

2 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) Рустам нашёл 12 грибов: подосиновиков и подберёзовиков поровну, а лисичек в 2 раза больше, чем маслят. Сколько подосиновиков он нашёл?

Правильный ответ: 3.

2) У Насти было 9 розовых бусин и несколько красных. Она сделала из них бусы для куклы так, что рядом с каждой бусиной были бусины одинакового цвета. Сколько красных бусин у неё было?

Правильный ответ: 9.

3) На дереве сидели попугаи, перья у них были синие или зелёные. Света насчитала 8 попугаев с зелёными перьями. А Тимур насчитал 6 попугаев с синими перьями. При этом 3 попугаев посчитали и Света, и Тимур, потому что у них были и синие и зелёные перья. Сколько попугаев сидело на дереве?

Правильный ответ: 11.

4) Если Оля встанет на пенёк, то будет на 25 см выше Коли, который стоит на земле. Если они поменяются местами, то Коля будет на 55 см выше. Чему равна высота пенёка в сантиметрах?

Правильный ответ: 40.

5) Бельчонок сидит на первой ступеньке лестницы из 30 ступенек. Он может прыгать вверх на 6 ступенек (то есть с 1-ой на 7-ю и т.д.). Вниз бельчонок может прыгать на 5 ступенек. За какое наименьшее число прыжков бельчонок может попасть на 15-ю ступеньку?

Правильный ответ: 6.

6) На площадку приходят гулять 9 пуделей, 8 овчарок, 7 терьеров и 4 лайки. Какое наименьшее число собак должно одновременно быть на площадке, чтобы среди них обязательно было хотя бы 6 собак одной породы?

Правильный ответ: 20.

7) Миша, Вася, Таня и Петя собирали грибы. Все дети были разного возраста, и все нашли разное число грибов: 5, 9, 10, 14.

Миша сказал: «У Васи больше всех грибов». «У Тани меньше всех грибов».

Вася сказал: «Миша старше всех». «Грибов у Миши меньше всех».

Таня сказала: «У Пети грибов больше, чем у меня». «Петя старше меня».

Петя сказал: «Таня два раза сказала правду». «Я старше всех».

Каждый из них один раз сказал правду, и один раз сказал неправду. Сколько грибов нашли вместе Таня и Миша?

Правильный ответ: 15.

8) Лиза занимается пением, вышиванием, рисованием, шахматами и гимнастикой. Каждый день она занимается только чем-то одним. Пением она занимается в воскресенье, а рисованием во вторник. Гимнастикой она занимается три раза в неделю, но между занятиями гимнастикой всегда есть перерыв хотя бы в день. Шахматами она не занимается в следующий день после гимнастики или вышивания. В какой день недели она вышивает? *Запишите в ответ номер дня недели, считая понедельник днём 1, вторник днём 2, и т.д.*

Правильный ответ: 5.

9) Под ёлку положили подарки для 12 детей. Каждый подарок был подписан именем: Алиса, Боря, Ваня, Гена, Дима, Женя, Зоя, Коля, Лена, Миша, Наташа, Оля. Ваня тайком зашёл к ёлке, и спрятал один из подарков (в той же комнате). Потом каждый из детей поодиночке тайком заходил в эту комнату. Если его подарок лежал под ёлкой, он прятал один чей-нибудь подарок. А если его подарка под ёлкой не было, он находил его, возвращал под ёлку и выходил из комнаты. Какое наименьшее число подарков могло лежать под ёлкой после того, как все дети зашли по одному разу?

Правильный ответ: 2.

10) В ребусе $\text{ЖУК} + \text{ЖУК} + \text{ЖУК} = \text{УУУ}$ вместо букв подставили цифры от 1 до 9. Разным буквам соответствуют разные цифры. Какое трёхзначное число соответствует слову ЖУК?

Правильный ответ: 148.

3 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

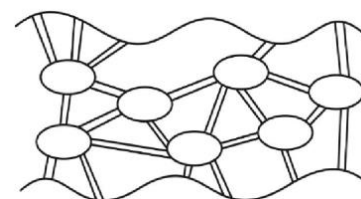
1) В мешке лежит 40 орехов. Сначала бельчонок Чепчик взял несколько орехов, потом Шустрик взял в два раза больше, чем Чепчик, а затем Пончик – 16 орехов. После этого в мешке осталось 9 орехов. Сколько орехов взял Шустрик?

Правильный ответ: 10.

2) У бельчонка есть пять веток длиной 20, 40, 60, 80, 100 см соответственно. Ему надо сломать их все на ветки длиной 10 см (за один раз можно ломать только одну ветку). Один разлом занимает у него 5 секунд. Сколько секунд потребуется бельчонку?

Правильный ответ: 125.

3) На рисунке изображена река, острова и мосты. Какое наименьшее количество мостов надо разрушить, чтобы больше нельзя было добраться с одного берега на другой по мостам?

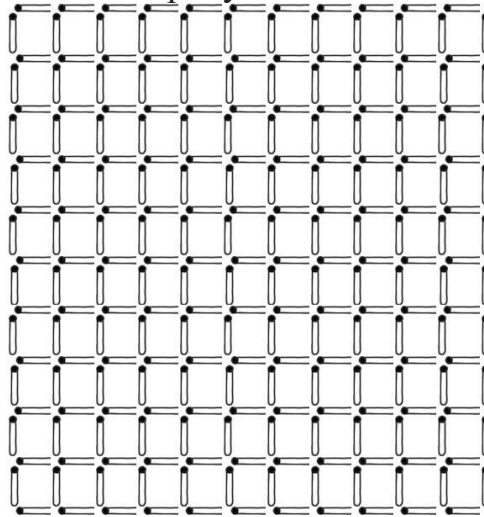


Правильный ответ: 4.

4) Трех бельчат спросили, сколько орехов и сколько грибов у их друга Тиши. Каждый из троих один раз сказал правду и один раз солгал. Вот их ответы: «У него 8 орехов и 6 грибов», «У него 7 орехов и 4 гриба», «У него 7 орехов и 7 грибов». Какое общее количество орехов и грибов есть у Тиши на самом деле?

Правильный ответ: 13.

4) Найдите количество спичек на рисунке.



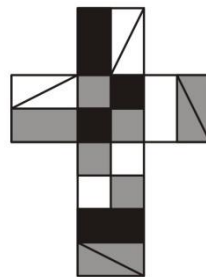
Правильный ответ: 241.

6) Семья состоит из трёх бельчат: папы, мамы и дочери. В настоящее время сумма их возрастов составляет 60 месяцев, а 5 месяцев назад эта сумма составляла 48 месяцев. Сколько месяцев сейчас маме, если она старше дочери на 23 месяца?

Правильный ответ: 25.

7) Найдите куб, который соответствует развёртке на рисунке. В ответ укажите его номер от 1 до 5.

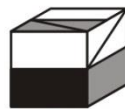
Правильный ответ: 2.



1



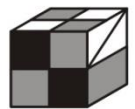
2



3



4



5

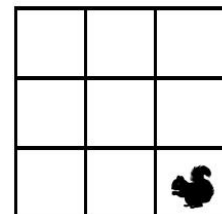
8) Третьеклассник Миша выписал в порядке возрастания все пятизначные числа, в запись которых входят пять разных цифр: 2, 3, 4, 5, 6. На каком месте в этом ряду находится число 32654?

Правильный ответ: 30.

9) В ребусе $BE + BE + BE + BE + BE = ME$ вместо букв подставили цифры от 1 до 9. Разным буквам соответствуют разные цифры. Чему равно $ME + ME + ME$?

Правильный ответ: 225.

10) Бельчонок сидит в правой нижней клетке, как показано на рисунке. Он прополз вдоль линий сетки еще четыре разные клетки, а на пятой решил остановиться и погрызть орех. В каком количестве клеток мог остановиться бельчонок, если за всё время перемещений он совершил поровну правых и левых поворотов?



Правильный ответ: 2.

4 КЛАСС

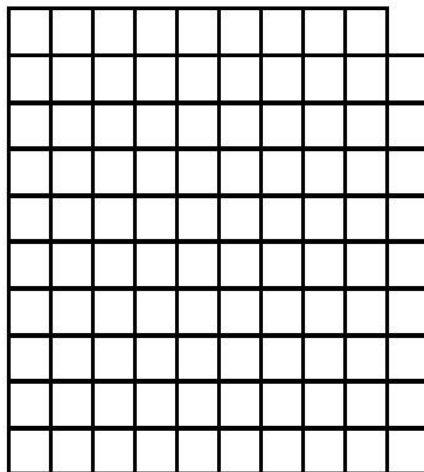
На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) В приют для животных поступило 233 кг корма для собак. Корм был в пакетах по 20 кг и по 9 кг. Сколько всего было пакетов?

Правильный ответ: 21.

2) Из квадрата 10×10 удалили угловую клетку (см. рисунок), и полученную фигуру разрезали на прямоугольники одинаковой площади. Каково наименьшее возможное число прямоугольников?



Правильный ответ: 11.

3) Прямоугольный двор замка охраняют 26 стражников. В углах прямоугольника стоят по стражнику, и все стражники стоят через 20 метров друг от друга. На длинной стороне прямоугольника стражников вдвое больше, чем на короткой (в обоих случаях считаются и стражники, стоящие в углах). Чему равна площадь двора в квадратных метрах?

Правильный ответ: 14400.

4) Бельчонок бежал от берёзы к дубу. По дороге он остановился у осины. До дуба оставалось пробежать в три раза больше, чем уже бельчонок пробежал. Потом бельчонок пробежал еще 38 метров до клёна, и до дуба осталось пробежать втрое меньше, чем он уже пробежал. Сколько метров от осины до дуба?

Правильный ответ: 57.

5) Руслан записал на доске 5 натуральных чисел, одно из которых было в 2, 3, 4, 5 раз меньше остальных. При этом он использовал все цифры, каждую по одному разу. Каким было самое маленькое число?

Правильный ответ: 18.

6) Пират высадился на острове, где жили говорящие попугаи. Каждый попугай или всегда говорил правду, или всегда лгал. Капитан увидел трёх попугаев. Первый сказал: «На острове есть клад!». Второй сказал: «Мы все трое лжецы». Третий сказал: «Ровно один из нас говорит правду». Есть ли на острове клад? *Запишите в ответ цифру 0, если клада нет; цифру 1, если клад есть; цифру 2, если невозможно определить.*

Правильный ответ: 0.

7) Числа от 1 до 30 раскрашены в 2 цвета: нечётные в зелёный цвет, а чётные в красный цвет. Костя выбрал четыре последовательных числа одного цвета, и перемножил их. Последняя цифра произведения равнялась 9. Какие две цифры стояли перед ней? *Запишите цифры в том порядке, в котором они стоят в числе.*

Правильный ответ: 00.

8) После Летней математической школы 5 девочек из отряда «Сигма» решили переписываться, и каждая отправила по одному письму. Маша отправила письмо той, кто отправил Ане. Аня отправила той, кто отправил Кате, Катя отправила той, кто отправил Соне. Соня отправила той, кто отправил Вере, Вера отправила той, кто отправил Маше. Как имя девочки, которая отправила письмо Маше?

Правильный ответ: Катя.

9) Кузьма с понедельника начал каждый день отжиматься и записывать, сколько он сделал в этот день отжиманий. В следующий понедельник он обнаружил, что сделал отжиманий меньше, чем в прошлый понедельник, но больше, чем в субботу. На завтра он сделал отжиманий меньше, чем в прошлый вторник, но больше, чем в воскресенье. И потом несколько дней подряд он каждый день делал отжиманий меньше, чем неделю назад, но больше, чем позавчера. Какое наибольшее число дней подряд это могло случаться?

Правильный ответ: 6.

10) У каждой из 15 девочек в косичках по 2 ленты. Всего среди 30 лент 10 белых, 10 красных и 10 розовых. У одной девочки ленты могут быть и одно-

го цвета, и двух разных цветов. Девочки встали в хоровод так, что ни у одной девочки не было ни одной ленты одинакового цвета с девочкой, стоящей справа от неё. У какого наибольшего числа девочек могут быть ленты двух разных цветов?

Правильный ответ: 6.

5 КЛАСС

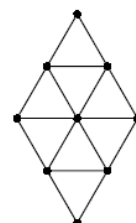
На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) Пятиклассник Миша выписал в порядке возрастания все пятизначные числа, в запись которых входят пять разных цифр: 2, 3, 4, 5, 6. Какое число в этом ряду находится на 58 месте?

Правильный ответ: 43562.

2) На рисунке изображен ромб из 16 палочек со стороной 2, разбитый на треугольники со стороной в одну палочку. Найдите количество палочек, необходимое для того чтобы сложить ромб со стороной в 10 палочек, разбитый на такие же треугольники.

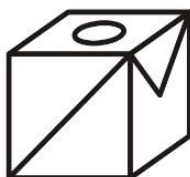


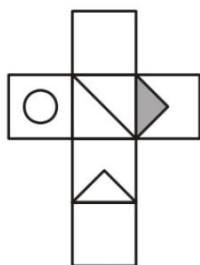
Правильный ответ: 320.

3) В ребусе $AX \times UX = CFU$ замените буквы цифрами так, чтобы равенство стало верным (одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами – разные цифры). Какое наибольшее трёхзначное число может соответствовать слову CFU?

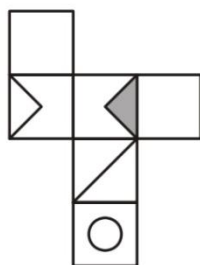
Правильный ответ: 896.

4) Найдите развертки, которые могут соответствовать кубу, изображенному на рисунке. В ответе укажите соответствующий номер. Если номеров больше одного, то в ответ запишите сумму всех возможных номеров.

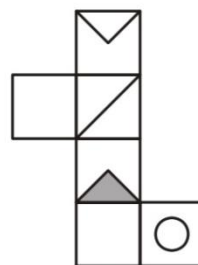




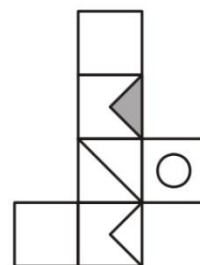
1



2



3



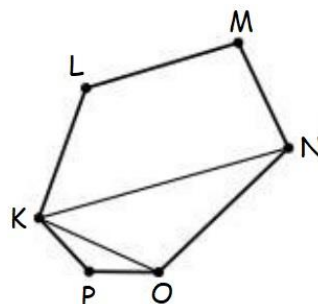
4

Правильный ответ: 6.

5) Саше разрешили купить себе в подарок две игрушки. В магазине продаётся 4 разных машинки и 7 разных фигурок супергероев. Сколькими способами он может выбрать себе подарок?

Правильный ответ: 55.

6) Шестиугольник $KLMNOP$ с периметром 50 см разделили на четырёхугольник $KLMN$ с периметром 42 см, треугольник KNO с периметром 20 см и треугольник KPO с периметром 14 см. Найдите длину отрезка NO . Ответ дайте в сантиметрах.



Правильный ответ: 7.

7) В некотором уезде живут купцы и разбойники. Купцы всегда говорят правду, а разбойники всегда лгут. Однажды 16 жителей этого уезда собрались в одном доме и сделали следующие заявления.

Двое из них сказали: «Ровно двое в этой доме – разбойники»;

Еще шестеро сказали: «Ровно шестеро в этой комнате – разбойники»;

Остальные восемь сказали: «Ровно восемь человек в этой комнате – разбойники».

Сколько разбойников могло быть среди них? *Укажите все возможные ответы. Если ответов несколько, то в ответ запишите их произведение.*

Правильный ответ: 128.

8) Найдите наибольшее пятизначное число $ABCDE$, в записи которого все цифры различны, цифра C равна сумме цифр D и E , а двузначное число AB равно сумме цифр C , D и E .

Правильный ответ: 18972

9) На двух чашах весов, находящихся в равновесии, лежат орехи двух разных видов, но на каждой чаше только одного вида. Всего орехов 195. Если снять с одной чаши весов 11 орехов, то для сохранения равновесия надо с другой чаши переложить на первую 2 ореха. Сколько орехов лежит на первой чаше?

Правильный ответ: 143.

10) Вася выписывает в тетрадь все четырёхзначные числа, делящиеся на 25, в записи которых участвуют ровно две различные цифры. Сколько чисел окажется у Васи в тетради?

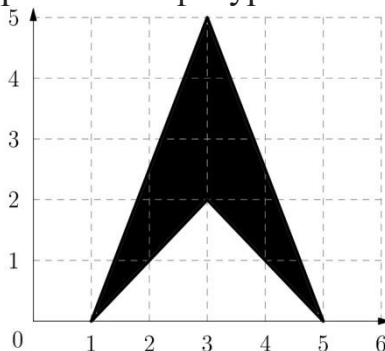
Правильный ответ: 28.

6 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) Чему равна площадь закрашенной фигуры?



Правильный ответ: 6.

2) Сколько существует двузначных натуральных чисел, которые делятся на каждую свою цифру?

Правильный ответ: 14.

3) У каждого из бельчат Рыжика и Черныша есть запас кедровых шишек. Рыжик предложил Чернышу: давай, я каждое утро буду давать тебе столько шишек, сколько у тебя есть. А ты после сразу этого будешь давать мне 40 шишек. Так они и стали делать, причём они не ели шишки и не находили новых. Когда они сделали так 3 раза, у Черныша не осталось ни одной шишки. Сколько шишек было у Черныша вначале?

Правильный ответ: 35.

4) Марина написала число 200, вычла из него 1, из полученного числа вычла 2, потом из полученного числа вычла 3. Затем она опять вычитала поочерёдно

но 1, 2, 3, и так много раз. Все числа она записывала. Какое число стоит на 65-м месте, если на первом месте число 200?

Правильный ответ: 73.

5) Некоторые гномы всегда лгут, другие всегда говорят правду. Белоснежка встретила 20 гномов, и стала задавать каждому отдельно вопрос: "Если не считать тебя, то кого среди вас больше, лжецов или честных?" Когда она задала вопрос 11 гномам, и все ответили, что больше лжецов, она перестала спрашивать. Сколько среди 20 гномов лжецов?

Правильный ответ: 10.

6) Осторожный бельчонок прыгает вперёд на 1 м 80 см, а назад – на 1 м 20 см. После 32 прыжков он продвинулся вперёд на 21 м 60 см. Сколько раз бельчонок прыгал вперёд?

Правильный ответ: 20.

7) 6 девочек выбирали себе карнавальные костюмы. На выбор им предложили 11 разных костюмов. Первой девочке понравились все костюмы, второй понравились костюмы с 1 по 9, третьей – костюмы с 1 по 7, четвёртой – костюмы с 1 по 5, пятой – костюмы с 1 по 3, шестой девочке понравился только первый костюм. Каждая девочка выбрала себе один костюм, причём тот, который ей нравился. Сколькими способами можно было это сделать?

Правильный ответ: 720.

8) Бельчата Альф, Бет и Гамм кидали друг в друга шишками. Первую шишку кинул Альф. Потом если в Альфа попадали шишкой, он кидал в ответ 4 шишки, если попадали в Бета, он кидал 5 шишек, а если попадали в Гамма, он кидал 6 шишек. Всего было 13 промахов. Сколько шишек попало в Бета?

Правильный ответ: 1.

9) Костя несколько дней подряд записывал погоду, отдельно в 8 утра и в 8 вечера. Он 14 раз отметил, что был дождь; если дождь был вечером, то утром в этот день дождя не было; 10 раз не было дождя вечером; 12 раз не было дождя утром. Найдите, сколько дней Костя вёл наблюдения.

Правильный ответ: 18.

10) Прямой прут длиной 280 см разрезали на 11 палочек так, что из этих палочек можно сложить пятиугольник с одинаковыми сторонами, и можно сложить семиугольник с одинаковыми сторонами. Каждый раз используются все 11 палочек. Палочки нельзя разрезать или ломать. Какова наименьшая длина палочки?

Правильный ответ: 8.

7 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) На 15 карточках написаны различные натуральные числа. Если сложить все числа на карточках, то получится нечётное число. Если же перемножить 5 чисел на любых карточках, то получится чётное число. Найдите наименьшее возможное значение суммы всех чисел на карточках.

Правильный ответ: 165.

2) Про ненулевые числа x , y , z известно, что $\frac{x}{y} = \frac{11}{5}$ и $\frac{y}{z} = \frac{1}{3}$. Найдите значения, которые может принимать выражение $\frac{x^2 - y^2}{(y+z)(z-x)}$. Если таких чисел несколько, в ответ запишите их сумму.

Правильный ответ: 1,2.

3) На доске в одном из кабинетов написано число 7. Каждый, кто проходит мимо доски делает следующее: считает сумму цифр квадрата написанного числа, увеличивает её на 1 и записывает полученное число взамен старого. Какое число будет на доске, когда мимо неё пройдут 2030 человек?

Правильный ответ: 8.

4) Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку – целое число баллов от 1 до 10 включительно. Известно, что сумма всех семи выставленных оценок равна 36. По системе оценивания рейтинг кинофильма оценивают следующим образом: отбрасываются одна из самых низких и одна из самых высоких оценок и подсчитывается сумма оставшихся пяти оценок S . Найдите наименьшее возможное значение S .

Правильный ответ: 22.

5) Назовём число N интересным, если сумма цифр записи числа N имеет ту же чётность, что и чётность самого числа N (например, 444 и 2023 – интересные числа, а 97 и 2124 – неинтересные). Сколько интересных среди чисел от 1 до 1000?

Правильный ответ: 499.

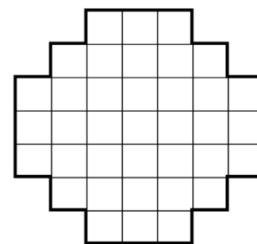
6) В лесу вдоль прямой дороги живут (в указанном порядке) пять бельчат: Вася, Гоша, Дима, Коля и Миша. Каждый из них нашёл сумму расстояний (в метрах) от своего дома до домов остальных. Гоша назвал число 700, Дима – 600, Коля – 650. Найдите количество метров между домами Гоши и Коли.

Правильный ответ: 150.

7) В некотором уезде живут купцы и разбойники. Купцы говорят правду только купцам и лгут разбойникам. Разбойники говорят правду только разбойникам и лгут купцам. Однажды 60 жителей этого уезда (и те, и другие присутствуют) встали в круг. Каждый сказал своему правому соседу: «Мой левый сосед – купец». Сколько всего может быть купцов?

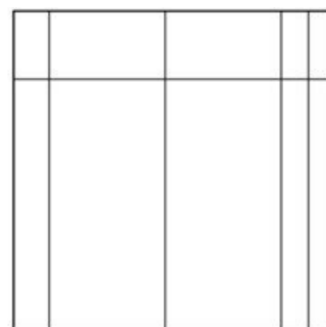
Правильный ответ: 30.

8) Найдите минимальное количество единичных квадратиков, которых надо добавить к доске на рисунке так, чтобы её можно было разрезать на фигурки из четырёх клеток в форме буквы Г.



Правильный ответ: 7.

9) Квадрат со стороной 7 см разрезали на прямоугольные куски пятью прямолинейными разрезами (см. рисунок). Найдите сумму периметров всех 10 получившихся прямоугольников.



Правильный ответ: 98.

10) Вася выписывает в тетрадь целые числа из отрезка $[1; 2024]$, все цифры которых меньше 5. Сколько чисел окажется у Васи в тетради?

Правильный ответ: 264.

8 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

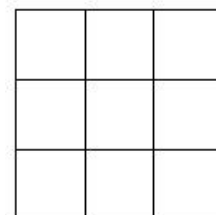
1) У бельчат была для игр прямоугольная площадка с периметром 104 метра. Они разделили её на две прямоугольные площадки с периметрами 68 и 82 метров. Чему равнялась длина границы между участками?

Правильный ответ: 23.

2) Николай Николаевич упаковал свои вещи в 8 сумок, Мария Ивановна упаковала свои вещи в 7 сумок, а Петя свои – в 2 сумки. Вес всех сумок был различным и равнялся 1, 2, 3, ..., 16, 17 кг. Общий вес сумок Николая Николаевича на 80 кг больше общего веса сумок Марии Ивановны. Сколько килограммов весят две сумки Пети?

Правильный ответ: 17.

3) Катя расчертила скатерть на 9 клеток (см. рисунок), и в каждой клетке вышила или мак, или василёк так, что стебель каждого цветка направлен вниз. Оказалось, что в горизонтальных рядах 1, 2, 3 мака, и в вертикальных рядах 1, 2, 3 мака. Сколькими способами Катя могла расположить цветы?



Правильный ответ: 36.

4) Ваня загадал 3 разных натуральных числа, и поделил 1 на каждое число. Сумма полученных дробей равнялась 0,7. Какова наибольшая возможная сумма загаданных чисел?

Правильный ответ: 38.

5) Лесник вышел из дома, и дошёл до своей сторожки, которая находилась в 3 км к востоку и 1 км к северу от его дома. Совершая осмотр леса, он дошёл до дуба, который находился в 1 км к западу и 2 км к югу от дома. От дуба он

совершил обход по кругу вокруг сторожки, пройдя 270° против часовой стрелки. Там он сделал остановку. В скольких километрах севернее дома он находился на остановке?

Правильный ответ: 5.

6) Сколько разных 11-буквенных последовательностей можно получить, переставляя буквы слова ЦИВИЛИЗАЦИЯ так, чтобы каждая буква И стояла рядом с буквой Ц?

Правильный ответ: 2520.

7) В треугольнике ABC выбрали точку D так, что $\angle BDC = 110^\circ$. Через точку D провели прямую, пересекающую сторону AB в точке E , а сторону AC в точке F . Оказалось, что точка E лежит на серединном перпендикуляре отрезка BD , а точка F лежит на серединном перпендикуляре отрезка CD . Найдите величину $\angle BAC$. В ответ запишите число градусов.

Правильный ответ: 40.

8) Сколько существует упорядоченных пар натуральных чисел (a, b) , таких, что $a \leq 2024$, $b \leq 2024$, и $\text{НОД}(a, b) = \frac{a+b}{12}$? (НОД – наибольший общий делитель).

Правильный ответ: 946.

9) Два пирата делят добычу: 17 золотых ожерелий, 2 золотых монеты и 1 золотую шкатулку. Всё это они поделили между собой равными по весу частями, не разрезая, причем шкатулка досталась первому пирату. Каждое ожерелье тяжелее каждой монеты и легче шкатулки на одну и ту же величину. Сколько ожерелий досталось второму пирату?

Правильный ответ: 9.

10) Прямоугольный ящик имеет размеры $a \times b \times c$, где a, b, c целые, и $a \leq b \leq c$. Его объём в 2 раза меньше объёма прямоугольного ящика с размерами $(a + 2) \times (b + 2) \times (c + 2)$. Какое наибольшее значение может принимать c ?

Правильный ответ: 130.

9 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) Какое наибольшее значение может принимать сумма $a + b$, если $a^2 - ab + 2,5b^2 = 18$?

Правильный ответ: 6.

2) Есть восемь одинаковых маленьких бусин и три одинаковые бусины побольше. Сколько можно из них всех сделать различных ожерелий без застежки?

Правильный ответ: 10.

3) Последовательность x_n удовлетворяет условиям $x_4 = 679$; $x_{200} = 678$, а сумма любых трёх подряд идущих членов равна 2024. Найдите x_{2024} .

Правильный ответ: 678.

4) Сколько 13-значных палиндромов делится на 3? (Палиндром не меняется при записи его задом наперёд.)

Правильный ответ: 3000000.

5) Найдите все такие различные значения параметра b , при которых уравнение $x^2 - 4bx = 16b$ имеет два различных целых корня. В ответе запишите произведение всех таких b . (При необходимости ответ округлите до сотых).

Правильный ответ: 31,64.

6) У каждого бельчонка в группе не менее 17 друзей-бельчат, причем не более 17 бельчат имеют одинаковое число друзей-бельчат. Какое наименьшее количество бельчат может быть в этой группе?

Правильный ответ: 19.

7) В четырехугольнике $KLMN$ углы LMN и LMN равны по 58° , а $\angle LKN$ равен 64° . Найдите градусную меру угла LKM , если известно, что $KL + KN = KM$.

Правильный ответ: 52.

8) Из пункта A в пункт B выехал самокатчик, а ещё через 15 минут вслед за ним выехал второй самокатчик. Через 27 минут после выезда второго самокатчика из пункта B в пункт A выехал мотоциклист. Все трое участников движения встретились ровно посередине между пунктами A и B . Мотоциклист, доехав до A , и второй самокатчик, доехав до B , развернулись, поехали в обратном направлении и снова одновременно встретились с первым самокатчиком. За сколько минут мотоциклист проехал расстояние от B до A ?

Правильный ответ: 36.

9) В треугольнике KLM стороны $KL = 168$, $KM = 196$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника KLM , а прямая LN перпендикулярна KO и пересекает сторону KM в точке N . Найдите MN .

Правильный ответ: 52.

10) Числа x , y , z удовлетворяют условиям $x < y < 0$, $z > 0$. Какие из следующих неравенств обязательно верны?

- 1) $x^6 > y^6$;
- 2) $x + z > y$;
- 3) $x - z < y - z$;
- 4) $xz > yz$;
- 5) $xy > xz$;
- 6) $|x + z| \neq |y - z|$.

В ответе запишите номера неравенств в порядке возрастания без запятых и пробелов.

Правильный ответ: 135.

10 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) У Тимофея и Лены одинаковые наборы чисел, среднее которых равняется a . Тимофей добавил к своему набору число 100, и среднее уменьшилось на 12. Лена добавила к своему набору число 1000, и среднее увеличилось на 18. Чему равно a ?

Правильный ответ: 460.

2) Сколько существует пар натуральных чисел m и n , таких, что уравнения $x^2 + mx + n = 0$ и $x^2 + nx + m = 0$ оба не имеют различных действительных решений? Пары (m, n) и (n, m) считаются за одну пару.

Правильный ответ: 5.

3) В прямоугольнике $ABCD$ периметр на 34 больше стороны AB . Точка K – середина стороны CD , $AK = 13$. Чему равна площадь прямоугольника?

Правильный ответ: 120.

4) Сколько существует целых положительных чисел, не превышающих 1771, которые не являются делителями числа 1771, но имеют с этим числом общий множитель, больший 1?

Правильный ответ: 444.

5) В треугольнике со сторонами 6, 7, 8, через центр вписанной окружности проведена прямая, параллельная стороне длины 6. Эта прямая пересекает две другие стороны треугольника в точках A и B . Найдите длину отрезка AB , представьте длину в виде несократимой дроби $\frac{m}{n}$, и запишите в ответ число $m + n$.

Правильный ответ: 37.

6) Сколько существует натуральных чисел n таких, что $\frac{n}{1000-n}$ является квадратом целого числа?

Правильный ответ: 4.

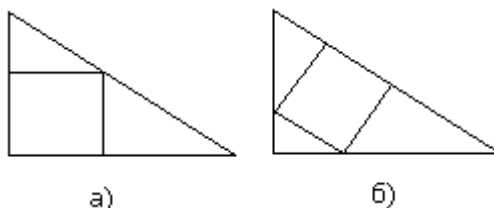
7) Известно, что $a + b + c = 0$ и $ab + bc + ac = -49$. Найдите величину $a^3b + b^3c + c^3a$.

Правильный ответ: -2401 .

8) По кругу расставлены в случайном порядке все 10 цифр. Начиная с цифры 1, по часовой стрелке цифры группируются по 2. Таким образом образуются 5 двузначных чисел, и находится их сумма (число, начинающееся с 0, тоже рассматривается как двузначное, $\overline{0a} = a$). Если начать не с 1, а с цифры, следующей за 1, то получится другая сумма. Какова наименьшая возможная разность между этими суммами (по абсолютной величине)?

Правильный ответ: 9.

9) В прямоугольный треугольник вписали квадрат двумя способами (см. рисунок). В случае а) площадь квадрата равна 529, а в случае б) площадь квадрата равна 528. Чему равен квадрат длины гипотенузы прямоугольного треугольника?



Правильный ответ: 279312.

10) В классном журнале записаны по алфавиту фамилии 18 учеников. Когда учитель проводит опрос, он вызывает некоторых учеников. Учитель никогда не вызывает двух учеников, чьи фамилии записаны подряд. Но среди невызванных не бывает больше двух учеников, чьи фамилии записаны подряд. Сколько разных вариантов существует для проведения опроса?

Правильный ответ: 265.

11 КЛАСС

На выполнение работы отводится 150 минут. Ответом на каждую задачу может быть число или комбинация чисел и букв. Все численные ответы следует давать в единицах измерения, указанных в условии задачи.

№ задания	Балл за задание
1.	7 баллов
2.	7 баллов
3.	7 баллов
4.	8 баллов
5.	8 баллов
6.	12 баллов
7.	12 баллов
8.	13 баллов
9.	13 баллов
10.	13 баллов

1) При каком наибольшем натуральном m число $m^8 + m^6 + m^4 + m^2 + 100$ делится на $m + 1$?

Правильный ответ: 103.

2) В описанном пятиугольнике $KLMNP$ даны длины сторон $KL = 10$, $LM = 9$, $MN = 11$, $NP = 8$, $PK = 12$. Диагонали KM и LP пересекаются в точке X . Найдите отношение площадей треугольников KXN и LXN .

Правильный ответ: 4.

3) Известно, что $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{100} \leq 2^{50}$. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_3}{x_4} + \dots + \frac{x_{99}}{x_{100}}$.

Правильный ответ: 25.

4) На хоккейный турнир съехались 12 команд. Каждая с каждой должна сыграть не более чем по одному разу. Сколькими способами можно составить расписание первых двух туров? (В каждом туре все команды разбиваются на пары и все матчи проходят одновременно; важно, в каком именно туре команды встречаются.)

Правильный ответ: 62785800.

5) В выражении $(a + b + c)^{2026} + (a - b - c)^{2026}$ раскрыли скобки и привели подобные члены. Сколько получилось одночленов $a^k b^m c^n$ с коэффициентами отличным от нуля?

Правильный ответ: 1028196.

6) Найдите число ожерелий без застёжки, составленных из 101 синей и 4 красных бусин, где красные бусины не находятся рядом.

Правильный ответ: 40425.

7) Последовательность $\{x_n\}$ строится следующим образом: $x_0 = 0$, $x_n = x_{n-1} + 1$, если частное от деления n на максимальную степень тройки, входящую в его разложение, сравнимо с 1 по модулю 3 и $x_n = x_{n-1} - 1$ в противном случае. Найдите x_{2030} .

Правильный ответ: 2.

8) Даны два натуральных числа $a > b$, причем $a = (a - b)^2$, $b = 6 \cdot \text{НОД}(a, b)$. Найдите $\text{НОК}(a, b)$. Если ответов несколько, в ответ запишите наибольшее из полученных чисел.

Правильный ответ: 294.

9) Точка M с абсциссой (-2) принадлежит гиперболе $y = \frac{1}{x}$. Через M проведены две прямые с угловыми коэффициентами 2 и $\frac{1}{2}$, пересекающие гиперболу в точках K и L (отличных от точки M) соответственно. Найдите координаты центра описанной окружности треугольника KLM . В ответ запишите сумму координат полученной точки.

Правильный ответ: 0,625.

10) Две окружности касаются друг друга внутренним образом в точке K . Хорда PQ большей окружности касается меньшей окружности в точке R . Отрезки PK и QK пересекают меньшую окружность в точках P_1 и Q_1 соответственно. Найдите площадь треугольника PQK , если $PR = 7$, $QR = 5$, $P_1Q_1 = 9$. В ответ укажите квадрат полученной величины.

Правильный ответ: 3456.