 \text{ В} \qquad (46)$$

Критерий	Баллы
Указано, что $R_1 = R_2$, так как и $U_{2,3} = U_{1,2}$	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,2	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,3	2 балла
Указано, что амперметр не идеальный, так как действительное напряжение и напряжение, показанное на вольтметре, при подключении к контактам 1, 3 не равны	1 балл
Записано уравнение 36	2 балла
Записана формула 37	2 балла
Найдено значение сопротивления амперметра	2 балла
Записаны уравнения для поиска сопротивления R_1	6 баллов
Получена формула для расчета R_1	2 балла
Найдено значение R_1	1 балл
Выведена формула для расчета действительно напряжения $U_{1,3}^{Д}$	3 балла
Выведена формула для расчета того, что показывал вольтметр $U_{1,2}$	3 балла
Найдено значение $U_{1,2}$	1 балл
Итого	29 баллов

Физика. 9 класс. 3 вариант.

1. Капелька металла (19 баллов). Известно, что всякая система стремится к минимуму энергии, поэтому даже малые деформации капли органического

вещества, отрывающейся от эталонного отверстия, например, крана, приведут к тому, что силы поверхностного натяжения заставят каплю пульсировать. Для мелких капель влиянием g на циклическую частоту ω можно пренебречь по сравнению с влиянием сил поверхностного натяжения. Таким образом, считайте, что частота пульсации зависит от величины поверхностного натяжения жидкости σ, плотности жидкости ρ и радиуса капли r. Оцените, как изменится частота пульсации капли при замене касторового масла с $\sigma_1 = 39{,}0$ мН/м, $\rho_1 = 0{,}959$ г / см^3 на диэтиленгликоль с $\sigma_2 = 44{,}7$ Н/м, $\rho_2 = 1{,}11$ г / см^3. Радиус капель считайте одинаковыми.

Решение:

Запишем зависимость частоты пульсации как функцию $\omega = f(\sigma, \rho, r)$.

В нашем случае получаем:

$$\omega = A\sigma^{\alpha}\rho^{\beta}r^{\gamma} \tag{1}$$

Имеем четыре величины, имеющие следующие размерности:

$[\omega] = \text{с}^{-1}$;

$[\sigma] = \text{кг с}^{-2}$;

$[\rho] = \text{кг м}^{-3}$;

$[r]$ = м.

$$\text{с}^{-1} = (\text{кг} \cdot \text{с}^{-2})^{\alpha} \cdot (\text{кг} \cdot \text{м}^{-3})^{\beta} \cdot \text{м}^{\gamma} \tag{2}$$

Получаем систему уравнений:

$$-2\alpha = -1 \tag{3}$$

$$\alpha + \beta = 0 \tag{4}$$

$$-3\beta + \gamma = 0 \tag{5}$$

Решая совместно (3), (4), (5) получаем:

$$\alpha = 1/2 \tag{6}$$

$$\beta = -\alpha = -1/2 \tag{7}$$

$$\gamma = 3\beta = -3/2 \tag{8}$$

$$\omega = A\sigma^{1/2}\rho^{-1/2}r^{-\frac{3}{2}} = A\sqrt{\frac{\sigma}{\rho r^3}} \quad (9)$$

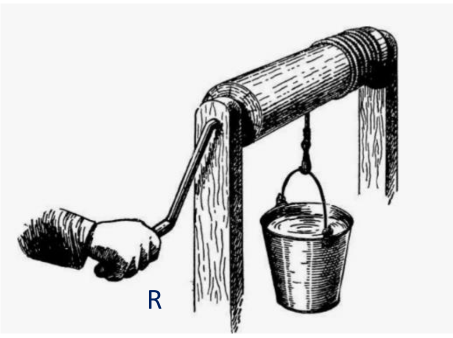
В $\quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{\sigma_2\rho_1}{\rho_2\sigma_1}}$ (10)

Воспользовавшись уравнениями (9) и (10), получаем, что

$\frac{\omega_2}{\omega_1}$ =0,995 (11)

Критерий	Баллы
Записано уравнение (1)	1 балл
Записаны в явном или не явном виде размерности [ω], [σ] [ρ], [r]	2 балла По 0,5 балла за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Записана система уравнений (3), (4), (5)	3 балла По 1 за каждое уравнение
Найдены значения α, β, γ	3 балла По 1 баллу за каждое значение
Получена в явном виде формула (9)	4 балла
Записана отношения частот (10)	3 балла
Получен итоговый результат	1 балл
Итого:	19 баллов

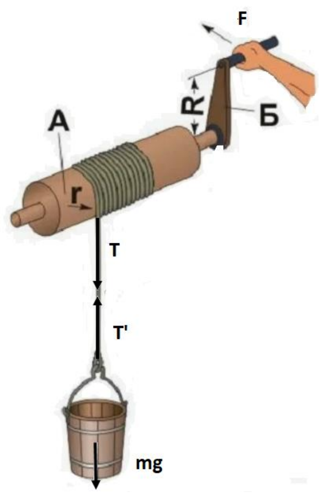
2. Каникулы в деревне (18 баллов). Студент из СФУ ездил на каникулы к бабушке. У бабушки во дворе находится колодец глубиной H. Студент зачерпнул полное ведро и стал его поднимать. Но, к сожалению, в днище ведра была дырка и в момент подъёма ведра на поверхность земли в ведре осталось γ от первоначального объёма воды. Известно, что среднее усилие, которое прикладывал студент к рукояти F=20, 2 Н. Определите долю воды γ от первоначального объёма, если радиус рукояти R=0,5 м, радиус ворота r=10 см, масса ведра 1,2 кг, объём ведра 14 литров. Плотность воды 1000 кг/м^3. Массой веревки пренебречь. Ускорение свободного падения g=9,8 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Решение:

Силы, приложенные к ведру T' и к вороту T, равны по третьему закону Ньютона:

$$T = T'. \tag{12}$$



По второму закону Ньютона:

$$(m_{вд} + m_в)g = T', \tag{13}$$

где $m_{вд}$ – масса ведра, $m_в$ масса воды, которая меняется с течением времени линейно от $m_{0в} = \rho V$ до

$$m_в = \frac{\gamma}{100\%} m_{0в} = \frac{\gamma}{100\%} \rho V\ . \tag{14}$$

В начальный момент времени масса ведра и воды

$$m_1 = (m_{вд} + \rho V), \tag{15}$$

в конце

$$m_2 = \left(m_{вд} + \frac{\gamma}{100\%} \rho V\right) \tag{16}$$

Работа по подъёму ведра с водой составляет:

$$А = \frac{m_1 + m_2}{2} gH = \left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gH. \tag{17}$$

Работа, которую совершает человек:

$$A = M\varphi = FR\frac{H}{\pi d} \cdot 2\pi = FR\frac{H}{r} \cdot \tag{18}$$

Тогда

$$\left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gH = FR\frac{H}{r} \tag{19}$$

Доля γ от первоначального объёма воды:

$$\gamma = \left(\left(\frac{FR}{gr} - m_{вд}\right)\frac{2}{\rho V} - 1\right) 100\% \tag{20}$$

Подставим значения;

$$\gamma = 0{,}30 \tag{21}$$

Примечание; задачу можно решать и через моменты сил, предварительно усреднив силу натяжения каната, так как сила натяжения меняется линейно от начальной массы до конечной:

$$T_{ср} = \left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) g \tag{22}$$

Тогда по моментам сил:

$$FR = T_{\text{ср}}r. \tag{23}$$

$$\gamma = \left(\left(\frac{FR}{gr} - m_{\text{вд}}\right)\frac{2}{\rho V} - 1\right)100\% \tag{24}$$

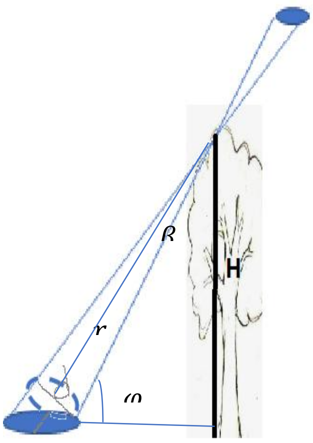
В результате получим ту же формулу.

Критерий	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение (17)	3 балла
Записано уравнение (18)	3 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов
2 способ	
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл

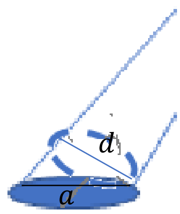
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение для моментов сил (23)	1 балл
Указано в явном виде, что силу натяжения можно усреднить	3 балла
Записано уравнение (22)	2 балла
Сделан вывод уравнения (24)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов

3. Угловой размер Солнца (9 балов). В июне высота Солнца над поверхностью Земли в Санкт-Петербурге составляет $\varphi = 53{,}4°$. Угловой размер Солнца $\beta = 9{,}3 \cdot 10^{-3}$ рад. От маленьких отверстий в листьях березы высотой H=20 м образуются светлые пятна в виде эллипсов. Оцените величину самых больших эллипсов, т.е. величины большой и малой полуосей эллипса.

Решение:

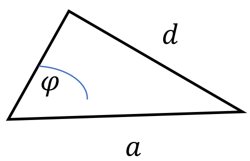


Отверстия в листьях играют роль камеры-обскуры. Эллипсы на поверхности образуются из-за проекции солнечного круга диаметра d на землю.



Расстояние от вершины дерева до круглого пятна

$$r = \frac{H}{\sin\varphi}. \tag{24}$$



Диаметр светового круга, он же равен меньшей полуоси пятна с одной стороны, с учетом малости угла равен:

$$d = 2r\,\mathrm{tg}\frac{\beta}{2} \approx r\beta = \frac{H}{\sin\varphi}\beta = 0{,}232 \text{ м} \tag{25}$$

С другой стороны:

$$d = a\sin\varphi \tag{26}$$

Получаем большую полуось:

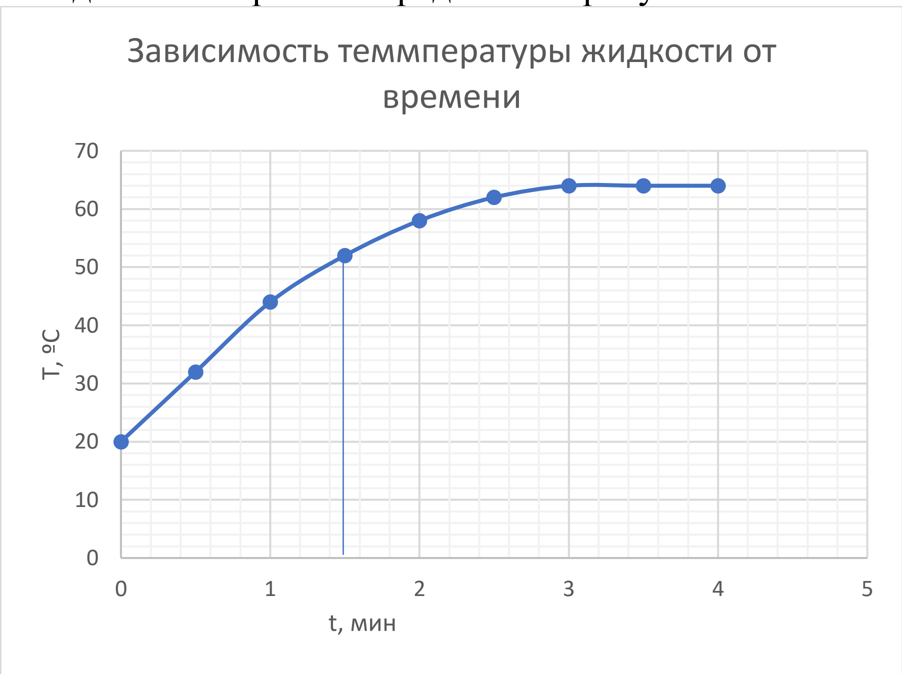
$$a = \frac{d}{\sin\varphi}. \tag{27}$$

Отсюда:

$$a = 0{,}289 \text{ м}. \qquad (28)$$

Критерий	Баллы
Сделан рисунок образования эллипсов	3 балла
Записано уравнение 24	1 балл
Уравнение 25	1 балл
Уравнение 26	1 балл
Получена формула 27	2 балла
Получены значения, по 0,5 балла за каждое	1 балл
Итого	9 баллов

4. Жидкость в стакане (25 баллов). В стакане на плитке греется жидкость. Мощность плитки составляет $P_0 = 1000$ Вт. График зависимости температуры жидкости от времени представлен рисунке.



Определите для момента времени t= 1,5 мин долю потери энергии. А также рассчитайте массу жидкости, если у дельная теплоёмкость составляет 4200 Дж/(кг·град). Теплоёмкостью сосуда пренебречь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$P_{\Delta} t = Cm\Delta T + \alpha(T - T_0)\Delta t, \qquad (29)$$

где $P_{\Delta} t$ – подводимая энергия для нагрева,

$Cm\Delta T$- количество теплоты, идущее на нагрев жидкости,

$\alpha(T-T_0)\Delta t$- потери энергии.

Угловой коэффициент графика $k=\frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева:

$$P_H = cm\frac{\Delta T}{\Delta t} = cm\,k \qquad (30)$$

Поскольку на начальном этапе потери не существенны, то график линейный. В этот момент времени угловой коэффициент равен:

$$k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_0 = \frac{40}{1{,}5} \text{ град/мин.} \qquad (31)$$

В момент времени t=2 минуты угловой коэффициент равен:

$$\text{графика } k_1 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_{1{,}5} = \frac{40}{2{,}8} = 8 \text{ град/мин.} \qquad (32)$$

Отношение мощностей, идущих на нагрев в начальный момент времени и в момент времени момент времени t=2 минуты равно:

$$\frac{\text{P}_0}{\text{P}_1} = \frac{k_0}{k_1} = \frac{40*2{,}8}{1{,}5*40} = \frac{28}{15} \qquad (33)$$

$$\text{P}_1 = \frac{15}{28}.$$

Значит мощность потерь в этот момент времени составляет:

$$\text{P}_\text{п} = \text{P}_0 - \text{P}_1 = \frac{13}{28}\text{P}_0 \qquad (34)$$

Доля потери β=13/28=0,46

Найдем массу жидкости, предварительно переведя начальный коэффициент

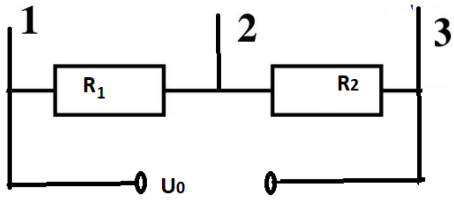
$$\text{в } k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_0 = \frac{40}{90} \text{ град/секунду}$$

$$m = \frac{P_0}{\text{c}\,k_0} = 0{,}536 \text{ кг} \qquad (35)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение теплового баланса (29)	2 балла
В уравнении (29) описан каждый член	3 балла (по 1 баллу за каждый комментарий)
На графике указаны касательные в начальный момент времени и в момент времени 2 минуты	2 балла
Указано, Угловой коэффициент графика $k=\frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева	1 балл
Записана формула для мощности нагрева (30)	2 балла

Указано, что на начальном этапе потери не существенны, то график линейный	2 балла
Показано как найти угловой коэффициент $k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right\|_0$	1 балл
Найдено значение k_0	1 балл
Показано как найти угловой коэффициент $k_1 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right\|_2$	1 балл
Найдено значение k_1	1 балл
Записано уравнение (33)	2 балла
Найдена доля потерь в момент 2 минуты	3 балла
Коэффициент k_0 переведен в град/с	1 балл
Записана формула для расчета массы (35)	2 балла
Обоснованно Найдено значение массы	1 балл
Итого	25 баллов

5. Бельчонок и вольтметр (29 баллов). У бельчонка сломался вольтметр. «Не беда» - подумал он и сделал его из амперметра и последовательно присоединённого к нему R=9 Ом. В качестве шкалы напряжений приклеил на прибор шкалу, равную произведение силы тока, текущего через амперметр на сопротивление R. Бельчонок решил проверить свой прибор, представленный на схеме. При подключении к контактам 1,2 и к контактам 2,3 прибор показал $U_{1,2} = U_{2,3}$, а при подключении к контактам 1, 3 $U_{1,3} = 54B$. Известно, что источник напряжения выдает $U_0 = 60$ В.

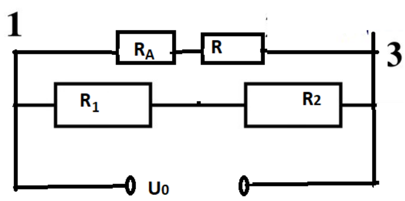


1) Определите сопротивление амперметра R_A и R_1 и R_2;
2) Что показывал прибор при подключении к контактам 1,2.

Решение:

Поскольку $U_{1,2}$и $U_{2,3}$ равны, то и $R_1 = R_2$.

Обозначим $U^{д}_{1,2}$ и $U^{д}_{1,3}$ как действительные напряжения при подключениях к контактам 1,2 и 1,3.



При подключении к контактам1,3 схема представлена на рисунке, действительное падение напряжения будет

$$U_{1,3}^{Д} = I'_A(R_A + R) = \frac{U_{1,3}}{R}(R_A + R) = U_{1,3}\left(1 + \frac{R_A}{R}\right) = U_0 \quad (36)$$

и оно же равно U_0.

Видно, что действительное напряжение $U_{1,3}^{Д}$ не равно тому, что показывает собственный вольтметр Бельчонка, т.к амперметр не идеальный.

Определим сопротивлением амперметра:

$$R_A = R\left(\frac{U_0}{U_{1,3}} - 1\right) = 1 \text{ Ом}. \quad (37)$$

Ток, бегущий по верхней ветке:

$$I'_A = \frac{U_{1,3}}{R} = 6 \text{ А} \quad (38)$$

Найдём полную силу тока, бегущую через всю цепь из соотношения:

$$\frac{I'_A}{I_{R_1}} = \frac{I'_A}{I_0 - I'_A} = \frac{R_A + R}{2R_1} \quad (39)$$

$$I_0 = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1\right)I'_A = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1\right)\frac{U_{1,3}}{R} \quad (40)$$

С другой стороны, полная сила тока между контактами через

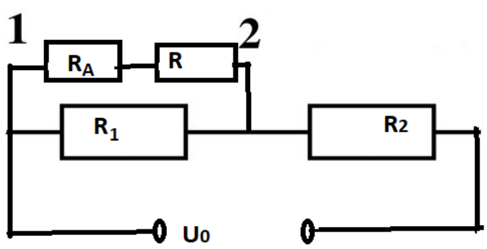
$$I_0 = \frac{U_0}{R_{1,3}} = \frac{U_0\,(2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} \quad (41)$$

$$\frac{U_0\,(2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{2R_1 + R_A + R}{R_A + R}\right)\frac{U_{1,3}}{R}$$

$$\frac{U_0}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{1}{R_A + R}\right)\frac{U_{1,3}}{R}$$

$$R_1 = \frac{U_0\,R(R_A + R)}{2U_{1,3}(R_A + R)} = 9 \text{ Ом} \quad (42)$$

С другой стороны



При подключении к контактам 1,2 (схема представлена на рисунке:

$$R_{1,2} = \frac{(R_A + R)R_1}{R_A + R + R_1} = 5{,}33 \text{ Ом} \quad (43)$$

Падение напряжения в этом случае:

$$U_{1,2}^{Д} = \frac{U_0 R_{1,2}}{R_{1,2} + R_1} = 20 \text{ В}. \quad (44)$$

С другой стороны, действительное напряжение будет равно

$$U_{1,2}^{Д} = I_A(R_A + R) = \frac{U_{1,2}}{R}(R_A + R)\,. \quad (45)$$

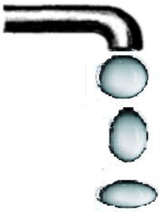
Видно, что

$$U_{1,2} = R\frac{U^{Д}_{1,2}}{(R_A+R)} = 18\ В \qquad (46)$$

Критерий	Баллы
Указано, что $R_1 = R_2$, так как и $U_{2,3} = U_{1,2}$	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,2	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,3	2 балла
Указано, что амперметр не идеальный, так как действительное напряжение и напряжение, показанное на вольтметре при подключении к контактам 1, 3 не равны	1 балл
Записано уравнение 36	2 балла
Записана формула 37	2 балла
Найдено значение сопротивления амперметра	2 балла
Записаны уравнения для поиска сопротивления R_1	6 баллов
Получена формула для расчета R_1	2 балла
Найдено значение R_1	1 балл
Выведена формула для расчета действительно напряжения $U^{Д}_{1,3}$	3 балла
Выведена формула для расчета того, что показывал вольтметр $U_{1,2}$	3 балла
Найдено значение $U_{1,2}$	1 балл
Итого	29 баллов

Физика. 9 класс. 4 вариант.

1. Капелька металла (19 баллов). Известно, что всякая система стремится



к минимуму энергии, поэтому даже малые деформации капли расплавленного металла, отрывающейся от эталонного отверстия, например, крана, приведут к тому, что силы поверхностного натяжения заставят каплю пульсировать. Для мелких капель влиянием g на циклическую частоту ω можно пренебречь по сравнению с влиянием сил поверхностного натяжения σ. Таким образом, считайте, что частота пульсации зависит от величины поверхностного натяжения расплавленного металла σ, радиуса капли r, плотности жидкости ρ. Оцените, как изменится частота пульсации капли металла при замене галия с $\sigma_1 = \frac{735\text{Н}}{\text{м}}$,

$\rho_1 = 6{,}095$ г / см^3 на ртуть с $\sigma_2 = 484$ Н/м, $\rho_2 = 13{,}6$ г / см^3. Радиус капель считайте одинаковыми.

Решение:

Запишем зависимость частоты пульсации как функцию $\omega = f(\sigma, \rho, r)$.

В нашем случае получаем:

$$\omega = A\sigma^{\alpha}\rho^{\beta}r^{\gamma} \tag{1}$$

Имеем четыре величины, имеющие следующие размерности:

$[\omega] =$с$^{-1}$;

$[\sigma] =$кг с$^{-2}$;

$[\rho] =$кг м$^{-3}$;

$[r] =$ м.

$$\text{с}^{-1} = (\text{кг} \cdot \text{с}^{-2})^{\alpha} \cdot (\text{кг} \cdot \text{м}^{-3})^{\beta} \cdot \text{м}^{\gamma} \tag{2}$$

Получаем систему уравнений:

$$-2\alpha = -1 \tag{3}$$

$$\alpha + \beta = 0 \tag{4}$$

$$-3\beta + \gamma = 0 \tag{5}$$

Решая совместно (3), (4), (5) получаем:

$$\alpha = 1/2 \tag{6}$$

$$\beta = -\alpha = -1/2 \tag{7}$$

$$\gamma = 3\beta = -3/2 \tag{8}$$

$$\omega = A\sigma^{1/2}\rho^{-1/2}r^{-\frac{3}{2}} = A\sqrt{\frac{\sigma}{\rho r^3}} \tag{9}$$

$$\text{В } \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{\sigma_2\rho_1}{\rho_2\sigma_1}} \tag{10}$$

Воспользовавшись уравнениями (9) и (10), получаем, что

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0{,}543 \tag{11}$$

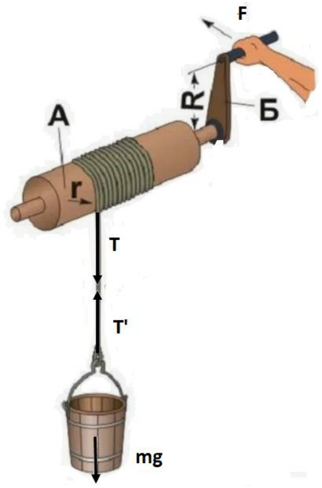
Критерий	Баллы
Записано уравнение (1)	1 балл
Записаны в явном или не явном виде размерности [ω], [σ] [ρ], [r]	2 балла По 0,5 балла за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Записана система уравнений (3), (4), (5)	3 балла По 1 за каждое уравнение
Найдены значения α, β, γ	3 балла По 1 баллу за каждое значение
Получена в явном виде формула (9)	4 балла
Записана отношения частот (10)	3 балл
Получен итоговый результат	1 балл
Итого:	19 баллов

2. Каникулы в деревне (18 баллов). Студент из СФУ ездил на каникулы к бабушке. У бабушки во дворе находится колодец глубиной H. Студент зачерпнул полное ведро и стал его поднимать. Но, к сожалению, в днище ведра была дырка и в момент подъёма ведра на поверхность земли в ведре осталось γ от первоначального объёма воды. Известно, что среднее усилие, которое прикладывал студент к рукояти F=15, 68 Н. Определите долю воды γ от первоначального объёма, если радиус рукояти R=0,6 м, радиус ворота r=0,1 м, масса ведра 1,2 кг, объём ведра 12 литров. Плотность воды 1000 кг/м^3. Массой веревки пренебречь. Ускорение свободного падения g=9,8 $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Решение:

Силы, приложенные к ведру T' и к вороту T, равны по третьему закону Ньютона:

$$T = T'. \tag{12}$$



По второму закону Ньютона:

$$(m_{вд} + m_в)g = T', \tag{13}$$

где $m_{вд}$ – масса ведра, $m_в$ масса воды, которая меняется с течением времени линейно от $m_{0в} = \rho V$ до

$$m_в = \frac{\gamma}{100\%} m_{0в} = \frac{\gamma}{100\%}\rho V\ . \tag{14}$$

В начальный момент времени масса ведра и воды

$$m_1 = (m_{вд} + \rho V), \tag{15}$$

в конце

$$m_2 = \left(m_{вд} + \frac{\gamma}{100\%}\rho V\right) \tag{16}$$

Работа по подъёму ведра с водой составляет:

$$A = \frac{m_1 + m_2}{2} gH = \left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gH. \tag{17}$$

Работа, которую совершает человек:

$$A = M\varphi = FR\frac{H}{\pi d} \cdot 2\pi = FR\frac{H}{r} \cdot \tag{18}$$

Тогда

$$\left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right) gH = FR\frac{H}{r} \tag{19}$$

Доля γ от первоначального объёма воды:

$$\gamma = \left(\left(\frac{FR}{gr} - m_{вд}\right)\frac{2}{\rho V} - 1\right)100\% \tag{20}$$

Подставим значения;

$$\gamma = 0{,}60 \tag{21}$$

Примечание; задачу можно решать и через моменты сил, предварительно усреднив силу натяжения каната, так как сила натяжения меняется линейно от начальной массы до конечной:

$$T_{ср} = \left(m_{вд} + \left(1 + \frac{\gamma}{100\%}\right)\frac{\rho V}{2}\right)g \quad (22)$$

Тогда по моментам сил:

$$FR = T_{ср}r. \quad (23)$$

$$\gamma = \left(\left(\frac{FR}{gr} - m_{вд}\right)\frac{2}{\rho V} - 1\right)100\% \quad (24)$$

В результате получим ту же формулу.

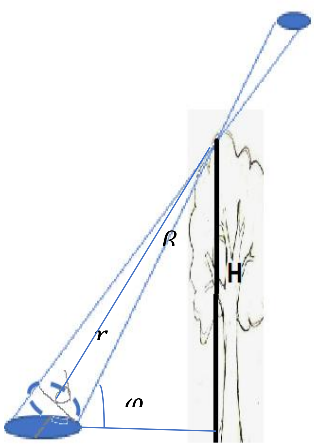
Критерий	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл
Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение (17)	3 балла
Записано уравнение (18)	3 балла
Сделан вывод уравнения (20)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов
2 способ	
Сделан рисунок с указанием всех сил	2 балла
Указано равенство сил, действующих на ведро и ворот колодца со стороны нити, (уравнение (12))	1 балл
Записан второй закон Ньютона для сил, действующих на ведро, уравнение (13)	1 балл

Записана масса воды через плотность и объём	1 балл
Записана масса воды в ведре в конце подъёма через начальную массу	1 балл
Записано уравнение (15)	1 балл
Записано уравнение (16)	1 балл
Записано уравнение для моментов сил (23)	1 балл
Указано в явном виде, что силу натяжения можно усреднить	3 балла
Записано уравнение (22)	2 балла
Сделан вывод уравнения (24)	3 балла
Получен результат	1 балл
Итого:	18 баллов

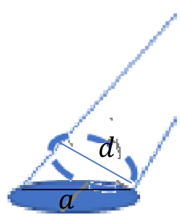
3. Угловой размер Солнца (9 балов). В жаркий солнечный день в Санкт-Петербурге от маленьких отверстий в листьях березы высотой H=20 м образуются светлые пятна в виде эллипсов, величина большой полуоси которых $a = 0{,}289$ м. Угловой размер Солнца $\beta = 9{,}3 \cdot 10^{-3}$ рад .

Определите угловую высоту φ Солнца над поверхностью Земли в Санкт-Петербурге, а также величину малой полуоси.

Решение:

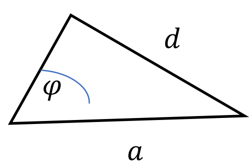


Отверстия в листьях играют роль камеры-обскуры. Эллипсы на поверхности образуются из-за проекции солнечного круга диаметра d на землю.



Расстояние от вершины дерева до круглого пятна

$$r = \frac{H}{\sin\varphi}. \qquad (24)$$



Диаметр светового круга, он же равен меньшей полуоси пятна с одной стороны, с учетом малости угла равен:

$$d = b = 2r\,\mathrm{tg}\frac{\beta}{2} \approx r\beta = \frac{H}{\sin\varphi}\beta \qquad (25)$$

С другой стороны:

$$d = a \sin\varphi \qquad (26)$$

Решая совместно (25) и (26) Получаем значение синуса угла φ:

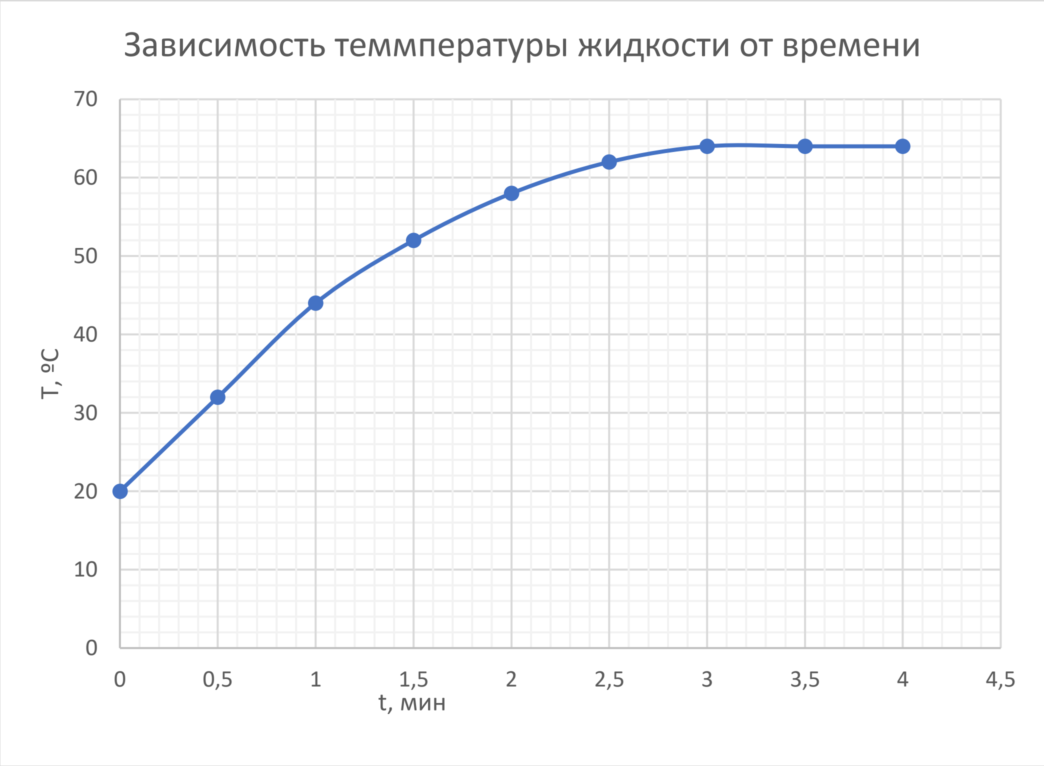
$$\sin\varphi = \sqrt{\frac{H\beta}{a}} = 0{,}8022, \quad \varphi = 53{,}34° \qquad (27)$$

Отсюда:

$$d = b = 0{,}231\text{м}. \qquad (28)$$

Критерий	Баллы
Сделан рисунок образования эллипсов	3 балла
Записано уравнение (24)	1 балл
Уравнение (25)	1 балл
Уравнение (26)	1 балл
Получена формула (27)	2 балла
Получены значения, по 0,5 балла за каждое	1 балл
Итого	9 баллов

4. Жидкость в стакане (25 баллов). В стакане на плитке греется жидкость. График зависимости температуры жидкости от времени представлен рисунке.



Определите для момента времени t= 2,0 мин долю потери энергии.

А также рассчитайте мощность плитки P_0 , если масса жидкости $m = 0{,}600$ кг , её удельная теплоёмкость составляет 4200 Дж/(кг·град). Теплоёмкостью сосуда пренебречь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса:

$$P_{\Delta}t = Cm\Delta T + \alpha(T - T_0)\Delta t, \qquad (29)$$

где $P_{\Delta}t$ – подводимая энергия для нагрева,

$Cm\Delta T$- количество теплоты, идущее на нагрев жидкости,

$\alpha(T - T_0)\Delta t$- потери энергии.

Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева:

$$P_H = cm\frac{\Delta T}{\Delta t} = cm\,k \qquad (30)$$

Поскольку на начальном этапе потери не существенны, то график линейный.

В этот момент времени угловой коэффициент равен:

$$k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_0 = \frac{40}{1{,}5} \text{ град/мин}=\frac{40}{90} \text{ град/секунду}. \qquad (31)$$

В момент времени t=2,0 минуты угловой коэффициент равен:

$$\text{графика}k_1 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right|_{2,0} = \frac{24}{3{,}1} = 7{,}74 \text{ град/мин}. \qquad (32)$$

Отношение мощностей, идущих на нагрев в начальный момент времени и в момент времени момент времени t=2 минуты равно:

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{k_0}{k_1} = \frac{40*3{,}1}{1{,}5*24} = \frac{15{,}5}{4{,}5} \qquad (33)$$

$$P_1 = \frac{9}{31}P_0 \,.$$

Значит мощность потерь в этот момент времени составляет:

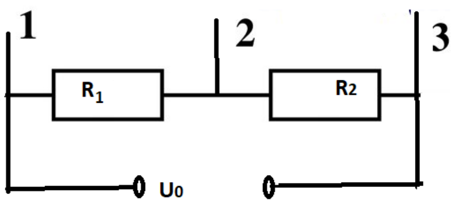
$$P_п = P_0 - P_1 = \frac{22}{31}P_0 \qquad (34)$$

Определим мощность плитки;

$$P_0 = c\,k_0 m = 1120\text{Вт} \qquad (35)$$

Критерий	Баллы
Записано уравнение теплового баланса (29)	2 балла
В уравнении (29) описан каждый член	3 балла (по 1 баллу за каждый комментарий)
На графике указаны касательные в начальный момент времени и в момент времени 2 минуты	2 балла
Указано, Угловой коэффициент графика $k = \frac{\Delta T}{\Delta t}$ пропорционален мощности нагрева	1 балл
Записана формула для мощности нагрева (30)	2 балла
Указано, что на начальном этапе потери не существенны, то график линейный	2 балла
Показано как найти угловой коэффициент $k_0 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right\|_0$	1 балл
Найдено значение k_0	1 балл
Показано как найти угловой коэффициент $k_1 = \left.\frac{\Delta T}{\Delta t}\right\|_2$	1 балл
Найдено значение k_1	1 балл
Записано уравнение (33)	2 балла
Найдена доля потерь в момент 2 минуты	3 балла
Коэффициент k_0 переведен в град/с	1 балл
Записана формула для мощности плитки (35)	2 балла
найдено значение мощности	1 балл
Итого	25 баллов

5. Бельчонок и вольтметр (29 баллов). У бельчонка сломался вольтметр.



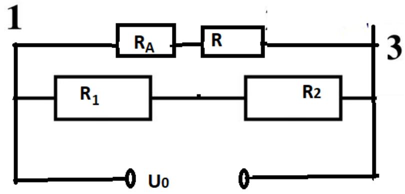
«Не беда» - подумал он и сделал его из амперметра и последовательно присоединённого к нему сопротивления R=18 Ом. В качестве шкалы напряжений приклеил на прибор шкалу, равную произведение силы тока, текущего через амперметр на сопротивление R. Бельчонок решил проверить свой прибор, представленный на схеме. При подключении к контактам 1,2 и к контактам 2,3 прибор показал $U_{1,2} = U_{2,3}$, а при подключении к контактам 1, 3 $U_{1,3} = 54В$. Известно, что источник напряжения выдает $U_0 = 60$ В.

1) Определите сопротивление амперметра R_A и R_1 и R_2;

2) Что показывал прибор при подключении к контактам 1, 2.

Решение:

Поскольку $U_{1,2}$ и $U_{2,3}$ равны, то и $R_1 = R_2$.



Обозначим $U^{д}_{1,2}$ и $U^{д}_{1,3}$ как действительные напряжения при подключениях к контактам 1,2 и 1,3.

При подключении к контактам1,3 схема представлена на рисунке, действительное падение напряжения будет

$$U^{д}_{1,3} = I'_A(R_A + R) = \frac{U_{1,3}}{R}(R_A + R) = U_{1,3}\left(1 + \frac{R_A}{R}\right) = U_0 \tag{36}$$

и оно же равно U_0.

Видно, что действительное напряжение $U^{д}_{1,3}$ не равно тому, что показывает собственный вольтметр Бельчонка, т.к амперметр не идеальный.

Определим сопротивлением амперметра:

$$R_A = R\left(\frac{U_0}{U_{1,3}} - 1\right) = 2\ \text{Ом}. \tag{37}$$

Ток, бегущий по верхней ветке:

$$I'_A = \frac{U_{1,3}}{R} = 3\ \text{А} \tag{38}$$

Найдём полную силу тока, бегущую через всю цепь из соотношения:

$$\frac{I'_A}{I_{R_1}} = \frac{I'_A}{I_0 - I'_A} = \frac{R_A + R}{2R_1} \tag{39}$$

$$I_0 = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1\right)I'_A = \left(\frac{2R_1}{R_A + R} + 1\right)\frac{U_{1,3}}{R} \tag{40}$$

С другой стороны, полная сила тока между контактами через

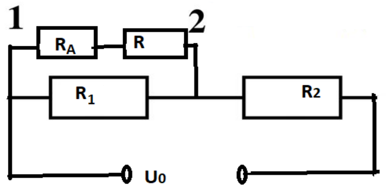
$$I_0 = \frac{U_0}{R_{1,3}} = \frac{U_0\ (2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} \tag{41}$$

$$\frac{U_0\ (2R_1 + R_A + R)}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{2R_1 + R_A + R}{R_A + R}\right)\frac{U_{1,3}}{R}$$

$$\frac{U_0}{2R_1(R_A + R)} = \left(\frac{1}{R_A + R}\right)\frac{U_{1,3}}{R}$$

$$R_1 = \frac{U_0\ R(R_A + R)}{2U_{1,3}(R_A + R)} = 10\ \text{Ом} \tag{42}$$

С другой стороны



При подключении к контактам 1,2 (схема представлена на рисунке):

$$R_{1,2} = \frac{(R_A+R)R_1}{R_A+R+R_1} = \frac{20}{3}\text{ Ом}. \qquad (43)$$

Падение напряжения в этом случае:

$$U^{Д}_{1,2} = \frac{U_0 R_{1,2}}{R_{1,2}+R_1} = 24\text{ В}. \qquad (44)$$

С другой стороны, действительное напряжение будет равно

$$U^{Д}_{1,2} = I_A(R_A + R) = \frac{U_{1,2}}{R}(R_A + R)\,. \qquad (45)$$

Видно, что напряжение, которое показывает вольтметр Бельчонка, равно

$$U_{1,2} = R\frac{U^{Д}_{1,2}}{(R_A+R)} = 21{,}6\text{ В} \qquad (46)$$

Критерий	Баллы
Указано, что $R_1 = R_2$, так как и $U_{2,3} = U_{1,2}$	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,2	2 балла
Нарисована схема для подсоединения собственного вольтметра к контактам 1,3	2 балла
Указано, что амперметр не идеальный, так как действительное напряжение и напряжение, показанное на вольтметре при подключении к контактам 1, 3 не равны	1 балл
Записано уравнение (36)	2 балла
Записана формула (37)	2 балла
Найдено значение сопротивления амперметра	2 балла
Записаны уравнения для поиска сопротивления R_1	6 баллов
Получена формула для расчета R_1	2 балла
Найдено значение R_1	1 балл
Выведена формула для расчета действительно напряжения $U^{Д}_{1,3}$	3 балла
Выведена формула для расчета того, что показывал вольтметр $U_{1,2}$	3 балла
Найдено значение $U_{1,2}$	1 балл
Итого	29 баллов

Физика. 10 класс. Вариант 1

1. Ещё немного и шаровая молния (22 балла). Из экспериментов известно, что при достаточно большой величине напряженности электрического поля E, перпендикулярного к свободной поверхности проводящей жидкости с коэффициентом поверхностного натяжения σ, плотностью ρ, последняя становится неустойчивой, и на ней образуется система выступов, с вершин которых начинается сброс избыточного поверхностного заряда с поверхностной плотностью σ_q в виде высокодисперсных сильно заряженных капелек радиуса r.

Оцените во сколько раз надо изменить величину напряженности электрического поле, чтобы радиус увеличился в два раза.

Известно, что сила поверхностного натяжения пропорциональна длине контура, ограничивающей поверхность: $F = \sigma L$.

Примечание: в конце, после того как получите формулу для радиуса, не забудьте, что величина поверхностной плотности индуцированного заряда пропорциональна напряженности внешнего поля.

Решение:

Предположительно радиус капелек зависит от величина поверхностной плотности индуцированного зарядаσ_q, от коэффициента поверхностного натяжения σ, плотности жидкости ρ, напряженности электрического поля**:**

$$r = f(\sigma_q, \sigma, \rho, E,)$$

$$r = A{\sigma_q}^{\alpha}\sigma^{\beta}\rho^{\gamma}\, E^{\delta} \qquad (1)$$

Размерности: поверхностная плотность заряда - $[\sigma_q] = \frac{А\cdot с}{м^2}$, напряженность электрического поля - $[E] = \frac{кг\cdot м}{с^3 А}$, коэффициент поверхностного натяжения - $[\sigma] = \frac{кг}{с^2}$, плотность - $[\rho] = \frac{кг}{м^3}$.

Воспользуемся методом размерностей:

$$м = \left(\frac{А\cdot с}{м^2}\right)^{\alpha}\left(\frac{кг}{с^2}\right)^{\beta}\left(\frac{кг}{м^3}\right)^{\gamma}\left(\frac{кг\cdot м}{с^3 А}\right)^{\delta}. \qquad (2)$$

Уравновесим коэффициент при одинаковых размерностях справа и слева формулы (2):

$$\left.\begin{aligned} 1&=-2\alpha - 3\gamma + \delta \\ 0&=\alpha - \delta \\ 0&=\alpha - 2\beta - 3\delta \\ 0&=\beta + \gamma + \delta \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Решая совместно систему уравнений, получаем, что

$$\delta = \alpha = -1;\quad \beta=1,\quad \gamma = 0 \qquad (4)$$

$$r = A\frac{\sigma}{\sigma_q E}. \qquad (5)$$

С учетом последнего замечания, что «величина поверхностной плотности индуцированного заряда пропорциональна напряженности внешнего поля» $E \sim \sigma_q$, получим:

$$\mathrm{r} = \mathrm{A}' \frac{\sigma}{\mathrm{E}^2}. \quad (6)$$

Для увеличения радиуса в два раза необходимо величину напряженности электрического поля уменьшить в 1.4 раза:

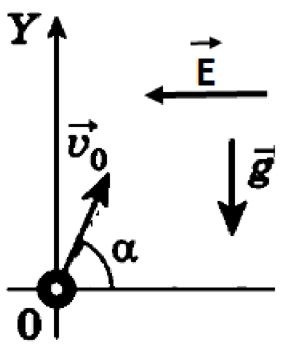
$$\frac{\mathrm{E}_1}{\mathrm{E}_2} = \sqrt{\frac{\mathrm{r}_2}{\mathrm{r}_1}} = \sqrt{2} = 1{,}4 \quad (7)$$

Ответ: напряженность поля необходимо уменьшить 1,4 раза.

Мы получили интересный результат, который говорит, что надо подумать, что ещё влияет на величину радиуса частицы, но об этом Вы подумаете самостоятельно!!!

Критерии	Баллы
Записано уравнение (1)	2 балла
Указаны размерности величин входящих в уравнение (1)	5 баллов, по 1 баллу за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Составлена система уравнений (3)	4 балла, по 1 баллу за каждое уравнение, входящее в систему
Получены коэффициенты (4)	4 балла, по 1 баллу за каждый степенной коэффициент
Получено обоснованно уравнение (5)	2 балла
Записано уравнение (6)	2 балла
Получено (7)	1 балл
Итого	22 балла

2. **Скрещенные поля (16 баллов)**. Положительно заряженная частица зарядом q и массой m движется в скрещённых гравитационном и электростатическом полях (смотри рисунок), так что в начальный момент времени направление между скоростью $v_0 = 20$м/с и горизонтом составляет $\alpha = 60^0$. Найдите максимальное отклонение по оси x от первоначального положения частицы при условии, что $\frac{qE}{m} = \frac{\sqrt{3}g}{3}$, где g − ускорение свободного падения.



Решение:

Запишем ускорение вдоль оси x:

$$a_x = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{\sqrt{3}g}{3} \quad (8)$$

Раз частица положительно заряженная, то она будет притормаживаться вдоль оси x, то есть вектор $\overrightarrow{a_x}$ направлен против оси x. Запишем кинематические уравнения движения:

$$\mathrm{x} = \mathrm{v_{0x}}t - \frac{\mathrm{a_x t^2}}{2} \quad (9)$$

$$\mathrm{v_x} = \mathrm{v_{0x}} - \mathrm{a_x t} \quad (10)$$

$$\mathrm{y} = \mathrm{v_{0y}}t - \frac{\mathrm{gt^2}}{2}. \quad (11)$$

$$\mathrm{v_y} = \mathrm{v_{0y}} - \mathrm{gt}. \quad (12)$$

В момент падения на землю координата частицы по оси У равна нулю, из этого условия найдем время полёта $\mathrm{t_1}$:

$$\mathrm{y} = \mathrm{v_{0y}}t - \frac{\mathrm{gt^2}}{2} = 0 \quad (13)$$

$$\mathrm{t_1} = \frac{2\mathrm{v_{0y}}}{\mathrm{g}} \quad (14).$$

Возможно, что максимальное отклонение от начального положения это $\Delta x_{max1} = |x_1 - 0|$, где $\mathrm{x_1}$ –максимальная дальность полета равна:

$$\mathrm{x_1} = \frac{2\mathrm{v_{0y}v_{0x}}}{\mathrm{g}} - \frac{\mathrm{a_x}}{2}\left(\frac{2\mathrm{v_{0y}}}{\mathrm{g}}\right)^2 = \frac{2}{\mathrm{g}}\left(\mathrm{v_{0y}}\right)^2\left(\mathrm{c}tg\alpha - \frac{\mathrm{a_x}}{\mathrm{g}}\right). \quad (15)$$

Либо максимальное отклонение это $\Delta x_{max2} = |x_2 - 0|$, где x_2 – координата в момент времени, когда тело меняет направление движения вдоль оси X. Тело поменяет направление полёта при условии $\mathrm{v_x} = 0$:

$$0 = \mathrm{v_{0x}} - \mathrm{a_x t_1} \quad (16)$$

Время полёта до изменения направления движения составит:

$$t_2 = \frac{v_{Ox}}{a_x} \quad (17)$$

Положение тела в этот момент времени будет:

$$\mathrm{x_2} = \frac{v_{0x}^2}{2a_x}. \quad (18)$$

Подсчитаем координату дальности полета и координату смены направления:

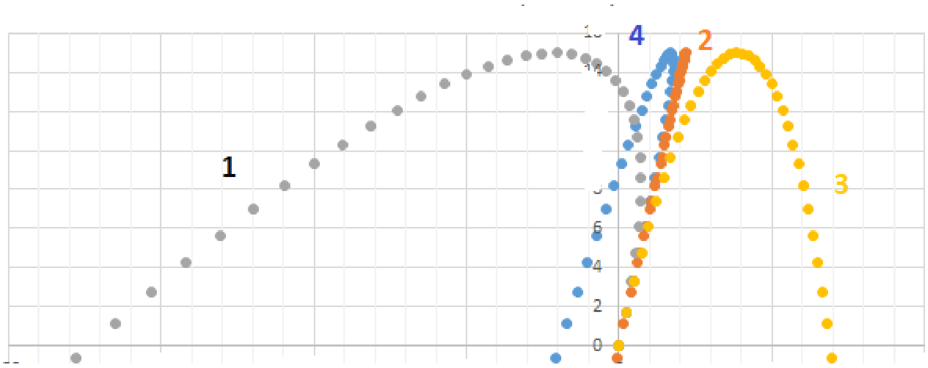
$$\mathrm{x_1} = \frac{2}{\mathrm{g}}\left(\mathrm{v_{0y}}\right)^2\left(\mathrm{c}tg\alpha - \frac{\sqrt{3}g}{3\mathrm{g}}\right) = 0 \text{ м} \quad (19)$$

$$|x_2 - 0| = 0 \text{ м}$$

$$\mathrm{x_2} = \frac{3v_{0x}^2}{2\sqrt{3}g} = \frac{3v_0^2\cos^2\alpha}{2\sqrt{3}g} = 8{,}8 \text{ м}. \quad (20)$$

Ответ: $\Delta x_{max2} = |x_2 - 0| = 8{,}8$м – максимальное отклонение

Примечание. В задаче возможны случаи, представленные на рисунке.



(23

Видно, что в зависимости от соотношения между ускорениями вдоль оси x и y координата дальности полёта может быть как положительная, так и отрицательная.

Критерии	Баллы
Указано соотношение 8	1 балл
Указано, что вектор $\overrightarrow{a_x}$ направлен против оси x.	1 балл
Записаны кинематические уравнения 9-11	4 уравнения, по 1 баллу за уравнение
Указано, что максимальное отклонение может быть в двух случаях	2 балла
Найдено время полёта частицы	1 балл
Найдена координата дальности полёта (15)	2 балла
Найдена координата смены направления частицы вдоль оси X (18)	2 балла
Получен численный результаты для двух случаев отклонения от начальной точки	2 балла
Выбран правильный результат	1 балл
Итого	16 баллов

3. Политропа (21 балл). Известно, что для политропических процессов справедливо уравнение $pV^n = \text{const}$. Определите работу одного моля идеального одноатомного газа при увеличении объёма в два раза, если n=2 и начальная температура составила $T_1 = 400$K.

Примечание: политропический процесс – это процесс с постоянной теплоёмкостью. Для него $n = \frac{C - Cp}{C - C_V}$ – показатель политропы, где $C -$ молярная теплоёмкость газа в процессе, Cp и $Cv -$ молярные теплоёмкости газа при постоянном давлении и объёме.

Решение:

Запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A, \tag{21}$$

где количество теплоты;

$$Q = \nu c \Delta T, \tag{22}$$

$$\Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1) \tag{23}$$

$$A = Q - \Delta U = \nu(C - C_V)\Delta T \tag{24}$$

Из показателя политропы выразим молярную теплоёмкость газа:

$$C = \frac{nC_V - Cp}{(n-1)} \tag{25}$$

Для одно атомного газа молярная теплоёмкость при постоянном объёме равна:

$$C_V = \frac{3}{2}R\,, \tag{26}$$

а молярная теплоёмкость при постоянном давлении:

$$C_P = \frac{5}{2}R \qquad \text{или } C_P = C_V + R \tag{27}$$

Тогда, молярная теплоёмкость газа будет:

$$C = \frac{2\frac{3}{2}R - \frac{5}{2}R}{(2-1)} = \frac{1}{2}R. \tag{28}$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$PV = \nu RT \tag{29}$$

выразим давление:

$$P = \frac{\nu RT}{V} \tag{30}$$

Подставим уравнение (30) в уравнение политропы $pV^n = \mathrm{const}$ и получим:

$$TV^{n-1} = \mathrm{const} \tag{31}$$

$$\text{Тогда } T_1 {V_1}^{n-1} = T_2 {V_2}^{n-1}.$$

Для случая n= 2

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} = 565{,}7 \text{ К}. \tag{32}$$

Найдём изменение температуры:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 165{,}7 \text{ К}. \tag{33}$$

Найдём формулу для расчета работы в данном процессе:

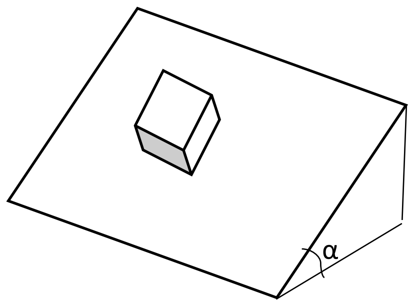
$$A = \nu\left(\frac{1}{2}R - \frac{3}{2}R\right)\Delta T = -\nu R \Delta T \tag{34}$$

Проведем расчет:

$$A = -8{,}31 * (165{,}7) = -1377 \text{ Дж.} \quad (35)$$

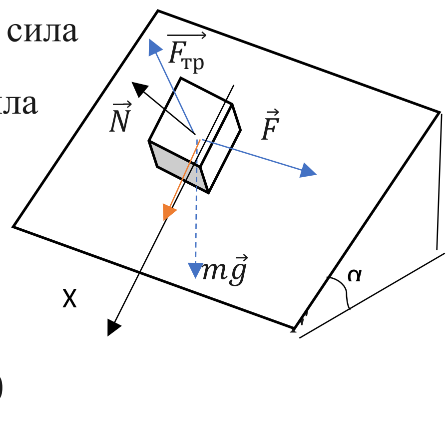
Критерии	Баллы
Записано первое начало термодинамики	1 балл
Записана формула (22)	1 балл
Записана формула (23)	1 балл
Выведена формула для расчета работы	1 балл
Найдена молярная теплоёмкость газа через n (25)	3 балла
Записаны формулы (26) и (27)	2 балла, по 1 баллу за формулу
Выражена молярная теплоёмкость через газовую постоянную (28)	3 балла
Получено уравнение (31)	4 балла
Найдена температура T_2	1 балл
Выведена формула для работы газа (34)	3 балла
Получен численный результат	1 балл
Итого	21 балл

4. Просто тело (14 баллов). Угол между плоскостью и горизонтом составляет $\alpha = 30°$. На ней расположено тело массой m=100 г. Определите с какой минимальной силой надо толкнуть тело параллельно полу, чтобы оно начало двигаться. Коэффициент трения равен $\mu = 0{,}5$.



Решение:

На тело действуют силы – сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\overrightarrow{F_{тр}}$, внешняя сила $\vec{F}$, реакция опоры $\vec{N}$.



Для того, чтобы тело сдвинулось необходимо,

$$\left|\overrightarrow{F_{тр}}\right| \le \left|\vec{F} + (m\vec{g})_x\right| \quad (36)$$

Красным на рисунке обозначена проекция силы тяжести на плоскость, то есть на ость X.

Красным на рисунке обозначена проекция силы тяжести на плоскость, то есть на ость X.

Минимальная сила будет при $F_{\text{Тр}}^2 = {(m\vec{g})_x}^2 + F_{\min}^2$. Минимальная сила будет равна:

$$F_{\min} = \sqrt{{(m\vec{g})_x}^2 - F_{\text{Тр}}^2}. \tag{37}$$

Модуль проекции силы тяжести на ось X равен:

$$|(m\vec{g})_x| = mg\sin\alpha. \tag{38}$$

Модуль силы нормальной реакции, действующей на тело равен:

$$N = mg\cos\alpha. \tag{39}$$

Модуль силы трения:

$$F_{\text{Тр}} = \mu N = \mu mg\cos\alpha. \tag{40}$$

Минимальная сила, с которой надо толкнуть тело равно:

$$F_{\min} = \sqrt{(mg\sin\alpha)^2 - (\mu mg\cos\alpha.)^2} = mg\sqrt{(\sin\alpha)^2 - (\mu\cos\alpha.)^2} \tag{41}$$

$$F_{\min} = 0{,}100 * 9{,}8\sqrt{(\sin 30)^2 - (0{,}5\cos 30)^2} = 0{,}245\ \text{Н}$$

Критерии	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	4 балла
Записано соотношение (36) в виде формулы или словесно	2 балла
Получено выражение для минимальной силы тяжести (37)	2 балла
Записаны уравнения (38)-(40)	3 балла, по 1 баллу за силу
Получена формула (41)	2 балла
Получен результат численный	1 балл
Итого	14 баллов

5. Тяжёлый пружинный маятник (27 баллов). Пружина $m_0 = 40$ г имеет $n_0 = 50$ витков. На графике 1 представлена зависимость длины 10 витков от количества витков, находящихся под ними. Для этой пружины была исследована зависимость периода колебаний пружина от количества витков в ней. В таблице приведены усреднённые данные.

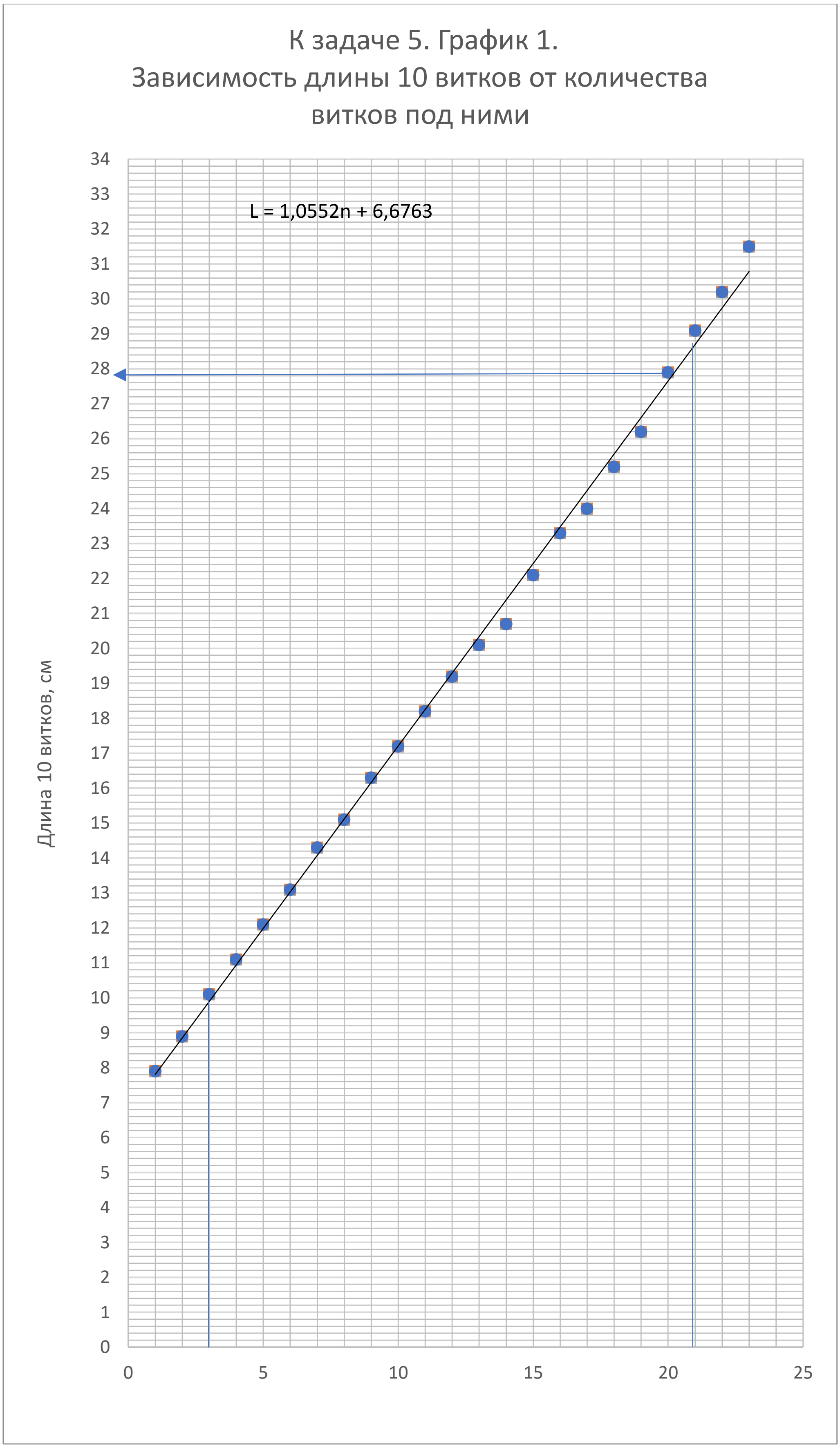
n	T, с
12	0,506
15	0,605
19	0,739
24	0,929
31	1,220
35	1,401

1. Определите жесткость одного витка k_0.
2. Запишите формулу для расчета жесткости k пружины, содержащей n витков
3. Определите жесткость всей пружины $k_{общ}$

Для решения задачи проведите все необходимые построения на графике (его необходимо **сдать на проверку**, открепив от заданий).

Для построения графика зависимости периода колебаний пружины от числа витков вам дан лист миллиметровой бумаги (последний лист в комплекте заданий, его необходимо **сдать на проверку**, открепив от заданий).

Решение:


К задаче 5. График 1.
Зависимость длины 10 витков от количества
витков под ними
L = 1,0552n + 6,6763
Длина 10 витков, см
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
0
5
10
15
20
25

Масса n витков пружины равна:

$$m = \frac{m_0}{n_0} \cdot n = \gamma n. \quad (42)$$

Запишем закон Гука для исследуемых 10 витков в зависимости от числа витков под ним для двух состояний, при этом к этим 10 виткам можно относиться как к идеальной пружине:

$$k_{10}\left(l_{n_1} - l_0\right) = \gamma n_1 g \quad (43)$$

$$k_{10}\left(l_{n_2} - l_0\right) = \gamma n_2 g \quad (44)$$

Выразим из уравнений (43) и (44) коэффициент жесткости 10 витков:

$$k_{10} = \frac{n_2 - n_1}{l_{n_2} - l_{n_1}} \gamma g \quad (45)$$

Видно, что c= $\frac{n_2 - n_1}{l_{n_2} - l_{n_1}}$- это угловой коэффициент графика 1. Определим его по графику:

$$c = \frac{n_2 - n_1}{l_{n_2} - l_{n_1}} = 106 \text{ м}^{-1}. \quad (46)$$

$$k_{10} = 106 \ \gamma g = 0{,}83 \ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}, \quad (47)$$

Жесткость одного витка будет в 10 раз больше:

$$k_0 = 10 k_{10} = 1060 \, \gamma g = 8{,}3 \ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \quad (48)$$

Период колебаний n витков:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (49)$$

Где масса $m = \gamma n$, а коэффициент жесткости обратно пропорционален числу витков n:

$$k = \alpha \frac{k_0}{n} \quad (50)$$

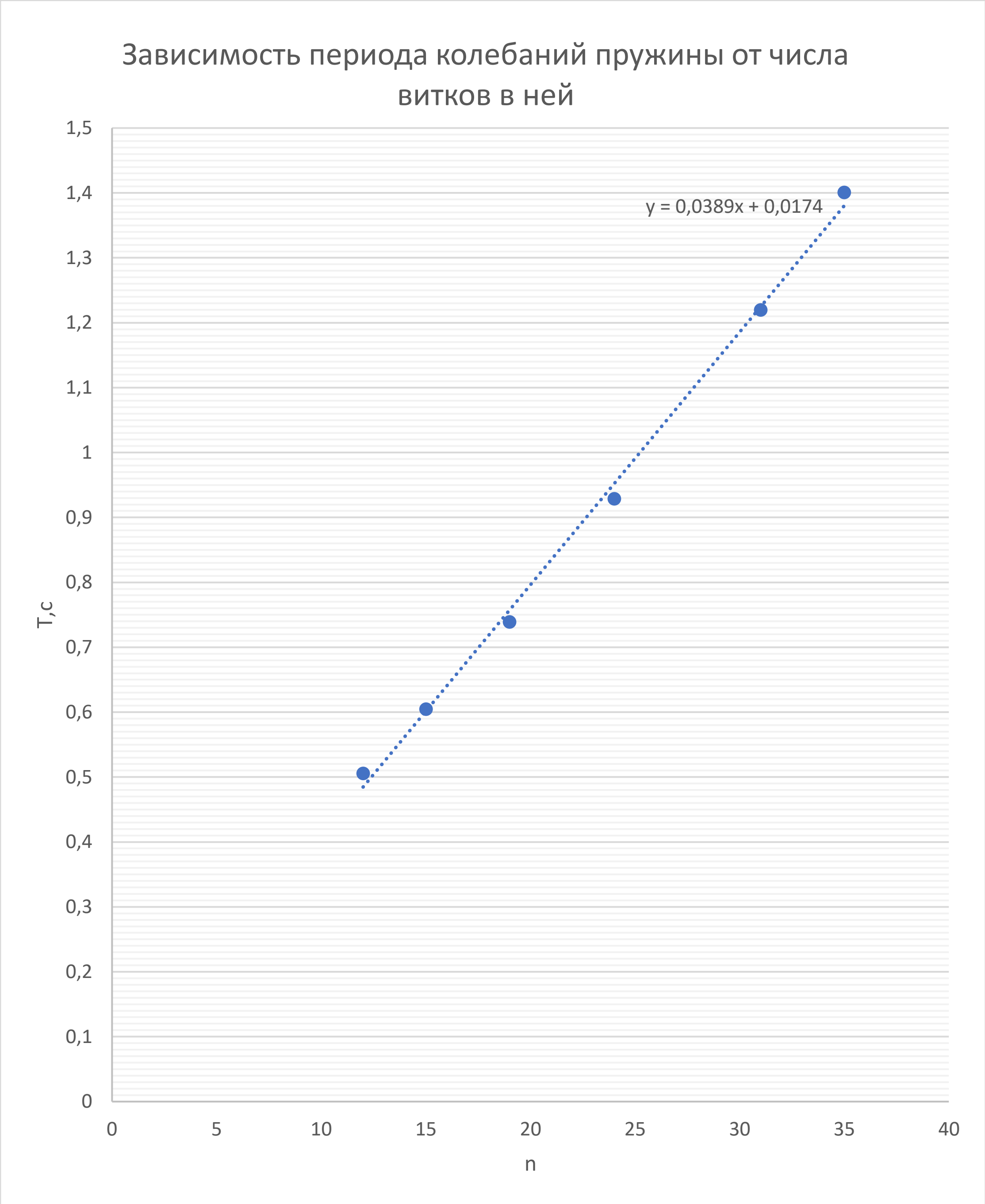
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma n^2}{k_0 \alpha}} = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{k_0 \alpha}} \cdot n. \quad (51)$$

Видно, что период зависит от числа витков линейно:

$$T = B \cdot n, \quad (52)$$

где $B = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{k_0 \alpha}} \cdot$

Построим график зависимости периода от числа витков.



Определим угловой коэффициент пропорциональности:

$$B = \frac{\Delta T}{\Delta n} = 0.04 \text{ с} \tag{53}$$

Найдём формулу для коэффициента пропорциональности

$$\alpha = \frac{4\pi^2\gamma}{k_0 B^2} \tag{54}$$

Формула для расчета жесткости n витков тяжелой пружины будет:

$$k = \frac{4\pi^2\gamma}{B^2 n} = \frac{4\pi^2 m_0}{B^2 \text{ n } n_0} = \frac{19719}{n}, \frac{\text{г}}{\text{с}^2} = \frac{19{,}7}{n} \ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \tag{55}$$

Жесткость всех витков равна:

$$k_{\text{общ}} = \frac{19{,}7}{n_0} = 0.394 \ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \tag{56}$$

Второй способ:

Определяем период 50 витков. Из формулы (48) выражаем жесткость.

$$k = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m\left(\frac{2\pi}{B \cdot n_0}\right)^2 = 0{,}394\ \frac{кг}{с^2}$$

Критерии	баллы
На графике 1 проведена оптимальная прямая для определения углового коэффициента	2 балла
Для определения углового коэффициент на прямой взяты две точки на графике	2 балла
Получен численный результат в пределах 10% В пределах 20%	2 балла 1 балл
Получена формула для жесткости одного витка	2 балла
Записана формула для периода колебаний пружинного маятника	1 балл
Указано, что коэффициент жесткости обратно пропорционален числу витков n - $k = \alpha\frac{k_0}{n}$.	3 балла
Получена формула (51)	2 балла
Построен график T=f(n) 1) Равномерные оси – по 0, 5 балла на ось – 1 балл 2) Указана ед. измерения периода – 1 3) Построен график - 2 4) Построена оптимальная прямая - 1 5) На прямой указаны две точки по которым определялся угловой коэффициент -2 6) Определен правильно угловой коэффициент - 1	8 баллов
Найдена формула для коэффициента пропорциональности (54)	2 балла
Найдена формула для расчета коэффициента жесткости любого числа витков	2 балла

Получен численный результат для всех витков	1 балл
Итого	27 баллов
Второй способ: Определяем период 50 витков. заменяет только последний пункт в первом случае	1 балл
Примечание: если значения находятся в пределах 10% не снижать оценку. Если в пределах 10-20% - снимать два балла Если больше, то значения не засчитывать	

Физика. 10 класс. Вариант 2

1. Ещё немного и шаровая молния (22 балла). Из экспериментов известно, что при достаточно большой величине напряженности электрического поля E, перпендикулярного к свободной поверхности проводящей жидкости с коэффициентом поверхностного натяжения σ, плотностью ρ, последняя становится неустойчивой, и на ней образуется система выступов, с вершин которых начинается сброс избыточного поверхностного заряда с поверхностной плотностью σ_q в виде высокодисперсных сильно заряженных капелек радиуса r.

Оцените во сколько раз изменится радиус капель, если взять жидкость с коэффициентом поверхностного натяжения $\sigma_2 = 1{,}2\sigma_1$, а величину напряженности поля не изменять.

Известно, что сила поверхностного натяжения пропорциональна длине контура, ограничивающей поверхность: $F = \sigma L$.

Примечание: в конце, после того как получите формулу для радиуса, не забудьте, что величина поверхностной плотности индуцированного заряда пропорциональна напряженности внешнего поля.

Решение:

Предположительно радиус капелек зависит от величина поверхностной плотности индуцированного заряда σ_q, от коэффициента поверхностного натяжения σ, плотности жидкости ρ, напряженности электрического поля.

$$r = f(\sigma_q, \sigma, \rho, E,)$$

$$r = A\sigma_q{}^{\alpha}\sigma^{\beta}\rho^{\gamma}\, E^{\delta} \qquad (1)$$

Размерности: поверхностная плотность заряда - $[\sigma_q] = \frac{А\cdot с}{м^2}$; напряженность электрического поля - $[E] = \frac{кг\cdot м}{с^3 А}$; коэффициент поверхностного натяжения $[\sigma] = \frac{кг}{с^2}$, плотность $[\rho] = \frac{кг}{м^3}$; радиус $[r] = м$

Воспользуемся методом размерностей:

$$м = \left(\frac{А\cdot с}{м^2}\right)^{\alpha}\left(\frac{кг}{с^2}\right)^{\beta}\left(\frac{кг}{м^3}\right)^{\gamma}\left(\frac{кг\cdot м}{с^3 А}\right)^{\delta}. \qquad (2)$$

Уравновесим коэффициент при одинаковых размерностях с права и слева формулы ():

$$\left.\begin{aligned} 1&=-2\alpha - 3\gamma + \delta \\ 0&=\alpha - \delta \\ 0&=\alpha - 2\beta - 3\delta \\ 0&=\beta + \gamma + \delta \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Решая совместно систему уравнений, получаем, что

$$\delta = \alpha = -1; \quad \beta = 1, \quad \gamma = 0 \qquad (4)$$

$$r = A\frac{\sigma}{\sigma_q E}. \qquad (5)$$

С учетом последнего замечания, что «величина поверхностной плотности индуцированного заряда пропорциональна напряженности внешнего поля» $E \sim \sigma_q$, получим:

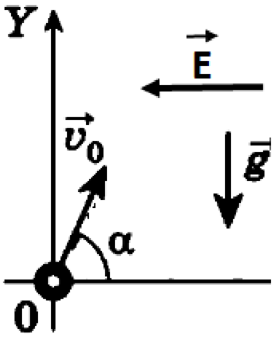
$$r = A'\frac{\sigma}{E^2}. \qquad (6)$$

Отношение радиусов равно:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1{,}2. \qquad (7)$$

Критерии	Баллы
Записано уравнение (1)	2 балла
Указаны размерности величин входящих в уравнение (1)	5 баллов, по 1 баллу за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Составлена система уравнений (3)	4 балла, по 1 баллу за каждое уравнение, входящее в систему
Получены коэффициенты (4)	4 балла, по 1 баллу за каждый степенной коэффициент
Получено обоснованно уравнение (5)	2 балла
Записано уравнение (6)	2 балла
Получено (7)	1 балл
Итого	22 балла

2. Скрещенные поля (16 баллов) Положительно заряженная частица зарядом q и массой m движется в скрещённых гравитационном и электростатическом полях (смотрите рисунок), так что в начальный момент времени направление между скоростью $v_0 = 30 м/с$ и горизонтом составляет $\alpha = 45^0$. Найдите максимальное отклонение по оси x от первоначального положения частицы при условии, что $\frac{qE}{m} = \frac{\sqrt{2}g}{3}$.



Решение:

Запишем ускорение вдоль оси x

$$a_x = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{\sqrt{2}g}{3} \quad (8)$$

Раз частица положительно заряженная, то она будет притормаживаться вдоль оси x, то есть вектор $\overrightarrow{a_x}$ направлен против оси x.

Запишем кинематические уравнения движения:

$$x = v_{0x}t - \frac{a_x t^2}{2} \quad (9)$$

$$v_x = v_{0x} - a_x t \quad (10)$$

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \quad (11)$$

$$v_y = v_{0y} - gt. \quad (12)$$

В момент падения на землю координата частицы по оси У равна нулю, из этого условия найдем время полёта t_1:

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = 0 \quad (13)$$

$$t_1 = \frac{2v_{0y}}{g}. \quad (14)$$

Максимальное отклонение от начального положения, это либо

$\Delta x_{max1} = |x_1 - 0|$, где x_1 координата дальности полёта:

$$x_1 = \frac{2v_{0y}v_{0x}}{g} - \frac{a_x}{2}\left(\frac{2v_{0y}}{g}\right)^2 = \frac{2}{g}\left(v_{0y}\right)^2\left(\text{ctg}\alpha - \frac{a_x}{g}\right). \quad (15)$$

Либо максимальное отклонение это $\Delta x_{max2} = |x_2 - 0|$, где x_2 – координата в момент времени, когда тело меняет направление движения вдоль оси X. Тело поменяет направление полёта при условии $v_x = 0$:

$$0 = v_{0x} - a_x t_1 \qquad (16)$$

Время полёта до изменения направления движения составит:

$$t_2 = \frac{v_{0x}}{a_x} \qquad (17)$$

Положение тела в этот момент времени будет:

$$x_2 = \frac{v_{0x}^2}{2a_x}. \qquad (18)$$

Подсчитаем дальность полета и координату смены направления:

$$x_1 = \frac{2}{g}(v_0^2 \sin\alpha)^2 \left(\mathrm{ctg}\alpha - \frac{\sqrt{2}g}{3g}\right) = 48{,}54 \text{ м} \qquad (19)$$

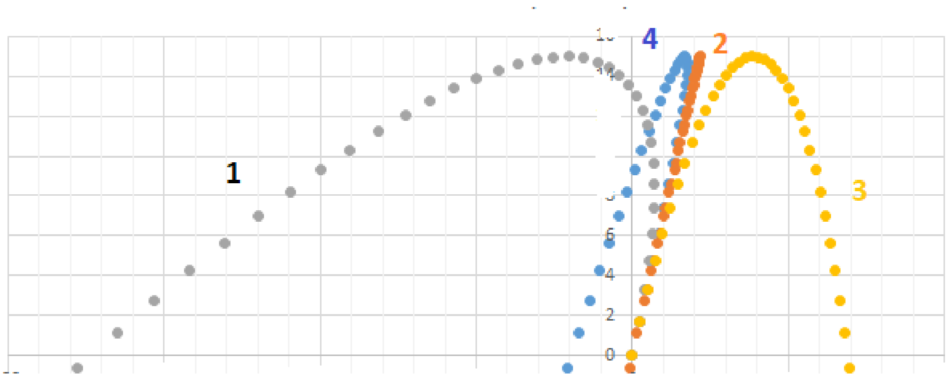
$$|x_2 - 0| = v_0^2 \cos^2\alpha \text{ м}$$

$$x_2 = \frac{3v_{0x}^2}{2\sqrt{2}g} = \frac{3v_0^2\cos^2\alpha}{2\sqrt{2}g} = \frac{3*900*0.5}{2*\sqrt{2}*9.8} = 48{,}70 \text{ м}. \qquad (20)$$

Ответ: $\Delta x_{max2} = |x_2 - 0| = 48{,}70$ м – максимальное отклонение

Примечание. В задаче возможны случаи, представленные на рисунке.

(23



Видно, что в зависимости от соотношения между ускорениями координата дальности полёта может быть как положительная, так и отрицательная.

Критерии	Баллы
Указано соотношение (8)	1 балл
Указано, что вектор $\vec{a_x}$ направлен против оси x.	1 балл
Записаны кинематические уравнения 9-11	4 уравнения, по 1 баллу за уравнение
Указано, что максимальное отклонение может быть в двух случаях	2 балла
Найдено время полёта частицы	1 балл
Найдена координата дальности полёта (15)	2 балла

Найдена координата смены направления частицы вдоль оси X (18)	2 балла
Получен численный результаты для двух случаев отклонения от начальной точки	2 балла
Выбран правильный результат	1 балл
Итого	16 баллов

3. Политропа (21 балл). Известно, что для политропических процессов справедливо уравнение $pV^n = \mathrm{const}$. Определите работу одного моля идеального одноатомного газа при увеличении объёма в два раза, если n=3 и начальная температура составила $T_1 = 600K$.

Примечание: политропический процесс – это процесс с постоянной теплоёмкостью. Для него $n = \frac{C-Cp}{C-C_V}$ – показатель политропы, где $C-$ молярная теплоёмкость газа в процессе, Cp и $Cv-$ молярные теплоёмкости газа при постоянном давлении и объёме.

Решение:

Запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A, \tag{21}$$

где

$$Q = \nu c\Delta T, \tag{22}$$

$$\Delta U = \nu C_V(T_2 - T_1) \tag{23}$$

$$A = Q - \Delta U = \nu(C - C_V)\Delta T \tag{24}$$

Из показателя политпропы выразим молярную теплоёмкость газа:

$$C = \frac{nC_V - Cp}{(n-1)} \tag{25}$$

Для одно атомного газа молярная теплоёмкость при постоянном объёме равна

$$C_V = \frac{3}{2}R\ , \tag{26}$$

а молярная теплоёмкость при постоянном давлении

$$C_P = \frac{5}{2}R \text{ или } \quad C_P = C_V + R \tag{27}$$

$$C = \frac{3\frac{3}{2}R - \frac{5}{2}R}{(3-1)} = R. \tag{28}$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$PV = \nu RT \quad (29)$$

Выразим давление

$$P = \frac{\nu RT}{V} \quad (30)$$

Подставим уравнение (30) в уравнение политропы $pV^n = const$

и получим:

$$TV^{n-1} = const \quad (31)$$

Тогда $T_1 {V_1}^{n-1} = T_2 {V_2}^{n-1}$.

Для случая n= 2

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 T_1 = 150 \text{ К}. \quad (32)$$

Найдём изменение температуры:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = -450 \text{ К}. \quad (33)$$

Найдём формулу для расчета работы в данном процессе:

$$A = \nu \left(R - \frac{3}{2} R\right) \Delta T = -\nu \frac{1}{2} R \Delta T \quad (34)$$

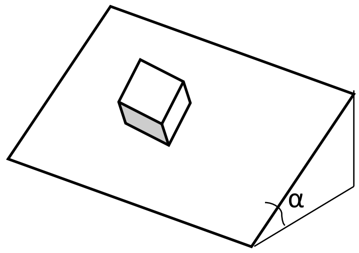
Проведем расчет:

$$A = -8{,}31 * \frac{1}{2} (-450) = 1869{,}75 \text{ Дж}. \quad (35)$$

Критерии	Баллы
Записано первое начало термодинамики	1 балл
Записана формула (22)	1 балл
Записана формула (23)	1 балл
Выведена формула для расчета работы	1 балл
Выражена молярная теплоёмкость газа через n: (25)	3 балла
Записаны формулы (26) и (27)	2 балла, по 1 баллу за формулу
Выражена молярная теплоёмкость через газовую постоянную (28)	3 балла
Получено уравнение (31)	4 балла

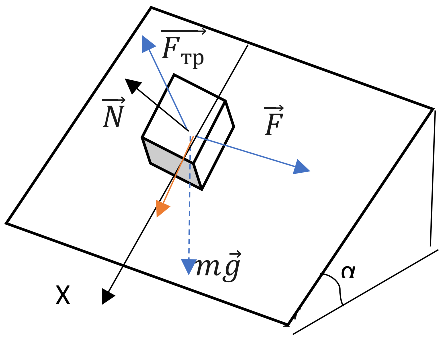
Найдена температура T_2	1 балл
Выведена формула для работы газа (34)	3 балла
Получен численный результат	1 балл
Итого	21 балл

4. Просто тело (14 баллов). Угол между плоскостью и горизонтом составляет $\alpha = 45°$. На ней расположено тело массой m=245 г. Определите с какой минимальной силой надо толкнуть тело, чтобы оно начало двигаться. Коэффициент трения равен $\mu = 0{,}75$



Решение:

На тело действуют силы – сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\overrightarrow{F_{тр}}$ и внешняя сила $\vec{F}$, реакция опоры $\vec{N}$



Для того, чтобы тело сдвинулось необходимо,

$$\left|\overrightarrow{F_{тр}}\right| \le \left|\vec{F} + (m\vec{g})_x\right| \tag{36}$$

Красным на рисунке обозначена проекция силы тяжести на плоскость, то есть на ость X.

Минимальная сила будет при $F_{Тр}^2 = {(m\vec{g})_x}^2 + F_{min}^2$.Минимальная сила будет равна:

$$F_{min} = \sqrt{{(m\vec{g})_x}^2 - F_{Тр}^2}. \tag{37}$$

Модуль проекции силы тяжести на ось X равен:

$$|(m\vec{g})_x| = mg\sin\alpha. \tag{38}$$

Модуль силы нормальной реакции, действующей на тело равен:

$$N = mg\cos\alpha. \tag{39}$$

Модуль силы трения:

$$F_{Тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha. \tag{40}$$

Минимальная сила, с которой надо толкнуть тело равно:

$$F_{min} = \sqrt{(mg\sin\alpha)^2 - (\mu mg\cos\alpha.)^2} = mg\sqrt{(\sin\alpha)^2 - (\mu\cos\alpha.)^2} \tag{41}$$

$F_{min} = 0{,}245 * 9{,}8\sqrt{(\sin 45)^2 - (0{,}75\cos 45)^2}$=1,123 Н

Критерии	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	4 балла
Записано соотношение (36) в виде формулы или словесно	2 балла
Получено выражение для минимальной силы тяжести (37)	2 балла
Записаны уравнения (38)-(40)	3 балла, по 1 баллу за силу
Получена формула (41)	2 балла
Получен результат численный	1 балл
Итого	14 баллов

5. Тяжёлый пружинный маятник (27 баллов). Пружина m_0 =80 г имеет n_0 =60 витков. На графике 1 представлена зависимость длины 10 витков от количества витков, находящихся под ними. Для этой пружины была исследована зависимость периода колебаний пружина от количества витков в ней. В таблице приведены усреднённые данные.

N	T, с
12	0,506
15	0,605
19	0,739
24	0,929
31	1,220
35	1,401

1. Определите жесткость одного витка k_0.

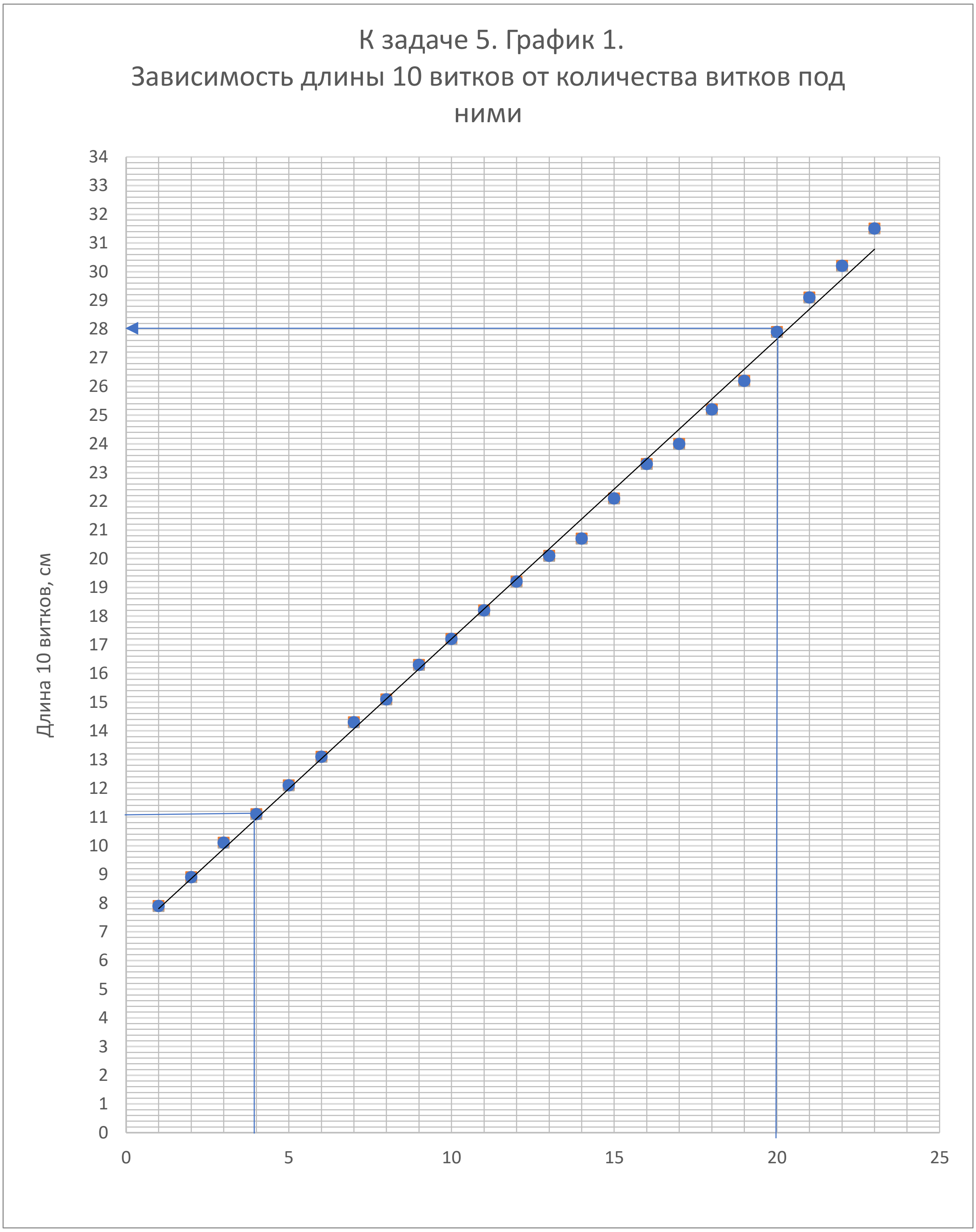
2. Запишите формулу для расчета жесткости k пружины, содержащей n витков

3. Определите жесткость всей пружины $k_{общ}$

Для решения задачи проведите все необходимые построения на графике (его необходимо **сдать на проверку**, открепив от заданий).

Для построения графика зависимости периода колебаний пружины от числа витков вам дан лист миллиметровой бумаги (последний лист в комплекте заданий, его необходимо **сдать на проверку**, открепив от заданий).

Решение:.



Масса n витков пружины равна:

$$m = \frac{m_0}{n_0} \cdot n = \gamma n. \qquad (42)$$

Запишем закон Гука для исследуемых 10 витков в зависимости от числа витков под ним для двух состояний, при этом к этим 10 виткам можно относиться как к идеальной пружине:

$$k_{10}\left(l_{n_1} - l_0\right) = \gamma n_1 g \qquad (43)$$

$$k_{10}\left(l_{n_2}-l_0\right)=\gamma n_2 g \qquad (44)$$

Выразим из уравнений () коэффициент жесткости 10 витков:

$$k_{10}=\frac{n_2-n_1}{l_{n_2}-l_{n_1}}\,\gamma g \qquad (45)$$

Видно, что c= $\frac{n_2-n_1}{l_{n_2}-l_{n_1}}$- это угловой коэффициент графика 1. Определим его по графику:

$$c=\frac{n_2-n_1}{l_{n_2}-l_{n_1}}=106\ \text{м}^{-1}. \qquad (46)$$

$$k_{10}=106\ \gamma g=1{,}38,\ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \qquad (47)$$

Жесткость одного витка будет в 10 раз больше:

$$k_0=10k_{10}=1060\,\gamma g=13{,}8\,,\frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \qquad (48)$$

Период колебаний n витков:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \qquad (49)$$

Где масса $m=\gamma n$, а коэффициент жесткости обратно пропорционален числу витков n:

$$k=\alpha\frac{k_0}{n}. \qquad (50)$$

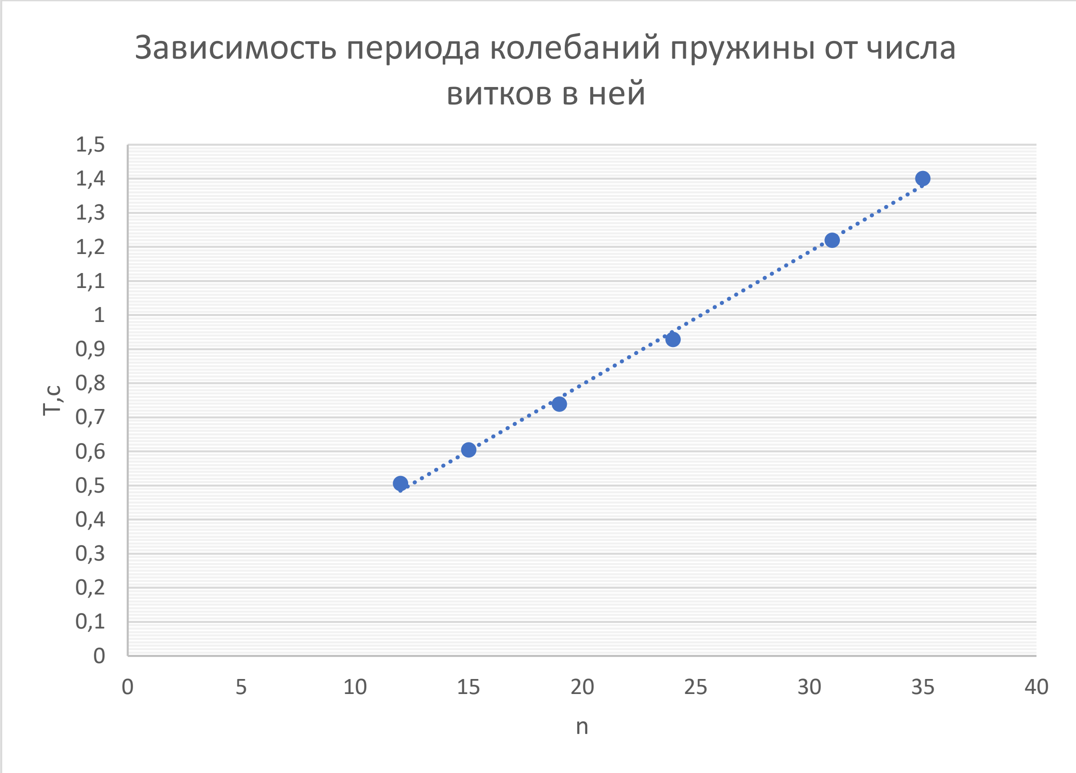
$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{\gamma n^2}{k_0\alpha}}=2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{k_0\alpha}}\cdot n. \qquad (51)$$

Видно, что период зависит от числа витков линейно:

$$T=B\cdot n, \qquad (52)$$

где $B=2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{k_0\alpha}}\cdot$

Построим график зависимости периода от числа витков.



Определим угловой коэффициент пропорциональности:

$$B = \frac{\Delta T}{\Delta n} = 0.04 \text{ с} \qquad (53)$$

Найдём формулу для коэффициента пропорциональности

$$\alpha = \frac{4\pi^2\gamma}{k_0 B^2} \qquad (54)$$

Формула для расчета жесткости n витков тяжелой пружины будет:

$$k = \frac{4\pi^2\gamma}{B^2 n} = \frac{4\pi^2 m_0}{B^2\ n\ n_0} = \frac{19719}{n}, \frac{\text{г}}{\text{с}^2} = \frac{32{,}87}{n}\ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \qquad (55)$$

Жесткость всех витков равна:

$$k_{\text{общ}} = \frac{32{,}87}{n_0} = 0.548\ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \qquad (56)$$

Второй способ:

Определяем период 50 витков T=2,40 с. Из формулы (48) выражаем жесткость.

$$k = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = m\left(\frac{2\pi}{B \cdot n_0}\right)^2 = 0{,}548\ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}$$

Критерии	Баллы
На графике 1 проведена оптимальная прямая для определения углового коэффициента	2 балла

Для Определения угловой коэффициент на прямой взяты две точки	2 балла
Получен численный результат в пределах 10% В пределах 20%	2 балла 1 балл
Получена формула для жесткости одного витка	2 балла
Записана формула для периода колебаний пружинного маятника	1 балл
Указано, что коэффициент жесткости обратно пропорционален числу витков n - $k = \alpha \frac{k_0}{n}$.	3 балла
Получена формула (51)	2 балла
Построен график T=f(n) 1) Равномерные оси – по 0, 5 балла на ось – 1 балл 2) Указана ед. измерения периода – 1 3) Построен график - 2 4) Построена оптимальная прямая - 1 5) На прямой указаны две точки по которым определялся угловой коэффициент -2 6) Определен правильно угловой коэффициент - 1	8 баллов
Найдена формула для коэффициента пропорциональности (54)	2 балла
Найдена формула для расчета коэффициента жесткости любого числа витков	2 балла
Получен численный результат для все витков	1 балл
Итого	27 баллов
Второй способ: Определяем период 50 витков. Заменяет только последний пункт в первом случае	1 балл
Примечание: Если значения находятся в пределах 10% не снижать оценку. Если в пределах 10-20% - снимать два балла Если больше, то значения не засчитывать	

Физика. 10 класс. Вариант 3

1. Ещё немного и шаровая молния (22 балла). Из экспериментов известно, что при достаточно большой величине напряженности электрического поля E, перпендикулярного к свободной поверхности проводящей жидкости с коэффициентом поверхностного натяжения σ, плотностью ρ, последняя становится неустойчивой, и на ней образуется система выступов, с вершин которых начинается сброс избыточного поверхностного заряда с поверхностной плотностью σ_q в виде высокодисперсных сильно заряженных капелек радиуса r.

Оцените во сколько раз изменится радиус капель, если известно, что поверхностная плотностью σ_q капель увеличилась в 1,5 раза.

Известно, что сила поверхностного натяжения пропорциональна длине контура, ограничивающей поверхность: $F = \sigma L$.

Примечание: в конце, после того как получите формулу для радиуса, не забудьте, что величина поверхностной плотности индуцированного заряда пропорциональна напряженности внешнего поля.

Решение:

Предположительно радиус капелек зависит от величина поверхностной плотности индуцированного заряда σ_q, от коэффициента поверхностного натяжения σ, плотности жидкости ρ, напряженности электрического поля**.**

$$r = f(\sigma_q, \sigma, \rho, E,)$$

$$r = A\sigma_q{}^{\alpha}\sigma^{\beta}\rho^{\gamma}\, E^{\delta} \qquad (1)$$

Размерности: поверхностная плотность заряда $-[\sigma_q] = \frac{А\cdot с}{м^2}$; напряженность электрического поля $-$ $[E] = \frac{кг\cdot м}{с^3 А}$; коэффициент поверхностного натяжения $-[\sigma] = \frac{кг}{с^2}$; плотность $-$ $[\rho] = \frac{кг}{м^3}$, радиуса $[r] = м$

Воспользуемся методом размерностей:

$$м = \left(\frac{А\cdot с}{м^2}\right)^{\alpha}\left(\frac{кг}{с^2}\right)^{\beta}\left(\frac{кг}{м^3}\right)^{\gamma}\left(\frac{кг\cdot м}{с^3 А}\right)^{\delta}. \qquad (2)$$

Уравновесим коэффициент при одинаковых размерностях с права и слева формулы ():

$$\left.\begin{aligned} 1&=-2\alpha - 3\gamma + \delta \\ 0&=\alpha - \delta \\ 0&=\alpha - 2\beta - 3\delta \\ 0&=\beta + \gamma + \delta \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Решая совместно систему уравнений, получаем, что

$$\delta = \alpha = -1; \quad \beta=1, \quad \gamma = 0 \tag{4}$$

$$r = A\frac{\sigma}{\sigma_q E}. \tag{5}$$

С учетом последнего замечания, что «величина поверхностной плотности индуцированного заряда пропорциональна напряженности внешнего поля» $E \sim \sigma_q$, получим:

$$r = A'\frac{\sigma}{{\sigma_q}^2}. \tag{6}$$

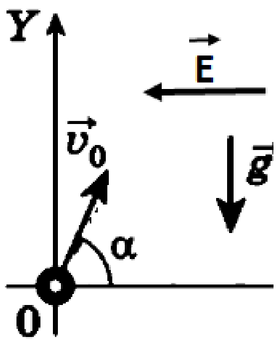
Отношение радиусов равно:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\sigma_{q_1}^2}{\sigma_{q_2}^2} = 0{,}44 \tag{7}$$

Мы получили интересный результат, который говорит, что надо подумать, что ещё влияет на величину радиуса частицы, но об этом Вы подумаете самостоятельно!!!

Критерии	Баллы
Записано уравнение (1)	2 балла
Указаны размерности величин входящих в уравнение (1)	5 баллов, по 1 баллу за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Составлена система уравнений (3)	4 балла, по 1 баллу за каждое уравнение, входящее в систему
Получены коэффициенты (4)	4 балла, по 1 баллу за каждый степенной коэффициент
Получено обоснованно уравнение (5)	2 балла
Записано уравнение (6)	2 балла
Получено (7)	1 балл
Итого	22 балла

2. Скрещенные поля (16 баллов). Положительно заряженная частица массой и зарядом движется в скрещённых гравитационном и электростатическом полях (смотри рисунок), так что в начальный момент времени направление между скоростью $v_0 = 40 м/с$ и горизонтом составляет $\alpha = 30^0$. Найдите максимальное отклонение по оси x от первоначального положения частицы при условии, что $\frac{qE}{m} = \frac{2g}{3}$.



Решение:

Запишем ускорение вдоль оси x

$$a_x = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{\sqrt{2}g}{3} \tag{8}$$

Раз частица положительно заряженная, то она будет притормаживаться вдоль оси x, то есть вектор $\overrightarrow{a_x}$ направлен против оси x.

Запишем кинематические уравнения движения:

$$\mathrm{x} = \mathrm{v}_{0\mathrm{x}}t - \frac{\mathrm{a_x t^2}}{2} \tag{9}$$

$$\mathrm{v_x} = \mathrm{v_{0x}} - \mathrm{a_x t} \tag{10}$$

$$\mathrm{y} = \mathrm{v}_{0\mathrm{y}}t - \frac{\mathrm{gt^2}}{2}. \tag{11}$$

$$\mathrm{v_y} = \mathrm{v_{0y}} - \mathrm{gt}. \tag{12}$$

В момент падения на землю координата частицы по оси У равна нулю, из этого условия найдем время полёта $\mathrm{t_1}$:

$$\mathrm{y} = \mathrm{v}_{0\mathrm{y}}t - \frac{\mathrm{gt^2}}{2} = 0 \tag{13}$$

$$\mathrm{t_1} = \frac{2\mathrm{v_{0y}}}{\mathrm{g}} \quad (14).$$

Максимальное отклонение от начального положения, это либо

$\Delta x_{max1} = |x_1 - 0|$ где $\mathrm{x_1}$максимальная дальность полета равно

$$\mathrm{x_1} = \frac{2\mathrm{v_{0y}v_{0x}}}{\mathrm{g}} - \frac{\mathrm{a_x}}{2}\left(\frac{2\mathrm{v_{0y}}}{\mathrm{g}}\right)^2 = \frac{2}{\mathrm{g}}\left(\mathrm{v_{0y}}\right)^2\left(\mathrm{c}tg\alpha - \frac{\mathrm{a_x}}{\mathrm{g}}\right). \tag{15}$$

Либо максимальное отклонение это $\Delta x_{max2} = |x_2 - 0|$, где x_2 – координата в момент времени, когда тело меняет направление движения вдоль оси X. Тело поменяет направление полёта при условии:

$$0 = \mathrm{v_{0x}} - \mathrm{a_x t_1} \tag{16}$$

Время полёта до изменения направления движения составит:

$$t_2 = \frac{v_{0x}}{a_x} \tag{17}$$

Положение тела в этот момент времени будет:

$$\mathrm{x_2} = \frac{v_{0x}^2}{2a_x}. \tag{18}$$

Подсчитаем дальность полета и координату смены направления:

$$\mathrm{x_1} = \frac{2}{\mathrm{g}}(v_0^2 \sin\alpha)^2\left(\mathrm{c}tg\alpha - \frac{2g}{3\mathrm{g}}\right) = 86{,}97 \text{ м} \tag{19}$$

$$\Delta x_{max1} = |x_1 - 0| = 86{,}97$$

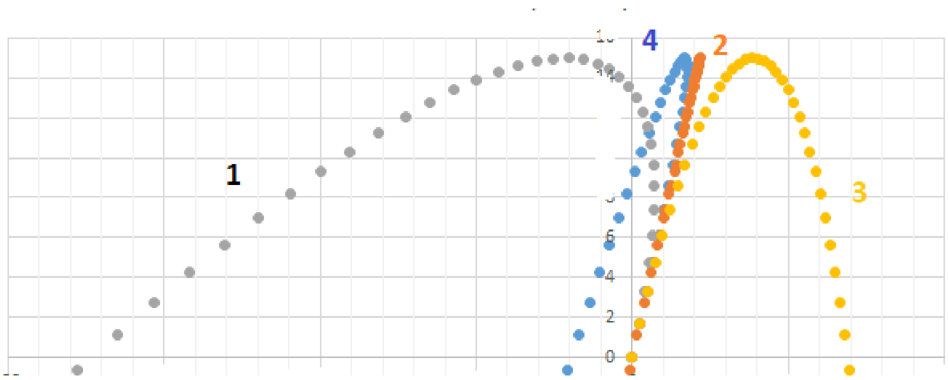
$$|x_2 - 0| = \mathrm{x}_2 = \frac{3v_0^2\cos^2\alpha}{4g}\ \text{м}$$

$$\mathrm{x}_2 = \frac{3v_{0x}^2}{2*2g} = \frac{3v_0^2\cos^2\alpha}{2*2g} = \frac{3*1600*0.75}{2*2*9.8} = 91{,}84\ \text{м}. \qquad (20)$$

Ответ: $\Delta \mathrm{x}_{\max 2} = |\mathrm{x}_2 - 0| = 91{,}84$ м – максимальное отклонение

Примечание. В задаче возможны случаи, представленные на рисунке.

(23



Видно, что в зависимости от соотношения между ускорениями координата дальности полёта может быть как положительная, так и отрицательная.

Критерии	Баллы
Указано соотношение 8	1 балл
Указано, что вектор $\overrightarrow{a_x}$ направлен против оси x.	1 балл
Записаны кинематические уравнения (9)-(11)	4 уравнения, по 1 баллу за уравнение
Указано, что максимальное отклонение может быть в двух случаях	2 балла
Найдено время полёта частицы	1 балл
Найдена координата дальности полёта (15)	2 балла
Найдена координата смены направления частицы вдоль оси X (18)	2 балла
Получен численный результаты для двух случаев отклонения от начальной точки	2 балла
Выбран правильный результат	1 балл
Итого	16 баллов

3. Политропа (21 балл). Известно, что для политропических процессов справедливо уравнение $pV^n = \mathrm{const}$. Определите работу одного моля идеального одноатомного газа при увеличении объёма в два раза, если n=1/2 и начальная температура составила $T_1 = 600K$.

Примечание: политропический процесс – это процесс с постоянной теплоёмкостью. Для него $n = \frac{C - Cp}{C - C_V}$ – показатель политропы, где $C -$ молярная теплоёмкость газа в процессе, Cp и $Cv -$ молярные теплоёмкости газа при постоянном давлении и объёме.

Решение:

Запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A, \tag{21}$$

где

$$Q = \nu c \Delta T, \tag{22}$$

$$\Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1) \tag{23}$$

$$A = Q - \Delta U = \nu (C - C_V) \Delta T \tag{24}$$

Из показателя политпропы выразим молярную теплоёмкость газа:

$$C = \frac{nC_V - Cp}{(n-1)} \tag{25}$$

Для одно атомного газа молярная теплоёмкость при постоянном объёме равна

$$C_V = \frac{3}{2} R\,, \tag{26}$$

а молярная теплоёмкость при постоянном давлении

$$C_P = \frac{5}{2} R. \tag{27}$$

$$C = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} R - \frac{5}{2} R}{(\frac{1}{2} - 1)} = \frac{7}{2} R. \tag{28}$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$PV = \nu RT \tag{29}$$

Выразим давление

$$P = \frac{\nu RT}{V} \tag{30}$$

Подставим уравнение (30) в уравнение политропы

$$pV^n = \mathrm{const}$$

и получим:

$$TV^{n-1} = \mathrm{const} \tag{31}$$

Тогда $T_1 V_1^{n-1} = T_2 V_2^{n-1}$.

Для случая n= 1/2

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1/2} T_1 = 848{,}5 \text{ К}. \qquad (32)$$

Найдём изменение температуры:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 248{,}5 \text{ К}. \qquad (33)$$

Найдём формулу для расчета работы в данном процессе:

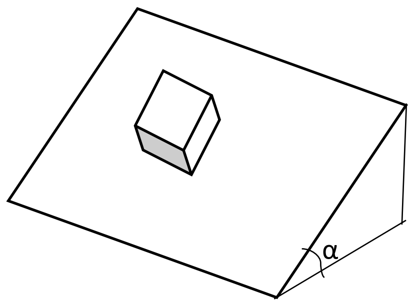
$$A = \nu\left(\frac{7}{2}R - \frac{3}{2}R\right)\Delta T = \nu 2R\Delta T \qquad (34)$$

Проведем расчет:

$$A = 8{,}31 * 2 * 248{,}5 = 4130{,}07 \text{ Дж}. \qquad (35)$$

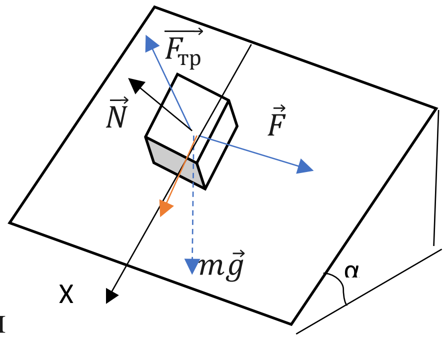
Критерии	Баллы
Записано первое начало термодинамики	1 балл
Записана формула (22)	1 балл
Записана формула (23)	1 балл
Выведена формула для расчета работы	1 балл
Выражена молярную теплоёмкость газа через n: (25)	3 балла
Записаны формулы (26) и (27)	2 балла, по 1 баллу за формулу
Выражена молярная теплоёмкость через газовую постоянную (28)	3 балла
Получено уравнение (31)	4 балла
Найдена температура T_2	1 балл
Выведена формула для работы газа (34)	3 балла
Получен численный результат	1 балл
Итого	21 балл

4. Просто тело (14 баллов). Угол между плоскостью и горизонтом составляет $\alpha = 30°$. На ней расположено тело массой m=500 г. Определите с какой минимальной силой надо толкнуть тело параллельно горизонтальной плоскости, чтобы оно начало двигаться. Коэффициент трения равен $\mu = 0{,}4$.



Решение:

На тело действуют силы – сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\overrightarrow{F_{тр}}$ и внешняя сила $\vec{F}$, реакция опоры $\vec{N}$.



Для того, чтобы тело сдвинулось необходимо, чтобы

$$\left|\overrightarrow{F_{тр}}\right| \le \left|\vec{F} + (m\vec{g})_x\right| \quad (36)$$

Красным на рисунке обозначена проекция силы тяжести на плоскость, то есть на ость X.

Минимальная сила будет при $F_{Тр}^2 = {(m\vec{g})_x}^2 + F_{min}^2$.Минимальная сила будет равна:

$$F_{min} = \sqrt{{(m\vec{g})_x}^2 - F_{Тр}^2}. \quad (37)$$

Модуль проекции силы тяжести на ось X равен:

$$|(m\vec{g})_x| = mgsin\alpha. \quad (38)$$

Модуль силы нормальной реакции, действующей на тело равен:

$$N = mgcos\alpha. \quad (39)$$

Модуль силы трения:

$$F_{Тр} = \mu N = \mu mgcos\alpha. \quad (40)$$

Минимальная сила, с которой надо толкнуть тело равно:

$$F_{min} = \sqrt{(mgsin\alpha)^2 - (\mu mgcos\alpha.)^2} = mg\sqrt{(sin\alpha)^2 - (\mu cos\alpha.)^2} \quad (41)$$

$$F_{min} = 0{,}500 * 9{,}8\sqrt{(sin30)^2 - (1{,}5cos30.)^2}=1{,}77\ Н$$

Критерии	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил	4 балла
Записано соотношение (36) в виде формулы или словесно	2 балла
Получено выражение для минимальной силы тяжести (37)	2 балла
Записаны уравнения (38)-(40)	3 балла, по 1 баллу за силу
Получена формула (41)	2 балла
Получен результат численный	1 балл
Итого	14 баллов

5. Тяжёлый пружинный маятник (27 баллов). Пружина $m_0 = 80$ г имеет $n_0 = 50$ витков. На графике 1 представлена зависимость длины 10 витков от количества витков, находящихся под ними. Для этой пружины была исследована зависимость периода колебаний пружина от количества витков в ней. В таблице приведены усреднённые данные.

n	*T, с*
0	*0*
12	*0,65*
15	*0,82*
18	*0,96*
21	*1,1*
24	*1,22*
35	*1,62*

1. Определите жесткость одного витка k_0.

2. Запишите формулу для расчета жесткости k пружины, содержащей n витков

3. Определите жесткость всей пружины $k_{общ}$

Для решения задачи проведите все необходимые построения на графике (его необходимо **сдать на проверку**, открепив от заданий).

Для построения графика зависимости периода колебаний пружины от числа витков вам дан лист миллиметровой бумаги (последний лист в комплекте заданий, его необходимо **сдать на проверку**, открепив от заданий).

Решение:

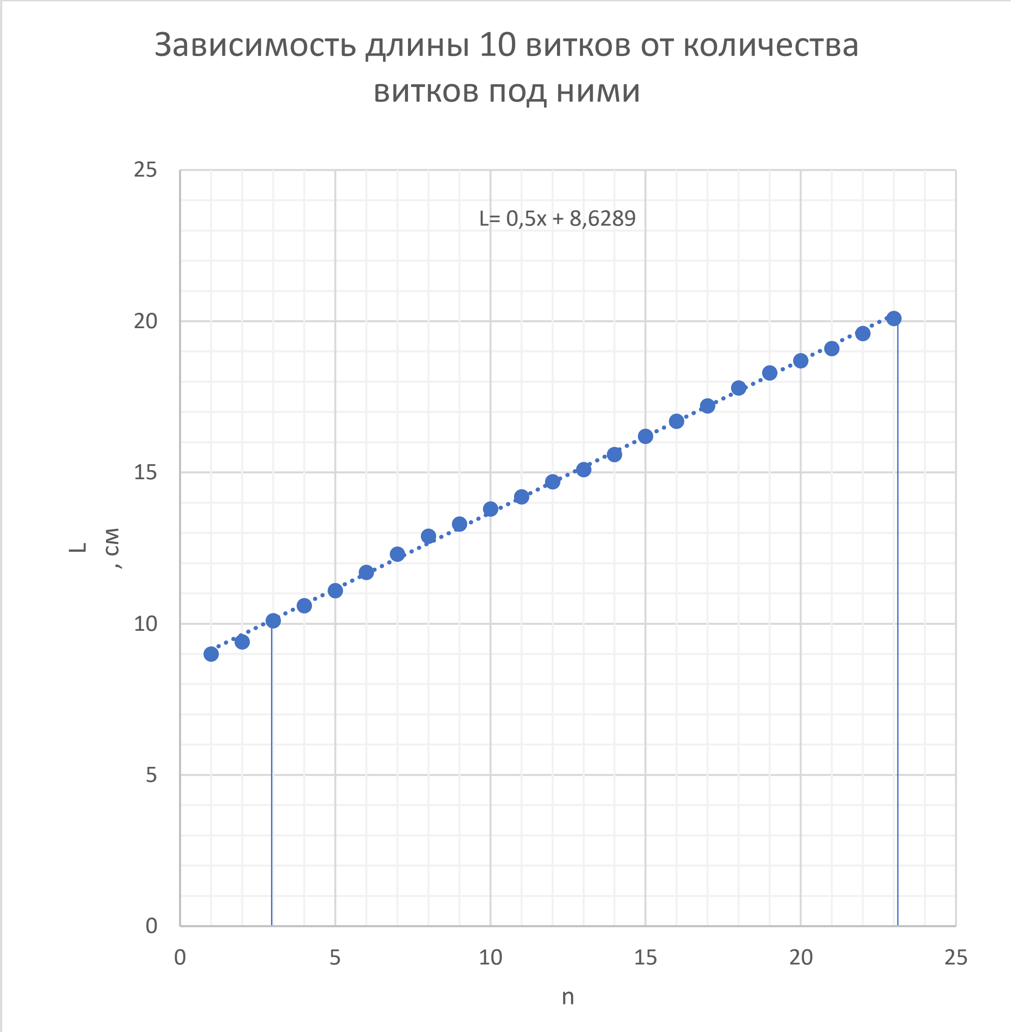
Масса n витков пружины равна:

$$m = \frac{m_0}{n_0} \cdot n = \gamma n. \quad (42)$$

Запишем закон Гука для исследуемых 10 витков в зависимости от числа витков под ним для двух состояний, при этом к этим 10 виткам можно относиться как к идеальной пружине:

$$k_{10}\left(l_{n_1} - l_0\right) = \gamma n_1 g \quad (43)$$

$$k_{10}\left(l_{n_2} - l_0\right) = \gamma n_2 g \quad (44)$$



Выразим из уравнений (43) и (44) коэффициент жесткости 10 витков:

$$k_{10} = \frac{n_2 - n_1}{l_{n_2} - l_{n_1}} \gamma g \tag{45}$$

Видно, что $c = \frac{n_2 - n_1}{l_{n_2} - l_{n_1}}$. Определим коэффициент С по графику «Зависимость длины 10 витков от количества витков под ними»:

$$c = \frac{n_2 - n_1}{l_{n_2} - l_{n_1}} = \frac{23 - 3}{0{,}20 - 0{,}10} = 200\ \text{м}^{-1}. \tag{46}$$

$$k_{10} = 200\,\gamma g = 3{,}14\,,\frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \tag{47}$$

Жесткость одного витка будет в 10 раз больше:

$$k_0 = 10k_{10} = 2000\ \gamma g = 31{,}4\,,\frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \tag{48}$$

Период колебаний п витков:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \tag{49}$$

Где масса n витков $m = \gamma n$, а коэффициент жесткости обратно пропорционален числу витков n:

$$k = \alpha \frac{k_0}{n}. \quad (50)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma n^2}{k_0 \alpha}} = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{k_0 \alpha}} \cdot n. \quad (51)$$

Видно, что период зависит от числа витков линейно:

$$T = B \cdot n, \quad (52)$$

где $B = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{k_0 \alpha}}$.

Построим график зависимости периода от числа витков.

Определим угловой коэффициент пропорциональности:

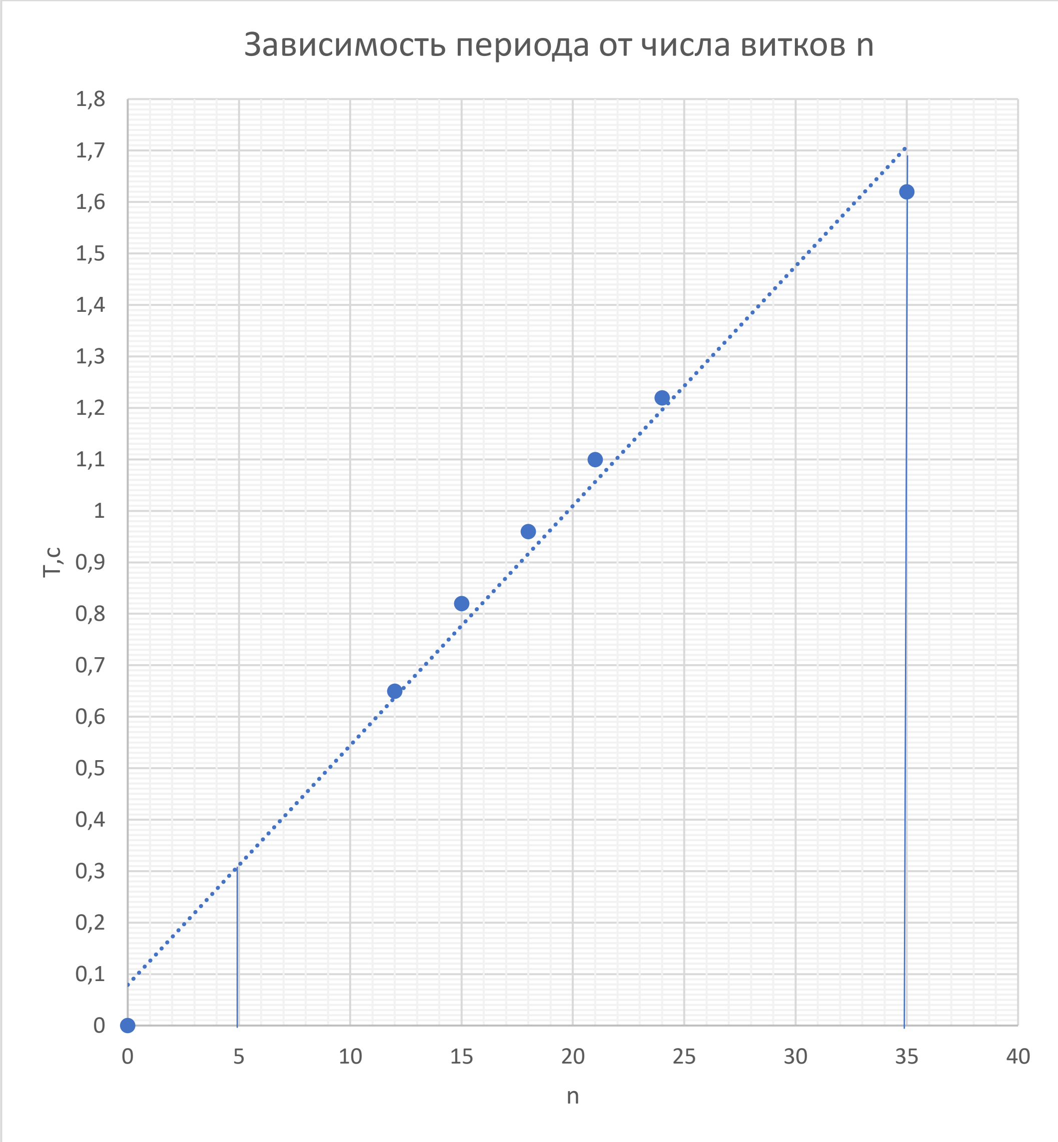
$$B = \frac{\Delta T}{\Delta n} = 0.047 \text{ с} \quad (53)$$

Найдём формулу для коэффициента пропорциональности

$$\alpha = \frac{4\pi^2\gamma}{k_0 B^2} \quad (54)$$

Формула для расчета жесткости n витков тяжелой пружины будет:

$$k = \frac{4\pi^2\gamma}{B^2 n} = \frac{4\pi^2 m_0}{B^2\ n\ n_0} = \frac{28{,}57}{n}, \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \quad (55)$$



Жесткость всех витков равна:

$$k_{общ} = \frac{28{,}57}{n_0} = 0.571\ \frac{кг}{с^2}. \tag{56}$$

Второй способ:

Определяем период 50 витков Т=2,35 с. Из формулы (48) выражаем жесткость.

$$k = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m\left(\frac{2\pi}{B \cdot n_0}\right)^2 = 0{,}571\ \frac{кг}{с^2}$$

Критерии	Баллы
На графике 1 проведена оптимальная прямая для определения углового коэффициента	2 балла
Для Определения угловой коэффициент на прямой взяты две точки	2 балла

Получен численный результат в пределах 10% В пределах 20%	2 балла 1 балл
Получена формула для жесткости одного витка	2 балла
Записана формула для периода колебаний пружинного маятника	1 балл
Указано, что коэффициент жесткости обратно пропорционален числу витков n - $k = \alpha\frac{k_0}{n}$.	3 балла
Получена формула (51)	2 балла
Построен график T=f(n) 1) Равномерные оси – по 0, 5 балла на ось – 1 балл 2) Указана ед. измерения периода – 1 3) Построен график - 2 4) Построена оптимальная прямая - 1 5) На прямой указаны две точки по которым определялся угловой коэффициент -2 6) Определен правильно угловой коэффициент - 1	8 баллов
Найдена формула для коэффициента пропорциональности (54)	2 балла
Найдена формула для расчета коэффициента жесткости любого числа витков	2 балла
Получен численный результат для всех витков	1 балл
Итого	27 баллов
Примечание: Если значения находятся в пределах 10% не снижать оценку. Если в пределах 10-20% - снимать два балла Если больше, то значения не засчитывать	
Второй способ: Определяем период 50 витков. Заменяет только последний пункт в первом случае	1 балл

Физика 10 класс. Вариант 4

1. Ещё немного и шаровая молния (22 балла). Из экспериментов известно, что при достаточно большой величине напряженности электрического поля E, перпендикулярного к свободной поверхности проводящей жидкости с коэффициентом поверхностного натяжения σ, плотностью ρ, последняя становится неустойчивой, и на ней образуется система выступов, с вершин которых начинается сброс избыточного поверхностного заряда с поверхностной плотностью σ_q в виде высокодисперсных сильно заряженных капелек радиуса r. Оцените во сколько раз изменилась поверхностная плотность зарядов на капельках, если их радиус увеличился в 1,1 раза. Известно, что сила поверхностного натяжения пропорциональна длине контура, ограничивающей поверхность: $F = \sigma L$.

Примечание: в конце, после того как получите формулу для радиуса, не забудьте, что величина поверхностной плотности индуцированного заряда пропорциональна напряженности внешнего поля.

Решение:

Предположительно радиус капелек зависит от величина поверхностной плотности индуцированного заряда σ_q, от коэффициента поверхностного натяжения σ, плотности жидкости ρ, напряженности электрического поля**.**

$$r = f(\sigma_q, \sigma, \rho, E,)$$

$$r = A{\sigma_q}^{\alpha}\sigma^{\beta}\rho^{\gamma}\, E^{\delta} \qquad (1)$$

Размерности: поверхностная плотность заряда - $[\sigma_q] = \frac{А\cdot с}{м^2}$; напряженность электрического поля - $[E] = \frac{кг\cdot м}{с^3 А}$; коэффициент поверхностного натяжения - $[\sigma] = \frac{кг}{с^2}$; плотность $[\rho] = \frac{кг}{м^3}$; радиус $[r] = м$

Воспользуемся методом размерностей:

$$м = \left(\frac{А\cdot с}{м^2}\right)^{\alpha}\left(\frac{кг}{с^2}\right)^{\beta}\left(\frac{кг}{м^3}\right)^{\gamma}\left(\frac{кг\cdot м}{с^3 А}\right)^{\delta}. \qquad (2)$$

Уравновесим коэффициент при одинаковых размерностях с права и слева формулы ():

$$\left.\begin{aligned} 1&=-2\alpha - 3\gamma + \delta \\ 0&=\alpha - \delta \\ 0&=\alpha - 2\beta - 3\delta \\ 0&=\beta + \gamma + \delta \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Решая совместно систему уравнений, получаем, что

$$\delta = \alpha = -1; \quad \beta = 1, \quad \gamma = 0 \tag{4}$$

$$r = A\frac{\sigma}{\sigma_q E}. \tag{5}$$

С учетом последнего замечания, что «величина поверхностной плотности индуцированного заряда пропорциональна напряженности внешнего поля» $E \sim \sigma_q$, получим:

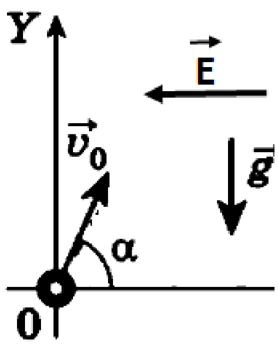
$$r = A'\frac{\sigma}{{\sigma_q}^2}. \tag{6}$$

Отношение радиусов равно:

$$\frac{\sigma_{2q}}{\sigma_{1q}} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = 0,95 \tag{7}$$

Критерии	Баллы
Записано уравнение (1)	2 балла
Указаны размерности величин входящих в уравнение (1)	5 баллов, по 1 баллу за каждую величину
Записано уравнение (2)	2 балла
Составлена система уравнений (3)	4 балла, по 1 баллу за каждое уравнение, входящее в систему
Получены коэффициенты (4)	4 балла, по 1 баллу за каждый степенной коэффициент
Получено обоснованно уравнение (5)	2 балла
Записано уравнение (6)	2 балла
Получено (7)	1 балла
Итого	22 балла

2. Скрещенные поля (16 баллов). Положительно заряженная частица зарядом q и массой m движется в скрещённых гравитационном и электростатическом полях (смотри рисунок), так что в начальный момент времени направление между скоростью $v_0 = 30$м/с и горизонтом составляет $\alpha = 60^0$. Найдите максимальное отклонение по оси x от первоначального положения частицы при условии, что $\frac{qE}{m} = 1{,}2g$.



Решение:

Запишем ускорение вдоль оси x

$$a_x = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = 1{,}2g \tag{8}$$

Раз частица положительно заряженная, то она будет притормаживаться вдоль оси x, то есть вектор $\overrightarrow{a_x}$ направлен против оси x.

Запишем кинематические уравнения движения:

$$x = v_{0x}t - \frac{a_x t^2}{2} \qquad (9)$$

$$v_x = v_{0x} - a_x t \qquad (10)$$

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (11)$$

$$v_y = v_{0y} - gt. \qquad (12)$$

В момент падения на землю координата частицы по оси У равна нулю, из этого условия найдем время полёта t_1:

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = 0 \qquad (13)$$

$$t_1 = \frac{2v_{0y}}{g} \qquad (14).$$

Максимальное отклонение от начального положения это

$\Delta x_{max1} = |x_1 - 0|$ где x_1максимальная дальность полета равно

$$x_1 = \frac{2v_{0y}v_{0x}}{g} - \frac{a_x}{2}\left(\frac{2v_{0y}}{g}\right)^2 = \frac{2}{g}\left(v_{0y}\right)^2\left(ctg\alpha - \frac{a_x}{g}\right). \qquad (15)$$

Либо максимальное отклонение это $\Delta x_{max2} = |x_2 - 0|$, где x_2 – координата в момент времени, когда тело меняет направление движения вдоль оси X. Тело поменяет направление полёта при условии:

$$0 = v_{0x} - a_x t_1 \qquad (16)$$

Время полёта до изменения направления движения составит:

$$t_2 = \frac{v_{0x}}{a_x} \qquad (17)$$

Положение тела в этот момент времени будет:

$$x_2 = \frac{v_{0x}^2}{2a_x}. \qquad (18)$$

Подсчитаем дальность полета и координату смены направления:

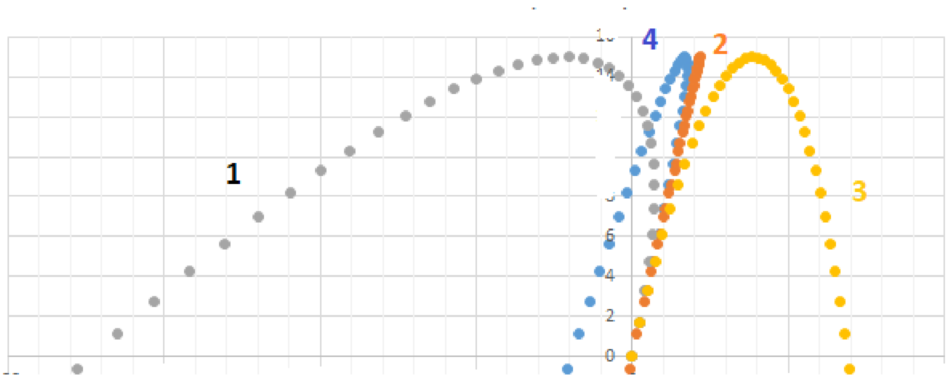
$$x_1 = \frac{2}{g}(v_0^2 \sin\alpha)^2\left(ctg\alpha - \frac{1{,}2g}{g}\right) = -85{,}77 \text{ м} \qquad (19)$$

$$|x_2 - 0| = x_2 = \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{2 * 1{,}2g} = 9{,}57 \text{ м}$$

$$. \qquad (20)$$

Ответ: $\Delta x_{max} = |x_1 - 0| = 85{,}77$ м – максимальное отклонение

Примечание. В задаче возможны случаи, представленные на рисунке.



(23

Видно, что в зависимости от соотношения между ускорениями координата дальности полёта может быть как положительная, так и отрицательная.

Критерии	Баллы
Указано соотношение 8	1 балл
Указано, что вектор $\overrightarrow{a_x}$ направлен против оси x.	1 балл
Записаны кинематические уравнения 9-11	4 уравнения, по 1 баллу за уравнение
Указано, что максимальное отклонение может быть в двух случаях	2 балла
Найдено время полёта частицы	1 балл
Найдена координата дальности полёта (15)	2 балла
Найдена координата смены направления частицы вдоль оси X (18)	2 балла
Получен численный результаты для двух случаев отклонения от начальной точки	2 балла
Выбран правильный результат	1 балл
Итого	16 баллов

3. Политропа (21 балл). Известно, что для политропических процессов справедливо уравнение $pV^n = \text{const}$.

Определите работу одного моля идеального одноатомного газа при увеличении объёма в два раза, если n=1/3 и начальная температура составила $T_1 = 600\text{K}$.

Примечание: политропический процесс – это процесс с постоянной теплоёмкостью. Для него $n = \frac{C-Cp}{C-C_V}$ – показатель политропы, где C — молярная теплоёмкость газа в процессе, Cp и Cv — молярные теплоёмкости газа при постоянном давлении и объёме.

Решение:

Запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A, \tag{21}$$

где

$$Q = \nu c \Delta T, \tag{22}$$

$$\Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1) \tag{23}$$

$$A = Q - \Delta U = \nu (C - C_V) \Delta T \tag{24}$$

Из показателя политпропы выразим молярную теплоёмкость газа:

$$C = \frac{nC_V - Cp}{(n-1)} \tag{25}$$

Для одно атомного газа молярная теплоёмкость при постоянном объёме равна

$$C_V = \frac{3}{2} R\ , \tag{26}$$

а молярная теплоёмкость при постоянном давлении

$$C_P = \frac{5}{2} R. \tag{27}$$

$$C = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} R - \frac{5}{2} R}{(\frac{1}{3} - 1)} = 3R. \tag{28}$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$PV = \nu RT \tag{29}$$

Выразим давление

$$P = \frac{\nu RT}{V} \tag{30}$$

Подставим уравнение (31) в уравнение политропы

$$pV^n = const$$

и получим:

$$TV^{n-1} = const \tag{31}$$

Тогда $T_1 {V_1}^{n-1} = T_2 {V_2}^{n-1}$.

Для случая n= 1/2

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-2/3} T_1 = 952{,}4\ К. \tag{32}$$

Найдём изменение температуры:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 352{,}4\ К. \tag{33}$$

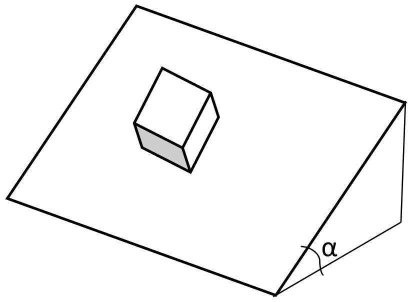
Найдём формулу для расчета работы в данном процессе:

$$A = \nu \left(3R - \frac{3}{2} R\right) \Delta T = \nu \frac{3}{2} R \Delta T \tag{34}$$

Проведем расчет:

$$A = 8{,}31 * \frac{3}{2} * 352{,}4 = 4392{,}7 \text{ Дж}. \quad (35)$$

Критерии	Баллы
Записано первое начало термодинамики	1 балл
Записана формула (22)	1 балл
Записана формула (23)	1 балл
Выведена формула для расчета работы	1 балл
Выражена молярную теплоёмкость газа через n: (25)	3 балла
Записаны формулы (26) и (27)	2 балла, по 1 баллу за формулу
Выражена молярная теплоёмкость через газовую постоянную (28)	3 балла
Получено уравнение (31)	4 балла
Найдена температура T_2	1 балл
Выведена формула для работы газа (34)	3 балла
Получен численный результат	1 балл
Итого	21 балл



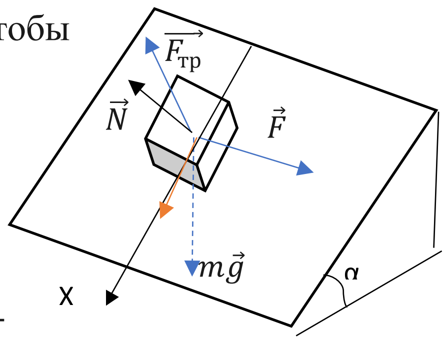
4. Просто тело (14 баллов). Угол между плоскостью и горизонтом составляет $\alpha = 60°$. На ней расположено тело массой m=400 г. Определите с какой минимальной силой надо толкнуть тело параллельно горизонтальной плоскости, чтобы оно начало двигаться. Коэффициент трения равен $\mu = \sqrt{2}$.

Решение:

На тело действуют три силы – сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\overrightarrow{F_{тр}}$ и внешняя сила. $\vec{F}$, реакция опоры $\vec{N}$.

Для того, чтобы тело сдвинулось необходимо, чтобы

$$\left|\overrightarrow{F_{тр}}\right| \leq \left|\vec{F} + (m\vec{g})_x\right| \quad (36)$$



Красным на рисунке обозначена проекция силы тяжести на плоскость, то есть на ость X.

Минимальная сила будет при $F_{Тр}^2 = {(m\vec{g})_x}^2 + F_{min}^2$.Минимальная сила будет равна:

$$F_{min} = \sqrt{{(m\vec{g})_x}^2 - F_{Тр}^2}. \quad (37)$$

Модуль проекции силы тяжести на ось X равен:

$$|(m\vec{g})_x| = mgsin\alpha. \qquad (38)$$

Модуль силы нормальной реакции, действующей на тело равен:

$$N = mgcos\alpha. \qquad (39)$$

Модуль силы трения:

$$F_{Tp} = \mu N = \mu mgcos\alpha. \qquad (40)$$

Минимальная сила, с которой надо толкнуть тело равно:

$$F_{min} = \sqrt{(mgsin\alpha)^2 - (\mu mgcos\alpha.)^2} = mg\sqrt{(sin\alpha)^2 - (\mu cos\alpha.)^2} \qquad (41)$$

$$F_{min} = 0{,}400 * 9{,}8\sqrt{(sin60)^2 - \left(\sqrt{2}cos60.\right)^2} = 1{,}96\ H$$

Критерии	Баллы
Сделан рисунок с указанием всех сил силами	4 балла
Записано соотношение (36) в виде формулы или словесно	2 балла
Получено выражение для минимальной силы тяжести (37)	2 балла
Записаны уравнения (38)-(40)	3 балла, по 1 баллу за силу
Получена формула (41)	2 балла
Получен результат численный	1 балл
Итого	14 баллов

5. Тяжёлый пружинный маятник. Пружина m_0 =120 г имеет n_0 =80 витков. На графике 1 представлена зависимость длины 10 витков от количества витков, находящихся под ними. Для этой пружины была исследована зависимость периода колебаний пружина от количества витков в ней. В таблице приведены усреднённые данные.

1. Определите жесткость одного витка k_0 .
2. Запишите формулу для расчета жесткости k пружины, содержащей n витков
3. Определите жесткость всей пружины $k_{общ}$

n	T,c
12	0,73
16	0,98
24	1,42
32	1,92
40	2,45
48	2,80
56	3,40

Для решения задачи проведите все необходимые построения на графике (его необходимо **сдать на проверку**, открепив от заданий).

Для построения графика зависимости периода колебаний пружины от числа витков вам дан лист миллиметровой бумаги (последний лист в комплекте заданий, его необходимо **сдать на проверку**, открепив от заданий).

Решение:

Масса n витков пружины равна:

$$m = \frac{m_0}{n_0} \cdot n = \gamma n. \tag{42}$$

Запишем закон Гука для исследуемых 10 витков в зависимости от числа витков под ним для двух состояний, при этом к этим 10 виткам можно относиться как к идеальной пружине:

$$k_{10}\left(l_{n_1} - l_0\right) = \gamma n_1 g \tag{43}$$

$$k_{10}\left(l_{n_2} - l_0\right) = \gamma n_2 g \tag{44}$$

Выразим из уравнений (43) и (44) коэффициент жесткости 10 витков:

$$k_{10} = \frac{n_2 - n_1}{l_{n_2} - l_{n_1}} \gamma g \tag{45}$$

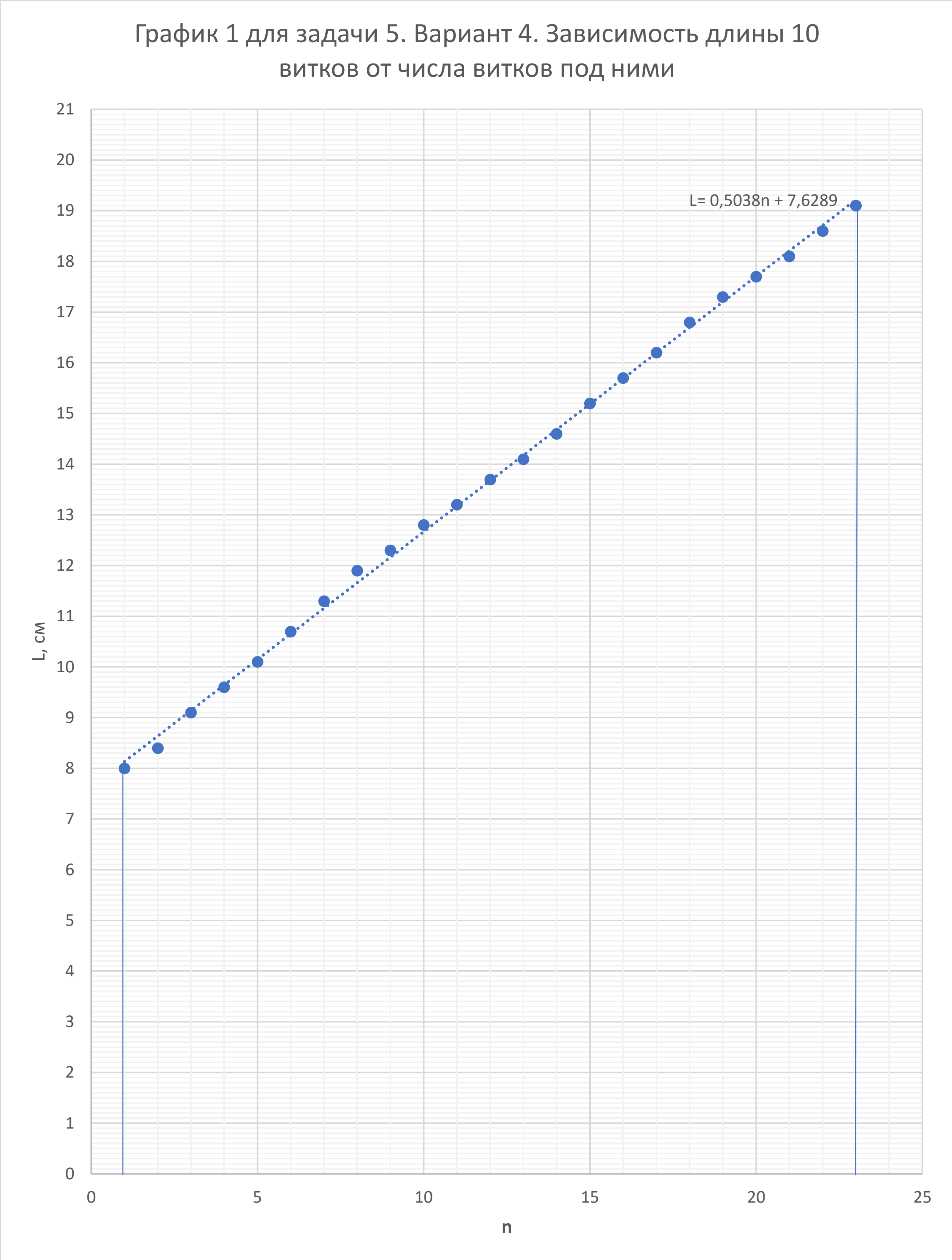
Видно, что c= $\frac{n_2 - n_1}{l_{n_2} - l_{n_1}}$. Определим коэффициент C используя график зависимости длины 10 витков от числа витков под ним:

$$c = \frac{n_2 - n_1}{l_{n_2} - l_{n_1}} = \frac{23 - 1}{0{,}191 - 0{,}08} = 198\ \text{м}^{-1}. \tag{46}$$

$$k_{10} = 198\,\gamma g = 2{,}91\ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}.\ \text{к}, \tag{47}$$

Жесткость одного витка будет в 10 раз больше:

$$k_0 = 10 k_{10} = 291\ ,\frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \tag{48}$$



Период колебаний n витков:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \tag{49}$$

где масса n витков $m = \gamma n$, а коэффициент жесткости обратно пропорционален числу витков n

$$k = \alpha \frac{k_0}{n}. \tag{50}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma n^2}{k_0 \alpha}} = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{k_0 \alpha}} \cdot n. \tag{51}$$

Видно, что период зависит от числа витков линейно:

$$T = B \cdot n, \tag{52}$$

где $B = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{k_0 \alpha}}$

Построим график зависимости периода от числа витков.

Определим угловой коэффициент пропорциональности:

$$B = \frac{\Delta T}{\Delta n} = 0.06 \text{ с} \tag{53}$$

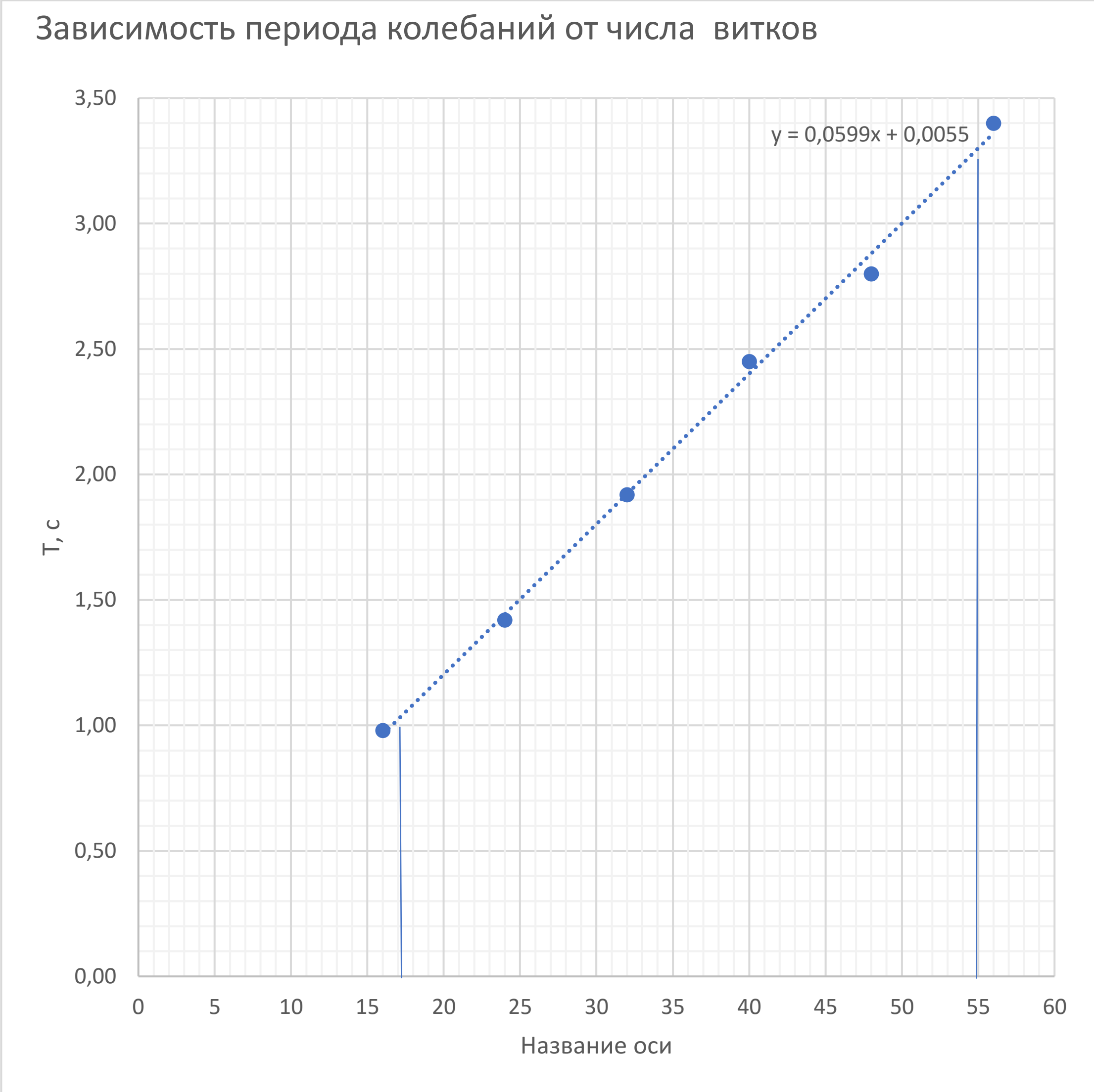
Найдём формулу для коэффициента пропорциональности

$$\alpha = \frac{4\pi^2 \gamma}{k_0 B^2} \tag{54}$$

Формула для расчета жесткости n витков тяжелой пружины будет:

$$k = \frac{4\pi^2 \gamma}{B^2 n} = \frac{4\pi^2 m_0}{B^2\, n\, n_0} = \frac{16{,}43}{n}, \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}. \tag{55}$$

Жесткость всех витков равна:



$$k_{общ} = \frac{28{,}57}{n_0} = 0{,}205\,\frac{кг}{с^2}. \tag{56}$$

Второй способ:

Определяем период 80 витков T=4,8 с. Из формулы (48) выражаем жесткость.

$$k = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m\left(\frac{2\pi}{B \cdot n_0}\right)^2 = 0{,}205\ \frac{кг}{с^2}$$

Критерии	Баллы
На графике 1 проведена оптимальная прямая для определения углового коэффициента	2 балла
Для Определения угловой коэффициент на прямой взяты две точки	2 балла
Получен численный результат в пределах 10% В пределах 20%	2 балла 1 балл
Получена формула для жесткости одного витка	2 балла
Записана формула для периода колебаний пружинного маятника	1 балл

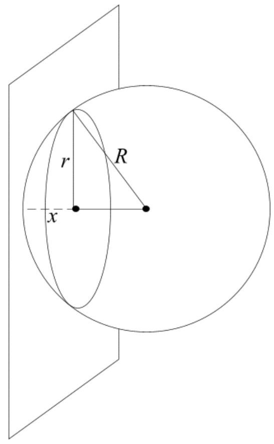
Указано, что коэффициент жесткости обратно пропорционален числу витков n - $k = \alpha \frac{k_0}{n}$.	3 балла
Получена формула (51)	2 балла
Построен график T=f(n) 1) Равномерные оси – по 0, 5 балла на ось – 1 балл 2) Указана ед. измерения периода – 1 3) Построен график - 2 4) Построена оптимальная прямая - 1 5) На прямой указаны две точки по которым определялся угловой коэффициент -2 6) Определен правильно угловой коэффициент - 1	8 баллов
Найдена формула для коэффициента пропорциональности (54)	2 балла
Найдена формула для расчета коэффициента жесткости любого числа витков	2 балла
Получен численный результат для всех витков	1 балл
Итого	27 баллов
Примечание: Если значения находятся в пределах 10% не снижать оценку. Если в пределах 10-20% - снимать два балла Если больше, то значения не засчитывать	
Второй способ: Определяем период 50 витков. заменяет только последний пункт в первом случае	1 балл

Физика. 11 класс. Вариант 1

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Футбольный мячик с массой $m = 0.5$ кг и радиусом $R = 0.15$ м налетает на неподвижную стену со скоростью $\upsilon = 10$ м/с и упруго отскакивает. Давление воздуха в мячике $P = 3$атм и не меняется в процессе контакта со стеной. Каково время контакта мячика со стеной? Какова средняя сила давления мячика на стену? (25 баллов)

Решение:



Давление воздуха в мяче заметно превышает атмосферное, следовательно, разумно предположить, что величина "вдавливания" мяча в стену x много меньше его радиуса (см. рисунок). Составим уравнение движения после соприкосновения со стеной:

$$ma = -PS\text{, здесь } S = \pi r^2 = \pi\left(R^2 - (R-x)^2\right) \approx 2\pi Rx,\; a = -\frac{2\pi RP}{m}x = -\omega^2 x. \qquad (1)$$

Очевидно, взаимодействие мяча со стеной описывается уравнением гармонических колебаний, и время контакта составляет половину периода, т.е. из уравнения (1) получим:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{\pi m}{2RP}}. \qquad (2)$$

Для средней силы взаимодействия получим:

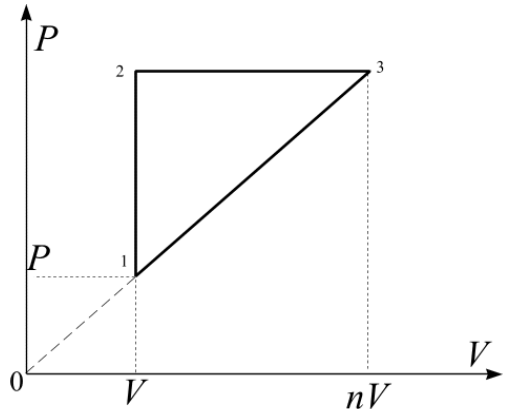
$$F = \frac{\Delta p}{t} = \frac{2m\upsilon}{t} = 2\upsilon\sqrt{\frac{2RPm}{\pi}}. \qquad (3)$$

Ответ: t (с) = 0,004, F (Н) = 2400

Критерии (25 баллов)

1. Построен поясняющий рисунок, составлено уравнение движения. Высказана догадка о подобии движения мяча и колебательного движения. (15 баллов)
2. Получено выражение для времени и численный ответ. (5 баллов).
3. Получено выражение для силы и численный ответ. (5 баллов).

2. Тепловая машина работает по циклу, изображенному на рисунке. В процессе работы объем рабочего тела (один моль двухатомного идеального газа) меняется в $n = 5$ раз. Чему равен КПД машины? (25 баллов)



Решение:

Согласно определению КПД: $\eta = \dfrac{A}{Q}$, $Q = Q_{12} + Q_{23}$ - количество теплоты, полученное рабочим телом за один цикл, A - работа газа за один цикл. Вычислим каждое слагаемое отдельно. Из рисунка следует, что если объем газа меняется в n раз, то во столько же раз меняется и давление, т.к. продолжение линейного участка 1-3 проходит через начало координат.

Работа газа равна площади цикла: $A = \dfrac{1}{2}(nV - V)(nP - P) = \dfrac{1}{2}(n^2 - 1)PV$. Количество теплоты (газ двухатомный):

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = C_V \Delta T_{12} + C_P \Delta T_{23} = \frac{5}{2} R\Delta T_{12} + \frac{7}{2} R\Delta T_{23}. \qquad (4)$$

С использованием уравнения состояния идеального газа можно записать: $PV = RT_1$, $nPV = RT_2$, $n^2 PV = RT_3$. С учетом этого для выражения (4) получим: $Q = \dfrac{5}{2}(n-1)PV + \dfrac{7}{2}(n^2 - n)PV = \dfrac{1}{2}PV(n-1)(7n+5)$. В итоге для КПД будем иметь:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}(n^2 - 1)PV}{\frac{1}{2}PV(n-1)(7n+5)} = \frac{n+1}{7n+5}.$$

Ответ: КПД (%) = 15

Критерии (25 баллов)

1. Записано выражение для работы цикла (8 баллов)
2. Записано выражение для полученного количества теплоты (10 баллов).
3. Получено выражение для КПД. (7 баллов).

3. В русской народной сказке "Лисичка-сестричка и Волк" описан эпизод обмана Лисой Мужика, который вез домой в санях богатый улов рыбы. Лиса, притворившись мертвой, была подобрана возницей. Через некоторое время, в процессе движения саней Лиса постепенно (рыбка за рыбкой) выбрасывала улов, потом вовсе убежала. В сказке утверждается, что ни Мужик, ни его лошадь не почувствовали, что для движения саней нужно прикладывать меньшие усилия. Рассмотрите идеальную ситуацию: в пренебрежении массой Лисы по сравнению со всей системой и неизменной силой трения саней о дорогу оцените, на сколько меньшую силу необходимо прикладывать лошади для движения саней с постоянной скоростью $\upsilon = 5$ м/с. За каждый малый промежуток времени $\Delta t = 1$ с Лиса выбрасывает массу $\Delta m = 0.5$ кг. (15 баллов)

Решение:

Запишем уравнение движения: $\mathbf{F} + \mathbf{F}_{TP} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$ ($\mathbf{F}$ - сила тяги, развиваемая лошадью, $\mathbf{F}_{TP} = const$ - сила трения). Следует учесть, что сани двигаются равномерно, но масса убывает. Это обстоятельство должно быть учтено при расчете изменения импульса: $\Delta p = (m - \Delta m)\upsilon - m\upsilon = \Delta m\upsilon$. Таким образом, до того, как Лиса приступила к воровству, сила тяги была равна силе трения (равномерное движение). После начала убыли массы сила тяги уменьшилась на величину:

$$\Delta F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \upsilon \frac{\Delta m}{\Delta t} .$$

Ответ: ΔF (Н) = 2,5

Критерии (15 баллов)

1. Записано уравнение движения саней через изменение импульса. (5 баллов).
2. Получено выражение для изменения импульса (5 балла).
3. Верно записано выражение для изменения силы и получен численный ответ. (5 балла).

4. В фантастической литературе часто упоминают фотонные реактивные двигатели космических кораблей. Из сопел ракеты вырывается свет (поток фотонов). Оцените, какой интенсивности свет должен быть обеспечен двигателем, чтобы корабль с массой $M = 10$ кг смог преодолеть земное притяжение? Площадь сечения сопел $S = 10$ см^2. (10 баллов)

Решение:

Сила тяги двигателя должна по крайне мере компенсировать силу тяжести, действующую на корабль. Находясь на корпускулярных позициях, запишем выражение для силы тяги двигателя из второго закона Ньютона:

$$F = \frac{\Delta N p}{\Delta t} = Mg \,, \qquad (5)$$

здесь p - импульс, уносимый одним фотоном, ΔN - число фотонов, вылетающих из сопел за время Δt.

С другой стороны можно связать интенсивность света I с импульсом фотона, с учетом того, что его энергия равна $E = pc$ (c - скорость света):

$$I = \frac{P}{S} = \frac{pc\frac{\Delta N}{\Delta t}}{S} \,. \qquad (6)$$

Объединяя (5) и (6) получим: $I = \frac{Mgc}{S}$.

Ответ: I (Вт/м^2) = $3 \cdot 10^{14}$

Критерии (10 баллов)

1. Записано выражение для силы через количество фотонов и их импульс. (4 балла).
2. Записано выражение для интенсивности света через энергию фотона. (4 балла).
3. Получено выражение для силы тяги и численный ответ (2 балла)

5. Предмет расположен на расстоянии $3F$ от тонкой сферической собирающей линзы (F – фокусное расстояние). Каково увеличение полученного изображения? (5 баллов)

Решение:

Увеличение в тонкой линзе определяем из выражения: $\Gamma = \frac{b}{a}$, где a и b - расстояние от предмета до линзы и от изображения до линзы соответственно.

Эти расстояния связаны формулой тонкой линзы: $\frac{1}{mF}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}$, откуда получим: $b=\frac{mF}{m-1}$. Тогда для увеличения получим: $\Gamma=\frac{1}{m-1}$.

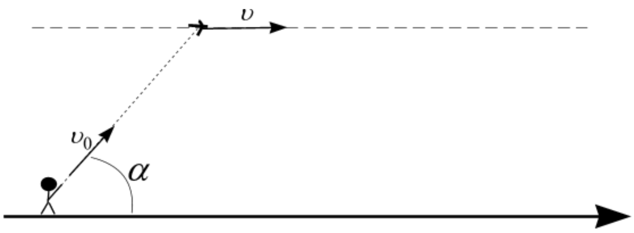
Ответ: Г = 0,5

Критерии (5 баллов)

1. Объединены в систему выражения для увеличения и формула тонкой линзы. (3 балла).
2. Решена система уравнений и получен численный ответ. (2 балла).

6. Над охотником пролетела утка, в которую он выстрелил, целясь без упреждения. Птица двигалась равномерно прямолинейно со скоростью $\upsilon=10$ м/с. Тем не менее, случилось попадание. Выстрел был произведен под углом $\alpha=45^0$ к горизонту, скорость пули $\upsilon_0=500$ м/с. На какой высоте H летела птица? (20 баллов)

Решение:



Условие на попадание следующее. Пуля и утка должны оказаться в одном месте в одно и то же время t. Следовательно, должно быть выполнено равенство:

$\upsilon_0\cos(\alpha)t=\frac{H}{\mathrm{tg}(\alpha)}+\upsilon t$, отсюда:

$$t=\frac{H}{\upsilon_0\sin(\alpha)-\upsilon\,\mathrm{tg}(\alpha)}. \qquad (7)$$

Кроме того, пуля и утка в этот момент времени должны оказаться на высоте $H=\upsilon_0\sin(\alpha)t-\frac{gt^2}{2}$. Подстановка сюда выражение (7):

$$H=\frac{H\upsilon_0\cos(\alpha)}{\upsilon_0\cos(\alpha)-\upsilon}-\frac{g}{2}\left(\frac{H}{\upsilon_0\sin(\alpha)-\upsilon\,\mathrm{tg}(\alpha)}\right)^2.$$

Отсюда для высоты полета получим: $H=\frac{2\upsilon}{\mathrm{g}}\mathrm{tg}^2(\alpha)(\upsilon_0\cos(\alpha)-\upsilon)$.

Ответ: H (м) = 701

Критерии (20 баллов)

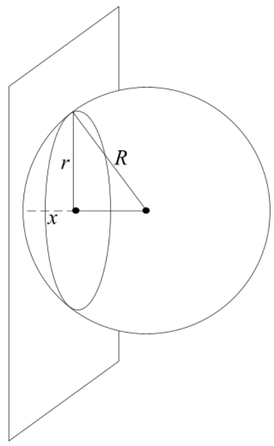
1. Построен поясняющий рисунок и получено выражение для времени полета пули. (10 баллов).
2. Записано выражение для высоты полета пули/утки. (5 баллов).
3. После объединения уравнений получено выражение для высоты попадания и получен численный ответ (5 баллов).

Физика. 11 класс. Вариант 2

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Футбольный мячик с массой $m = 0.3$ кг и радиусом $R = 0.1$ м налетает на неподвижную стену со скоростью $\upsilon = 5$ м/с и упруго отскакивает. Давление воздуха в мячике $P = 2$атм и не меняется в процессе контакта со стеной. Каково время контакта мячика со стеной? Какова средняя сила давления мячика на стену? (25 баллов)

Решение:



Давление воздуха в мяче заметно превышает атмосферное, следовательно, разумно предположить, что величина “вдавливания” мяча в стену x много меньше его радиуса (см. рисунок). Составим уравнение движения после соприкосновения со стеной:

$$ma = -PS \text{, здесь } S = \pi r^2 = \pi\left(R^2 - (R-x)^2\right) \approx 2\pi Rx,\ a = -\frac{2\pi RP}{m}x = -\omega^2 x. \qquad (1)$$

Очевидно, взаимодействие мяча со стеной описывается уравнением гармонических колебаний, и время контакта составляет половину периода, т.е. из уравнения (1) получим:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{\pi m}{2RP}}. \qquad (2)$$

Для средней силы взаимодействия получим:

$$F = \frac{\Delta p}{t} = \frac{2m\upsilon}{t} = 2\upsilon\sqrt{\frac{2RPm}{\pi}}. \qquad (3)$$

Ответ: t (с) = 0,005, F (Н) = 618

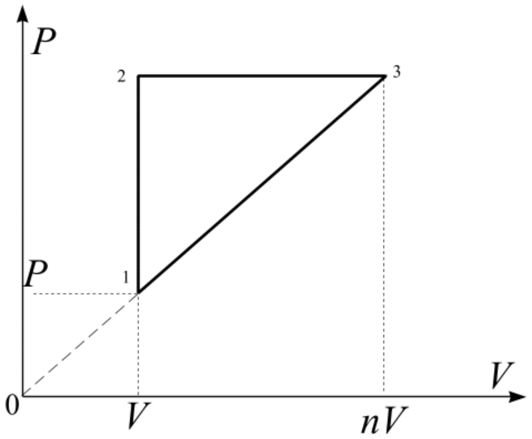
Критерии (25 баллов)

1. Построен поясняющий рисунок, составлено уравнение движения. Высказана догадка о подобии движения мяча и колебательного движения. (15 баллов)

2. Получено выражение для времени и численный ответ. (5 баллов).

3. Получено выражение для силы и численный ответ. (5 баллов).

2. Тепловая машина работает по циклу, изображенному на рисунке. В процессе работы объем рабочего тела (один моль двухатомного идеального газа) меняется в $n=2$ раза. Чему равен КПД машины? (25 баллов)



Решение:

Согласно определению КПД: $\eta = \dfrac{A}{Q}$, $Q = Q_{12} + Q_{23}$ - количество теплоты, полученное рабочим телом за один цикл, A - работа газа за один цикл. Вычислим каждое слагаемое отдельно. Из рисунка следует, что если объем газа меняется в n раз, то во столько же раз меняется и давление, т.к. продолжение линейного участка 1-3 проходит через начало координат.

Работа газа равна площади цикла: $A = \dfrac{1}{2}(nV - V)(nP - P) = \dfrac{1}{2}(n^2 - 1)PV$. Количество теплоты (газ двухатомный):

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = C_V \Delta T_{12} + C_P \Delta T_{23} = \frac{5}{2} R\Delta T_{12} + \frac{7}{2} R\Delta T_{23}. \qquad (4)$$

С использованием уравнения состояния идеального газа можно записать: $PV = RT_1$, $nPV = RT_2$, $n^2PV = RT_3$. С учетом этого для выражения (4) получим: $Q = \dfrac{5}{2}(n-1)PV + \dfrac{7}{2}(n^2 - n)PV = \dfrac{1}{2}PV(n-1)(7n+5)$. В итоге для КПД будем иметь:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}(n^2-1)PV}{\frac{1}{2}PV(n-1)(7n+5)} = \frac{n+1}{7n+5}.$$

Ответ: КПД (%) = 16

Критерии (25 баллов)

4. Записано выражение для работы цикла (8 баллов)
5. Записано выражение для полученного количества теплоты (10 баллов).
6. Получено выражение для КПД. (7 баллов).

3. В русской народной сказке "Лисичка-сестричка и Волк" описан эпизод обмана Лисой Мужика, который вез домой в санях богатый улов рыбы. Лиса, притворившись мертвой, была подобрана возницей. Через некоторое время, в процессе движения саней Лиса постепенно (рыбка за рыбкой) выбрасывала улов, потом вовсе убежала. В сказке утверждается, что ни Мужик, ни его лошадь не почувствовали, что для движения саней нужно прикладывать меньшие усилия. Рассмотрите идеальную ситуацию: в пренебрежении массой Лисы по сравнению со всей системой и неизменной силой трения саней о дорогу оцените, на сколько меньшую силу необходимо прикладывать лошади для движения саней с постоянной скоростью $\upsilon = 10$ м/с. За каждый малый промежуток времени $\Delta t = 0.5$ с Лиса выбрасывает массу $\Delta m = 1$ кг. (15 баллов)

Решение:

Запишем уравнение движения: $\mathbf{F} + \mathbf{F}_{TP} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$ ($\mathbf{F}$ - сила тяги, развиваемая лошадью, $\mathbf{F}_{TP} = const$ - сила трения). Следует учесть, что сани двигаются равномерно, но масса убывает. Это обстоятельство должно быть учтено при расчете изменения импульса: $\Delta p = (m - \Delta m)\upsilon - m\upsilon = \Delta m\upsilon$. Таким образом, до того, как Лиса приступила к воровству, сила тяги была равна силе трения (равномерное движение). После начала убыли массы сила тяги уменьшилась на величину:

$$\Delta F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \upsilon \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Ответ: ΔF (Н) = 20

Критерии (15 баллов)

1. Записано уравнение движения саней через изменение импульса. (5 баллов).
2. Получено выражение для изменения импульса (5 балла).
3. Верно записано выражение для изменения силы и получен численный ответ. (5 балла).

4. В фантастической литературе часто упоминают фотонные реактивные двигатели космических кораблей. Из сопел ракеты вырывается свет (поток фотонов). Оцените, какой интенсивности свет должен быть обеспечен двигателем, чтобы корабль с массой $M = 100$ кг смог преодолеть земное притяжение? Площадь сечения сопел $S = 20$ см^2. (10 баллов)

Решение:

Сила тяги двигателя должна по крайне мере компенсировать силу тяжести, действующую на корабль. Находясь на корпускулярных позициях, запишем выражение для силы тяги двигателя из второго закона Ньютона:

$$F = \frac{\Delta N p}{\Delta t} = Mg\ , \qquad (5)$$

здесь p - импульс, уносимый одним фотоном, ΔN - число фотонов, вылетающих из сопел за время Δt.

С другой стороны можно связать интенсивность света I с импульсом фотона, с учетом того, что его энергия равна $E = pc$ (c - скорость света):

$$I = \frac{P}{S} = \frac{pc\frac{\Delta N}{\Delta t}}{S}\ . \qquad (6)$$

Объединяя (5) и (6) получим: $I = \frac{Mgc}{S}$.

Ответ: I (Вт/м^2) = $1.5 \cdot 10^{14}$

Критерии (10 баллов)

1. Записано выражение для силы через количество фотонов и их импульс. (4 баллов).

2. Записано выражение для интенсивности света через энергию фотона. (4 балла).

3. Получено выражение для силы тяги и численный ответ (2 балла)

5. Предмет расположен на расстоянии $1.5F$ от тонкой сферической собирающей линзы (F - фокусное расстояние). Каково увеличение полученного изображения? (5 баллов)

Решение:

Увеличение в тонкой линзе определяем из выражения: $\Gamma = \frac{b}{a}$, где a и b - расстояние от предмета до линзы и от изображения до линзы соответственно.

Эти расстояния связаны формулой тонкой линзы: $\frac{1}{mF}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}$, откуда получим: $b=\frac{mF}{m-1}$. Тогда для увеличения получим: $\Gamma=\frac{1}{m-1}$.

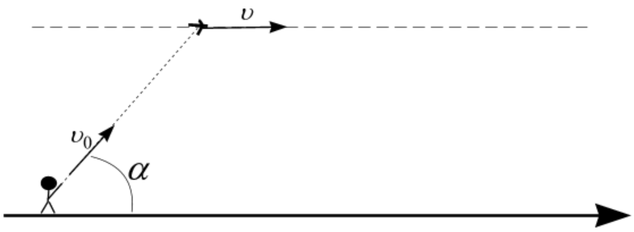
Ответ: Г = 2

Критерии (5 баллов)

1. Объединены в систему выражения для увеличения и формула тонкой линзы. (3 балла).
2. Решена система уравнений и получен численный ответ. (2 балла).

6. Над охотником пролетела утка, в которую он выстрелил, целясь без упреждения. Птица двигалась равномерно прямолинейно со скоростью $\upsilon=5$ м/с. Тем не менее, случилось попадание. Выстрел был произведен под углом $\alpha=45^0$ к горизонту, скорость пули $\upsilon_0=700$ м/с. На какой высоте H летела птица? (20 баллов)

Решение:



Условие на попадание следующее. Пуля и утка должны оказаться в одном месте в одно и то же время t. Следовательно, должно быть выполнено равенство:

$\upsilon_0\cos(\alpha)t=\frac{H}{\mathrm{tg}(\alpha)}+\upsilon t$, отсюда:

$$t=\frac{H}{\upsilon_0\sin(\alpha)-\upsilon\,\mathrm{tg}(\alpha)}. \qquad (7)$$

Кроме того, пуля и утка в этот момент времени должны оказаться на высоте $H=\upsilon_0\sin(\alpha)t-\frac{gt^2}{2}$. Подстановка сюда выражение (7):

$$H=\frac{H\upsilon_0\cos(\alpha)}{\upsilon_0\cos(\alpha)-\upsilon}-\frac{g}{2}\left(\frac{H}{\upsilon_0\sin(\alpha)-\upsilon\,\mathrm{tg}(\alpha)}\right)^2.$$

Отсюда для высоты полета получим: $H=\frac{2\upsilon}{\mathrm{g}}\mathrm{tg}^2(\alpha)(\upsilon_0\cos(\alpha)-\upsilon)$.

Ответ: H (м) = 500

Критерии (20 баллов)

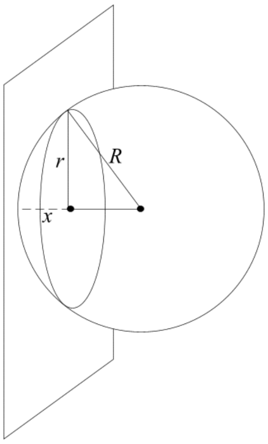
1. Построен поясняющий рисунок и получено выражение для времени полета пули. (10 баллов).
2. Записано выражение для высоты полета пули/утки. (5 баллов).
3. После объединения уравнений получено выражение для высоты попадания и получен численный ответ (5 баллов).

Физика. 11 класс. Вариант 3

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Футбольный мячик с массой $m = 0.2$ кг и радиусом $R = 0.1$ м налетает на неподвижную стену со скоростью $\upsilon = 15$ м/с и упруго отскакивает. Давление воздуха в мячике $P = 1.5$ атм и не меняется в процессе контакта со стеной. Каково время контакта мячика со стеной? Какова средняя сила давления мячика на стену? (25 баллов)

Решение:



Давление воздуха в мяче заметно превышает атмосферное, следовательно, разумно предположить, что величина “вдавливания” мяча в стену x много меньше его радиуса (см. рисунок). Составим уравнение движения после соприкосновения со стеной:

$$ma = -PS \text{, здесь } S = \pi r^2 = \pi\left(R^2 - (R-x)^2\right) \approx 2\pi Rx,\; a = -\frac{2\pi RP}{m}x = -\omega^2 x. \qquad (1)$$

Очевидно, взаимодействие мяча со стеной описывается уравнением гармонических колебаний, и время контакта составляет половину периода, т.е. из уравнения (1) получим:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{\pi m}{2RP}}. \qquad (2)$$

Для средней силы взаимодействия получим:

$$F = \frac{\Delta p}{t} = \frac{2m\upsilon}{t} = 2\upsilon\sqrt{\frac{2RPm}{\pi}}. \qquad (3)$$

Ответ: t (с) = 0,005, F (Н) = 1311

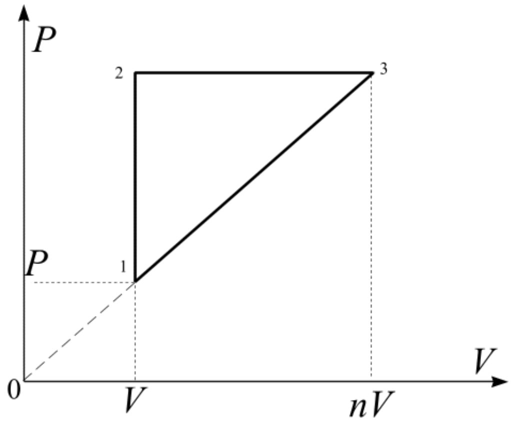
Критерии (25 баллов)

1. Построен поясняющий рисунок, составлено уравнение движения. Высказана догадка о подобии движения мяча и колебательного движения. (15 баллов)

2. Получено выражение для времени и численный ответ. (5 баллов).

3. Получено выражение для силы и численный ответ. (5 баллов).

2. Тепловая машина работает по циклу, изображенному на рисунке. В процессе работы объем рабочего тела (один моль двухатомного идеального газа) меняется в $n = 1.5$ раза. Чему равен КПД машины? (25 баллов)



Решение:

Согласно определению КПД: $\eta = \frac{A}{Q}$, $Q = Q_{12} + Q_{23}$ - количество теплоты, полученное рабочим телом за один цикл, A - работа газа за один цикл. Вычислим каждое слагаемое отдельно. Из рисунка следует, что если объем газа меняется в n раз, то во столько же раз меняется и давление, т.к. продолжение линейного участка 1-3 проходит через начало координат.

Работа газа равна площади цикла: $A = \frac{1}{2}(nV - V)(nP - P) = \frac{1}{2}(n^2 - 1)PV$. Количество теплоты (газ двухатомный):

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = C_V \Delta T_{12} + C_P \Delta T_{23} = \frac{5}{2} R\Delta T_{12} + \frac{7}{2} R\Delta T_{23}. \qquad (4)$$

С использованием уравнения состояния идеального газа можно записать: $PV = RT_1$, $nPV = RT_2$, $n^2 PV = RT_3$. С учетом этого для выражения (4) получим: $Q = \frac{5}{2}(n-1)PV + \frac{7}{2}(n^2 - n)PV = \frac{1}{2}PV(n-1)(7n+5)$. В итоге для КПД будем иметь:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}(n^2 - 1)PV}{\frac{1}{2}PV(n-1)(7n+5)} = \frac{n+1}{7n+5}.$$

Ответ: КПД (%) = 16

Критерии (25 баллов)

7. Записано выражение для работы цикла (8 баллов)
8. Записано выражение для полученного количества теплоты (10 баллов).
9. Получено выражение для КПД. (7 баллов).

3. В русской народной сказке “Лисичка-сестричка и Волк” описан эпизод обмана Лисой Мужика, который вез домой в санях богатый улов рыбы. Лиса, притворившись мертвой, была подобрана возницей. Через некоторое время, в процессе движения саней Лиса постепенно (рыбка за рыбкой) выбрасывала улов, потом вовсе убежала. В сказке утверждается, что ни Мужик, ни его лошадь не почувствовали, что для движения саней нужно прикладывать меньшие усилия. Рассмотрите идеальную ситуацию: в пренебрежении массой Лисы по сравнению со всей системой и неизменной силой трения саней о дорогу оцените, на сколько меньшую силу необходимо прикладывать лошади для движения саней с постоянной скоростью $\upsilon = 15$ м/с. За каждый малый промежуток времени $\Delta t = 0.5$ с Лиса выбрасывает массу $\Delta m = 1.5$ кг. (15 баллов)

Решение:

Запишем уравнение движения: $\mathbf{F} + \mathbf{F}_{TP} = \dfrac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$ ($\mathbf{F}$ - сила тяги, развиваемая лошадью, $\mathbf{F}_{TP} = const$ - сила трения). Следует учесть, что сани двигаются равномерно, но масса убывает. Это обстоятельство должно быть учтено при расчете изменения импульса: $\Delta p = (m - \Delta m)\upsilon - m\upsilon = \Delta m\upsilon$. Таким образом, до того, как Лиса приступила к воровству, сила тяги была равна силе трения (равномерное движение). После начала убыли массы сила тяги уменьшилась на величину:

$$\Delta F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \upsilon \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Ответ: ΔF (Н) = 45

Критерии (15 баллов)

1. Записано уравнение движения саней через изменение импульса. (5 баллов).
2. Получено выражение для изменения импульса (5 балла).
3. Верно записано выражение для изменения силы и получен численный ответ. (5 балла).

4. В фантастической литературе часто упоминают фотонные реактивные двигатели космических кораблей. Из сопел ракеты вырывается свет (поток фотонов). Оцените, какой интенсивности свет должен быть обеспечен двигателем, чтобы корабль с массой $M = 40$ кг смог преодолеть земное притяжение? Площадь сечения сопел $S = 15$ см^2. (10 баллов)

Решение:

Сила тяги двигателя должна по крайне мере компенсировать силу тяжести, действующую на корабль. Находясь на корпускулярных позициях, запишем выражение для силы тяги двигателя из второго закона Ньютона:

$$F = \frac{\Delta N p}{\Delta t} = Mg \,, \qquad (5)$$

здесь p - импульс, уносимый одним фотоном, ΔN - число фотонов, вылетающих из сопел за время Δt.

С другой стороны можно связать интенсивность света I с импульсом фотона, с учетом того, что его энергия равна $E = pc$ (c - скорость света):

$$I = \frac{P}{S} = \frac{pc\frac{\Delta N}{\Delta t}}{S} \,. \qquad (6)$$

Объединяя (5) и (6) получим: $I = \frac{Mgc}{S}$.

Ответ: I (Вт/м^2) = $7.8 \cdot 10^{14}$

Критерии (10 баллов)

1. Записано выражение для силы через количество фотонов и их импульс. (4 балла).
2. Записано выражение для интенсивности света через энергию фотона. (4 балла).
3. Получено выражение для силы тяги и численный ответ (2 балла)

5. Предмет расположен на расстоянии $1.2F$ от тонкой сферической собирающей линзы (F - фокусное расстояние). Каково увеличение полученного изображения? (5 баллов)

Решение:

Увеличение в тонкой линзе определяем из выражения: $\Gamma = \frac{b}{a}$, где a и b - расстояние от предмета до линзы и от изображения до линзы соответственно.

Эти расстояния связаны формулой тонкой линзы: $\frac{1}{mF}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}$, откуда получим: $b=\frac{mF}{m-1}$. Тогда для увеличения получим: $\Gamma=\frac{1}{m-1}$.

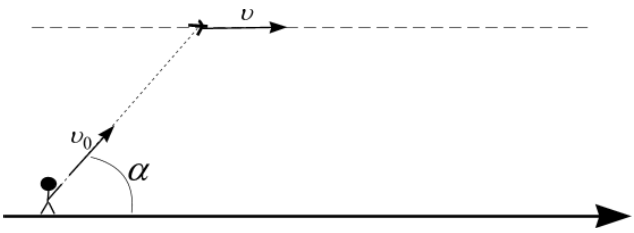
Ответ: Г = 5

Критерии (5 баллов)

3. Объединены в систему выражения для увеличения и формула тонкой линзы. (3 балла).
4. Решена система уравнений и получен численный ответ. (2 балла).

6. Над охотником пролетела утка, в которую он выстрелил, целясь без упреждения. Птица двигалась равномерно прямолинейно со скоростью $\upsilon = 8$ м/с. Тем не менее, случилось попадание. Выстрел был произведен под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту, скорость пули $\upsilon_0 = 800$ м/с. На какой высоте H летела птица? (20 баллов)

Решение:



Условие на попадание следующее. Пуля и утка должны оказаться в одном месте в одно и то же время t. Следовательно, должно быть выполнено равенство:

$$\upsilon_0 \cos(\alpha) t = \frac{H}{\operatorname{tg}(\alpha)} + \upsilon t \text{, отсюда:}$$

$$t = \frac{H}{\upsilon_0 \sin(\alpha) - \upsilon \operatorname{tg}(\alpha)}. \qquad (7)$$

Кроме того, пуля и утка в этот момент времени должны оказаться на высоте $H = \upsilon_0 \sin(\alpha) t - \frac{gt^2}{2}$. Подстановка сюда выражение (7):

$$H = \frac{H\upsilon_0 \cos(\alpha)}{\upsilon_0 \cos(\alpha) - \upsilon} - \frac{g}{2}\left(\frac{H}{\upsilon_0 \sin(\alpha) - \upsilon \operatorname{tg}(\alpha)}\right)^2.$$

Отсюда для высоты полета получим: $H = \frac{2\upsilon}{\mathrm{g}} \operatorname{tg}^2(\alpha)(\upsilon_0 \cos(\alpha) - \upsilon)$.

Ответ: H (м) = 911

Критерии (20 баллов)

1. Построен поясняющий рисунок и получено выражение для времени полета пули. (10 баллов).

2. Записано выражение для высоты полета пули/утки. (5 баллов).

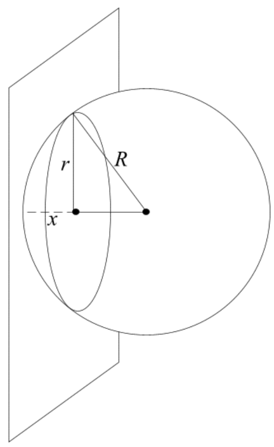
3. После объединения уравнений получено выражение для высоты попадания и получен численный ответ (5 баллов).

Физика. 11 класс. Вариант 4

Во всех задачах необходимо привести полное обоснованное решение.

1. Футбольный мячик с массой $m = 0.4$ кг и радиусом $R = 0.1$ м налетает на неподвижную стену со скоростью $\upsilon = 12$ м/с и упруго отскакивает. Давление воздуха в мячике $P = 2.5$ атм. и не меняется в процессе контакта со стеной. Каково время контакта мячика со стеной? Какова средняя сила давления мячика на стену? (25 баллов)

Решение:



Давление воздуха в мяче заметно превышает атмосферное, следовательно, разумно предположить, что величина “вдавливания” мяча в стену x много меньше его радиуса (см. рисунок). Составим уравнение движения после соприкосновения со стеной:

$$ma = -PS \text{, здесь } S = \pi r^2 = \pi\left(R^2 - (R-x)^2\right) \approx 2\pi Rx,\ a = -\frac{2\pi RP}{m}x = -\omega^2 x. \qquad (1)$$

Очевидно, взаимодействие мяча со стеной описывается уравнением гармонических колебаний, и время контакта составляет половину периода, т.е. из уравнения (1) получим:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{\pi m}{2RP}}. \qquad (2)$$

Для средней силы взаимодействия получим:

$$F = \frac{\Delta p}{t} = \frac{2m\upsilon}{t} = 2\upsilon\sqrt{\frac{2RPm}{\pi}}. \qquad (3)$$

Ответ: t (с) = 0,005, F (Н) = 1914

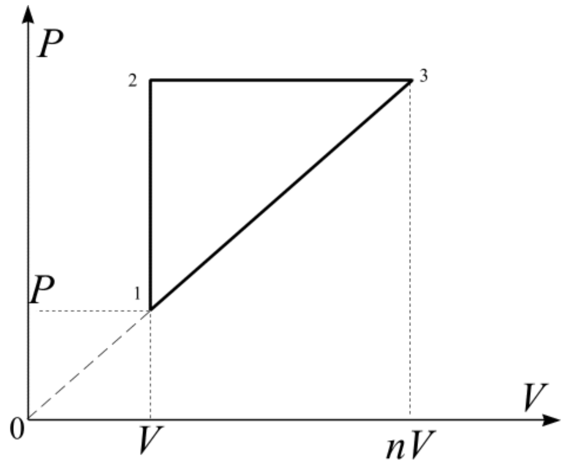
Критерии (25 баллов)

1. Построен поясняющий рисунок, составлено уравнение движения. Высказана догадка о подобии движения мяча и колебательного движения. (15 баллов)

2. Получено выражение для времени и численный ответ. (5 баллов).

3. Получено выражение для силы и численный ответ. (5 баллов).

2. Тепловая машина работает по циклу, изображенному на рисунке. В процессе работы объем рабочего тела (один моль двухатомного идеального газа) меняется в $n = 1.1$ раза. Чему равен КПД машины? (25 баллов)



Решение:

Согласно определению КПД: $\eta = \frac{A}{Q}$, $Q = Q_{12} + Q_{23}$ - количество теплоты, полученное рабочим телом за один цикл, A - работа газа за один цикл. Вычислим каждое слагаемое отдельно. Из рисунка следует, что если объем газа меняется в n раз, то во столько же раз меняется и давление, т.к. продолжение линейного участка 1-3 проходит через начало координат.

Работа газа равна площади цикла: $A = \frac{1}{2}(nV - V)(nP - P) = \frac{1}{2}(n^2 - 1)PV$. Количество теплоты (газ двухатомный):

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = C_V \Delta T_{12} + C_P \Delta T_{23} = \frac{5}{2} R\Delta T_{12} + \frac{7}{2} R\Delta T_{23}. \qquad (4)$$

С использованием уравнения состояния идеального газа можно записать: $PV = RT_1$, $nPV = RT_2$, $n^2 PV = RT_3$. С учетом этого для выражения (4) получим: $Q = \frac{5}{2}(n-1)PV + \frac{7}{2}(n^2 - n)PV = \frac{1}{2}PV(n-1)(7n+5)$. В итоге для КПД будем иметь:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}\left(n^2 - 1\right)PV}{\frac{1}{2}PV\left(n-1\right)\left(7n+5\right)} = \frac{n+1}{7n+5}.$$

Ответ: КПД (%) = 16

Критерии (25 баллов)

1. Записано выражение для работы цикла (8 баллов)

2. Записано выражение для полученного количества теплоты (10 баллов).

3. Получено выражение для КПД. (7 баллов).

3. В русской народной сказке “Лисичка-сестричка и Волк” описан эпизод обмана Лисой Мужика, который вез домой в санях богатый улов рыбы. Лиса, притворившись мертвой, была подобрана возницей. Через некоторое время, в процессе движения саней Лиса постепенно (рыбка за рыбкой) выбрасывала улов, потом вовсе убежала. В сказке утверждается, что ни Мужик, ни его лошадь не почувствовали, что для движения саней нужно прикладывать меньшие усилия. Рассмотрите идеальную ситуацию: в пренебрежении массой Лисы по сравнению со всей системой и неизменной силой трения саней о дорогу оцените, на сколько меньшую силу необходимо прикладывать лошади для движения саней с постоянной скоростью $\upsilon = 8$ м/с. За каждый малый промежуток времени $\Delta t = 0.2$ с Лиса выбрасывает массу $\Delta m = 1.2$ кг. (15 баллов)

Решение:

Запишем уравнение движения: $\mathbf{F} + \mathbf{F}_{TP} = \dfrac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$ ($\mathbf{F}$ - сила тяги, развиваемая лошадью, $\mathbf{F}_{TP} = const$ - сила трения). Следует учесть, что сани двигаются равномерно, но масса убывает. Это обстоятельство должно быть учтено при расчете изменения импульса: $\Delta p = \left(m - \Delta m\right)\upsilon - m\upsilon = \Delta m\upsilon$. Таким образом, до того, как Лиса приступила к воровству, сила тяги была равна силе трения (равномерное движение). После начала убыли массы сила тяги уменьшилась на величину:

$$\Delta F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \upsilon\frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Ответ: ΔF (Н) = 48

Критерии (15 баллов)

1. Записано уравнение движения саней через изменение импульса. (5 баллов).
2. Получено выражение для изменения импульса (5 балла).
3. Верно записано выражение для изменения силы и получен численный ответ. (5 балла).

4. В фантастической литературе часто упоминают фотонные реактивные двигатели космических кораблей. Из сопел ракеты вырывается свет (поток фотонов). Оцените, какой интенсивности свет должен быть обеспечен двигателем, чтобы корабль с массой $M = 140$ кг смог преодолеть земное притяжение? Площадь сечения сопел $S = 200$ см^2. (10 баллов)

Решение:

Сила тяги двигателя должна по крайне мере компенсировать силу тяжести, действующую на корабль. Находясь на корпускулярных позициях, запишем выражение для силы тяги двигателя из второго закона Ньютона:

$$F = \frac{\Delta N p}{\Delta t} = Mg\ , \qquad (5)$$

здесь p - импульс, уносимый одним фотоном, ΔN - число фотонов, вылетающих из сопел за время Δt.

С другой стороны можно связать интенсивность света I с импульсом фотона, с учетом того, что его энергия равна $E = pc$ (c - скорость света):

$$I = \frac{P}{S} = \frac{pc\dfrac{\Delta N}{\Delta t}}{S}\ . \qquad (6)$$

Объединяя (5) и (6) получим: $I = \dfrac{Mgc}{S}$.

Ответ: I (Вт/м^2) = $2.1 \cdot 10^{14}$

Критерии (10 баллов)

1. Записано выражение для силы через количество фотонов и их импульс. (4 балла).
2. Записано выражение для интенсивности света через энергию фотона. (4 балла).
3. Получено выражение для силы тяги и численный ответ (2 балла)

5. Предмет расположен на расстоянии $5F$ от тонкой сферической собирающей линзы (F - фокусное расстояние). Каково увеличение полученного изображения? (5 баллов)

Решение:

Увеличение в тонкой линзе определяем из выражения: $\Gamma = \frac{b}{a}$, где a и b - расстояние от предмета до линзы и от изображения до линзы соответственно. Эти расстояния связаны формулой тонкой линзы: $\frac{1}{mF} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$, откуда получим: $b = \frac{mF}{m-1}$. Тогда для увеличения получим: $\Gamma = \frac{1}{m-1}$.

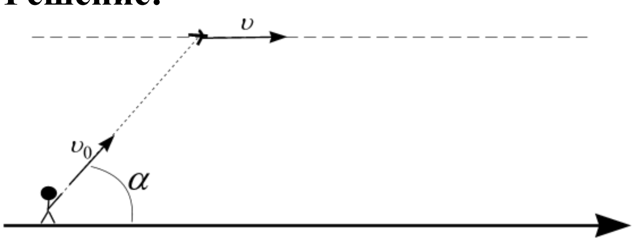
Ответ: Г = 0,25

Критерии (5 баллов)

5. Объединены в систему выражения для увеличения и формула тонкой линзы. (3 балла).
6. Решена система уравнений и получен численный ответ. (2 балла).

6. Над охотником пролетела утка, в которую он выстрелил, целясь без упреждения. Птица двигалась равномерно прямолинейно со скоростью $\upsilon = 5$ м/с . Тем не менее, случилось попадание. Выстрел был произведен под углом $\alpha = 45^0$ к горизонту, скорость пули $\upsilon_0 = 600$ м/с . На какой высоте H летела птица? (20 баллов)

Решение:



Условие на попадание следующее. Пуля и утка должны оказаться в одном месте в одно и то же время t . Следовательно, должно быть выполнено равенство:

$\upsilon_0 \cos(\alpha) t = \frac{H}{\mathrm{tg}(\alpha)} + \upsilon t$, отсюда:

$$t = \frac{H}{\upsilon_0 \sin(\alpha) - \upsilon\, \mathrm{tg}(\alpha)}. \qquad (7)$$

Кроме того, пуля и утка в этот момент времени должны оказаться на высоте $H = \upsilon_0 \sin(\alpha) t - \dfrac{gt^2}{2}$. Подстановка сюда выражение (7):

$$H = \frac{H\upsilon_0 \cos(\alpha)}{\upsilon_0 \cos(\alpha) - \upsilon} - \frac{g}{2}\left(\frac{H}{\upsilon_0 \sin(\alpha) - \upsilon\, \mathrm{tg}(\alpha)}\right)^2.$$

Отсюда для высоты полета получим: $H = \dfrac{2\upsilon}{\mathrm{g}} \mathrm{tg}^2(\alpha)(\upsilon_0 \cos(\alpha) - \upsilon)$.

Ответ: H (м) = 428

Критерии (20 баллов)

1. Построен поясняющий рисунок и получено выражение для времени полета пули. (10 баллов).

2. Записано выражение для высоты полета пули/утки. (5 баллов).

3. После объединения уравнений получено выражение для высоты попадания и получен численный ответ (5 баллов).