Информатика. 11 класс

Шифр	ФИО	Итого балл	Статус
ИН0002810826	Кадыров Айрат Наилевич	100	Победитель
ИН0002924426	Панфилов Дмитрий Денисович	100	Победитель
ИН0003075026	Пугаков Егор Александрович	95	Победитель
ИН0002982026	Терентьев Ярослав Никитович	93	Победитель
ИН0002120526	Семенов Никита Витальевич	90	Победитель
ИН0002469826	Гайсин Рустам Альбертович	90	Победитель
ИН0002627326	Потанин Михаил Максимович	90	Победитель
ИН0002690326	Цыпкайкин Александр Анатольевич	90	Победитель
ИН0002982926	Коробов Никита Андреевич	90	Победитель
ИН0002158526	Бедретдинова Диляра Серветовна	88	Победитель
ИН0002590726	Галицкий Андрей Юрьевич	88	Победитель
ИН0002670326	Терехина Варвара Антоновна	88	Победитель
ИН0002790526	Герасимов Леонид Антонович	83	Победитель
ИН0002252826	Денежкин Илья Тимофеевич	82	Победитель
ИН0002447526	Сурнин Александр Олегович	80	Победитель
ИН0002776526	Несютин Глеб Антонович	80	Победитель
ИН0002820526	Шестопалова Анастасия Вячеславовна	80	Победитель
ИН0002949926	Титко Константин Евгеньевич	80	Победитель
ИН0002950026	Тютрин Тимур Михайлович	78	Призёр II степени
ИН0002833226	Шапошников Никита Вячеславович	77	Призёр II степени
ИН0002914326	Непеин Матвей Рустамович	77	Призёр II степени
ИН0002124626	Серафимова Ирина Олеговна	75	Призёр II степени
ИН0002554526	Севрюков Владислав Игоревич	73	Призёр II степени
ИН0002717526	Попов Олег Александрович	73	Призёр II степени
ИН0002141626	Юдакова Анна Леонидовна	72	Призёр II степени
ИН0002353526	Чеховских Михаил Андреевич	72	Призёр II степени
ИН0002678126	Бобков Виктор Сергеевич	72	Призёр II степени
ИН0002546126	Черченко Владислав Владимирович	70	Призёр II степени
ИН0002109626	Ченченко Даниил Денисович	68	Призёр II степени
ИН0002151426	Шпак Макар Андреевич	68	Призёр II степени
ИН0003004526	Шарыгин Святослав Владимирович	68	Призёр II степени
ИН0002508026	Валиуллин Альберт Рустемович	67	Призёр II степени
ИН0002679126	Латыпов Денис Вячеславович	67	Призёр II степени
ИН0003109126	Галяви Булат Рустемович	66	Призёр II степени
ИН0003109326	Галеев Рустем Русланович	66	Призёр II степени
ИН0003114326	Мирзоев Эмиль Закирович	66	Призёр II степени
ИН0003069626	Малышев Константин Викторович	62	Призёр II степени
ИН0002739126	Бодряков Ярослав Андреевич	61	Призёр II степени
ИН0002036926	Харьков Иван Андреевич	60	Призёр III степени
ИН0002209726	Щербаков Иван Андреевич	60	Призёр III степени
ИН0002213526	Исупов Кирилл Васильевич	60	Призёр III степени

ИН0002287126	Костевой Арсений Тимурович	60	Призёр III степени
ИН0002306526	Офицеров Александр Романович	60	Призёр III степени
ИН0003096326	Спорышева София Романовна	60	Призёр III степени
ИН0003125926	Опарин Евгений Юрьевич	60	Призёр III степени
ИН0002675226	Скобелев Александр Андреевич	59	Призёр III степени
ИН0002184426	Жук Александр Романович	58	Призёр III степени
ИН0002605326	Клисак Егор Викторович	57	Призёр III степени
ИН0002938726	Фулов Артём Михайлович	57	Призёр III степени
ИН0003007226	Крючков Степан Денисович	56	Призёр III степени
ИН0002204626	Дитрих Антон Александрович	55	Призёр III степени
ИН0002386226	Ткаченко Арэс Михайлович	55	Призёр III степени
ИН0002035826	Бурлакова Дарья Григорьевна	53	Призёр III степени
ИН0002319726	Добровольский Пётр Алексеевич	52	Призёр III степени
ИН0002536126	Буримечков Николай Николаевич	52	Призёр III степени
ИН0002581726	Меньшиков Андрей Сергеевич	52	Призёр III степени
ИН0002309626	Кабанцова Анна Юрьевна	51	Призёр III степени
ИН0002138726	Яшенина Дарья Михайловна	50	Призёр III степени
ИН0002272426	Бухштаб Максим Дмитриевич	50	Призёр III степени
ИН0002661126	Богославец Таисия Андреевна	50	Призёр III степени
ИН0003098726	Тошматов Азизджон Джамшедович	50	Призёр III степени
ИН0003115826	Акберова Диана Марселевна	50	Призёр III степени
ИН0003128826	Коробицына Дарья Викторовна	50	Призёр III степени

*Сканы работ размещены по возрастанию шифра

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 2 0 3 5 8 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №2

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	18	15	0	0	53

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Всего замен: 8 букв + 7 знаков = =15 объектов

15 - нечётное число => первый ходит первым и последним (у него 8 ходов, у второго 7)

В любой момент перед последним ходом первого игрока результат зависит от последнего оставшегося объекта (буквы или знака)

Если последний объект - буква, первый выбирает для неё 0 или 1 так, чтобы итог стал нулём.

Если последний объект знак, первый выбирает ⊕ или ∧ так, чтобы итог стал нуль.

Такая возможность у него будет всегда.

Например: Если второй ставит ∧ между двумя переменными, первый ставит в одну из них 0.

Последний ход позволяет довести значение всего выражения до нуля. Поэтому первый игрок всегда может обеспечить 0 при правильной игре. Значит, второй игрок победит. Ему следует:

1. Стараться добиться, чтобы все знаки # стали ⊕.

2. Либо, если первый поставил ∧, оставить второй знак ⊕ и следить, чтобы перед его последним ходом можно было изменить одну переменную так, чтобы результат стал нечётным, равным 1.

Стратегия второго - использовать последний ход для изменения чётности или равенства в свою пользу.

Ответ: победит второй игрок

Задание №3

У матрицы 2·13 каждый столбец 1 из 4х типов: (0,0), (0,1), (1,0), (1,1).

Перестановка строк меняет местами типы (0,1), (1,0)

1	2	3	4	5	6	Σ

Перестановка столбцов означает: Матрица задаётся количеством столбцов каждого типа (n_1, n_2, n_3, n_4), где $n_1+n_2+n_3+n_4=13$

Считаем, $n_2 \geq n_3$, иначе меняем строки местами. Из-за перестановки строк

Число решений $n_1+n_2+n_3+n_4=13$ без учёта порядка это $\binom{16}{3} = \frac{16\cdot15\cdot14}{3\cdot2\cdot1} = 560$.

Пара (n_2, n_3) и (n_3, n_2) при $n_2 \neq n_3$ переходят друг в друга перестановкой строк. Число четвёрок с $n_2>n_3$ = числу с $n_2<n_3$.

Разделим: – при $n_2=n_3$: $n_1+n_4=13-2n_2$; n_1 и $n_4 \geq 0$, $n_2 \geq 0$

Кол-во решений: $13-2n_2+1 = 14-2n_2$

Для $n_2=0,\dots,6$.

$$\sum_{n_2=0}^{6} 14-2n_2 = 14\cdot7-2\cdot\frac{6\cdot7}{2} = 98-42=56$$

– при $n_2 \neq n_3$: Оставшиеся $560-56=504$

Четвёрки делятся поровну между $n_2>n_3$ и $n_2<n_3$, значит, где $n_2>n_3$ ровно $\frac{504}{2}=252$

Итого неэквивалентных матриц равно $56+252=\underline{308}$

56 – при $n_2=n_3$

252 – при $n_2>n_3$.

Ответ: 308.

Задание №1

Даны 60 троичных чисел $0.(110)_3, 0.0(110)_3, 0.00(110)_3 \dots$, где у n числа перед периодом $(110)_3$ стоит $n-1$, 0. период $(110)_3$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИИ00020358 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1.	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$(110)_3 = 1\cdot 3^2 + 1\cdot 3^1 + 0 = 9+3 = 12_{10}$

$0.(110)_3 = \frac{12}{3^3-1} = \frac{12}{8} = \frac{12}{27-1} = \frac{6}{13}$

$a_1 = \frac{6}{13}$

$a_2 = \frac{6}{13}\cdot\frac{1}{3}$

$a_3 = \frac{6}{13}\cdot\frac{1}{3^2}$ и т.д. до $a_{60} = \frac{6}{13}\cdot\frac{1}{3^{59}}$

Сумма ряда: $S = a_1 + a_2 + \ldots + a_{60} = \frac{6}{13} + \frac{6}{13}\cdot\frac{1}{3} + \frac{6}{13}\cdot\frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{6}{13}\cdot\frac{1}{3^{59}}$

$$S = \frac{6}{13}\underbrace{\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{3^{59}}\right)}$$

$$\frac{\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}\right)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1-3^{-60}}{\frac{2}{3}} = \frac{3(1-3^{-60})}{2}$$

$$S = \frac{\cancel{6}^{3}}{13}\cdot\frac{3(1-3^{-60})}{\cancel{2}} = \frac{9}{13}(1-3^{-60})$$

Переведём $\frac{9}{13}$ в девятичную СС: $\frac{9}{13}\cdot 9 = \frac{81}{13} = 6 + \frac{3}{13}$, 6 (ост $\frac{3}{13}$)

$\frac{3}{13}\cdot 9 = \frac{27}{13} = 2 + \frac{1}{13}$ (2, ост $\frac{1}{13}$)

$\frac{1}{13}\cdot 9 = \frac{9}{13}$ (0, ост $\frac{9}{13}$)

Остаток $\frac{9}{13}$ вернулся к началу, значит, период в девятеричной СС 620.

$\frac{9}{13} = 0.(620)_9$

$3^{-60} = (3^2)^{-30} = 9^{-30}$

$$9^{-30} = 0.\underbrace{00\ldots0}_{29\text{ нулей}}1_9$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 2 0 3 5 8 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$S=0.(620)_9-0.(620)_9\cdot 9^{-30}$

Найдём $0.(620)_9 - 9^{-30} =$

$= 0.\underbrace{00\ldots0}_{30\text{ нулей}}(620)_9$

$S=0.(620)_9 - 0.\underbrace{00\ldots0}_{30\text{ нулей}}(620)_9$

Упростим: Пусть $a=0.620620\ldots_9$

Вычтем b из a: $b=0.\underbrace{00\ldots0}_{30\text{ нулей}}620620\ldots_9$

~~S совпадает~~ Разряды с 1-30 равны 0, поэтому в этих разрядах S совпадает с a:

$S=0.\underbrace{620620\ldots620}_{10\text{ периодов}}000\ldots_9$, то есть после 30 знаков идут только нули

Считаем цифры 2:

В одном периоде 620 одна цифра 2, у нас 10 периодов.

Всего 2: $10\cdot1=10$

После 30 разряда нули, цифр 2 нет, поэтому ответ 10.

Ответ: 10

Задание №5

а) 1. Переведём все адреса в 60битное число.

2. Найдём минимальный и максимальный адрес в списке.

3. Вычислим, в каком виде они впервые различаются.

б) 1. Создадим маску: 54 „1", 10 „0"

2. Для каждого адреса вычислим адрес сети

3. Подсчитаем, сколько раз встречается каждый адрес сети.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИИ0002025826

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4. Выберем тот, который встречается чаще всего.

Лист 5 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 3 | 6 | 9 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	0	15	15	20	10	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 1

$0,(007)_8 = \frac{7}{8^3-1} = \frac{7}{511}$.

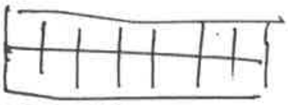
Имеем геометрическую прогрессию, $b_1=\frac{7}{511}$, $n=60$, $q=0,1$.

$S=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$

$S=\frac{7}{511}\cdot(1-0,1^{60})\cdot\frac{1}{0,9}=\frac{70}{511\cdot 9}\cdot 0,\underbrace{9\ldots9}_{60}=$

$=\frac{70\cdot 0,\underbrace{1\ldots1}_{60}}{511}=\frac{\underbrace{7\ldots7}_{60}}{511\cdot10^{59}}$

N3



Рассмотрим, что мы можем:

~~если хотя бы в 1 столбце неодинаковое количество 0 и 1, то таблицы неэквивалентны. Значения подходят парами: 01-00, 10-00, 00-01, 00-10, 00-11, 01-11, 10-11, 11-01, 11-10. Не подходят 01-10, 00-00, 11-11, 10-10, 01-01, 10-01.~~

- ~~перевернуть строку~~ поменять строки местами
- поменять два столбца местами. Соответственно, необходимым и достаточным для эквивалентности будет то условие, что количество ~~каждой~~ столбцов 01,10,11 и 00 в каждой из таблиц либо одинаково (тогда мы просто переставляем их местами), либо ~~противоположно (т.е. в одной~~ каждое одинаково, кроме 01 и 10, где ~~сумма~~ значения противоположны (т.е. условно 3 „01" и 10 „10"), но если в первой 10 „01" и 3 „10", то во ~~второй строку~~ (в таком случае мы ~~переверн~~ просто поменяем строки местами)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 2 0 3 6 9 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~Поскольку число вариантов соответственно, для каждого набора количество пар столбцов если $2\cdot10!$ вариантов взаимно эквивалентных таблиц.~~

Всего ~~т.к.~~ у нас ~~$C_{10}^3 = C_{13}^3 = 13\cdot12\cdot11$ / ...~~

~~способов~~

286 разных наборов ($\bar{C}_{10}^{4} = C_{10+4-1}^{4-1} = C_{13}^{3}$) столбцов. ~~Если их возьмём два~~ ~~На каждый набор приходится: один такой же набор, один набор, где количества~~

Чтобы получить эквивалентную таблицу, нам нужно либо взять такой же набор, либо такой, где количества столбцов 10 и 01 поменяны местами (кроме наборов, где их равное количество). ~~Для каждого набора есть 10! вариантов (соответственно, в зависимости от того, поменяем ли мы строки местами или нет)~~.

Всего возможных вариантов таблицы 4^{10}. Соответственно, всего пар ~~в каждой~~ таблиц $\frac{4^{10}\cdot(4^{10}-1)}{2}$. ~~Сколько пар. Пар эквивалентных таблиц $\frac{4^{10}\cdot(2\cdot10!-1)}{2}$. Значит неэквивалентных пар таблиц $\frac{4^{10}}{2}\cdot(4^{10}-1-2\cdot10!+1) = \frac{4^{10}}{2}\cdot(4^{10}-2\cdot10!)$~~. Для каждой таблицы есть $\frac{10!}{a!b!c!d!}\cdot2-1$ эквивалентных ей, где a, b, c, d — количества пар в наборе.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 2 0 3 6 9 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N4

Ответ: 1309

N5

1) 1009.43976.0.0 30

1009.43980.2026.128

2) 16969.36992.0.0 28

16969.37002.1495.9856

N6

1) 145

90

42

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 9 | 6 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
5	10	18	15	0	20	68

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2

1) $x \_ y \_ z$

если первый игрок заменит y на 0 => независимо от хода игрока 2 => занулит либо x_y либо $y-z$: рассмотрим $y-z$ => если игрок 2 заменит z на 0 => 1-й поставит 1, если игрок 2 заменит _ на 1 => 1-й победил при любом z; если заменит _ на ⊕ => первый поставит 0 вместо z и аналогично с x_y => первый победил

2) ① 1-й всегда побеждает в ситуации $x \underset{1}{\_} y \underset{2}{\_} z \underset{3}{\_} w$: ставит ⊕ в пропуск 2 => отдельно зануляем x_y и z_w: ~~рассмотрим x_y ... противника~~ противник поставил что-то в одну из пар => ставим 1 в другую => ~~...~~ если поставлены 2 из 3-х элементов в 3-ке $x-y$ => однозначно можно занулить: 1⊕ => 1; 0⊕ => 0; 1 1 => 0; 0 1 => 0; 0_0 => 1; 1_1 => ⊕; 1_0 => 1; после наших ходов в каждой паре 1 элемент => против. ходит и мы зануляем.

② 1-й ставит ⊕ между 1-й и 2-й четверки => пытается занулить 1-ю 2-й игрок ставит не в 2-й пропуск => рассмотрим $x \underset{1}{\_} y \underset{2}{\_} z \underset{3}{\_} w$, если ~~...~~ ⊕ => если против. ставит в ту же пару => мы туда ставим и зануляем; если не в ту же — мы переходим к след. 4-ке и ставим в 2-й пропуск ⊕ => если противник ставит что-то ~~...~~ мы ставим в другую 2-ку => получилось 4 двойки ~~с 1 элем и ⊕ везде и ходит 2-й~~ => все зануляет.

• 1-й ставит ⊕ в центр и далее симметрично ему повторяет ходы 2-го => справа и слева получаются одинаковые выраж. => ис ⊕ = 0 => так 1-й победит

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

И	Н	0	0	0	2	1	0	9	6	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3

у нас есть 4 вида столбцов: $\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}$ => таблицы разные если у них разное кол-во $\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$ или $\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}$ т.к. при смене строк ничего не меняется, также они различны если кол-во $\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}$ и $\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix}$ в одной не совп. с кол-вом $\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}$ и $\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix}$ в другой. $\begin{vmatrix}1&1&0\\0&0&1\end{vmatrix} \neq \begin{vmatrix}1&1&0\\0&0&1\end{vmatrix}$ => разные => если у 2-х таблиц с одинак. кол-вом $\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$ и $\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}$ - разная разность $\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}$ и $\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix}$. => допустим мы поставили все $\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$ и $\begin{vmatrix}0\\0\end{vmatrix}$ и осталось n столбцов => будет $\frac{n}{2}+1$ вариантов т.к. 0 n; 1 n-1; 2 n-2; 3 n-3 ...; $\frac{n}{2}$ $n-\frac{n}{2}$; далее они начнут повторяться.

~~кол-во $\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$~~ для удобства поймем, что можно считать новые таблицы (с другим кол-вом $\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$) через предыдущие: для 12 $\begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$: $0\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$; $0\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$; $0\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

для 11 $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$: $0\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$; $1\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ или $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$)

$1\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$; $0\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ или $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$) — этот вариант (11; 1) такое что и вариант (12; 0) т.к. кол-во способов считается через оставшиеся столбцы => на новое кол-во остав. столбцов это только $n-1\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ и $0\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ если уже посчитали n и более кол-во $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ => ~~мы~~ аналогично делаем:

кол-во $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$:

12 => 1 вар

11 => 2 вар

10 => 2 + 2 вар

9 => 2 + 4 вар

8 => 3 + 6 вар

7 => 3 + 9 вар

6 => 4 + 12 вар

5 => 4 + 16 вар

4 => 5 + 20 вар

3 => 5 + 25 вар

2 => 6 + 30 вар

1 => 6 + 36 вар

0 => 7 + 42 вар

теперь наш ответ - сумма вар для каждого кол-ва $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$: 1 + 2 + 4 + 6 + 9 + 12 + 16 + 20 + 25 + 30 + 36 + 42 + 49 =

= 252 вар

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 2 1 0 9 6 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

ответ: 667

№6

IN:
3
39
34
27

OUT:
37
65
31

~~IN:~~
5
1001
346
14861
2017
12391

OUT:
~~3887685047746108~~
~~111479838~~
~~18282214737~~

второй тест в файле

№1

① рассмотрим числа ~~...~~ $0.(007)_8$ и $0.0(007)_8$ и $0.00(007)_8$, заметим что ~~...~~ их сумма $= 0.00(7)_8$ т.к.

0.007007007007...
0.000700700700...
0.00007007007... => из-за сдвига каждый раз 7-ная накладывается на 0 =>

=> разобьем все наши числа на тройки и просуммируем в каждой тройке

0.00(7); 0.00000(7); 00000000(7)... т.к. далее в тройках работает аналогично первой тройке просто с большим кол-вом нулей в начале => попробуем просуммировать полученные числа:

$0.00(7)_8 + 0.00000(7)_8$:

$$
\begin{array}{r}
0.00777777777\ldots \\
+\ 0.00000777777\ldots \\
\hline
0.01000777777\ldots76
\end{array}
$$

в начале будет $(7+7) \bmod 8 = 6$, далее при переходе через разряд у нас $(7+7+1) \bmod 8 = 7$ => будет 7, когда начнется $(7+0+1)(\bmod 8) = 0$ и в конце 1 у нас каждый раз ++ в след. разряд и суммируем стабильно

② т.к. числа у нас периодичные => 6-ку в конце можно опустить; заметим что если к сумме первых 2-х прибавить 3-е => будет $0.01001000(7)_8$ и так до бесконечности =>

=> будет $0.0(1001)_8$ — это наша сумма; число $1001_8 = 201_{16}$ =>

=> здесь нет цифр 8 => ответ: 0

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 2 | 0 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
10	5	18	17	20	20	90

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$S = \frac{9}{13} \cdot \frac{7}{13} \cdot 9^{-29} \approx \frac{29}{3} \approx 10$, S - кол-во двоек

Ответ: 10

№3

Посчитаем число классов эквивалентности. Существует 4 вида столбцов: 00 11 01 10. Число первых столбцов - a, вторых - b, третьих - c, четвертых - d. Из перестановки строк и столбцов матрицы эквивалентны $\Leftrightarrow$ если $a=b$ и $c=d$ или $c \neq d$, т.е $a=b$. матрицы эквивалентны если число первого и второго типа совпадает, а 3 и 4 либо совпадает, либо являются перестановкой друг друга

$a+b+c+d=13$. $13+4-1=16$, $13+4-1=16$, $4-1=3$ - шары и перегородки 560. $a+b+2k=13$; $14+12+10+8+6+4+2=56$

$\frac{560+56}{2} = 308$

Ответ: 308

№5

Текст. файл №1

а) 1009.43980.0.0 30

б) 1009.43980.2076.0

Текст. файл №2

а) 16969.36992.0.0 28

б) 16969.36993.1783.0

№6

Текстовый файл №1

132

84

40

Текстовый файл №2

~~2734702882790808~~

~~136777437~~

~~1065207544993371304630451395814~~

Ответ в комментариях

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	2	1	2	0	5	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Ответ: 2885

№2

1) Если первый игрок первым ходом в центре поставит ⊕ а дальше будет отвечать симметрично второму игроку, т.к слева и справа получит одинаковые выражения и ответ будет 0, т.е выиграет первый игрок.

~~Ответ: нет~~

2) побеждает второй игрок

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	2	1	2	4	6	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	18	17	0	20	75

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Сумма ряда из 72 восьмеричных чисел равно $\frac{8-8^{-71}}{511}$. Это число в восьмеричной системе представляется конечной дробью с 71 цифрой после запятой $0{,}0(100)^{23}1$. При переводе в 16 с.с. через двоичное представление (с дополнением до ~~[illegible]~~ кратного 4 числа битов) получается 54 16-тиричные цифры после запятой. Единицы в двоичной записи находятся ~~на~~ позициях кратных 9 со сдвигом 6, что приводит к появлению в 16-ричной записи цифр 4,2,1,8 в повторяющемся порядке. Цифра 4 соответствует позициям единиц с номером равным

$x \equiv 1 \pmod 4$, где $x = 1, \dots, 24$. Таких цифр ровно 6.

Ответ: 6

№4 Ответ: 1953

№2 Воспользуемся стратегией симметрии. Пронумеруем ~~[illegible]~~ переменные и операторы $x_1, \#_1, x_2, \#_2, x_3, \#_3, x_4, \#_4, x_5, \#_5, x_6$.
Центр симметрии находится м/у x_3 и x_4 (оператор $\#_3$)

1) Если первый игрок заменяет переменную x_i на значение v (0 или 1), то ~~[illegible]~~ мы заменяем на симметричную переменную x_{7-i} на противоположное значение $\bar{v}$ ($0 \to 1$ или $1 \to 0$).

2) Если первый игрок заменяет $\#_i$ на символ S ($\oplus$ или $\wedge$), то мы заменяем ~~[illegible]~~ $\#_{6-i}$ на противоположный оператор $\bar{S}$ (т.е $\oplus \to \wedge$ или $\wedge \to \oplus$).

Для центрального оператора x_3, заменяем на противоположный символ относительно выбора первого. Эта стратегия имеет инвариант. После каждого хода выражение относительно центра с точностью до инверсии значений и операторов (т.е. выражение принимает вид $E \oplus \bar{E}$ (когда все символы будут заменены)), т.е примет значение 1.

См. след. лист

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И Н 0 0 0 2 1 2 4 6 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Продолжение №2.

Например: ~~Если~~

Если 1й установит $x_1=0$, то мы установим $x_6=1$

Если 1й установит $\#_1=\wedge$, то мы $\#_5=\oplus$ и т.д.

В конечном счёте, благодаря симметрии и противоположным значениям, выражение будет равно 1, что обеспечит победу второму игроку

Для случая №1: $x\#y\#z$ Побеждает первый игрок.

Стратегия: (первым ходом поставить $\wedge$ между x и y).

Для случая №2: $x\#y\#z\#w\#k\#m$ Побеждает второй игрок (стратегия симметрии).

Ответ: В первом случае выиграет первый игрок, а во втором случае второй игрок.

№3

Матрица эквивалентна другой, если одну можно получить из другой какой-либо перестановкой столбцов или строк. Каждый столбец может принимать 1 из 4х видов: A (0;0)
B (1;1)
C (0;1) или (1;0)

Перестановка меняет только типы C между собой, но не влияет на A и B. Пусть a - кол-во столбцов типа B, $c=11-a-b$ - общее кол-во типа A, b - кол-во столбцов типа C. Пусть $t=\min(x,y)$, где x,y - числа столбцов (0;1) и (1;0). Причем $x+y=c$. Учитывая всевозможные комбинации (a,b,t) общее кол-во классов вычисляется суммированием: $N=\sum_{a=0}^{11}\sum_{b=0}^{11-a}\left(\left[\frac{11-a-b}{2}\right]+1\right)=203$

Ответ: 203

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 2 1 3 8 7 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	3	10	17	20	0	50

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2.а. При правильной игре победит первый.

Выигрышные случаи первого: $1\wedge 1\oplus 0$; $1\wedge 0\oplus 1$; $0\wedge 0\oplus 1$
(или перестановки, но это не имеет значения)

Выигрышные случаи второго: $1\wedge 1\oplus 1$, $0\wedge 0\oplus 0$

Первый должен расставить знаки "$\wedge$" и "$\oplus$". В это время второй расставит две цифры, но первому это совершенно не важно, т.к. он в любом случае сможет, поставив последнюю цифру, выиграть. А если второй знак поставил?
Если второй поставил выгодные для себя ..., то первый поставит:

$1\wedge 1\oplus\_$ (то, что сделал второй) $\Rightarrow 1\wedge 1\oplus 0$ (то, что сделает первый) $\Rightarrow$ выигрыш 1

$1\wedge\_\oplus 1 \Rightarrow 1\wedge 0\oplus 1 \Rightarrow 1$ (иные случаи либо являются ~~…~~ не меняющей смысла перестановкой этих (т.е. как $1\wedge\_\oplus 1$ и $\_\wedge 1\oplus 1$), либо изначально невыгодны второму, т.к. никак не приведут к его победе)

$0\wedge 0\oplus\_ \Rightarrow 0\wedge 0\oplus 1 \Rightarrow 1$

$0\wedge\_\oplus 1 \Rightarrow 0\wedge 1\oplus 1 \Rightarrow 1$

3. В строках у нас могут быть 11, 00, 10, 01. ~~Чтобы матрицы были неэквивалентны~~ друг другу по столбцам, достаточно, чтобы строки не ~~состояли только из 11 и 00~~ и чтобы кол-во 10 и 01 было различно.

Сначала определимся с наборами строк. Это могут быть:

$\{11, 00, 10\}_1$, $\{11, 00, 01\}_2$, $\{00, 10, 01\}_3$, $\{11, 10, 01\}_4$, $\{11, 00, 10, 01\}_5$

Для наборов 1 и 2 считаем кол-во таблиц, из них составленных.
Если первую строку мы берём 1 раз, то вторую мы можем выбрать 8-ю способами. Кол-во третьих строк определяется однозначно. ~~Если кол-во первых строк увел на одну~~ И так далее. Т.е., в итоге мы просто ~~перемножаем~~ складываем $8+7+6+5+4+3+2+1$
Выбираем мы сочетания, т.к. если бы мы брали размещения, то получили бы эквивалентные таблицы. Итак, для наборов 1 и 2 у нас есть ~~40320 способов~~ 36 способов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 2 1 3 8 7 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Однако замечаем, что ~~наборы~~ таблицы, составленные из набора 2 будут эквивалентны набору 1. Соответственно, один набор мы убираем.

Для наборов 3 и 4 работает то же, что и для 1 и 2, только надо исключить те случаи, когда первую строку мы выбираем чётное кол-во раз, а вторую и третью — равное. Это:

2	4	4
4	3	3
6	2	2
8	1	1

то есть четыре способа. В итоге, для наборов 3 и 4 у нас есть $36 - \frac{4}{2} = 34$ способа.

Для набора 5 сначала посчитаем кол-во способов без учёта удаления лишних. Если ~~первую строку мы~~ Действуем по той же логике, что и с наборами 1 и 2. Причём ~~сумму от 1 до 6~~ поставить третью 7-ю способами (в то время, как первую и вторую строку мы уже определили, сколько раз берём, и четвёртая определяется однозначно) мы можем только 1 раз, 6-ю — 2 раза, 5-ю — 3 раз и т.д. В итоге, считаем: ~~8·1 + 7·1 + 6·2 + 5·3 + 4·5 + 3·6 + 2·7 + 1·6 = 120 способов~~ *

Теперь убираем неподходящие нам. Если кол-во "10" равно 1 и кол-во "01" равно 1, то способов выбрать третью строку — 7. Если "10" — 2 и "01" — 2, то способов 5,

* $7\cdot1 + 6\cdot2 + 5\cdot3 + 4\cdot4 + 3\cdot5 + 2\cdot6 + 1\cdot7 = 84$ способа

Если 3 и 3, то 3, если 4 и 4, то 1. Следовательно, вычитаем $7+5+3+1 = 16$

$84 - \frac{16}{2} = 76$ способов. Собираем всё вместе.

Из наборов 1 и 2 только один подходит, кол-во способов: 36

Из наборов 3 и 4 подходят оба, ⇒ кол-во способов: $34 \cdot 2$

Для набора 5: 76

~~34 = 32·2 + 64~~ К этому прибавляем ~~четыре~~ три таблицы, состоящие только из одного вида строк

~~Ответ 34 + 32·2 + 84 = 182 неэквивалентные матрицы.~~

(так не четыре, т.к. 10 и 01 таблицы были бы эквивалентны друг другу)

*1 ~~Или отдельно из каждой пары одной строки~~

И $3 \cdot 9$ способов, если мы берём наборы {11, 00}, {11, 10}, {00, 10}.

Ответ: $36 + 34\cdot2 + 76 + 3 + 3\cdot9 = 210$ неэквивалентных матриц.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 2 1 3 8 7 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4. 1279

5.

~~1. 1009. 43980. 0. 0. 30~~

~~2. 1009. 43980. 2026. 128~~

1. 1009. 43980. 0. 0 . 30

   1009. 43980. 2026. 128

2. 16969. 36992. 0. 0 28

   16969. 37002. 1495. 9856

6.

1. 164

   101

   47

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН0002141626 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	5	10	17	20	20	72

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1

Общий вид k-го члена ряда: $a_k = 0,\underbrace{0\ldots0}_{k-1}(007)_8$

Периодическая ~~запись~~ часть $(007)_8$ в восьмеричной системе счисления эквивалентна $\frac{7}{8^3} = \frac{7}{512}$ в десятичной.
Добавление $k-1$ нулей после запятой = деление на 8^{k-1}
получим:

$$a_k = \frac{7}{512 \cdot 8^{k-1}} = \frac{7}{8^3 \cdot 8^{k-1}} = \frac{7}{8^{k+2}}$$

Сумма определённого кол-ва членов представляет собой геометрическую прогрессию:

$$S = \sum_{k=1}^{72} a_k = \sum_{k=1}^{72} \frac{7}{8^{k+2}} = \frac{7}{8^3} + \frac{7}{8^4} + \frac{7}{8^5} + \ldots + \frac{7}{8^{74}}$$

$$b_1 = \frac{7}{8^3}, \quad q = \frac{1}{8}$$

$$S = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$S = \frac{\frac{7}{8^3}\left(1-\left(\frac{1}{8}\right)^{72}\right)}{1-\frac{1}{8}} = \frac{\frac{7}{512}\left(1-\frac{1}{8^{72}}\right)}{\frac{7}{8}} =$$

$$= \frac{7 \cdot 8}{512 \cdot 7}\left(1-\frac{1}{8^{72}}\right) = \frac{1}{64}\left(1-\frac{1}{8^{72}}\right) = \frac{1}{8^2} - \frac{1}{8^{74}} =$$

$$= \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^{222}}$$

В шестнадцатеричной системе счисления основание $16 = 2^4$

$$S = \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^{222}} \approx \frac{1}{64_{10}} \approx 0{,}02_{16}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 ИН0002141626

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Выражение $\frac{1}{2^{222}}$ будет очень маленькой величиной, которая повлияет только на самые последние знаки шестнадцатеричной записи.

Основная часть суммы в шестнадцатеричной системе: $0{,}02_{16}$. Это $0{,}0010_2$

Чтобы найти количество цифр "4" нужно рассмотреть представление $0{,}02_{16}$ и влияние вычитаемого члена.

$$0{,}02_{16} = \frac{2}{16^2} = \frac{2}{256} = \frac{1}{128}$$

$$S = \frac{1}{64} - \frac{1}{2^{222}}$$

$$S = \cancel{\frac{1}{64}}\ 0{,}02_{16} - \frac{1}{2^{222}}$$

$$S = 2^{-6} - 2^{-222}$$

$$S = 0{,}02_{16} - 16^{-55{,}5} \cdot 2^{\dots}$$

Фактически $S = 0{,}02000\ldots0_{16} - a$, где a очень мало.

Результат будет иметь вид $0{,}01FFF..F_{16}$ с большим количеством цифр "F"

Количество цифр "4" в этой записи будет 0

Ответ: 0

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН00021416 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Рассмотрим возможные ходы. Всего 5 позиций.

Первый игрок может выбрать:

1. Заменить букву (x, y или z) на 0 или 1
2. Заменить знак (#) на ∧ или ⊕

Стратегия Первого игрока:

Первый игрок может гарантировать себе победу, если сделать так, чтобы итоговое выражение всегда давало 0 независимо от ходов второго игрока.

Ключевая операция - исключающее или(⊕).

A⊕B равно 0, если A=B. Если Первый игрок контролирует одну из сторон ⊕, он может попытаться приравнять её к другой стороне. Если Первый игрок на своём первом ходу заменит y на 0, выражение станет x#0#z. В приоритете сначала конъюнкция. Выражение x#y#z может быть ~~инт~~ интерпретировано как x⊕(y∧z) или (x⊕y)∧z, в зависимости от того, какой знак куда встанет. Порядок вычисления: сначала конъюнкция, затем исключающее или. Значит, структура всегда будет A⊕B или A∧B, где A и B - либо переменные, либо результаты предыдущих операций. Но знаки заменяются игроками.

Лист 3 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН00021416 26 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть знаки – op_1, op_2.
Выражение $x\,op_1\,y\,op_2\,z$
вычисляется так: сначала конъюнкция. Если оба знака конъюнкция, порядок слева направо.
Если Первый игрок на первом ходу меняет первый знак # на ⊕. Выражение $x \oplus y \# z$.
Если второй игрок меняет второй # на ⊕, получаем $(x \oplus y) \oplus z$
При любых дальнейших ходах у Первого игрока остаётся преимущество и он должен выбирать значения, чтобы результат был 0. Первый ~~к~~ игрок сходит последним. Так что в этой игре $(x \# y \# z)$ выиграет Первый игрок.

Игра $x \# y \# z \# w \# k \# m$.
Выражение с 6 переменными и 5 знаками.
Всего 11 ходов. Последний ход сделает Первый игрок.
Приоритет: сначала все конъюнкции, затем все исключающие ИЛИ слева направо. Количество ходов Первого больше, и ~~это~~ он делает последний ход. Это даёт ему преимущество.
Ответ: в обоих случаях выиграет Первый игрок.
~~Б~~ Приоритет в его игре: сначала все конъюнкции, потом исключающее ИЛИ.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН00214 1626
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Две матрицы эквивалентны, если одну можно получить из другой перестановкой строк или столбцов. Это означает, что важен только набор столбцов (или строк) и их количество, а не порядок.

Матрица 2×11 имеет 2 строки и 11 столбцов. Каждый столбец – это вектор размера 2, состоящий из нулей и единиц. Возможные типы столбцов:

Тип A: $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

Тип B: $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

Тип C: $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

Тип D: $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

Перестановка строк меняет местами Тип B и Тип C. Перестановка столбцов меняет порядок столбцов. Матрицы считаются эквивалентными, если они имеют одинаковое количество столбцов типа A и типа D, и одинаковое общее кол-во столбцов типа B и типа C.

Мы можем зафиксировать количество столбцов типа A (пусть их будет n_A) и типа D (пусть их будет n_D). Оставшиеся столбцы $11-n_A-n_D$ будут либо типа B, либо типа C. Для каждой пары (n_A, n_D), где $n_A \geq 0$, $n_D \geq 0$ и $n_A + n_D \leq 11$, мы получаем неэквивалентную матрицу.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 14 | 1 | 6 | 2 | 6 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Количество решений уравнения $n_А + n_Э + n_{ВС} = 11$ в целых неотрицательных числах:

C^{k}_{n+k-1}, $k=11$, $n=3$

$\cancel{C^{11}_{11+3-1} = C^{11}_{13} = 13!}$

$$C^{11}_{11+3-1} = \frac{13!}{11!\cdot(3-1)!} = \frac{13\cdot 12}{2} = 78$$

Ответ: максимальное количество неэквивалентных друг другу двоичных матриц размера 2 на 11, которые можно составить, равно 78

№4

Ответ: 1953

№5

Ответ:

1й тест

1009.43980.0.0 30

1009.43980.2026.128

2й тест

16969.36992.0.0 28

16969.37002.1495.9888

~~№6 Ответ:~~

Лист 6 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 2 1 5 1 4 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	10	18	15	0	10	68

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3. Рассмотрим матрицу размера 2 на 10, в которой k единиц в 1 строке и m единиц во второй. Если $k>m$, то ~~переве~~ переставим столбцы и получим эквивалентную. Если $m+k>10$, то изменим все нули на единицы, а единицы на нули, тогда всего единиц будет $20-m-k<10$ и ~~снова~~ поменяем первую и вторую строку ~~тогда~~ ~~тогда~~ Тогда $\begin{cases} k\le m \\ m+k\le 10 \end{cases}$. Для такого кол-ва единиц у нас может быть $k+1$ ~~новые~~ неэквивалентных матриц. Докажем это утверждение: ~~Число эквивалентных матриц кол-во~~ Рассмотрим 2 матрицы:

- Если у них разное кол-во "1", то они неэквивалентны, - это очевидно
- Если у них разное кол-во единиц в строках (пусть у первой матрицы в строках a_1 и b_1 единиц, у второй a_2 и b_2, тогда если они эквивалентны, то $\begin{cases} a_1=a_2 \\ b_1=b_2 \end{cases}$ или $\begin{cases} a_1=b_2 \\ a_2=b_1 \end{cases}$), — т.к. при перестановки столбцов кол-во единиц в строке не меняется, то при разных количествах "1" в строках матрицы будут неэквивалентны.
- Если у них разное кол-во столбцов с двумя единицами, одной "1" или "0" — ~~аналогично~~ доказывается аналогично предыдущему.

Для k и m можно сделать $k+1$ неэквив. матриц, т.к. можно сделать для каждой матрицы кол-во столбцов с двумя "1" от 0 до k включительно (~~(~~ $k\le m$ и $k\le 10-m$, то ~~ес~~ есть кол-во единиц в верхней строке ~~не~~ не больше количества "1" в нижней строке и не больше кол-во "0" в нижней строке, таким образом, можно расположить единицы в верхней строке, чтобы кол-во столбцов с двумя единицами ~~уже~~ могло принять любое значение от 0 до k).

Пусть у матрицы $n\le 10$ единиц, тогда для n есть $\left[\frac{n}{2}\right]+1$ пар ~~единиц~~ чисел k и m, при этом сумма всех неэквив. матриц равна $1+2+\ldots+\left[\frac{n}{2}\right]+1 = \frac{(\left[\frac{n}{2}\right]+1)(\left[\frac{n}{2}\right]+2)}{2}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	Н	0	0	2	1	5	1	4	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Тогда сумма неэквив. матриц при $0<n\le 10$ равна

$$\frac{1\cdot2}{2}+\frac{1\cdot2}{2}+\frac{2\cdot3}{2}+\frac{2\cdot3}{2}+\ldots+\frac{6\cdot7}{2}=1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+4\cdot5+5\cdot6+\frac{6\cdot7}{2}$$

Кол-во неэквив. матриц при $n>10$ равно кол-ву неэквив. матриц с $20-n$ единиц, т.к. можно ~~...~~ все заменить "0" на "1" и "1" на "0"

Тогда сумма всех таких матриц равна

$$1\cdot2+\ldots+5\cdot6+\frac{6\cdot7}{2}+5\cdot6+\ldots+1\cdot2=161$$

Ответ: 161

1. Пусть $a_1=0{,}(007)_8$, $a_2=0{,}0(007)_8$ ...

Заметим, что $\frac{a_1}{8}=a_2$, тогда $a_n=a_1:8^{n-1}$

Сумма всех чисел - это сумма первых 60 членов геометрической последовательности с $b=a_1$ и $q=\frac{1}{8}$, тогда $S=a_1\cdot\frac{1-(\frac{1}{8})^{60}}{1-\frac{1}{8}}=a_1\cdot\frac{8-(\frac{1}{8})^{59}}{7}=$

$$=\frac{0{,}(007)_8\cdot(10_8-(0{,}1_8)^{59})}{7_8}=0{,}(001)_8\cdot 7{,}\underbrace{7\ldots7}_{59}{}_8$$

Пусть $0{,}(001)_8=x$, тогда $8^3\cdot x=1{,}(001)_8$

$(10_8^3-1)\cdot x=1{,}(001)_8-0{,}(001)_8=1\Rightarrow x=\frac{1}{1000_8-1}=\frac{1}{777_8}$, тогда $0{,}(001)_8=\frac{1}{777}$

$S=\frac{7{,}\overbrace{7\ldots7}^{59}{}_8}{777_8}=\frac{1{,}\overbrace{1\ldots1}^{59}{}_8}{111_8}=0{,}01001001\ldots001_8$ - 40 нулей и 20 единиц

$y=8040201008040201008040201008040201_{16}=1001001\ldots001_8$

$0{,}01\ldots001_8=1001\ldots001_8:8^{59}=y:8^{59}=y\cdot8:16^{30}$

$8\cdot y=64321608064321608\ldots08_{16}$, деление на 16^{30} лишь сдвинет запятую влево на 30 цифр и не повлияет на кол-во двоек.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИН0002151426

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Кол-во двоек в числе 8 у ровно 4

Ответ: 4

2. Победит первый игрок. Он ставит между y и z знак $\oplus$ - это действие будет точно последним, тогда ему надо добиться, чтобы $(x \# y) \neq z$, если второй игрок ходит на z, то первый делает $x=1$, дальше на любой ход соперника он идет так, чтобы $(x \# y) \neq z$ $\left(\begin{matrix} 1 \oplus 0 = 1 \\ 1 \wedge 0 = 0 \end{matrix}, \begin{matrix} 1 \wedge 1 = 1 \\ 1 \oplus 1 = 0 \end{matrix}, \begin{matrix} 1 \oplus 0 = 1 \\ 1 \oplus 1 = 0 \end{matrix}, \begin{matrix} 1 \wedge 0 = 0 \\ 1 \wedge 1 = 1 \end{matrix} \right)$.

ходы второго: $y=0$ $\quad y=1$ $\quad \#=\oplus$ $\quad \#=\wedge$

Если второй игрок ходит на x или y, то первый ходит y или x так, чтобы $x \neq y$, тогда как бы не сходил второй игрок, первый ходит так, чтобы $x \# y$ $(1 \# 0) \neq z$. Если второй игрок ходит на $\#$, то первый делает $y=1$ и аналогично добьется, чтобы $(x \# y) \neq z$

Во втором случае победит первый. Ставит $\oplus$ между 1 и k и играет симметрично

6.

Ответ на тестовый файл 1: 145

90

42

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН0002158526

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	18	17	13	20	88

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~№1. 60 чисел.~~

~~$0.(110)_3,\ 0.0(110)_3,\ 0.00(110)_3,$~~

~~$0.(110)_3,\ 0.0(110)_3,\ 0.00(110)_3,\ 0.000(110)_3,\ 0.0000(110)_3,\ 0.00000(110)_3$~~

~~$0.00000(110),\ 0.000000(110)_3,\ 0.0000000(110)_3$~~

№1. Сумма чисел.

Каждое число имеет вид $0.00\ldots0(110)_3$, где $k = 0, 1, \ldots, 59$

Каждое число имеет вид переменной k

Кол-во обозначим о нулей тоже

Переодическая дробь $0.(110)_3 = m$

$$= \frac{110_3}{3^3-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

Число с k нулями перед периодом

$$A_k = \frac{6}{13\cdot 3^k}$$

Сум. всех чисел: $S = \sum_{k=0}^{59} \frac{6}{13\cdot 3^k} = \frac{6}{13}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{13}\cdot\left(1-3^{-60}\right) =$

$$\frac{9^{30}-1}{13\cdot 9^{29}}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 2 1 5 8 5 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пункт 2.

Поскольку $9^3 = 729 \equiv 1 \pmod{13}$, то $9^{30} = (9^3)^{10} \equiv 1^{10} = 1 \pmod{13}$

Следовательно, $9^{30} - 1 \vdots 13$

Обозначим $M = \frac{9^{30}-1}{13}$ - это целое число, тогда: $S = \frac{M}{9^{29}}$

Это означает, что в 9-ной системе S имеет конечную запись длиной ровно 29 разрядов после запятой:

$S = 0.D_1D_2\ldots D_{29}$

Где $D_1D_2\ldots D_{29}$ - девятеричная запись числа n

Пункт 3.

Девятеричная запись числа n

Число $9^{30}-1$ в 9-ой системе это 30 восьмерок

Деление на 13 дает: $M = \frac{9^{30}-1}{13} = 620620620\ldots62062_9$

Это число состоит из 9 полных блоков „620" и завершающим блоком „62", всего 29 разрядов: 620 620 620 620 620 620 620 620 620 62

$\ldots$ 10,1) Из-за пересечения строк,

неупорядоченная пар = $|r:2|+1$

Это $\{0,r\}$, $\{1,r-1\}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 МН0002158526

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пункт 4.

Подсчет цифр 2

В каждом блоке «20» цифра 2 встречается 1 раз →

9 блоков выдают 9 раз

В финальном блоке «3» цифра 2 встречается 1 раз

9+1=10

Ответ: 10 раз

N2.

Пункт 1.

При оптимальной игре в выражении x#y#z#w#k#m#q#r

Побеждает 1 игрок (тот который стремится получить 0)

~~Выборочная~~ выигрышная стратегия: 1 игрок должен начать с присвоения x = 0 (или другой переменной в значение 0)

Это гарантирует победу при дальнейшей правильной игре.

Ключевая идея: 1 игрок может контролировать исход, устанавливая переменные и операции так, чтобы создать блоки конъюнкций, содержащие нули.

Поскольку конъюнкции вычисляются раньше XOR, достаточно обеспечить, чтобы хотя бы 1 блок AND содержал ноль, что обнулит этот блок. каком? При правильной стратегии 1 игрок может гарантировать четное число единичных блоков, что даст XOR=0.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000215 8526

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пункт 1.

Выигрышная стратегия 2 игрок

Второй игрок имеет выигрышную стратегию

1. На своем первом ходе (ход 2) устанавливает 1 у оператора #1 #2 ⊕

Это предотвращает образование женщиной конъюнкции x y z, которую первый игрок мог обезвредить установка 1 переменной вот пункт (тождественно к результату константа всегда ⊕ независимо от переменн)

Подпункт 2

На последней ход 2 игрок всегда может выбрать значение последнего свободного элемента, чтобы результат равнялось 1.

Если свободная переменная из w, k, m : она всегда входит в результат линейно ⊕, поэтому выбор её значения $= C \oplus 1$ дает результат 1 (где C текущее значение остального выражения)

Если свободна переменная x, y, z) : благодаря наличию хотя бы 1 ⊕ в прервые, эта переменная влияет на результат линейной (или почти линейно) и второй игрок может подобрать значение для результата 1.

Если свободен оператор

Лист 4 из 7

но {(,d)} {0,r} ...
неупорядочных пар = [illegible] $|r:2|+1$
Это {0, r}, {1, r−1} ...)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4   4Н00028585 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Потому 1 игрок не может помешать второму

Чтобы обезвредить ходы 1 игрока нужно всегда где

последняя переменная не была на результат например ($X\,Y\,Z$

при $X = 0$)

Второй игрок на ходу два фактически делает

текущую структуру условия после операции ⊕ после этого

каждая переменная имеет не результат достаточно

гибко, чтобы на последнем ходе 2 игрок мог скомпенсировать

все предыдущие хода

N3

Шаг 1 параметр n

Пусть $a = (00)$, $b = (11)$, $c = (01)$, $d = (10)$

$a + b + c + d = 13$ обозначим $r = c + d$ число смешанных тогда $a + b = 13 - r$

1 Сколько вариантов при фиксированном r

при заданном r: нужно $a + b = 13 - r$ $a, b \geq 0$, значит

таких пар $13 - r + 1 = 14 - r$

2. сколько вариантов $\{c, d\}$ при заданном r: нужно $c + d = r$

но $\{c, d\}$ и $\{d, c\}$ неразл. из-за перестановки строк, поэтому число

неупорядоченных пар = $\lfloor r : 2 \rfloor + 1$

Это $\{0, r\}, \{1, r-1\}, \ldots$)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН0002158526 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит всех фиксированных r:

$(14-r)([r:2]+1)$

шаг 3.

Складывая по r 0, 1, ... r получаем сумму $\sum_{r=0}^{13}$.

$(14-r)([r:2])+1=308$

её можно посчитать в столбик

$r=0 \quad 14\cdot 1=14$
$r=1 \quad 13\cdot 1=13$
$r=2 \quad 12\cdot 2=24$
$r=3 \quad 11\cdot 2=22$
$r=4 \quad 10\cdot 3=30$
$r=5 \quad 9\cdot 3=27$
$r=6 \quad 8\cdot 4=32$
$r=7 \quad 7\cdot 4=28$
$r=8 \quad 6\cdot 5=30$
$r=9 \quad 5\cdot 5=25$
$r=10 \quad 4\cdot 6=24$
$r=11 \quad 3\cdot 6=18$
$r=12 \quad 2\cdot 7=14$
$r=13 \quad 1\cdot 7=7$

N5.

1009.43980.0.0,30 | 16969.36992.0.0 28

1009.43980.2026.0 | 16969.36996.1986.2048

Лист 6 из 7

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН00021585 26 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№6.

132

84

40

1) 27347028827 9008

2) 136777487

3) 70652075 4495371 87130463049139
592014747 5727887 36 425387969 2

4) 5626265687548275 59938

5) 18892365544183171364400147295 05 22304209
880290998 4048

№4.

2885

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 8 | 4 | 4 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	0	18	0	20	20	58

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2

Всего символов — 2n−1. Из них n букв и n−1 знаков #. Всего ~~2n−1~~ 15 ходов. Из них 8 букв и 7 знаков #. Так как первый игрок хочет, чтобы выражение было равно 0, а второй хочет, чтобы выражение было равно 1, и так как последним ходит первый игрок. На последний ход остаётся только один символ. Либо буква, либо #.

Рассмотрим два случая:

1) Осталась буква:

Если последняя буква стоит в конъюнкции с чем-то, выбор нуля обнулит эту конъюнкцию. Если она стоит в xor, выбор нуля или единицы может изменить исход. В любом случае первый игрок может выбрать 0 или 1 так, чтобы итог стал нулём.

2) Остался #:

~~#, который~~ Если последний символ — #, который стоит между двумя частями выражения, которые уже можно посчитать. И при своём ходе первый игрок,

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И40002184426

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

выбирает тот оператор, который даёт 0. Таким образом, стратегия выигрыша у первого игрока заключается в обнулении выражения последним ходом. Следовательно, при правильной игре победит ~~первый~~ второй игрок. Так как на доске осталось чётное число доступных ходов, победит второй игрок, потому что последним ходом он может выбрать нужное ему значение, которое будет обращать выражение в единицу.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4   И И 0 0 0 2 1 8 4 4 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 3.

~~Упростим задачу~~ Так как в матрице в столбце может стоять только 4 различные пары, возможных ~~un~~ элементов $a = 00$, $b = 01$, $c = 10$, $d = 11$.

Так как перестановка строк меняет местами элементы в столбцах, то она будет менять только столбцы с парами чисел b и c. А столбцы с парами a и d будут неизменными. Следовательно, перестановка строк меняет все столбцы c на столбцы b и все столбцы b на столбцы c. Следовательно, для эквивалентности матриц необходимо равенство количества столбцов a, количества столбцов d и суммы количества столбцов b и c.

$\sum_{m=0}^{13} (14-m)\cdot(\lfloor m:2 \rfloor+1)$, где $m = b+c$ — кол-во столбцов с одной единицей. $a+m+d=13$. $14-m$ — кол-во способов выбрать a и d при данном m. Ответ: 308.

Задание 6.

Тест 1: 1009.43980.0.0 30; 1009.43980.2026.0

Тест 2: 16969.36992.0.0 28; ~~16969.365396~~ 16969.36993.1483.0

Лист 3 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И 4 0 0 0 2 1 8 4 4 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 6

Тест 1 : 132; 84; 40

Тест 2: 273470288279 008; 136777487;
106520 75 4495 37187130 4630 49139592014747572-
78873642 53879692; 56262656875482755 9038;
1889236554 4 18317136 4400747 29505 2230420988-
0 29099 84 048.

Лист 4 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 2 2 0 4 6 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	5	5	15	20	10	55

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(1) Заметим, что $9=3^2$, т.о. при переводе из троичной в девятеричную будут браться два бита из троичного числа и превращаться в одно число: $00 \mapsto 0$ $01 \mapsto 1$ $02 \mapsto 2$ $10 \mapsto 3$ ... $\cancel{22}\mapsto 8$. Значит, чтобы в ответе была цифра 2, нужно, чтобы в сумме дробей была комбинация битов 02.

~~Покажем, что это невозможно. Складывая периодическую часть всех чисел (все 60 чисел уже становятся периодичны) будет получаться последовательность двоек, т.к. в m разряде каждого числа будет в сумме 40 ед + 13 ед с предыдущего разряда 51 % 3 = 2~~

Рассмотрим сначала ту часть, которая периодична у всех 60-ти чисел. Начнем с ~~какого-то~~ N разряда и предположим, что с N+1 разряда переносится 3k единиц. Тогда на N разряде будет число 1, так как в 60 числах на N разряде только в 40 числах будет стоять 1. Значит 40 % 3 = 1, 13 разрядов переносится 1 записывается в разряд. В n-1 разряду в нем 40 ед. + 13 ед. = 53 ед 53 % 3 = 2 ; 53 // 3 = 17. Т.о. переносится 17 единиц. В n-2 разряде будет 17+40 = 57 % 3 = 0. Будет стоять 0.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 4 | 6 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Т.о. мы получим последовательность 02, а значит при переводе в 9-ичную СС она станет 2. Ввиду бесконечности периода, то и кол-во двоек в числе будет бесконечно. Ответ беск. много

~~(2) 1) в первом случае первому игроку необходимо по центру поставить (+), а потом полностью копировать ходы второго, но на другой части половины. противоположной части выражения, относительно центра. В результате~~

(3) Заметим, что никакой перестановкой матрицы невозможно поменять столбцы вида $\boxed{\begin{smallmatrix}0\\0\end{smallmatrix}}$ и $\boxed{\begin{smallmatrix}1\\1\end{smallmatrix}}$. Количество таких столбцов в матрице инвариантно. Зафиксируя кол-во таких столбцов, останутся только столбцы вида $\boxed{\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}}$ и $\boxed{\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}}$, которые можно получить друг из друга путём замены местами строк. Итого нужно посчитать кол-во вариантов выбрать инвариантные столбцы:

```
ans = 0
For i in range(0, 14):
    For j in range(0, 14-i):
        ans += 1
```

Ответ: 105

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 4 | 6 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(4) Ответ: 2558

(5) test 1 : 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.0

test 2 : 16969.36992.0.0 28
16969.36993.1483.0

(6) test 1 132
84
40

test 2

(2) 2) Во втором выражении $X \_^{1} Y \_^{2} Z \oplus W \oplus K \oplus M$ выигрывает второй игрок. Для этого, он должен своим первым ходом поставить в одно из мест $\oplus$. Если первый игрок одним из своих действий поставил $\wedge$, то второй игрок должен поставить цифры вокруг этой конъюнкции. Так как он в свой последний ход второй игрок будет выбирать цифру, которая находится около $\oplus$, то он гарантированно может выбрать нужную цифру, чтобы общее выражение стало истинным

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	Н	0	0	0	2	2	0	9	7	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	0	15	20	10	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N4

1278

97	91	105
110	62	46
95	14	99

85	106	81
109	16	105
18	26	89

Ответ: 1278

N 5 Тест N 1:

1009.43980.0.0 30

1009.43980.2026.128

Тест N 2

16969.36992.0.0 28

~~16969.37008.1483.14468~~

16969.37002.1495.9856

N6

Тест N 1

145

90

42

Тест N 2

1)2077907 1 7 2543305

2)368117443

3) ?

4) 119268624862216009 33903

5) ?

N1

$0,(007)_8 = \frac{7}{8^3} + \frac{7}{8^6} + \dots \Leftarrow S = \frac{7}{8^3} + \frac{1}{8^3} S$

$0,0(007)_8 = \frac{7}{8^4} + \frac{7}{8^7} + \dots \qquad S = \frac{7}{8^3-1}$

⋮

$0,\underbrace{0\dots0}_{59}(007) = \frac{7}{8^{62}} + \frac{7}{8^{65}} + \dots$

$\Rightarrow$ Sumall: $S\cdot\left(1+\frac{1}{8}+\frac{1}{8^2}+\dots+\frac{1}{8^{59}}\right) = \frac{7}{8^3-1}\cdot\left(1+\frac{1}{8}+\frac{1}{8^2}+\dots+\frac{1}{8^{59}}\right)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 2 2 0 9 7 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$= \frac{1}{8^3-1}\left(7+\frac{7}{8}+\frac{7}{8^2}+\dots+\frac{7}{8^{53}}\right) = \frac{7,\overbrace{7\dots7}^{57}{}_{(8)}}{777_{(8)}} = 0,01_{(8)} + \frac{0,00\overbrace{7\dots7}^{57}{}_{(8)}}{777_{(8)}}$$

$$= 0,01_{(8)} + 0,00\overset{00}{1}_{(8)} + 0,000\overset{00}{1}_{(8)} + \dots + =$$

$$= 0,01\underbrace{001\,001\,001\,\dots}_{19}{}_{(8)} =$$

$$= \underbrace{\frac{4}{16^2}+\frac{2}{16^5}+\frac{1}{16^8}+\frac{8}{16^9}}_{1}+\underbrace{\frac{4}{16^{12}}+\frac{2}{16^{13}}+\frac{1}{16^{15}}}_{2}+\frac{8}{16^{17}}+\underbrace{\frac{4}{16^{20}}+\dots}_{2}$$

$$+\frac{8}{16}$$

2 4 5

Ответ: 5 двоек

Лист 2 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИИ00022135 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	0	7	20	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

№1

I) $0.(110)_3$ – период длины 3, это дробь

$$0.(110)_3 = \frac{(110)_3}{3^3-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

Следующие члены – сдвигаются на k 0:

$$\frac{6}{13}\cdot 3^{-k}, \ k = 0..59$$

II) Сумма геометрии

$$S = \frac{6}{13}\sum_{k=0}^{59} 3^{-k} = 6^{13}\cdot\frac{1-3^{-60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{13}\cdot\left(1-3^{-60}\right) =$$

$$= \frac{3^{60}-1}{3\cdot 3^{58}}$$

III) Ключ: $3^3 = 27 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow 3^{60} \equiv 1 \pmod{13}$, значит $3^{60}-1$ делится на 13. Тогда:

$$S = \frac{(3^{60}-1)/13}{3^{58}} = \frac{M}{3^{58}} = \frac{M}{9^{29}},$$

то есть в девятеричной системе это конечная дробь с 29 знаками

→

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | 3 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

IV Пример

$$\frac{1}{13} = 0.(062)_9 \Rightarrow \frac{9}{13} = 0.(620)_9,$$

а умножение на $(1-9^{-30})$ просто обрубает период после 29 знаков:

$$S = 0.(\underbrace{620620\ldots620}_{9\text{ раз}}62)_9$$

Итог: цифра „2" встречается в каждом блоке „620" по 1 девять раз + еще 1 в конце 62 $\Rightarrow$ 10 раз

Ответ: 10 двоек.

Вариант № 4 ИИ000221 3526

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

(I) Исходное выражение:

$x \# y \# z \# w \# k \# m \# q \# r$

Побеждает первый игрок:

Стратегия:

$\oplus$ — „хвост"

Сделаем справа „хвост" из операций $\oplus$, чтобы последняя незаполненная буква входила в выражение только как XOR-слагаемое и ее можно было подобрать в конце.

Как сыграть:

1. В свой ход расширяем „хвост" справа: ставим самый правый, ещё незаполненный ~~#~~ рав $\oplus$ # равный $\oplus$
2. Следим, чтобы в хвосте оставалось хотя бы 1 не выставленная буква (соперник поставит букву в „хвосте" → мы на следующем ходе добавим еще 1 # равно $\oplus$ слева „хвост"

→

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИИ000221352б

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

удаляется и снова появляется свободная буква

3. На последнем ходу выставляем эту последнюю букву так, чтобы весь XOR стал 0

Первый Ответ.

(Работает, потому что справа получ. вид ... ⊕ a ⊕ b ⊕ ..., и последний свободный бит можно выбрать, чтобы заполнить результат.)

(II) Если изначально x # y # z ⊕ w ⊕ k ⊕ m побеждает второй игрок.

Стратегия:

1) Постараемся оставить 1 из букв w, k, m на последний ход (это чистые XOR значение)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 34 ИИ0002213526

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

На последнем ходу ставим её равной „нужному биту",
чтобы итог стал 1
$m := 1 \oplus (x \# y \# z \oplus w \oplus k)$
(или аналогично для w/k, что останется свободным)

Ответ:

Если соперник упрется и заранее выставит w, k, m у второго все равно остается последний ход и возможность добить результат через левую часть (свободную букву /#), ~~но~~ но базовый шаг — держаться последним именно w/k/m.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИИ0002213526 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Эквивалентность = перестановка столбцов или строк для матрицы 2×13 важно только ~~натур.~~ кол-во столбцов типов 00, 01, 10, 11. Пусть их a, b, c, d

$$a+b+c+d=13$$

Перестановки столбцов ничего не меняет кроме порядка, а перестановка строк меняет местами только типы $01 \leftrightarrow 10$, то есть $(a,b,c,d) \approx (a,c,b,d)$

Всего четверок:

$$N = \binom{16}{3} = 560$$

Фиксируем при обмене строк те, где $b=c$. Пусть $b=c=T$, тогда $a+d=13-2T$, $T=0..6$, число решений: $\sum_{T=0}^{6}(14-2T)=56$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 9 | 0 | 2 | 2 | 1 | 3 | 5 | 9 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

число неэквивалентных матриц:

$\frac{N+F}{2} = \frac{560+56}{2} = 308$

Ответ: 308

№5

Ответ: 1) 1009 . 43980 . 2026 . 0 . 30

~~2)~~ 1009 . 43980 . 2026 . 0 .

2) 16969 . 36997 . 1980 . 19456 . 28

16969 . 36997 . 1480 . 19456

№6

1) 132
84
40

2) 2734702881279008

10652075449537187130 →
46304913959208147475 →
727887364253879692

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 2 2 1 3 5 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№6

56262656875 4 8275 59938

188 923 655 441 831713 64400147 2 950552 →

2304 2098 80290 99 84048

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 5 | 2 | 8 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	10	17	20	20	82

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

1) Рим все предоставленные числа в двоичной СС:

1: $0,(000000111)_2$

2: $0,000(000000111)_2$

⋮

2) Т.к. кол-во данных чисел кратно 3, то сгруппируем их попарно в 20 раз. групп:

1 гр.: $0,000000(1)_2$ кол-во нулей после зап.: 6

2 гр.: $0,000000000000000(1)_2$ кол-во нулей после зап.: 15

⋮

20 гр.: $0,00\ldots0(1)_2$ кол-во нулей после зап.: $6+9\cdot(n-1)$, $n = 20$

Заметим, что при переводе из двоичной в шестнадцатеричную СС, мы рассматриваем числа по 4, а в каждой группе прибавляется по 9 нулей после запятой ⇒ т.к. НОК(4; 9) = 36, то значения в 16 СС после нулей будет повторяться ровно раз в 4 группы. Представим группы в 16 СС:

1. $0,03(F)_{16} \approx 0,04_{16}$
2. $0,001(F)_{16} \approx 0,002_{16}$
3. $0,0000000(F)_{16} \approx 0,000001_{16}$
4. $0,0000000007(F)_{16} \approx 0,000000008_{16}$

далее знач. после нулей будут повторяться, но кол-во нулей после запятой будет разл. ⇒ т.к. двойка встречается раз в 4 группы, то кол-во двоек будет $\frac{20}{4} = 5$

Ответ: 5.

№4

Ответ: 1279

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И Н 0 0 0 2 2 5 2 8 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

~~[illegible]~~

Ответ: 1 файл: 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.128

2 файл: 16969.36992.0.0 28
16969.37002.1495.9856

№6

Ответ: 1 файл: 145
90
42

2 файл: в комментариях в коде

№3

Т.к. матрица размерности 2 на 10, то в столбцах только 3 пары разл. знач.: $\binom{1}{0}$ $\binom{1}{1}$ $\binom{0}{0}$, а $\binom{0}{1}$ — это тоже самое, что $\binom{1}{0}$.
Если мы возьмем 2 пары столбцов $\binom{1}{0}$ и 8 пар $\binom{1}{1}$, то ~~[illegible]~~ из них можно сделать всего одну неэквивалентную матрицу.
Значит нам нужно расставить 3 таких пары на 10 позиций, чтобы их кол-во всегда было изменно:
с помощью прикрепленного в моей работе кода (3.py) узнаем, что таких способов 66 => ответ — 3·66 = 198

Ответ: 198

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИН00227 2426

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	0	0	17	13	20	50

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1

1 – n $\quad n = 0{,}(007)_8$

2 – $\frac{n}{10}$

3 – $\frac{n}{100}$

...

60 – $\frac{n}{10^{59}}$

$n_8 = 0{,}007007\ldots$

$n_{10} = 0{,}115790582166772115$

$\left(n + \frac{n}{10} + \frac{n}{100} + \ldots + \frac{n}{10^{59}}\right) = 0{,}128656202407467795 = S_{10}$

$S_{hex} = \underline{2}d6536a443c9\underline{2}6$

Ответ: 2

№ 5

Тест 1: 1009.43980.0.0 30

1009.43980.2026.128

№ 4

Ответ: 1279

Тест 2: 16969.36992.0.0 28

16969.36997.1480.19520

№ 6

Тест 1: 6, 10, 3

Тест 2: ~~см. код программы~~

см. файл программы

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИН000228726 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	10	10	0	20	20	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3. Пусть в какой-то таблице a столбцов $\begin{smallmatrix}1\\1\end{smallmatrix}$, b столбцов $\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}$ и $\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}$, и c столбцов $\begin{smallmatrix}0\\0\end{smallmatrix}$, тогда она эквивалентна таблице $\underbrace{\begin{smallmatrix}1&1&\dots&1\\1&1&\dots&1\end{smallmatrix}}_{a\text{ раз}}\underbrace{\begin{smallmatrix}1&1&\dots&1\\0&0&\dots&0\end{smallmatrix}}_{b\text{ раз}}\underbrace{\begin{smallmatrix}0&0&\dots&0\\0&0&\dots&0\end{smallmatrix}}_{c\text{ раз}}$. Остальные таблицы не эквивалентны ей. Теперь осталось посчитать количество троек $(a;b;c)$, таких что ~~[illegible]~~ $a+b+c=10$. Если a зафиксировано, то к ответу надо прибавить $10-a+1$. Тогда ответ $=\sum_{a=0}^{10} 10-a+1=$

$$=11+10+\dots+1=\frac{11\cdot 12}{2}=66$$

Ответ: 66

2. 1) Победит первый игрок. Первым ходом он сделает $y=1$. ~~[illegible]~~ Выше напишу как следует отвечать первому игроку на возможные ходы второго.

$\begin{cases}x=0\\ \#_1=\oplus\end{cases}$ $\begin{cases}\#_1=\wedge & (2)\\ x=1 & (1)\end{cases}$ Видно, что отвечая так на ходы второго можно сделать значение выражения $=1$.

$\begin{cases}x=1\\ \#_1=\wedge\end{cases}$ $\begin{cases}\#_1=\oplus & (2)\\ x=0 & (1)\end{cases}$

$\begin{cases}z=0\\ \#_2=\oplus\end{cases}$ $\begin{cases}\#_2=\wedge & (2)\\ z=1 & (1)\end{cases}$

$\begin{cases}z=1\\ \#_2=\wedge\end{cases}$ $\begin{cases}\#_2=\oplus & (2)\\ z=0 & (1)\end{cases}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 8 | 7 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~6. Ответы:~~
~~1) 145; 30; 42~~
~~2)~~

6. Решал на языке C++, поэтому ответы вывожу по модулю 10^{18}. Очевидно угадать 2 их не мог.

1) 145; 30; 42

2) 2077907172545305
368117443
720441845534360918
862486221600933903
684652144272211368

~~2.1) Победит первый игрок. Ему достаточно сделать Y=0, тогда X×0 и Y×Z будет равно 0. Остальные следующим ходом сделать X=1 или Z=1.~~

2.2) Победит первый игрок. Первым ходом он должен превратить выражение в $X\#Y\#Z\oplus1\oplus k\#m\#n$. Т.к. $X\oplus Y = Y\oplus X$, то это выражение эквивалентно $(X\#Y\#Z)\oplus(k\#m\#n)\oplus1$. Дальше первый игрок должен зеркально повторять действие второго игрока, относительно $X\#Y\#Z$ и $k\#m\#n$, чтобы значение этих выражений были равны. Итого мы получаем $a\oplus a\oplus1 = 0\oplus1 = 1$. Победа первого.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИН00228 7126

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Ответы на задания 4 и 5 оставил в ~~[illegible]~~ прикреплённых файлах.

1. $a_i = \left(\frac{7}{8^{i-1}\cdot(8^3-1)}\right)_8$

Больше не знаю, что сказать.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 2 3 0 6 5 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	
15	5	0	0	20	20	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

08.02.2026 21:43

№1) период $(110) = 1\cdot 3^2 + 1\cdot$ $\cdot 3 + 0 = 12_{10}$

знаменатель $1000(3) - 1 = 27 - 1 = 26$; $n(1) = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$, это сумма геометрической прогрессии из 60-ти членов, где $q = \frac{1}{3}$; $S = \frac{b(1)\cdot(1 - q^{60})}{1-q} = \frac{6}{13}\cdot\frac{1-(\frac{1}{3})^{60}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{13}\cdot(1 - \frac{1}{3^{60}})$,

так как основание системы нужно 9, $3^{60} = (3^2)^{30} = 9^{30}$

$S = \frac{9}{13}\cdot(1 - 9^{-30})$, переведём $\frac{9}{13}$ в девятиричную систему, умножим числитель и знаменатель на 56, чтобы получить внизу $9^k - 1$: $\frac{9\cdot 56}{13\cdot 56} = \frac{504}{728} = \frac{504}{9^3-1}$

переведём 504 в девятиричную, делением на 9, $504 : 9 = 56$, остаток 0; $56 : 9 = 6$, остаток 2; $6 : 9 = 0$, остаток 6; получаем период 620, дробь равна $0,(620)$ в девятиричной.

Умножим на $(1 - 9^{-30})$, вычисляем хвост, сдвинутый на 30 позиций, так как хвост идентичен периоду, дробь просто обрывается на 30-ом знаке; получаем 30 цифр с периодом (620), длина 3; количество периодов: $30/3 = 10$, в каждом периоде (6, 2, 0) – одна двойка, значит:

$10\cdot 1 = 10$.

Ответ: 10

№2) Первая часть (x#y#x#z#y#k#m#y#r): в выражении восемь переменных и семь знаков #, всего $8+7 = 15$ – пустых мест

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН00023065 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	7

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

число 15 нечётное, значит первый игрок делает последний ход. Первый игрок должен оставить одну переменную (например r) напоследок, поскольку в выражении есть операции ⊕ (XOR), изменение одной переменного меняет результат всего выражения (если она не умножена на 0 через 1), делая последний ход, первый игрок видит результат всего остального выражения и выбирает для r значение 0 или 1, так чтобы итоговая сумма стала равна нулю.

Вторая часть ($x \# y \# z \oplus w \oplus k \oplus m$):

6 переменных (x, y, z, w, k, m), знаков # всего 2 (между xy и xz), знаки ⊕ уже стоят, всего $6+2=8$ - пустых мест, число 8 четное, значит второй игрок делает последний ход, выражение имеет вид $(\ldots) \oplus w \oplus k \oplus m$, переменные w, k, m влияют на ответ напрямую, так как второй игрок должен оставить одну из них (например m) на самый последний ход, каким бы не получилось выражение до этого своим последним ходом второй подбирает m (0 или 1), так, чтобы общий результат стал равен 1. В первой части победит первый игрок. Во второй части победит второй игрок.

Лист 2 из 3

08.02.2026 21:43

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН000230626

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке строки

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3) Ответ: 308

где пояснения к коду?

№5) Первый тест: 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.0

Второй тест: 16969.36992.0.0 28
16969.36993.1483.0

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 0 | 9 | 6 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	0	18	0	13	20	51

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Переформулируем задачу:

По сути у нас ~~это~~ есть 13 пар, которые можно переставлять как угодно и всего 4 типа пар: ~~(1 1 0 0 / 1 0 1 0)~~ $\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}$. Тогда сколько различных разбиений числа 13 на 4 слагаемых существует, при том, что $x_1+x_2+x_3+x_4$ – это тоже самое, что и $x_1+x_3+x_2+x_4$, где индекс x – это тип пары?

Пусть тогда $x_2 \le x_3$ ~~(и $x_1 \le x_4$)~~, ~~…~~

сумма x_2+x_3	сумма x_1+x_4	~~сумма~~ количество вариантов
0	13	~~1·7=7~~ 1·14=14
1	12	~~1·7=7~~ 1·13=13
2	11	~~2·6=12~~ 2·12=24
3	10	~~2·6=12~~ 2·11=22
4	9	~~3·5=15~~ 3·10=30
5	8	~~3·5=15~~ 3·9=27
6	7	~~4·4=16~~ 4·8=32
7	6	~~4·4=16~~ 4·7=28
8	5	~~5·3=15~~ 5·6=30
9	4	~~5·3=15~~ 5·5=25
10	3	~~6·2=12~~ 6·4=24
11	2	~~6·2=12~~ 6·3=18
12	1	~~7·1=7~~ 7·2=14
13	0	7·1=7

$7+7+12+12+15+15+16 = 14+24+\cancel{30+16} = 84$

$84 \cdot 2 = 168$

Ответ: ~~168~~

Ответ: 308

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИИ00023096 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Выигрывает второй игрок.

Стратегия:

1) Если первый игрок меняет # на операцию, то мы зеркально меняем ~~ту~~ вторую решётку на такую ~~ю~~ же. Это позволит сохранить чётность переменных.

2) Т.к. ходов чётное число, то мы делаем последний ход и контролируем чётность.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | И | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 1 | 9 | 7 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	10	10	17	0	0	52

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$$0,(007)_8 = \frac{7}{8^3-1} = \frac{7}{511}{}_{10}$$

$$0,0(007)_8 = \frac{7}{8^3-1}\cdot 8^{-1} = \frac{7}{511\cdot 8}{}_{10}$$

$$0,00(007)_8 = \frac{7}{8^3-1}\cdot 8^{-2} = \frac{7}{511\cdot 8^2}{}_{10}$$

и так далее ...

Сумма 120 чисел в этом ряду будет равна: (в десятичной СС)

$$\frac{7}{511\cdot 8^0} + \frac{7}{511\cdot 8^1} + \frac{7}{511\cdot 8^2} + \frac{7}{511\cdot 8^3} + \ldots + \frac{7}{511\cdot 8^{119}} =$$

$$= \frac{7}{511}\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{8^3} + \ldots + \frac{1}{8^{119}}\right) =$$

$$= \frac{\cancel{7}}{73\cdot\cancel{7}}\cdot\left(\frac{64}{64} + \frac{8}{64} + \frac{1}{64} + \frac{8^2}{8^5} + \frac{8}{8^5} + \frac{1}{8^5} + \ldots + \frac{1}{8^{119}}\right)$$

Заметим, что первые 3 числа в скобке дают в сумме $1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{64} = \frac{64+8+1}{64} = \frac{73}{64}$; следующие 3 числа дают в сумме $\frac{1}{8^3} + \frac{1}{8^4} + \frac{1}{8^5} = \frac{8^2+8+1}{8^5} = \frac{73}{8^5}$; $\frac{1}{8^6} + \frac{1}{8^7} + \frac{1}{8^8} = \frac{64+8+1}{8^8} = \frac{73}{8^8}$

и так. далее

Тогда исходная сумма в десятичной системе счисления приобретает вид:

$$\frac{1}{73}\left(\frac{73}{8^2} + \frac{73}{8^5} + \frac{73}{8^8} + \ldots + \frac{73}{8^{119}}\right) = \frac{1}{\cancel{73}}\cdot\cancel{73}\cdot\left(\frac{1}{8^2} + \frac{1}{8^5} + \frac{1}{8^8} + \ldots + \frac{1}{8^{119}}\right) =$$

$$= \frac{1}{8^2} + \frac{1}{8^5} + \frac{1}{8^8} + \frac{1}{8^{11}} + \ldots + \frac{1}{8^{119}}$$

т.к. сумма представляет собой сумму отрицательных степеней 8 $(8^{-2} + 8^{-5} + 8^{-8} + \ldots + 8^{-119})$, то можно представить данное число в восьмеричной системе счисления:

$$8^{-2} + 8^{-5} + 8^{-8} + 8^{-11} + \ldots + 8^{-119} = 0,01001001001\ldots001_8$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 1 | 9 | 7 | 2 | 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

• №1

Переведём это число в двоичную систему счисления:

$$0,01001001\ldots001_8 = 0,\overbrace{000}\overbrace{001}\overbrace{000}\overbrace{000}\overbrace{001}0\ldots000\,000\,001_2 =$$

$$= 0,\overbrace{0000}^{0}\overbrace{0100}^{4}\overbrace{0000}^{0}\overbrace{0010}^{2}\overbrace{0000}^{0}\overbrace{0001}^{1}\overbrace{0000}^{0}\overbrace{0000}^{0}\overbrace{1000}^{8}\ldots000000001_2$$

$$\overset{-1\;-2\;-3\;-4\;-5\;-6\;-7\;-8\;-9\;-10\;-11\;-12\;-13}{= 0,040201008{,}0402\ldots_{16}}$$

$$\underbrace{8^{-2}+8^{-5}+8^{-8}+8^{-11}+\ldots+8^{-113}+8^{-116}+8^{-119}}_{38\text{ членов.}}$$

из 4 членов $(8^{-2}+8^{-5}+8^{-8}+8^{-11})$ составляется последовательность $0,040201008_{16}$ и из каждых 4 последующих членов создаётся такая последовательность, в каждой последовательности есть цифра 8 ⇒ всего их будет:

38 : 4 = 9 (ост 2) ⇒ на конце: $\ldots\overbrace{000\,0}^{0}\overbrace{01\,00}^{4}\overbrace{0\,000}^{0}\overbrace{0010}^{2}{}_2$ ⇒

⇒ цифр 8 в записи такого числа в 16 СС будет 9

$$\boxed{\text{Ответ: } 9}$$

• №2

1) всего в игре доступно 5 ходов т.е. есть 32 варианта исхода игры

первому игроку необходимо один из символов # заменить на знак ∧, тогда получится выражение: x # y ∧ z. Если второй игрок заменит одну из букв на 1 или 0, то он проиграет, т.к. первый сможет

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | ИН 000231972 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N2

заменить один из символов # на $\wedge$ и далее заменить оставшуюся букву на 0 и победить; Если 2-й игрок меняет # на $\oplus$, то получается выражение:

$x \oplus y \wedge z$; тогда первый игрок меняет x на 0, и при любом ходе 2-го игрока меняет одну из букв (y или z) на 0 и побеждает; т.к. $0 \oplus 0 \wedge z = 0$; $0 \oplus 0 = 0$

$\boxed{\text{Ответ: победит 1-й игрок}}$

2) $x\#y\#z\#w\#k\#m\#q\#r$

Первому игроку необходимо заменить символ # на $\oplus$ (между w и k) и играть симметрично 2-му игроку относительно символа $\oplus$. Первый получит выражение:

$x\#y\#z\#w \oplus k\#m\#q\#r$ тогда, играя симметрично, первый игрок получит выражение $F \oplus F$, где F - какая-либо функция от 4 переменных, а выражения $F \oplus F = 0$ т.к. $0 \oplus 0 = 0$ и $1 \oplus 1 = 0$.

Ответ: победит 1-й игрок, играя симметрично 2-му, если заменит символ # между w и k на $\oplus$ (играя симметрично относительно символа $\oplus$ между w и k)

• N3

в матрице 2 на 12 всего 4 различных столбца:

$\begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$ и две строки; при этом при замене строк друг на друга столбцы $\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \end{smallmatrix}$ и $\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}$ не изменяются, изменяются только столбцы $\begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix} \to \begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}$ и $\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix} \to \begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix}$. Тогда ~~[illegible]~~ матрицы, где одинаковое кол-во столбцов $\begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix}$ и $\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}$ являются эквивалентными, например $\begin{matrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$ и $\begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$ эквивалентны друг другу.

Всего матриц: 4^{12} ~~#~~; рассчитаем количество эквивалентных матриц:

любые матрицы, где отличается количество столбцов $\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \end{smallmatrix}$ и $\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}$ неэквивалентны друг другу

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | 4 4 0 0 0 2 3 1 9 7 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$\begin{matrix}0&0&&0\\0&0&\ldots&0\end{matrix}$ – 1 матрица

$\Rightarrow$ всего 2

$\begin{matrix}1&1&&1\\1&1&\ldots&1\end{matrix}$ – 1 матрица

$\begin{matrix}0\\0\end{matrix}$ – „0" $\quad \begin{matrix}0\\1\end{matrix}$ – „1"

$\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$ – „2" $\quad \begin{matrix}1\\1\end{matrix}$ – „3"

$\begin{matrix}0&0&0&0&&0\\0&1&1&1&\ldots&1\end{matrix}$ – таких матриц C_{11}^1

$\begin{matrix}0&1&1&&1\\0&0&0&\ldots&0\end{matrix}$ – C_{11}^1 } одинаковые $\Rightarrow$ $\Rightarrow 2\cdot 11-11$

$\begin{matrix}0&1&1&&1\\0&1&1&\ldots&1\end{matrix}$ – C_{11}^1

$\Rightarrow$ всего $6\cdot 11$

$\begin{matrix}0&1\\1\ldots&0\ldots\end{matrix}$ – C_{11}^1

$\begin{matrix}0&1\\1\ldots&1\ldots\end{matrix}$ – C_{11}^1 } одинаковые $\Rightarrow$ $\Rightarrow 2\cdot 11-11$

$\begin{matrix}1&1\\0\ldots&1\ldots\end{matrix}$ – C_{11}^1

$\begin{matrix}0&0&1&1\\0\ldots&1\ldots&0\ldots&1\ldots\end{matrix}$ – всего таких матриц C_{11}^3

Но для каждой матрицы, кроме симметричных найдётся другая такая же (например $\begin{matrix}01101\\00011\end{matrix}=\begin{matrix}00011\\01101\end{matrix}$); всего симметричных матриц:

$\begin{matrix}0&&1\\0&\ldots&1\end{matrix}$

$\begin{matrix}0&0&&1&1\\0&0&\ldots&1&1\end{matrix}$ $\Rightarrow$

и т.д.

$\begin{matrix}0&0&1\\0\ldots&1\ldots&0\ldots\end{matrix}\Rightarrow C_{11}^2$

$\begin{matrix}0&0&1\\0\ldots&1\ldots&1\ldots\end{matrix}\Rightarrow C_{11}^2$

$\Rightarrow$ всего $4\cdot C_{11}^2$

$\begin{matrix}0&1&1\\0\ldots&0\ldots&1\ldots\end{matrix}\Rightarrow C_{11}^2$

$\begin{matrix}0&1&1\\1\ldots&0\ldots&1\ldots\end{matrix}\Rightarrow C_{11}^2$

Всего неэквивалентных друг другу матриц:

$\cancel{2+C_{11}^3+6\cdot 11+4\cdot C_{11}^2-11-11=2+4\cdot 11+165+55}$

$2+4\cdot 11+4\cdot C_{11}^2+\frac{C_{11}^3-5}{2}=346$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

и	и	0	0	0	2	3	1	9	7	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

• №3

C_k^n в данном случае выступает в выборе места для постановки первого столбца $\begin{smallmatrix}0\\0\end{smallmatrix}$ или $\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}$ или $\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}$ или $\begin{smallmatrix}1\\1\end{smallmatrix}$; столбцы расположены по возрастанию для исключения лишних вариантов.

$\boxed{\text{Ответ: } 346}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН00023535 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	5	10	17	20	20	72

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4 Квадраты: (J4 : M7) и (O8 : R11)

их сумма 1953

№5

Тестовый пример 1:

Ответ:

1009. 43980. 0. 030

1009. 43980. 2026. 128

Тестовый пример 2:

Ответ:

16969. 36992. 0. 0 28

16969. 37002. 1495. 9888

№6

Тестовый пример 1:

Ответ:

127

79

37

~~Тестовый пример 2:~~

~~Ответ: 1615 0876 14318 208~~

~~29 3060158~~

~~2878273984 72222755 7728135252196229564823436244 [illegible]~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН00023535 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№6 (Продолжение)

Тестовый пример 2:

Ответ:

161508761431820 8

293060158

2 8 78273984 72222755 77 28135 252196 22956482349 3624655372579 19562

91723396518485308 65278 66399568 53069941 73922

26845487273 03057 4950 4693 63629 64738

№1

При суммировании ~~этого~~ ряда получим $0.(007007007007007\ldots)_8$, переведём в двоичную

$0.(000000111000000111000000111\ldots)_2$

0 – 000

0 – 000

7 = 111

Перевод в 16-ую систему осуществляется делением ~~для~~ разрядов по 4 получая

$0000_2 - 0_{16}$, $0011_2 - 3_{16}$, $1000_2 - 8_{16}$, $0001_2 - 1_{16}$, $1100_2 - C_{16}$, $1110_2 - E_{16}$, $0111_2 - 7_{16}$ и потом повторяются последовательность, нигде не встречается „4“

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН000235 3526

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Первый игрок выиграет в обоих случаях т.к. он делает последний ход

В первом случае стратегия такова, что нужно ставить числа до тех пор, пока второй игрок не поставит первый знак

$x \# y \# z$

1 ход Первый меняет знак на $\wedge$

Если второй поставит число $\wedge$ первый меняет $\wedge$ => ставя пятым ходом 0 он выигрывает

если второй ставит $\oplus$ то оставшееся слагаем (z или x) которое не участвует в $\wedge$ первый заменяет на 1 тогда останутся 2 числа в умножении и первый всегда своим пятым ходом может сделать 0 в скобках => получится $1 \oplus (1 \wedge 0) = 0$ или $(1 \wedge 0) \oplus 1 = 0$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И Н 0 0 0 2 3 5 3 5 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

б) Стратегия:

выигрыш первый ставя умножение на 1,3 и 5 знак

~~если второй игрок поставит ⊕~~

и 0 в каждом слагаемом если второй ставит там 1

важно, если второй отделяет одним число ставя первый знак ⊕

$X \oplus y$ ... важно поставить 0

если второй игрок ставит красным число 1 важно поставить ∧

~~каждое~~ таким образом мы могли контролировать за первого, чтобы каждое слагаемое было равно 0

и выиграть

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН00023535 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3

Есть 3 варианта столбца

$\binom{0}{0}$, $\binom{1}{1}$ и $\binom{0}{1}$ ← порядок не важен, важно различ чисел

~~Всего~~

Если таблицы имеют

$\Rightarrow$ пусть $\binom{0}{0}$ – x в табл.

$\binom{1}{1}$ – y в таблицы

$\binom{0}{1}$ – z в табли $\Rightarrow x+y+z=11$

$\Rightarrow$ количество неэквивалентных таблиц это кол-во решений ~~такого~~ уравнения

$x+y+z=11$

$$\underbrace{1\ 1 \ldots 1}_{x} + \underbrace{1 \ldots 1}_{y} + \underbrace{1 \ldots 1}_{z}$$ ← $11+(3-1)=13$ позиций

$3-1=2$ знака надо поставить

количество таких вариантов

$\frac{13!}{2!\,11!} = \frac{13\cdot 12}{2} = 78 \Rightarrow$ Существует 78 неэквивалентных двоичных матриц 2×11

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 5 | 3 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (Продолжение)

=> Вариантов рас-я справа в два мест устан. числа

$$C_2^{13} = \frac{13!}{2!\,11!} = \frac{13\cdot 12}{2} = 78$$

=> Ответ: Существует 78 не эквивалентных двоичных матриц 2×11

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИН0002386226

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	10	15	0	10	55

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2

x#y#z

Сделаем изначально утверждение, что если в комбинации x#y#z выбраны 2 числа и 2 операции исключающего или ⊕, то выбором последнего числа можно получить как 0, так и 1.

1) При правильной игре побеждает игрок №1, потому что:

Пусть он в начале выберет первую операцию ⊕, получаем выражение x⊕y#z

а) Тогда если второй игрок выберет вместо # → ∩, то первому надо выбрать y = 1, получаем x⊕1∩z и вне зависимости от выбора второго игрока какое число присвоить для x или z, первый игрок, своим последним ходом однозначно сможет сделать выражение равным единице.

б) Во всех остальных случаях можно заметить, что либо второй игрок сделает x⊕y⊕z, либо первый игрок вторым ходом превратит второй знак в ⊕, т.к. первый игрок ходит последним, в силу нечетности ходов, имеет место утверждение сделанное в начале, => победа за первым.

2) x#y#z⊕1#k#m#n

Заметим 2 факта, 1 - первый игрок ходит последним

2 - левая часть совпадает с пунктом 1

См. Продолжение на листе 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 8 | 6 | 2 | 2 | 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2 продолжение

Тогда понятно из пункта 1, что он (первый) однозначно может определить знак для выражения левее ⊕.

Но игрок номер 2 мог делать ходы так, что первый игрок своим последним ходом не может повлиять на знак правой части, ~~в данном случае~~ например если там будут 3 операции Ω. В таком случае он изначально выберет правильный знак для левой части. А если правая часть не однозначна, то может выбрать знак итогового выражения последним ходом.

Ответ: побеждает всегда первый.

~~Задание 3~~

~~Далее я рассматриваю только таблицы 2×10~~

~~Утверждение: Если у таблицы А есть строка имеющая x ед., а таблица В имеет ~~за~~ строку также с x ед. тогда А еквивалентно В.~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 8 | 6 | 2 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 6

Тестовый файл 1:

Ввод	Вывод
3	
39	145
34	90
27	42

Тестовый файл 2

Ввод	Вывод
5	
1001	21669128743320992
346	368648056
14861	12468377443153185534
2017	90536237370452247544
12391	15866172443437599147

Задание 1

Заметим что в тройках есть что-то общее.

Разделим 60 чисел на 20 груп по 3, тогда сложим первые 3 числа:

$$\begin{array}{r} 0{,}00700700700\ldots \\ +\ 0{,}00070070070\ldots \\ +\ 0{,}00007007007\ldots \\ \hline 0{,}00777777\ldots_8 \end{array}$$

По аналогии с десятич. системой, где $0{,}(9)_{10} = 1$, можем сказать, что $0{,}00(7) = 0{,}01$

Тогда эта сумма $\underbrace{\text{будет}}_{19\ \text{раз}}$ повторяться и общая сумма будет: $S = 0{,}01001001\ldots_8$

Переведем в шестнадцатеричную.

$1001001001001_8 \longrightarrow 201008040_{16}$

Тогда в нашем итоговом числе после перевода в 16-ричную сис. исчисл. будет повторяться цикл в котором найдется 5 двоек.

Ответ: 5

Лист 3 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | И | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 8 | 6 | 2 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 4

Я построил в Exele префиксную сумму данной матрицы, затем руками перебрал и нашел те значения у которых p[i][j] + p[i-3][j-3] - p[i-3][j] - p[i][j-3] - максимально.

В итоге нам подошли 2 квадрата 3×3:

I) 77 71 105
110 62 46
95 14 99

II) 85 106 81
109 16 105
-18 26 89

I + II = 679 + 599 = 1278

Ответ: 1278

Задача 3

Существует всего 2^{20} различных таблиц, (каждая клетка 0/1), я буду говорить только про таблицы 2×10;

Заметим что таблицы эквивалентны если там одинаковое кол-во столбцов $\binom{0}{0}$ $\binom{0}{1}$ $\binom{1}{0}$ $\binom{1}{1}$ с точностью до переворота.

Тогда можно понять, что начиная переставлять столбцы также получим эквивалентные, вариаций переставления 10!

Отсюда выходит число $\frac{2^{20}}{10!}$, нельзя забыть и про строки: $\frac{2^{20}}{10! \cdot 2}$

Ответ $\frac{2^{19}}{10!}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИИ0002447526

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	5	18	17	20	20	80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Сложим все восьмеричные дроби и получим $0,(007007\dots007)_8$. 007 повторяется 72 раза. Переведём из 8-ной в 16-ную систему. $007 = 000\ 000\ 111$. Всего бит будет $72 \cdot 9$,
3 бита 9 бит

но каждая шестнадцатеричная цифра = 4 бита, то есть всего $\frac{72 \cdot 9}{4} = 162$ цифры.
После перевода останутся только 0, 1, 3, 7, 8, C, E, но среди них нету 4. Значит, в итоговой записи не будет 4.
Ответ: 0.

№2 Рассмотрим 1-й случай: $x \#_1 y \#_2 z$.
На место $\#_1$ поставим $\oplus$. $(x \oplus y \#_2 z)$. Теперь есть 3 ситуации: 1) 2-ой игрок ставит $\vee$ на $\#_2$. Тогда 1-й ставит на x число 0, выражение становится $y \vee z$, то есть 1-й выигрывает последним ходом. 2) 2-й ставит $\oplus$ на $\#_2$, то есть XOR 3-х переменных. Тогда 1-й выигрывает, когда становится чётное число 1. 3) 2-й ставит 0/1 на $x/y/z$. Тогда 1-й выигрывает, ведь может свести ситуацию к первым двум ситуациям. То есть 1-й всегда победит.

Рассмотрим 2-й случай: $x \#_1 y \#_2 z \#_3 w \#_4 k \#_5 m$.
За первым всегда остаётся последний ход, а значит, симметрично отвечая на ходы 2-го, 1-й игрок всегда побеждает, добиваясь чётного числа единиц.

Ответ: 1) 1-й игрок. 2) 1-й игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИИ000244752 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3. Дана матрица 2·11.
Всего 4 типа столбцов.
Пусть a - кол-во $(0,0)$, b - $(0,1)$, c - $(1,0)$, d - $(1,1)$.
$a+b+c+d=11$. Если мы меняем строки местами, то b и c меняются. ~~При~~ из изменения столбцов ничего не затрагивает. Поэтому любые две матрицы эквивалентны тогда, когда $(a, d, \min(b,c), \max(b,c))$ совпадают с точностью до возможности поменять b и c.
Фиксируем a и d, тогда $S=b+c=11-(a+d)$
Если $S \vdots 2$, то разных наборов $\frac{S}{2}+1$, иначе - $\frac{S+1}{2}$. В общем виде это: $[\frac{S}{2}]+1$.
Просуммируем все a, d такие, что $a+d \leq 11$.
Тогда $N=\sum\limits_{a+d=0}^{11}(a+d+1)\cdot\left(\left[\frac{11-(a+d)}{2}\right]+1\right)$, где N - макс. число неэквив. друг другу матриц $2\cdot 11$. Посчитаем: $N=203$.
Ответ: 203

4. 1953

5. а) 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.128

б) 16969.36992.0.0 28
~~16969.1[illegible]~~
16969.37002.1495.9888

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 6 | 9 | 8 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	20	20	90

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 1

Ряд таких чисел выглядит так:

$A;\ \frac{A}{3};\ \frac{A}{9}$ и т.д.

а сумма этого ряда будет суммой геометрической прогрессии, где $d=\frac{1}{3}$, а первый ~~чле~~ член, пусть A, он будет равен $\frac{110_3}{3^3-1} =$

$= \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

тогда сумма прогрессии:

$$A \cdot \frac{1-3^{60}}{1-\frac{1}{3}} = A \cdot \frac{1-3^{60}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}A\left(1-3^{60}\right)$$

подставим A:

$$= \frac{3\cdot 6}{2\cdot 13}\left(1-3^{60}\right) = \frac{9}{13}\left(1-3^{60}\right) = \frac{3^2}{13}\left(1-3^{60}\right) =$$

$$= \frac{1}{3^{58}} \cdot \frac{3^{60}-1}{13}$$ – найдем это число

$3^{60}-1 = 9^{30}-1$ – это $888\ldots888$ 30 раз „8" в 9сс

поделим столбиком $(13_{10} = 14_9)$

$$\begin{array}{l|l} 8888\ldots88_9 & 14_9 \\ \underline{86_9} & 6\,20\,620\ldots620\,62 \\ \ \ 28_9 & \\ \ \ \underline{28_9} & \\ \ \ \ 088 & \end{array}$$

и т.д. ...

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИИ00024698 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Получили число из „620" 9 раз и ещё 62 один раз. Получается 9+1=10

Ответ: 10

Задание 2

1) После всех преобразований наше выражение будет состоять из „И-блоков" которые будут объединены „искл. ИЛИ" в один большой „искл. ИЛИ" блок.

2) Чтобы весь „искл. ИЛИ" был равен 0, достаточно, чтобы каждый из „И-блоков" был равен 0.

3) Чтобы „И блок" был 0, достаточно, чтобы хотя бы один из элементов был 0.

4) Первый игрок может забивать выражение так, что в каждом „И-блоке" окажется 0.

5) Победит первый и вот как ему надо играть: разобьём все выражения на пары: (x, y); (z, w); (k, m); (q, r).

И его задача, чтобы в каждой из этих пар был 0.

1 случай: Если ~~между парами~~ в паре стоит „И", ставим 0

2 случай: Если в паре стоит „ИЛИ" ставим ~~то~~ же ~~здесь~~, число, что и другие ($0\oplus0=0$; $1\oplus1=0$)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИИ000246982 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

то есть, если второй игрок задал какую-либо из букв, то задача первого следующим ходом сразу поставить ~~ви~~ пару в выгодное для него положение.

ну а если он поставил знак внутри какой-либо из пар, то первый ставит одну из букв так, чтобы пара была 0.

1 случай: поставил ⊕ „И" - ставь с

2 случай: поставили „ИЛИ" - ставь то же, что и в паре.

Ну а если второй ходит не в пару, а ставит знак между парами, то это всё равно не ведёт к проигрышу, ведь если каждая пара даёт 0, то склейка этих пар чем угодно так и так даст 0.

Ответ: Первый. Он всегда закрывает пары в „0" ...

А если выражение будет ~~x # y # z ⊕ m ⊕ ⊕~~

x # y # z ⊕ m ⊕ k ⊕ m.

Всего 8 свободных объектов (6 букв и 2 знака)

На конце мы видим W ⊕ k ⊕ m.

Как только две из букв уже приняли 0 или 1 можно сделать все выражение 0 или 1, смотря что нужно.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 2 4 6 9 8 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

И ~~последние~~ последний ход будет делать второй игрок.

Победит второй игрок и вот его тактика:

сначала нужно сделать левую часть выражения 0.

1) сделать $y \oplus 0$;

2) и дальше либо $x \oplus 0$, либо $x \wedge 0$, но из-за чётности второй будет ходить последним и определит его выражение.

и когда левая часть стала полностью предсказуемой, то второй игрок идет на w, k, m.

~~1) если первый игрок ходит одну из букв~~.

и если справа ещё остались буквы, то он добивает через них, иначе добивает слева.

И последним ходом сделать так, чтобы

(левая часть) $\oplus$ ($\cancel{k}$ $w \oplus k \oplus m$) $= 1$

то есть поставить либо в левую часть, либо отрицание в уже заданные две в правой части.

Ответ: второй ~~x~~ точно получает 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 2 4 6 9 8 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Решение 3.

Рассмотрим таблицу 2×13, ~~как~~ где каждый столбец принимает ~~зн~~ 1 из 4 значений:

01 пусть a - количество 01
10 пусть b - количество 10
11 пусть c - количество 11
00 пусть d - количество 00

Рассмотрим перестановку столбцов: они не меняют сколько штук столбцов стоит, а меняют только их порядок.

Значит можно просто задать (a, b, c, d)

$a+b+c+d=13$

Число таких четвёрок - количество разбиений 13 на 4 неотрицательные слагаемые

$$\binom{13+4-1}{4-1} = \binom{16}{3} = 560$$

Учитываем перестановку строк:

1) 00 и 11 не меняются
2) 10 и 01 меняются местами

$\}(a,b,c,d) \sim (a,c,b,d)$

Тогда нужно посчитать число классов эквивалентности из-за обмена b и c. ~~Число~~ Можно воспользоваться леммой: число классов $= \dfrac{\text{число всех} + \text{число неподвижных}}{2}$

Лист 5 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	И	0	0	0	2	4	6	9	8	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

неподвижные это такие, где $b = c$, тогда

$a + 2b + d = 13$

для каждого $b = (0, 1, 2, 3, \dots 6)$ кол-во решений a и d будет равно $13 - 2b + 1 = 14 - 2b$

тогда это сумма арифм. прогрессии:

$14 - 2b = 14 \cdot 7 - 2(0 + 1 \dots + 6) = 98 - 2 \cdot 21 = 98 - 42 = 56$

подставим в лемму:

$$\frac{560 + 56}{2} = 308$$

Ответ: 308 - максимальное количество пар

Задание 5

Тестовый файл 1:

~~Тестовый файл 1:~~

а) 1009.43980.0.0 30

б) 1009.43980.2026.0

Тестовый файл 2:

а) 16969.36992.0.0 28

б) 16969.36993.1483.0

Задание 6:

Тестовый файл 1: 132 84 40

Тестовый файл 2: в комментариях задания 6.

Задание ~~1~~4: 2885

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 0 | 8 | 0 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ли

1	2	3	4	5	6	Σ
0	5	5	17	20	20	67

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2

~~Для того чтобы~~ Решение: При правильной игре всегда победит игрок под номером 1, т.к для достижения нуля есть уникальная последовательность действий: $x \# y \# z$. Для победы необходимо вместо первого пропущеного знака поставить $\wedge$, поскольку после этого действия второму игроку для шанса на победу необходимо поставить XOR вместо второго пропущеного знака, иначе игра $x \wedge y \wedge z$ с действием где далее действие первого игрока (он поставит 0) приведет к 0 в любом случае ($0 \wedge x \wedge z = 0$ всегда) далее имея всегда готовую комбинацию из знаков ($x \wedge y \otimes z$) ход первого игрока. Мы ставим 0 - вместо z, ждем любого хода второго игрока и в оставшуюся ячейку ставим снова 0.

При игре $x \# y \# z \# w \# k \# m$ Нетрудно заметить (исходя решения выше) что мы снова можем без проблем контролировать ситуацию по мере т.е ставя $\wedge$ мы ограничиваем игру соперника вынуждая его ставить ходы такие единственные ходы что б не проиграть, а далее мы должны ставить ход в противовес сопернику (рядом с его ходом) тем самым занулим игру.

Задание 1

Каждое число - переодическая дробь с периодом 3 в восьмеричной системе. Переведем первый член в дробь $(0.007)_8 = \frac{007_8}{777_8} = \frac{7}{511}$ (в десятич.)

Тогда общ член ряда $a_n = \frac{7}{511} \cdot 8^{-(n-1)}$, $n = 1, 2, .., 72$

Это геометрическая прогрессия с первым членом $a_1 = \frac{7}{511}$ и знаменат. $q = \frac{1}{8}$ Сумма 72 членов $S = \frac{7}{511} \cdot \frac{1 - (\frac{1}{8})^{72}}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{8}{511}\left(1 - \frac{1}{8^{72}}\right) \approx \frac{8}{511}$

переведем это число в 16 систему

$S \approx 0{,}015646$

Лист 1 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

и	н	0	0	0	2	5	0	8	0	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Лист 2

$0{,}015646 \cdot 16 = 0{,}25034$ (первая цифра 0)

$0{,}25034 \cdot 16 = 4{,}00544$ (вторая цифра 4)

$0{,}00544 \cdot 16 = 0{,}087$ (0)

$0{,}087 \cdot 16 = 1{,}392$ (четвертая цифра 1

$0{,}392 \cdot 16 = 6{,}272$ (пятая цифра 6)

Дальше цифры будут маленькими и 4 больше не встретится

⇒ значит ответ — 1

Задание 2

Анализ эквивалентности: перестановки столбцов означает, что важен только набор столбцов каждого вида, а не их порядок. перестановки $\begin{matrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{matrix}$ делает их неразличимыми. Заметим, что существует только 3 типа неэквивалентных типов столбцов

$t_1 = \binom{0}{0}$ $t_2 = \binom{1}{1}$ $t_3 = \frac{1}{0} \left(= \frac{0}{1}\right)$. Задача сводится к поиску кол-ва способов выбрать 11 столбцов из трех типов с повторениями. Т.е формула $\bar{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$ при $n = 3$ и $k = 11$

$N = \binom{3+11-1}{11} = \frac{13}{11} = \binom{13}{2}$ (т.к C_n^k ~~для~~ $= C_n^{n-k}$

$N = \frac{13 \cdot 12}{2} = 13 \cdot 6 = 78$ Ответ: 78

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 3 | 6 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	0	18	0	14	20	52

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2 Вывод: второй игрок имеет выигрышную стратегию.

3

Заметим, что перестановка столбцов означает, что порядок столбцов не важен, а важна только кратность каждого типа столбца.

В матрице 2 на 13 каждый столбец это бинарный вектор длины 2.

Всего таких векторов 4 типа: (0;0), (1;1), (0;1), (1;0)

Пусть a – число столбцов типа (0;0)

Пусть b – число столбцов типа (1;1)

Пусть c – число столбцов типа (0;1)

Пусть d – число столбцов типа (1;0)

Тогда: $a+b+c+d=13$

Перестановка двух строк оставляет (0;0) (1;1) без изменений, но меняет местами типы (0;1) и (1;0)

Следовательно, матрицы эквивалентны, если

1 и 2 лист не читаемые файлы

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 3 | 6 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$\boxed{3}$ совпадают a и b, а пары (c, d) совпадают с точностью до перестановки.

Т.е. важна не (c, d) а неупорядоченная пара $\{c, d\}$.

Можно считать что: $c <= d$.

Пусть $s = c + d$.

Число неотрицательных значений решений с $c <= d$, $c + d = s =: [s:2]+1$.

Так как $a + b = 13 - s$, число решений: $(13-s)+1 = 14-s$.

Общее число не эквивалентных матриц:

$$\sum_{s=0}^{13} (14-s)([s:2]+1) = 308$$

Ответ: 308

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ___ | Н | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 4 | 6 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	20	0	70

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 Дан ряд из 60 вещественных троичных чисел, выглядящий следующим образом

$0.(110)_3,\ 0.0(110)_3,\ 0.00(110)_3, \ldots$

Каждое число это бесконечная периодическая дробь.

Рассмотрим первое число $0.(110)_3$.

Период равен $(110)_3 = 1\cdot 3^2 + 1\cdot 3 + 0 = 12$

Длина периода - 3

для периодической дроби:

$0.(110)_3 = \frac{12}{3^3-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

Т.к каждое след число в три раза меньше предыдущего

$a_1 = \frac{6}{13}$ $\quad S = a_1 \cdot \frac{1-r^{60}}{1-r} = \frac{6}{13}\cdot\frac{1-\frac{1}{3}^{60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{13}\cdot(1-3^{-60})$

$r = \frac{1}{3}$

$n = 60$ можно заметить, что $3^{60} = 9^{30} \Rightarrow S = \frac{9}{13}\cdot(1-9^{-30})$

Теперь найдем девятиричную запись $\frac{9}{13}$

$9\cdot 9 = 13\cdot 6 + 3$

$3\cdot 9 = 13\cdot 2 + 1$ $\Rightarrow \frac{9}{13} = 0.(620)_9$ $\Rightarrow$ остаток повторился

$1\cdot 9 = 13\cdot 0 + 1$

$S = 0.(620)_9\cdot(1-9^{-30}) = 0.(620)_9 - 0.\underbrace{00\ldots0}_{30\ нулей}(620)_9$

Период = 3

$30 = 10\cdot 3$ поэтому хвосты двух бесконечных дробей полностью совпадают и взаимно уничтожаются

$S = 0.620620\,620620\,620\,620\,620\,620\,620\,620_9$

30 цифр

~~30 цифр~~

в каждом блоке 620 ровно 1 цифра 2

Всего 10 повторений в блоке 620. Нужно посчитать кол-во 2 в этой записи

блоков 10 Ответ: 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 4 | 6 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

задание 2.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

в рамке справа

x#y#z#w#k#m#q#r

15 элементов: 8 переменных, 7 #

Каждый элемент ~~применяется~~ изменяется ровно 1 раз, значит, игра длится 15 ходов

Последний ход делает 1 игрок. После всех замен выражение можно привести к виду

$A_1 \oplus A_2 \oplus \dots \oplus A_t$ где каждая A_i - конъюнкция некоторых переменных.

Перед последним ходом все элементы кроме одного уже определены

Случай 1: осталась переменная

$\varepsilon \oplus x$, где $\varepsilon \in \{0,1\}$

Первый игрок выбирает $x=\varepsilon$ итог становится 0

Случай 2: остался #

$\varepsilon_1 \# \varepsilon_2$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \in \{0,1\}$ ~~Первый игрок~~

Первый игрок выбирает $\wedge$ или $\oplus$ так, чтобы результат был равен 0. Первый игрок всегда может обеспечить значение 0 на последнем ходу.

Часть 2

$x\#y\#z\oplus w\oplus k\oplus m$

игра длится 8 ходов последний ход делает 2 игрок

8 элементов

6 переменных

2#

обозначим $A = x\#y\#z$, тогда все выражение $= A\oplus w\oplus k\oplus m$

Стратегия 1 игрока:

шаг 1 - обнуление правой части, 1 игрок последовательно делает $w=0, k=0, m=0$

тогда независимо от остальных ходов: $w\oplus k\oplus m=0$

шаг 2 - обнуление левой части, 1 игрок делает, чтобы одну из x y z равной ~~нулю~~ 0 и оба знака # замененными $\wedge$. $A = x\wedge y\wedge z = 0$

~~После этого значение принимает~~ вид:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____

4	Н	0	0	0	2	5	4	6	1	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 2.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

После этого выражение принимает вид $0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$

Это значение уже не может измениться, потому что: $0 \wedge t = 0$ ~~$0 \oplus 0 = 0$~~ ~~$0 \oplus 0 = 0$~~ $0 \oplus = 0$ $\Rightarrow$ дальнейшие ходы второго игрока не влияют на результат

Побеждает 1 игрок в обоих случаях

Ответ: 1 игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ___ 4 Н 0 0 0 2 5 4 6 1 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №3

двоичная матрица

$2\cdot 13$

Всего 2 строки, перестановка строк меняет их местами, значит порядок строк неважен. — строки считаются неупорядоченной парой. Каждый столбец это бинарный вектор высотой 2.

Пример:

$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

обозначим кол-во таких столбцов

a: число $(0,0)$

b: число $(0,1)$

c: число $(1,0)$ $\Rightarrow a+b+c+d=13$

d: число $(1,1)$

перестановка столбцов стирает порядок, остаются только эти количества. Если поменять строки местами, то типы $(0,1)$ и $(1,0)$ меняются местами. То есть пары b и c считаются неупорядоченными. И так матрица задания полностью четверкой. Тогда $a+s+d=13$

$(a, \{b,c\}, d)$ $\quad a+b+c+d=13$ $\quad$ Пусть $s=b+c$

Для фиксированного s:

число решений $a+d=13-s$ равно $14-s$

Для данного s число неупорядоченных пар $\{b,c\}$ с суммой s: $\left\lfloor \frac{s}{2} \right\rfloor + 1$ это пары вида $(0,s), (1,s-1)\dots$ и того общее число классов:

$\sum_{s=0}^{13} (14-s)\left(\left\lfloor \frac{s}{2} \right\rfloor + 1\right)$ вычислим сумму: $14+13+24+22+30+27+32+28+30+25+24+18+14+7=308$ Ответ: 308

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4H0002546126

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №4

Ответ 2885

Задание №5

Test 1 100 9. 43980.0.0 30
1009. 43980. 2026.0

Test 2 16 969. 36992. 0.0 28
16 969. 36993. 1483. 0

Задание 6:

Test 1 10
8
Ответ №1. 6

Test 2

Ответ №2

14483

433

6197156128828

389512

720478292316

Лист 5 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 5 | 4 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	0	20	20	73

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 1. Перевод первого члена в обыкновенную дробь.

$a_1 = 0.(110)_3$

Пусть $x = 0.(110)_3$

Умножим на $3^3 = 27$, это сдвиг на период:

~~100_3~~ $1000_3 \cdot x = 110.(110)_3$

Вычтем исходное урав: $(1000_3 - 1) \cdot x = 110_3$

$222_3 \cdot x = 110_3$

Переведем все в десят:

$110_3 = 9 + 3 = 12$

$222_3 = 9 \cdot 2 + 6 + 2 = 26$

$x = \frac{12}{26}$

Суммирование ряда: Ряд - убывающая геом. прогрессия, где $b_1 = \frac{6}{13}$, а знаменатель $= \frac{1}{3}$, т.к. каждое след. число содержит лишний 0 после запятой.

Кол-во членов: n=60

Сумма: $S = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} = \frac{\frac{6}{13} \cdot (1 - 3^{-60})}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{9}{13}(1 - 3^{-60})$.

Представим сумму в троичной: Троичная запись дроби $\frac{9}{13}$:

$\frac{9}{13} \cdot 3 = 2\frac{1}{13} \rightarrow$ цифра 2; $\frac{1}{13} \cdot 3 = 0\frac{3}{13} \rightarrow$ цифра 0; $\frac{3}{13} \cdot 3 = 0\frac{9}{13} \Rightarrow$ цифра 0.

Далее остаток $\frac{9}{13}$ повторяется. Следовательно, $\frac{9}{13} = 0.(200)_3$

Итоговая сумма: $S = 0.(200)_3 - \frac{0.(200)_3}{3^{60}}$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 5 | 4 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Второе слагаемое - это то же периодическая дробь, сдвинутая вправо на 60 позиций. Так как длина периода (3 цифры) является делителем (60) сдвига, то периодические „хвосты" полностью совпадают и взаимно уничтожаются при вычитании.
Тогда получаем конечную троичную дробь длиной 60 знаков:

$$S_3 = 0.\underbrace{200200\ldots200}_{60 \text{ знаков}}$$

Перевод в девятеричную систему:
Основание $9=3^2$. Для перевода разобьем троичную запись на пары цифр. Исходная послед.: (20), (02), (00), (20), ...
Переводим пары:

$20_3 = 6+0 = 6_9$

$02_3 = 0+2 = 2_9$

$00_3 = 0_9$

Тогда в 9-ричной записи повторяется блок 620. Из 6 цифр получили 3, тогда $60:2=30$ знаков. Длина блока: 3 знака, тогда кол-во блоков $=30:3=10$ блоков.

Число: $0.\underbrace{620620\ldots620}_{10 \text{ блоков}}$. В 1 блоке = 1 двойка. Тогда кол-во двоек = 10

Ответ: 10

Задание 3.

Матрица 2 по 13 задается набором из 13 столбцов.
Возможные типы столбцов: (0,0), (0,1), (1,0), (1,1).

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 2 5 5 4 5 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть их количества равны a, b, c, d, соответственно. Тогда:

$a+b+c+d=13$; $a,b,c,d \geq 0$.

Перестановка столбцов не меняет кол-во a, b, c, d. Перестановка строк меняет второй тип с третьим:

$(0,1) \leftrightarrow (1,0) \Rightarrow b \leftrightarrow c$

a и d остаются теми же. Значит эквивалентность это совпадение (a,d) и пары (b,c) с точностью до перестановки.

Применим лемму Бернсайда для группы из 2 преобразований (тождественное и обмен строк).

1. Фиксированные тождественным: все решения $a+b+c+d=13$: $N_1 = \binom{13+4-1}{4-1} = \binom{16}{3} = 560$

2. Фиксированные обменом строк: нужно $b=c$. Тогда:

$a+2b+d=13$

$b=0,1,2...6$. Для каждого b: $a+d=13-2b \Rightarrow$ число решений: $(13-2b)+1$. Сумма: $N_2 = 14+12+10+8+6+4+2 = 56$

Тогда число классов эквивалентности: $N = \frac{N_1+N_2}{2} = \frac{560+56}{2} = 308$

Ответ: 308

Задание 2. $x\#y\#z\#w\#k\#m\#q\#r$. В выражении 8 переменных и 7 знаков операций: $8+7=15$. 15 - нечетное.

Первый игрок: 1, 3, 5... 15-й ход

Лист 3 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН00025545226

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Второй игрок: 2, 4, 6 ... 14-ый ход

Стратегия для первой игры:

П. игрок делает решающий ход. К 15-ому ходу все значения и знаки, кроме одного, уже стоят. Значение ~~всего~~ выражения зависит от этого последнего элемента. П. игрок должен оценить текущее выражение и поставить последний элемент (0 или 1) или (⊕ или 1) так, чтобы итоговый результат стал равен 0. Имея право последнего хода, он всегда может это сделать. Тогда в первой игре победит первый игрок.

Вторая ~~иг~~ игра: $x \# y \# z \oplus w \oplus k \oplus m$.

6 переменных и 2 знака: 6+2 = 8 ходов. 8 - четное, то

П. игрок: 1, 3, 5 ... 7

В. игрок: 2, 4, 6, 8.

Стратегия: Второй игрок делает последний ход. Выражение представляет собой сумму по модулю 2 (XOR): $A \oplus w \oplus k \oplus m$, где $A-(x \# y \# z)$.

В св-вах XOR, изменение любого одного компонента на противоположный меняет результат выражения на противоположный. Второму нужно 1. На последнем 8-ом ходе В. игрок подсчитывает значение выражения и выбирает свою позицию (0 или 1) или (1 или ⊕) так, чтобы итоговая сумма была равна 1. Поскольку В. игрок ходит последним, то П. игрок уже не сможет изменить значение выражения. Тогда победит во 2ой игре В. игрок.

Ответ: в 1 игре: П. игрок
во 2 игре: В. игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № И

И	Н	0	0	0	2	5	5	4	5	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 5.

Ответ на 1 тест:

1009.43980.0.0 30 а)

1009.43980.2026.0 б)

Ответ на 2 тест:

а) 16969.36992.0.0 28

б) 16969.36993.1483.0

Задание 6.

Ответ на 1 тест:

132

84

40

Ответ на 2 тест:

273470288279008

136777487

1065207544953718713046304913959201474757278873642538

(продолжение числа): 79692

5626265687548275599 38

188923655441831713644001472950522304209880290998 4048

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 8 | 1 | 7 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	5	0	17	20	10	52

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

Заметим, что наше поле делится на части символом ⊕ внутри которых находятся ∧. Если все части с ∧ равны 0, то весь итоговый результат равен нулю. ~~Пед~~ Для того чтоб часть с ∧ стало 0 в ней должен быть хотябы один 0. Стратегия 1 игрока в том, чтобы 0 в такой группе всегда был первый. Первым ходом первый игрок должен поставить 0 в начало и получить: 0#y#z#w#k#m#q#r. Далее если противник ставит где-то ⊕, то мы сразу ставим 0 на букву за ней. Если противник ставит ∧, то мы ставим за ним 0 (тем самым точно обнуляя эту группу) Если противник ставит 1, то мы не хотим, чтоб она была в начале группы и ставим перед ней ∧. Если второй игрок ставит 0, то мы ставим перед ним ⊕ и теперь 0 в начале группы. Таким образом мы заняли ровно 1 пару #a, значит аналогичные ходы можно совершать, пока мы не выиграем. Побеждает 1 игрок.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (прод-е)

В ситуации $x\#y\#z \oplus w \oplus k \oplus m$ поле делится знаком $\oplus$ на 4 части. Заметим, что если ~~часть~~ побитовое или прошлых частей было 0 и мы встретили 1, то теперь $\oplus=1$, если было 1 мы встретили 1, то стало 0, если было 0 встретили 0, то стало 0, если было 1, встретили 0, то стало 1 => 1 всегда меняет ответ. => Для победы 1 игроку надо четное число 1 групп на доске, а 2-му нечетное. Приведем как должен играть первый: после 1 хода: $x\#y\#z \oplus 1 \oplus k \oplus m$, если

① второй меняет k или m, то мы сначала меняем второй из них так, чтоб среди них была ровно одна 1, потом делаем x или y или $z=0$, тогда $0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$ => 1 победил

② Второй меняет x, y, z, тогда меняем один из оставшихся на 0. Если пр-к ~~он~~ меняет k или m, то возвращаемся к 1-й ситуации, далее ~~противник~~ мы меняем оставшуюся из x; y; z => противник меняет k или m => смотри шаг 1 => 1 побеждает

Ответ: 1 игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН00025817 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Ответ 2885

№5

файл 1: 1009.43980.0.0 30

1009.43980.2026.0

файл2: 16969.36992.0.0 28

16969.36993.1483.0

№6

файл1: 132
84
40

файл2:

№1

Каждое следующее число уменьшается в 3 раза ⇒ можно представить нашу сумму, как геометрическую прогрессию с шагом $\frac{1}{3}$., где $n_1 = \cancel{0.11}\ 0.12$, а $\sum n_i = \frac{n_1}{1-q} = \frac{0.12}{2/3} = 0,18$

В девятеричной СС это будет 0,20 ⇒ 1 двойка

~~Ответ 0,48~~

Ответ: 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 9 | 0 | 7 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	18	17	13	20	88

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

$0,(110)_3;\ 0,0(110)_3 \dots$

$S = \frac{(110)_3}{3^3} + \frac{(110)_3}{3^6} + \dots + \frac{(110)_3}{3^{3\cdot 60}}$ образуют геометрическую прогрессию. когда из 60 чл. бесконечно убывающая

1. число $\frac{(110)_3}{3^3}$ знам. $\frac{1}{3^3}$.

$S_1 = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{(110)_3}{3^3}}{1-\frac{1}{3^3}} = \frac{(110)_3}{3^3-1}$.

упрощение 3^3-1.
числитель $(110)_3 = (12)_{10}$.

$b_1 = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$ когда следующие образуют геометрическую прогрессию из 60 членов $b_1 = \frac{6}{13}$
т.к. a_1, $0,(110)_3$ $a_2 = 0,0(110)_3$

$a_1 = \frac{6}{13}$ $q = \frac{1}{3}$ $a_2 = \frac{a_1}{3}$

$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ => прогрессия

$S_{60} = \frac{\frac{6}{13}\cdot\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}\right)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{6}{13}\cdot\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}\right)}{\frac{2}{3}} = \frac{6}{13}\cdot\frac{3}{2}\left(1-3^{-60}\right) = \frac{9}{13}\left(1-3^{-60}\right)$

Смотри на обороте

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4. | И | И | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 9 | 0 | 7 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$S_{60} = \frac{9}{13} \cdot (1 - 9^{-30})$

переведем в 9 сист. счисления методом последовательного умножения на 9.

$\frac{9}{13} \cdot 9 = \frac{81}{13} = 6\frac{3}{13}$.

$\frac{3}{13} \cdot 9 = \frac{27}{13} = 2\frac{1}{13}$.

$\frac{1}{13} \cdot 9 = \frac{9}{13} = \frac{9}{13}$ цикл замкн

$\left(\frac{9}{13}\right)_{10} = 0,(620)_9$.

$S = 0,(620)_9 \cdot (1 - 9^{-30})$

$1 - 9^{-30}$ сдвиг на 30 разр.

$-\ 0,620620\ldots620\ldots$

$\ \ \ \ 0,0\ldots(30\ цифр)\ldots620$

$\ \ \ \ \ \ \ \ 620620 \quad 30 / раз \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 \quad$ 10 раз

Ответ: 10 раз.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 2 5 9 0 7 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2.

x # y # 2 # 4 # 4 # m # y # 1.

Важное замечание: 1. 0·a = 0. (a любое число)

2. 0 + 0 = 0

3. 1 + 1 = 0.

1. рассмотрим стратегию за "1" игрока.

Ход 1. меняем любую # на * (допустим 1)

второй игрок * еще два места. куда поставить знаки; первые 3 хода мы заполняем второго.

далее если "2"-ой игрок ставит 1 то мы ставим "+" если он ставит "+" то мы ставим "0"

за нами. (на любой его ход найдем) далее инициатива, чтобы получить 0 =>.

от. победа 1. игрок

2. x # y # 2 ⊕ 4 ⊕ 4 ⊕ m.

замен 3 знака ⊕ => 1 будем придерживаться отличающейся стратегии в п. 1.

Тут важно что сразу забрать второй инициатива у него второй стратегии не обязательно =>

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И 4 0 0 0 2 5 9 0 7 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

и если
в ее рассмотри
симметрично за второго
по у него в каждой игре останется ⊕
чтобы ~~ноль~~ получить "1" => победа "2"
выиграет 2 игрок.

№ 3. рассмотрим в матрице 2 на 13 если
только 4 вида столбцов ∃ ABCD
∃ a b c d столбцов A B C D соответственно
$a = 1;1$ $b: 10..$
$a+b+c+d = 13.$
условие что в получаем из с вообще не им
количество с и порядок. привязываем
столбцы вида (0;1) (1;1) как бы мы не играли
(0;1) (1;0) не равны.
например $b=3$ $c=5$ $\Leftrightarrow$ $b=5$ $c=3$ в.
с неупорядоченная игра. они равны.
четверкой числа a b c d тогда но да
$d<c$ чтобы не ~~[illegible]~~ $a+b+c+d=13$
$\exists k = b+c$ считать зеркальные вариантов.
$a+b=13-k$
вариантов. для k рассмотрим кол-во
число решений ~~[illegible]~~
= целая часть
$(\frac{k}{2}+1)$ | $a+b=13-k$
деленная пополам

k	кол-во	
0	1	c=0
1	1	0,1
2	2	(0,2) (1;1)
3	2	(0;3)(1;2)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И И 0 0 0 2 5 9 0 7 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

по предыдущ. задаче
количество подпрограмм раз
= 13+k+1 => 6 вариантов. для каждого 1 кол-
кол-в способов = ~~k+4)~~ $(14-k)\cdot\left(\frac{k}{2}+1\right)$ вызовов.
Таблица.

k	$\frac{k}{2}+1$	$14-k$	произв
0	1	14	14
1	1	13	13
2	2	12	24
3	2	11	22
4	3	10	30
5	3	9	27
6	4	8	32
7	4	7	28
8	5	6	30
9	5	5	25
10	6	4	24
11	6	3	18
12	7	2	14
13	7	1	7.

сумма произвед.
= 308

Ответ: 308

конец 2.

Задача 4. 2885.

Задача 5. тестовый 1) а: 1009 .4398,0,0 30.

б) 1009.4390.2026.0

Тестовый 2) а) 16969. 36997,0.0 28

б) ~~16969.36997.148~~
16969.36997.1480.
19456.

Задача 6

тест а) 132 тест 2
84 273470. 280 27800
40 13 677 7487

Лист 5 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | ИН000260 5326

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	0	10	17	20	10	57

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

1953

№5

1) 1009.43980.0.0   30

1009.43980.2026.0

2) 16969.36992.0.0   28

16969.36993.1483.0

№6

1) 97

65

31

2)

№3

Доступные операции на матрице 12×2 не меняют количество строк вида $(1;1)$, $((1;0)$ и $(0;1))$ и $(0;0)$. Под строками будем рассматривать ряды длины 2. Заметим, что матрицы вида

$$\begin{array}{l} n \text{ раз} \{(1;1) \\ m \text{ раз} \{(0;0) \\ k \text{ раз} \{(1;0) \\ l \text{ раз} \{(0;1) \end{array} \quad \text{и} \quad \begin{array}{l} n\{(1;1) \\ m\{(0;0) \\ l\{(1;0) \\ k\{(0;1) \end{array}$$

эквивалентны.

Расчитаем, сколько существует неэкв. матриц с заданными n и m. К примеру, пусть $12-n_1-m_1=6$ и $12-n_2-m_2=7$. Рассматриваем случаи когда $(1;0)$ не меньше $(0;1)$, т.к. дальше матрицы будут эквивалентны.

$12-n_1-m_1=6$

$(1;0)$	6	5	4	3
$(0;1)$	0	1	2	3

$12-n_2-m_2=7$

$(1;0)$	7	6	5	4
$(0;1)$	0	1	2	3

Из примеров видно, что кол-во неэкв. матриц равно $\left\lfloor \frac{12-n-m}{2} \right\rfloor + 1$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | ИИ00026053 26 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим таблицу с кол-вом строк (1;1), (0;0) и ((1;0) и (0;1)).

$$\underbrace{\begin{array}{l|c|cc|ccc|cccc|ccccc|cccccc}
(1;1) & 11 & 10 & 10 & 9 & 9 & 9 & 8 & 8 & 8 & 8 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
(0;0) & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
(1;0)\text{ и }(0;1) & 1 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1
\end{array}}_{\times 2}$$

Заметим, что мы можем ограничиться этой таблицей, ведь случаи, когда (1;1) меньше (0;0) аналогичны данным. В таком случае умножим на 2 результат с кол-вом (1;1) в отрезке ~~[11;7]~~ [7;11]. ~~Так~~ же не ~~дду~~ забудем про случай, когда в матрице нет строк (0;0) и (1;1) и когда нет строк (0;1) и (1;0). Обозначим ответ на задачу S.

$$S = 2\cdot\left(5\cdot\left(\left[\tfrac{1}{2}\right]+1\right)+4\left(\left[\tfrac{2}{2}\right]+1\right)+3\left(\left[\tfrac{3}{2}\right]+1\right)+2\left(\left[\tfrac{4}{2}\right]+1\right)+\left(\left[\tfrac{5}{2}\right]+1\right)\right)+$$
$$+\left(\left[\tfrac{6}{2}\right]+1\right)+\left(\left[\tfrac{5}{2}\right]+1\right)+\left(\left[\tfrac{4}{2}\right]+1\right)+\left(\left[\tfrac{3}{2}\right]+1\right)+\left(\left[\tfrac{2}{2}\right]+1\right)+\left(\left[\tfrac{1}{2}\right]+1\right)+$$
$$+\left(\left[\tfrac{12}{2}\right]+1\right)+$$
$$+13$$

В первой строке записана сумма для случая, когда кол-во (1;1) в отрезке [7;11] и аналогичных случаев, описанных ранее.
Во второй строке сумма для случая, когда кол-во (1;1) = 6 и кол-во (0;0) = 6.
В третьей строке кол-во случаев когда нет строк (0;0) и (1;1)
В четвертой строке кол-во случаев когда нет (0;1) и (1;0)

$$S = 2\cdot(5\cdot 1+4\cdot 2+3\cdot 2+2\cdot 3+3)+4+3+3+2+2+1+7+13 =$$
$$= 2(5+8+6+6+3)+15+20 = 2\cdot 28+35 = 56+35 = 91$$

Ответ: 91.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | 4 4 0 0 0 2 6 0 5 5 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1

Переведём сумму в 10-ричную систему.

$$S=0,(007)_8+0,0(007)_8+0,00(007)_8+\ldots=$$

$$=(7\cdot 8^{-3}+7\cdot 8^{-6}+\ldots)+(7\cdot 8^{-4}+7\cdot 8^{-7}+\ldots)+(7\cdot 8^{-5}+7\cdot 8^{-8}+\ldots)+\ldots$$

$$\ldots+(7\cdot 8^{-122}+7\cdot 8^{-125}+\ldots)$$

Запишем формулу суммы бе. геом прогр и бесконечно убывающей геом прогр.

$$S_n=\frac{1-q^n}{1-q}\cdot b_1 \quad S=\frac{b_1}{1-q},\ q<1$$

$$S=7(8^{-3}+8^{-6}+\ldots)+7(8^{-4}+8^{-7}+\ldots)+\ldots+7(8^{-122}+8^{-125})=$$

$$=7\cdot\frac{8^{-3}}{1-8^{-3}}+7\cdot\frac{8^{-4}}{1-8^{-3}}+\ldots+7\cdot\frac{8^{-122}}{1-8^{-3}}=$$

$$=\frac{7}{1-8^{-3}}\cdot(8^{-3}+8^{-4}+\ldots+8^{-122})=\frac{7}{1-8^{-3}}\cdot\frac{8^{-3}(1-(8^{-1})^{120})}{1-8^{-1}}=$$

$$=\frac{7(8^{120}-1)}{8^3\cdot 8^{120}(1-8^{-3})(1-8^{-1})}=\frac{7(8^{120}-1)}{8^{120}(8^3-8^2-1+8^{-1})}=\frac{7(8^{120}-1)}{8^{120}(447+\frac{1}{8})}=$$

$$=\frac{7(8^{120}-1)\cdot 8}{8^{120}\cdot 3576}=\frac{7(8^{120}-1)}{8^{119}\cdot 3576}.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ ИН0002627326

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	20	20	90

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Дано: ряд из 60 чисел в 3 с/счисл.

$a_1 = 0.(110)_3$ $a_2 = 0.0(110)_3$ $a_3 = 0.00(110)_3$ ... $n = 60$

Найти кол-во цифр 2 в 9ричной записи суммы этого ряда.

Решение:

1) Переведем первый член ряда в обычную дробь

число $a_1 = 0.(110)_3$ является бесконечной периодической дробью

период дроби – $(110)_3$ длина периода – 3 цифры, переведем период в 10 сист./сч: $(110)_3 = 1\cdot3^2 + 1\cdot3^1 + 0\cdot3^0 = 9+3+0 = 12$ ~~[illegible]~~ По правилам перевода периодич. дробей:

$$a_1 = \frac{(110)_3}{(1000)_3 - 1} = \frac{12}{3^3-1} = \frac{12}{27-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

2) Найдём сумму ряда.

По условию каждое следующ. число получается добавлением нуля после точки, что в 3-ной системе равносильно делению на 3. Значит данные числа образуют геометрич. прогрессию со следующими параметрами:

Первый член $b_1 = \frac{6}{13}$ и знаменатель $q = \frac{1}{3}$ кол-во членов $n = 60$ сумма S вычисляет. по формуле $S = \frac{b_1\cdot(1-q^n)}{1-q}$;

$$S = \frac{\frac{6}{13}\cdot\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}\right)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{6}{13}\cdot\left(1-3^{-60}\right)}{\frac{2}{3}} \Rightarrow S = \frac{6}{13}\cdot\frac{3}{2}\cdot\left(1-3^{-60}\right) = \frac{18}{26}\cdot\left(1-3^{-60}\right) =$$

$$= \frac{9}{13}\cdot\left(1-3^{-60}\right)$$

3) Подготовим выражение для перевода в 9ричную систему сч.

Нам нужно представить результ в системе с основанием 9

Заметим что $9 = 3^2$, преобразуем степень $3^{-60} = (3^2)^{-30} = 9^{-30}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ | И Н 0 0 0 2 6 2 7 3 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Тогда сумма $S = \frac{9}{13}\cdot(1-9^{-30}) = \frac{9}{13} - \frac{9}{13}\cdot 9^{-30}$

4) Переведем дробь $\frac{9}{13}$ в девятеричную систему счисл.

Для этого будем последовательно умножать числитель (остаток) на 9 и выделять целую часть результата. $3\cdot 9 = 81$

1) $9\cdot 9 = 81$. делим на 13: $81 = 6\cdot 13+3$ первая цифра 6 остаток 3

2) $3\cdot 9 = 27$. делим на 13: $27 = 2\cdot 13+1$ ~~первая~~ вторая цифра 2 остаток 1

3) $1\cdot 9 = 9$ делим на 13: $9 = 0\cdot 13 + 9$ третья цифра 0 остаток 9

Остаток 9 совпал с начальным числителем значит группа цифр (620) начинает повторятся, получаем передич. дробь в 9 ричной системе: $\frac{9}{13} = 0.(620)_9$

5) Вычислим итоговое значение S

Подставим 9ричную запись дроби в формулу из шага 3:

$S = 0.(620)_9 - 0.(620)_9\cdot 9^{-30}$ умножение на 9^{-30} сдвигает запятую на 30 знаков влево (или само число вправо)

Обозначим период $p = 620 \Rightarrow S = 0.pppppppppp\ldots - 0.\underbrace{00\ldots0}_{30}ppppppppp\ldots$

$\Rightarrow$ т.к сдвиг ровно 30 знаков и длина периода (3 цифры) является делителем числа 30 то периодические хвосты дробей (начинающиеся с 31 позиции) полностью совпад и уничтожаются при вычитании.

В результате остается конечная 9рич дробь, состоящая из 30 цифр после запятой: $S = 0.620620\ldots620_9$

6) Подсчитаем двойки, полученное число состоит из 10 блоков 620 (повторяется) $\Rightarrow$ в одном блоке 620 одна двойка, общее кол-во двоек: $10\cdot 1 = 10$

Ответ: 10

Вариант № ___ И Н 0 0 0 2 6 2 7 3 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

1) Определение типов столбцов: т.к. перестановка столбцов допустима, порядок столбцов не важен, имеет значение только их состав

В матрице $2\cdot13$ сущ. 4 типа возможн. столбцов

тип 1: $\binom{0}{0}$, их кол-во обозначим X_0

тип 2: $\binom{0}{1}$, их кол-во обозначим X_1

тип 3: $\binom{1}{0}$, их кол-во обозначим X_2

тип 4: $\binom{1}{1}$, их кол-во обозначим X_3

Всего столбцов 13 поэтому должно выполнят. условие

$X_0+X_1+X_2+X_3=13$, где $X_i\geq 0$ - целые числа

2) Общее кол-во вариантов без учета перестановки строк

кол-во нестр. цел. реш. вычисляется как формула сочет. с повторениями $C_n^k = C_{n+k-1}^{k-1}$: $n_{всего} = C^{4-1}_{13+4-1} = C^3_{16} = \frac{16\cdot15\cdot14}{3\cdot2\cdot1} =$

$= 16\cdot5\cdot7 = 560$

3) учет перестановки строк:

при перестановки 1 и 2 строк столбец $\binom{0}{1}$ меняется на $\binom{1}{0}$ и наоборот, т.е. переменные X_1 и X_2 меняются местами.

матрица остается неизменной относит. перестановки строк когда $X_1=X_2$, найдем их: пусть $X_1=X_2=k$ уравнение принимает вид: $X_0+k+k+X_3=13 \Rightarrow X_0+X_3=13-2k$ т.к $X_0, X_3\geq0$ то $13-2k\geq0 \Rightarrow 2k\leq13$ возможные знач. k: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

число реш. уравнения $X_0+X_3=S$ равно $S+1$ посчитаем сумму реш. для всех k: $k=0 \Rightarrow X_0+X_3=13$ (14 решений) $k=1 \Rightarrow X_0+X_3=11$ (12 решений) $k=2 \Rightarrow X_0+X_3=9$ (10 реш.) $k=3 \Rightarrow X_0+X_3=7$ (8 решений) $k=4 \Rightarrow X_0+X_3=5$ (6 реш.) $k=5 \Rightarrow X_0+X_3=3$ (4 реш.) $k=6 \Rightarrow X_0+X_3=1$ (2 реш.)

$14+12+10+8+6+4+2=56$ реш.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ ИН000 262 4326

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4) итого

$K = \frac{560+56}{2} = 308$ -ответ

$\boxed{\text{Ответ: } 308}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ___ | И Н 0 0 0 2 6 2 7 3 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5

~~"Текстовый файл №1" Ответ: 16969~~
~~"Текстовый файл №2" Ответ:~~

"Текстовый файл №1"
Ответ: 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.0

"Текстовый файл №2"
Ответ: 16969.36992.0.0 28
16969.36993.1483.0

Ответ в файле задания тоже есть

№6

"Текстовый файл №1"
Ответ: 132
84
40

"Текстовый файл №2":
Ответ: ответ в файле в комментариях

Ответ в файле задания тоже есть

№4

Ответ: 2885

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ ИН0002627326

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

1) $x \# y \# z \# w \# k \# m \# q \# r$

1) Подсчет кол-ва возможных ходов

В выражении 8 переменных и 7 знаков #, всего позиций для изменения 8+7=15

2) Определение очереди.

15 - нечетное, первый игрок делает ходы 1, 3, .., 15 ⇒

⇒ последний ход делает 1 игрок.

3) Стратегия победы.

т.к первый игрок делает последний ход ⇒ перед его ходом все остальные элементы выражения уже зафиксированы, превращены в 0, 1, ∧, ⊕. Первый игрок видит ситуацию в итоге и своим последним действием может повлиять на результат. Если остался знак он выбирает ∧ или ⊕ так чтобы результат операции =0

Если осталась переменная, он выбирает 0 или 1 так чтобы обнулить результат всего выражения.

Ответ: победит первый игрок

Контрпример $0 \oplus 0 \wedge x$, $1 \oplus 0 \wedge x$ нельзя поменять значение

как играть: первому игроку нужно делать любые ходы, а на 15 ходу (последним) выбрать такое значение переменной или знак операции, чтобы значение стало равно 0.

2) $x \# y \# z \oplus w \oplus k \oplus m$

1) Подсчет возможных ходов

В выражении 6 переменных и 2 знака #, знаки ⊕ менять нельзя, всего позиций для изменения 6+2=8

2) Определение очереди.

8 - четное, второй игрок делает ходы 2, 4, 6, 8 ⇒ последний ход делает 2 игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 2 | 7 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3) Стратегия победы

Выражение представляет собой сумму по ~~м~~ модулю 2 (xor) переменные ~~[illegible]~~ w, k, m – слагаемые в этой сумме.

Св-ва операции ⊕: изменение любого 1-го слагаемого меняет результат всего выражения на противоположный. Так как 2-й игрок делает последний ход, он видит значение всех остальных частей выражения. Он всегда может выбрать значение последней свободной переменной (или подобрать операцию внутри группы (x#y#z), чтобы итоговая сумма стала 1

(Ответ: победит второй игрок.)

как играть:

второму игроку надо делать любые ходы, и на 8 ходу (последний) выбрать такое значение переменной или знака чтобы итоговое значение всего выражение стало равно 1.

Лист 7 из 7

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	И	0	0	0	2	6	6	1	1	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	0	0	50

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №1

$0.(110)_3$ = длина периода равна

Значение периода $0.110 = 1\cdot 3^2 + 1\cdot 3^1 + 0 = 9+3+0 = 12$

Длина периода 3

$0.(110_3) = \frac{12}{3^3-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

Весь ряд $\frac{6}{13} + \frac{6}{13}\cdot\frac{1}{3} + \frac{6}{13}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} \dots$

Ряд из 60 чисел - геометрическая прогрессия

Увеличении на $\frac{1}{3}$

Переводим в девятеричную

$\underset{\uparrow}{3^{-60}} = 9^{-30}$, значит $S = \frac{9}{13} - \frac{9}{13}\cdot 9^{-30}$ -

ключевая

Значит что берется запись числа $\frac{9}{13}$ по основанию 9, и обрезаются последние 30 чисел

$9^3 \equiv 1 \pmod{13}$

$\frac{9}{13} = 0.(206)_9$

Кол-во 2:

В каждом периоде одна двойка

$1 - 9^{-30}$ = 30 цифр после точки

30 : 3 = полных периодов = 10

Ответ: 10 раз встречается двойка

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И И 0 0 0 2 6 6 1 1 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3

Матрица 2*13

Эквивалентное

-можно получить перестановкой столбцов

-можно получить перестановкой строк

Виды столбцов:

$\begin{matrix}0\\0\end{matrix}$ $\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$ $\begin{matrix}0\\1\end{matrix}$ $\begin{matrix}1\\1\end{matrix}$

$\begin{matrix}0&0\\1&1\end{matrix}$ - не меняется

$\begin{matrix}0&1\\1&0\end{matrix}$ - можно менять перестановкой стр

Варианты:

x-столбцов $\begin{matrix}0\\0\end{matrix}$; y-столбцов $\begin{matrix}1\\1\end{matrix}$; w-столбцов $\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$;

z-столбцов $\begin{matrix}0\\1\end{matrix}$

$x+y+z+w=13$

z и w - меняются местами, значит важно

только неупорядоченная пара z и w

значит код: $min(z, w), (max\ z, w)$

Как должно быть:

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$k = min(z; w); k \geq 0$

$x+y+2k \leq 13$ - принадлежит $max(z, w)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 6 | 1 | 1 | 2 | 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Значит $2k \le 13$, получаем

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Для фиксированного k решений

$x+y \le 13-2k$

$(14-2k)(15-2k)$

2

По всем k

$0 = \frac{14 \cdot 15}{2} = 105$

$1 = \frac{12 \cdot 13}{2} = 78$ и т.д.

$2 = 55$

$3 = 36$

$4 = 21$

$5 = 10$

$6 = 3$

$105 + 78 + 55 + 36 + 21 + 10 + 2 = 308$

– Максимальное кол-во несравнимых друг другу двоичных матриц размера 2 на 13

Ответ: 308

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И И 0 0 0 2 6 6 1 1 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №4

Ответ: 2885

Задание №6

Ответ: не получила, но код близок к истине

Задача 2

X#y#z#w#k#k#m#q#r

За ход можно заменить букву на 0 или 1

заменить знак # на ∧ или ⊕

Побеждает

1 - если значение равно 0

2 - если значение равно 1

Букв 8

Знаков

8 + 7 = 15 ходов

Последний ход делает первый игрок

~~[illegible]~~

Идея выиграла.

Если не выполняется

0 ∧ [illegible] = 0, но это невозможно изменить

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИЧ 000266 1126 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Стратегия первого игрока.

Заменить какую-нибудь букву на 0, и вторым ходом сделать конъюнкцию

Стратегия второго:

Он ничего не может сделать

=> При правильной игре выиграет первый игрок потому что он гарантировано создаст конъюнкцию

У второго выражения принцип такой же, выиграет первый, также создав конъюнкцию

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	И	0	0	0	2	6	7	0	3	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	18	17	13	20	88

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

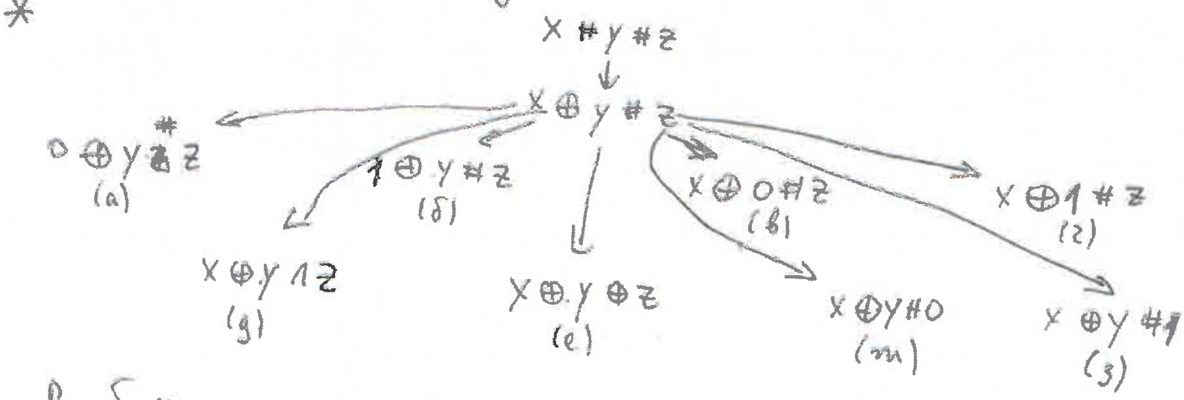
№1. Выигрывает 1 игрок (далее 1И) так как у него есть возможность своим последним ходом сделать значение выражения равное 1. Для этого ему нужно поставить вместо любого знака # знак ⊕. Например $x \oplus y \# z$. Дальше если 2 игрок (далее 2И) пытается занулить одну из частей (например $y=0$, $\# = \wedge$), то у 1И остаётся достаточно ходов, чтобы вернуться в выигрышную позицию: Например:

1: $x \oplus y \# z$
2: $x \oplus y \wedge z$
1: $x \oplus (1 \wedge z) \Rightarrow x \oplus z$
2: $x \oplus 0 \Rightarrow x$
1: $x = 1$ – выигрыш 1И

Все стратегии: *

Для выигрыша 2И нужно, чтобы части до и после ⊕ были равны 0. Для этого нужно поставить ∧ и 0 в обеих частях выражения. Однако 1И мешает 2И, расставляя ⊕, а для выигрыша 2И нужно потратить 2 хода для смены значений около ⊕, чтобы он давал значение 0, а на это у него не хватает ходов. Следовательно для 1И тактика такая же, как и в 1 случае: использовать нечётность ходов и возможность разбивать выражение на независимые слагаемые с помощью ⊕, чтобы оставить за собой право выигрышного решающего хода.

*



Разберём каждую ветку

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

и	и	0	0	0	2	6	7	0	3	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

д) $x \oplus y \wedge z$

$1 \oplus y \wedge z$

$1 \oplus 1 \wedge z$ $\quad$ $1 \oplus 0 \wedge z$ $\quad$ $1 \oplus y \wedge 0$ $\quad$ $1 \oplus y \wedge 1$

$1 \oplus 1 \wedge 0$ $\quad$ $1 \oplus 0 \wedge 0$ $\quad$ $1 \oplus 0 \wedge 0$ $\quad$ $1 \oplus 0 \wedge 1$

е) $x \oplus y \oplus z$

$0 \oplus y \oplus z$

$0 \oplus 1 \oplus z$ $\quad$ $0 \oplus 0 \oplus z$ $\quad$ $0 \oplus y \oplus 0$ $\quad$ $0 \oplus y \oplus 1$

$0 \oplus 1 \oplus 1$ $\quad$ $0 \oplus 0 \oplus 1$ $\quad$ $0 \oplus 0 \oplus 0$ $\quad$ $0 \oplus 0 \oplus 1$

ж) $x \oplus y \# 0$

$0 \oplus y \# 0$

$0 \oplus 0 \# 0$ $\quad$ $0 \oplus 1 \# 0$ $\quad$ $0 \oplus y \oplus 0$ $\quad$ $0 \oplus y \wedge 0$

$0 \oplus 0 \wedge 0$ $\quad$ $0 \oplus 1 \wedge 0$ $\quad$ $0 \oplus 0 \oplus 0$ $\quad$ $0 \oplus 0 \wedge 0$

з) $x \oplus y \# 1$

$0 \oplus y \# 1$

$0 \oplus 0 \# 1$ $\quad$ $0 \oplus 1 \# 1$ $\quad$ $0 \oplus y \oplus 1$ $\quad$ $0 \oplus y \wedge 1$

$0 \oplus 0 \oplus 1$ $\quad$ $0 \oplus 1 \wedge 1$ $\quad$ $0 \oplus 0 \oplus 1$ $\quad$ $0 \oplus 1 \wedge 1$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | и и 0 0 0 2 6 7 0 3 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

а) $0 \oplus y \# z$

$\downarrow$

$0 \oplus 1 \# z$

$0 \oplus 1 \# 0 \;\to\; 0 \oplus 1 \oplus 0$

$0 \oplus 1 \# 1 \;\to\; 0 \oplus 1 \wedge 1$

$0 \oplus 1 \wedge z \;\to\; 0 \oplus 1 \wedge 1$

$0 \oplus 1 \oplus z \;\to\; 0 \oplus 1 \oplus 0$

б) $1 \oplus y \# z$

$\downarrow$

$1 \oplus 0 \# z$

$1 \oplus 0 \wedge z \;\to\; 1 \oplus 0 \wedge 0$

$1 \oplus 0 \oplus z \;\to\; 1 \oplus 0 \oplus 1$

$1 \oplus 0 \# 1 \;\to\; 1 \oplus 0 \wedge 1$

$1 \oplus 0 \# 0 \;\to\; 1 \oplus 0 \wedge 0$

в) $x \oplus 0 \# z$

$\downarrow$

$1 \oplus 0 \# z$

$\downarrow$

аналогично "б"

г) $x \oplus 1 \# z$

$\downarrow$

$0 \oplus 1 \# z$

$\downarrow$

аналогично "а"

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИИ000267032б

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3. В матрице 2x10 каждый столбец состоит из 2 чисел 0 и 1. Всего 4 типа столбцов

A: $\binom{0}{0}$

B: $\binom{1}{1}$

C: $\binom{0}{1}$

D: $\binom{1}{0}$

Т.к. разрешена перестановка, то нам важно только кол-во столбцов, обозначим их как a b c d их будет 10(a+b+c+d)

Если мы поменяем 1 и 2 строку то:

· столбцы A и B неизм.

· столбцы C и D станут $C\binom{1}{0}$, $D\binom{0}{1}$ и наоборот

Значит матрицы одинаковые т.к. поменялись только значения $\overset{c}{A}$ и $\overset{d}{B}$, а a и b совпадают

Нужно кол-во уникальных наборов {a, b {c, d}}. Пусть $k = a+b$ (кол-во неизм. столбцов), тогда кол-во способов выбрать a и b $k+1$. На c и d приходится $M = 10-k$. Т.к. они не важны, то их кол-во равно $M // 2 + 1$.

Просуммируем все k от 0 до 10:

0: (1 способ для a, b) · (c+d=10, вариантов {c, d}: 6) = 1 · 6 = 6

~~k=~~ далее аналогично "0"

1: 10

2: 15

3: 16

4: 20

5: 18

6: 21

7: 16

8: 18

9: 10

10: 11

Складываем все:

6+10+15+16+20+18+21+16+18+10+11 = 161

Ответ: 161

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

и	и	0	0	0	2	6	7	0	3	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5.

Файл №1: 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.128

Файл №2: 16969.38997.0.0 28
16969.36997.1480.19520

№6

Файл №1: 114
90
42

Файл №2: 207790 217 254 5305
368117443
380389 961 830618 63 0705 067 404 713305 0880 148 467 20491845534360918
119268 624 862 216009 33903
354 470 8715 28459370 8297 9488 0587 4933 8190 6846 51144 2721368

№4 Ответ: 1279

№1. Дана последовательность из 60 чисел:

$a_0 = 0,(007)_8$
$a_1 = 0,0(007)_8$
$a_2 = 0,00(007)_8$

Проанализируем a_0. Периоды во всех системах аналогичны, т.е. если $0,(007)_{10} = \frac{7}{999} = \frac{7}{10^3-1}$, то $0,(007)_8 = \frac{7}{8^3-1}$. Следовательно последовательность "а" это геометрическая прогрессия с $q = \frac{1}{8}$

$$S_{\text{геом. прогр.}} = \frac{a_0 \cdot (1-q^{60})}{1-q} = \frac{8}{511} \cdot \left(1 - 8^{-60}\right)$$

Вариант № 1

И	И	0	0	0	2	6	7	0	3	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Теперь представим как степень ~~16~~ 8, чтобы перевести в ~~16~~ 8-ти ричную систему.

$$\frac{8}{511} = \frac{8}{8^3-1} = 8\cdot\underbrace{\frac{1}{8^3-1}}_{0,(001)_8} = 0,(010)_8$$

$$S_8 = \overbrace{0,010\,010\ldots010\,010}^{60\text{ цифр}} - 0,000\,000\ldots010\,010 = \underbrace{0,010\,010\ldots010}_{60\text{ цифр} = 20\text{ блоков по «010»}}$$

Конечная дробь

Теперь переводим в 2 СС

1 цифра - 3 бита

$0_{10} = 000_2$

$1_{10} = 001_2$

Т.е. блок (011) → (000001000)

$$S_2 = \underbrace{0,000001000\ldots}_{20\text{ блоков по 9 бит}}$$

Для перевода в 16 СС группируем по 4 бит. Возьмём блок 36 бит (таких 5) $5\cdot 36 = 20\cdot 9$

~~|0000|0100|0000|0010|0000|0001|0000|0000|1000|~~

|0000|0100|0000|0010|0000|0001|0000|0000|1000|

$0000 \to 0_{10}$
$0100 \to 4_{10}$
$0010 \to 2_{10}$
$0001 \to 1_{10}$
$1000 \to 8_{10}$

В блоке 1 двойка. Всего блоков 5. Следовательно во всём числе их 5.

Ответ: 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 7 | 5 | 2 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	0	6	20	59

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1

$(0,(110)_3 + 0,0(110)_3, 0,00(110)_3$

$A = 0,(110)_3$, $110 = 3^2+3+0 = 12 \Rightarrow 0,(110) = \frac{110}{3^3-1} = \frac{12}{27-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

$A_1 = \frac{6}{13}$ $A_n = \frac{A_{n-1}}{3} \Rightarrow A_n = \frac{A_1}{3^{n-1}} \Rightarrow$ это геом. прогрессия

$S_{пр.} = A \cdot \frac{1-(\frac{1}{3})^{60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1-3^{-60}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{13} \cdot (1-3^{-60})$, $3^{60} = (3^2)^{30} =$
$= 9^{30} \Rightarrow S_{пр} = \frac{9}{13} \cdot (1-9^{-30})$

$\frac{9}{13} = 0(620)_9$ $(1-9^{-30})$ - сдвиг на 30

$\Downarrow$

620 - повт $\frac{30}{3} = 10$ раз $\Rightarrow$ 2 повт 10 раз

Ответ: 10 раз

№ 3

Возможны кол-во столбцов ~~…~~ 00, 01, 10, 11 - 4 вида $\Rightarrow$

$\Rightarrow x_{00} + x_{01} + x_{10} + x_{11} = 13$ 00 и 11 - не мен. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ кол-во реш при $x_{...} \geq 0$: 560

$\frac{\text{всего + фикс}}{2}$ фикс - пусть ~~…~~ $x_{01} = x_{10} = p \Rightarrow p \in [0...6]$

Сумма $(13-2p+1) = 14-2p = 14 \cdot 7 - 2 \cdot (1+2+3+4+5+6) = 98-42 = 56$

$\frac{560+56}{2} = \frac{616}{2} = 308$ Ответ: 308

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 7 | 5 | 2 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 5

1) 1009.43980.0.0 30
1009.43980.0.0

2) 16969.36992.00 29
16969.36993.00

№ 2

В выражении x#y#z#w#k#m#q#r - 8 перем. и 7 знаков => 15 ходов, последний ходит 1 игрок => он победит. Ему достаточно всегда держать какое-либо число свободным хоr, тогда увидев ~~и~~ итоговое значение остального выражения, он сможет выбрать исход игры сам, поменяв последнюю переменную.

В выражении x#y#z⊕w⊕k⊕m - 6 перем. и 5 знака, ~~в~~ => последним ходит 2 игрок, он же и победит. Ему так же достаточно оставить напоследок одну переменную, свобод. ячейку, чтобы решить исход игры.

Ответ: В 1 случае победит 1 игрок,
Во 2 случае победит 2 игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 11 | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 7 | 5 | 2 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~№6~~

~~1) 132~~

~~84~~

~~40~~

~~2) 2734202 38239008~~

~~136732482~~

~~1465202579935 37183730463693~~

№4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 7 | 8 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	5	10	17	20	20	72

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

~~Т.к.~~ Каждое следующее число получается сдвигом предыдущего на один разряд вправо. При сложении этих дробей происходит „склеивание" периодов: и в итоге получается такая сумма: $S = 0.(007007007\ldots007)_8$ в которой блок 007 повторяется 72 раза.

Одна восьмеричная цифра соответствует трём двоичным битам. Поэтому $007_8 = 000\,000\,111_2$. Значит двоичная запись суммы имеет вид $S = 0.000\,000\,111\ldots000000111_2$, где 000000111 повторяется 72 раза. Всего $9 \cdot 72 = 648$ символов.

Шестнадцатеричное число получается группировкой двоичных разрядов по четыре. Тем самым наша последовательность S разбивается на такие четверки:

0000, 0011, 1000, 0001, 1100, 0000, 1110, 0000, 0111, далее эти четверки повторяются $\frac{648}{9 \cdot 4} = 18$ раз. В этой последовательности получаются такие числа.

$0000_2 \to 0_{16}$ $\quad 1100_2 \to C_{16}$

$0011_2 \to 3_{16}$ $\quad 1110_2 \to E_{16}$

$1000_2 \to 8_{16}$ $\quad 0111_2 \to 7_{16}$

$0001_2 \to 1_{16}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 7 | 8 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (продолжение)

Цифра четыре нигде не появляется. Также можно заметить, что $4_{16} \to 0100_2$, а в нашей последовательно единица между двумя нулями ни при каком случае не встретится. Значит 4 никак не получится.

Ответ: цифр „4" в этой записи будет 0.

№2.

В первом случае, когда написано $x \# y \# z$, можем заметить, что первый игрок сделает три хода, а второй два хода, так же первый сделает первый и последний ход, имея тем самым преимущество.

Первому игроку в начале игры обязательно нужно заменить $\#$ на $\oplus$. Получится выражение $x \# (y \oplus z)$. ~~Из-за приоритета действий $(y \oplus z)$ обязательно [illegible] как одного [illegible] хода~~. Лучшим ходом второго игрока будет или поменять одну из переменных y или z или менять знак $\#$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН00026781 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (продолжение)

1 случай:

Если он меняет y или z.

Заметим, что $y \oplus z = 0$, когда $y = z$

Если второй игрок ставит $y = 1$, тогда следующим ходом первый ставит z.

Если второй ставит $y = 0$, то первый игрок ставит $z = 0$. И тем самым гарантированно будет $y \oplus z = 0$

2 случай:

Второй игрок меняет знак.

2 ситуации:

$x \wedge (y \oplus z)$

~~Первый раз~~ Тогда первый игрок меняет x на любое число, потом второй меняет y или z на число, а последним ходом первый игрок ставит такую же цифру, как и второй прошлым ходом. Тем самым получится

$x \wedge 0 = 0$

И вторая ситуация, когда $x \oplus (y \oplus z)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 ИН000267812б
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2 (продолжение)

~~Из~~ В этом случае первый игрок ~~..~~ последним ходом просто подставит то число, которое обратит выражение в 0.
Таким образом, при правильной игре выигрывает первый игрок.

Если изначально написано выражение

x ⋇ y ⋇ z ⋇ w ⋇ k ⋇ m :
У первого игрока есть определённая стратегия: он шесть переменных разбивает на 3 блока ~~..~~ и на протяжении игры стремится, чтобы каждый из блоков был равен 0.
Рассмотрим такой блок:
Если второй игрок первым ~~подстроится~~ ~~..~~ заменит ~~..~~ ⋇ на какой-либо знак, то первый игрок потом подстроится и приравняет этот блок к 0.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2 (продолжение)

Какой бы знак ни стоял м/у двумя переменными, первый игрок может добиться, что в результате они дадут 0.

Если между ними стоит $\oplus$, то первый игрок подставит такое же число, что и у другой переменной.

Если м/у ними стоит $\wedge$, то первому игроку достаточно подставить 0.

После этого получаем такое выражение $0 \ast 0 \ast 0$, которое в любом случае равно 0.

Ответ: и в первом, и во втором случае побеждает первый игрок.

№ 3

У нас есть такая матрица:

$$\begin{array}{c} a \\ b \end{array} \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_{11} \\ b_1 & b_2 & \dots & b_{11} \end{pmatrix}$$

~~В каждом столбце~~ Каждый столбец может быть представлен, как $\binom{0}{0}$; $\binom{0}{1}$; $\binom{1}{0}$; $\binom{1}{1}$

Но $\binom{1}{0}$ и $\binom{0}{1}$ схожи, т.к. они равны при перестановке строк.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН0002678126 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3 (продолжение)

Таким образом у нас три типа столбцов:

тип A: $\binom{0}{0}$; тип B $\binom{1}{0}$; тип C $\binom{1}{1}$

Перестановка столбцов в данном случае показывает, что порядок не важен. Важно только количество столбцов каждого типа.

Пусть a – кол-во столбцов A типа, b – B типа, c – C типа.

Тогда $a+b+c=11$, при этом $a, b, c \geq 0$

Найдем количество неотрицательных целочисленных решений уравнения $a+b+c=11$, используя формулу нахождения сочетаний с повторениями: $m=3$; $n=11$ (элем.)

$$\bar{C}_m^n = \frac{(m+n-1)!}{(m-1)!\,n!} = \frac{(3+11-1)!}{(3-1)!\,11!} = \frac{13!}{2!\cdot 11!} = \frac{13\cdot 12}{2} = 78$$

Ответ: 78

№ 4 Ответ: 1853

№ 5 Ответ:

1 тестовый файл:

1009.43980.0.0 30

1009.43880.2026.128

2 тестовый файл:

~~16969.36892.0.0~~

16969.36892.0.0 28

16969.37002.1455.9888

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	2	6	7	8	1	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№6

Ответ: тестовый файл №1:

127
79
37

тестовый файл №2:

161 508 761 43 18 2 0 8
293060 158
28782 739 847 2222 755 772 8135 25 21 96229564823 436246 1553725
7919562

91 72 33 965 184 85 30 865 278
268 454 87 27303057 4550 46 936 36 29647 38 66 359 5685306594 1739 22

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	2	6	7	9	1	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	0	10	17	20	20	67

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

1) Пусть $x = 0,(007)_8$

$\Rightarrow$ остальные слагаемые $x, \frac{x}{8}, \frac{x}{64}, \dots, \frac{x}{8^{71}}$ (деление на 8, т.к. 8-ичная система счисления)

2) Геометрическая прогрессия

$$S = \cancel{x}\,x\left(1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \dots + \frac{1}{8^{71}}\right)$$

$$S = \cancel{x}\,x \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{8}\right)^{72}}{1-\frac{1}{8}} = x\,\frac{8}{7}\left(1 - \frac{1}{8^{72}}\right)$$

3) $0,(007)_8 = \frac{7}{8^3-1} = \cancel{17}\,\frac{7}{511}$

$$S = \frac{7}{511} \cdot \frac{8}{7}\left(1 - \frac{1}{8^{72}}\right) = \frac{8}{511}\left(1 - \frac{1}{8^{72}}\right)$$

4) $511 = 111111111_2 \Rightarrow$ деление на 511 число периодическую двоичную дробь, период длины $= 9$ бит

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН0002679126 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 (Продолжение)

Множитель $1-8^{-72}$ обрывает период ровно после 72 блоков, без изменения структуры. В 2-ичной записи получается повторяющийся 9-битный блок.

5) $4_2 = 0100$

Но период кратен 9, и при разделении на 4-битные группы получаются одни и те же типы блоков, и ни один из них не равен 0100 $\Rightarrow$ цифр 4 нет

Ответ: 0.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 7 | 9 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

1) $x \# y \# z$ (Док-во леммы)

Первый игрок может выбрать значение последнего символа так, чтобы получить нужный результат. Если бы ~~выражение не~~ ~~завис~~ значение выражения не зависело бы от последнего хода, то значит исход был бы предрешен заранее ⇒ противоречие, т.к. последний игрок делает выбор, влияющий на результат.

Контрпример к лемме: 0101 Z

выбор Z не влия

~~Выражение $x \# y \#$~~:

Лемма о последнем ходе:

Пусть после некоторого хода осталось

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН000267 9126

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (Продолжение)

одно незаполненное место
⇒ значение выражения
зависит от последнего
хода (символа)

Всего в выражении
x # y # z 5 ходов ⇒
выигрывает I игрок

В выражении x # y # z # w # k # m
6 букв + 5 операций ⇒ 11 ходов
⇒ выигрывает I игрок

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИИ00267912б | Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Две матрицы
$2 \cdot 11$

Эквивалентные

1) Типы столбцов (длина 2)

$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

Перестановка строк

$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \Rightarrow$ разные

только 3 типа столбцов

1) 00

2) 11

3) 01 и 10 (разные)

2) $\underbrace{00\ldots00}_{a}\underbrace{11\ldots11}_{b}\underbrace{\text{разные}\ldots\text{разные}}_{c}$

$a+b+c=11$

$\binom{11+3-1}{3-1}=\binom{13}{2}=48$.

Ответ: 78

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 ИН000267912б

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Ответ: 1953

№5

Ответ: Т.ф. 1: 1009.43980.0.0 30
1009.43981.2026.128

Т.ф. 2: 16969.36992.0.0 28
16969.37002.1495.9888

№6

Ответ: Т.ф. 1: 127
79
37.

Т.ф. 2: 16150876143 18 208
2930 60158
287827398472222 75577 28135 252196
→22956482343 6 2461 55 3725791956 2
9 1723396 5 1848 5308 65278
268454 8727303057449 50469 36 3 6 29
→64738 663995 68530 69941 73922

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 2 6 9 0 3 2 6
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	20	20	90

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Проанализируем числовой ряд:

у нас есть ряд из 60 чисел в троичной с с

~~по~~ Каждое последующее число получается после добавления нуля после запятой, значит ~~...~~ ~~во~~ ~~сдвигу~~ ~~разряд~~ сдвигаем разряд вправо или делению на основание системы

$a_1 = 0.(110)_3$

$a_2 = \cancel{0.10}\ 0.0(110)_3 = a_1 \cdot 3^{-1}$

...

$a_{60} = a_1 \cdot 3^{-59}$

Переведём число $X = 0.(110)_3$

Умножим обе части ур-ия на 3^3, то есть на 27_{10}, что значит сдвигу на 3 разряда вправо

$3^3 \cdot X = 110.110110110\ldots_3$

$27X = 110_3 + 0.(110)_3$

Подставляя изначальные значения

$27X = 110_3 + X$

Переводим 110_3 в десятичную систему

$110_3 = 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = 9 + 3 = 12$

Лист 1 из 8

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №4 | 4 Н 0 0 0 2 6 9 0 3 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Получили ур-ие:

$27x = 12 + x$

$26x = 12$

$x = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$ Получается, первый член ряда $a_1 = \frac{6}{13}$

Теперь найдем сумму ряда:

Так как каждый следующий член в 3 раза меньше $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ это геометрическая прогрессия, у которой первый член $a_1 = \frac{6}{13}$, а знаменатель прогрессии $k = \frac{1}{3}$

$S_n = b_1 \cdot \frac{1-k^n}{1-k}$

Подставим $n=60$

$S_{60} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1-(\frac{1}{3})^{60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1-3^{-60}}{2/3} = \frac{6 \cdot 3}{13 \cdot 2} \cdot (1-3^{-60})$

$S_{60} = \frac{9}{13} \cdot (1-3^{-60})$

Теперь переведем сумму в 9-рич с.с.

Заметим, что $3^{-60} = (3^2)^{-30} = 9^{-30}$

$S_{60} = \frac{9}{13}(1-9^{-30}) = \frac{9}{13} - \frac{9}{13} \cdot 9^{-30}$

Теперь найдем, как записывается дробь: $\frac{9}{13}$ в 9-рич с.с

$9 \cdot 9 = 81 = 13 \cdot 6 + 3$ (остат $= 3$)

$3 \cdot 9 = 27 = 13 \cdot 2 + 1$ (остат $= 1$)

$1 \cdot 9 = 9 = 13 \cdot 0 + 9$ (остат $= 9$) $\Rightarrow$ получаем периодическую дробь

$\frac{9}{13} = 0.(620)_9$

Теперь осталось посчитать двойки:

Выражение $S_{60} = \frac{9}{13} - \frac{9}{13} \cdot 9^{-30}$, аналогично началу задачи означает, что мы берем бесконечную дробь $0.(620)_9$ и об-

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 Н 0 0 0 2 6 9 0 3 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

нуляем все знаки после 30-ого разряда.
Итого получим

$S_{60} = 0.\underbrace{620620\ldots620}_{30\text{ цифр}}$

В полученном числе последовательность 620 повторяется $\frac{30}{3} = 10$ раз $\Rightarrow$ в каждой из них ровно 1 цифра 2 $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ всего общее кол-во цифр 2: $10 \cdot 1 = 10$

Ответ: 10

№ 2 Задание 1

Выражение: X # Y # Z # w # k # m # q # r

Всего имеем: 8 переменных + 7 знаков # = 15 слотов

Число ходов = 15 ⇒ нечетное кол-во → последний ход делает игрок номер 1.

Игрок 1 делает последний ход и видит всё выр-ие как функцию от 1 переменной (последний пустой слот). Пусть перед последним ходом выр-ие имеет вид A ? B

• если последний слот знак операции, игрок 1 выбирает между ~~∧~~ ∧ ⊕

Невозможно, чтобы и $A \wedge B = 1$, и $A \oplus B = 1$ одновременно, т.к. для $\wedge = 1$, нужно 1, 1, но тогда $\oplus = 0$, значит игрок 1 может выбрать операцию, которая в результате дает 0.

Если последний пустой слот переменная

Игрок 1 подбирает знач. 1 или 0 дающее резуль-

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 9 | 0 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках страны

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

так (такое обнуляющее число всегда можно подобрать для операций ⊕ и

Итого первый игрок всегда может победить

Задание 2

Вырат. X # Y # Z ⊕ W ⊕ K ⊕ m

Знаки ⊕ фиксированы. Заполняются только переменные и знаки #, которых 6+2=8.
Так как число ходов = 8 (четное), значит последний ход делает второй игрок.
Стратегия для победы: выражение содержит слагаемые объединенные через ⊕. Операция ⊕ линейна и обратима. Изменение любого слота (Например 9, к, или m) меняют результат всего на противоположн.
т.к. второй игрок ходит последним, он контролирует финальное сост.
Каким бы не был результат перед 8 ходом, второй игрок может выбрать такое знач. в последнюю свободную ячейку, чтобы итоговая сумма по модулю 2 (т.к. есть ⊕) стала равна 1
Итого: побеждает 2 игрок

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | H | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 9 | 0 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Анализ типов столбцов

Поскольку столбцы матрицы можно переставлять произвольным образом, порядок столбцов не важен. Матрица однозначно определяется набором чисел, показывающих, сколько столбцов каждого типа в ней присутствует. Для матрицы высоты 2 существует $2^2=4$ возможных столбцов:

- Тип 0: $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$
- Тип 1 $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$
- Тип 2: $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$
- Тип 3 $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

Обозначим через x_i количество типа i матрицы, т.к. общее число столбцов $=13$, получаем условие:

$x_0+x_1+x_2+x_3=13$, где каждый $x \geq 0, x \in \mathbb{Z}$

Для решения задачи воспользуемся леммой Бёрнсайда:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 4Н000269032б

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Группа перестановок строк G действует на множестве решений ур-ий (1). Группа состоит из двух элементов

1. e - тождевственная перестановка (ничего не меняется)

2. σ - транспозиция (обмен двух строк)

Кол-во неэквивалентных матриц N = среднему арифметическому ~~неподв~~ количеств неподвижных точек для каждой операции:

$$N = \frac{|X^e| + |X^\sigma|}{2}$$

Взяли ~~строки~~ тождественную перестановку (e)
Если строки не меняются, значит любой набор переменных x_0, x_1, x_2, x_3 является допустимым.
Теперь найдем кол-во целочисленных неотрицательных решений ур-ия $x_0+x_1+x_2+x_3=13$.
Воспользуемся методом перегородок, используя сочетания с повторениями.

$$|X^e| = \bar{C}_4^{13} = C_{13+4-1}^{4-1} = C_{16}^{3}$$

$$|X^e| = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 16 \cdot 5 \cdot 7 = 560$$

= 56

=308

4 H 0 0 0 2 6 9 0 3 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Расм. более сложный случай обмен строк (σ)

1. $\binom{0}{0} \xrightarrow{\sigma} \binom{0}{0}$ (тип 0 переходит в тип 0)

2 $\binom{1}{1} \xrightarrow{\sigma} \binom{1}{1}$ (тип 3 переходит в тип 3)

3. $\binom{0}{1} \xrightarrow{\sigma} \binom{1}{0}$ (тип 1 пер. в тип 2)

4. $\binom{1}{0} \xrightarrow{\sigma} \binom{0}{1}$ (тип 2 пер. в тип 1)

Чтобы конфигурация матрицы осталась неизменной (не считая перестановки столбцов) кол-во столбцов переходящих ~~в~~ друг в друга, должно быть равным. ~~З~~ Значит $x_1 = x_2 = K$

Подставляя в ~~ур-ие (1)~~ исходное ур-ие

$x_0+K+K+x_3=13 \Rightarrow x_0+x_3=13-2K$

Так как $x_0, x_3 \geq 0$, то $13-2K \geq 0 \Rightarrow 2K \leq 13$. Возможны целые значения K: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

~~Т.к. $x_0, x_3 \geq 0$ m~~

Для фикс K кол-во решений ур $x_0+x_3=S$ ($S=13-2K$ равно $S+1$)

Просуммируем кол-во решений по всем K:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 6 | 9 | 0 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 6

~~Тест 1~~

~~132~~

~~84~~

~~40~~

~~Тест 2~~

$$|X^{\sigma}| = \sum_{k=0}^{6} |(13-2k)+1| = \sum_{k=0}^{6} (14-2k)$$

Распишем ряд

$k=0 \Rightarrow 14$

$k=1 \Rightarrow 12$

$k=2 \Rightarrow 10$

$k=3 \Rightarrow 8$

$k=4 \Rightarrow 6$

$k=5 \Rightarrow 4$

$k=6 \Rightarrow 2$

$|X^{\sigma}| = 14+12+10+8+6+4+2 = 56$

Подставим в Бёрнсайда:

$$N = \frac{560+56}{2} = \frac{616}{2} = 308$$

Ответ: 308

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	2	7	1	7	5	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	0	20	20	73

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 6

Ответы на тесты

1) 132 ~~2) 27 34 70 288 27 9008~~

84 ~~136 777 487~~

40 ~~1065 20 75 4119 53 7 18 7 130 46 30 4913~~

2) 27 34 70 288 27 9008 – 1 строка

136 777 487 – 2 строки

1065 2075 4119 53718 713046 304913 959 2014 774572 – 4887364 253879692 – 3 строки

562626 56875 48 27 559938 – 4 строки

188 923 655 441 831 713644 001 47 29 5-05223 04 2098 8029 09984 049, 5 строка

N 5

Ответы:

2) 16969.36992.0.0 28

16969.36993.1403.0

1) 1009.43980.0.0; 30

1009.43980.2026.0

2) ~~сначала больше тесс, потом не выдерживает.~~

N 3

а 0 0

б 1 1

с 0 1

д 1 0

$a+б+c+д=13$

перевыявления С из 16 по 3 $= \frac{16!}{13!3!} = 560$

найдём сколько решения не меняется при обмене строк

$a+б+2k=13 \Rightarrow a+б=13-2k$

возможное $k=0,1,2,3,4,5,6,$

см. след. лист

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ___ | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 1 | 7 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 - продолжение

для каждого k чис пар $(a, b) = 13 - 2k + 1$

сумма равна $14 \cdot 7 - 2(0+1+2+3+4+5+6) = 98 - 42 = 56$

отсюда по лемме Бернсайда

всего это количество равно $\frac{560+56}{2} = 308$

Ответ: 38

№1

найдём первый член $0.110_3 = \frac{110_3}{3^3} = \frac{6}{13}$

$S = \frac{6}{13} \cdot 1 / ((-\frac{1}{3})^{60} / 1 - \frac{1}{3}) = \frac{6}{13} \cdot 1 - 3^{-60} = 3^{60} - \frac{1}{13} \cdot 3^{58}$

$3^{58} = 9^{29}$

$S = \frac{3^{60} - 1}{13} 9^{29} = \frac{M}{29}$, где $M = \frac{3^{60} - 1}{13}$

значит в 10 системе счисления запись конечная и состоит из 29 цифр после точки

$M_9 = 62062062062062062062062062062$

здесь 10 двоек => Ответ: 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ ИН000271752 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

ситуация $X \# Y \# Z \oplus W \oplus K \oplus m$

мы можем поставить конъюнкцию только между X и Y или Y и Z и она будет выполняться первой ⇒ рассмотрим ксор (xor; ⊕). становится очевидно, что если мы сами выбираем значения букв, то тот, кто поставит последнюю букву — выиграл. всего ходов 8 ⇒ I II I II I II I II — второй игрок всегда заканчивает последним ⇒ он и выиграет

Ответ: ~~он~~ победит второй игрок, если всегда будет сводить имеющееся выражение к 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

ИИ0002739126

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	6	0	61

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ЗАДАНИЕ 2.

Выиграет первый игрок, т.к. он не только начинает, но и заканчивает игру, т.к. во всей игре нечётное кол-во ходов. Получается, что он может поставить в начале игры О, а далее будет следить за ходами второго игрока и повторять их в противоположном конце (другой половине) выражения. В этом и заключается его стратегия.

Несмотря на то, что для выр-ния X#Y#Z#W#K#M количество ходов за всю игру чётно и игру будет завершать второй игрок, первый всё равно выиграет. Просто будет повторять ходы второго игрока (в начале заменит любую # на XOR, а если будет возможность после — и вторую), так зеркалятся переменные X–M, Y–K, Z–W. В центре выражения останется XOR, который и принесёт победу первому игроку, ведь с двух сторон будет одинаковое значение частей выражения.

Таким образом, при правильной игре в обоих случаях выиграет первый игрок.

ЗАДАНИЕ 4.

ОТВЕТ: СУММА = ~~[illegible]~~ 2885.

СМ. ЛИСТ 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 3 | 9 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 5.

Ответ для файла №1:

1009. 43980.0.0 30

Ответ для файла №2:

16969. 36992.0.0 28

Задание 3.

0 0 1 1

0 1 0 1

S_1 S_2 S_3 S_4

$\frac{S_0}{14\cdot 1} = = 14$

$S_1: 12\cdot 2 = 13$

$S_2: 12 \cdot 2 = 24$

$S_3: 11\cdot 2 = 22$ и т.д.

Ответ: 308.

$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 13$

функц. $= \sum_{6}^{13} (14-S)\cdot \frac{S}{2} \times 1$.

(всего четвёрок $C_{3}^{13+1} = 560$; а симм-ых $1+2bed = 13 - \frac{6}{0(000.}(14-2e) = 56$) и $\frac{560+56}{2} = 308$

$14 + 13 + 24 + 22 + 235$

$= 308$

Задание 1.

$0,(110)_3 = \frac{110}{222} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

~~прогрессия чисел первого чл. $\cdot\frac{1}{3}$~~ $\cancel{S_n = \frac{\frac{6}{13}\left(1-\frac{1}{36}\right)}{\frac{2}{3}} = \frac{6}{13}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1-1}{360} =}$

$\cancel{= \frac{9}{13}}$

см. лист 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 3 | 9 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Первый член прогр. $= \frac{6}{13}$

$d_{\text{знаменатель}} = \frac{1}{3}$

$$S_n = \frac{\frac{6}{13}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{60} - 1}{\frac{1}{3} - 1} \text{ или } \frac{\frac{6}{3}\cdot\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}\right)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{6}{13}\left(1-\frac{1}{3^{60}}\right)}{\frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{6}{13}\cdot\frac{3}{2}\cdot\left(1-\frac{1}{3^{60}}\right) = \frac{9}{13}$$

$$1-\left(\frac{1}{9}\right)^{30} = 1-9^{-30} \quad ; \quad \frac{9}{13} = \cancel{\frac{10_9}{14_9}} \; \frac{10_9}{14_9} =$$

$$= \frac{620_9}{888_9} = 0,(620)_9$$

Первые 30 знаков нули, затем 10 блоков по 620, где будет 10 двоек.

Ответ: 10

ЧОНОК»

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 7 | 6 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	10	20	80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

1)

$a_1 = 0.(110)_3 = \frac{6}{13} = \frac{110_3}{1000_3 - 1} = \frac{9+3+0}{27-1} = \frac{6}{13}$

каждый след. член +0 после запятой, это эквивалентно делению на 3

$a_k = \frac{a_1}{3^{k-1}} = \frac{6}{13 \cdot 3^{k-1}}$ $k = 1, 2, 3 \ldots \infty$

2) ~~переводим в 3 ичн~~

$a_k \in \mathbb{E}_{13}$

сумма ряда

$S = \sum_{k=1}^{60} \frac{6}{13 \cdot 3^{k-1}} = \frac{6}{13} \sum_{k=0}^{59} \frac{1}{3^k} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1 - 3^{-60}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{6}{13} \cdot \frac{3}{2} \cdot$

$\cdot (1 - 3^{-60})$ $S = \frac{9}{13}(1 - 3^{-60}) = \frac{9 \cdot 3^{60} - 9}{13 \cdot 3^{60}} = \frac{3^{60} - 1}{13 \cdot 3^{58}} =$

т.к. $3^{60} = 9^{30}$ и $3^{58} = 9^{29}$:

$S = \frac{9^{30} - 1}{13 \cdot 9^{29}}$

3) перевод в 9 ричную $9^3 - 1 = 728 = 13 \cdot 56$

$9^{30} - 1 = (9^3 - 1)(9^{27} + 9^{24} + \ldots 9^3 + 1) = 13 \cdot 56 \cdot \sum_{j=0}^{9} 9^{3j}$

$S = \frac{56 \cdot \sum_{j=0}^{9} 9^{3j}}{9^{29}} = 56 \sum_{j=0}^{9} 9^{3j - 29} = 56(9^{-2} + 9^{-5} + 9^{-8} \ldots 9^{-29})$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

и	н	0	0	0	2	7	7	6	5	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$56_{10} = 62_9$

~~$56\cdot 9^{k}$~~

каждое слагаемое $56 \cdot 9^{-k}$ размещает цифры 6 и 2 в соответствующих разрядах, тогда их блоки не перекрываются (между ними по 1 разряду, где стоит 0)

слагаемое	позиции цифр:
$56 \cdot 9^{-2}$	$9^{-1}: 6 \quad 9^{-2}: 2$
$56 \cdot 9^{-5}$	$9^{-4}: 6 \quad 9^{-5}: 2$
$56 \cdot 9^{-8}$	$9^{-7}: 6 \quad 9^{-8}: 2$
$\vdots$	$\vdots$
$56 \cdot 9^{-29}$	$9^{-28}: 6 \quad 9^{-29}: 2$

$S = 0.62062062062062062062062062062$

$\Downarrow$

10 цифр 2 Ответ: 10

~~№2: цель 1 игрока → 0~~
~~цель 2 игрока → 1~~
~~Каким выиграет 1 игрок, надо~~
~~1. победит 1 игрок, для этого ему надо каждый ход заменять любую переменную на 0, что гарантирует победу~~
~~2. победит 2 игрок, ему надо следить за k, m, n,~~
Если к концу игры

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 7 | 6 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

цель 1 игрока → 0
цель 2 игрока → 1.

Чтобы выиграл 1 игрок надо, чтобы в теч. игры 1 игрок заменил любую доступную переменную на 0

1. победит игрок 1. ему нужно при каждом ходе заменять любую переменную на 0. Если букв нет, он ставит такой знак чтобы результат был выгоден, но стратегия с 0 гарантирует победу.

2. победит 2 игрок, ему нужно следить за k, w, m. Если к концу игры 1 из них свободна, он ставит значение, дающее единицу итог 1. Если 1 игрок активно заполняет k, w, m, то 2 игрок получает полный контроль над X # Y # Z и делает там нужное значение

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | М | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 7 | 6 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Любую двоичную матрицу 2×13 можно представить как набор 13 столбцов, существует всего 2^2 вида столбцов высоты 2, состоящих из 0 и 1:

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ – (тип а) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ – (тип в) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ – (тип с)

$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ – (тип D)

Т.к. перестановка столбцов матрицы разрешена, порядок следования столбцов не важен. Матрица однозначно определяется тем, сколько в ней столбцов каждого типа. Обозначим кол-во типа A, B, C, D переменными n_a, $n_в$, n_c, n_D соответственно.

Общее кол-во столбцов равно 13 ⇒ должно выполняться равенство $n_a + n_в + n_c + n_D = 13$, где $n_a \geq 0$. Рассмотрим перестановку строк. В матрице 2×13 можно поменять местами 1-ю и 2-ю строки. Как изменятся столбцы после перестановки:

Столбец A останется A $\frac{0}{0} \to \frac{0}{0}$

Столбец D останется D $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{1}$

Столбец B ⇒ C $\frac{1}{0} \to \frac{0}{1}$

Столбец C → B $\frac{0}{1} \to \frac{1}{0}$

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Таким образом, если эта матрица, описанная набором количеств $(n_a; n_b; n_c; n_D)$, после перестановки строк она станет описываться набором (n_a, n_c, n_b, n_D). Эти 2 набора описывают эквивалентные матрицы.

Кол-во неэквивалентных матриц = количество решений уравнения $n_a + n_b + n_c + n_D = 13$, учитывая, что решения $(n_a\ n_b\ n_c\ n_D)$ и $(n_a\ n_c\ n_b\ n_D)$ считаются одним решением. Чтобы выбрать ровно 1 представителя из каждой пары таких решений наложим доп. условие.

$n_b \geq n_c$

Надо найти кол-во решений в целых числах сист

$$\begin{cases} n_a + n_b + n_c + n_D = 13 \\ n_b \geq n_c \geq 0 \\ n_a, n_D \geq 0 \end{cases}$$

$k = n_b + n_c$ т.к. всего столбцов 13, то на долю $n_a; n_D$ остается $13 - k$ столбцов

k $[0;13]$ для каждого k кол-во вариантов будет произведением 2х величин: ~~1. кол-во способов выбрать~~

1. кол-во способов

2. кол-во способов выбрать пару (n_a, n_D) так, чтоб их сумма $= 13 - k$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 7 | 6 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Для суммы $n_б + n_c = k$

При условии $n_б \geq n_c$, n_c может принимать значения от 0 до $\lfloor k/2 \rfloor$. Кол-во вариантов равно $\lfloor k/2 \rfloor + 1$; для суммы $n_a + n_д = 13 - k$, n_a может быть любым числом от 0 до $13-k$ $n_a \in [0; 13-k]$.

Кол-во вариантов равно $(13-k)+1 = 14-k$.

Просуммируем кол-во вариантов для всех $k \in [0; 13]$:

1. $k=0$: $(\lfloor 0/2 \rfloor + 1) \cdot 14 = 1 \cdot 14 = 14$
2. $k=1$: $(\lfloor 1/2 \rfloor + 1) \cdot 13 = 1 \cdot 13 = 13$
3. $k=2$: $(\lfloor 2/2 \rfloor + 1) \cdot 12 = 24$
4. $k=3$: $(\lfloor 3/2 \rfloor + 1) \cdot 11 = 2 \cdot 11 = 22$
5. $k=4$: $(\lfloor 4/2 \rfloor + 1) \cdot 10 = 30$
6. $k=5$: $(\lfloor 5/2 \rfloor + 1) \cdot 9 = 3 \cdot 9 = 27$
7. $k=6$: $(\lfloor 6/2 \rfloor + 1) \cdot 8 = 8 \cdot 4 = 32$
8. $k=7$: $(\lfloor 7/2 \rfloor + 1) \cdot 7 = 4 \cdot 7 = 28$
9. $k=8$: $(\lfloor 8/2 \rfloor + 1) \cdot 6 = 5 \cdot 6 = 30$
10. $k=9$: $(\lfloor 9/2 \rfloor + 1) \cdot 5 = 25$
11. $k=10$: $(\lfloor 10/2 \rfloor + 1) \cdot 4 = 24$
12. $k=11$: $(\lfloor 11/2 \rfloor + 1) \cdot 3 = 18$
13. $k=12$: $(\lfloor 12/2 \rfloor + 1) \cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14$
14. $k=13$: $(\lfloor 13/2 \rfloor + 1) \cdot 1 = 7$

$14+13+24+22+30+27+32+28+30+25+24+18+14+7 = 308$

Ответ: 308

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

И	И	0	0	0	2	7	9	0	5	2	6

Вариант № 4 — Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	10	18	0	20	20	83

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть $x = 0.(110)_3$

1) Найдём x:

$$x = \frac{(110)_3}{3^3-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}.$$

2) В ряду 60 чисел: $x, \frac{x}{3}, \frac{x}{3^2}, \ldots, \frac{x}{3^{59}}$.

Это геометрическая прогрессия, поэтому ~~$S = x \cdot \frac{1-(\frac{1}{3})^{60}}{}$~~ ~~$S = x \cdot (1-(\frac{1}{3})^{60})$~~

$$S = x \cdot \frac{1-(\frac{1}{3})^{60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1-3^{-60}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{13} \cdot (1-3^{-60}).\quad 3^{60} = 9^{30} \Rightarrow 3^{-60} = 9^{-30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{9}{13} \cdot (1-9^{-30}) = \frac{9}{13} - \frac{9}{13} \cdot 9^{-30}.$$

3) Переведём $\frac{9}{13}$ в основание 9.

$$\frac{9}{13} \cdot 9 = \frac{81}{13} = 6 + \frac{3}{13} \Rightarrow 6.$$

$$\frac{3}{13} \cdot 9 = \frac{27}{13} = 2 + \frac{1}{13} \Rightarrow 2.$$

$$\frac{1}{13} \cdot 9 = \frac{9}{13} = 0 + \frac{9}{13} \Rightarrow 0.$$

Значит $\frac{9}{13} = 0.(620)_9$, тогда $S = 0.(620)_9 - 0.(620)_9 \cdot 9^{-30}$

Это вычитание того же числа, сдвинутого вправо на 30 знаков. Период длины – 3, $30 \vdots 3$ поэтому останутся ровно первые 30 цифр: $S = \underbrace{0.620\ldots620_9}_{\text{повтор 10 раз}}$

В каждом блоке 620 1 цифра 2. Блоков – 10.

Ответ: 10.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4. | И | И | 0 | 0 | 0 | 2 | 7 | 9 | 0 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

,474

№2

1. 1) x#y#z#w#k#m#q#r... побеждает 1 игрок

Док-во:

,2304

1) Первый ход: заменить # между w и k на ⊕. Получаем:
x#y#z#w⊕k#m#q#r. Обозначим левую часть L, правую часть R, тогда итоговое выражение: L⊕R.

2) Дальше первый применяет зеркальную стратегию. Если второй игрок на своем ходе заменил какой-либо ещё незамененный символ (букву или #). В левой части L, то первый на след. ходу заменяет симметричный символ в правой части R тем же самым (0/1), если 0, то 1 или если ^, то ⊕. Если второй сделал замену в правой части R, то первый зеркально повторяет её в левой части L.

Зеркальное соответствие:
x↔r, y↔q, z↔m, w↔k. И знаки между ними тоже зеркально соответствуют.

3) Т.к. после 1 хода разреза ⊕ части L и R независимы, а первый реализует все действия второго зеркально, то в конце игры мы получим одинаковые L и R => L=R, тогда L⊕R=0, то есть выражение =0, значит выигрывает первый игрок.

Лист 2 из 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	И	0	0	0	2	7	9	0	5	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. $x \# y \# z \oplus w \oplus k \oplus m$, побеждает второй игрок.

Док-во:

1) Заметим, что по правилу приоритета сначала вычисляются все конъюнкции, поэтому ~~выражение после замены превращается в некоторое A, $A \in \{0,1\}$~~

то выражение $x \# y \# z$ превращается в некоторое A, $A \in \{0,1\}$, остальные w, k, m — это тоже отдельные биты, значит $A \oplus w \oplus k \oplus$

2) Всего замен нужно сделать 7 букв + 2 знака # = 9 замен? Но это не так: выражении $x \# y \# z \oplus w \oplus k \oplus m$ 6 букв (x, y, z, w, k, m). и знаков # только 2 (между x и y и y z)

Итого: 8 ходов, значит последний игрок делает последний ход.

Стратегия второго: сохранить до последнего 1 из одиночных битов w или k или m не замененным.

Это возможно:

Если первый заменил 1 из них, второй просто оставляет другой, т.к. из 3 хотя бы 1 можно не трогать до конца.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИИ0001790526 Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4) перед последним ходом второй уже видит полностью. определенные значения A, w, k, m, кроме 1 оставленного бита, например m.

Тогда: $S = A \oplus w \oplus k \oplus m$, где m ещё не выбран. Второй выбирает m так, чтобы $S=1$: если $A \oplus w \oplus k = 0$, то ставит $m=1$. Если $A \oplus w \oplus k = 1$, то ставит $m=0$.

В любом случае получаем 1 итог, значит победа у второго игрока.

№3.

Любая матрица 2×13 после перестановок столбцов определяется только тем, сколько столбцов каждого вида: 00, 01, 10, 11 обозначим их кол-во через ABCD: $A+B+C+D=13$; $A, B, C, D \geq 0$. Перестановка 2 строк меняет местами типы 01 и 10, то есть $(A,B,C,D) \leftrightarrow (A,C,B,D)$. Отсюда классы эквивалентности такие:

1) Если $B=C$, то при перестановке строк кортеж не меняется $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ класс не меняется

2) Если $B \neq C$, то получаем 2 разных кортежа $(ABCD)$ и $(ACBD)$ $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ класс из 2 элементов.

Обозначим:

t — число всех решений $A+B+C+D=13$. и f — число решений с $B=C$, тогда число классов $= n = f + \frac{t-f}{2}$ и это $= \frac{t+f}{2}$, т.к. $B \neq C$, кортежи разбиваются на пары.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | П К 0 0 0 2 7 9 0 5 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Считаем t. - число неотрицательных решений уравнения $A+B+C+D=13$:

$$t=\binom{13+4-1}{4-1}=\binom{16}{3}=560.$$

2. Считаем F (случай B=C). Пусть B=C, тогда $A+2B+D=13$

Возможные B:

0,1,2,3,4,5,6. Рассмотрим эти случаи для: $A+D=13-2B$.

1. $B=0$: $A+D=13$. => 14 решений.
2. $B=1$: $A+D=11$ => 12 решений
3. $B=2$: $A+D=9$ => 10
4. $B=3$: $A+D=7$ => 8
5. $B=4$: $A+D=5$ => 6.
6. $B=5$: $A+D=3$ => 4.
7. $B=6$: $A+D=1$ => 2

Складываем: $F=14+12+10+8+6+4+2=56$. Подставляем в формулу $n=\frac{t+F}{2}=\frac{560+56}{2}=\frac{616}{2}=308$.

Ответ: 308.

N5.

Пример тестового файла:

Файл 1: 1009. 43980. 0. 30

1009. 43986. 2026. 0.

Файл 2: 16969. 36992. 0. 0 28

16969. 36993. 1483. 0.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

и	и	0	0	0	2	7	9	0	5	2	6

Вариант № 4

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№6

Ответы тестовых файлов

Файл1: 132

84

10

Файл2: 2 734 702 882 779 008

1 367 774 87

1 065 207 544 95 37 187 13046. 30491 3959 201479

75 72788 73642 53879 692.

5626 2 656 8759. 8275. 59938

18892 365 54 4183 171 3644 001 472950 522 30420

988 029099 84048.

№4.

Ответ: 574.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 1 | 0 | 8 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	10	18	17	20	20	100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2

Заметим что количество ходов в игре нечетно, значит, первый игрок и начнёт и закончит игру. Первому игроку выгодно использовать ~~задать~~ конъюнкцию, чтобы понизить вероятные ~~значения~~ значения результата.

Рассмотрим дерево игры.

Выиграет I игрок.

X#Y#Z

ход первого (# → ∧)

~~выигрышные~~ ходы II го

X∧Y#Z

0∧Y#Z
1∧Y#Z
задать знач X

X∧0#Z
X∧1#Z
Задать знач Y

X∧Y#0
X∧Y#1
задать знач Z

X∧Y∧Z
→ ∧

X∧Y⊕Z
→ ⊕

→ ∧
ход I го
→ ∧

последним ходу I игрока задаст значени последней переменной тогда в ответе будет 0

Y = 0
тогда независ от хода II го игрока в ответе будет цифра 0

X = 1
1∧Y⊕Z

*

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$*$

$1 \wedge y \oplus z$

ход II-го

$1 \wedge 0 \oplus z$ $\quad$ $1 \wedge 1 \oplus z$ $\quad$ $1 \wedge y \oplus 0$ $\quad$ $1 \wedge y \oplus 1$

ход I-го

$z = 0$ $\quad$ $z = 1$ $\quad$ $y = 0$ $\quad$ $y = 1$

Рассмотрим второй случай

$x \# y \# z \# w \# k \# m$

В этом случае так же нечетное число ходов и последний ход будет делать I игрок. Заметим, что, например, конструкция $x \wedge y \oplus z \wedge w \wedge k \oplus m$ может рассматриваться как $A \oplus B \oplus C$, где $A = x \wedge y$, $B = z \wedge w \wedge k$, $C = m$. При этом операция $\oplus$ позволяет получить 1 при нечетном количестве „1" среди „слагаемых"

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	К	0	0	0	2	8	1	0	8	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

Будем рассматривать все таблицы 2×11. В каждом столбце будет один из четырех вариантов:

1. 0,0
2. 0,1
3. 1,0
4. 1,1

В каждой таблице представим столбцы, чтобы сначала шли строго столбцы с 0,0 потом строго столбцы с 0,1 потом строго столбцы с 1,0 потом строго столбцы с 1,1. Это не повлияет на эквивалентность таблицы. Введем a как количество столбцов с 0;0. b как количество столбцов с 0,1. c 1,0. d как количество столбцов с 1,1.

Тогда все таблицы представимы в виде

a	b	c	d
0…0	0…0	1…1	1…1
0…0	1…1	0…0	1…1

где $a+c+b+d=11$ $a,b,c,d\geq 0$

Заметим что при перестановке столбцов ни одно число из a,b,c,d не меняется. При перестановке →

1	2	3	4	5	6	Σ

Строки b и c меняются местами, a и d не меняются.

Очевидно, что каждой таблице соответствует один и только один набор (a, b, c, d). Тогда вместо эквивалентности таблиц можно использовать эквивалентности этих наборов. Два набора (a_1, b_1, c_1, d_1) и (a_2, b_2, c_2, d_2) эквивалентны если их таблицы эквивалентны. Получается что эти таблицы эквивалентны тогда и только тогда, когда:

$$\begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \\ c_1 = c_2 \\ d_1 = d_2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = c_2 \\ c_1 = b_2 \\ d_1 = d_2 \end{cases}$$

Второй случай соответствует дополнительной перемене строк местами. Его можно исключить, если наложить ограничение $b \le c$.

Тогда при известной сумме $a+d$ можно выбрать $a+d+1$ возможных комбинаций (a, d), а при известной сумме $b+c$ можно выбрать $\left\lfloor \frac{b+c}{2} \right\rfloor + 1$ возможных комбинаций (b, c). Перебирая случаи, зная, что $(a+d)+(b+c)=11$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | И | М | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 1 | 0 | 8 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

b+c	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a+d	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
варианты b, c	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
варианты d, a	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

тогда ответом задачи будет:

$12\cdot1+11\cdot1+10\cdot2+9\cdot2+8\cdot3+7\cdot3+6\cdot4+5\cdot4+4\cdot5+3\cdot5+2\cdot6+$
$+1\cdot6=203$ Ответ: 203

Задача 2 (продолжение)

$x\#y\#z\#w\#k\#m$

I игрок: $x\#y\#z\oplus w\#k\#m$

Заметим, что после такого хода I игрока слева и справа от $\oplus$ идентичные выражения. Теперь I игроку следует „повторять" ход II-го: если II игрок изменил переменную или операцию на левой половине строки, то I-й меняет соответствующую переменную или операцию на правой половине, и наоборот, тогда в конце игры слева и справа от центрального $\oplus$ окажутся одинаковые значения, и результатом выражения будет 0 I игрок выигрывает.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

4	Н	0	0	0	2	8	1	0	8	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1

$x = 0.(007)_8$

$8^3 \cdot x - x = 7$

$x = \frac{7}{8^3-1}$

сумма 72 слагаемых ~~членов~~ равна

$$\frac{\frac{7}{8^3-1}\cdot\left(\frac{1}{8^{72}}-1\right)}{\frac{1}{8}-1} = \frac{7}{8^3-1}\cdot\frac{1-8^{72}}{8^{72}}\cdot\frac{8}{-7} =$$

$$= \cancel{\frac{1}{8^{72}}\cdot\frac{8\cdot(8^{72}-1)}{8^3-1}} = \frac{1}{8^{72}}\cdot\frac{8\cdot(8^{72}-1)}{8^3-1}$$

Заметим, что множитель $\frac{1}{8^{72}}$ влияет только лишь на место точки разделяющую дельную и дробную часть, так как

$\frac{1}{8^{72}} = \frac{2^{72}}{16^{72}} = \frac{16^{18}}{16^{72}} = \frac{1}{16^{54}}$

в контексте задачи его можно откинуть

Остается числ:

$\frac{8\cdot(8^{72}-1)}{8^3-1}$

Рассмотрим его. $\frac{8\cdot(8^{72}-1)}{8^3-1} = \frac{8((8^3)^{24}-1)}{8^3-1} =$

$$= \frac{8\cdot(8^3-1)(1+(8^3)^3+(8^3)^6+\ldots+(8^3)^{23})}{8^3-1} =$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИИ00281 0826

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$= 8(1+(8^3)^3+(8^3)^6+\ldots+(8^3)^{23}) =$

$= 8^1+8^4+8^7+\ldots+8^{70}$

заметим, что $8^3=2\cdot 16^2$. Пользуясь этим рассмотрим, степени восьмерки в шестнадцатиричной системе счисления.

$8^1 = 8_{16}$

$8^4 = 200_{16}\cdot 8_{16} = 1000_{16}$

$8^7 = 200_{16}\cdot 1000_{16} = 200000_{16}$

$8^{10} = 200_{16}\cdot 200000_{16} = 40000000_{16}$

$8^{13} = 200_{16}\cdot 40000000_{16} = 8000000000_{16}$

Далее цифры в записи будут повторятся. При суммировании всех степеней переноса из разряда в разряд происходить не будет. Получается, что четверок в записи числа будет столько же, сколько слагаемых имеют четверку в своей записи. Учитывая цикл повторений, такими слагаемыми будут 8^{10}, 8^{22}, 8^{46}, 8^{56}, 8^{70}, 8^{34}. Таким образом, в конечной записи числа будет шесть четверок.

Ответ: 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 2 8 2 0 5 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	10	18	17	20	0	80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №1.

$0,(110)_3$ – период длиной 3

Пусть $x = 0,(110)_3$ $1000_3 x = (110,110110\ldots)_3$

$1000_3 = 27_{10}$ (т.к. $3^3 = 27$)

Период длиной 3: умножаем x на $3^3 = 27x$

$27x = 110_3 + x$ $110_3 = 1\cdot 9 + 1\cdot 3 + 0\cdot 1 = 12_{10}$

$27x = 12 + x$

$x = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$ x – первое число

Второе $0,0(110)_3 = \frac{1}{3}\cdot 0,(110)_3 \Rightarrow$ k-е число (если $k=1$) будет иметь вид: после запятой – $(k-1)$ нулей, а затем (110)

$A_k = \underbrace{0,00\ldots0}_{k-1 \text{ нулей}}(110)_3 = \frac{1}{3^{k-1}}\cdot 0,(110)_3 = \frac{1}{3^{k-1}}\cdot\frac{6}{13}$

Сумма всех 60-ти чисел: $S = A_1 + A_2 + \ldots + A_{60} =$

$= \frac{6}{13}\cdot\left(\frac{1}{3^{1-1}} + \frac{1}{3^{2-1}} + \frac{1}{3^{3-1}} + \ldots + \frac{1}{3^{60-1}}\right) = \frac{12}{26}\left(\frac{1-\frac{1}{3^{60}}}{1-\frac{1}{3}}\right) =$

$= \cancel{\frac{9}{13}\left(\frac{1-3^{60}}{12}\right)}\ \frac{9}{13}\left(1-3^{60}\right) = \frac{9}{13} - \frac{9}{13}\cdot 3^{-60}$

$9_{10} = 100_3$ $100_3\cdot 3 = 1000_3 = 24_{10}$

$13_{10} = 111_3$

Второе слагаемое $S = \frac{9}{13} - \frac{9}{13}\cdot 3^{-60}$

$\frac{9}{13}\cdot 3^{-60}$ в троичной – это $0,(200)_3\cdot 3^{60}$

Пусть $A = 0(200)_3$; $B = A\cdot 3^{-60}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 2 | 0 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$A = 0,200200200\ldots$

$B = 0,\underbrace{000\ldots0}_{60\ \text{нулей}}200200200\ldots$

$S = 0,\underbrace{200200200\ldots200}_{20\ \text{групп по}\ 200}00000\ldots$

$0,20\ 02\ 00\ 20\ 02\ 00$

$20_3 = 2\cdot 3+0 = 6_9 \quad 00_3 = 0_9 \quad 02_3 = 2_9$

Период в 9-ти ричной системе будет выглядеть следующим образом: $0,\underbrace{(602)}_{10\ \text{повторений}}{}_9$

Т.к. 10 повторений 602, в которых по одной 2-ке $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ будет 10 двоек

Ответ: 10.

Задание №2

1. Вычисляет всегда 1-ый игрок

~~x#y#z#w#k#m#q#r~~ 1 2 3 4 5 6 7 x#y#z#w#k#m#q#r 1 2 3 4 5 6 7

Первый игрок вместо 4 операции ставит XOR $\Rightarrow$ выражение разделяется на 2: $(x\#y\#z\#w) \oplus (k\#m\#q\#r)$

Знаем, что $A \oplus B = 0$ если $A = B$.

Теперь тактика первого игрока заключается в том, чтобы повторять действия игрока 2 в противоположной скобке.

Получим, что внутри скобок одинаковые выражения $\Rightarrow$ равны

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 2 8 2 0 5 2 6 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

=> XOR под номером 4 равен нулю, что побеждает первый игрок

2. $X \# y \# z \oplus w \oplus k \oplus m$

Последним ходит игрок 2 он и победит

Решение:

Рассмотрим случай когда все операции проставлены XOR, тогда 2-й игрок в конце всегда может изменить ход, поставив $\oplus 1$ или 0

Цель второго игрока поставить ход ($\oplus$) везде, у первого игрока есть возможность поставить только одну операцию. пусть это будет не хор, а конъюнкция:

~~$X \wedge y \oplus z \oplus w \oplus k \oplus m$~~ $X \wedge y \oplus z \oplus w \oplus k \oplus m$
~~1 2 3 4 5~~ 1 2 3 4 5 6

Теперь второму игроку нужно просто «хлопнуть» конъюнкцию, т.е. на 2-м и 3-м ходе второй игрок меняет X и y ~~[illegible]~~. 3-ий ход решающий аналогично предыдущим хор-м: $A \oplus B$, где A – значение выражения, B – игрок выставляет для победы

Задание № 5

1) 1009.43980.0.0 30
2) 1009.43980.2026.0

2) 16969.36992.0.0 28
16969.36993.1483.0

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 2 | 0 | 5 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание № 3

$k = 2\times 1$

Каждый столбец 2×1 1 из 4 видов 00, 01, 10, 11

Перестановкой строк (S_2) строки меняются местами и поэтому меняются только виды 01, 10 (а 00 и 11 остаются)

Обозначим: z – число столбцов 00

w – число столбцов 11

x – число столбцов 01

y – число столбцов 10

Требуется $x+y+z+w=13$

Перестановкой строк пары (x, y) меняются местами, значит эквивалентные матрицы задаются тройкой $(z, w, \{x, y\})$, т.е. по z, w и по неупорядоченным разбиениям $c = x+y$ на 2 слагаемых

Для фиксированных z, w пусть $c = 13 - z - w$

Значит общее число классов:

$$N = \sum_{z=0}^{13} \sum_{w=0}^{13} \left(\left\lfloor \frac{13-z-w}{2} \right\rfloor + 1 \right)$$

Обозначим $c = 13 - z - w$, тогда ~~сумма~~ $z+w = 13 - c$. Число пар (z, w) равно $13 - c + 1 = 14 - c \Rightarrow N = \sum_{t=0}^{13} (14-t)\left(\left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor + 1\right)$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 2 8 2 0 5 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

Четные значения

$t = 2k \quad k = 0, \ldots, 6$, тогда $\lfloor \frac{t}{2} \rfloor = k$

$N = \sum_{k=0}^{6} (14-2k)(k+1) + \sum_{k=0}^{6} (13-2k)(k+1)$

$N = 27 \sum_{k=0}^{6} (k+1) - 4 \sum_{k=0}^{6} k(k+1)$

$\sum_{k=0}^{6} (k+1) = 28 \quad \sum_{k=0}^{6} k(k+1) = 112$

$N = 27 \cdot 28 - 4 \cdot 112 = 756 - 448 = 38$

Ответ 38

Задание №?

Ответ: 2885

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н Н 0 0 0 2 8 3 3 2 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	5	17	20	20	77

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1.

каждое предыдущее делим на 3

~~$\frac{110}{222}$ $\frac{55}{111}$~~ $\frac{6}{13}$ - знач 1-20 числа

$$\frac{6}{13} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{59}} = \frac{9}{13} \quad 1 - \frac{1}{3^{60}} \Rightarrow$$

2) $\frac{9}{13} = 0,\underbrace{692307}$ период в котором лишь одна цифра два

6 чисел = 1 двойка

60 чисел = 10 двоек

Ответ: 10

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 3 | 3 | 2 | 2 | 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2. Вопрос 1

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. Конъюнкция равна 1 только тогда когда все ее аргументы равны 1. И если есть хотя бы один ноль, то тогда вся конъюнкция равна 0.

Первый игрок всегда ходит в букву и ставит значение 0.

Если второй игрок заменяет # на конъюнкцию – первый ставит 0 в эту конъюнкцию тем самым делая ее равной 0.

Если знак # меняется на исключающее или то ~~#~~ первый игрок может сделать все ~~[illegible]~~ переменные исключающую или равными 0.

Таким образом все части выражения принимают значение 0, и итогова выражение тоже равно 0 => первый игрок побеждает

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 2 8 3 3 2 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2. Вопрос г.

Рассуждаем полностью аналогично:
ставя нули в буквы, можно гарантировать что итоговое значение будет равно нулю.

Как итог: во всех случаях выиграет первый игрок.

Лист 3 из 7

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	2	8	3	3	2	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3.

каждый столбец:

$$\left.\begin{matrix} 00 \\ 01 \\ 10 \\ 11 \end{matrix}\right\} \text{возможные значения}$$

a – 00

b – 10 / 01

c – 11

} $a+b+c=13$ – каждое такое разбиение дает один класс эквивалентности

Бином

$\frac{15!}{13!} = 210$ и ещё еще раз делим на 2

$\frac{210}{2} = 105$

Ответ: 105

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4Н00028332226

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4.

Ответ: 2885

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 2 | 8 | 3 | 3 | 2 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

5.

Тестовый файл N1:

1009.43980.0.0 30

1009.43980.2026.0

Тестовый файл N2:

16969.36992.0.0. 28

16969.36993.1483.0

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

4	Н	0	0	0	2	8	3	3	2	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

6.

Тестовый файл №1:

1) 132
2) 84
3) 40

Тестовый файл №2:

1) 27 34 702882 79008
2) 136 777 487
3) 10 652 075 449 537 187 130 463 0491 3959 2014 74
75 727 887 364 253 879 692 (это одно число)
4) 562626 568 754 827 559 938
5) 188 923 655 441 8317 136 4400 147 29505 22304 209880
290 998 4048 (это одно число)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | М И 0 0 0 2 9 1 4 3 2 6 |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	0	17	20	20	77

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Сгруппируем числа по три. Сумма первых трёх равна $0{,}00(7)_8$; Сумма следующих трёх – $0{,}00000(7)_8$; и т.д. Вынесем из общей суммы $0{,}(7)_8$: $0{,}(7)_8 \cdot (0{,}01_8 + 0{,}00001_8 + \ldots)$. Заметим, что $0{,}(7)_8 = 1$; Значит искомая сумма равна $0{,}\underbrace{01001001\ldots001}_{7\text{ цифр}}{}_8 =$

$= 0{,}\underbrace{000\,0}_{0_{16}}\underbrace{01\,0}_{4_{16}}\underbrace{00\,000}_{0_{16}}\underbrace{0\,01}_{2_{16}}\underbrace{000\,0}_{0_{16}}\underbrace{00\,0}_{1_{16}}\underbrace{01\,000}_{0_{16}}\underbrace{000\,0}_{0_{16}}\underbrace{01\,000}_{8_{16}}\underbrace{000\,001}_{0_{16}}\,\underbrace{001\,000}_{8}$ 216 цифр

$= 0{,}04020108\ldots04020108_{16}$. „04020108" повторится $\frac{54}{9} = 6$ раз.

54 цифры

Таким образом, 4 встречается 6 раз.

Ответ: 6

№2

Заметим, что $0 \oplus 1 \wedge 0$, $0 \oplus 1 \oplus 1$, $1 \wedge 1 \wedge 0$ и $1 \wedge 1 \oplus 1$ являются «выигрышными» выражениями для первого игрока, докажем, что он всегда может достичь какого-то из них.

Для этого нужно первым ходом заменить y на 1; Заметим, что каждому значению буквы или знака можно поставить в соответствие соседний знак или букву так, что их сочетание встречается в вышеуказанных выражениях; и вообще на выбор соперника выбирать соответствующее значение и в конце концов добиться одного из выражений.

Значит, первый игрок победит.

Ответ: первый игрок.

№4

Ответ: 1953

№5

Тест 1:

а) 1009.43980.0.0 30

б) 1009.43980.2026.128

Тест 2:

а) 16969.36992.0.0 28

б) 16969.37002.1495.9888

№6

Ответ в комментариях кода.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4Н00029244 26 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	10	18	17	20	20	100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№6.

Для теста 1: 132
84
40

Для теста 2: 2734702882790008.
136777487

106520754495371871304630491395920147475727887364253879.
692

5626265687548275599938.
18892365544183171364400147295052230420988029099840 48

1) Найдем значение первого числа $0.(110)_3$ ✓1

Это бесконечная периодическая дробь с периодом длины 3

В троичной системе:

$$0(110)_3 = \frac{(110)_3}{3^3-1}$$

$(110)_3 - 1\cdot 3^2 + 1\cdot 3 + 0 = 9+3 = 12$. Тогда

$$0.(110)_3 = \frac{12}{27-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

Обозначим $A = \frac{6}{13}$

2) Остальные члены ряда.

Добавить один ноль сразу после точки это сдвиг дроби вправо на 1 разряд, то есть деление на 3.

$$0.0(110)_3 = \frac{A}{3},\quad 0.00(110)_3 = \frac{A}{3^2}, \ldots$$

Всего 60 чисел:

$$A, \frac{A}{3}, \frac{A}{3^2}, \ldots, \frac{A}{3^{59}}$$

3) Сумма 60 членов:

Это геометрическая прогрессия.

$$S = A\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{3^{59}}\right) = A\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}}{1-\frac{1}{3}}$$

$$S = A\cdot\frac{1-3^{-60}}{\frac{2}{3}} = A\cdot\frac{3}{2}\left(1-3^{-60}\right)$$

Подставляем $A = \frac{6}{13}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И 4 0 0 0 2 9 2 4 4 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$S=\frac{6}{13}\cdot\frac{3}{2}(1-3^{-60})=\frac{9}{13}(1-3^{-60})$

$3^{60}=(3^2)^{30}=9^{30}$, значит $3^{-60}=9^{-30}$, тогда

$S=\frac{9}{13}(1-9^{-30})$

4) Теперь переведем в девятеричную систему. Сначала найдём запись $\frac{9}{13}$ в системе счисления по основанию 9, поделим в столбик.

$\frac{9}{13}<1$, то есть это $0.\ldots_9$

Умножим дробную часть на 9

$\frac{9}{13}\cdot 9=\frac{81}{13}=6+\frac{3}{13}\Rightarrow$ первая цифра это 6.

Остаток $\frac{3}{13}$

$\frac{3}{13}\cdot 9=\frac{27}{13}=2+\frac{1}{13}\Rightarrow$ вторая цифра 2

Остаток $\frac{1}{13}$

$\frac{1}{13}\cdot 9=\frac{9}{13}=0+\frac{9}{13}\Rightarrow$ третья цифра 0.

И остаток снова $\frac{9}{13}$ – цикл замкнулся.

Значит $\frac{9}{13}=0.(620)_9$.

Теперь умножаем на $(1-9^{-30})$

$S=0.(620)_9-\frac{0.(620)_9}{9^{30}}$, деление на 9^{30} в девятеричной системе это сдвиг вправо на 30 цифр после точки. Т.к. период длины 3, а 30 кратно 3, то хвост после сдвига совпадает с исходным периодом. Останутся ровно первые 30 цифр.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 9 | 2 | 4 | 4 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

30 цифр = 10 блоков по 3 цифры

получилось:

S = 0. 6(2)0 6(2)0 6(2)0 6(2)0 6(2)0 6(2)0 6(2)0 6(2)0 6(2)0 6(2)0 9

получается 10 цифр 2

Ответ: 10.

№3

У матрицы 2 строки, значит каждый столбец это пара из 0 и 1. Всего возможны 4 типа столбцов: 00, 01; 10, 11, тогда пусть в матрице:

p_{00} столбцов типа 00.

p_{01} столбцов типа 01.

P_{10} столбцов типа 10

P_{11} столбцов типа 11

Тогда обязательно $p_{00}+p_{01}+p_{10}+p_{11}=13$

Если мы переставляем столбцы, порядок столбцов меняется, но сколько каких столбцов было - столько и остаётся.

Значит после перестановок столбцов матрица определяется только четвёркой чисел (P_{00} P_{01} P_{10} P_{11})

Если поменять местами 1-ю и 2-ю строки, то в каждом столбце верхний и нижний элементы меняются местами

00 остается 00

11 остается 11

01 превращается в 10

10 превращается в 01

Лист 3 из 7

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Т.е. есть перестановка строк просто меняет местами числа p_{01} и p_{10}, а p_{00} и p_{11} не трогает.

Значит две матрицы эквивалентны тогда и только тогда, когда у них одинаковые p_{00} и p_{11}, а p_{01}, p_{10} совпадают с точностью до перестановки.

Число четвёрок равно числу способов расставить 3 перегородки среди 13+3 мест:

$$C_{16}^{3} = \frac{16!}{3!(16-3)!} = \frac{16!}{3!\cdot 13!} = \frac{3360}{6} = 560.$$

$16 \times 15 = 240$, $240 \times 14 = 3360$

Кол-во вариантов $= \frac{\text{всего} + \text{самосовпадающих}}{2}$

Пусть $p_{01} = p_{10} = x$, тогда $p_{00} + p_{11} + 2x = 13$

x может быть $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Для каждого x число решений $p_{00} + p_{11} = 13 - 2x$ равно $13 - 2x + 1$.

Сумма: $14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 = 56$.

Кол-во вариантов: $\frac{560 + 56}{2} = 308$

Ответ: 308.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000292442б | Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Диапазон двух квадратов 5×5: J4 : N8
R6 : V10.

Сумма чисел в двух квадратах 2885.

№5

Тест 1: 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.0

Тест2: 16969.36992.0.0 28
16969.36993.1483.0

№2

А) Первый делает так, чтобы все выражение стало XOR двух одинаковых половин L⊕R. Если удается гарантировать L=R, то итог всегда 0. Куда бы второй ни (в левую половину или в правую) и что бы ни поставил (∧ или ∨ ⊕), первый на своем ходе ставит тоже самое в зеркальную позицию в другой половине. То есть первый гарантированно получает 0 и выигрывает

Б) x#y#z⊕w⊕k⊕m
Второй связывает элементы в пары и всегда отвечает так, чтобы в конце выражение обязательно стало 1, как бы ни играл первый.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ ИК0000292442 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Он будет поддерживать 4 условия:

1. x и y разные ($x \neq y$)

2. w и k одинаковые ($w = k$)

3. Пара $z \leftrightarrow$ знак между y и z

если $z = 0$, ставим между y и z знак $\oplus$

если $z = 1$, ставим между y и z знак $\wedge$

4. Пара $m \leftrightarrow$ знак между x и y:

если $m = 0$, ставим между x и y знак $\oplus$

если $m = 1$, ставим между x и y знак $\wedge$.

Разберем выражение $E = (x\ op_1\ y\ op_2\ z) \oplus w \oplus k \oplus m$

Т.к. второй делает $w = k$, то $w \oplus k = 0$ и они исчезают

$$E = (x\ op_1\ y\ op_2\ z) \oplus m$$

Т.к. второй делает $x \neq y$, то $x \oplus y = 1$ и $x \wedge y = 0$.

. если $m = 0$, то $op_1 = \oplus \Rightarrow (x\ op_1\ y) = 1$

если $m = 1$, то $op_1 = \wedge \Rightarrow (x\ op_1\ y) = 0$

То есть всегда: $A = (x\ op_1\ y) = \overline{m}$

Теперь он связывает z и op_2, так, чтобы результат не менял A:

если $z = 0$, берем $op_2 = \oplus \Rightarrow A \oplus 0 = A$

если $z = 1$, берем $op_2 = \wedge \Rightarrow A \wedge 1 = A$

значит всегда $(A\ op_2\ z) = A = \overline{m}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ ИН000292442б
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Подставляем:

$E = m \oplus m = 1$

Итак, при правильной игре второй гарантирует итог 1 и выигрывает.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 9 | 3 | 8 | 7 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	5	17	0	20	57

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1.

заметим, что мы делаем битовый сдвиг вправо на 1 это значит мы делим число на 3, значит итоговое число – сумма геом. прогр.

$S = a\cdot\left(\frac{q^n-1}{q-1}\right)$, $a = 0,(110)_3$ $q = \frac{1}{3}$

$S = \frac{3}{2}a\left(\frac{1}{3^{60}} - 1\right) = \underbrace{\overset{S_1}{\frac{3}{2}\cdot a\cdot\frac{1}{3^{60}\,59}}}_{\text{сдвиг } \frac{a}{2} \text{ вправо на 59}} - \underbrace{\overset{S_2}{\frac{3}{2}a}}_{\text{сдвиг } \frac{a}{2} \text{ влево на 1.}}$

$\frac{3}{2}a : 0,(020)$

$S_1 : 0,\overbrace{00\ldots00}^{59}(020)_3$

$S_2 : 0,2002002002 0_3$

$0,20\underbrace{0200200}_{9}\overset{2}{0}0\,110(110)_3$

$413_9 = 110\,110_3$

$206_9 = 020\,020_3$

переведём в 9-ричную для этого сдвинем число битовым сдвигом вправо на число $2\cdot n$, $n\in\mathbb{Z}$, тогда у нас получится число вида: $\underbrace{2\,06\,206\,206\ldots206}_{10}413$

=> 10 двоек.

ответ: 10 двоек

№3

рассмотрим просто матрицу 2×1

▯, все не эквивалентные матрицы – $\underbrace{\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}}$ базовые элементы обозначим их как 1, 2 и 3

1 2 3

заметим что кол-во неэквивалентных матриц для матрицы размера 2×n, это количество комбинаций с повторениями ~~зачеркн.~~, т.к. такие матрицы составлены из n базовых элементов и нам важна уникальная комбинация их количества, а не их порядок, формула для кол-ва таких перестановок для 3-х элементов – это $S_n = 3 + \frac{5+(n-1)}{2}(n-1)$ ~~формула~~ ($\frac{5+(n-1)}{2}(n-1)$ сумма арифм. прогрессии 3+4+5...)

2×1	2×2
1	11
2	12
3	13
	22
3	23
	33
	6

$\Rightarrow S_{13} = 3 + \frac{5+12}{2}\cdot 12 = 105$

ответ: 105

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И Н 0 0 0 2 9 4 9 9 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	5	18	17	20	20	80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 1

$a_k = 0.00\ldots(007)$

длина периода = 3

$0.(007)_8 = \frac{7}{8^3-1} = \frac{7}{511}$

$a_k = \frac{7}{511 \cdot 8^{k-1}}$

$S = \sum_{k=1}^{120} \frac{7}{511 \cdot 8^{k-1}} = \frac{7}{511} \sum_{k=0}^{119} \left(\frac{1}{8}\right)^k$

$S = \frac{7}{511} \cdot \frac{8}{7}(1 - 8^{-120}) = \frac{8}{511}(1 - 8^{-120})$

$\frac{8}{511} = \frac{8}{8^3-1}$

$S = \frac{8}{511} - \frac{8^{1-120}}{511}$

$S = \frac{8}{511} \cdot 1 - 8^{-120}$

$x = \frac{8}{511}$

$511 = 8^3 - 1$

Тогда: $x = \frac{8}{8^3-1}$

S имеет в 8сс вид: 0.111…1 где ровно 120 ед. подряд

$1_8 = 001_2$

120 восьм. ед = 36 д. е.

$360 : 4 = 90$

$1111 = F_{16}$, но

$001001001_2 \Rightarrow 1000_2 = 8_{16}$

$\frac{120}{3} = 40$

Ответ: 40

№ 5

Test № 1 — 1009.43980.0.0 30

1009.43980.2026.0

Test № 2 — 76969.36992.0.0 28

76969.36993.1483.0

№ 6

Test № 1:

97

65

37

Test № 2:

388768604746108

11147 9838

78282214737927326200829053905866-

5897614913023457 7776 8735988

15897745 3590 87 53547944

18732570922269 21 8626 7291008320-

9006647796676814903 39599

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 9 | 4 | 9 | 9 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

$[c_{00}, c_{01}, c_{10}, c_{11}]$

$c_{00}+c_{01}+c_{10}+c_{11}=72$

$N(e)=\binom{72+4-1}{4-1}=\binom{75}{3}=456$

$c_{01}=c_{10}=x$

$c_{00}+c_{11}+2x=72$

$N(s)=\sum_{x=0}^{6}(73-2x)=7\cdot 73-2(0+1+2+3+4+5+6)=91-42=49$

$N=\frac{N(e)+N(s)}{2}=\frac{504}{2}=252$

Ответ: 252

№2

В первой игре победит первый игрок. Всего 5 замен, первый ходит 1-м, 3-м, 5-м и имеет последний ход. Он может обеспечить ситуацию, когда итог зависит от последней незамененной буквы линейно по XOR, и на последнем ходе выставить её так, чтобы итог стал 0

Где-то появляется 1, первый делает одну из переменных равной 0 ⇒ весь итог становится 0

На последнем ходе меняет общий XOR = 0

Лист 2 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 ИН0029499 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Во второй игре победит также первый игрок.

Тут 8 букв + 7 решеток = 15 замен. Первый снова имеет последний ход.

Итог = XOR значений AND-блоков. Чтобы „выключить" AND-блок достаточно сделать хотя бы одну букву 0

весь блок = 0 независимо от остального

1. Если второй ставит где-то 1, первый ставит любой символ-букву внутри этого AND-блока
2. Во всех остальных случаях первый ставит ⊕ на #.
3. Первый сохр одну букву незамененной до самого конца.
4. На последнем ходе:

пусть все уже опр. блоки дают XOR = T (0 или 1)

первый выставляет ~~последню~~ ~~не~~ последнюю незамененную букву равной T, чтобы общий итог стал

T XOR T = 0

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 9 | 5 | 0 | 0 | 2 | 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	18	0	20	20	78

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №6:

Тестовый файл №1:

1. 97
2. 65
3. 31

Тестовый файл №2:

1. 38876850474610 8
2. 11147 9838
3. в файле решения
4. в файле решения
5. в файле решения

Задача №5

Тестовый файл №1.

1. 1009.43980.0.0 30
   1009.43980.2026.0

Тестовый файл №2

1. 16969.36992.0.0 28.
   16969.36993.1483.0

← если что-то криво отсканилось, то главные, верные ответы всегда прописаны в $\boxed{\text{файле решения}}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 9 | 5 | 0 | 0 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

$$0,(007)_8 = \frac{007}{8^3-1} = \frac{7}{512-1} = \frac{7}{511}$$

весь ряд – геометрическая прогрессия, =)

$$\frac{7}{511}\cdot\frac{1-8^{-120}}{1-\frac{1}{8}} = \frac{8}{511}\cdot(1-8^{-120}), \text{ то есть:}$$

$$S = \frac{8}{511} = \frac{8^{-119}}{511}$$

Заметим, что $511 = 8^3-1$

$$\frac{8}{511} = \frac{8}{8^3-1} = \frac{1}{8^2}\cdot\frac{1}{1-8^{-3}} = \frac{1}{8^2}\cdot(1+8^{-3}+8^{-6}\dots)$$

$S = \left(\frac{1}{8^2}+\frac{1}{8^5}+\dots+\frac{1}{8^{119}}\right)$, т.е. в восьмеричной системе счисления единицы стоят на позициях 2, 5, ... и 119

Так как $8=2^3$, а $16=2^4$:

$010_8 = 000001000_2$

всего бит $= 119\cdot3 = 357$

$\frac{357}{4} = 90 \rightarrow$ кол-во 16-ричных знаков в последовательности.

Разобьем послед. на 4:

0000|0100|0 000|000 1|000 00|0000 1|000 0|000 0|1000

$$\begin{array}{ccccccccc} \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8 \end{array}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3, Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ) ИН0002950026

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только та часть работы, которая написана в рамке справа

продолжение № 1

получаем:

$0402010(8)_{16}$ ← всего 1 цифра 8 в числе

т.к. в последовательности 90 символов$_{16}$, а наша цикличная последовательность длинной в 9 =>

$\frac{90}{9} = 10$ цифр 8

Ответ: 10

№ 2

1) X#Y#Z - выиграет первый игрок

нужно сделать так, чтобы в любом случае хотя бы одна часть зануляясь через ∧0, а вторую часть можно было добить последним ходом. Тогда:

ход 1 = поставить y = 0

ход 3 = поставить знак ∧ на одном из смежной с # решеток.

Далее если оба знака станут „∧", то получаем

~~X∧0∧Y=0~~ X∧0∧Z = 0.

в случае, если где-то будет ⊕, то одна сторона всё равно содержит „∧0" и равна нулю,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 9 | 5 | 0 | 0 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Не пишите ничего на полях и не выходите за рамки поля

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Продолжение №2

но первой игрок может добить оставшийся кусок, поставив 0, либо поставить знак так, что бы получился 0.

Ответ: победит первый игрок.

~~2)~~

№3

Матрица 2×12, следовательно каждый ~~каждая~~ столбец ~~строка~~ — это один тип из: 00, 01, 10, 11

Пусть их количества — a, b, c, d

$a+b+c+d=12$

перестановка меняет только $01 \leftrightarrow 10$, класс эквивалентности определяется числами a и d и неупорядоченной парой $\{b, c\}$,

Можно сложить как

$S = b+c$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И Н 0 0 0 2 9 5 0 0 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано [illegible] в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

продолжение $N^{\underline{o}}3$

без учета порядка кол-во ~~для~~ вариантов для $\{b, c\} = \left[\frac{S}{2}\right] + 1$

при фиксировании S остается:

$$a + b = 12 - S,$$

а таких пар для a и b ровно $12 - S + 1$

(от $a = 0$ до $a = 12 - S$)

Тогда:

$$\sum_{x \geq 0}^{12} (12 - S + 1)\left(\left[\frac{S}{2}\right] + 1\right)$$

Считаем:

$S = 0$ | $13 \cdot 1 = 13$

$12 \cdot 1 = 12$

$11 \cdot 2 = 22$

$10 \cdot 2 = 20$

$9 \cdot 3 = 27$

$8 \cdot 3 = 24$

$7 \cdot 4 = 28$

$6 \cdot 4 = 24$

$5 \cdot 5 = 25$

$4 \cdot 5 = 20$

$3 \cdot 6 = 18$

$2 \cdot 6 = 12$

$1 \cdot 7 = 7$

Складываем:

$13 + 12 + 22 + 20 + 24 + 27 + 28 + 24 + 25 + 20 + 18 + 12 + 7 =$

$20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 52 =$

252 | Ответ: 252

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	Н	0	0	0	2	9	8	2	0	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	18	15	20	20	93

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

a_n – г.п., в которой все члены являются положительными периодическими дробями. Переведём в десятичные:

$$a_1 = 0,(007)_8 = \frac{1}{8^3-1} = \frac{1}{73}$$

Каждый следующий член: $a_n = \frac{a_1}{8^n-1}$

Найдём сумму периодического ряда:

$$S = a_1 \cdot \frac{1-q^{60}}{1-q} = \frac{1}{73} \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{8}\right)^{60}}{1-\frac{1}{8}} = \frac{8}{511} \cdot \left(1-8^{-60}\right)$$

$$2^9-1$$

Сделаем через степени двойки:

$$S = \frac{2^3}{2^9-1} \cdot \left(1-(2^3)^{-60}\right) = 2^3 \cdot \sum_{k=1}^{20} \left(2^{-9}\right)^k = \sum_{k=1}^{20} 2^{3-9k}$$

Приведём в 16-ную систему!

$$2^p = 2^{4m+r} = 2^r \cdot 16^m$$, где $r \in \{0,1,2,3\}$, $2^r = 1, 2, 4$ или 8

~~З-я~~ Цифра 2 появится когда остаток от деления показателя степени на 4 равен 1 ($r=1$). Показатели: $3-9k$ (в нашем случае). Найдём кол-во $k \in \{1, 2 \ldots 20\}$, для которых: $3-9k \equiv 1$

Получаем что удовлетворяющие условию числа в $\{1, 2 \ldots 20\}$: 2, 6, 10, 14, 18 – их 5 (они достаточно удалены друг от друга (min на 2^8)) ~~всего~~

Ответ: 5

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 2 | 9 | 8 | 2 | 0 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2

1) Всего 5 позиций ⇒ 5 ходов (3 буквы и 2 знака): т.к. они ходят по очереди, то первый игрок сделает 3 хода, второй – 2. Тот, кто делает последний ход обладает преимуществом:

Стратегия для победы первого: 1) меняет любой знак на $\oplus$ ⇒

2) Т.к. $\oplus$ имеет низший приоритет, выражение будет вида: (например) $x\oplus(y\wedge z)$ или $(x\vee y)\oplus z$.

3) У первого игрока остается последний ход.

⇒ иначе выражение приходит к сумме нескольких битов (по модулю 2)

т.к. для позиции.

4) Если первый I ходом обеспечит наличие хотя бы одного знака $\oplus$, который не понижается 1 (т.к. она приоритет) (т.к. идет разбиение на независимые слагаемые), он может выбрать знач. посл. переменной ⇒ он победит, т.к. может довести до 1.

2) 1. Всего 11 позиций ⇒ последний ход делает первый игрок ⇒

2. $\oplus$ уже стоит посер. выражения поделил его на 2 равные части. Поэтому нужно сделать, чтобы остался хоть одна переменная, которая мн. по модулю 2 с ост. частью выражения.

3. Даже если второй будет пытаться превратить все знаки ≠ в 1, чтобы обнулить часть выражения, I-ый может своим ходом поставить $\oplus$ в иного месте, создав свободную переменную.

4) Опять действует фактор: последнего, I-ый просто выкинет значение и поставит 0 или 1, так чтобы итогу получилось 1.

выбирать между 1 и $\oplus$

Ответ: и в 1-ом и во 2-ом случаях побеждает первый, благодаря нечетному кол-ву ходов и возможности

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1 | ИН00029820 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Сделаем типажи столбцов и обозначим их для удобства:

$\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ – пустой, $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ – полный, $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ – верхний, $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ – нижний.

Заметим, что если мы меняем строки местами, пустой и полный столбцы не меняются, а вот верхний превратится в нижний, а нижний в верхний ⇒ для решения необходимо только знать кол-во и тип неупорядоченное сочетание. (!!! Важно !!!)

Пусть k – это кол-во столбцов, где единица только одна (верхний или нижний). Всего столбцов 10 ⇒ оставшиеся $10-k$ столбцов это либо пустые либо полные.

1) Для этих $(10-k)$ мест нужно выбрать кол-во полных столбцов (от 0 до $10-k$). Кол-во вариантов x: $(10-k)+1$

2) Есть k мест. Пусть кол-во верхних x ⇒ $(k-x)$ – кол-во нижних. Т.к. строки симметричны ⇒ варианты $x=1$, $(k-x)=2$ – это одно и то же с $x=2$, $(k-x)=1$

3) Кол-во уникальных комбинаций: $\frac{k}{2}$((округл. вниз)+1

4) Составим таблицу всех вариантов – это сделать можно, но для надёжности посчитаем через лемму Бёрнсайда (т.к. это простая математика, а математика – точная наука): группа симм. строк состоит из двух элементов: e (тождество) и s (перестановка (строк)). При e: кол-во всех 4 типа x: $C^{4-1}_{10+4-1} = C^{3}_{13} = 286$. При s: кол-во комб. (раскладок) 10 столбцов в места, а $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ меняются местами. При s типы $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ остаются на месте ($\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$), верхние и нижние должны быть парами. Нужны неподвижные точки строк состав ме столбцов не изменился. Считаем кол-во таких матриц: коэф. при x^{10} в разложении $(1+x+x^2+\dots)(1+x+x^2+\dots)(1+x^2+x^4+\dots)$. Это даёт нам 36 вар. Получим: $N = \frac{286+36}{2} = 161$

Ответ: 161.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

И	Н	0	0	0	2	9	8	2	0	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Ответ: 1278

№5

Ответ: Текстовый файл N 1: 1009.43980.0.0 30
10-09.43980.2026.128

~~Тек~~

Текстовый файл N2: 16969.36992.0.0 28
16909.37002.1485.9856

№6

Ответ: Текстовый файл N1: В комментариях под программой

Текстовый файл N2: В комментариях под программой.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИИ000298 2926 | Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	20	20	90

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. $a_1 = 0.(110)_3$

$$\frac{1\cdot 3^2 + 1\cdot 3^1 + 0\cdot 3^0}{3^3-1} = \frac{9+3+0}{26} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

$a_2 = 0.0(110)_3 = \frac{a_1}{3}$

$a_3 = \frac{a_1}{9}$

$b_1 = \frac{6}{13}$; $q = \frac{1}{3}$; Суммарно 60 чисел.

$$S = b_1 \cdot \frac{1-q^{60}}{1-q} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1-3^{-60}}{\frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{6}{13} \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(1-3^{-60}\right) = \frac{9}{13} \cdot \left(1-3^{-60}\right)$$

Заметим, что $3^{-60} = 9^{-30}$. Значит, $S = \frac{9}{13} \cdot \left(1-9^{-30}\right)$

$\frac{9}{13}$ в десятичной

$9 \cdot 9 = \frac{81{,}81}{13} = 6$ (ост 3) Первая цифра – 6.

$3 \cdot 9 = \frac{27{,}27}{13} = 2$ (ост. 1) Вторая цифра – 2

$1 \cdot 9 = \frac{9{,}9}{13} = 0$ (ост. 9) Третья цифра – 0

Дальше ост. снова 9, значит, период повторяется 620 раз. Итого, $\frac{9}{13} = 0.(620)_9$.

Нужно вычислить $x - x \cdot 9^{-30}$, где $x = 0.620620\ldots_9$.

Умножение на 9^{-30} сдвинет запятую на 30 знаков вправо.

$S = 0.620620\ldots620620\ldots - 0.00\ldots0620620\ldots$

Т.к. период 3 цифры укладывается в 30 ровно 10 раз, хвосты чисел после 30 знака полностью

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИИ00029829 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

совпадают и при вычитании дадут 0. Результат будет состоять ровно из 30 цифр: 10 раз повторенна группа 620. В каждом блоке одна двойка => => 10 цифр 2 в записи.

Ответ: 10.

2. 1) 8 переменных, 7 знаков операций.

Всего 15 позиций для хода. ~~Ходы можно ставить~~

Первый хочет 0, второй хочет 1. 15 - это число нечётное, значит последний ход делает первый игрок.

Тот, кто делает последний ход в логическом выражении имеет решающее преимущество. Если последним ходом заполнить знак, первый игрок может выбрать конъюнкцию 1, которая часто ~~о~~обнуляет результат. Если последним ~~игроком~~ ходом заполняется переменная, первый игрок выбирает 0 или 1 так, чтобы итогом стал 0. Он гарантированно побеждает.

2) 8 позиций. 8 - чётное, последний ход делает второй игрок. Он может в конце выбрать такое значение: 0 или 1, или знак, чтобы итоговая сумма по модулю 2 = 1. Первый не может помешать.

1) победит первый

2) победит второй

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 2 | 9 | 8 | 2 | 9 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа и рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

3. В матрице 2×13

4 типа столбцов

$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}_a \quad \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}_b \quad \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}_c \quad \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}_d$

$a+b+c+d=13$

$C_{n+k-1}^{k-1} = C_{13+4-1}^{4-1} = C_{16}^{3} = \frac{16\cdot15\cdot14}{3\cdot2\cdot1} = 560$ (всего наборов столбцов)

Поменяем строки

$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ не мен.

Пусть $b=c=k$. $a+2k+d=13$

Перебираем k

$k=0 \Rightarrow a+d=13$ (14 реш.)

...

$k=6 \Rightarrow a+d=1$ (реш. 2)

$14+12+10+8+6+4+2=56$ (симметр. вариантов)

$N = \frac{560+56}{2} = \frac{616}{2} = 308$

Ответ: 308.

4. В таблице

5. 1) 1009.43980.0.0 30

30 1009.43980.2026.0

2) 16969.36992.0.0 28

16969.36993.1483.0

6. В коде.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | ИН000300045 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	5	18	0	10	20	68

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1) Общий вид к-го члена:

$0,\underbrace{000}_{k\text{ нулей}}(007)$, то есть после запятой идёт к нулей, $k=0,1,2,\ldots 119$ и период (007) повторяется бесконечно; ~~2) Один член ряда~~

2) Переведём $0,(007)_8$ в дес систему счисления $0,(007)_8 = \frac{007_8}{8^3-1} = \frac{7}{511} = \frac{1}{73}$

т.к. $007_8 = 7_{10}$

3) С учётом сдвига на $(k+1)$ разряд

$$X_k = \frac{7}{511}\cdot(8)^{-(k+1)} = \frac{7}{511\cdot 8^{k+1}}$$

4) Сумма всех членов ряда

$$S = \sum_{k=0}^{119} X_k = \sum_{k=0}^{119}\frac{7}{511\cdot 8^{k+1}} = \frac{7}{511}\cdot\sum_{k=0}^{119}\frac{1}{8^{k+1}}$$

5) Переведём в шестнад. систему счисления

$511_{10} = 1FF_{16}$, $1_{10} = 1_{16}$ | $\frac{1_{16}}{1FF_{16}} = \frac{1}{200_{16}-1_{16}} = \frac{1}{2^9-1}$; т.к. $1FF_{16} = 200_{16}-1_{16}$

$$\Rightarrow \frac{1_{16}}{1FF_{16}} = 0,(01)_{16}.$$

$$\sum_{k=0}^{119}\frac{1}{8^k} = \frac{8}{7}\left(1-8^{-120}\right);$$

6) Подсчитаем обратно.

$$S = \frac{7}{511}\cdot\frac{8}{7}\left(1-8^{-120}\right) = \frac{8}{511}\left(1-8^{-120}\right)$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | ИН000300452 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$S = \frac{8}{511} = \frac{8_{16}}{1FF_{16}}$

$S_{16} = 0,(0040100040)$. цифра 8 будет встречаться ~~бесконечное число раз~~ 10 раз

Ответ 10

т.к умножение

№2

В обоих случаях побеждает первый игрок, так основная тактика используется обоих перемещую 0 и знак 1 (повышающие), чтобы обнулить значение, А не из игры.

1) $x \# y \# z$: Первый делает 3 хода
Второй 2 хода
(исходя из условий)

Первым ходом 1 игрок ставит $y=0$;
Если второй игрок поставит рядом с нулём 0 то 1 игрок поставит рядом 0, и часть выражения занулится.
Если он поставит цифру 1, то первый игрок поставит 1 и часть выражения занулится
Второму игроку не выгодно ставить 1 рядом с нулём. ⟹ Первый игрок выиграет

2) $x \# y \# z \# w \# k \# m \# q \# n$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 ИН00030004526

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1) Всего 15 позиций (8 букв и 7 знак)
2) Первый делает 8 ходов. Второй делает 7 ходов.
3) Первый игрок придерживается тактики зануления он может ходить $\wedge$ и контролировать „нули"
4) Даже если второй игрок поставит ⊕, то первый игрок может использовать $\wedge 0$, чтобы занулить конструкцию второго

Ответ 1) Первый игрок; 2) ~~Вт~~ Первый игрок

№5
Тест 1) 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2016.0

Тест 2) 16969.36997.1480.19531 64
16969 36997.1480.19456

№3 Пусть k_0 - кол-во столбцов вида $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

k_1 - $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ - кол-во столбцов вида

k_2 - $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ - кол-во столбцов вида

k_3 - $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ - кол-во столбцов вида

$k_0+k_1+k_2+k_3=12$.

Две матрицы эквивал. если их наборы столбцов совпадают (k_0,k_1,k_2,k_3)

Лист 3 из 5

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № ____ | ИН0003004526 | Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Чтобы не считать одни и теже ~~[illegible]~~ несимм. матрицы: $k_1 \geq k_2$

Общее кол-во способов разделить 12 столбцов на 4 типа

$N = \binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2} = 455.$

Теперь разделим их на несколько случаев:

1) $k_1 = k_2$ (симметричные варианты)

$k_0 + 2k_1 + k_3 = 12$; Пусть $S = k_0 + k_3$

S может быть любым четным от 0 до 12

$S = 12$ – 13 вар (от 0 до 12)

$S = 10$ – 11 вар (от 0 до 10)

$S = 0$ – 1 вариант $\Rightarrow \sum_S S = 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1$

Всего вариантов $k_1 = k_2$ – $\sum S = 49.$

2) Несимметричные варианты

Их кол-во – $455 - 49 = 406$. В этих парах один имеет $k_1 > k_2$ а другой $k_1 < k_2 \Rightarrow$ Перестановка строк превращает их в эквивалентные $\Rightarrow$ нужно взять половину $\frac{406}{2} = 203.$

Ответ: $49 + 203 = \underline{252}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | 0 6 0 0 0 3 0 0 4 5 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№6

Тест 1) 97

65

31

Тест 2). 1) 388768504746108

. 2) 111479832

~~1828~~

• 3) 1828221 4737921326200829053905866 5897614913023477211681355 88

• 5) 1873257093222692136267291003310900664 779667681490339599

• 4) 15897745359081535417844

• 1) – исключение? ногтеента

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 3 0 0 7 2 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	0	13	10	56

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

первое число: период

$110_3 = 1\cdot 9 + 1\cdot 3 = 12$ длина перехода 3.

значит: $0.(110)_3 = \frac{12}{3^3-1} = \frac{6}{13}$

Каждое число следующие получается сдвигом вправо на один разряд то есть делением на 3

$\frac{6}{13}, \frac{6}{13\cdot 3}, \frac{6}{13\cdot 3^2}, \frac{6}{13\cdot 3^3}, \dots, \frac{6}{13\cdot 3^{59}}$

сумма ряда чисел

геометрическая прогрессия

$S = \frac{6}{13}\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\dots+\frac{1}{3^{59}}\right)$

сумма: $S = \frac{6}{13}\cdot\frac{1-3^{-60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{13}(1-3^{-60})$

$3^{-60} = 9^{-30}$

число $\frac{9}{13}$ в 9-й ~~с.сч.~~ системе: $\frac{9}{13} = 0,(620)_9$

вычитание $\frac{9}{13}\cdot 9^{-30}$ просто обрывает период после 30 цифр. Девятеричная запись: 0.620620620

один блок его содержит одну цифру 2 30 цифр

всего цифр 2: $\frac{30}{3} = 10$

№2

победит 1 игрок

всего в выражении 15 пустых мест с 8 переменных и 7 знаков. так как 15 число нечетное, первый игрок делает последний ход.

Стратегия:

игрок может ходить как угодно, оставив выбор результата на самый конец на 15 ходу

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 7 | 2 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

если остался знак операции между числами A и B: первый выбирает ∧ (если хотя бы одно число 0) или ⊕ (если A = B = 1). В обоих случаях результат операции станет 0.

если пустой осталась переменная: первый подставляет 0 или 1 так, чтобы сумма (xor) всего выражения стала равна 0. Право последнего хода гарантирует первому возможность „обнулить" результат

победит 2 игрок

всего выражений 8 пустых (переменных и 8 мест и 2 знака). число нечетное, значит второй игрок делает последний ход

Стратегия:

второй игрок на своем последнем (8-м) ходу анализирует текущее состояние доски т.к. часть выражения x (w, k, m) соединена знаками ⊕, изменение любой части подвыражения меняет итоговый результат. второй игрок выбирает такой знак (⊕ или ∧) или такую цифру (0 или 1) в последнюю пустую клетку, чтобы общее значение выражение стало равно 1

первый игрок не может заблокировать результат, т.к внешний ⊕ сохраняет влияние до последнего хода на итог.

Вариант № 4 | и | и | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 7 | 2 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

столбцы высоты 2

бывают 4 типов: $\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}$

поскольку столбцы можно переставлять, важен набор этих типов: k_0, k_1, k_2, k_3 где сумма таких ~~чиы~~ их равна 13

Всего комбинаций

$C_{13+4-1}^{4-1} = C_{16}^{3} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{6} = 560$

перестановка строк меняет местами типы $\binom{0}{1}$ и $\binom{1}{0}$ то есть меняет k_1 и k_2. ситуации, которые не меняются при перестановке строк где $k_1 = k_2$.

пусть $k_1 = k_2 = J$, тогда $k_0 = 13 - 2J$

число решений для каждого возможного $J \in \{0, \dots, 6\}$

J равно $(13-2J)+1$

сумма: $14+12+10+8+6+4+2=56$

итог: по лемме Бернсайда: $\frac{560+56}{2} = 308$

№5

test_11_4_5_1.txt

а) ~~1009.437~~ 1009.43980.0.0 30

б) 1009.43980.2026.0

test_11_4_5_2.txt

а) 16969.36992.0.0 28

б) 16969.36992.14984.1024

№6

test_11_4_6_1.txt

132

84

40

test_11_4_6_2.txt

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000306 9626

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
0	0	5	17	20	20	62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4. Ответ: 2885

~~№5. Ответ: тест~~

№5. Ответ: тест 1: 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.0

тест 2: 16969.36992.0.0 28
16969.36993.1483.0

№6. Ответ: тест 1: 132
84
40

Тест 2: 273470288279008
136777487
~~10652075449537187130463~~

106520754495371871304630491395920147475727887364253879692
562626 568754827 559938
1889236554418 317 1364400 1472950522304209880290998 4048

№3. Всего возможных матриц 2^{26}. Так как строк всего две, операцию замены строк применять больше одного раза не нужно. Тогда для эквивалентности обязательно должно совпадать количество столбцов $\boxed{\begin{smallmatrix}1\\1\end{smallmatrix}}$ и $\boxed{\begin{smallmatrix}0\\0\end{smallmatrix}}$, т.к. они не меняются при перестановке строк, и выполняться одно из условий: либо равны количества столбцов ~~$\boxed{\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}}$ и $\boxed{\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}}$~~ $\boxed{\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}}$ у обеих матриц и столбцов $\boxed{\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}}$ у обеих матриц, либо равны $\boxed{\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}}$ и $\boxed{\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}}$ у обеих матриц, и $\boxed{\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}}$ и $\boxed{\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}}$ у обеих матриц. ~~Тогда кол-во неэквивалентных~~

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 6 | 9 | 6 | 2 | 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 $(110)_3 = 1\cdot 3^2 + 1\cdot 3^1 + 0\cdot 3^0 = 12$

0,12 + 0,012 + 0,0012 ... равняется числу со следующей структурой: 0,1 [пятьдесят девять ~~все~~ цифр 3] 2

~~При переводе Часть числа в девятичную систему~~ ~~счисления~~ Заметим „~~это~~ период" при переводе в девятичную систему счисления:

$$\begin{array}{l|l} 123333{:}3 & 9 \\ \hline 9 & 148 \\ 43 & \\ 36 & \\ 73 & \\ 72 & \\ 13 & \end{array}$$

Т.е каждые три тройки деление будет повторяться.

~~Коне~~ В конце числа остается 3321

$$\begin{array}{l|l} 1332 & 9 \\ \hline 9 & 148 \\ 43 & \\ 36 & \\ 72 & \end{array}$$

Ответ: цифр 2 в этой записи не будет

Лист 2 из 2

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 7 | 5 | 0 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	~~18~~5	18	17	20	20	95

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 3)

I) Пусть x, y, z, w - кол-во столбцов $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ в произвольной матрице 2×13 соответственно. Тогда, заметим, 2 матрицы эквивалентны, если $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$,

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} w_1 = w_2 \\ z_1 = z_2 \end{cases} \\ \begin{cases} w_1 = z_2 \\ z_1 = w_2 \end{cases}\end{array}\right.$$

, так как в таком случае из матрицы 1 можно получить матрицу 2 поменяв нужные столбцы местами (+1 раз поменять строки местами, если $w_1 \neq w_2$)

Тогда вычислим макс. кол-во неэквивалентных матриц, как кол-во способов выбрать и числа x, y, z, w таких, что $\begin{cases} x+y+z+w = 13 \quad (x, y, z, w \geq 0) \\ z \geq w \end{cases}$

II) Переберём сумму $(x+y)$:

* при сумме $x+y=n$ кол-во способов выбрать $x, y = n+1$

** при сумме $z+w=n$ кол-во способов выбрать $z \geq w = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$

x+y	z+w	
0	13	=> 1·7 +
1	12	=> 2·7 +
2	11	=> 3·6 +
3	10	=> 4·6 +
4	9	=> 5·5 +
5	8	=> 6·5 +
6	7	=> 7·4 +
7	6	=> 8·4 +
8	5	=> 9·3 +
9	4	=> 10·3 +
10	3	=> 11·2 +
11	2	=> 12·2 +
12	1	=> 13·1 +
13	0	=> 14·1

= 308

Ответ 308

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 3 0 7 5 0 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 4) Напишем код, перебирающий все непересекающиеся квадраты 5×5 в таблице и находящий пару квадратов с максимальной суммой чисел.

Таким образом код выводит координаты 4 ячеек таблицы: верхней левой квадрата №1, нижней правой квадрата №1, верхней левой квадрата №2, нижней правой квадрата №2.

Ответ: 2865

Задание 6) Напишем код, использующий идеи решета Эратосфена и рюкзака.

Таким образом ответы на тесты:

Вывод программы

Тестовый файл №1: 132

84

40

~~Тестовый файл №2: 27347028827900 8~~

~~136777987~~

~~128520 75 44953 71 869186505~~

Тестовый файл №2 будет с ответами в комментариях к коду, так как числа слишком большие

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | Н | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 7 | 5 | 0 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание 2)

I) для игры со стартовым положением $x\#y\#z\#w\#k\#m\#q\#r$ существует выигрышная стратегия для 1 игрока.

1) первым ходом он присваивает $r=0$

2) таким образом оставшееся поле можно поделить на блоки:

$$\underbrace{x\#}\,\underbrace{y\#}\,\underbrace{z\#}\,\underbrace{w\#}\,\underbrace{k\#}\,\underbrace{m\#}\,\underbrace{q\#0}$$

3) Пусть второй игрок ставит в некотором блоке своё число, => тогда первый игрок в этом же блоке справа от числа символ ∧ ~~ста~~

Пусть второй игрок ставит в некотором блоке свой символ, => тогда первый игрок в этом блоке слева от символа ставит число 0

Таким образом второй игрок не может выиграть, ведь для победы ему необходима хоть одна цепочка из единиц соединённых конъюнкцией (кол-во единиц ≥ 1) и ограниченных границами строки или ксорами (⊕). И её не будет, ведь во всех возможных цепочках, ограниченных ⊕ справа, будет минимум 1 ноль, а у самой правой цепочки ноль стоял изначально после первого хода игрока 1

=> Ответ: в I случае выигрывает игрок 1

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000307 5026

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 5)

Ответы на Тестовые файлы:

Тестовый файл № 1: 1009.43980. 0. 0. 30

1009.43980. 2026.0

Тестовый файл № 2: 16969. 36992.0.0 28

16969. 36993. 1483. 0

Задание 1) $0,(110)_3 + 0,0(110)_3 + \ldots$ – ?

I) $3 \cdot 0,(110)_3 = x$

$\Rightarrow 27x = x + 12$

$26x = 12$

$x = \frac{6}{13}$

II) $3x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x + \ldots \frac{1}{3^{59}}x = \alpha$

$\Rightarrow \frac{1}{3}\alpha = \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x + \ldots \frac{1}{3^{60}}x = x\left(1 - \frac{1}{3^{60}}\right) + \alpha$

$\frac{2}{3}\alpha = x\left(1 - \frac{1}{3^{60}}\right)$

$\alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{13} \cdot \left(1 - \frac{1}{3^{60}}\right) = \left(\frac{(3^{60} - 1)}{13 \cdot 3^{59}}\right) = 0,(110)_3 + 0,0(110)_3 + \ldots$ искомая сумма

III) домножим на 3^{59}, так как это не меняет кол-во 2 в записи

9^{29}

$\Rightarrow \frac{3^{60} - 1}{13} = \frac{3^{60}}{13} - \frac{1}{13} = \frac{9^{30}}{13} - \frac{1}{13}$

IV) $\left(\frac{1}{13}\right)_{10} = 0,(062)_9 \Rightarrow \left(\frac{9^{30}}{13} - \frac{1}{13}\right) = 9^{30} \cdot 0,(062)_9 - 0,(062)_9 =$

$\frac{9}{13}$ 0

$\frac{81}{13} \to 6$

$\frac{3}{13} \to \frac{27}{13} \to 2$

$\to \frac{1}{13}$

$-\;$ 62062062062…062,(062)$_9$

0,(062)$_9$

$\underbrace{620}\underbrace{620}\ldots\underbrace{062}$ – 10 блоков по 3 цифры в каждом по 1 двойке $\Rightarrow$ всего 10 двоек | Ответ: 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

Н	Н	0	0	0	3	0	9	6	3	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	10	18	17	0	0	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №1.

Пусть первое число – X, тогда: $0.(110)_3 = X$

$3^3X = 110.(110)_3$ – передвинули запятую на 3 влево умножив на 3^3.

$27x = 110.(110)_3$

$27x - x = 110_3$ – убрали дробную часть

$26x = 110_3$

~~$x = \frac{110}{26}$~~

Переведем в десят. запись.:

$110_3 = 3^2\cdot1 + 3^1\cdot1 + 3^0\cdot0 = 12_{10}$

$26x = 12_{10}$

$x = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

Следующее число смещено на один разряд вправо в троичн. записи. Оно в три раза меньше. Числа образуют геом. прогрессию, запишем ее сумму.

$\sum = b\cdot\frac{1-q^{60}}{1-q}$ $q = \frac{1}{3}$

$\sum = \frac{6}{13}\cdot\frac{1-\frac{1}{3}^{60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{6\cdot(1-\frac{1}{3}^{60})}{13\cdot\frac{2}{3}} = \frac{9\cdot(1-\frac{1}{9}^{30})}{13} =$

$= \frac{9}{13}\cdot\frac{9^{30}-1}{9^{30}} = \frac{9^{30}-1}{9^{29}\cdot13}$

см. продолж.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН0003096326

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание № 1

Продолж.

9^{29} просто сдвигает число относительно запятой и не влияет на цифры.

Рассмотр: $\frac{9^{30}-1}{13}$

$$9^{30}-1=(9^3-1)(9^0+9^3+\ldots+9^{27})$$

$$\frac{9^3-1}{13}=\frac{728}{13}=56$$

$$56_{10}=62_9$$

$9^0+9^3+\ldots\; 9^{27}$ ← 10 слагаемых

Показывает, где в 9-ричной записи будут единицы, а где нули:

100100100....100

Умножив на 62 получается, что 62 повторяется в записи 10 раз. Двойка встретится 10 раз.

Ответ: 10.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И Н 0 0 0 3 0 9 6 3 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №2.

Победит первый игрок.

Первым ходом он заменяет X на 0. Далее разобьем оставшееся выражение на 7 блоков: знак+число.

Если второй игрок заменяет знак мы меняем число в том же блоке на 0.
Если заменяет число, мы знак в том же блоке меняем на конъюнкцию.

Пусть нет „1" => мы победили и операции $0 \wedge 0$ и $0 \oplus 0$ дают нули.
Если есть единицы рассмотрим выражение перед первой.

$\bigcirc \; 0 \wedge 1$

Выражение содержит только „0" и $\wedge$, $\oplus$, его значение = 0. $0 \wedge 1 = 0$

Рассмотрим выражение для любой „1".

$\bigcirc \wedge 1 \bigcirc \wedge 1 \bigcirc \ldots$ в $\bigcirc$ нет „1".

В каждом $\bigcirc$ значение 0. $0 \wedge 1$ считается в первую очередь. После этого остается выражение только с нулями => знач. всего выражения равно 0.
Первый гарантир. победит.

см. продолж.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | Н | Н | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 9 | 6 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №2.
Продолж.

$x \# y \# z \oplus w \oplus k \oplus m$

Выиграет второй.
Если знак перед z свободен $\Rightarrow$ занимаем его и ставим $\oplus$.

Тогда:

$(x \# y) \oplus z \oplus w \oplus k \oplus m$

~~Когда в $x \# y$ будет~~

Мы ходим последними и можем записать всех значение так, чтобы после подсчета $\oplus$ значение было 1.

Если мы не можем перед z поставить $\oplus$, значит там $\wedge$.
Заменим x на 0:
$0 \# y$ мы можем сделать равным 1.
Тогда $1 \wedge z = z$
Осталось $z \oplus w \oplus k \oplus m$ мы ходим последние, поставим такое знач. последней переменной чтобы получилось 1.

Ответ: в первом варианте первый, во втором — второй.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №3.

Поскольку матрица $n \times m$ — 2×13, то есть только два варианта положения строк: первая, вторая / вторая, первая. Значит пары чисел в столбцах не меняются.

Возможные пары: 0,0 , 1,1 , 1,0, 0,1. (1)

Заметим, что матрицы эквивалентны, если совпадает кол-во пар всех ~~...~~ 4-ех видов. Потому что после перестановки столбцов каждая пара на нужном месте, после перестановки строк пары 0,0 и 1,1 всегда в нужной последовательности в столбце, а пары 0,1 и 1,0 меняются друг на друга при перестановке ~~...~~ строк. Пусть пар 1,0 $\binom{1}{0}$ больше или равно, чем пар 0,1 $\binom{0}{1}$. Это достигается, если поменять местами строки при необходимости. Значит, такие матрицы эквивалентны.

Всего 13 ~~...~~ столбцов. Представим их как шары. Три перегородки будут разделять столбцы на 4 вида (см. (1) виды = возможн. пары).

~~Поставим сначала 2 перегородки:~~

~~14 мест для каждой перегородки~~

См. продолж.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 ИН00030963 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №3.

Продолж.

Пусть есть 16 предметов 13 из них шары, 3 - перегородки. Способов ~~опреде~~ выбрать перегородки: $C_{16}^{3} = \frac{16!}{13!\cdot 3!} = \frac{14\cdot 15\cdot 16}{1\cdot 2\cdot 3} = 560$

Рассмотрим два случая кол-во 1,0 и 0,1 равны, 1,0 и 0,1 не равны.

. 1,0 = 0,1

Кол-во вариантов 0,0 равно:

0,0 = a

1,1 = в

1,0 = 0,1 = k

$a+в+2k=13$

$a+в=13-2k$

Кол-во решений ур-я в целых числах:

$13-2k+1$ по всем k от 0 до 6.

Кол-во решений: $14+12+10+8+6+4+2=56$

Эти решения мы посчитали по одному разу. $560-56=504$ - варианты, когда кол-во пар 1,0 ≠ кол-во пар 0,1. Каждое решение мы посчитали два раза т.к. они эквивалентны и если строки поменять местами их ~~[illegible]~~ кол-во поменяется друг с другом.

см. продолж.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000309632б |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №3.

Продолж.

504 : 2 = 252 - варианта матриц в которых кол-во столбцов 0,1 ≠ кол-во 1,0.

252 + 56 = 308 - кол-во неэквивалентных матриц.

Ответ: 308.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

И	Н	0	0	0	3	0	9	8	7	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
5	5	0	0	20	20	50

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №1

$0,\underbrace{00\ldots0}_{k}(007)_8 = \frac{7}{511\cdot 8^k} \Rightarrow$

$\Rightarrow S = \sum_{k=0}^{71} \frac{7}{511\cdot 8^k} = \frac{8}{511}\left(1-\frac{1}{8^{72}}\right)$

$\frac{8}{511} = 0,(000001000)_2$ $\qquad \frac{8}{511\cdot 8^{72}} = \frac{8}{511\cdot 2^{216}} \Rightarrow$

$\Rightarrow S = 0,(000001000)_2 - 0,(000001000)_2\cdot 2^{-216} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ двоичное представление S содержит 216 битов периодической последовательности.

216 : 4 = 54

S содержит 54 шестнадцатеричные цифры после запятой

Двоичная система была:

000001000 000001000...

При группировке по 4 бита в шестнадцатеричные цифры получается:

0000 → 0
0100 → 4
0000 → 0
0100 → 4
0000 → 0
0100 → 4

Получается каждая 2-ая шестнадцатеричная цифра равна 4 $\Rightarrow$ 54 : 2 = 27 (цифр „4“ в шестнадцатеричной записи).

Ответ: В шестнадцатеричной записи в сумме будет 27 цифр „4“

Задание №2

1-ый случай (x#y#z):

Побеждает игрок под номером 1.

Он должен при первом ходе выбрать знак так, чтобы получить ∧ хотя бы один раз (Если есть ∧, в выражении легко добиться 0, потому что 2-ой игрок не может убрать ∧, а только добавить ⊕ или ∨).

Поэтому 1-ый игрок победит при правильной стратегии:

1) Первый ход - поставить ∧ на одну из позиций.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 | ИН000309872б |
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

2) Подбирать такие значения x; y; z, чтобы в конечном итоге обеспечить 0 (например, поставить 0 в одну из конъюнкций „∧").

2-ой случай (x≠y≠z≠w≠k≠m):

Победит 1-ый игрок.

У первого игрока на шаг (ход) больше, чем у второго, поэтому первый игрок всегда сможет устанавливать хотя бы 1-у „∧". Далее если 2-ой игрок поменяет знак на „⊕", то первый сможет заменить его, потому что за ним остается последний ход.

Стратегия:

1) На каждом ходу стараться поменять знак на „∧", пока не останется хотя бы одна „∧".

2) Управлять переменными так, чтобы результат стал.

Задание №3

Каждой двоичной матрице с размерами 2×11 можно сопоставить ориентированный двудольный граф с 2 вершинами в одной доле и 11 - в другой, где 1 означает наличие ребра между соответствующими вершинами.

Здесь n = 2, m = 11.

Используя лемму Бернсайда / теорему Поля, можно определить количество неэквивалентных бинарных матриц 2×11, которое под перестановками строк и столбцов равно 146 830.

Ответ: существует 146 830 различных матриц размера 2×11, которые нельзя получить друг из друга перестановками строк и/или столбцов.

Задание №5

Например:

ввод:

4

10000.128.0.8

10000.130.0.678

10000.123.0.31

~~10000.123.0.0~~

1000.131.0.67

вывод:

10000.128.0.0.30

10000.129.0.0

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2 ИН00030987 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

задание № 6

Для каждого числа программа ~~в~~ выводит число разложенное на простые с заданными ограничениями. Код реализирует это корректно и эффективно для $N \leq 15000$.

Вариант № 4 | и | и | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 9 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	0	13	20	66

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

~~Число 0.110(?~~

1) Число $0.(110)_3$ – сумма геометрич. прогрессии.

$0.(110)_3 = \frac{110_3}{1000_3 - 1} = \frac{9+3}{27-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

2) Ряд – убывающая ~~прогресси~~ прогресси из 60 членов ($P_1 = \frac{6}{13}$; $Q = \frac{1}{3}$)

$S = \frac{6}{13} \cdot \frac{\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{60}\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{9}{13} \cdot \left(1 - \frac{1}{3^{60}}\right)$

Учитывая, что $3^{60} = 9^{30}$, получаем:

$S = \frac{9}{13} \cdot (1 - 9^{-30})$; Переведём дробь $\frac{9}{13}$ в девятичную систему: $\frac{9}{13} = 0.(620)_9$; Период состоит из 3-х цифр: 6; 2; 0.

Нам нужно вычислить $0.(620)_9 \cdot (1 - 9^{-30})$. Это равносильно вычитанию из периодической дроби её же копии, сдвинутой на 30 знаков вправо. Т. к. сдвиг кратен длине периода (3 цифры), то ~~х~~ бесконечные „хвосты" сократятся.

Останется 30 цифр после запятой, к. т. представляют собой 10 повторений периода 620. ~~П~~ В 1 периоде 620 одна цифра „2"; период повторяется ровно 10 раз.

=> Цифр 2: $\frac{30}{3} = 10$ цифр

Ответ: 10.

Вариант № 4 | и | и | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 9 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

В играх такого типа (линейные булевые выражения) побеждает тот, кто делает последний ход (т.к. игрок может подогнать ответ под себя благодаря свойствам операций ⊕ и ∧)

1) Выражение x#y#z#w#k#m#q#r

Считаем ходы:

Нужно поменять 8 букв и 7 знаков „#"

=> 8+7=15 ходов; т.к. число нечётное, то последний ход делает 1-й игрок => победит также 1 игрок (из-за возможности поменять игру в свою пользу на посл. ходу)

2) Выражение x#y#z⊕w⊕k⊕m

Считаем ходы: нужно поменять 6 букв и 2 знака „#".

=> 6+2=8 ходов

8 - чётное число => послед. ход делает 2-й игрок и победит тоже 2 игрок (благодаря операции ⊕, она работает как переключатель; 2 игрок послед. ходом гарантированно может сделать выражение, равное 1)

Ответ: 1) Победит 1 игрок.

2) Победит 2 игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И 4 0 0 0 . 3 1 0 9 1 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

1) Анализ столбцов

В матрице высотой 2 строки любой столбец может быть 1 из 4 типов: $\binom{0}{0}, \binom{1}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{1}$.

Обозначим их кол-во как k_0, k_1, k_2, k_3.

Т. к. столбцов 13, то $k_0+k_1+k_2+k_3=13$

2) Общее число вариантов (без перестановок строк) - это задача на сочетания с повторениями (13 предметов по 4 типам)

$$N_{общ.}=C^{4-1}_{13+4-1}=C^3_{16}=\frac{16\cdot15\cdot14}{3\cdot2\cdot1}=560$$

3) Учёт перестановок строк.

При перестановке строк типы $\binom{1}{0}$ и $\binom{0}{1}$ меняются местами (меняются k_1 и k_2). Матрица остаётся симметричной, только если $k_1=k_2$

Найдём кол-во таких ~~симм~~ симметричных матриц

$k_0+2k_1+k_3=13 \Rightarrow k_0+k_3=13-2k_1$

Переберём k_1 от 0 до 6 и суммируем число решений

$k_1=0$	$k_1=1$
$\Rightarrow k_0+k_3=13$ (14 решений)	$\Rightarrow k_0+k_3=11$ (12 реш.)

и так далее

$k_1=6$

$k_0+k_3=1$ (2 решения)

$\Rightarrow$ Число симметрич. вариантов:

$14+12+10+8+6+4+2=56$

Итоговый расчёт по лемме Бернса (кол-во уникальных матриц равно сред. арифм. неподвижных точек для каждой перестановки)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 9 | 1 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$N = \frac{N_{общ.} + N_{сум}}{2} =$

$= \frac{560+56}{2} = \frac{616}{2} = 308$

Ответ: 308

№5.

Тест 1: 1009.43980.0.0 30

1009.43980.2026.0

Тест 2: 16969.36992.0.0 28

16969.36992.1494.7024

№6.

Тест 1: ~~132~~ 132

~~1~~ 84

40

Тест 2: 1) 2 7 3 4 70 288 279 008

2) 1 3 6 7 7 7 4 8 7

3) 106 520 754 495 371 871 304 630 491 395 920-

147 475 727 887 364 253 879 692

4) 5 626 265 687 548 27 559 939

5) 188 923 655 441 831 713 644 001 472 950-

522 304 209 880 290 998 4048

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И И 0 0 0 3 1 0 9 3 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	0	12	20	66

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Период равен $(110)_3$ в 10 системе это $1\cdot3^2+$

$1\cdot3^1+0\cdot3^0 = 12$

длина периода 3 цифр. знам. для чисто период дроби в сс в стоит из к цифр $(в-1)$ для $в=3$ знаменатель:

$222_3 = 2\cdot9+2\cdot3+2=26$

Таким образом $a_1=\frac{12}{26}=\frac{6}{13}$

$a_2=a_1\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{13}$

$a_3=a_1\cdot\frac{1}{9}=\frac{6}{13\cdot3^2}$

S предст. собой геометр прогр.

$b_1=\frac{6}{13}$, $q=\frac{1}{3}$, $n=60$

$S=\frac{b_1\cdot(1-q^n)}{1-q}=\frac{6}{13}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{6}{13}\cdot\frac{(1-3^{-60})}{\frac{2}{3}}=$

$\frac{9}{13}\cdot(1-3^{-60})$ т.к $9=3^2$, то $3^{-60}=9^{-30}$

$S=\frac{9}{13}\cdot9^{-30}$. Разложим дробь $\frac{9}{13}$ в 9 сс.

Вариант № 4 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 9 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

б) продолжение

$9\cdot 9 = 81 = 6\cdot 13 + 3$ (6 – цифра, ост 3)

$3\cdot 9 = 27$; $27 = 2\cdot 13 + 1$ (2 – цифра, ост 1)

$1\cdot 9 = 9 = 0\cdot 13 + 9$ (0 – цифра, ост 9)

цикл. повтор.

$\frac{9}{13} = 0,(620)_9$

запишем вычит в 9сс:

$S = 0,620620... - 0,000...0(620620)_9$ (где вычит. сдвинуто на 30 знаков вправо)

рез S будет иметь первые 30 знаков как у дроби $0,(620)_9$

Это 10 блоков по 3 цифры. После 30 знака цифры цик. из-за вычитания

В каждом блоке (620) равно одна 2 т.к блоков 10, то в 1 30 знаках сод. 10 2, после 30 знака идет вычитание.

Все цифры после 30 позиции станут нулями

Ответ: 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | И | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 0 | 9 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

5

Стратегия победы 1:

1) контроль $\wedge$: первому игроку дост. обнулить все возможные группы $\wedge$. Как только 2 игрок ставит $\wedge$ м/у $\forall$ двумя элемент. (будучи или уже подст. числами), 1 след. ходом должен заменить 1 у букв на 0.

2) Если 2 ставит знак $\oplus$ — первый может симметр. отвечать на подст. чисел.

3) Поскольку перемен. (8) больше, чем знаков (7) и 1 ходит первым и посл., он всегда может гарант. что в каждой сформир. услов. умнож. ($\wedge$) будет хотя бы один множитель 0. $\forall$ выраж. вида $(A \wedge 0) \oplus (B \wedge 0) \oplus \ldots$ всегда дают 0, у 2 игрока не хватит ходов чтобы предотвратить всех термов 1.

Выражение:

$x \# y \# z \oplus v \oplus k \oplus m$ — здесь 3 свободн. знака # (могут стать $\wedge$ или $\oplus$), их 6 перем. Всего 9 ходов. Р ходит 1 (5 ход), V – 2 (4 хода).

Ответ: победит 1 игрок.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 4 0 0 0 3 1 0 9 3 2 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке страницы

	1	2	3	4	5	6	Σ
№2 продолжение							

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Стратегия победы 1.

1) первый ход: 1 игрок заменяет # своб. знак # на 1.

2) созд. "нулевых блоков" : * цель 1 - превратить блоки со знаками # в 0. (подст. 0)
в выраж. присутств. фикс. знаки ⊕
итог. рез. — сумма по mod 2

3) если 2 ставит число 0 или 1, 1 отвег. подст. числа в туже группу или симетр. чтобы сумма по mod 2 от 0
если 2 ставит #1 1 тутже ставит 0 в этот блок. Если 2 ставит # = ⊕, это упрощает задачу первому по контр. четн. единиц.

За счет права 1 хода и большего кол-ва ходов 1 игрок контр. итог. четн. выраж. сводя ее к 0.

В 1 игре побеждает 1, обнуляя множители в операц. 1.

Во 2 игре побеждает 1 используя преимущество 1 хода для контроля структуры выражения и четности итог. суммы

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИИ00031093 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

В матрице с 2 строками сущ. всего 4 возможных типа столбцов

1) $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ C_0

2) $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ C_1

3) $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ C_2

4) $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ C_3

при перест. 1 и 2 строк:

столбцы C_0 и C_1 не изм., столбцы C_2 переход в C_3 и наоборот. чтобы матрицы были неразлич. по строкам нам важно лишь общее кол-во „смеш." столбцов $(C_2$ и $C_3)$, а не их конкр. распр. по строкам.

Пусть

k_0 - кол-во столбцов как C_0

k_1 - кол-во столбцов как C_1

k_{mix} - сум. кол-во столбцов C_2 и C_3.

$k_0 + k_1 + k_{mix} = 13$ Поскольку столбцы можно переставлять как угодно, порядок их следования не важен. Матрица однозн. опред. набором количеств столбцов каждого вида.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 продолжение

Из-за эквив. строк, C_2 и C_3 взаимозам. пара (C_2, C_3) эквив. паре (C_3, C_2)

Нам нужно найти кол-во способов распр. 13 столбцов по трем катег. (C_0, C_1, C_{mix}) а затем внутри C_{mix} посчитать уник. распр. м/у C_2 и C_3

$m = k_{mix}$:

1) Если выбрано m смеш. столбцов, то ост. 13-m распр м/у $(C_0$ и $C_1)$ кол-вом способ. $(13-m)+1$

2) для самих m смеш. столбцов кол-во неэкв. распр м/у C_2 и C_3 с учетом симметр. равно $\left[\frac{m}{2}\right]+1$

$$N = \sum_{m=0}^{13} (14-m)\cdot\left(\left[\frac{m}{2}\right]+1\right)$$

$m=0$: $14\cdot 1 = 14$

$m=1$: $13\cdot 1 = 13$

$m=2$: $12\cdot 2 = 24$

$m=3$: $11\cdot 2 = 22$

$m=4$: $10\cdot 3 = 30$

$m=5$: $9\cdot 3 = 27$

$m=6$: $8\cdot 4 = 32$

$m=7$: $7\cdot 4 = 28$

$m=8$: $6\cdot 5 = 30$

$m=9$: $5\cdot 5 = 25$

$m=10$: $4\cdot 6 = 24$

$m=11$: $3\cdot 6 = 18$

$m=12$: $2\cdot 7 = 14$

$m=13$: $1\cdot 7 = 7$

Ответ: 308

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | 4 | М | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 1 | 4 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	0	13	20	66

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1 Пусть $x = 0.(110_3)$.

Период длины 3 $\Rightarrow$ $x = \frac{(110_3)}{3^3-1}$

$x = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$.

Члены ряда:

$x, \frac{x}{3}, \frac{x}{3^2}, \dots, \frac{x}{3^{59}}$. Считаем сумму 60 членов:

$S = x\sum_{k=0}^{59} 3^{-k} = \frac{6}{13}\cdot\frac{1-3^{-60}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{6}{13}\cdot\frac{1-3^{-60}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{13}(1-9^{-30})$.

$\frac{9}{13} = \frac{9}{13}(9) = \frac{9}{13}\cdot 9 = \frac{81}{13} = 6+\frac{3}{13} \Rightarrow a_1 = 6$

$\frac{3}{13}\cdot 9 = \frac{27}{13} = 2+\frac{1}{13} \Rightarrow a_2 = 2$

$\frac{1}{13}\cdot 9 = \frac{9}{13} = 0+\frac{9}{13} \Rightarrow a_3 = 0$

Остаток вернулся к исходному $\Rightarrow$ период 620

$\frac{9}{13} = 0.\overline{620}_9$

Умножим на $1-9^{-30}$

$S = \frac{9}{13} - \frac{9}{13}\cdot 9^{-30}$

$0.\overline{620}_9 - 0.\underbrace{00\dots0}_{30}\overline{620}_9 \Rightarrow S = 0.\underbrace{620620\dots620_9}_{10\text{ раз}}$. В каждом блоке 620 ровно одна цифра 2. Блоков 10 $\Rightarrow$ цифр 2 — 10.

Ответ: 10

Лист 1 из 4

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | М | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 1 | 4 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~~№2 ...~~
~~Дано:~~
~~x#y#z#w#k#m#q#r.~~

№3 В матрице 2 на 13 в каждый столбец-это один из 4 видов: $\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}$

$a=\#\binom{0}{0}, b=\#\binom{0}{1}, c=\#\binom{1}{0}, d=\#\binom{1}{1}$

$a+b+c+d=13$. $\binom{0}{0}\to\binom{0}{0}, \binom{1}{1}\to\binom{1}{1}, \binom{0}{1}\to\binom{1}{0}$. При перестановке строк параметры переходят так: $(a,b,c,d)\sim(a,c,b,d) \Rightarrow$
$\Rightarrow (b,c)$ и (c,b) – 1 случай

Пусть $t=b+c$, $0\le t\le 13$. Берем $b\le c$, когда $b=0,1,2,\dots,\frac{t}{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow$ число вариантов $=$ (целая часть $\frac{t}{2}$) $+1$. Для вариантов (a,d) есть $14-t$ вариантов, т.к. $a+d=13-t$. значит При данном t число ~~вез~~ неэквивалентных матриц равно:

((целая часть $\frac{t}{2}$) $+1$)

Суммируем по t равняемся $0,1,\dots,13$:

~~$t=0 \cdot 14=14$~~ $t=0: 1\cdot 14=14$

$t=1: 1\cdot 13=13$

$t=2: 2\cdot 12=24$

$t=3: 2\cdot 11=22$

$t=4: 3\cdot 10=30$

$t=5: 3\cdot 9=27$

$t=6: 4\cdot 8=32$

$t=7: 4\cdot 7=28$

$t=8: 5\cdot 6=30$

$t=9: 5\cdot 5=25$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И | М | 0 | 0 | 0 | 3 | 1 | 1 | 4 | 3 | 2 | 6 |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$t = 10:6\cdot 4 = 24$
$t = 11:6\cdot 3 = 18$
$t = 12:7\cdot 2 = 14$ ⟹ Сумма $= 308$
$t = 13:7\cdot 1 = 7$

~~Ответ: 308~~

~~Сумма = 308~~ Нельзя получить равные (a,b,c,d) перестановками.

Ответ: 308

№5

ТЕСТ №1: 1009.43980.0.0 30
1009.43980.2026.0

ТЕСТ №2: 16969.36992.0.0 28

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН000311 4326

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№6

ТЕСТ №1: 132
84
40

ТЕСТ №2: 27347028827900 8
136777487
1065207544953718713046304913959201474 7-
-5727887364253879692
56.26.2656875 4.82.7559938
18892365544183171,36.4400147 2.9505,22.304.209.880-
-290998.4048

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

И	Н	0	0	0	3	1	1	5	8	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
10	0	18	17	0	0	50

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~№1. Дан ряд из 60 троичных чисел: $0.(110)_3$, $0.0(110)_3$, $0.00(110)_3$ ...~~

~~1) Каждое следующее число получается добавлением одного нуля после троичной точки.~~

~~Представим 1-й член в виде дроби. Периодическая троичная дробь $0.(110)_3$.~~

~~Период длины 3: $0.(110)_3 = 110_3 : 222_3$~~

~~Переводим в ~~троичную систему~~ десятичную систему.~~

№1 Первый член ряда – бесконечная периодическая троичная дробь.

$a_1 = 0.(110)_3$

По формуле перевода периодической дроби в обыкновенную:

$a_1 = 110_3 : 3^3 - 1 = \frac{6}{13}$

Каждый следующий член в 3 раза меньше предыдущего $a_k = a_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}$

Сумма всех 60 членов представляет собой сумму геометрической прогрессии $S = a_1 \cdot \frac{1-3^{60}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{13} \cdot (1 - 3^{-60})$

Т.к. $9 = 3^2$, то $3^{-60} = 9^{-30}$

$$S = \frac{9}{13} \cdot (1 - 9^{-30})$$

$\frac{9}{13}$ в девятеричной системе равен $0.(620)$ дробная часть которого состоит ~~которого~~

В рез-те вычитание получим девятеричное число из 10 повторяющихся блоков 620. $\Rightarrow$ двоек 6 штук.

Ответ: 6.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | и н 0 0 3 1 1 5 8 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 Можно заменить букву 0 или 1, # – ∧ или ⊕

∧ – вычисляется раньше, чем ⊕

1 игрок выиграет, если результат 0, 2 игрок – если результат 1.

Выражение x#y#z#w#k#m#q#r.

Игроки по очереди выбирают, что станет операцией, а что значением.

⊕ – ассоциативная операция.

Четное количество единиц дает 0, нечетное – дает 1.

Первый игрок всегда может обеспечить четное количество единиц, заменяя все буквы на 0, все # на ⊕

=> При правильной игре первый игрок выигрывает, получая значение 0.

2) x#y#z⊕w⊕k⊕m

В выражении изначально 6 пустых букв и 2 знака #. Итого 8 элементов для заполнения всего 8 ходов. Первый игрок делает нечетные ходы, а второй игрок последний восьмой ход. Преимущество последнего хода переходит ко второму игроку. Засчет того, что в выражении уже присутствуют операции ⊕, любая из переменных w, k, m является „переключателем" итога. Если 2-й игрок оставит заполнение одной из них на самый последний ход он сможет выбрать 0 или 1 так, чтобы итоговая сумма стала равна 1 => победит 2 игрок

Ответ: ~~победит 2 игрок~~ 1) победит 1 игрок 2) победит 2 игрок

№3 1) Рассмотрим двоичную матрицу 2 на 13.

В матрице из двух строк каждый столбец – двоичный вектор длины 2. Возможны ровно 4 типа столбцов: $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

Обозначим буквой a – число столбцов типа $\begin{smallmatrix}0\\0\end{smallmatrix}$, буквой b – число столбцов типа $\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}$, буквой c – число столбцов типа $\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}$, буквой d – число столбцов типа $\begin{smallmatrix}1\\1\end{smallmatrix}$

Тогда $a + b + c + d = 13$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИН0003115826

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2) Перестановка строк меняет столбцы типа $\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}$ и $\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}$ местами, если b и c, неразличимы
$\Rightarrow$ 2 набора $(abcd)$ и $(acbd)$ задают эквивалентные матрицы

3) Общее число наборов столбцов — $\binom{16}{3} = 560$

4) Фиксированные наборы при перестановке строк (при $b = c$)
Тогда $a + 2b + d = 13$.

b	$a+d$	Число решений
0	13	14
1	11	12
2	9	10
3	7	8
4	5	6
5	3	4
6	1	2

Суммарно $14+12+10+8+6+4+2 = 56$

5) Число неэквивалентных матриц: каждая не фиксированная конфигурация учитывается попарно
А фиксированные — по одному разу.

$$\frac{560-56}{2} + 56 = 252 + 56 = 308$$

Ответ: 308.

$\boxed{\text{№4}}$ Ответ: 2885

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

И	Н	0	0	0	3	1	2	5	9	2	6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	0	10	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Сложим эти числа по трой как первое + второе + третье
четвёртое + пятое + шестое ч.т.д

Получим 40 чисел:

~~0,00(777)~~ $0,00(7)=0,01$

$0,00000(777)$ $0,00000(7)=0,00001$

$0,00000000(7)=0,00000001$

⋮

Покажем что число $0,(7)_8=1_8$

$0,(7)_8\cdot 10_8=7,(7)_8$

Пусть $0,(7)_8=(x)_8$ Тогда $7(7_2)=10_8\cdot(7)_2=(10x)_8$

$(10x)_8-(x)_8=(7x)_2=7_2$ $x_2=\frac{7_8}{7_2}=1$ ч.т.д.

Т.е. сумма этих чисел это $0,(010)$

У нас есть 40 едениц. Разобьем все это число на блоки ~~100100~~100 100 100 100 100

Таких блоков 10

$100\,100\,100\,100_8=100\,8040_{16}$

Вся едина будет иметь вид в 16 ричной системе

100804020 100804 и того будет 10

9 раз цифр 8

Ответ: 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

И	И	0	0	0	3	1	2	5	4	2	6

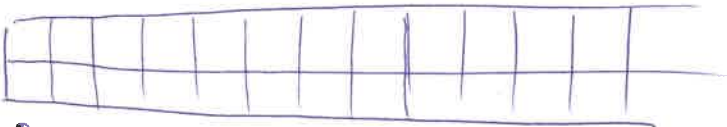
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3



В ходе операций по смене столбцов и строк столбы вида $\begin{matrix}1\\1\end{matrix}$ и $\begin{matrix}0\\0\end{matrix}$ их кол. не меняется ⇒ ⇒ если у двух матриц кол. либо столбиков $\begin{matrix}1\\1\end{matrix}$ или столбиков $\begin{matrix}0\\0\end{matrix}$ разное то они не эквивалентны друг другу. (*) Что касается столбиков $\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$ и $\begin{matrix}0\\1\end{matrix}$ то если вида $\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$ n столбиков, а вида $\begin{matrix}0\\1\end{matrix}$ m столбиков и у нас есть 2 матрицы в которых один. кол. столбиков $\begin{matrix}1\\1\end{matrix}$ и одинаковое кол. столбиков $\begin{matrix}0\\0\end{matrix}$ и при этом в (1) матрице столбиков $\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$ n штук и столбиков $\begin{matrix}0\\1\end{matrix}$ m штук а во (2) матрице кол. $\begin{matrix}1\\0\end{matrix}$ m штук, а кол. $\begin{matrix}0\\1\end{matrix}$ n штук, то такие матрицы эквивалентны.

Факт: если количество столбиков ~~вида~~ каждого вида одинаковое в 2 матрицах, то матрицы эквивалентны (столбики можно поменять местами и получить одинаковые матрицы)

~~Теорема~~: Что касается (*) можно поменять строки местами в одной из матриц и получ.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3 | И И 0 0 0 3 1 2 5 9 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 Продолжение

видов всех столбиков у этих матриц будет одинаковое => они эквивалентны

Посчитаем все варианты как у нас могут распределиться виды столбиков (т.е. столбиков $\begin{smallmatrix}1\\1\end{smallmatrix}$ n штук ; столбиков $\begin{smallmatrix}0\\0\end{smallmatrix}$ m штук и т.д.)

Всего ~~вв~~ таких вариантов это $\frac{15!}{3!\,12!} = \frac{15\cdot14\cdot13}{6} =$

$= 5\cdot7\cdot13 = 455$ Но среди этих вариантов есть те которые эквивалентны по (*) уберём повторы. Нам не подходят варианты вида где

$\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}$ n столбиков $\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}$ m столбиков (1) матрица

$\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}$ m столб $\begin{smallmatrix}0\\1\end{smallmatrix}$ n столб (2) матрица

кол $\begin{smallmatrix}1\\1\end{smallmatrix}$ ~~р~~ одинак. и кол $\begin{smallmatrix}0\\0\end{smallmatrix}$ одинаковое. Мы не можем поделить на 2 т.к. есть ситуация где $n=m$. Можно к 455 прибавить кол этих вариантов и поделить на кол. вариантов $n=m$ это

$$\left.\begin{array}{ll} 1 & n=m=6 \\ + & \\ 3 & n=m=5 \\ + & \\ 5 & n=m=4 \\ + & \\ 7 & m=n=3 \\ + & \\ 9 & n=m=2 \\ + & \\ 11 & m=n=1 \\ + & \\ 13 & n=m=0 \end{array}\right\} 49$$

~~И~~ итого всего вариантов $\frac{455+49}{2}$

Ответ: 252

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | И И 0 0 0 3 1 2 8 8 2 6

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ
15	0	18	17	0	0	50

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №1.

Число $0,(110)_3 = \frac{1\cdot 3^2+1\cdot 3^1+0\cdot 3^0}{3^3-1} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

Каждое последующее число получается делением на 3.

Получаем убывающую геометрическую прогрессию

$b_1 = \frac{6}{13}$, $q = \frac{1}{3}$

Сумма первых n членов геометрической последовательности

$$S_n = \frac{b_1\cdot(1-q^n)}{1-q}$$

$$S_{60} = \frac{\frac{6}{13}\cdot\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{60}\right)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{6}{13}\cdot\frac{3^{60}-1}{3^{60}}\cdot\frac{3}{2} = \frac{9}{13}\cdot\left(1-\frac{1}{3^{60}}\right)$$

В девятеричной записи число запишется так:

$\frac{9}{13} = 0,(620)_9$, но $(1-9^{-30})$ отсекает „хвост" с 31-ого знака

Получаем $0,\underbrace{620\,620\ldots 620}_{10\text{ раз. }620}$ (т.к. $10\cdot 3 = 30$)

„2" встречается 10 раз

Ответ: 10

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИИ00031288 26

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №2

Всего в выражении 15 позиций:

8 букв (0 или 1) и 7 знаков (^ или ⊕).

Поскольку 15 нечётно, то последний ход делает Первый игрок (П.и.). Но преимущество у Второго игрока (В.и.). Ключевым является приоритет операции: конъюнкция выполняется раньше исключающего или.

Стратегия второго игрока: Если П.и. ставит где-то 0 или ^, В.и. стремится, чтобы хотя бы один блок, разделённый знаком ⊕, гарантированно превратился в 1. Для этого на каждый 0 ставит знак ⊕. Чтобы блок из переменных, соединённых знаком ^, был равен 1, все переменные в нём должны быть равны 1. В.и. достаточно захватить контроль над таким блоком.

Если П.и. ставит ⊕, то В.и. ставит 1., и наоборот.

Если П.и. ставит 0, то В.и ставит ^, чтобы обесценить ход П.и. или отделить 0 знаком ⊕ от других 1.

В итоге второй игрок ~~выигрывает~~ Ответ: второй игрок выигрывает

В случае $x \# y \# z \oplus w \oplus k \oplus m$ имеем 6 букв и 2 знака свободными. Побеждает второй игрок.

$6+2=8$ - чётное число

Последним ходит В.и., и он имеет возможность превратить выражение в 1.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Благодаря тому, что знак ⊕ разделяет выражение на части, т.к. не может связать все буквы одной конъюнкцией и уничтожить их одним 0.

Ответ: второй игрок выиграет

Задание №3.

Матрицы 2×13 эквивалентны, если одну можно получить из другой перестановкой строк (группа S_2) или столбцов (группа S_{13}).

Столбцы имеют вид:

$\binom{0}{0}$ - тип A, $\binom{1}{1}$ - тип B, $\binom{1}{0}$ - тип C, $\binom{0}{1}$ - тип D

Перестановка строк меняет местами тип C и D. Типы A и B остаются. Следовательно, наборы столбцов будут эквивалентны по строкам, если в них совпадает количество столбцов типа A, типа B, и суммарное количество столбцов типов C, D. Поэтому важен только состав (количество столбцов каждого типа), а не их порядок.

Пусть x_1 - кол-во столбцов A

x_2 - кол-во столбцов B

x_3 - C

x_4 - D

Общее кол-во $x_1+x_2+x_3+x_4=13$, $x_i \geq 0$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4 | ИИ000312882б |

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Если бы строки были фиксированы, то

$N = C_{16}^{3} = \frac{16!}{3!\,13!} = \frac{14 \cdot 15 \cdot 16}{2 \cdot 3} = 40 \cdot 14 = 560$

Группа перестановок состоит из двух элементов: e (тождественная) и σ (перестановка строк)

$N(e) = 560$

Матрица не меняется при перестановке строк, если кол-во столбцов типа C равно кол-ву столбцов типа D ($x_3 = x_4$)

Тогда $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = x_1 + x_2 + 2 \cdot x_3 = 13$

$\Rightarrow x_1 + x_2 = 13 - 2 \cdot x_3$

Для каждого x_3 от 0 до 6 кол-во решений равно $(13 - 2x_3 + 1)$.

$N(\sigma) = 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 = 56$

В итоге $N = \frac{N(e) + N(\sigma)}{2} = \frac{560 + 56}{2} = 280 + 28 = 308$

Ответ: существует 308 неэквивалентных матриц размера 2 на 13.

Задание №4. 1) Жёлтым цветом выделим положительные числа

2) В двух „скоплениях" жёлтого цвета розовым цветом выделим квадрат 5×5. 1573 – J4:N8

3) Сумма $1312 + 1573 = 2885$ 1312 – R6:V10

Ответ: 2885