

Математика. 8 класс

Шифр	ФИО	Итого балл	Статус
МА0001946825	Коноплицкий Степан Сергеевич	100	Победитель
МА0001157725	Воронцова Мария Андреевна	99	Победитель
МА0000969025	Наземцев Артём Дмитриевич	95	Победитель
МА0001379025	Панской Радомир Денисович	95	Победитель
МА0000964625	Кунин Дмитрий Алексеевич	90	Победитель
МА0001256925	Баленков Владислав Игоревич	85	Победитель
МА0001031225	Григорьев Мефодий Валентинович	85	Победитель
МА0001079925	Мошняга Дарья Сергеевна	85	Победитель
МА0001652725	Овденко Святослав Максимович	85	Победитель
МА0001980525	Савельева Надежда Сергеевна	85	Победитель
МА0001307325	Чистов Семён Артёмович	85	Победитель
МА0001651425	Чуров Николай Петрович	82	Победитель
МА0001153625	Судиловский Сергей Алексеевич	81	Победитель
МА0001604625	Волков Иван Александрович	80	Победитель
МА0001809925	Соколов Артём Александрович	80	Победитель
МА0001985525	Тупицын Родион Иванович	77	Призёр II степени
МА0001168225	Ладанова Мария Евгеньевна	75	Призёр II степени
МА0001084025	Кутергин Даниил Александрович	73	Призёр II степени
МА0001497825	Зиганшин Малик Инзарович	70	Призёр II степени
МА0001023725	Игнатъев Максим Олегович	70	Призёр II степени
МА0001856925	Андреев Алексей Александрович	65	Призёр II степени
МА0001157625	Бирюкова Валерия Владимировна	65	Призёр II степени
МА0001677325	Блинников Александр Александрович	65	Призёр II степени
МА0001981925	Волчков Олег Сергеевич	65	Призёр II степени
МА0001572425	Дудкина Алина Алексеевна	65	Призёр II степени
МА0001074525	Комиссарова Дарья Алексеевна	65	Призёр II степени
МА0001783025	Костров Ярослав Сергеевич	65	Призёр II степени
МА0001660725	Пашеев Марсель Артурович	65	Призёр II степени
МА0001107725	Романова Василиса Артёмовна	65	Призёр II степени
МА0001803825	Сизых Георгий Юрьевич	65	Призёр II степени
МА0001737825	Трофимова Евгения Юрьевна	65	Призёр II степени
МА0001047625	Ширинян Эдвин Эмилевич	65	Призёр II степени
МА0001713025	Огренич Илья Антонович	63	Призёр III степени
МА0001044625	Смирнов Илья Дмитриевич	62	Призёр III степени
МА0001723625	Алещенко Владислав Андреевич	60	Призёр III степени
МА0001676225	Валиуллин Тимур Фанильевич	60	Призёр III степени
МА0001495225	Гайфуллин Мансур Ильнурович	60	Призёр III степени
МА0001641425	Егоров Кирилл Алексеевна	60	Призёр III степени
МА0001624525	Кайдалов Дмитрий Вадимович	60	Призёр III степени
МА0001005825	Ковалёв Михаил Сергеевич	60	Призёр III степени
МА0001628525	Пономарев Севастьян Вадимович	60	Призёр III степени

МА0001534725	Зверюгин Вячеслав Евгеньевич	59	Призёр III степени
МА0001822325	Зубков Сергей Станиславович	58	Призёр III степени
МА0001328325	Шомов Роман Евгеньевич	58	Призёр III степени
МА0001679425	Серегин Ярослав Константинович	57	Призёр III степени
МА0001234625	Бацарова Елизавета Денисовна	55	Призёр III степени
МА0001880425	Железняк Иван Максимович	55	Призёр III степени
МА0001630825	Носов Сергей Сергеевич	55	Призёр III степени
МА0001539525	Перминов Глеб Сергеевич	55	Призёр III степени
МА0001150225	Пименов Семен Михайлович	55	Призёр III степени
МА0001542525	Подчаши Иван Дмитриевич	55	Призёр III степени
МА0001687825	Пуга Пётр Алексеевич	53	Призёр III степени
МА0001106425	Рогожина Анна Сергеевна	53	Призёр III степени
МА0001159225	Ефремов Дмитрий Викторович	52	Призёр III степени
МА0001725725	Сигаев Денис Александрович	52	Призёр III степени
МА0001524325	Столбов Семен Алексеевич	51	Призёр III степени

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 9 4 6 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	20	20	-	100

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

Для того, чтобы оценить сколько в среднем корма можно купить на 400 рублей нужно найти среднюю цену за 1 кг корма.

В 1-ой партии $\frac{400}{3} \frac{p}{кг}$

Во 2-ой $\frac{400}{5} = 80 \frac{p}{кг}$

Пусть в среднем можно купить x кг корма на 400 р., тогда

$$\frac{400}{3}x + 80x = 800 \quad | \cdot 3$$

$$640x = 2400$$

$$x = \frac{2400}{640}$$

$$x = \frac{15}{4} \quad x = 3,75$$

Итак, в среднем можно купить на 400 рублей $\frac{15}{4}$ кг корма.

Ответ: 3,75 кг

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 9 4 6 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2.

$$\begin{cases} xy = 12, \\ 6x + 6y - 3xy^2 + 2x^2y = 150; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 12, \\ 6x + 6y - 3y \cdot 12 + 2x \cdot 12 = 150; \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 12, \\ 30x - 30y = 150; \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 12, \\ x - y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 12, \\ x^2 - 2xy + y^2 = 25; \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 12, \\ x^2 + y^2 = 25 + 24. \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 49$$

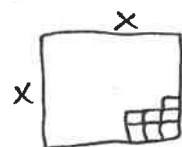
Ответ: 49

№3.



$$\begin{aligned} a < b \\ a > 2 \\ b = a + 19 \end{aligned}$$

$$S = ab = a(a+19) = N \cdot (1 \cdot 1) = N$$



$$S = x^2 - 7 = N \cdot (1 \cdot 1) = N$$

$$\Rightarrow a(a+19) = x^2 - 7$$

$$a^2 + 19a + 7 = x^2 \quad | \cdot 4$$

$$(2a)^2 + 76a + 28 = (2x)^2 \quad | + 19^2$$

$$(2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 19 + 19^2 = (2x)^2 + 19^2 - 28$$

$$(2a+19)^2 - (2x)^2 = (20-1)^2 - 28$$

$$(2a+19-2x)(2a+19+2x) = 400 + 1 - 40 - 28$$

$$(2a+19-2x)(2a+19+2x) = 333 = 1 \cdot 333 = 3 \cdot 111 = 9 \cdot 37$$

$$a \text{ и } x - \text{натуральные} \Rightarrow 2a+19-2x < 2a+19+2x$$

3 решения:

$$1) \begin{cases} 2a+19-2x = 1, \\ 2a+19+2x = 333; \end{cases} \Rightarrow 4x = 332 \quad x = 83 \Rightarrow N = 83^2 - 7 = 6889 - 7 = 6882$$

$$2) \begin{cases} 2a+19-2x = 3, \\ 2a+19+2x = 111; \end{cases} \Rightarrow 4x = 108 \quad x = 27 \Rightarrow N = 27^2 - 7 = 729 - 7 = 722$$

$$3) \begin{cases} 2a+19-2x = 9, \\ 2a+19+2x = 37; \end{cases} \Rightarrow 4x = 28 \quad x = 7 \Rightarrow N = 7^2 - 7 = 42$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 9 4 6 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Проверка.

$$1) \begin{cases} 2a + 19 - 2x = 1, \\ x = 83, \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a = 166 + 19 = 148 \\ a = 74 > 2 - \text{подходит}$$

$$2) \begin{cases} 2a + 19 - 2x = 3, \\ x = 27, \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a = 54 + 3 - 19 = 38 \\ a = 19 > 2 - \text{подходит}$$

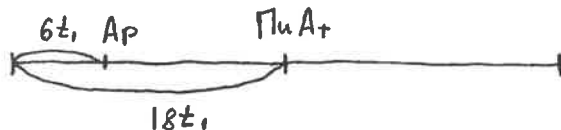
$$3) \begin{cases} 2a + 19 - 2x = 9, \\ x = 7, \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a = 14 + 9 - 19 = 4 \\ \text{но } a = 2 - \text{не удовлетворяет}$$

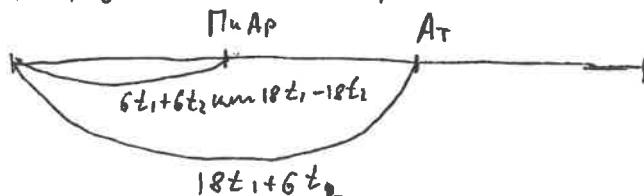
Ответ: 6882 и 722 км/ч

Решение.

1) Через t_1 Тормоз сядет в море



2) Через t_2 (после t_1) Тормоз встретит дракона



3) Через t_3 (после t_1+t_2) все в безопасности



$$6t_1 + 6t_2 + 18t_3 \text{ км } 18t_1 - 18t_2 + 18t_3 \text{ км } 18t_1 + 6t_2 + 6t_3 \text{ км } 63 \text{ км}$$

$$\underset{\textcircled{1}}{6t_1 + 6t_2} + \underset{\textcircled{2}}{18t_3} = \underset{\textcircled{2}}{18t_1 - 18t_2 + 18t_3} = \underset{\textcircled{3}}{18t_1 + 6t_2 + 6t_3} = 63$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 1 9 4 6 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

① = ③

$$6t_1 + 6t_2 + 18t_3 = 18t_1 + 6t_2 + 6t_3 \quad | -6t_2$$

$$6t_1 + 18t_3 = 18t_1 + 6t_3$$

$$12t_1 = 12t_3$$

$$t_1 = t_3$$

~~$$6t_1 + 6t_2 + 18t_3$$~~

④ = ②

$$6t_1 + 6t_2 + 18t_3 = 18t_1 - 18t_2 + 18t_3$$

$$12t_1 = 24t_2$$

$$t_1 = 2t_2$$

⑤

$$18t_1 + 6t_2 + 6t_3 = 63$$

$$36t_2 + 6t_2 + 12t_2 = 63$$

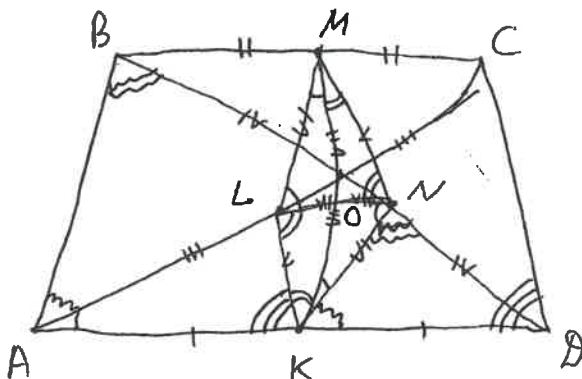
$$54t_2 = 63$$

$$t_2 = \frac{63}{54} \pi = \frac{7}{6} \pi$$

$$T = t_1 + t_2 + t_3 = 5t_2 = \frac{35}{6} \pi = 5\pi 50 \text{ мин}$$

Ответ: ил покажите 5π 50 мин

№5.



Дано: $ABCD$ - трапеция,
 $BC \parallel AD$, $AD > BC$, $BM = MC$,
 $AK = KD$, $AL = CL$, $BN = ND$,
 $M \in BC$, $K \in AD$, $L \in AC$, $N \in BD$,
 $KM = LN$

До-м: $\angle ABO > 90^\circ$

До-во.

1. MN - ср. линия в $\triangle BCD \Rightarrow MN = \frac{1}{2}CD$ и $MN \parallel CD$
 KL - ср. линия в $\triangle CAD \Rightarrow KL = \frac{1}{2}CD$ и $KL \parallel CD$

$\Rightarrow KLMN$ - параллелограмм $MK = LN$ - диагонали и $MK \perp LN = O$
 $\Rightarrow MO = OK = OL = ON$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 9 4 6 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Если обозначить углы в $\triangle KLM$,
используя найденные малые углы
в $\triangle KLM$ и $\triangle KLN$, то $\angle MKL = \angle LKN = \angle KLM = \angle NML =$

$$= \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ, \text{ т.к. сумма углов в 4-х равна } 360^\circ.$$

$$2. CD \parallel AK \Rightarrow \angle CDA = \angle LKA, \text{ как соотв.}$$

$$NK \parallel AB \Rightarrow \angle BAD = \angle NKB, \text{ как соотв.}$$

$$\text{и } \angle ABD = \angle KND$$

$\angle AKD$ — развёрнутый

$$\Rightarrow \angle AKD = 180^\circ = \underbrace{\angle NKL}_{90^\circ} + \angle NKB + \angle LKA$$

$$\Rightarrow \angle NKB + \underbrace{\angle LKA}_{\angle ABC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle NKB + \angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle ADB < \angle ABC \Rightarrow \angle NKB + \angle ADB < 90^\circ$$

$$\angle KND + (\underbrace{\angle NKB + \angle ADB}_{< 90^\circ}) = 180^\circ \text{ (по т. о сумме углов треугольника)}$$

$$\underbrace{\angle NKB + \angle ADB + \angle KND}_{180^\circ} < 90^\circ + \angle KND$$

$$180^\circ < 90^\circ + \underbrace{\angle KND}_{\angle ABD}$$

$$90^\circ < \angle ABD$$

$$\angle ABD > 90^\circ \blacksquare$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 1 1 5 7 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. Ответ: 8

Оценка:

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	10	20	20	-	99

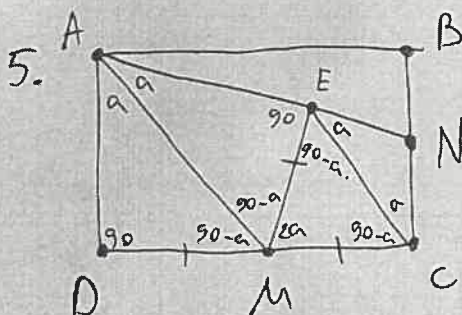
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть сумма всех чисел макс. 7. Тогда если мы рассмотрим сумму чисел во всех строках + сумму чисел во всех столбцах, то это будет сумма всех чисел, посчитанная дважды. Тогда если все 6 чисел, равные суммам по строкам и столбцам разные, то мин. значение всех этих сумм это $0+1+2+3+4+5=15$, т.к. все они целые и различные, а у нас эта сумма макс. 14, противоречие, т.е. сумма чисел всех 9 чисел в таблице мин. 8.

Пример:

$\sqrt{1}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	
0	0	1	$\sqrt{1}$ сумма чисел в 1 столбце - 0
0	2	1	$\sqrt{2}$ сумма чисел в 2 столбце - 2
0	0	4	$\sqrt{3}$ сумма чисел в 3 столбце - 6
			сумма чисел в 1 строке - 1
			сумма чисел в 2 строке - 3
			сумма чисел в 3 строке - 4

общая сумма чисел в таблице 8.



Проведем из точки M высоту на AN, и пусть это будет точка E. Обозначим $\angle DAM = \alpha$, и раз AM - биссектриса $\angle DAN$, $\angle NAM = \alpha$.

Тогда $\angle AMD = \angle AME = 90 - \alpha$, и $\triangle AMD = \triangle AME$ по стороне (AM общая) и 2 прилежащих угла ($\angle MAD = \angle MAE = \alpha$, $\angle AMD = \angle AME = 90 - \alpha$). Тогда $DM = ME = MC$. Проведем EC. $\angle EMC = 180 - (90 - \alpha) \cdot 2 = 2\alpha$, и раз $EM = MC$, $\angle CEM = 90 - \alpha = \angle ECM$. $\angle NEC = 180 - 90 - (90 - \alpha) = \alpha$,

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 1 1 5 7 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

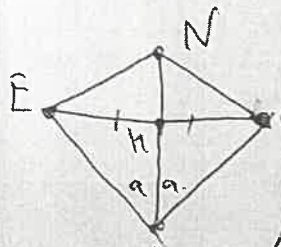
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$\angle NCE = 90 - (90 - \alpha) = \alpha$, тогда

и $EN = NC$, т.к. $\angle NEC =$

$= \angle NCE = \alpha$. Тогда рассмотрим $ENCM$:



Проведем MM -биссектрису, медиану и

высоту в $\triangle MEC$. тогда она будет медианой

и в $\triangle ENC$, т.е. NH -медиана, а т.е. и

EM высота и биссектриса в $\triangle ENC$, т.е. NH и

тут надо было подробнее

HM -одинаковая прямая, а $\angle EMH = \angle CMH = 90 : 2 = 45$

Тогда $\angle AMN = \angle AME + \angle EMN = 90 - \alpha + \alpha = 90$.

Ответ: $\angle AMN = 90^\circ$.

4. Возьмем за точку отсчета времени момент, когда N_1 пройдет мимо первого наблюдателя.

Тогда через время T N_2 пройдет мимо первого наблюдателя, и еще через $T - 2T$ с начала, N_3 пройдет мимо первого наблюдателя.

Пусть спустя время x с начала (точки отсчета), N_1 пройдет мимо второго наблюдателя. Тогда через $x + T$ с начала отсчета N_3 пройдет мимо наблюдателя, и через $x + T + T = x + 2T$ N_2 с начала отсчета N_2 пройдет мимо наблюдателя 2. Проверим все это в виде таблицы:

	N_1	N_2	N_3
набл. 1	0	T	$2T$
набл. 2	x	$x + 2T$	$x + T$

пусть расстояние между наблюдателями равно S . тогда N_2 со своей скоростью 9 км/ч проедет это расстояние за $x + 2T - T = x + T$ время, а N_3 со своей

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 1 1 5 7 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

скоростью 18 км/ч преодолел
S за $x + T - 2T = x - T$ время.

Получаем:

$$S = (x + T) \cdot 9 = (x - T) \cdot 18$$

$$x + T = 2x - 2T$$

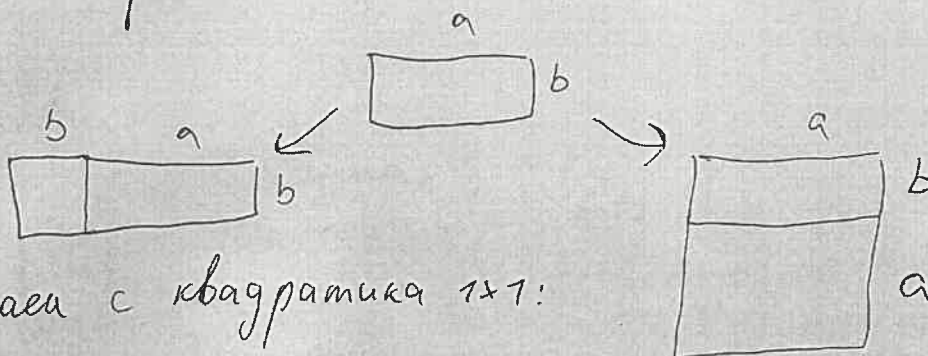
$$x + 3T = 2x, x = 3T$$

$$\text{тогда } S = (3T + T) \cdot 9 = 36T.$$

√1 преодолел 36T за $x = 3T$ $3T - 0 = 3T$, значит
его скорость - $36T : 3T = 12 \text{ км/ч}$.

Ответ: 12 км/ч.

3. Начнем рассматривать наши прямоугольники с конца, каждый раз добавляя квадрат как по условию на какую-то из сторон:



начинаем с квадратика 1x1:

1x1 к нему можно присоединить только 1x1:



пусть мы введем записи "ряд" - если в какой-то момент мы присоединили квадрат $u \times u$, а у нас было ещё "в ряду" - мы записываем у в "ряд". Таким образом, в ряду должны оказаться мин. 10 чисел, т.к. при разрезании получили квадраты 10 разных размеров.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

M	A	0	0	0	1	1	5	7	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

тогда заметим, что конечный наименьший размер исходного прямоугольника - это мин. сумма квадратов всех чисел n раз с.

Тогда пусть мы сможем доказать, что второе число в "ряду" мин. а третье число в "ряду" мин. а₂.... десятое число в "ряду" мин. а₁₀ - из этого автоматически следует, что размер искомого приближенного мин.

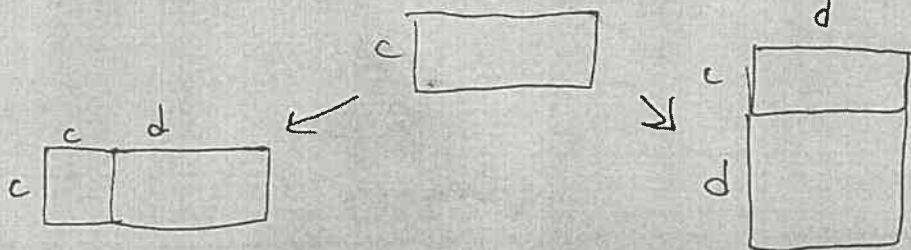
$1^2 + a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{10}^2 + 1$. Тогда найдем все такие a .

Пусть в какой-то момент у нас образовался $s \times d$, причём $s \leq d$ (замети, что квадратов у нас образоваться не может, т.к. если мы рассмотрим ходы в обратную сторону, то любой $m \times m$ нельзя разбить на квадрат + прямоугольник). Тогда после этого момента рассмотрим ближайшее ^{к нам} число, которое будет записано в "ряд":

замети, что в таком случае $s \neq d$

заметим, что в таком случае $c+d$ обязательно образовался от $(d-c) \cdot c + c^2$, и число c - последнее записанное число в ряду, и должно было быть записано

т.к. оно обязательно должно было быть записано в "ряд" + в (d-c) с не могло быть квадратов размера больше чем c-c. Тогда рассмотрим дерево вариантов:



Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 1 1 5 7 7 2 5

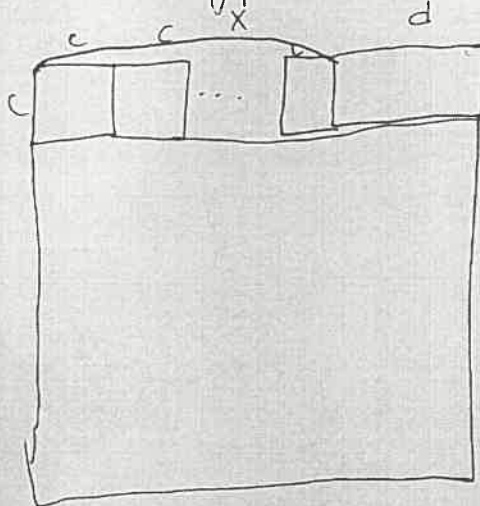
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

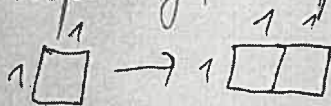
Тогда рассмотрим ми.
число в ряду после этого -

если мы пошл по пути $+d^2$, то оно равно d , а
если мы пошл по пути $+c^2$ то у нас не
получилось нового числа в "ряде". пусть в какой-т
момент мы перестали добавлять $+c^2$ и вместо этого
добавили квадрат с бо́льшей стороной прямоугольника.

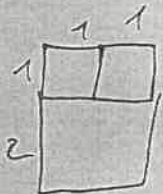


тогда новое число в ряду -
 $cx+d$, но $cx+d > d$, значит
если в какой-то момент у
 $cx+d$ нас образовался $cx+d$
 $c < d$, то следующее число в
"ряду" будет ми. d .
Мы получили такой индукционный

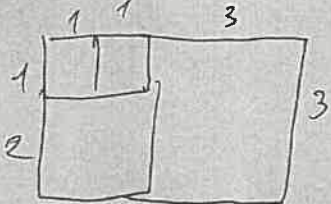
переход, и применим его с самого начала:



теперь следующее число в ряду
будет ми. 2 - присоединим 2×2 ;
т.к. прибавляя 1×1 мы не будем получать
наибольший размер



далее $2 \geq 3$, присоединяем 3×3 :



тогда третье число в ряду ми. 3.
после этого если мы будем получать
 $k \cdot l$, $k < l$, то следующее число в ряду
после $k-1$, после этого получится ми.
 $(k+1) \cdot l$ ($+l^2$), поэтому наш ряд чисел - просто

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А 0 0 0 1 1 5 7 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ряд чисел рифмично (без
повторяющейся 1), и поэтому
~~там~~ на 9 месте в ряду число 65, на 10 месте число 109,

и мин. разниц последующих приращивания из этого
равен $65 \cdot 109$

Ответ: $65 \cdot 109 = 7085$

Будет 2 дв-га 1×1 ,
потому 1 повторяется
на 18. Баллы не списаны (190)

2. $x^2 - 4x + a = 0$

Найдем корни уравнения:

$D = b^2 - 4ac$

$a = 1, b = -4, c = a$

$D = 16 - 4a$

$\sqrt{D} = \sqrt{16 - 4a}$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{16 - 4a}}{2}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 4a}}{2}$

$|x_1 - x_2| = \left| \frac{4 + \sqrt{16 - 4a}}{2} - \frac{4 - \sqrt{16 - 4a}}{2} \right| = \sqrt{16 - 4a}$

(+)

$\sqrt{12 - 4a} \neq \sqrt{16 - 4a} + 0,5$, но это невозможно,

т.к. $\sqrt{12 - 4a} \geq 0$, оба числа положительные,

$16 - 4a > 12 - 4a$, поэтому $\sqrt{16 - 4a} > \sqrt{12 - 4a}$, а у нас

$\sqrt{12 - 4a} > \sqrt{16 - 4a}$, значит таких a не существует

Ответ: таких a не существует

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

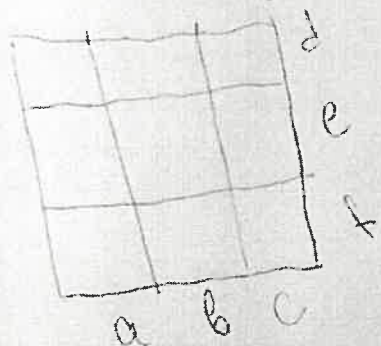


1	2	3	4	5	6
20	20	20	15	20	95

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №1.

Докажите, что сумма чисел во всех таблицах -
равна сумме чисел в 1, 2, 3 столбце и 1, 2, 3 строке \Rightarrow
если обозначить сумму чисел в 1 столбце за
 a , во 2 за b , в 3 за c и сумму чисел в 1 строке за
 d , во 2 за e , в 3 за f , то $a+b+c = d+e+f$.



a, b, c, d, e, f - различные неотрицательные
целые числа.

Докажем, что сумма чисел во всех таблицах -

Равно $\frac{a+b+c+d+e+f}{2} \Rightarrow a+b+c+d+e+f$ - четно, т.е.

если это не так, то сумма чисел не будет
числом.

$a+b+c+d+e+f \geq 0+1+2+3+4+5$, т.е. все числа

≥ 0 и они разные и различные

$a+b+c+d+e+f \geq 15$, но $a+b+c+d+e+f$ - четно \Rightarrow

$a+b+c+d+e+f \geq 16$, тогда

$\frac{a+b+c+d+e+f}{2} \geq 8$. Приведем пример, где

сумма чисел равна 8.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №1

0	0	0
1	1	0
0	2	4

Сумма по строкам:

0, 2, 6.

Сумма по столбцам:

1, 3, 4 - все суммы по строкам и

столбцам равны.

$$1 + 1 + 2 + 4 = 8.$$

Или проверим сумму и произвед.

Ответ: 8.

Задача №2.

$$x^2 - 4x + a = 0.$$

найдем корни через дискриминант.

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{16 - 4a}}{2}$$

$$x_2 = \frac{4 - \sqrt{16 - 4a}}{2}$$

$$x_1 - x_2 = \sqrt{16 - 4a}.$$

$$x^2 - 4x + a = 0$$

Тогда

МА 0000969025

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 42.

$$x_3 = \frac{4 + \sqrt{16 - 4a - 4}}{2} = \frac{4 + \sqrt{12 - 4a}}{2}$$

$$x_4 = \frac{4 - \sqrt{16 - 4a - 4}}{2} = \frac{4 - \sqrt{12 - 4a}}{2}$$

$$x_3 - x_4 = \sqrt{12 - 4a}$$

Итак:

$$\sqrt{16 - 4a} = \sqrt{12 - 4a} + \frac{1}{2}$$

По условию

$$= -\frac{1}{2}$$

$$16 - 4a = 12 - 4a + \sqrt{12 - 4a} + \frac{1}{4}$$

Тогда не

меньше, (205)

$$4 = \sqrt{12 - 4a} + \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{12 - 4a} = 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$12 - 4a = \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{225}{16}$$

$$4a = 12 - \frac{225}{16} = \frac{192 - 225}{16}$$

$$= -\frac{33}{16}$$

$$a = -\frac{33}{64}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{33}{64}$$

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 83

Заметим, что если в какой-то момент есть n примитивных со стороны $n \times m$, где $n > m$, то из них будут вылезать квадраты $m \times m$, пока $n \geq m$ и постепенно уменьшаясь до $m \geq m$ останется примитивным m , $n \geq m$, где 0 - остаток от деления. Если $n \geq m$, то вырешит полностью квадратов $m \times m$ и примитивным полностью вырешит. Пусть остался такой примитивный, тогда примитивным $n \times m$ мы получим из примитивных $n \times m \times n$, такой примитивным получим из

$n \times n \times m \times n \times m$ и т.д. Заметим, что $n \geq m \geq m$ не может быть (если предположим, что мы раньше будем примитивным, если сторона которого делится на m) (примитивным $\geq m$ можно получить только из примитивных $\geq m$ будем видеть, что ~~примитивным~~ примитивным $n \times m$ мы получим из примитивных $n \times m \times n$. Тогда из примитивных $n \times m$ - как можно меньше.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

n	m	Действие
1	1	вырезаем 1x1. - 1 раз.
2	1	вырезаем 1x1. - 1 раз.
3	2	вырезаем 2x2. - 1
5	3	вырезаем 3x3. - 3
8	5	вырезаем 5x5. - 4
13	8	вырезаем 8x8. - 5
21	13	вырезаем 13x13. - 6
34	21	вырезаем 21x21. - 7
55	34	вырезаем 34x34. - 8
89	55	вырезаем 55x55. - 9
144	89	вырезаем 89x89. - 10

Мы получили, что если n и m - взаимно простые, то ab раз произвольных угловых точек ab и 144×89 . Если n и m не взаимно простые, то n и m делят друг друга и ab и 144×89 - они взаимно простые.

Результат: 89×144 .

Вариант № 4

МА 0000969025

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

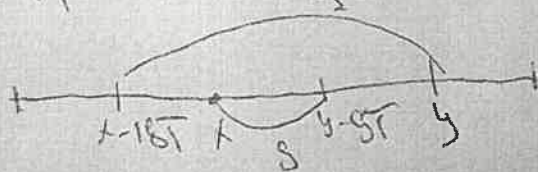
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4.

Пусть координата наблюдателя - x . Тогда, когда 2 наблюдателя проехали мимо него, то у 2-го координата $x - 9T$. Когда 2 наблюдателя проехали мимо x то у 3-го координата $x - 18T$.

Пусть координата наблюдателя - y , тогда когда 3 проехали мимо y , то у 2-го координата $y - 9T$. Тогда 3 проехали на $27T$ дальше, чем 2, а его скорость в 2 раза больше, чем 2, а проехали на $27T$ дальше с момента времени, когда 2 был в $x - 18T$, а 2 в x .



$$S_2 = 2S \Rightarrow y - (x - 18T) = 2(y - 9T - (x - 18T))$$

$$= 2y - 2x + 18T$$

$$y - x + 18T = 2y - 2x + 18T$$

$$y - x = 36T$$

1	2	3	4	5	6

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Решение 14.

$$x = -18T \times 4 = -18T \times 12T \times 4 = 36T$$

Когда 1 находится в $+36T$, то 3 находится в $+18T$.

~~6 в $+18T$. Когда находится в x , тогда~~

~~2 находится в $+9T$, а через $9T$ находится~~

~~6 в $+18T$. За $9T$ проехал $18 - 9T = 9T \Rightarrow$~~

~~тогда след в $+10$ след в $+18T = 18T$.~~

~~$= +180T$. Проехал $36T$, а проехал $20T$~~

Когда 1 находится в $+10$ 3 находится в $x = 36T$ (т.е. он проехал через $2T$).

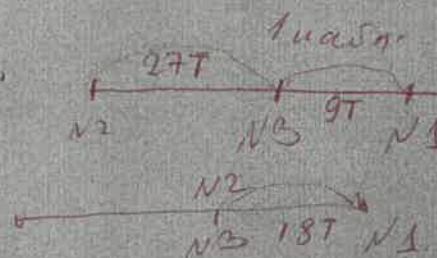
Проехал $36T + 2T = 38T$, а 1 проехал

$36T$. Тогда v_3 в $\frac{38}{36}$ раз больше, чем

$$v_{первого}. v_3 = \frac{2 \times 18 \times 66}{763} = \frac{72}{7} = 10 \frac{2}{7} \text{ км/ч}$$

Ответ: $10 \frac{2}{7} \text{ км/ч}$.

2 этап



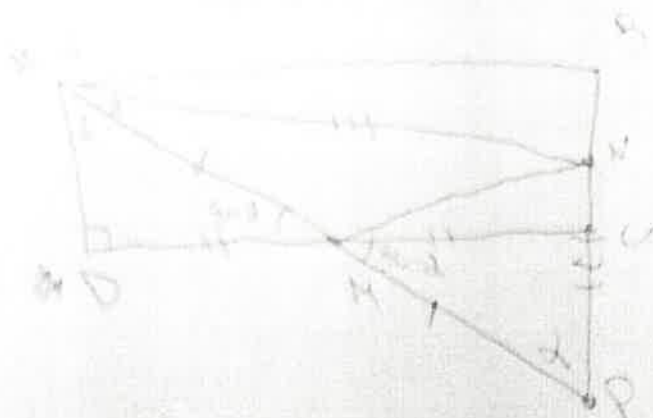
МА 0000969025

Вариант №

Шифр задания

1	2	3	4	5	6	Σ

Задания для решения (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Убедимся, что $AM = MN$.
За точку M , $MP = AM$.

Тогда $\triangle MPC = \triangle APM$ по
двум сторонам и углу между ними
 $\Rightarrow \angle PCN = 90^\circ \Rightarrow P$ лежит
на BC .

$$\angle MPC = \angle DAM = \alpha.$$

Рассмотрим $\triangle APN$. В нем $\angle PNN = \angle APN = \alpha \Rightarrow$

$AN = NP$. NN — медиана в $\triangle APN$, \Rightarrow она высота,
т.е. $\triangle APN$ — $PIB \Rightarrow \angle AMN = 90^\circ$.

Ответ: 90° .

Чертеж сильно не
соответствует условию.

На этом чертеже T, N — на
продолжении BC .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 7 9 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	15	20	-	95

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$2 \quad 11x - 7y + 3xy + x^2y = 160$$

$$11x - 7y + xy(3y + x) = 160$$

$$\text{По условию } xy = 9 \Rightarrow$$

$$11x - 7y + 9(3y + x) = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$x + y = 8$$

$$\text{тогда } x = 8 - y, \text{ тогда } xy = 9 \Rightarrow$$

$$y(8 - y) = 9$$

$$8y - y^2 = 9$$

$$y^2 - 8y + 9 = 0$$

$$D = 64 - 36 = 28$$

$$y = \frac{8 \pm \sqrt{28}}{2} = 4 \pm \sqrt{7}$$

$$\text{если } y = 4 + \sqrt{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 4 - \sqrt{7} \text{ (так } x + y = 8)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$(x + y)(x^2 - xy + y^2) \text{ по написанному выше равен}$$

$$8((4 + \sqrt{7})^2 - 9 + (4 - \sqrt{7})^2) = 8(16 + 16 + 7 + 7 - 9) = 8 \cdot 37 = 296$$

$$xy = 9$$

$$x^3 + y^3 = ?$$

$$\text{если } y = 4 - \sqrt{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 4 + \sqrt{7} \text{ (так } x + y = 8)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$= 8((4 - \sqrt{7})^2 - 9 + 4 + \sqrt{7})^2$$

$$= 8(16 - 16 + 7 + 7 - 9) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: 296

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

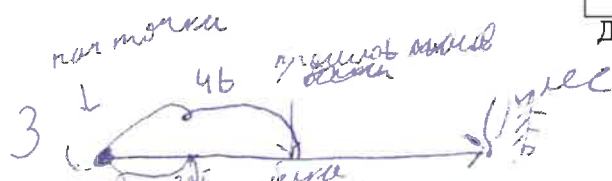
Вариант № 1

М А О О О 1 3 7 9 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Пусть когда белка садилась первого бельчонка
пошел час. \Rightarrow За это время белка пролетела
 $4t$ км, а 2ой бельчонок $1t$ км. \Rightarrow расстояние
между белкой и 2ым бельчком $= 4t - 1t = 3t$ км
они движутся навстречу друг-другу со скоростью
 $5 \frac{3}{5}$ км/ч. расстояние между ними $= 3t$ км. пролетит за
 $\frac{3}{5}t$ часов. К моменту встречи белка и 2ой
белки $(1 + \frac{3}{5}t)$ часов. \Rightarrow пролетит $\frac{8}{5}t$ км и будет по
первому бельчонку за время пока белка и 2ой
белка движутся навстречу пролетит еще $\frac{8}{5}t$ км \Rightarrow
он находится на расстоянии $= 4\frac{3}{5}t$ км от дома
и дальше он движется со скоростью $4 \frac{3}{5}$ км/ч.
Когда пролетит прибавим все время и тогда
время, что пролетит навстречу 2ой белочке
белка движется K часов, тогда

$$\frac{8}{5}t + 4K = 4\frac{3}{5}t + K \Rightarrow 3t = 3K \Rightarrow K = t$$

при этом первый бельчонок завершил путь

$$(4\frac{3}{5}t + K) \cdot \frac{5}{8} = 2,8 \text{ км}$$

$$4\frac{3}{5}t + K = 2,8 \cdot \frac{8}{5}$$

$$2,8 \text{ км} = 5\frac{3}{5}K = 5\frac{3}{5}t$$

$$\frac{2,8}{10} \text{ км} = \frac{2,8}{5} K = \Rightarrow K = t = \frac{1}{2} \text{ часа}$$

Всего 2ой Бельчонок шел
 $K + t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ час

$$K + t + \frac{3}{5}t = 1 + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{10} = 1,3 \text{ часа}$$

Он летит 1,3 часа

Ответ: 1,3 часа

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

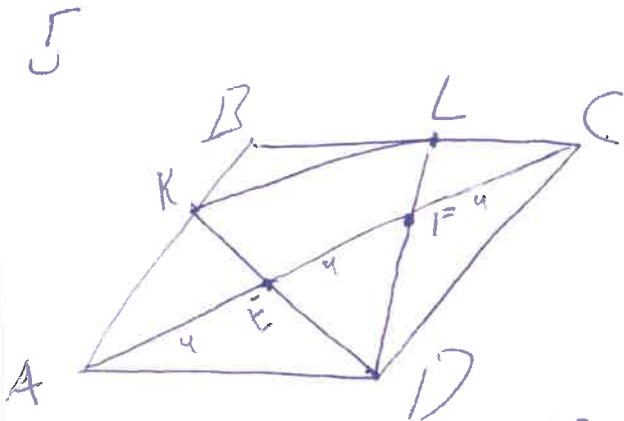
M	A	0	0	0	1	3	7	9	0	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

В рамке справа



$$AE = EF = CF = 4.$$

АВСД-пар. зрими

Получим $ABC17$ пар-грамм $\Rightarrow BC11AP$

$\angle LDA = \angle PLC$ (vertikal gegenüberliegende Winkel)
 $\angle CAD = \angle ACL$ (vertikal gegenüberliegende Winkel)

$$\Delta LCF \sim \Delta DAF \Rightarrow \frac{LF}{FD} = \frac{CF}{FA} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{matrix} m(LP-LK+FP) \\ FD=2 \\ LD=3 \end{matrix}$$

2 (FD-2) KEA - 22.10.19

$\angle ECD = \angle EAK$ - накрест. параллелин AB

$$\Rightarrow \Delta CED \sim \Delta KEA \Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{DE}{AK} = \frac{6}{4} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{AK}{DE} = \frac{1}{2}$$

7 $\Delta DEF \sim \Delta PQR$

2. $\angle PK$ - острый $\frac{ED}{LD} = \frac{2}{3} = \frac{ED}{PK} \Rightarrow \triangle DEF \sim \triangle PKL$

с координатной плоскостью EF KL $EF = 2$
 $KL = 4 \Rightarrow \frac{EF}{KL} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Order: 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 3 7 9 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1) означает
предположение

=> означает следовательно

1) ~~Как можно купить 11 пакетов (из 20 зеренок,
по 12=32 => парциальную сумму купителев
брош листов 32=16~~

4) Ответ: 16

4) Пусть сторона $\square = k$, тогда
будет гипотенуза $(k+11) \Rightarrow$ всего плиток $k^2 + 11k$.
пусть сторона квадрата $= a$, тогда $a^2 + 8$ - без плиток?

$$\Rightarrow k^2 + 11k = a^2 + 8$$

$$k(k+11) = a^2 + 8 \Rightarrow a^2 = k(k+11) - 8$$

заметьте, что если $a^2 = k(k+11) - 8$ то $k+11$ и $k-11$ - четные, тогда
а только одно из $k+11$ и $k-11$ делится на 4

$$a^2 = k^2 + 11k - 8$$

$$a = \sqrt{k^2 + 11k - 8}$$

при этом a - натур. $\Rightarrow k^2 + 11k - 8$
точное квадрат.

$$(k+2)^2 < k^2 + 11k - 8 < (k+8)^2 \Rightarrow k^2 + 11k - 8 = (k+3)^2 \text{ или } (k+4)^2$$

$$\text{Если } k^2 + 11k - 8 = (k+3)^2 \text{ то } k^2 + 11k - 8 = k^2 + 6k + 9$$

$$5k = 17$$

не целое

$$\text{Если } (k+4)^2 = k^2 + 11k - 8$$

$$k^2 + 8k + 16 = k^2 + 11k - 8$$

$$24 = 3k$$

$$k = 8 \Rightarrow IV = k(k+11) - 8 = 19 = 152$$

$$\text{Если } (k+5)^2 = k^2 + 11k - 8 \text{ то } k^2 + 10k + 25 = k^2 + 11k - 8$$

$$33 = k \Rightarrow IV = 11k + k^2 = 33 \times 33 + 33 \times 11 = 1452$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 7 9 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1. Пусть сумма денег = x , тогда цена
 зеленой группы = $\frac{1}{20}x$, а цена желтой = $\frac{1}{12}x$ ⇒
 ⇒ средняя цена группы = $\frac{\frac{1}{12}x + \frac{1}{20}x}{2} = \frac{\frac{5+3}{60}x}{2} =$
 $\frac{8}{120}x = \frac{1}{15}x$ ⇒ В среднем можно купить
 $x : \frac{1}{15}x = 15$ групп
 Ответ: 15

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О О 9 6 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

1	2	3	4	5	6	Σ
20	10	20	20	20	-	90

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Цена бел-во см-ти
Зелёные $\frac{\pi}{20}$ руб/шт 20 шт π руб
Жёлтые $\frac{\pi}{12}$ руб/шт 12 шт π руб

Пусть изначально нас π рублей, тогда цена зелёных ~~штуки~~ $\frac{\pi}{20}$ руб/шт, жёлтых $\frac{\pi}{12}$ руб/шт. Средняя цена:

$$\left(\frac{\pi^3}{20} + \frac{\pi^5}{12}\right) \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{3\pi}{60} + \frac{5\pi}{60}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{8\pi}{60} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8\pi}{120} = \frac{\pi}{15} \text{ руб/шт.}$$

За π рублей в среднем можно купить:

$$\pi : \frac{\pi}{15} = \frac{\pi \cdot 15}{\pi} = 15 \text{ (шт)}$$

Ответ: в среднем 15 штук.

№2

Преобразуем 2-е выражение:

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 11x - 7y + 3 \cdot \underset{\text{"числовое"}}{xy} \cdot y + \underset{\text{"числовое"}}{xy} \cdot x = 11x - 7y + 24y + 9x =$$

$$= 20x + 20y = 20(x+y) = 160$$

$$20(xy) = 160$$

$$x+y=8$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + \underline{xy} + y^2) = (x+y)(x^2 + 2xy + y^2) - xy = (x+y)(x+y)^2 - xy =$$

$$= 8 \cdot (8^2 - 9) = 8 \cdot (64 - 9) = 8 \cdot 55 = \underline{\underline{440}}$$

Ответ: $x^3 + y^3 = 440$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

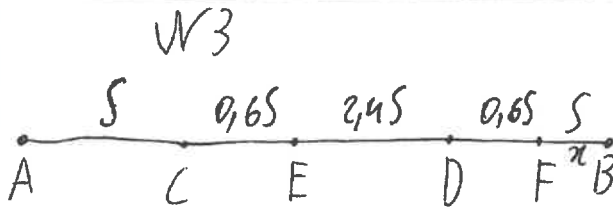
Вариант № 1

М А О О О О 9 6 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Путь А — начальная точка, В — конечная, тогда по условию $AB = 2,8 \text{ км}$.
 Путь белка ссадила первого бельчонка в точке D, а второй в это время оказалась в точке C. Путь $AC = S \text{ км} = t \cdot 1$, тогда $AD = t \cdot 4 = 4S \text{ км}$.
 Отсюда $CD = AD - AC = 4S - S = 3S \text{ км}$.

Белка и второй бельчонок встретились в т. E.
 $\sqrt{\text{белка}} = 1 + 4 = 5 \text{ км/ч}$ $t = \frac{CD}{5} = \frac{3S}{5}$ $CE = 1 \cdot \frac{3S}{5} = \frac{3S}{5} \text{ км}$, $ED = 4 \cdot \frac{3S}{5} = \frac{12S}{5} = 2,4S \text{ км}$

В это время первый бельчонок оказался в т. F. $DF = \frac{3S}{5} \cdot 1 = 0,6S$

Обозначим $FB = x$, тогда:

$$\frac{EB}{4} = \frac{FB}{1} \quad (\text{Белка и бельчата оказались в т. В одновременно по условию})$$

$$\frac{2,4S + 0,6S + x}{4} = x \quad | \cdot 4$$

$$3S + x = 4x$$

$$3x = 3S$$

$$x = S$$

$$AB = S + 0,6S + 2,4S + 0,6S + S = 5,6S$$

$$5,6S = 2,8, \quad S = 0,5 \text{ км}$$

$$\text{Путь белки: } S + 0,6S + 2,4S + 2,4S + 2,4S + 0,6S + S = 10,4S = 10,4 \cdot 0,5 = 5,2 \text{ км}$$

$$\text{Время: } t = \frac{5,2}{4} = \underline{\underline{1,3 \text{ ч}}}$$

Ответ: $t = 1,3 \text{ ч}$.

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О О 9 6 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

	1	2	3	4	5	6	Σ
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)							

$$ab = a(a+11) = a^2 + 11a$$

a и

$$n^2$$

$$b = a + 11$$

Пусть сторона квадрата — n .

$$N = ab = a(a+11) = a^2 + 11a \quad \Rightarrow a^2 + 11a = n^2 + 8$$

$$N = n^2 + 8 \text{ (по условию)}$$

$$a^2 + 11a - n^2 - 8 = 0$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-n^2 - 8) = 121 + 4n^2 + 32 = 153 + 4n^2$$

$$a = \frac{-11 \pm \sqrt{153 + 4n^2}}{2}, \text{ а т.к. } a \in \mathbb{N}, \text{ то } (\sqrt{153 + 4n^2}) \in \mathbb{N}, \text{ тогда пусть}$$

$$153 + 4n^2 = k^2$$

$$k^2 - 4n^2 = 153$$

$$(k-2n)(k+2n) = 153$$

$\in \mathbb{N}$

$\in \mathbb{N}$

$\in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{r} 153 \overline{) 3} \\ 51 \overline{) 3} \\ 14 \overline{) 14} \\ 1 \end{array}$$

$$\text{т.к. } 153 + 4n^2 = k^2, \text{ то } a = \frac{-11 \pm \sqrt{k^2}}{2} =$$

$$= \frac{-11 \pm k}{2} = \frac{-11 \pm k}{2}$$

$a = \frac{-11 - k}{2}$ не удовлетворяет условию, т.к. тогда $a < 0$.

Заметим, что $k \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}$, тогда $k+2n > k-2n$

$$\text{I. } \begin{cases} k-2n=9 \\ k+2n=17 \end{cases}$$

$$2k=26$$

$$k=13$$

$$13-2n=9$$

$$2n=4$$

$$n=2$$

$$a = \frac{-11+13}{2} = 1 \text{ — не удов.}$$

ул. з., т.к. $a > 1$ по ул.

$$\text{II. } 8 \cdot (8+11) = 12^2 + 8$$

$$8 \cdot 19 = 144 + 8$$

$$152 = 152 \text{ — верно, то}$$

$$\text{удов. ул. з., } N = \underline{152}$$

$$\text{II. } \begin{cases} k-2n=3 \\ k+2n=51 \end{cases}$$

$$2k=54$$

$$k=27$$

$$27-2n=3$$

$$2n=24$$

$$n=12$$

$$a = \frac{-11+27}{2} = 8$$

$$\begin{cases} k-2n=1 \\ k+2n=153 \end{cases}$$

$$2k=154$$

$$k=77$$

$$77-2n=1$$

$$2n=76$$

$$n=38$$

$$a = \frac{-11+77}{2} = 33$$

$$\text{III. } 33 \cdot (33+11) = 38^2 + 8$$

$$33 \cdot 44 = 1444 + 8$$

$$1452 = 1452 \text{ — верно, то}$$

$$\text{удов. ул. з., } N = \underline{1452}$$

Ответ: $N = \{152; 1452\}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

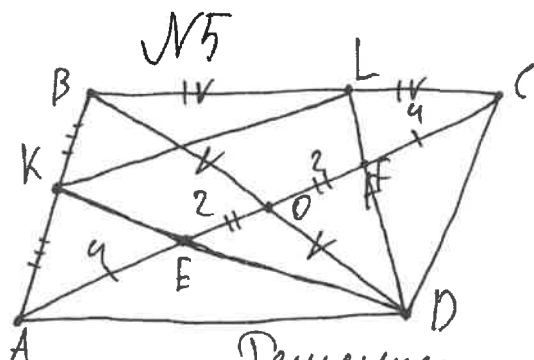


Вариант № 1

М А О О О О 9 6 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Решение:

① Д.п.: BD -диагональ, $BD \cap AC = O$ ② O -т. пересечения диагоналей, то $AO = OC$ (по св-ву диаг. паралл.

$$AO = OC = AC : 2 = 6. \quad BO = OD$$

$$\textcircled{3} \quad EO = AO - AE = 6 - 4 = 2 \quad | \quad \text{то } EO = OF$$

$$OF = OC - CF = 6 - 4 = 2$$

④ $\triangle ABD$, $BO = OD$, то AO -медиана по определению (по т.п.т.),
 $AE : EO = 4 : 2 = 2 : 1$, то E -т. пересечения медиан $\triangle ABD$,то DK -медиана, значит $AK = KB$, K -середина AB ⑤ Аналогично $\textcircled{4}$ F -т. пересечения медиан $\triangle CDB$, то
 DL -медиана, $BL = LC$, L -середина BC ⑥ $\triangle ABC$, K и L -середины сторон AB и BC , значит KL -средняя
линия $\triangle ABC$ (по определению), значит по свойству средней линии

$$KL = AC : 2 = 12 : 2 = \underline{\underline{6}}$$

Ответ: $KL = 6$.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Дано: $ABCD$ -паралл., $AC = 12$, $E \in AC$, $F \in AC$,
 $AE = EF = FC$, $DE \cap AB = K$, $DF \cap BC = L$.Найти: KL .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

M A 0 0 0 1 2 5 6 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	5	20	20	-	85

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2.

Решение:

$$9x - 7y + 3xy \cdot y + xy \cdot x = 340. \text{ Подставим } xy = 8:$$

$$9x - 7y + 24y + 8x = 340 \quad | :17$$

$$x + y = 20$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 20^2 - 2 \cdot 8 = 384$$

Ответ: 384

№3 Решение:

Пусть x - длина короткой стороны прямоугольника, y - длина стороны квадрата. Тогда: $x > 2, y > 0$

$$x(x + 7) = y^2 + 17 = N$$

$$y^2 = x^2 + 7x - 17$$

Если $x = 3$ ($x > 2$), то $y = \sqrt{3^2 + 3 \cdot 7 - 17} = \sqrt{13} \notin N$ (нат. числа)

$x = 4, \quad y = \sqrt{4^2 + 4 \cdot 7 - 17} = \sqrt{43} \notin N$ (нат. числа)

$x = 5, \quad y = \sqrt{5^2 + 5 \cdot 7 - 17} = \sqrt{43} \notin N$ (нат. числа)

$x = 6, \quad y = \sqrt{6^2 + 6 \cdot 7 - 17} = \sqrt{61} \notin N$ (нат. ч.)

Если $x = 7$, то $y = \sqrt{7^2 + 7 \cdot 7 - 17} = 9$ - нат. число $\Rightarrow y = 9, N = 98$

Ответ: 98.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

МАООО1256925

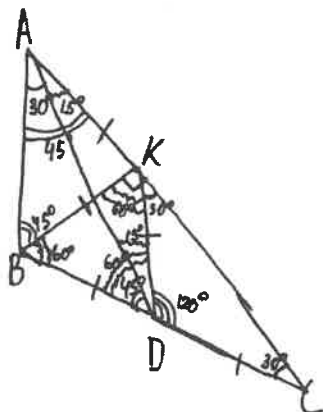
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5.

Решение:



Построим

Построим $BK \perp AC$

В прямоуг. $\triangle BKC$ $\angle C = 30^\circ \Rightarrow BK = \frac{1}{2} BC = BD = DC$, $\angle KBC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

В равноб. $\triangle BKD$ ($BK = BD$) $\angle KBD = 60^\circ \Rightarrow \angle BDK = \angle BKD = (180^\circ - 60^\circ) : 2 = 60^\circ$
 $\Rightarrow \triangle BKD$ - равноб., $BD = BK = KD$

В равноб. $\triangle DKC$ ($KD = DC$) $\angle C = \angle DKC = 30^\circ \Rightarrow \angle KDC = 180^\circ - 30^\circ \cdot 2 = 120^\circ$

$\angle BDA + \angle ADK + \angle KDC = 180^\circ \Rightarrow \angle ADK = 15^\circ$

В $\triangle ADC$ $\angle DAC = 180^\circ - \angle C - \angle ADC = 180^\circ - \angle C - \angle ADK - \angle KDC =$
 $= 15^\circ \Rightarrow$ В $\triangle AKD$ $\angle DAC = \angle ADK = 15^\circ \Rightarrow \triangle AKD$ - равноб. ($AK = KD$)

В прямоуг. равноб. $\triangle AKB$ ($AK = BK$) $\angle BAK = \angle ABK = 45^\circ$

$\angle BAK = \angle BAD + \angle DAC \Rightarrow \angle BAD = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$

Ответ: 30°

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 2 5 6 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

Решение:

- 1) $300 : 6 = 50$ (р/кг) — цена картофеля у 1-ого продавца.
- 2) $300 : 4 = 75$ (руб/кг) — цена у 2-ого
- 3) $\frac{50+75}{2} = 62,5$ (руб/кг) — средняя цена
- 4) $300 : 62,5 = 4,8$ (кг) — в среднем картофеля можно купить

Ответ: 4,8 кг

№4.

Решение:

Зюза и Жасмин попали в Придсятое в одно время (и волк), их скорости меньше (20 км/ч и 4 км/ч) \Rightarrow время на волке Зюза и Жасмин равны, время пешком — одинаково. Пусть t_1 ч — время, которое волк показывает, сколько волк нес Зюзю или Жасмин, t_2 ч — время, сколько волк бежал к Жасмин. Тогда: $t_1 + t_2$ — время пешком у Зюзы и Жасмин. $t_1 + t_1 + t_2 = 2t_1 + t_2$ — время ~~пешком~~ общее. За это время принцесса прошла/прошла 80 км, а волк — $(80 + 2 \cdot 20t_2)$ км. ~~и~~ Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 20t_1 + 4(t_2 + t_1) = 80 \\ 20 \cdot (2t_1 + t_2) - 40t_2 = 80 + 40t_2 \end{cases}$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 1 2 5 6 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4.

Продолжение решения:

$$\begin{cases} 24t_1 + 4t_2 = 80 & | \cdot (-1) \\ 40t_1 - 20t_2 = 80 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} -24t_1 - 4t_2 = -80 \\ 40t_1 - 20t_2 = 80 \end{cases}$$

$$16t_1 - 24t_2 = 0 \quad | : 8$$

$$2t_1 = 3t_2$$

$$\underline{t_1 = 1,5t_2}$$

$$24 \cdot 1,5t_2 + 4t_2 = 80$$

$$40t_2 = 80 \quad | : 40$$

$$\underline{t_2 = 2}$$

Поша:

$$t_1 = 1,5 \cdot 2$$

$$\underline{t_1 = 3}$$

$$\text{Общее время: } 2t_1 + t_2 = 2 \cdot 3 + 2 = 8 \text{ (ч)}$$

Ответ: 8 ч

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 3 1 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	10	20	5	20	-	85

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 1.

Пусть x — сумма денег, на которую можно купить 12 яиц. Тогда зеленая курица стоит $\frac{x}{12}$ рублей, а яйцо — $\frac{x}{12}$. Средняя цена курицы равна $\frac{\frac{x}{20} + \frac{x}{12}}{2} = \frac{(\frac{3x+5x}{60})}{2} = \frac{x}{15}$. Следовательно, в среднем на эту сумму денег можно купить 15 яиц.

Задача 2.

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

$$11x - 7y + 3y(xy) + x(xy) = 160$$

П.к. $xy = 9$:

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20(x+y) = 160$$

$$x+y = 8$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) = (x+y)(x^2 + 2xy + y^2 - 3xy) =$$

$$= (x+y)((x+y)^2 - 3xy)$$

Подставляя $x+y=8$ и $xy=9$, получаем:

$$8(8^2 - 3 \cdot 9) = 8(64 - 27) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: $x^3 + y^3 = 296$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № А

М А О О О 1 0 3 1 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3.

Белка Белочка пошла в соседний лес одновременно, а значит и расстояние следовательно, все белка была одинаковое время. Пусть x - расстояние, которое белка была одного белочка, тогда y - расстояние, которое она прошла навстречу второму. Поскольку скорость белки в 4 раза выше скорости белочка $x+y = 4(x-y)$, где $(x-y)$ - расстояние, которое прошла второй белочек.

$$x+y = 4(x-y)$$

$$3x = 5y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$$

Разделим все расстояние на 7 частей по $\frac{28}{7} = 0,4$ км. ^{Подбор или не обоснованно} Белка прошла 5 частей к соседнему лесу, потом вернулась на 3 части к второму белочку. Наконец она вместе со вторым белочком прошла 5 частей и пришла в соседний лес. Итого она прошла $0,4(5+3+5) = 5,2$ км. А время ее движения равно $\frac{5,2}{4} = 1,3$ ч = 1 час 18 минут.

Ответ: 1 час 18 минут.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

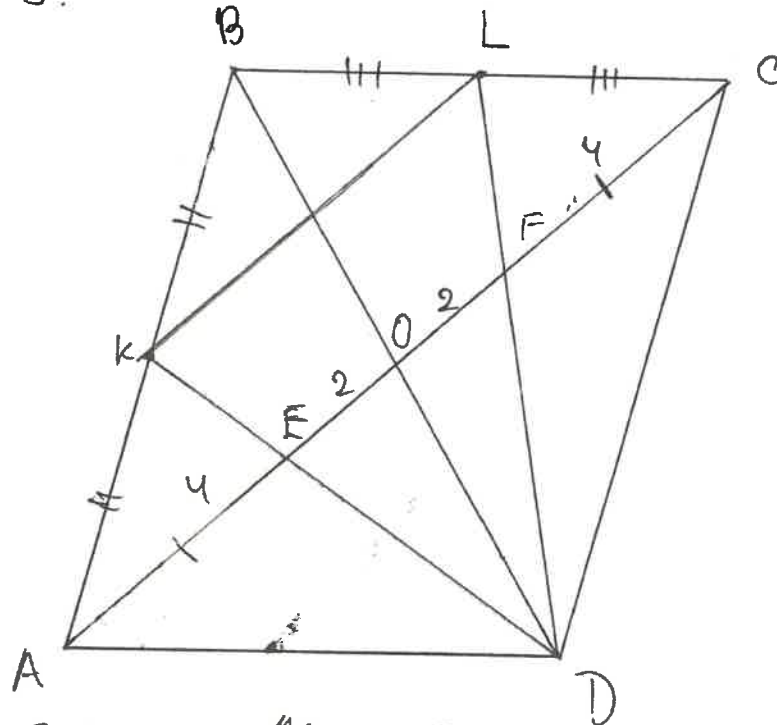
М А О О О 1 0 3 1 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 5.



$AE = EF = CF = \frac{AC}{3} = 4$. Пусть O — точка пересечения диагоналей $ABCD$. Тогда, т.к. диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам, $AO = OC$, а т.к. $AE = CF$, то $EO = OF$ и $EO = OF = \frac{EF}{2} = 2$. Также $BO = OD$, следовательно, AO — медиана $\triangle ABD$, которая делится KD в отношении $2:1$, следовательно, KD — тоже медиана $\triangle ABD$. Тогда $AK = AB$. Аналогично, CO — медиана $\triangle CBD$, деленная DL в отношении $2:1$, следовательно, DL — медиана $\triangle ABC$. Тогда KL — средняя линия $\triangle ABC$, следовательно $KL = \frac{AC}{2} = 6$.
 Ответ: 6.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 3 1 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача ч.

Возможен вариант $N=152$.
 $N=12^2 \cdot 8 = 144 + 8$.

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Итого $N = 8(8+11) = 8 \cdot 19$ и

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 7 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	5	20	-	85

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2
 $x \cdot y = 9$

$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$

Подставим во второе уравнение в третье и четвертое слагаемые известное нам значение $x \cdot y$

$11x - 7y + 27y + 9x = 160$

$20x + 20y = 160$

$x + y = 8$

Нам нужно найти значение

$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

Значение $x + y$ нам уже известно. Остается найти значение непанного квадрата разности. Для этого возведем $x + y = 8$ в квадрат

$(x + y)^2 = 8^2$

$x^2 + 2xy + y^2 = 64$

$x^2 + 2xy - 3xy + y^2 + 3xy = 64$

$x^2 - xy + y^2 + 3 \cdot 9 = 64$

$x^2 - xy + y^2 = 37$

$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 8 \cdot 37 = 296$

Ответ: 296

№3

Пусть x - брама которое Белка двинулась с первым Белогонком

y - брама которое Белка двинулась без Белогонка

z - брама которое Белка двинулась со вторым Белогонком

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

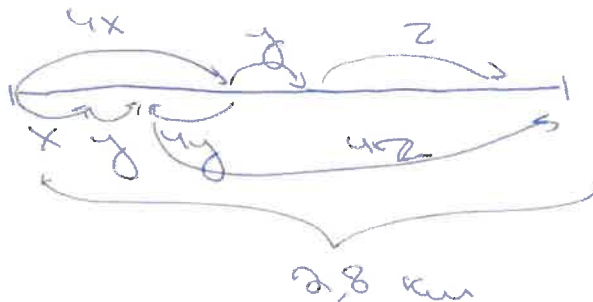
М А О О О 1 0 7 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Схематично изобразим все перемещения



$$\begin{cases} 4x + y + z = 2,8 \\ x + y + 4z = 2,8 \\ x + y + 4y = 4x \end{cases}$$

Решим систему.
Получаем, что:

$$\begin{aligned} x &= z \\ 3x &= 5y \\ y &= \frac{3}{5}x \end{aligned}$$

Подставим значение в одно из уравнений

$$x + \frac{3}{5}x + 4x = 2,8$$

Отсюда:

$$x = \frac{1}{2} (2) = 30 \text{ мин}$$

$$z = \frac{1}{2} (2) = 30 \text{ мин}$$

$$y = \frac{3}{5} (2) = 18 \text{ мин}$$

$$x + y + z = 78 \text{ мин}$$

Ответ: 78 минут

NS

Построим параллелограмм ABCD и проведем в нем нужные отрезки DK и DL



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

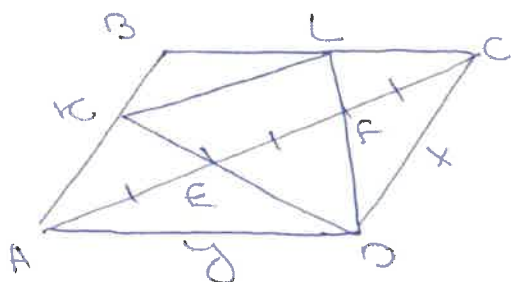
Вариант № 1

М А О О О 1 0 7 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

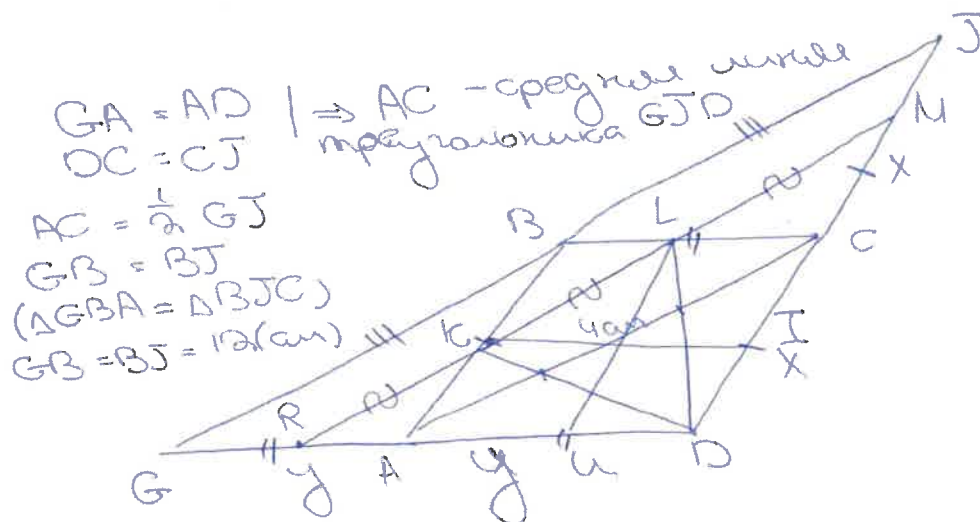


$$AC = 12 \text{ (см)}$$

$$AE = EF = FC = 4 \text{ (см)}$$

Пусть стороны AB и CD равны x , а
стороны BC и AD равны y
 $AB = CD$ т.к. $ABCD$ - параллелограмм
 $BC = AD$

Продлим отрезки CD и AD на равные отрезки
 AG и CJ и соединим GJ между собой



$GA = AD \Rightarrow AC$ - средняя линия
треугольника GJD
 $OC = CJ$

$$AC = \frac{1}{2} GJ$$

$$GB = BJ$$

$$(\triangle GBA = \triangle BJC)$$

$$GB = BJ = 12 \text{ (см)}$$

$$AB = CJ$$

$$AC = BJ$$

$$AC \parallel BJ \text{ (ср. линия)}$$

$$AB \parallel CJ \text{ (} ABCD \text{ - параллелограмм, а } CJ \text{ - продолжение } CD \text{)}$$

$\Rightarrow ABJC$ - параллелограмм

Продлим KL , тогда прямая пересекла AD и
 DJ в точках R и M соответственно



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 7 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Проведем отрезок $LU \parallel DJ$

Рассмотрим $\triangle RLK$
по теореме Пифагора $RA = AL$

Рассмотрим $\triangle RMD$
по теореме Пифагора о пропорциональных отрезках

$$\frac{RA}{AD} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow RA = AL = LD = GA$$

Рассмотрим $\triangle GCA$

~~Рассмотрим $\triangle GCA$~~

Аналогично проведем $KI \parallel GD$
и по теореме Пифагора ($\triangle MIK$ и $\triangle RDM$)

$$DI = IC = CM = MJ$$

$\Rightarrow R$ — середина AG

M — середина CJ

RM — средняя линия трапеции $GACJ$

$$RM = \frac{1}{2} (24 + 12) = 18$$

$$KL = \frac{1}{3} \cdot RM = 6 \text{ см}$$

Ответ: 6 см

№1
цена одной заёмной книги равна $\frac{x}{20}$
цена одной учебной книги равна $\frac{x}{12}$
средняя цена одной книги равна:
$$\left(\frac{x}{20} + \frac{x}{12}\right) \cdot 2 = \frac{8x}{60} \cdot 2 = \frac{8x}{30} = \frac{2x}{15} = \frac{x}{15}$$

За x рублей мы сможем купить 6
средних $x : \frac{x}{15} = 15$ книг

Ответ: 15

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 7 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



x - длинная сторона
 y - короткая сторона
 $x \cdot y = N$
 N - всего деталей
 $x = y + 11$
 z - сторона квадрата
 $N = z^2 + 8$
 $x \cdot y = z^2 + 8$
 $y(y + 11) = z^2 + 8$
 $y^2 + 11y = z^2 + 8$
 $y^2 + 11y - 8 = z^2$

Теперь методом подбора подбираем такой y , чтобы после подстановки его в уравнение y нас получилась квадрат натурального числа

Подставим число 8:

$$64 + 88 - 8 = 144$$

$$144 = 12^2 \quad \text{— подходит}$$

Тогда короткая сторона равна 8, а длинная на 11 больше, то есть 19

$$8 \cdot 19 = 152 \quad \text{(всего деталей)}$$

Ответ: 152

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 5 2 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	5	20	-	85

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N:2

$$xy = 9 \quad (1)$$

$$11x - 4y + 3xy^2 + x^2y = 160. \quad (2)$$

1) $3xy^2 = 3xy \cdot y = 27y$ (Подставим эти выражения в (2))

$$x^2y = xy \cdot x = 9x$$

$$11x - 4y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 23y = 160 \quad | :20$$

$$x + y = 8 \quad (3)$$

2) $(x+y)^3 = 8^3$ (Возведём обе части в 3 степени)

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 512$$

$$x^3 + y^3 + 3xy(x+y) = 512 \quad (\text{Подставим } xy \text{ и } x+y)$$

$$x^3 + y^3 + 3 \cdot 9 \cdot 8 = 512$$

$$x^3 + y^3 = 296$$

$$\text{Ответ: } x^3 + y^3 = 296$$

N:5

Дано:

ABCD - параллелограмм
AE = EF = FC
AC = 12

Найти:
KL

Решение:

1) П.к. ABCD - параллелограмм

$\Rightarrow AB \parallel CD; AD \parallel BC;$

$AD \parallel BC; AB \parallel CD.$

2) Рассмотрим цепочку

с при || прямых и секущей $\Rightarrow \angle DAC = \angle BCA; \angle BAC = \angle ACD.$

3) Рассмотрим $\triangle AFD$ и $\triangle LFC$:

1. $\angle DAC = \angle BCA$ (по доп.) $\Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle LFC$ по I пр.

2. $\angle LFC = \angle AFD$ (верт.) (по 2-й)

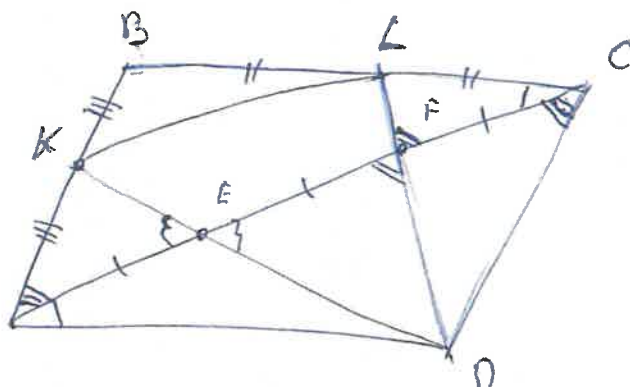
$\Rightarrow \triangle$ соответствующие элементы пропорциональны \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{AD}{LC} = \frac{AF}{FC}$$

П.к. $AE = EF = FC$, а $AF = AE + EF = 2FC \Rightarrow AF = 2FC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AD}{LC} = 2 \Rightarrow AD = 2LC = BC \Rightarrow BL = BC - LC = 2LC - LC = LC \Rightarrow$$

$\Rightarrow L$ - середина BC



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 5 2 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

4) Рассмотрим $\triangle AKE$ и

$\triangle CED$:

1. $\angle KAC = \angle ACD$ (по доп.)

2. $\angle KEA = \angle CED$ (вертик.)

$\Rightarrow \triangle AKE \sim \triangle CED$ по 1 и 2 (по 2-е)

У $\sim \triangle$ соответствующие стороны пропорциональны \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{AK}{DC} = \frac{AE}{EC}$$

П.ч. $AE = EF = FC$, а $EC = EF + FC = 2AE \Rightarrow EC = 2AE$.

$$\frac{AK}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DC = 2AK \Rightarrow AB = 6AK \Rightarrow BK = AB - AK =$$

$$= 2AK - AK = AK \Rightarrow K - \text{середина } AB.$$

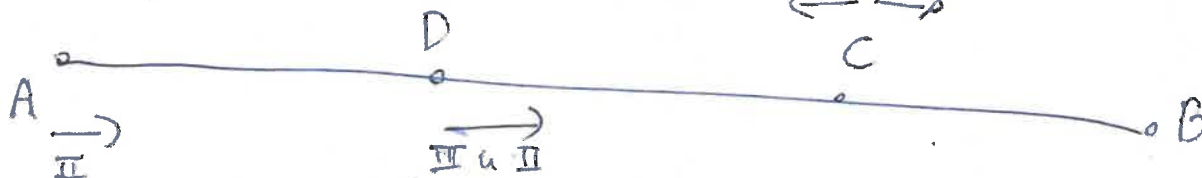
5) П.ч. L и K - середины BC и $AB \Rightarrow KL$ в $\triangle ABC$

KL - средняя линия $\Rightarrow KL = \frac{1}{2} AC = 6$

Ответ: $KL = 6$

$$N=3 \quad \frac{III + I}{\longrightarrow}$$

$$\frac{III}{\longleftarrow} \quad \frac{I}{\longrightarrow}$$



Обозначим A - лес; B - соседний лес; D - точка встречи II бельчонка и III белочки (белки); C - точка, в которой белка съедла I бельчонка.

По рисунку I - I бельчонка; II - II бельчонка; III - белка. По условию они все пришли в одно время. \Rightarrow времена на пути t равны.

$$\begin{cases} (I) t = \frac{AC}{4} + \frac{CB}{1} & 1 \cdot 4 \\ (II) t = \frac{AD}{1} + \frac{BD}{4} & 1 \cdot 4 \\ (III) t = \frac{AC + DC + DB}{4} & 1 \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4t = AC + 4CB = AD + DC + 4CB & (1) \\ 4t = 4AD + BD = 4AD + DC + CB & (2) \\ 4t = AC + DC + DB = AD + 3DC + CB & (3) \end{cases}$$

$$(2) = (3): 4AD + DC + CB = AD + 3DC + CB \quad | - CB$$

$$3AD = 2DC$$

$$DC = 1,5 AD$$



Вариант № 1

М А О О О 1 6 5 2 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$(1) = (2): AD + DC + 4 CB = 4 AD + DC + CB$$

$$3 CB = 3 AD$$

$$AD = CB$$

По условию весь путь $AB = 2,8 \text{ км}$

$$AB = AD + DC + CB = 3,5 AD \Rightarrow AD = \frac{2,8}{3,5} = \frac{4}{5} \text{ км}$$

$$\text{Из (1)} \quad 4t = AD + DC + 4 CB = 6,5 AD$$

$$4t = 6,5 \cdot \frac{4}{5}$$

$$t = \frac{6,5}{5} = 1,3 \text{ ч}$$

Ответ: Им понадобилось 1,3 ч.

$N=1$ Обозначим сумму денег - S . Пусть ^{зеленая} фишка стоит x , а желтая фишка стоит y . Тогда:

$$S = 20x = 12y \Rightarrow x = \frac{S}{20}; \quad y = \frac{S}{12}$$

$$\text{Тогда средняя цена 1 фишки} = \left(\frac{S}{20} + \frac{S}{12} \right) : 2 = \left(\frac{3S}{60} + \frac{5S}{60} \right) : 2 = \frac{4S}{60} = \frac{S}{15}$$

Пусть кол-во фишек, которое мы можем купить на эту сумму денег K . Тогда $S = \frac{S}{15} K \Rightarrow K = 15$.

Ответ: 15.

$N=4$ Пусть короткая сторона прямоугольника x , а сторона квадрата - y . При этом $x > 1$. Составим уравнение: $N = x(x+1) = y^2 + 8$. Заметим, что при $x=8$ условие выполняется и $y^2 = 144 \Rightarrow y = 12$. $N = 8 \cdot 19 = 152$. Этот вариант возможен, т.к. мы знаем, что квадратные числа - 1×1 , т.е. x и y должны быть целыми.

Ответ: $N=152$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 1 9 8 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №1

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	5	20	20	-	85

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$6 \text{ кг} - 300 \text{ р.} \rightarrow 1 \text{ кг} = 50$$

$$4 \text{ кг.} - 300 \text{ р.} \rightarrow 1 \text{ кг} = 75$$

$$\text{средняя цена} = \frac{50 + 75}{2} = 62,5$$

$$300 : 62,5 = 4,8 \text{ кг.}$$

Ответ: 4,8 кг.

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 9 8 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

Дано: в прямоугольнике
где стороны обозначим за x и y , стороны:

$$x > 2 \quad \text{и} \quad y = x + 7. \Rightarrow y > 9$$

В квадрате где стороны $= a$ состоит из $a^2 - 17$ плиток

Решение:

$$N = xy \text{ - в прямоугольнике}$$

$$N = x \cdot (x + 7) \text{ тк } y = x + 7.$$

$$\text{также } N = a^2 + 17 \text{ тк. квадрат составили из } N - 17 \text{ плиток.}$$

$$\begin{cases} x(x + 7) = N \\ a^2 + 17 = N \end{cases}$$

~~$$x(x + 7) = a^2 + 17$$~~

~~$$x^2 + 7x - a^2 + 17 = 0$$~~

$$a^2 + 17 = x(x + 7)$$

$$a^2 + 17 = x^2 + 7x$$

$$a^2 + 17 - x^2 - 7x = 0$$

$$(a - x)(a + x) - 7x + 17 = 0$$

$$\text{подходит } N = 98.$$

$$\text{где } a = 9 \text{ и } x = 7$$

проверим:

$$7(7 + 7) = 7 \cdot 14 = 98$$

$$9^2 + 17 = 81 + 17 = 98$$

⇒ Ответ: кле плиток 98

ВНИМАНИЕ! Пронумерованы только те, что записаны с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 1 9 8 0 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №2

Дано: $xy=8$; $9x-7y+3xy^2+x^2y=340$

Найти: x^2+y^2

Решение:

$$x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy \text{ так как } (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2.$$

$$9x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 340$$

можно выносить общие множители:

$$9x + x^2y + 3xy^2 - 7y = 340$$

$$x(9 + xy) + y(3xy - 7) = 340. \text{ подставим } xy = 8$$

$$x(9 + 8) + y(3 \cdot 8 - 7) = 340$$

$$17x + y(24 - 7) = 340$$

$$17x + 17y = 340$$

$$17(x + y) = 340$$

$$x + y = \frac{340}{17}$$

$$x + y = 20$$

можно подставить

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$(x + y)^2 - 2xy = 20^2 - 2 \cdot 8 = 400 - 16 = 384$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 384$$

$$\text{Ответ: } x^2 + y^2 = 384$$

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 2

МАООО1980525

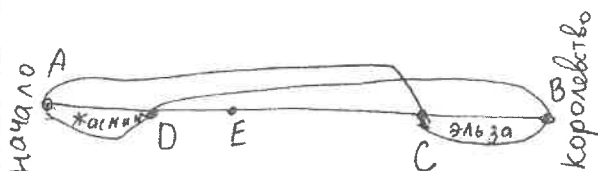
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$AB = 80 \text{ км.}$$



Точка C - это место, где Волк оставил Эльзу и обозначим AC за x , тогда $CB = 80 - x$. Тогда время, за которое Волк перенесет Эльзу, это $x : 20$ часов. Так как скорость Волка в 5 раз больше скорости принцессы ($20 : 4 = 5$), то если Волк прошел с Эльзой x км, то Жасмин за это время прошла в 5 раз меньше, то есть $\frac{x}{5}$. Пусть когда Волк находится в т. C, она будет в т. D. \Rightarrow между ними расстояние $DC = x - \frac{x}{5} = \frac{4x}{5}$. Найдем время через которое они встретятся («Жасмин и Волк») $t = \frac{\frac{4x}{5}}{20 + 4} = \frac{\frac{4x}{5}}{24} = \frac{x}{30}$ ч. Тогда Жасмин пройдет $\frac{x}{30} \cdot 4 = \frac{2x}{15}$ км. Обозначим место встречи Жасмин и Волк через т. E. Тогда Жасмин пройдет $\frac{2x}{15} + \frac{x}{5} = \frac{5x}{15}$ км, то есть $\frac{x}{3}$ (от A до E). Тогда от E до B ~~остаток~~ $= 80 - \frac{x}{3} = \frac{240 - x}{3}$ км.

Тогда, зная что все пришли в королевство одновременно, то время Эльзы от C до B = время Волка от C до E и от E до B составим уравнение

$$\frac{80 - x}{4} = \frac{x}{30} + \frac{240 - x}{3 \cdot 20}$$

$$\frac{15(80 - x)}{60} = \frac{2x}{60} + \frac{240 - x}{60}$$

$$15(80 - x) = 240 + x$$

$$1200 - 15x = 240 + x$$

$$1200 - 240 = 15x + x$$

$$960 = 16x$$

$$x = 60$$

Тогда общее время движения:

$$60 : 20 + (80 - 60) : 4 = 3 + 5 = 8 \text{ часов}$$

Ответ: 8 часов



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

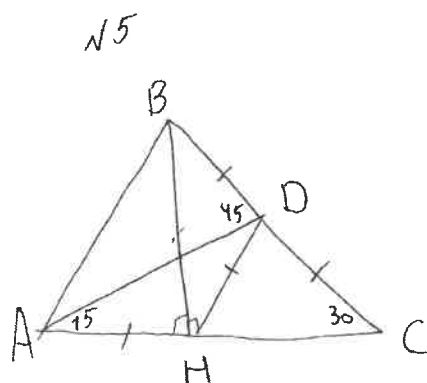
Вариант № 2

МА 0001980525

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Дано: $\angle BCA = 30^\circ$; $\angle BDA = 45^\circ$; $BD = DC$

Найти: $\angle BAD$

Решение: проведем высоту BH.

$\angle HBD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ по свойству

угла 30° в прямоугол. $\triangle BHD = \frac{1}{2} BC = BD = DC$. проведем DH.

$\triangle BHD$ - равнобедр. $\Rightarrow \angle BHD = \angle BDH = (180^\circ - 60^\circ) : 2 = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle BHD$ - равносторон. $\Rightarrow \angle ADH = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$

$\angle ADC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$. $\angle DAC = 180^\circ - 135^\circ - 30^\circ = 15^\circ$

$\Rightarrow \triangle ADH$ - равнобедр. так как $\angle PAH = \angle ADH = 15^\circ$

$\Rightarrow AH = DH$

$\Rightarrow \triangle BHA$ - равнобедр. тк. $BH = AH = DH$

$\Rightarrow \angle BAH = \angle HBA = 90^\circ : 2 = 45^\circ$

$\angle BAD = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$

Ответ: $\angle BAD = 30^\circ$

ВНИМАНИЕ: Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
и рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	3	0	7	3	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	5	20	-	85

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Возьмём сумму денег за x , тогда одна зм. урча будет стоить $\frac{x}{20}$, а желтая $\frac{x}{12}$.

Средняя стоимость этих урч:

$$\frac{\frac{x}{20} + \frac{x}{12}}{2} = \frac{\frac{32x}{240}}{2} = \frac{16x}{240} = \frac{x}{15}$$

Тогда в среднем на эту сумму можно купить:

$$\frac{x}{\frac{x}{15}} = \frac{x}{1} \cdot \frac{15}{x} = 15 \text{ урч}$$

Ответ: 15

№2

Дано:

$$11x + 7y + 32y^2 + x^2y = 160$$

$$xy = 9$$

Найти: $x^3 + y^3$

$$1) 11x - 7y + 32y^2 + x^2y = 160$$

$$11x - 7y + xy(3y + x) = 160$$

$$11x - 7y + 9(3y + x) = 160$$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$20(x + y) = 160 \quad | :20$$

$$x + y = 8$$

$$2) x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)((x + y)^2 - 2xy - xy) = \\ = (x + y)((x + y)^2 - 3xy) = 8 \cdot (8^2 - 27) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: 296

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

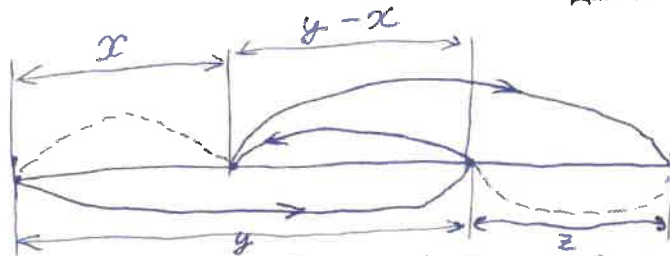
М А О О О 1 3 0 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$t = \frac{S}{v} \quad S = vt \quad v = \frac{S}{t} \quad N3$$



— путь, пройденный белкой (которая двигалась со скоростью v_1)

----- путь, пройденный белочкой (которая двигалась со скоростью v_2)

Возьмем путь, пройденный ~~второй~~ второй белочкой от старта до момента, когда ее взяла белка за х

Возьмем путь, пройденный белкой от начала, и до момента, когда она посадила первую белочку за y

Возьмем путь, пройденный первой белочкой от ее посадки с белкой, до конца пути за z

Составим систему уравнений по усл. задачи:

$$\begin{cases} x + z = 2,8 & \leftarrow \text{т.к. } x + z = S \\ \frac{y}{v_1} + \frac{y-x}{v_1} + \frac{y-x+z}{v_1} = t \\ \frac{y}{v_1} + \frac{z}{v_2} = t \\ \frac{x}{v_2} + \frac{y-x+z}{v_1} = t \\ v_1 = 4 \quad v_2 = 1 \quad (\text{по укл.}) \end{cases}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 0 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1) $\frac{y}{v_1} + \frac{z}{v_2} = t$

$$\frac{yv_2 + zv_1}{v_1 v_2} = t$$

$$\frac{y + 4z}{4} = t$$

$$\frac{z + y + 3z}{4} = t$$

$$\frac{2,8 + 3z}{4} = t$$

2) $\frac{x}{v_2} + \frac{y - x + z}{v_1} = t$

$$\frac{v_1 x + v_2 (z + y - x)}{v_1 v_2} = t$$

$$\frac{4x + 2,8 - x}{4} = t$$

$$\frac{3,8 + 3x}{4} = t$$

$$\frac{2,8 + 3z}{4} = t = \frac{3,8 + 3x}{4}$$

$$2,8 + 3z = 3,8 + 3x$$

$$z = x$$

3) $\frac{y}{v_1} + \frac{y - x}{v_1} + \frac{y - x + z}{v_1} = t$

$$\frac{3y - 2x + z}{v_1} = t$$

1. К
2. К
(x=z)

$$\frac{3y - z}{v_1} = t$$

$$\frac{4y - (y + z)}{4} = t$$

$$\frac{4y - 2,8}{4} = t$$

4) $\frac{4y - 2,8}{4} = \frac{2,8 + 3z}{4}$

$$y - 0,7 = 0,7 + 0,75z$$

$$y = 1,4 + 0,75z$$

5) $y + z = 2,8$

$$z + 1,4 + 0,75z = 2,8$$

$$1,75z = 1,4$$

$$z = \frac{1,4}{1,75} = \frac{4}{5} = 0,8, \text{ тогда}$$

$$y = 2,8 - z = 2$$

6) $\frac{4y - 2,8}{4} = t \Rightarrow t = \frac{8 - 2,8}{4} = \frac{5,2}{4} = 1,3 \text{ часа}$

$$y = 2$$

Ответ: 1,3 часа

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 0 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Количество плиток может быть только целым и положительным, значит число плиток натурально.

Число плиток — n ($n \in \mathbb{N}$)

Когда Майкел выложил из плиток квадрат у него в запасе осталось 8, значит количество плиток Майкел равно квадрату какого-то натурального числа плюс 8.

Так же мы знаем что Майкел может выложить из плиток ^{без остатка} прямоугольник, в котором одна сторона больше другой на 11. Возьмём меньшую сторону за x , большую за $x+11$.

По усл. задачи:

$$x \cdot (x+11) - 8 = a^2; \quad n = x \cdot (x+11) = a^2 + 8$$

где a — сторона квадрата, которую выложил Майкел ($a \in \mathbb{N}$); $x > 1$

- 1) Если $x=2$: $2 \cdot 13 - 8 = 18$; $\sqrt{18} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ не подходит
- 2) Если $x=3$: $3 \cdot 14 - 8 = 34$; $\sqrt{34} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ не подходит
- 3) Если $x=4$: $4 \cdot 15 - 8 = 52$; $\sqrt{52} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ не подходит
- 4) Если $x=5$: $5 \cdot 16 - 8 = 72$; $\sqrt{72} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ не подходит
- 5) Если $x=6$: $6 \cdot 17 - 8 = 94$; $\sqrt{94} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ не подходит
- 6) Если $x=7$: $7 \cdot 18 - 8 = 118$; $\sqrt{118} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ не подходит
- 7) Если $x=8$: $8 \cdot 19 - 8 = 144$; $\sqrt{144} = 12 \in \mathbb{N} \Rightarrow$ число плиток у Майкел может равняться $n = 8 \cdot 19 = 152$.

Ответ: 152

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 0 7 3 2 5

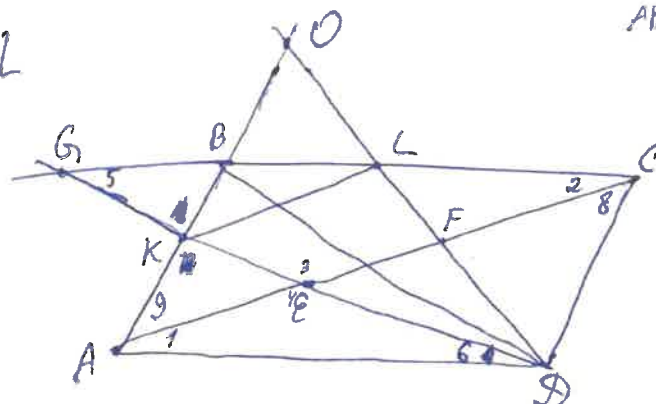
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Дано: $AC = 12$; $AE = EF = FC$;
 $ABCD - \square$ $\Rightarrow AD \parallel BC$

Найти: KL



$ABCD - \square \Rightarrow$
 $AB = CD$;
 $BC = AD$;
 $AB \parallel CD$;
 $BC \parallel AD$

1. Рассмотрим $\triangle AED$ и $\triangle CGE$:

1) $\angle 1 = \angle 2$ т.к. это н.м.м. углы при $AD \parallel BC$ и сек. AC

2) $\angle 3 = \angle 4$ (вертик)

3) $AE = \frac{1}{2} EC$ (из условия)

$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle CGE$
 по 2 углам

$\Rightarrow GE = 2ED$; $GC = 2AD$

2. $AD = BC$
 $GC = 2AD \Rightarrow BG = BC - AD$

3. Рассмотрим $\triangle GBK$ и $\triangle AKD$:

1) $GB = AD$ по док

2) $\angle 6 = \angle 5$ т.к. это н.м.м. углы при $GC \parallel AD$ и сек. GD

3) $\angle GBA = \angle BAK$ т.к. это н.м.м. углы при $GC \parallel AD$ и сек. AB

$\Rightarrow \triangle GBK \sim \triangle AKD$
 по двум и прил. углам

$\Rightarrow GK = KD$; $AK = KB$

$\Rightarrow K - \text{сер. } AB$

4. Рассмотрим $\triangle AOF$ и $\triangle CFE$:

1) $\angle CFE = \angle OFA$ (вертик)

2) $\angle 8 = \angle 9$ (н.м.м. углы при $AB \parallel CD$ и сек. AC)

3) $CF = \frac{1}{2} AF$ (из условия)

$\Rightarrow \triangle AOF \sim \triangle CFE$
 по 2 углам

$\Rightarrow OF = 2CF$

$AD = 2DC \Rightarrow OB = AB = DC$

т.к. $ABCD - \square \Rightarrow AD = BC$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

М А О О О 1 3 0 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5 прот.

5. Дано: $\triangle BDL$ и $\triangle CLD$:

1) $\angle CLD = \angle OBL$ как н/мк при $AO \parallel CD$ и сск BC

2) $\angle CLD = \angle BDL$ как н/мк при $AO \parallel CD$ и сск OD

3) $OB = DC$ по дрк

по стороне и прил. углам
 $\triangle BDL = \triangle CLD$
 \downarrow
 $BL = LC$
 \downarrow
 L - сск BC

6. Дано: $\triangle ABC$:

т. K - сск AB

т. L - сск BC

$\Rightarrow KL$ - средняя линия $\triangle ABC$

$$KL = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$$

Ответ: $KL = 6$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 5 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	10	20	2	20	-	82

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№ 1

Пусть цена зелёной груши: x , цена жёлтой груши: y . Тогда сумму денег можно выразить двумя способами: $20x$ и $12y$.

$20x = 12y$. Сокротим на 4.

$5x = 3y$. $x = 3n$ $y = 5n$, где n — натуральное число.

Средняя цена груши: $\frac{5n + 3n}{2} = 4n$.

Данная сумма денег: $20 \cdot 3n = 60n$.

тогда в среднем мы можем купить: $\frac{60n}{4n} = 15$ груш

Ответ: 15.

№ 2

$$\begin{cases} xy = 9 \\ 11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 9 \\ 11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 9 \\ 11x - 7y + 3y \cdot xy + x \cdot xy = 160. \end{cases}$$

$$11x - 7y + 3y \cdot xy + x \cdot xy = 160.$$

Теперь во второе уравнение подставим значение xy

$$11x - 7y + (3 \cdot 9)y + 9x = 160$$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$x + y = 8.$$

Получаем систему $\begin{cases} xy = 9 \\ x + y = 8. \end{cases}$

Теперь преобразуем выражение $x^3 + y^3$.

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)(x^2 + 2xy + y^2 - 3xy) =$$

$$= (x + y)((x + y)^2 - 3xy). \text{ Теперь подставим известные значения.}$$

$$8 \cdot (64 - 3 \cdot 9) = 8 \cdot (64 - 27) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: 296

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 5 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№ 3

Обозначим точками А - пункт отправления, В - пункт прибытия (соседний лес), D - место, где белка высадила первого бельчонка, C - место, где второй бельчонок и белка встретились.

Обозначим отрезок АВ - x , CD - y , тогда $BD = 2,8 - x - y$ составим уравнение:

$$\frac{x+y}{4} + \frac{2,8-x-y}{1} = \frac{x}{1} + \frac{2,8-x}{4} \quad \text{дополним уравнение на 4.}$$

$$x + y + 11,2 - 4x - 4y = 4x + 2,8 - x.$$

$$x - 4x - 4x + x + y - 4y = 2,8 - 11,2.$$

$$6x + 3y = 8,4.$$

$$2x + y = 2,8.$$

т.к. всё расстояние - 2,8, а $AC = x$, $CD = y$, тогда $BD = 2,8 - x - y = 2x + y - x - y = x$.

За то время, за которое первый бельчонок прошёл отрезок BD, белка успеет пройти CD и CB. Из этого соображения получаем второе уравнение.

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{4} + \frac{x+y}{4} \quad \text{дополним уравнение на 4.}$$

$$4x = y + x + y.$$

$$4x = x + 2y.$$

$$3x = 2y.$$

$$y = 1,5x.$$

Теперь:

$$2x + y = 2,8$$

$$2x + 1,5x = 2,8.$$

$$3,5x = 2,8.$$

$$x = \frac{2,8}{3,5} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

теперь зная x и y мы можем найти затраченное время.

$$t (\text{время}) = \frac{x+y}{4} + x = \frac{0,8 + 1,2}{4} + 0,8 = 0,5 + 0,8 = 1,3.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 5 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$1, 3 \text{ ч} = 1,2 \text{ 18 мин.}$$

Ответ: 1 ч 18 мин.

№ 4.

Пусть меньшая сторона прямоугольника, который сложил Матвей — $n+1$, где n — натуральное число, тогда большая сторона $n+12$.

Пусть m — сторона квадрата который сложил Матвей, где m — натуральное число, тогда M можно выразить двумя способами: $(n+1)(n+12)$ или $m^2 + 8$, а т.к. они отображают одно число то мы их можем приравнять $(n+1)(n+12) = m^2 + 8$.

$$n^2 + 12n + n + 12 = m^2 + 8.$$

$$n + 13n + 12 = m^2 + 8.$$

$$n + 13n = m^2 - 4.$$

$$n(n+13) = (m-2)(m+2)$$

Заметим, что n и $(n+13)$ имеют разную чётность, значит одно из них делится на 2, значит их произведение делится на 2.

П.к. левая часть уравнения делится на 2, то ~~левая~~ правая часть тоже должна делиться на 2.

Теперь заметим, что числа $(m-2)$ и $(m+2)$ тоже одинаковой чётности. Значит если их произведение делится на 2, то каждое из них делится на 2, тогда их произведение делится на 4. Теперь т.к. ~~лева~~ правая часть делится на 4, то и левая часть тоже должна делиться на 4.

А. как мы раньше заметили, что n и $(n+13)$ имеют разную чётность, то если их произведение делится на 4, то только одно из них делится на 4. т.е.

$$\text{либо } n : 4, \text{ либо } (n+13) : 4 \text{ т.е. } (n+1) : 4.$$

Будем использовать следующие обозначения



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 5 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

если число p даёт остаток q при делении на x , то мы будем записывать это так:
 $p \equiv q \pmod{x}$.

Теперь разберём два возможных случая

1) $n \equiv 0 \pmod{4}$

2) $n + 1 \equiv 0 \pmod{4} \Leftrightarrow n \equiv 3 \pmod{4}$

Разберём первый случай:

так $n \equiv 0 \pmod{4}$, то

$n^2 \equiv 0 \pmod{4}$

$13n \equiv 0 \pmod{4}$

$12 \equiv 0 \pmod{4}$

Значит $n^2 + 13n + 12 \equiv 0 + 0 + 0 \equiv 0 \pmod{4}$,
 т.е. $N : 4$.

Теперь рассмотрим второй случай:

так $n \equiv 3 \pmod{4}$, то

$n^2 \equiv 9 \equiv 1 \pmod{4}$

$13n \equiv 39 \equiv 3 \pmod{4}$

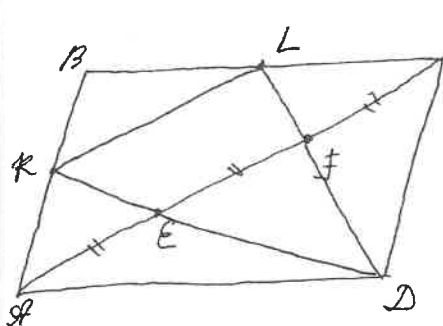
$12 \equiv 0 \pmod{4}$

Значит: $n^2 + 13n + 12 \equiv 1 + 3 + 0 \equiv 0 \pmod{4}$,
 т.е. $N : 4$.

Итак во всех двух случаях $N : 4$, значит

N может быть только таким

Ответ: $N : 4$. — *любое? Нет.*



$N = 5$

Дано: $ABCD$ — параллелограмм,
 $AE = EL = LC$. $AC = 12$.

Найти: KL

Решение:

$\angle ADF = \angle CLF$ (накр. лежа, т.к. $AD \parallel BC$)

$\angle AFD = \angle CFL$ (вертикальные)

т.е. $\angle ADF = \angle CLF$, $\angle AFD = \angle CFL \Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle CFL$.

т.е. $AE = EL = LC$, $AC = 12 \Rightarrow AF = 8$, $FC = 4$.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 6 5 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

т.к. $\triangle AFD \sim \triangle CFL$, $AF = 8$, $FC = 4$, то k (коэффициент подобия) $= \frac{8}{4} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{AD}{LC} = \frac{2}{1}$.

т.к. $\frac{AD}{LC} = \frac{2}{1}$, $FD = BC$ (т.к. $AFED$ - параллелограмм) \Rightarrow
 $\Rightarrow BL = LC$.

Аналогично докажем, что $AK = KB$.

т.к. $BL = LC$, $AK = BK \Rightarrow KL$ - средняя линия $(\triangle ABC)$
 $\Rightarrow KL = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$

Ответ: 6.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 3 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	18	5	20	-	81

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

① Дано:

цена за 20 зеленых груш - xP

цена за 12 желтых груш - xP

Найти: ~~какое~~ кол-во груш, которое можно купить на эту сумму денег?

1) Средняя цена - это сумма цен деленная пополам, а не 2 умноженная на сумму груш, т.е.
 $\frac{x1}{20} + \frac{x1}{12} = \frac{(3+5)x}{60} = \frac{2x}{30} = \frac{x}{15} \Rightarrow$ среднее кол-во груш это 15
 Ответ: 15 груш

② Дано: $xy = 9$

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

Найти:

$$x^3 + y^3$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

1) $11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$, тогда подставим $xy = 9$, тогда получим, что

$$11x - 7y + 3 \cdot 9y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160 \quad | :20$$

$$x + y = 8$$

2) $\begin{cases} x+y=8 \\ xy=9 \end{cases}$, тогда составим справедливую для этого формулу по Т.Вьетта:

$$* D = b^2 - 4ac = 64 - 36 = 28, > 0$$

$z^2 - 8z + 9 = 0$, тогда решим это уравнение через Дискриминант:

$$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{28}}{2} = \frac{8 + \sqrt{28}}{2} = \frac{4 + 2\sqrt{7}}{2}$$

$$y = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b - \sqrt{28}}{2} = \frac{8 - \sqrt{28}}{2} = \frac{4 - 2\sqrt{7}}{2}$$

$$* x^2 = 16 + 8\sqrt{7} + 7$$

$$y^2 = 16 - 8\sqrt{7} + 7$$

3) Подставим все в формулу $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$

$$8(16 + 8\sqrt{7} + 7 - 9 + 16 - 8\sqrt{7} + 7) = 8(46 - 9) = 8(37) = 296$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 270 \\ \hline 306 \end{array}$$

Ответ: ~~216~~ 296



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 3 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

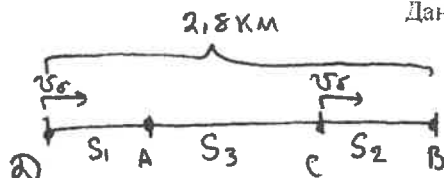
③ Дано:

$$l = 2,8 \text{ км}$$

$$v_m = 4 \text{ км/ч}$$

$$v_s = 1 \text{ км/ч}$$

Найти: $t_{обш}$?



1) Путь мамы белки - это $S_1 + S_3 + S_3 + S_3 + S_2 = S_1 + 3S_3 + S_2 = 2,8 \text{ км} + 2S_3$

2) Обратный путь белки с бельчонком из (А) в (В)

Белка (мама) и бельчонок прошли это расстояние за одно время, тогда

$$t_1 = \frac{S_3 + S_2}{v_m} = \frac{S_2}{v_s} = \frac{S_3 + S_2}{4} = S_2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}S_2 + \frac{S_3}{4} = S_2 \Leftrightarrow \frac{S_3}{4} = \frac{3}{4}S_2 \quad | \cdot 4$$

$2S_3 + S_2 = 3S_2$ $S_3 = 3S_2$ *Белка прошла*

2) Обратный путь мамы белки из точки С в точку А

Белка (мама) прошла из точки Д в точку С и из С в точку А за такое же время, за которое бельчонок прошел из точки Д в точку А.

$$t_2 = \frac{S_1 + S_3 + S_3}{v_m} = \frac{S_1}{v_s} = \frac{S_1 + 2S_3}{4} = S_1 = \frac{1}{4}S_1 + \frac{1}{2}S_3 = S_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}S_3 = \frac{3}{4}S_1 \quad | \cdot 4$$

$$2S_3 = 3S_1 \quad | :3$$

$$S_1 = \frac{2}{3}S_3 \quad S_3 = 3S_2 \Rightarrow S_1 = \frac{2}{3} \cdot 3S_2 = 2S_2$$

$$* = 6S_2 = 2,8 \text{ км}$$

км

3) Найдем $t_{обш} = t_1 + t_2$

$$t_{обш} = \frac{S_{обш}}{v_{обш}} = \frac{2S_2 + 3S_2 + 3S_2 + 3S_2 + S_2}{4, \text{ тк с стороны мамы}} = \frac{12S_2}{4} = \frac{2,8 \cdot 2}{4} = 1,4 \text{ ч} = 1 \text{ ч } 24 \text{ мин}$$

Ответ: 1 ч. 24 мин.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 15 3 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Дано:

$$b-a=11, a>1$$

$$ab-8=1N^2$$

Найти:

N -квadrатиков

Так как у нас еще осталось 8 плиток, то остальные плитки образовали квадрат со сторонами $1N$, т.е. кол-во в нем плиток - это $1N^2$.

$$b-a=11 \uparrow^2 \Rightarrow b^2-2ab+a^2=121$$

$$ab-8=1N^2$$

не подходит

$$b^2-21N^2-2\cdot 8+a^2=121$$

$$b^2-21N^2-16+a^2=121$$

$$a=2 \Rightarrow 2\cdot 13-8=18 \times$$

$$a=6 \Rightarrow 6\cdot 17-8=102-8=94 \times$$

$$a=8 \Rightarrow 8\cdot 19-8=152-8=144 \checkmark$$

$$a^2+22a+121-21N^2-16+a^2=121$$

$$2a^2+22a-21N^2=16 \quad | :2$$

$$a^2+11a-1N^2=8$$

$$a(a+11)-8=1N^2$$

$$\begin{aligned} & \text{Квадратиков } 1N^2+8= \\ & 144+8=152 \end{aligned}$$

Ответ: 152 квадратики

$1N = \sqrt{a(a+11)-8}$, если под корнем не будет квадрата, то число не подходит.

Дано:

ABCD-#

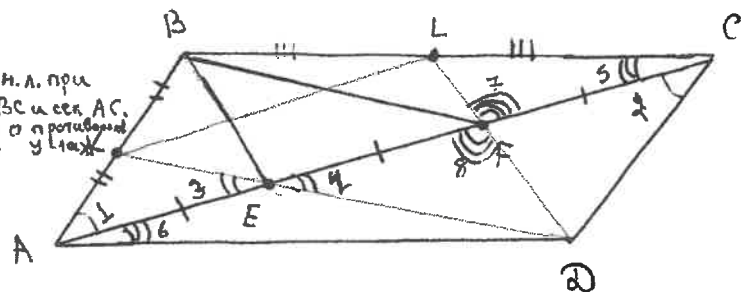
1) Д.п.: [BF]

$$|AC|=12 \text{ см}$$

2) * 1 и 2 $\rightarrow \hat{1}=\hat{2}$, т.к. н.л. при прам. AD и BC и сск AC, т.е. бо. \neq и противополож. 3 и 4, т.к. они верт. у L и K

Найти:

$|KL|=?$



3) * $\triangle AKE$ и $\triangle ECF$

$$\hat{1}=\hat{2} \text{ (по 2)}$$

$$\hat{3}=\hat{4} \text{ (по 2)}$$

$$|AE|=\frac{1}{2}|EC| \text{ по 1 и 2}$$

$\Rightarrow \triangle AKE \sim \triangle ECF$ по 2 признаку подобия \triangle -ов

и коэффициент подобия равен $\frac{1}{2}$

$$\frac{|AK|}{|EC|}=\frac{1}{2} \Rightarrow K - \text{сер } |AB|$$

$$|AK|=|KB|$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 3 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в равле справа



5) 4) $\triangle ABF$

$$|AK| = |KB|, \text{ по 3) }$$

$$|AE| = |EF|, \text{ по усл. }$$

по признаку

ср.-линии \triangle -ка

$\Rightarrow [KE]$ - средняя линия \triangle -ка ABF

~~по признаку~~

5) \triangle -ка $[BE]$

6) \triangle S и G , $\widehat{S} = \widehat{G}$, тк н.л. при прямых AD и BC и секущ AC
 \angle 7 и 8 , тк они верт \angle $7 = \angle 8$

7) $\triangle LFC$ и $\triangle AFD$

$$\widehat{S} = \widehat{G}, \text{ по 6) }$$

$$\widehat{7} = \widehat{8}, \text{ по 6) }$$

$$|FC| = \frac{1}{2} |AF|, \text{ по усл. }$$

$\Rightarrow \triangle LFC \sim \triangle AFD$, с коэф-том подобия $\frac{1}{2}$
 по 1 признаку
 подобия \triangle -ов



$$\frac{|LC|}{|AD|} = \frac{1}{2} \Rightarrow (L) - \text{середина } [BC]$$



$$|BL| = |LC|$$

$\triangle ABC$

8) $|BL| = |LC|$, по 7)

$$|AK| = |KB|, \text{ по 3) }$$

по def ср.-линии

$\Rightarrow [KL]$ - ср.-линия \triangle -ка ABC

\Downarrow по св-ву ср.-линии

$$|KL| = \frac{|AC|}{2} = \frac{12 \text{ см}}{2} = 6 \text{ см}$$

Отв: 6 см.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 0 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №2.

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	20	-	-	80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$340 = 9x - 7y + 3xy^2 + x^2y;$$

$$340 = 9x + x^2y + 3xy^2 - 7y;$$

$$x(9 + xy) + y(3xy - 7) = 340;$$

~~$$17x + 17y = 340;$$~~

$$x(9 + 8) + y(3 \cdot 8 - 7) = 340;$$

$$17x + 17y = 340;$$

$$x + y = 20$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 20^2 - 2 \cdot 8 = 400 - 16 = 384.$$

Ответ: 384.

~~Задача №1.~~

~~Если у одного продавца за 300 рублей покупаем
6 кг картофеля, а у другого за 300 рублей
4 кг, то в среднем мы покупаем $\frac{4+6}{2} = 5$
= 5 кг картофеля за 300 рублей.~~



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 0 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1.) Если Зюзя и Масмин идут с одинаковыми скоростями, и в тридцатое черство они попали одновременно, то Масмин и Зюзя проехали на велосипеде одинаковое время (и расстояние).

2.) Пусть вам без Зюзы x часов.

Тогда Зюзя проехала путь $20x$ (км) на велосипеде.

За это время Масмин проехал $4x$ (км) ~~на велосипеде~~.

Расстояние между велосипедом и ~~Зюзой~~ Масмин: $16x$ (км) $20x - 4x$ ~~км~~.

Зюзя и Масмин встретились через $\frac{16x}{20+4} = \frac{2}{3}x$ часов.

За это время Масмин проехал $\frac{2}{3}x \cdot 4 = \frac{8}{3}x$ (км).

Значит Масмин проедет к велосипеду $80 - 4x - \frac{8}{3}x$ км.

Из п.1) составим уравнение:

$$80 - 4x - \frac{8}{3}x = 20x;$$

$$\frac{80}{3} = \frac{20x}{3} + \frac{8x}{3} + \frac{4x}{3};$$

$$\frac{80}{3} = \frac{32x}{3};$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	1	6	0	4	6	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4.

$$80 - 4x - \frac{8}{3}x = 20x;$$

$$80 = 24x + \frac{8}{3}x; \quad | \cdot 3$$

$$240 = 72x + 8x;$$

$$240 = 80x;$$

$$x = 3 \text{ часа.}$$

После можем найти сколько времени до приезда
царства или дьва, это!

$$3 + \frac{80 - 20 \cdot 3}{4} = 3 + \frac{20}{4} = 8 \text{ часов.}$$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с той стороны листа

в правом краю



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 0 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача № 1

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

У первого продавца ~~каждый~~ килограмм можно купить за $\frac{300}{6} = 50$ рублей.

У второго продавца можно купить килограмм за $\frac{300}{4} = 75$ рублей.

Тогда в среднем килограмм стоит $\frac{75 + 50}{2} = \frac{125}{2} = 62,5$ рублей.

А на 300 рублей в среднем ~~можно~~ можно купить $\frac{300}{62,5} = 4,8$ кг.

Ответ: 4,8 кг.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 0 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3

Меньшая сторона прямоугольника которой может делиться
белочком обозначим за x .
Тогда большая сторона равна $(x+7)$ при этом
 $x > 2$.

$$\text{Тогда } N = x(x+7).$$

Пусть сторона квадрата который может делить
белчонок — a .

$$\text{Тогда: } N = a^2 + 17$$

$$x(x+7) = a^2 + 17$$

$$x^2 + 7x - 17 - a^2 = 0$$

Это квадратное уравнение, его дискриминант —

$$D = 49 + 4a^2 + 68 = 4a^2 + 117$$

При этом если мы хотим получить x — целое число,
то \sqrt{D} тоже целое число.

$$\text{Пусть } \sqrt{D} = y$$

$$\text{Тогда: } \sqrt{4a^2 + 117} = y;$$

$$4a^2 + 117 = y^2$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 0 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$4a^2 + 117 = y^2;$$

$$4a^2 - y^2 = -117;$$

$$(2a-y)(2a+y) = -117;$$

$$(2a-y)(2a+y) = -3^2 \cdot 13 \Rightarrow 2a+y > 0; 2a-y < 0; 117 \div 2a \pm y$$

$$\Rightarrow 2a+y > 0; 2a-y < 0; 2a-y < 0$$

$$\Rightarrow 3^2 \cdot 13 \div 2a \pm y$$

Теперь рассмотрим чему может равняться $(2a-y); (2a+y)$:

	$2a-y$	$2a+y$			
1.	-1	117	\Rightarrow	$a = 29$	$y = 59$
2.	-3	39	\Rightarrow	$a = 9$	$y = 21$
3.	-9	13	\Rightarrow	$a = 1$	$y = 11$
4.	-13	9	\Rightarrow	$a = -1$	$y = 11$
5.	-39	3	\Rightarrow	$a = -9$	$y = 21$
6.	-117	1	\Rightarrow	$a = -29$	$y = 59$

$a > 0$, значит a может равняться 1; 9; 29
Нам подходит $a =$

При: $a = 1 \quad x_1 = -9 \quad x_2 = 2$

$a = 9 \quad x_1 = 7 \quad x_2 = -14$

$a = 29 \quad x_1 = 26 \quad x_2 = -33$

И т.д. $x > 2$, подходят 7, 26.

отсюда N может равняться

$x^2 + 7x$ либо $49 + 49 = 98$ либо $676 + 182 = 858$

Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 1 8 0 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Прочитайте задание и, что задано в этой строке, впишите ответ

Пусть сумма чисел в таблице равна S . Заметим, что при подсчете суммы по всем строкам и столбцам каждое число считается

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	20	—	—	80

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

дважды (т.к. входит в 1 строку и 1 столбец) \Rightarrow сумма по строкам и столбцам равна $2S$ — четное. Так как 6 чисел равные суммы по строкам и столбцам различны и сумма нечетная, то минимальные суммы: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Однако $0+1+2+3+4+5=15$ — нечетное \Rightarrow минимальная сумма по строкам и столбцам — 16 (0, 1, 2, 3, 4, 6). Тогда сумма самих чисел $\frac{16}{2}=8$. Пример есть:

0	0	0	6
0	4	2	6
1	0	1	1
1	1	3	

Ответ: наименьшая сумма чисел в таблице — 8.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 1 8 0 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Запишем оба квадратных уравнения:

$$1) x^2 - 4x + a = 0$$

$$2) x^2 - 4x + (a+1) = 0$$

оба уравнения приведённые \Rightarrow сумма корней в каждом уравнении равна $-(-4) = 4$, т.е. константа (сумма корней равна - в по теореме Виета)

Пусть в 1-ом уравнении было два корня: $x_1 < x_2$.
Так как сумма корней во 2-ом уравнении такая же, как и в 1-ом, то если мы изменим x_1 на z , то x_2 изменится на $-z$, т.е. корни 2-го уравн. x_1+z, x_2-z .

Рассмотрим два случая:

$$1) x_1+z < x_2-z \Rightarrow x_2-z-x_1-z = x_2-x_1+0,5 \Rightarrow -2z=0,5 \Rightarrow z=-0,25=-\frac{1}{4}$$

т.е. новые корни $x_1-\frac{1}{4}$ и $x_2+\frac{1}{4}$

$$2) x_1+z > x_2-z \Rightarrow x_1+z-x_2-z = x_2-x_1+0,5 \Rightarrow 2z+2(x_1-x_2)=0,5 \Rightarrow 2z=0,5-2(x_1-x_2) \Rightarrow z=\frac{1}{4}-x_1+x_2 \Rightarrow$$

такие же, как и в 1).
По теореме Виета $c = x_1 x_2 \Rightarrow$

$$x_1 x_2 = a$$

$$(x_1 - \frac{1}{4})(x_2 + \frac{1}{4}) = a + 1$$

$$x_1 x_2 + \frac{1}{4}(x_1 - x_2) - \frac{1}{16} = a + 1$$

$$a + \frac{1}{4}(x_1 - x_2) - \frac{1}{16} = a + 1$$

$$\frac{1}{4}(x_1 - x_2) = \frac{17}{16}$$

$$x_1 - x_2 = \frac{17}{4} > 0 \Rightarrow x_1 > x_2 \Rightarrow$$

противоречие (вначале было показано без учета, что $x_1 < x_2$) \Rightarrow подобной ситуации не может быть и вариантов а нет.

Ответ: вариантов а нет

Контрпример.

$$x^2 - 4x - \frac{33}{64} = 0, \text{ корни } \frac{33}{8} \text{ и } -\frac{1}{8}$$

$$x^2 - 4x + \frac{31}{64} = 0, \text{ корни } \frac{31}{8} \text{ и } \frac{1}{8}$$

или же в обратном случае

205

Это правильно. Но противоречия нет, всё в порядке.

Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 4

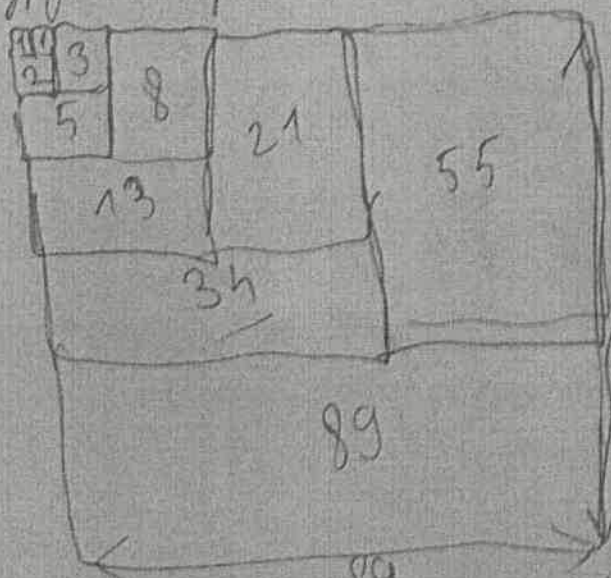
М А О О О 1 8 0 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пойдем с конца. Пусть в конце остался квадрат 1×1 для минимального пом. квадрата. Рядом с ним обязательно находится еще 1 квадрат 1×1 . Далее может идти еще один квадрат 1×1 или квадрат 2×2 . Если мы применим квадрат 1×1 то не получим нового размера и напрасно увеличим размеры след. квадрата до 3×3 . Заметим, что выложим приложим квадрат 2×2 , получив дополнительный размер. Далее у нас снова есть выбор: приставить с той же стороны квадрат 2×2 или приставить с другой стороны квадрат 3×3 . По тем же причинам лучше приставить квадрат нового размера к тому квадрату, который уже есть. В квадрате 1×1 мы прикладываем квадратного размера, причем с другой стороны, что видно на рисунке.



Каждый квадрат мы ставим рядом с одной из сторон двух предыдущих квадратов, и так получается последовательность Фибоначчи.

$$89 + 55 = 144$$

Используя первые 10 чисел Фибоначчи, находим ответ. Размер прямоугольника — не менее 89×144 (но с числами Фибоначчи) $\times 144$ (сумма 9-го и 10-го чисел Фибоначчи, т.к. эти квадраты примыкают друг к другу).
 Ответ: минимальный размер — 89×144

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 1 8 0 9 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

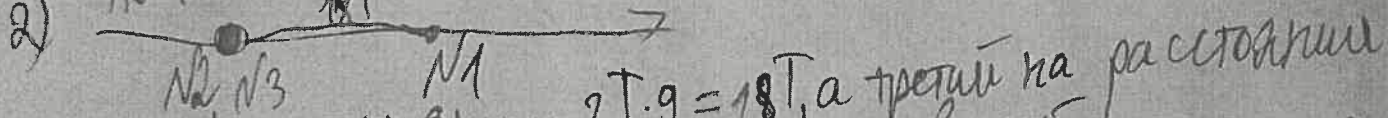
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть скорость первого лыжника- v .
Так как лыжники меняли порядок,
то стартовали они не из одной точки (т.к. их скорости постоянны
и более быстрые догонели и переложены медленнее).

Рассмотрим обе встречи:
1) Лыжники расположены так:



Поскольку второму встретили через T , то между ним и 1-ым сейчас
 $9T$. Пусть это встретили через $2T \Rightarrow$ он на расстоянии $18 \cdot 2T = 36T$
от первого и $36T - 9T = 27T$ от второго.
2) Лыжники расположены так:



Второй на расстоянии $2T \cdot v = 18T$, а третий на расстоянии
 $T \cdot v = 18T$ т.е. на том же месте, где и второй.
Скорость сближения 3-го и 2-го лыжников $18 - v = 9 \text{ (км/ч)} \Rightarrow$
 \Rightarrow за время между 1 и 2 встречами 3-ий лыжник догнал 2-го
сближаясь со скоростью $9 \Rightarrow$ время между 1 и 2 встречами равно $\frac{27T}{9} =$
 $= 3T$. За это время 3-ий также приближался к 1-ому на
 $36T - 18T = 18T \Rightarrow$ скорость сближения $(18 - v) = \frac{18T}{3T} = 6 \Rightarrow$
 $v = 18 - 6 = 12 \text{ (км/ч)}$
Ответ: скорость первого лыжника 12 км/ч .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
15	20	20	2	20	-	77

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\begin{cases} xy = 9 \\ 11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 9 \\ 11x - 7y + 3xy(3y + x) = 160 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} xy = 9 \\ 11x - 7y + 9(3y + x) = 160 \end{cases}$$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$x + y = 8$$

$$-y^2 + 8y - 9 = 0$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8 - y \\ (8 - y) \cdot y = 9 \end{cases}$$

$$y^2 - 8y + 9 = 0$$

$$D = 64 - 36 = 28$$

$$y_1 = \frac{8 + \sqrt{28}}{2} = 4 + \sqrt{7}; x_1 = 4 - \sqrt{7}$$

$$y_2 = 4 - \sqrt{7}; x_2 = 4 + \sqrt{7}$$

П.к. пары одинаковых чисел в паре поменяны местами, то
 $x^3 + y^3 = (4 + \sqrt{7})^3 + (4 - \sqrt{7})^3 = (4 + \sqrt{7} + 4 - \sqrt{7})((4 + \sqrt{7})^2 - (4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7}) + (4 - \sqrt{7})^2) = 8 \cdot (16 + 8\sqrt{7} + 7 - 16 + 7 + 16 + 7 - 8\sqrt{7}) = 8 \cdot (37) = 296$

Ответ: $x^3 + y^3 = 296$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть Белка скакала 1-ого Бельчонок через x км, после старта. Тогда x 1-ого Бельчонок = $\frac{x}{4} + \frac{2,8x}{1} = 2,8 - 0,75x$ часов.

Когда Белка скакала 1-ого, 2-ой проехал $\frac{x}{4} \cdot 1$ км.
До Белки ему было $x - \frac{x}{4} = 0,75x$ км. Это расстояние
Белка и Бельчонок преодолели за $\frac{0,75x}{5}$ часов.
До нее им оставалось $\frac{4 \cdot 0,75x}{5} + 2,8 - x$ км.

$\frac{4 \cdot 0,75x}{5} + 2,8 - x = \frac{3x}{5} + 2,8 - x = 2,8 - 0,4x$.
им проехали это расстояние за $\frac{2,8 - 0,4x}{4}$ часа.

$$2,8 - 0,75x = \frac{x}{4} + \frac{0,75x}{5} + \frac{2,8 - 0,4x}{4}$$

$$2,8 - 0,75x = 0,25x + 0,15x + 0,7 - 0,1x$$

$$2,1 = 0,25x + 0,75x + 0,15x - 0,1x$$

$$2,1 = 1,05x$$

$$x = 2$$

$$2,8 - 0,75 \cdot 2 = 2,8 - 1,5 = 1,3 \text{ час.}$$

Ответ: 12 18 мин



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Составили
в которых
уши

№1
2 таблицы

будет

указано
зеленых. и

можно

наоборот

взять желтых

Нет аналитического
решения

x зеленых	y желтых	Σ
1	11	12
2	10	12
3	10	13
4	9	13
5	9	14
6	8	14
7	7	14
8	7	15
9	6	15
10	6	16
11	5	16
12	4	16
13	4	17
14	3	17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 4

М А О О О 1 9 8 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

x жел.	y жел.	Σ
15	3	18
16	2	18
17	1	18
18	1	19
19	0	19
20	0	20

y жел.	x жел.	Σ
1	18	19
2	16	18
3	15	18
4	13	17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

1

М А 0 0 0 1 9 8 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

г	желт.	х зел.	Σ
5		11	16
6		10	16
7		8	15
8		6	14
9		5	14
10		3	13
11		1	12
12		0	12

ответ: 15 друзей
в среднем.

$$\begin{aligned} \text{среднее} &= \frac{12 \cdot 4 + 13 \cdot 3 + 14 \cdot 5 + 15 \cdot 3 + 16 \cdot 5 + 17 \cdot 3 + 18 \cdot 5 + 19 \cdot 3 + 20}{32} = \\ &= \frac{5(14 + 16 + 18) + 3(13 + 15 + 17 + 19) + 68}{32} = \frac{220 + 192 + 68}{32} = 15 \end{aligned}$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть сторона прямоугольника (короткая) = a . Тогда $S_{пр} = a(a+1)$.
 Пусть b — сторона квадрата. $S_{кв} = b^2$.
 Т.к. осталось 8 листов во втором случае то $a(a+1) = b^2 + 8$
 либо $a : 2$, либо $a+1 : 2$ (т.к. четность не меняется)

$$a(a+1) : 2 \Rightarrow b^2 + 8 : 2$$

b^2 кратен только 4, $8 : 4$ кратен 2, но a кратен 4,
 тогда b четн. $8 : 4 \Rightarrow b^2 + 8 : 4 \Rightarrow a(a+1) : 4$

$$a(a+1) = b^2 + 8 = 4k = N$$

Пусть $a = bx$

$$bx(bx+1) = b^2 + 8$$

$$b^2x^2 + 11bx - b^2 - 8 = 0$$

$$b^2(x^2 - 1) + 11bx - 8 = 0 \quad | 153x^2$$

$$D = 121x^2 + 32(b^2 - 1) = 153x^2 - 32$$

$$b = \frac{-11x \pm \sqrt{153x^2 - 32}}{2x^2 - 2} = \frac{-11x \pm \sqrt{153x^2 - 32}}{2x^2 - 2}$$

$$b \in \mathbb{N}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 7

М А 0 0 0 1 9 8 5 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$b = \frac{-11x + \sqrt{153x^2 - 32}}{2x^2 - 2}$$

Пусть $b = ay$

$$a^2 + 11a = a^2y^2 + 8$$

$$a = \frac{-11 + \sqrt{121 + 32 - 32y^2}}{2 - y^2} = \frac{-11 + \sqrt{153 - 32y^2}}{2 - y^2} \Rightarrow y \in \mathbb{N}$$

$a \in \mathbb{N}$

$$a = \frac{-11 + \sqrt{153 - 32y^2}}{2(1 - y^2)} = \frac{-11 + \sqrt{32(4 - y^2) + 25}}{2(1 - y^2)}$$

$$x = \frac{1}{y} \Rightarrow \sqrt{153 - 32y^2} \text{ — целое}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{153}{y^2} - 32} \text{ — целое}$$

Орбел 12.

Воз $\sqrt{153 - 32y^2}$ — цел. $\frac{\sqrt{153 - 32y^2}}{y}$ — цел.
 \Downarrow
 y — делитель.

Под такое y подходит 2. $(a=1; b=2) \Rightarrow n=12$
 Подходит 1, но $a \neq 0, b=0 \Rightarrow$ против. с условием $(a, b \leq 1)$
 остальные y не подходят, т.к. либо a , либо b будет не целым.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

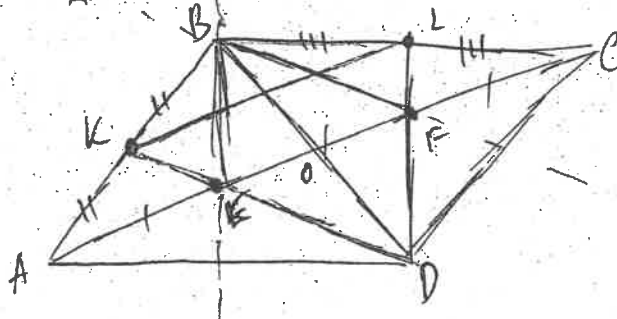
Вариант № 1

МАООО1985525

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Дано: ABCD - пар-м.

$$AC = 12$$

$$T.E; T.F \in AC$$

$$AE = EF = FC$$

$$T.K = BF \cap AB$$

$$T.L = DF \cap CD$$

найти: KL

Решение

Проведем через T.F прямую a || EF

$$BD \cap AC = T.O \Rightarrow BO = OD \text{ (по св-ву пар-ма)}$$

$$AO = OC = 6$$

$$AE = EF = FC \Rightarrow EO = OF = 2$$

\Rightarrow BEDF - пар-м
 \downarrow
 $BE \parallel FD$
 $BF \parallel ED$

$$AE = EF \mid \Rightarrow AK = KB \text{ (по г. Фалеса)}$$

$$OK \parallel BE$$

$$EF = FC$$

$$BF \parallel DL$$

$$\Rightarrow BL = LC \text{ (по г. Фалеса)}$$

\Rightarrow KL - ср. линия
 $\triangle ABC$
 \downarrow

$$KL = \frac{1}{2} AC = 6$$

по св-ву ср. линии

ответ: 6.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 1 6 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
5	20	20	10	20	-	75

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Решение:

№1.

- 1) Пусть x - цена земельного участка; y - цена жилых домов.
Зная их количество составим уравнение:

$$20x = 12y$$

$$x = \frac{3}{5}y$$

- 2) Пусть k - количество земельных участков, z - количество жилых домов; зная стоимость составим уравнение:

$$kx + zy = 12y$$

$$\frac{3}{5}ky + zy = 12y$$

$$y(\frac{3}{5}k + z) = 12y$$

$$(\frac{3}{5}k + z) = 12$$

Поскольку $k \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow \underline{3k : 5}$ и $\frac{3k}{5} < 12$

$$\left. \begin{array}{l} 3k < 60 \\ k < 20 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = 5; 10; 15.$$

1) Если $k = 5$, то $\frac{3 \cdot 5}{5} + z = 12 \Rightarrow z = 9$

2) Если $k = 10$, то $\frac{3 \cdot 10}{5} + z = 12 \Rightarrow z = 6$

3) Если $k = 15$, то $\frac{3 \cdot 15}{5} + z = 12 \Rightarrow z = 3$.

Из первого пункта количество домов: 14

Из второго пункта количество домов: 16

Из третьего пункта количество домов: 18.

Ответ: 14; 16; 18.

См. решение.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M A 0 0 0 1 1 6 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2.

1) Разложим по формуле:

$$x^3 + y^3;$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) = (x+y)(x^2 + 2xy + y^2 - 3xy) = (x+y)((x+y)^2 - 3xy)$$

2) Преобразуем ~~нам~~ данное нам выражение, чтобы найти $(x+y)$:

$$11x - 2y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

$$(11x + x^2y) + (-2y + 3xy^2) = 160$$

$$x(11 + xy) + y(3xy - 2) = 160$$

Подставим xy :

$$x(11 + xy) + y(3xy - 2) = 160$$

$$x(11 + 9) + y(3 \cdot 9 - 2) = 160$$

$$20x + y(27 - 2) = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$20(x+y) = 160$$

$$x+y = 8$$

3) Подставим $(x+y)$ в формулу из 1 пункта:

$$x^3 + y^3 = (x+y)((x+y)^2 - 3xy) = 8(8^2 - 3 \cdot 9) = 8 \cdot (64 - 27) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: 296

N3

Решение:

1) Пусть τ - время прохождения первого участка, тогда расстояние, пройденное бельчоном:

$$S = v \cdot \tau = 1 \cdot \tau = \tau$$

$$\text{Расстояние, пройденное белкой} = S_8 = v_8 \cdot \tau = 4 \cdot \tau = 4\tau$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

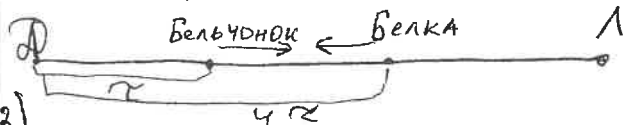
М А О О О 1 1 6 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№ 3 (продолжение)



1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

- 2) Запишем уравнение времени, когда Белка бежала за первым Бельчком:
- $$\frac{S_1}{v_1} = \frac{S_2 - S}{v_2} = \frac{4x - x}{4 + 1} = \frac{3}{5}x.$$
- 3) Найдём расстояние, которое пройдёт второй Бельчонок в сторону леса:
- $$S = v_2 \cdot t = \frac{3}{5}x \cdot 2 = \frac{3}{5}x.$$
- 4) Найдём точку, где мама Белка и Бельчонок встретятся:
- $$S = x + \frac{3}{5}x = 1\frac{3}{5}x = \frac{8}{5}x, \text{ тогда от второго Бельчонка до них расстояние равно:}$$
- $$\Delta S = 4x + \frac{3}{5}x - x - \frac{3}{5}x = 3x.$$
- 5) Найдём через какое время Белка догонит второго Бельчонка:
- $$\Delta t = \frac{3x}{4 - 1} = \frac{3x}{3} = x.$$
- 6) Запишем расстояние до леса от дома, возвращенное через x :
- $$4x + \frac{3}{5}x + x = 2,8$$
- $$5\frac{3}{5}x = 2,8$$
- $$\frac{28}{5}x = 2,8$$
- $$x = 0,5$$
- 7) Найдём время пути:
- $$x + \frac{3}{5}x + x = 2\frac{3}{5}x = \frac{13}{5} \cdot 0,5 = \frac{13}{5} \cdot \frac{1}{2} = 1,3(x)$$
- Ответ: 1,3 x.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 1 6 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Решение:

Пусть x - одна сторона прямоугольника, тогда $(x+11)$ - вторая сторона, ~~тогда~~ теперь запишем N через x :

$$N = x(x+11)$$

$$N = x^2 + 11x$$



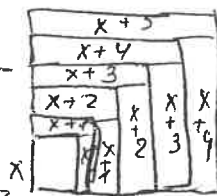
2) Прямоугольник состоит из квадрата $x \times x$ и прямоугольника $11 \times x$. По условию составим квадрат из всех пинеток, края $8 \Rightarrow N_{\text{кв}} = x^2 + 11x - 8$ и из $N_{\text{кв}}$ должны вытекаться корни.

3) Рассмотрим квадрат $x \times x$. Будем по свойству увеличивать сторону на 1:

Максимальное возможное число слоев: 6;

так как $N_{\text{кв}}$ не должно

превышать N , тогда запишем $N_{\text{кв}}$ для полученного квадрата:



$$x^2 + 8x + 25 - 8 =$$

$$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 11x - 8$$

$$x = 33 \quad (\text{Максимальное возможное}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 33^2 + 33 \cdot 11 = 1089 + 363 = 1452 \quad (\text{максимальное})$$

4) Найдём минимальное N , когда $x = 1$. По условию $x > 1$

$$\Rightarrow N = 1^2 + 11 = 12 \text{ клеток. (минимальное)}$$

Ответ: 1452 клетки.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 6 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Решение:

1) ~~Док.~~ Построение, соединим B и E и продлим прямую за точку E до пересечения с AD в точке P .

2) $BC \parallel AD$ (по св-ву ~~паралл.~~ ^{отр.} парам)

$\Rightarrow \angle BCA = \angle DAC$ (как накрест. лежащие при $BC \parallel AD$ и сек. AC)

3) Рассмотрим $\triangle BEC$ и $\triangle DFA$:

$$CE = AF = 8$$

$$BC = AD \text{ (по св-ву паралл. линий)}$$

$$\angle BCE = \angle DAF \text{ (из II пункта)} \Rightarrow \triangle BEC = \triangle DFA \text{ (по 2-м сторонам и } \angle \text{ м/д ними)}$$

\Rightarrow из равенства ~~предположений~~ следует равенство ~~углов~~

$$\Rightarrow \angle BEC = \angle DFA$$

4) $\angle BEC = \angle DFA \Rightarrow FD \parallel BP$ (по признаку (т.к. $\angle BEC = \angle DFA$ как накрест. лежащие при паралл. и сек. EF))

5) Рассмотрим $\triangle EBC$:

$$BF \parallel BE \text{ и } EF = FC \Rightarrow BF - \text{средняя линия в } \triangle BEC$$

$$\Rightarrow BF = FC \text{ (по св-ву ср. линии)}$$

6) Рассмотрим $\triangle ADF$:

$$EP \parallel FD \text{ (из 4 пункта)} \text{ и } AE = EF \Rightarrow EP - \text{средняя линия}$$

$$\text{в } \triangle ADF \text{ (по признаку)} \Rightarrow AP = DF \text{ (по св-ву)}$$

7) Рассмотрим $\triangle FKC$ и $\triangle FDA$

$$\angle KFC = \angle AFD \text{ (как вертикал.)} \Rightarrow \triangle FKC \cong \triangle FDA \Rightarrow$$

$$\angle KCA = \angle DAF \text{ (из II пункта)} \text{ (по 2-м углам)}$$

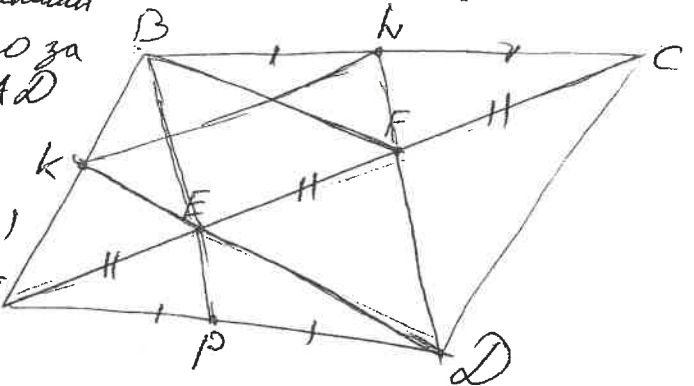
$$\Rightarrow \frac{CK}{FA} = \frac{KF}{FD} = \frac{FC}{AD} \Rightarrow \frac{KF}{FD} = \frac{1}{2}$$

8) Рассмотрим $PBKD$

$$BK \parallel PD \text{ (т.к. } BC \parallel AD) \Rightarrow PBKD - \text{параллелограмм.} \Rightarrow$$

$$BK = PD$$

$$\Rightarrow BP = KD \text{ (по св-ву паралл. линий)}$$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 6 8 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 5 (Продолжение)

9) LF - гр. линия \Rightarrow

$\Rightarrow LF = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} FD = EP$ (т.к. $\triangle DAF = \triangle BEC$ из 3 пункта)

10) По теореме Миллера для $\triangle ABP$, PD - является продолжением стороны AP за точку P \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{AK}{KB} \cdot \frac{BE}{EP} \cdot \frac{DP}{DA} = 1$$

$$\frac{AK}{KB} = \frac{EP \cdot DA}{BE \cdot DP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1 \Rightarrow AK = KB.$$

11) Т.к. $\triangle ABC$:

$AK = KB$ и $BK = KC \Rightarrow KH$ - средняя линия в $\triangle ABC$ (по признаку гр. линии) $\Rightarrow KH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$

Ответ: 6

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	1	0	8	4	0	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	18	20	15	20	—	73

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Среднее кол-во друзей которое мерно купили = $\frac{20 + 12}{2} = 16$ друзей. Т.к. среднее от чисел a и $b = \frac{a+b}{2}$.

Ответ: 16 друзей.

№2


$11x - 4y + 3xy^2 + x^2y = 11x - 4y + xy(3y + x)$. Здесь xy можно заменить на 9 , т.к. по условию $xy = 9$. Тогда

$$11x - 4y + xy(3y + x) = 11x - 4y + 9(3y + x) = 11x - 4y + 27y + 9x = 20x + 23y = 160. \text{ Отсюда } x + y = \frac{160}{20} = 8.$$

$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 8^3 - 3xy(x+y)$. Здесь тоже меняем xy на 9 , получается $64 - 3xy(x+y) = 64 - 27(x+y)$, где $x+y=8$. Значит $x^3 + y^3 = 64 - 27 \cdot 8 = 64 - 216 = -152$.

Ответ: -152 .

№3


 $A \xrightarrow{D, C} B$ ← это путь из леса "А" в лес "В" с остановками в точках С и D. С — остановка на которой белка сажала первого бельчонка, а точка D — остановка на которой белка взяла второго бельчонка. Далее будем обозначать NM за расстояние от точки N до точки M в км. Поскольку белка бежит со скоростью u км/ч, то отрезок NM она пробежит за $\frac{NM}{u}$ ч. А бельчата пробегают отрезок NM за



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 8 4 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

НМ ч, т.к. Белит со ~~скоростью~~ скоростью 1 км/ч. Время

за которое все трие каждый добрался из точки А в точку В и всеа одинаково. Выразим его тремя способами:

① Путь Белки = $\frac{AC}{4} + \frac{CD}{4} + \frac{DB}{4}$ часов.

② Путь первого Бельчонка = $\frac{AC}{4} + CB$ часов.

③ Путь второго Бельчонка = $AD + \frac{DB}{4}$ часов.

Поскольку $AB = AD + DC + CB = 2,8$ км, то $AC = 2,8 - CB$;
 $DB = 2,8 - AD$.

Тогда ② путь = $\frac{AC}{4} + CB = \frac{2,8 - CB}{4} + CB = \frac{2,8 + 3CB}{4}$, а

③ путь = $AD + \frac{DB}{4} = AD + \frac{2,8 - AD}{4} = \frac{2,8 + 3AD}{4}$.

Раз ② = ③, то $\frac{2,8 + 3CB}{4} = \frac{2,8 + 3AD}{4}$, значит $CB = AD$.

Рассмотрим ① путь: $\frac{AC + CD + DB}{4} = \frac{AD + 3CD + CB}{4} = \frac{2,8 + 2CD}{4}$,
 он равен ② пути, значит $\frac{2,8 + 2CD}{4} = \frac{2,8 + 3AD}{4}$, тогда

$2CD = 3AD$ и $CD = 1,5AD$.

Отсюда весь путь $AB = AD + CD + CB = AD + 1,5AD + AD = 3,5AD = 2,8$. Тогда $AD = 0,8$; $CB = 0,8$; $CD = 1,2$.

Значит время за которое все трие пришли в лес "В" = $\frac{2,8 + 3AD}{4} = \frac{2,8 + 0,8 \cdot 3}{4} = \frac{5,2}{4} = 1,3$ часа = 48 минут.

Ответ: 48 минут.

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 1

Н	А	О	О	О	1	0	8	4	0	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№

1

2

3

4

5

6

Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Пусть короткая сторона прямоугольника, который можно выложить из N плиток $= x$. Тогда $N = x(x+11) = x^2 + 11x$. Тогда сторона полученного после квадрата $\geq x+1$, т.к. иначе остались бы хотя бы $11x$ плиток, а это больше 8, т.к. $x > 1$. Пусть сторона квадрата $= x+y$.

Тогда $N = x^2 + 11x = (x+y)^2 + 8 = x^2 + 2xy + y^2 + 8$. Тогда $11x = 2xy + y^2 + 8$. Здесь y не больше 5, в противном случае $2xy$ будет хотя бы $12x$, а $11x$ всегда меньше $12x + y^2 + 8$, т.к. $x > 1$. y — целое число, значит достаточно перебрать 5 вариантов y :

1) $y=1$, тогда $11x = 2x + 1 + 8$; $9x = 9$; $x=1$, но условием $x > 1$, значит этот вариант не подходит.

2) $y=2$, тогда $11x = 4x + 4 + 8$; $7x = 12$. $12 \div 7$, а x — целое число, значит этот вариант не подходит.

3) $y=3$, тогда $11x = 6x + 9 + 8$; $5x = 17$. $17 \div 5$, значит этот вариант не подходит.

4) $y=4$, тогда $11x = 8x + 16 + 8$; $3x = 24$; $x=8$. Этот вариант нас устраивает, значит N может быть равно $8 \cdot (8+11) = 8 \cdot 19 = 152$.

5) $y=5$, тогда $11x = 10x + 25 + 8$; $x=33$. Этот вариант тоже подходит. Здесь $N = 33 \cdot (33+11) = 33 \cdot 44 = 1452$.

Ответ: 152 и 1452.

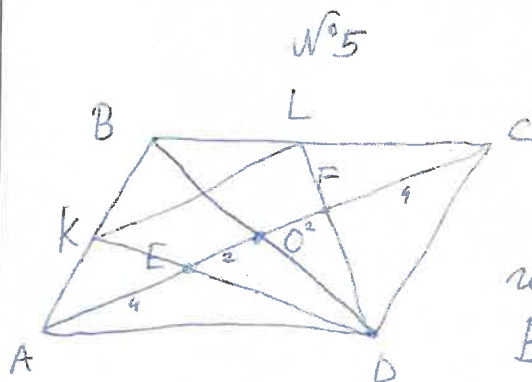
Вариант № 1

М А 0 0 0 1 0 8 4 0 7 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Пусть O - точка пересечения диагоналей BD и AC в $ABCD$. Тогда $BO = OD$ и $AO = OC$. $AO = AE + EO$, $OC = OF + FC$. $AE = CF = 4 \Rightarrow EO = OF =$

$= 2$. Рассмотрим $\triangle BCD$, в нём CO - медиана.

Точка F делит CO на OF и FC , где $OF : FC = 1 : 2 \Rightarrow$
 \Rightarrow точка F - точка пересечения медиан $\triangle BCO \Rightarrow$

DL медиана $\Rightarrow BL = LC$.

При рассмотрении $\triangle ABD$, AO - тоже медиана

$AE : EO = 2 : 1 \Rightarrow$ точка E - тоже точка пересечения медиан $\triangle ABD \Rightarrow DK$ медиана и $AK = KB$



KL - средняя линия в $\triangle ABC$, т.к. $AK = KB$ и $CL = LB$. $\Rightarrow KL = \frac{AC}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

Ответ: 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 4 9 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	5	20	5	-	70

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Из 1 км = 50 (руб)

из 1 км = 75 (руб)

ср. цена = $\frac{50+75}{2} = 62,5$ руб. - 1 км

$\frac{300 \text{ (руб)}}{62,5 \text{ (руб./км)}} = 4,8 \text{ км}$

Ответ: 4,8 км

или

2. $9x - 7y + xy(3y + x) = 340$, $xy = 8$

$9x - 7y + 24y + 8x = 340$

$17(x + y) = 340$

$x + y = 20$

$(x + y)^2 = 400$

$x^2 + 2xy + y^2 = 400$

$x^2 + 16 + y^2 = 400$

$x^2 + y^2 = 384$

3. Пусть кор. ст. = x , тогда x длинная ст. = $x + 7(x + 7) = 11x + 49$
при этом $x \geq 3$, $x + 7 \geq 10$, ст. полу. квадрата = y

Сумма $\geq 30 \Rightarrow$ С кв. ≥ 13

тогда

$y^2 = x(x + 7) - 17$

под эти усл. подх. только $N = 98$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 4 9 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4. Пусть раст, которое Элиза
проех. на велосипеде = S_1 , а Машин
на велосипеде = S_3 , раст. котор.

проехала Элиза = S_2 , а машин S_4 , тогда $S_1 + S_2 = 80$, $S_3 + S_4 = 80$
тогда т.к. они приехали одновременно.

$$\frac{S_1}{20} + \frac{S_2}{4} = \frac{S_3}{20} + \frac{S_4}{4} \quad | \cdot 20$$

$$S_1 + 5S_2 = S_3 + 5S_4$$

$$S_1 + S_2 + 4S_2 = S_3 + S_4 + 4S_4$$

$$80 + 4S_2 = 80 + 4S_4$$

$$S_2 = S_4, S_3 = S_1$$

тогда раст, которое велос. проехали без ускорения =
= $S_1 - S_2$, тогда за время пока велос. доехали до
машин и довели до 3-го ^{S_1} корня корневства = время
которое ~~Элиза~~ ^{Элиза} или машин ^{S_3}

$$\frac{S_1 - S_2 + S_1}{20} = \frac{S_2}{4}$$

$$2S_1 - S_2 = 5S_2$$

$$S_1 = 3S_2$$

$$S_1 + S_2 = 80$$

$$S_2 = 20, S_1 = 60 \text{ (км)}$$

$$t_{\text{всего пути}} = \frac{S_2}{4} + \frac{S_1}{20} = 5 + 3 = 8 \text{ (часов)} - \text{в пути всего}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

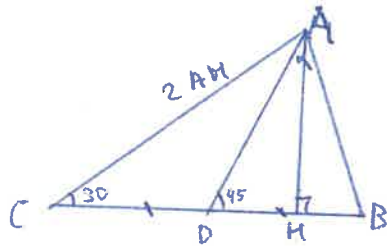
М А 0 0 0 1 4 9 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

5.



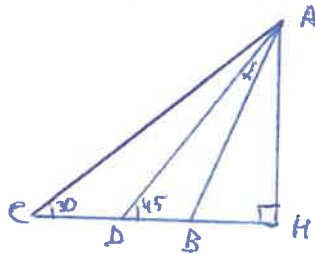
Пусть $\angle BAD = \alpha$, из т. А опустим высоту $^{\text{AH}}$ на $^{\text{CB}}$
 Если высота опущена на $^{\text{CB}}$ тогда $\triangle AHC$ - прямо - $30^\circ 60^\circ 90^\circ$
 $2AH = AC$

$$\angle ADC = 135^\circ, \angle CAD = 180^\circ - 135^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

$$\angle DAH = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ \Rightarrow \triangle AHD - \text{пр} \Rightarrow DH = AH$$

тогда $CH = CD + DH = 2AH + HB$, но тогда $CH \geq AC$, а $\angle AHC > \angle ACH$
 то есть быть не может

Или. Высота опущена на прям $^{\text{CB}}$ же т. В (другая высота быть не может т.к. $\angle ADB < 90^\circ$ - острый)



$$\angle DAH = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow \alpha \leq 45^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Ответ: $\alpha = 30^\circ$?

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 1 0 2 3 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

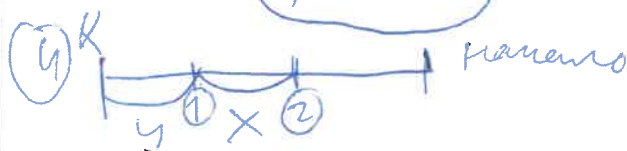
1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	10	20	—	—	70

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

- ① В 1 магазине от курицы
1 кг картошки за $\frac{400}{3}$ рублей,
во 2-ом за 80 рублей. Т.е. в среднем
1 кг картошки стоит $80 + \frac{400}{3}$ рублей
$$\frac{240}{3} + \frac{400}{3} = \frac{640}{3}$$

$$\frac{640}{3} : 2 = \frac{320}{3}$$
 за кг
$$400 : \frac{320}{3} = \frac{400 \cdot 3}{320} = \frac{15}{4}$$
 ~~рублей~~ кг
 $= 3,75$ кг за 400 рублей
ответ: 3,75 кг



Когда Терентий высаживает Амоса между
y и x ~~Амос~~ Амосу останется пройти y
а Терентию $2x + y$

② Это где Терентий посажен Арамиса.

Т.е. $\frac{y}{6} = \frac{2x + y}{18}$

→
время
Амоса

←
время Терентия

$$\frac{3y}{18} = \frac{2x + y}{18}$$

$$3y = 2x + y$$

$$2y = 2x$$

$$y = x$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 0 2 3 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пл.е. Поторос прошен

$$\frac{63+2x}{18} \approx \frac{63-x}{18} + \frac{x}{6}$$

$$\frac{63-2x}{6} + \frac{2x}{18}$$

$$\frac{63+2x}{18} = \frac{63-x+3x}{18} = \frac{63-2x}{6} + \frac{2x}{18}$$

$$\frac{63+2x}{18} = \frac{63+2x}{18} = \frac{189-4x}{18}$$

$$\frac{189-63-4x-2x}{18} = 0$$

$$\frac{126-6x}{18} = 0 \quad \frac{6(21-x)}{18} = 0 \quad | :3$$

$$21-x=0 \quad x=21 \text{ км}$$

Пл.е. Тюрное прошен $\frac{63+42}{18} \approx$

$$\frac{105}{18} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6} \approx$$

Ответ: $5\frac{5}{6} \approx$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

M	A	0	0	0	1	0	2	3	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа

$$(2) \quad 6x + 6y - 3xy^2 + 2x^2y = 150$$

$$6(x+y) - \underbrace{xy}_{12}(3y-2x) = 156$$

$$6(x+y-2(3y+2x))=750 \quad | :6$$

$$x + y - 6y + 11x = 25$$

$$5x - 5y = 25 \quad | :5$$

$$x - y = 5 \quad | \cdot (-2)$$

$$(x-4)^2 = 25$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 25$$

$$x^2 + y^2 = 25 + 2xy$$

$$x^2 + y^2 = 25 + 24 = 49$$

Conclusion: $x^2 + y^2 = 49$

$$\textcircled{3} N = x^2 + 10x = x^2 + 18x + (\sqrt{x})^2 = y^2 - 7$$

$$(x + \sqrt{x+7})^2 = 4^2 \quad \text{то модер}$$

$$\Rightarrow 18x = 2\sqrt{x+4} \times 12x > 0$$

$$d = \sqrt{x+2} \quad |^2$$

$$x_1 = x + 1$$

$$x = 81 - 2 = 79$$

$$N = 4u^2 + 19 \cdot 24$$

$$N = 6882$$

Omber: $N = 6882$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 5 6 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	20	5	20	-	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

✓2

Дано:

$$x \cdot y = 9$$

~~$$11x - 7y + 27y$$~~

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

Найти:

$$x^3 + y^3$$

Решение:

$$1) \quad 11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 11x - 7y + 3 \cdot y \cdot xy + x \cdot xy$$

Но $xy = 9$, тогда

$$11x - 7y + 3 \cdot y \cdot 9 + x \cdot 9 = 11x - 7y + 27y + 9x = 20x + 20y$$

и по условию это равно 160

$$20x + 20y = 160$$

$$(x + y = 8)$$

$$2) \quad x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)((x + y)^2 - 3xy)$$

где $x + y = 8$ и $xy = 9$

$$8(8^2 - 3 \cdot 9) = 8 \cdot (64 - 27) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: $x^3 + y^3 = 296$

На одну сумму денег можно купить 20 зайчиков или 72 мышек,
значит в среднем на эту сумму денег можно купить $\frac{12 + 20}{2} = 16$ зайчиков

Ответ: 16 зайчиков

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

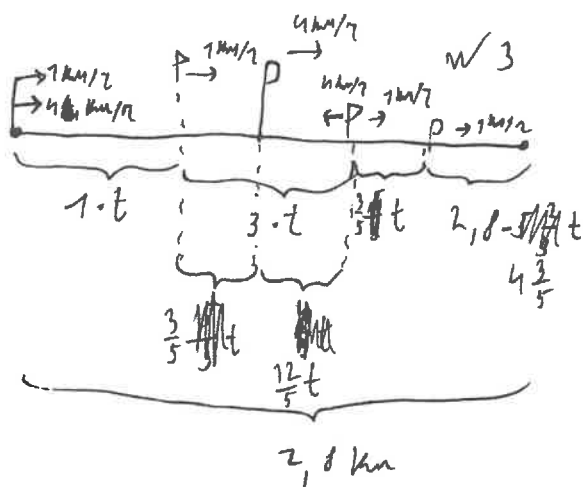
Вариант № 1

М А О О О 1 8 5 6 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Пусть t - время, которое длится время первого движения, тогда она за это время проходит $4t$, а человек идет $1t$, тогда, когда она доплывет до конца, расстояние между ними было $4t - 1t = 3t$ и т.д. Они идут навстречу друг другу они встречаются спустя $\frac{3t}{4+1} = \frac{3}{5}t$ и за это время они вместе прошли $\frac{3}{5}t \cdot 1 = \frac{3}{5}t$, тогда они дойдут $2,8 - 4t - \frac{3}{5}t = 2,8 - 4\frac{3}{5}t$, а человек пройдет $2,8 - t - \frac{3}{5}t = 2,8 - 1\frac{3}{5}t$, и они снова это за равное время, значит $\frac{2,8 - 1\frac{3}{5}t}{4} = 2,8 - 4\frac{3}{5}t$ 1.4

$$2,8 - 1\frac{3}{5}t = 11,2 - 16\frac{7}{5}t \quad | \cdot 5$$

$$14 - 8t = 56 - 92t$$

$$84t = 42$$

$$t = \frac{42}{84} = \frac{21}{42} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$t_{\text{общ}} = t + \frac{3}{5}t + 2,8 - 4\frac{3}{5}t = 2,8 - 3t = 2,8 - 3 \cdot \frac{1}{2} = 2,8 - 1,5 = 1,3$$

Ответ: 1,3

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



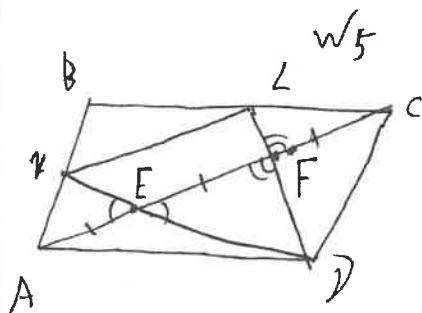
Вариант № 1

М А О О О 1 8 5 6 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Дано: $ABCD - \square$
 $AF = FC$
 $BL = LD$

Найти: KL

Р-е:

1) Рассмотрим $\triangle AFD$ и $\triangle CLE$:

1) $\angle FDE = \angle AFD$ (вертикальные)

2) $\angle FAD = \angle ECL$ (поскольку $AD \parallel BC$ и секущая AC) $\Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle CLE$ (по 2 углам)

$$\frac{LC}{AD} = \frac{FE}{AF} = \frac{1}{2}$$

3) $BC = AD$ (поскольку $BC \parallel AD$ и AC секущая)
 $\frac{LC}{AD} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \frac{LC}{BC} = \frac{1}{2}$ $\mid \angle C = \angle C$

4) Рассмотрим $\triangle AKC$ и $\triangle DLE$:

1. $\angle ACK = \angle ELD$ (вертикальные)

2. $\angle KAC = \angle EDC$ (поскольку $AB \parallel CD$ и секущая AC) $\Rightarrow \triangle AKC \sim \triangle DLE$ (по 2 углам)

$$\frac{AK}{CD} = \frac{AE}{EL} = \frac{1}{2}$$

5) $AB = CD$ (поскольку $AB \parallel CD$ и AC секущая)
 $\frac{AK}{CD} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{1}{2}$ $\mid AK = KB$

6) $AK = KB$ (по п. 5)
 $BL = LE$ (по п. 4) $\Rightarrow KL$ — средняя линия $\triangle ABC \Rightarrow KL = \frac{AC}{2} = \frac{12}{2} = 6$

Ответ: 6

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

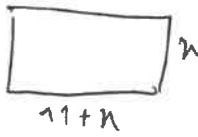
Вариант № 1

М А О О О 1 8 5 6 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



$11+n$



y

и y

Пусть n - наименьшее m .

\square -м, и y - ~~наименьшее~~ ~~сторона~~ квадрата
и n - кат. гипотенузы

где $n > 1; n \in \mathbb{N}; y \in \mathbb{N}; \quad n \in \mathbb{N}$
Сист. ур-я по упр. задаче

$$\begin{cases} n \cdot (11+n) = h \\ y \cdot y + d = h \\ n^2 + 11n = h \\ y^2 + d = h \end{cases}$$

$$n^2 + 11n = y^2 + d$$

$$y^2 = n^2 + 11n - d$$

по т.к. $y \in \mathbb{N}$, значит $n^2 + 11n - d$ должно быть квадратом
какого-то натурального числа

Если $n = 1$: $1^2 + 11 \cdot 1 - d = 4$, но по условию $n > 1$, значит не ур. упр. задача

Если $n = 2$: $4 + 22 - d = 18$ - не квадрат

Если $n = 3$: $9 + 33 - d = 34$ - не квадрат

Если $n = 4$: $16 + 44 - d = 52$ - не квадрат

Если $n = 5$: $25 + 55 - d = 72$ - не квадрат

Если $n = 6$: $36 + 66 - d = 96$ - не квадрат

Если $n = 7$: $49 + 77 - d = 126$ - не квадрат

Если $n = 8$: $64 + 88 - d = 152$ - квадрат, значит нам подходит

$$\text{тогда } h = n^2 + 11n = 64 + 88 = 152$$

Ответ: 152 штук

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 7 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	20	5	20	-	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

Известно, что $xy = 9$ и $11x - 4y + 3xy^2 + x^2y = 160$.

$$11x - 4y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

$$11x - 4y + 3xy \cdot y + xy \cdot x = 160$$

$$11x - 4y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$20(x+y) = 160$$

$$x+y = 8$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = (x+y)^2$$

$$x^2 + y^2 + 18 = 64$$

$$x^2 + y^2 = 64 - 18$$

$$x^2 + y^2 = 46$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 8(46 - 9) = 8 \cdot 37 = 296.$$

Ответ: 296.

Пусть 1 зеленая груша стоит x руб., а желтая y руб. Тогда

$$20x = 12y.$$

Тогда $\frac{20x + 12y}{2} = 10x + 6y \Rightarrow$ в среднем можно купить

16 груш.

Ответ: 16 груш.



Вариант № 1

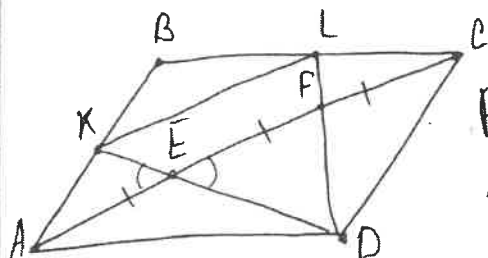
М А О О О 1 1 5 7 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№5.



Рассмотрим $\triangle LCF$ и $\triangle DAF$, у которых:
 $\angle LFC = \angle AFD$ (вертикальные)
 $\angle FAD = \angle LCF$ (накрест лежащие).
 $\Rightarrow \triangle LCF \sim \triangle DAF$ по двум углам.

П.к. $AE = EF = FC$, $\frac{FC}{AF} = \frac{1}{2}$, \Rightarrow коэффициент подобия $= 2$,
 $\Rightarrow \frac{LC}{AD} = \frac{1}{2}$, $\Rightarrow BL = LC$.

Рассмотрим $\triangle AKE$ и $\triangle ECD$, у которых:
 $\angle AKE = \angle CED$ (вертикальные)
 $\angle KAE = \angle ECD$ (т.к. в пар-ме $BA \parallel CD$)
 $\Rightarrow \triangle AKE \sim \triangle ECD$ по двум углам.

П.к. $AE = EF = FC$, $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$, \Rightarrow коэффициент подобия $= 2$,
 $\Rightarrow \frac{AK}{CD} = \frac{1}{2}$, $\Rightarrow AK = BK$.

В $\triangle ABC$ KL — средняя линия, $\Rightarrow KL = \frac{1}{2} AC =$
 $= \frac{1}{2} \cdot 12 = 6 \text{ см.}$

Ответ: $KL = 6 \text{ см.}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дополнительный бланк №2
Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

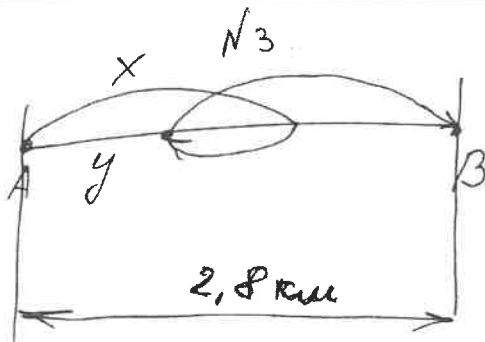
Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 7 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



x км — расстояние до поворота 2-м Бельчонок
 y км — расстояние, ~~до~~ которое прошёл 2-й Бельчонок до встречи с мамой.
 $\frac{x}{4}$ — время мамы Белки до разворота, $\frac{2,8-x}{4}$ — время сапожка.

$\frac{x}{4}$ — время мамы Белки до разворота, $\frac{2,8-x}{4}$ — время сапожка.
движения 1 Бельчонка.
Мамы $\frac{x-y}{4} + \frac{2,8-y}{4} = \frac{2,8-x}{4}$

Мамы $\frac{x-y}{4} + \frac{2,8-y}{4} = \frac{2,8-x}{4}$

$x-y+2,8-y = 4(2,8-x)$

$5x-2y=8,4$ (*)

$t_1 \text{ Бел.} = \frac{x}{4} + \frac{2,8-x}{4}$ $t_1 = t_2$

$t_2 \text{ Бел.} = \frac{y}{4} + \frac{2,8-y}{4}$

$\frac{x}{4} + \frac{2,8-x}{4} = \frac{y}{4} + \frac{2,8-y}{4}$

$x+y=2,8$ (**)

Решая * и ** в системе получаем
 $y=0,8$ км, а $x=2$ км.

$\Rightarrow t = \frac{2}{4} + 2,8-2 = 0,5+0,8 = 1,3$ ч.

Ответ: 1,3 ч.

ч.

a $a+11$
 b b
получивший
рациональный
квадрат, который
предоставил Матвей

- Если $a=2$
 $a=3$
 $a=4$
 $a=5$
 $a=6$
 $a=7$
 $a=8$

- $N=26$
 $N=42$
 $N=60$
 $N=80$
 $N=102$
 $N=126$
 $N=152$

- $b^2=18$
 $b^2=34$
 $b^2=52$
 $b^2=72$
 $b^2=94$
 $b^2=118$
 $b^2=144$

не квадраты.

$\Rightarrow N=144+8=152.$

$b=12$

Ответ: из 152 плиток.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 6 7 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	5	10	10	-	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$\sqrt{1}$

Пусть ^{об}длина куска 3 км ^{корина} по цене x руб/км, а
5 км ^{корина} по цене y руб/км \Rightarrow

$$400 = 3x$$

$$400 = 5y$$

$$x = \frac{400}{3}$$

$$y = \frac{400}{5}$$

$$x = 133\frac{1}{3} \text{ руб/км}$$

$$y = 80 \text{ руб/км} \Rightarrow$$

$$\text{средняя цена} = \frac{133\frac{1}{3} + 80}{2} = \frac{(\frac{640}{3})}{2} = \frac{640}{6} =$$

$$= 106\frac{2}{3} = 106\frac{2}{3} \text{ руб/км} \Rightarrow$$

$$\frac{400}{106\frac{2}{3}} = \frac{400}{(\frac{320}{3})} = \frac{1200}{320} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ км}$$

Ответ: 3,75 км

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 6 7 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа

$\sqrt{2}$

Ответ: 49

По условию:

$$\begin{cases} xy = 12 \\ 6x + 6y - 3xy^2 + 2x^2y = 150 \end{cases} \Rightarrow$$

$$6x + 6y - 3xy^2 + 2x^2y = 150 \Rightarrow$$

$$6x + 6y + xy(2x - 3y) = 150 \Rightarrow$$

Положим как
 $xy = 12$
по условию -

$$6x + 6y + 12(2x - 3y) = 150 \Rightarrow$$

$$\underline{6x + 6y} + \underline{24x - 36y} = 150 \Rightarrow$$

$$30x - 30y = 150 / : 30$$

$$x - y = 5 \quad \text{Далее я}$$

$$x = 5 + y$$

выразим x через выражение $xy = 12$
и получили $y \cdot (y + 5) = 12$

$$y^2 + 5y - 12 = 0$$

Далее я представлю выражение $x^2 + y^2$ в виде
 $(x + y)^2 - 2xy$ и выразил отсюда $y \Rightarrow$

$$(y + 5 + y)^2 - 24, (24 = xy \cdot 2, \text{ по } xy = 12 \text{ по условию}) \Rightarrow$$

$$(2y + 5)^2 - 24 = 4y^2 + 20y + 25 - 24 = 4y^2 + 20y - 1 \quad \text{Но я}$$

заметил что если мы $y^2 + 5y - 12 = 0$ умножим

на 4 и затем к общей части прибавим

$$49 \text{ то они станут равными } y^2 + 5y - 12 = 0 / \cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4y^2 + 20y - 48 = 0 / + 49 \Rightarrow 4y^2 + 20y + 1 = 49 \Rightarrow x^2 + y^2 = 49$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

3

М А О О О 1 6 4 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$\sqrt{3}$

Поскольку по условию одна сторона прямоугольника (x) меньше другой на 19 ($x+19$) и их произведение можно представить до квадрата (a^2) прибавив 7 \Rightarrow Я составил уравнение:

$$x(x+19) = a^2 - 7; \text{ далее я выразил } a^2 \text{ через } x \text{ и получил:}$$

$$x^2 + 19x + 7 = a^2$$

$$x^2 + 19x + 7 = 0$$

$$D = 361 - 28 = 333$$

$$x_1 = \frac{-19 + \sqrt{333}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-19 - \sqrt{333}}{2}$$

$$1 \left(x - \frac{-19 - \sqrt{333}}{2} \right) \left(x - \frac{-19 + \sqrt{333}}{2} \right) = x^2 + 19x + 7 = a^2$$

получив, что ~~1~~ $\left(x - \frac{-19 - \sqrt{333}}{2} \right) \left(x - \frac{-19 + \sqrt{333}}{2} \right)$

не является квадратом я понял, что ответа на эту задачу нет

Ответ: нет такого числа ниток

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 6 7 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1/4

Ответ: 3,5 часа

Сначала я составил 3 уравнения

Как-то из троих я выбирала до встречи

Атос: $63 = 18 \cdot x + 6 \cdot y$

x - время которое он ехал с Атосом

y - оставшееся время которое он проехал пешком

Аралис: $63 = 6 \cdot (x + b) + 18 \cdot a$

b - время которое возвращался портос

a - оставшееся время которое он ехал на коне

Портос: $63 = 18(x + b + a)$ и.о. - 26?

PS: - b так как он возвращался то есть ехал назад

По логике моих утверждений и условий задачи \Rightarrow

$x + b = y$ ведь они пришли в одно время. Также из уравнений Атоса и Аралиса мы узнаем, что

$x = x$ и $y = x + b \Rightarrow$

Портос:

$63 = 18(2x - b)$

$2x - b = \frac{63}{18}$

$2x - b = \frac{7}{2} = 3,5 \text{ часа} \Rightarrow \text{Ответ: } 3,5 \text{ часа}$

Атос:
 $63 = 18 \cdot x + 6(x + b)$
 $63 = 24x + 6b$
 $10,5 = 4x + b$

Вариант № 3

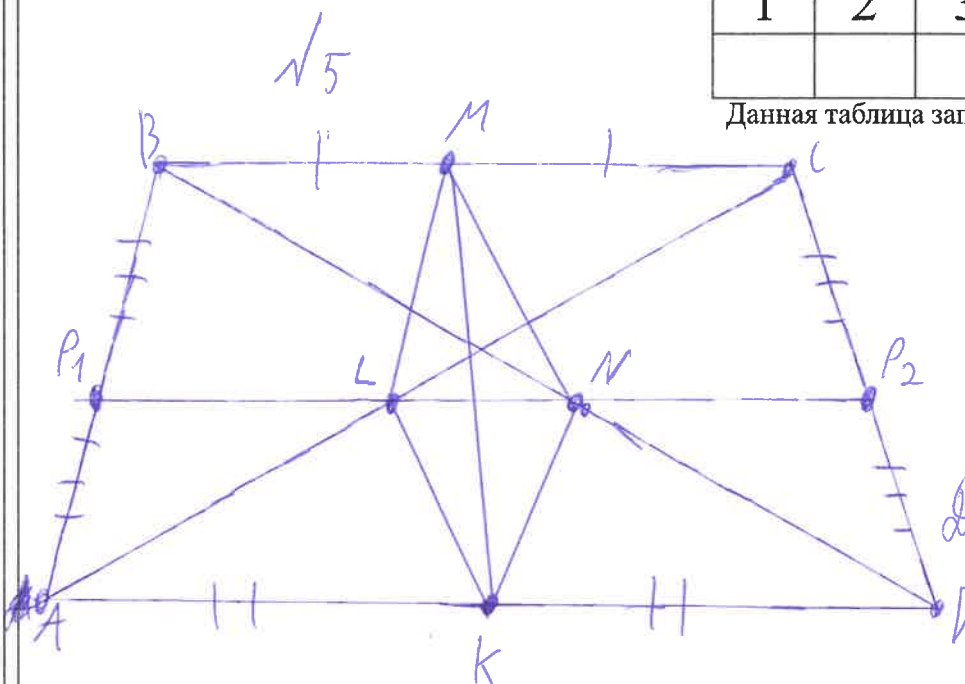
М А О О О 1 6 7 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Дано: $ABCD$ — трапеция
 $AD \parallel BC$; $AD > BC$
 $AK = KD$; $BM = MC$
 $KM = LN$; $BN = ND$; $AL = LC$
 Док-зано: $\angle ABD > 90^\circ$

Дополнительное построение:

P_1 — середина AB ; P_2 — середина $CD \Rightarrow P_1P_2$ — сред. линия $ABCD$. Тогда так как $BN = ND$ (по условию) и P_2 — середина CD (по построению) $\Rightarrow NP_2$ — сред. линия $\triangle BCD$ и $NP_2 \parallel BC$, а также P_1 — середина AB (по построению) и $BN = ND$ (по усл.) $\Rightarrow P_1N$ — сред. линия $\triangle ABD \Rightarrow P_1N \parallel AD$. Тогда так как $AD \parallel BC$ (по условию) и из точки N выходят отрезки P_1P_2 параллельные AD и $BC \Rightarrow P_1P_2$ — сред. линия трапеции $\Rightarrow P_1P_2 \parallel BC \parallel AD$. То есть так как $KM = LN \Rightarrow \triangle MNK$ — прямоугольный (по одной из признаков прямоугольного) $\Rightarrow \angle KNM = 90^\circ \Rightarrow$ Тогда так как NK — сред. линия $\triangle ABD$ ($BN = ND$ и $AK = KD$ — по условию) $\Rightarrow \angle NKD = \angle BAD$ (соответственные $AB \parallel NK$) $\Rightarrow \angle NKD = \angle KNP_1$ ($P_1P_2 \parallel AD$ — по сказанному ранее — параллельности)

Вариант № 3

М А О О О 1 6 7 7 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

√ 5 (продолжение)

Так как P_1N - сред линия $\Delta B P_1 N C P_1 B = P_1 A$ - по построению и $AN = ND$ - по условию) \Rightarrow

$\angle BDA = \angle BNP_1$ (соответственные $P_1N \parallel AD$) \Rightarrow

Так как $\angle BNP_1$ и $\angle KNP_1$ входят в $\angle ANK$, но

но замечают что наклонность ведь они составляют $\angle B N K$ который очевидно меньше $\angle ANK$ ведь NM наклонена на пути по отношению к ΔABD , а отрезок

BN падает на его границу (на стороне BD) \Rightarrow

так как $\angle ANK = 90^\circ$, а $\angle BNP_1$ и $\angle KNP_1$

входят в него $\Rightarrow \angle BNP_1 + \angle KNP_1 < 90^\circ \Rightarrow$

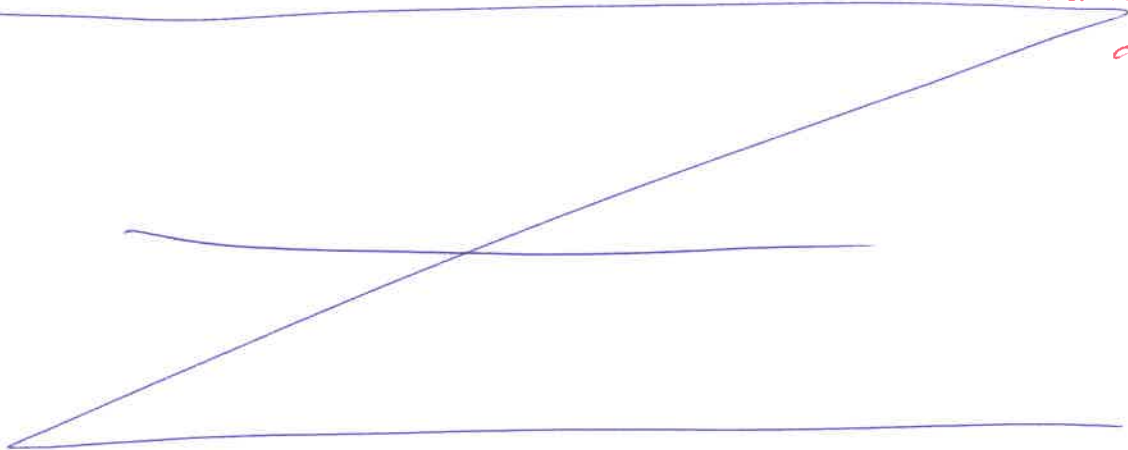
Так как $\angle BNP_1 = \angle BDA$ (по сказанному ранее) и

$\angle KNP_1 = \angle BDA$ (по сказанному ранее) \Rightarrow

Из суммы ~~трех~~ углов треугольника $\Delta ABD \Rightarrow$

что $\angle ABD > 90^\circ$

Будет перпендикуляр, в угол непопадает, или сделает



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

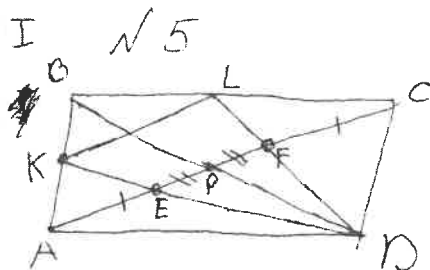
Вариант № 1

МАООО1981925

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	20	5	20	-	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Решение:

1) Допустим P - точка пересечения диагоналей,

тогда так как $FC = AE$ (по условию) \Rightarrow
 $EP = PF = 0,5 FC$ (также по условию и по свойству параллелограмма, диагонали делят друг-друга пополам)

2) Запишем теорему Менелая для $\triangle BPC$ и прямой KL :

$$\frac{LC}{BL} \cdot \frac{BP}{PD} \cdot \frac{PF}{FC} = 1$$

3) $BP = 2 PD$ (так как диагонали в параллелограмме делят друг-друга пополам)

$PF = 0,5 FC$ (по 1 пункту)

$$4) \frac{LC}{BL} \cdot \frac{2 PD}{PD} \cdot \frac{0,5 FC}{FC} = 1$$

$$\frac{LC}{BL} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{LC}{BL} = 1$$

$$LC = BL$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 9 8 1 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что написано с этой стороны листа в рамке сверху



5) Запишем теорему Менелая для $\triangle APB$ и прямой KD :

$$\frac{BK}{AK} \cdot \frac{AE}{EP} \cdot \frac{PD}{BD} = 1$$

$$\frac{BK}{AK} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ (по 3 пункту)}$$

$$\frac{BK}{AK} = 1$$

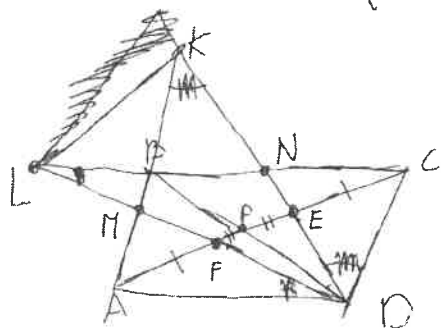
$$BK = AK$$

6) $\left. \begin{matrix} BK = AK \\ LC = BL \end{matrix} \right\} \Rightarrow KL - \text{средняя линия в } \triangle ABC \Rightarrow$

$$KL \parallel AC; KL = \frac{AC}{2}$$

$$7) KL = \frac{12}{2} = 6 \text{ (по 6 пункту)}$$

II



M и N совм.

8) LD пересекает AB в M
 DK пересекает BC в N

9) Рассуждение от 1 до 5 пункта в первом варианте будет таким же и во втором варианте, только вместо K_L

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 1 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в рамках строки

10) $\angle PAM = \angle MBL$

1) ~~$\angle PAM = \angle MBL$~~ (как \angle при $LB \parallel AD$ и AB -сек)

$\angle AMD = \angle LMB$ (как верт.)

$\angle DCN = \angle KBN$ (как \angle при $CD \parallel BK$ и BC -сек)

$\angle DNC = \angle BNC$ (как верт.)

11) $\triangle DAM = \triangle LMB$ ($BM = AM$ по пункту 5 и 8;

$\angle MAD = \angle MBL$ и $\angle DMA = \angle LMB$ (по пункту 10))

\Downarrow
 $LB = AD$

12) $\triangle BKN = \triangle DNC$ ($BN = NC$ по пункту 5 и 8;

$\angle DCN = \angle KBN$ и $\angle DNC = \angle BNC$ (по пункту 10))

\Downarrow
 $BK = CD$

13) $\angle LBK = \angle ABC$ (как верт.)

14) $\triangle LBK = \triangle ABC$ ($\angle LBK = \angle ABC$ (по 13

пункту) $BK = CD$ (по 12 пункту); $LB = AD$ (по 11 пункту)) $\Rightarrow LK = AC = 12$

Ответ: I $KL = 6$

II $KL = 12$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 1 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа в разное время



№1.

$$a = 20 \text{ зел. грибов}$$

$$a = 12 \text{ бел. грибов.}$$

$$2a = 20 \text{ зел. грибов} + 12 \text{ бел. грибов}$$

$$2a = 32 \text{ грибов}$$

$$a = 16 \text{ грибов} \Rightarrow \text{в среднем можно купить } 16 \text{ грибов}$$

Ответ: 16

№2

$$\begin{cases} x+y=8 \end{cases}$$

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

Заменяем:

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$x + y = 8$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy)$$

$$(x+y)^2 = 64$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = 64$$

$$x^2 + y^2 - xy = 64 - 3xy$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 9 8 1 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

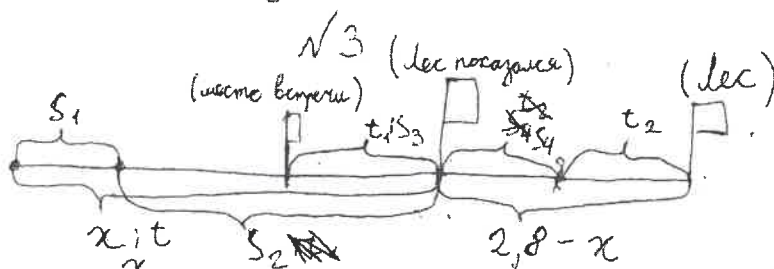
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$x^2 + y^2 - xy = 64 - 3 \cdot 9 = 37$$

$$x^3 + y^3 = 8 \cdot 37 = 296$$

Откуда: $x^3 + y^3 = 296$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 37 \\ \hline 296 \end{array}$$



S/x - расстояние
 t - время
 } - на каком участке

$$t = \frac{x}{4}$$

$$S_1 = \frac{x}{4} \Rightarrow S_2 = x - S_1 = \frac{3x}{4}$$

$$t_1 = \frac{3x}{4 \cdot 5} = \frac{3x}{20} \text{ (так как скорости сближения это сумма двух скоростей, то есть } 4+1)$$

$$S_3 = t_1 \cdot 4 = \frac{3x}{20} \cdot 4 = \frac{12x}{20} = \frac{3x}{5}$$

$$S_4 = \frac{3x}{20} \cdot 1 = \frac{3x}{20}$$

$$1 \left(2,8 - x - \frac{3x}{20} \right) = 4 \quad \frac{2,8 - x - \frac{3x}{20}}{1} = t_2$$

$$\frac{2,8 - x - \frac{3x}{20}}{4} = \frac{\frac{3x}{5} + 2,8 - x}{4}$$

$$2,8 - x - \frac{3x}{20} = \frac{3x}{20} + 0,7 - \frac{x}{4}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 1 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в разное время



1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$2,1 = \frac{6x}{20} + x - \frac{x}{4}$$

$$2,1 = \frac{6x}{20} + \frac{3x}{4}$$

$$2,1 = \frac{6x + 15x}{20}$$

$$2,1 = \frac{21x}{20}$$

$$21 = \frac{21x}{2}$$

$$x = 2$$

Нам надо найти общее время:

$$t + t_1 + t_2 = \frac{x}{4} + \frac{3x}{20} + 2,8 - x - \frac{3x}{20} =$$

$$= \frac{x}{4} + 2,8 - x \quad \left. \vphantom{\frac{x}{4} + 2,8 - x} \right\} \Rightarrow t + t_1 + t_2 = 0,5 + 2,8 - 2 =$$

$$x = 2$$

$$= 1,3 \text{ часа}$$

Ответ: или по погоде всего 1,3 часа

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 9 8 1 9 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с левой стороны листа

в рамке справа

N4

$k+11$

$k > 1$



$$N = k(k+11) = k^2 + 11k$$

$$\cancel{N} - 8 = n^2$$

$$N = n^2 + 8$$

$$n^2 + 8 = k^2 + 11k$$

$$n^2 = k^2 + 11k - 8$$

Число N может равняться 152 при $k = 8$ и

$$n = 12$$

$$12^2 = 8^2 + 88 - 8$$

$$144 = 144, \text{ что верно}$$

В случае, если $k \neq 8$, то значение $k^2 + 11k - 8$ мы не сможем разложить на множители, так как 8 не куда будет делиться, а значит это значит, что мы не сможем получить квадрат.

Ответ: 152

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 7 2 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Б1

Т.к. в условии сказано, что на одинаковую сумму можно купить либо 20 зелёных цуши, либо 12 жёлтых цуши, то это значит, что стоимость одной жёлтой цуши в $\frac{20}{12} = 0,6$ раз больше зелёной. Значит сумму зелёных можно выразить как $x = 20 \cdot 0,6y$ - зелёные цуши, $x = 12y$ - жёлтые цуши. Среднее арифметическое цен двух разных цуши равно $\frac{y + 0,6y}{2} = \frac{1,6y}{2} = 0,8y$. Так как сумма денег у нас получилась равной $12y$, а средняя цена - $0,8y$, мы можем найти среднее кол-во цуши, которые мы можем купить: $12y : 0,8y = 15$.

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	-	5	20	-	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Ответ: 15 цуши

Б2

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

$x(11+xy) - y(7-3xy) = 160$, знав что $xy = 9$, подставим:

$$x(11+9) - y(7-3 \cdot 9) = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$20(x+y) = 160$$

$$x+y = 8$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2). \text{ Найдём}$$

Найдём значение выражения $(x^2 - xy + y^2)$:

$$(x+y)^2 = 8^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 64$$

$$x^2 + 18 + y^2 = 64$$

$$x^2 + y^2 = 64 - 18$$

$$x^2 + y^2 = 46$$

$$x^2 - xy + y^2 = 46 - 9 = 37$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: 296

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 5 7 2 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

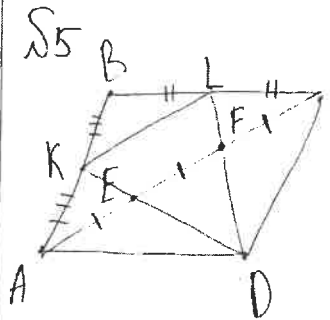
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Дополнительный лист номер 1

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим квадраты чисел, которые удовлетворяют условию: $4^2, 5^2, 6^2, \dots$. Т.к. 2^2 и 3^2 являются самыми маленькими. Теперь рассмотрим числа, которые удовлетворяют выражению $x \cdot (x+1) - 8 = y^2$ и увидим, что такой случай один: $8 \cdot (8+1) - 8 = 12^2$. $\Rightarrow 8 \cdot (8+1) = 144 + 8$; $8 \cdot (8+1) = 152$; $8 \cdot 19 = 152$; $152 = 152 \Rightarrow 152$ штрихи было у Матвея.
Ответ: 152



Дано: $ABCD - \#$
 $AC = 12$
 $AE = EF = FC = 4$
 $KL - ?$

$\triangle LCF \sim \triangle AFD$ (1 пр.: $\angle LFC = \angle AFD$ (верт.), $\angle FAD = \angle LCF$ (накр. лежа при $AD \parallel BC$ и сек. AC))
 $\Rightarrow \frac{LC}{AD} = \frac{FC}{AF} = \frac{4}{8} \Rightarrow LC = \frac{1}{2} AD \Rightarrow LC = \frac{1}{2} BC$ (т.к. $ABCD - \#$, $AD = BC$)
 $\Rightarrow LC = BL$

$\triangle AKE \sim \triangle ECD$ (1 пр.: $\angle KEA = \angle CED$ (верт.), $\angle KAE = \angle ECD$ (накр. лежа при $AB \parallel CD$ и сек. AC))
 $\Rightarrow \frac{AK}{CD} = \frac{AE}{EC} = \frac{4}{8} \Rightarrow AK = \frac{1}{2} CD \Rightarrow AK = \frac{1}{2} AB \Rightarrow AK = KB$

\Downarrow
т.к. K - середина AB , т. L - середина $BC \Rightarrow KL$ - средняя линия $\triangle ABC \Rightarrow KL = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$

Ответ: 6

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 0 7 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	5	20	20	-	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

У одного прод.: 6 кг - 300 руб. I

! другой: 4 кг - 300 руб. II

Значит за такую же цену ищем среднее арифметическое этих двух продавцов: $\frac{6+4}{2} = \frac{6+4}{2} = 5 \text{ кг}$

Ответ: в среднем можно купить 5 кг картофеля за 300 рублей.

№2.

$$xy=8 \Rightarrow 2xy=2 \cdot 8=16$$

$$9x-7y+3xy^2+x^2y=340$$

$$9x-7y+3y \cdot xy+x \cdot xy=340 \quad \text{Подставим } xy=8$$

$$9x-7y+24y+8x=340$$

$$17x+17y=340$$

$$x+y=20 \quad \text{обе стороны возведем в квадрат обе части сохраним знаком.}$$

$$(x+y)^2=20^2$$

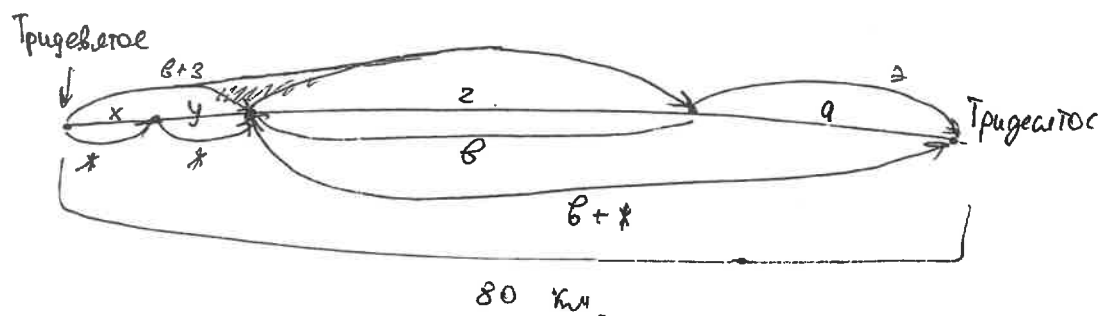
$$\begin{cases} x^2+2xy+y^2=400 \\ 2xy=16 \end{cases}$$

$$x^2+y^2=400-16$$

$$x^2+y^2=384$$

Ответ: 384.

№3.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 0 7 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть волк с Эльзой проехал $x+y+z$ км, а в это время Хасмин проехал x км. Пока Эльза шла до Григория:

- а) волк вернул (проехав z) за Хасмином, который, пока волк бежал z , проехал y ;
- б) волк с Хасмином проехал $z+a$.

$$S = 0.5 \cdot t$$

Время Эльзы (все):

$$\frac{\text{путь с волк.}}{v_{\text{в.}}} + \frac{\text{путь пеш.}}{v_{\text{Э.}}} = \frac{x+y+z}{20} + \frac{a}{4} = \frac{x+y+z+5a}{20} \quad \text{ч}$$

Время Хасмина (все):

$$\frac{\text{путь пеш. пока Эл. с волк.}}{v_{\text{Х}}} + \frac{\text{путь пеш. пока волк бежал к ней}}{v_{\text{Х}}} + \frac{\text{путь на волке}}{v_{\text{в.}}} =$$

$$= \frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z+a}{20} = \frac{5x+5y+z+a}{20}$$

Время у Эльзы, Хасмина и волка одинаковое, т.к. стар. вместе и финишируют.

$$\frac{x+y+z+5a}{20} = \frac{5x+5y+z+a}{20} \Rightarrow x+y+z+5a = 5x+5y+z+a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4a = 4x+4y \Rightarrow a = x+y$$

~~Время Эльзы на волке = времени Х на пути к.~~

$$\frac{x+y+z}{20} = \frac{x}{4}$$

$$x+y+z = 5x \Rightarrow 4x = y+z$$

Время Эльзы пока = времени Х на пути к + времени Х на волке

Потому что время до этого они проехали одинаково:

$$\frac{a}{4} = \frac{z}{20} + \frac{z+a}{20}$$

$$5a = 2z+a$$

$$4a = 2z$$

$$2a = z$$

Весь путь равен $(x+y+z+a)$ 80 км \Rightarrow

$$\begin{cases} x+y+z+a = 80 \\ x+y = a \\ 2a+z = 80 \\ 2a = z \end{cases}$$

$$2z = 80 \Rightarrow z = 40 \text{ км} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{z}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ км} \Rightarrow x+y = 20 \text{ км}$$

Время Э: $\frac{x+y+z+5a}{20} = \frac{20+40+100}{20} = 8 \text{ ч}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 0 7 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Время К:

$$\frac{5(x+y)+2+9}{20} = \frac{5 \cdot 20 + 40 + 20}{20} = 84.$$

1	2	3	4	5	6	Σ

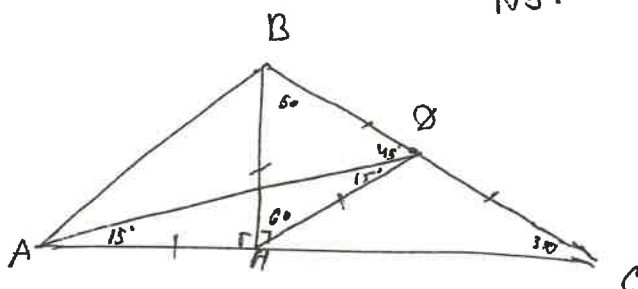
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Время В:

$$\frac{x+y+z}{20} + \frac{2}{20} + \frac{2+9}{20} = \frac{x+y+9+32}{20} = \frac{40+120}{20} = 84.$$

У всех время совпало, значит посчитано верно \Rightarrow через 84.
Каждый из них был в Тридесатом царстве.
Ответ: понадобило 84.

№5.



Дано: $\angle C = 30^\circ$
 $BD = DC$
 $\angle BDA = 45^\circ$

Найти: $\angle BAD$

Решение:

Опустим из т. В высоту на AC. $BH \perp AC \Rightarrow \angle BHC = 90^\circ, \angle AHB = 90^\circ$
 $\left. \begin{array}{l} \angle C = 30^\circ \\ \angle BHC = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle HBC = 60^\circ \Rightarrow \triangle BHC - \text{равноб.}$
 Соединим т. H и т. D $\left. \begin{array}{l} \text{BD - медиана в } \triangle BHC \\ BD = DC \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BHD - \text{мед. в равноб. } \triangle BHC \Rightarrow BD = DH = DC$
 $\left. \begin{array}{l} \triangle BHD \\ BD = DH \end{array} \right\} \Rightarrow \angle BHD = 60^\circ \left(\begin{array}{l} \text{в } \triangle BHD \\ \text{угол при осн. равны} \end{array} \right) \Rightarrow \angle BDN = 120^\circ$
 $\Rightarrow 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ \Rightarrow \triangle BDN - \text{равност.} \Rightarrow BH = DN = BD$
 $\left. \begin{array}{l} \angle BDN = 60^\circ \\ \angle BDA = 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle ADN = 15^\circ$
 $\angle BDA - \text{внеш. } \angle \triangle ADC \Rightarrow \angle BDA = \angle DAC + \angle DCA \Rightarrow \angle DAC = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$
 $\left. \begin{array}{l} \triangle ADN \\ \angle DAC = 15^\circ \\ \angle ADN = 15^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADN - \text{рис} \Rightarrow AN = DN$
 $\left. \begin{array}{l} AN = DN \\ DN = BH \end{array} \right\} \Rightarrow AN = BH$
 $\angle AHB = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle BAN = \angle ABH = (180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 0 7 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\left. \begin{array}{l} \angle B A H = 45^\circ \\ \angle D A C = 15^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle B A D = \angle B A H - \angle D A C = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

$$\text{Ответ: } \angle B A D = 30^\circ.$$

N3.

Пусть x — ширина составленного прямоугольника. $x > 2$, тогда длина $= x+2$

т.к. прямоугольник состоит из плит 1×1 , то его площадь равна кол-ву плит, т.е. $N \Rightarrow x(x+2) = N$

Раз у Бельчонка не получилось положить квадрат из всех плит, а при попытке наибольшего квадрата остаётся 17 плиток (не менее, это видно), то между квадратами получившейся стороны (пусть y) и след. квадратом натур. числа (т.е. $y+1$) более 17 единиц.

$$(y+1)^2 - y^2 > 17$$

$$y^2 + 2y + 1 - y^2 > 17 \Rightarrow 2y > 16 \Rightarrow y > 8.$$

$$\text{При } y=9, N = y^2 + 17 = 81 + 17 = 98 \Rightarrow x(x+2) = 98 \Rightarrow x=7 \quad \text{Подходит.}$$

$$\text{При } y=10, N = y^2 + 17 = 100 + 17 = 117 \Rightarrow x(x+2) = 117.$$

$$\text{Если } x \text{ — чёт., то } x(x+2) \text{ — чёт.}$$

$$\text{Если } x \text{ — неч., то } x+2 \text{ — чёт.} \Rightarrow x(x+2) \text{ — чёт.} \Rightarrow y^2 + 17 \text{ — чёт., т.к. } N = N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(x+2) = y^2 + 17 \Rightarrow y^2 \text{ — неч.} \Rightarrow y \text{ — неч.}$$

$$\text{При } y \text{ — неч. } > 9, N^2 + 17 > 100 \Rightarrow \text{не получится разложить на } 869$$

числа $x(x+2)$, разность будет увеличиваться. Это возможно только при $x+2 = 2x$, т.е. $y=9$, т.е. при $N = 98 < 100$.

Ответ: число плиток может равняться 98.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 0 7 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 8 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	20	5	20	-	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\sqrt{4}$$

$$x^2 + 11x = 25$$

$$y = x + 11$$

$$N = x^2 + 11x = a^2 + 8$$

$$a^2 = x^2 + 22x + 121$$

Дано: $x \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{N}$, $x > 11$
Найти N

$$\Rightarrow 26 + 8 + 8 = 118$$

$$x = \frac{26 + 8 + 8}{11}$$

$$b^2 + 26 + 8 = 11 \Rightarrow b^2 + 26 + 8 = 100 + 0$$

1) Если $b = 2$

$$4 + 4 + 8 = 16$$

$$16 \div 11$$

2) Если $b = 3$

$$9 + 6 + 8 = 23$$

$$23 \div 11$$

3) Если $b = 4$

$$16 + 8 + 8 = 32$$

$$32 \div 11$$

4) Если $b = 5$

$$25 + 10 + 8 = 43$$

$$43 \div 11$$

5) Если $b = 6$

$$36 + 12 + 8 = 56$$

6) Если $b = 7$

$$49 + 14 + 8 = 71$$

$$71 \div 11$$

$$x = \frac{11}{11} = 1 \text{ (не годится, так как } x > 11)$$

а) $b = 7$

$$49 + 14 + 8 = 71$$

б) $b = 8$

$$64 + 16 + 8 = 88$$

$$88 \div 11$$

Ответ: 152 мятки

$$N = 1$$

$$20x = 2$$

$$12y = 2$$

где x - кол. зел. групп.
 y - кол. жел. групп.
 2 - общая сумма

$$20x = 12y$$

Найти ср. кол. групп. за сумму 2 и способ получения

Макс. кол. групп. за 2 $\rightarrow 20y$

Мин. кол. групп. за 2 $\rightarrow 12y$

Ср. кол. групп. $= \frac{20 + 12}{2} = 16$ групп.

$$20x = 2$$

$$12y = 2$$

$\Rightarrow x = \frac{2}{20}$, но об. групп. можно считать в 2 как по условию откл.

$$10x + 6y = \frac{10 \cdot 2}{20} + \frac{6 \cdot 2}{12} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} = 2$$

Ответ: 16 групп.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

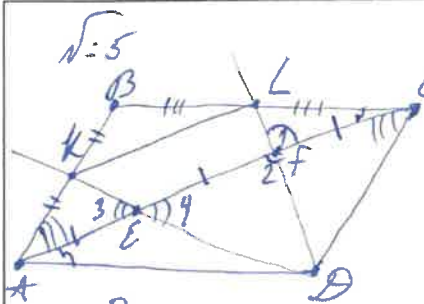
Вариант № 1

М А О О О 1 7 8 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Дано:
 $ABCD$ - прямоугольник
 $AC = 12$; $AE = EF = FC = x$; $DE \cap AB = K$; $EF \cap BC = L$;
 AC - диагональ;
 Найти: KL

Решение:

1) Рассмотрим $\triangle AFD$ и $\triangle CFL$:

1) $\angle 1 = \angle 2$ (вертикальные)

2) $\angle CAD = \angle BCF$ (н/мж. линии $AD \parallel BC$ и секущая AC)

$\Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle CFL$
 (по 2-м)

$$\frac{LC}{AD} = \frac{CF}{AF} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

2) Из (1) $\Rightarrow LC = \frac{1}{2} AD$

$\Rightarrow LC = \frac{1}{2} BC$

$AD = BC$ (так как $ABCD$ - \square)

$BL = BC - LC = \frac{1}{2} BC \Rightarrow LC = BL$

3) Рассмотрим $\triangle KEA$ и $\triangle DEL$

1) $\angle 3 = \angle 4$ (вертикальные)

2) $\angle BAC = \angle ACD$ (н/мж. линии $AB \parallel CD$ и секущая AC)

$\Rightarrow \triangle KEA \sim \triangle DEL$
 (по 2-м)

4) Из (3) $\Rightarrow EK = \frac{1}{2} ED$

$AB = CD$ (так как $ABCD$ - \square)

$EK = \frac{1}{2} AB$

$KB = AB - EK = \frac{1}{2} AB$

$\Rightarrow EK = KB$

5) Из (2) и (4) $\Rightarrow KL$ - ср. линия $\triangle KBC \Rightarrow KL = \frac{1}{2} KC = 6$

Ответ: 6

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 8 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Дано:

$$v_1 = 4 \text{ км/ч}$$

$$v_2 = 1 \text{ км/ч}$$

$$S = 2,8 \text{ км}$$

Решение:

Рассм. путь 15 секунд 25 секунд и белки (желез М)

$$15: v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3 = S$$

$$25: v_2 t_1 + v_1 t_2 + v_3 t_3 = S$$

$$M: v_1 t_1 - v_1 t_2 + v_3 t_3 = S$$

Подставим значения v_1 и v_2 :

$$4t_1 + t_2 + t_3 = S$$

$$t_1 + t_2 + 4t_3 = S$$

$$4t_1 + 4t_2 + 4t_3 = S$$

$$4t_1 - 4t_2 + 4t_3 = 4t_1 + t_2 + t_3$$

$$4t_1 + t_2 + t_3 = 4t_1 + t_2 + 4t_3$$

$$8t_1 - 4t_2 = 5t_2 + t_2$$

$$3t_1 = 3t_3 \Rightarrow t_1 = t_3 = t$$

$$3t = 5t_2$$

$$t_2 = \frac{3t}{5}$$

$$5t + \frac{3t}{5} = S = 2,8 \quad | \cdot 5$$

$$25t + 3t = 14$$

$$t_2 = \frac{3t}{5} = \frac{1,5}{5} = 0,3$$

$$28t = 14$$

$$t = 0,5$$

$$t_{\text{бел}} = t_1 + t_2 + t_3 = 2t + t_2 = 1 + 0,3 = 1,3 \text{ сек}$$

Ответ: 1,3 сек

Дано:

$$x_2 = 9$$

$$11x - 4y + 3x^2 + x^2 y = 160$$

Найти $x^3 + y^3$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$= (x+y)(x^2 + y^2 - 2xy) = 8(64 - 27) =$$

$$= 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: 296

$$11x - 4y + 3x^2 + x^2 y = 160$$

$$11x - 4y + 3x^2 + x \cdot x^2 = 160$$

$$11x - 4y + 27x + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$20(x+y) = 160$$

$$x+y = 8$$

Вариант № 7

М А О О О 1 6 6 0 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
5	20	20	—	20	—	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

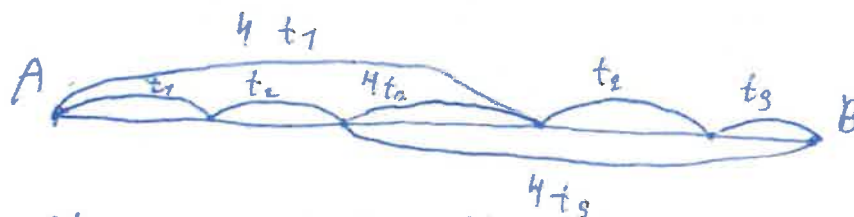
N2

$$\begin{cases} xy = 9 \\ 11x - 8y + 3xy^2 + 2xy = 160 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 11x - 8y + 3xy^2 + 2xy &= \\ &= 11x - 8y + 2xy + 9x = \\ &= 20x + 2y = 160 \\ x + y &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x+y)(x^2 - xy + y^2) = (x+y)((x+y)^2 - 3xy) = \\ &= 8 \cdot (64 - 27) = 8 \cdot 37 = 296 \quad \text{Ответ: } 296 \end{aligned}$$

N3



AB = 2,8 км
(путь прямой)

$V_{\text{Бельчонок}} = 4 \text{ км/ч}$, $V_{\text{Дельчонок}} = 1 \text{ км/ч}$

t_1 - время с начала пути до высадки 1-го ~~Бельчонка~~ ~~Дельчонка~~ ~~Бельчонка~~

t_2 - время с высадки 1-го ~~Бельчонка~~ ~~Дельчонка~~ ~~Бельчонка~~ до высадки 2-го

t_3 - время с высадки 2-го ~~Бельчонка~~ ~~Дельчонка~~ ~~Бельчонка~~ до конца пути

Схема пути показана выше.

Сначала Дельчонок прошёл $4t_1$ и высадил 1-го. Тем временем 2-ой Дельчонок прошёл t_1 расстояние. После этого Дельчонок отправился за 2-ым и прошёл $4t_2$ назад, 1-ый прошёл t_2 вперёд, как и 2-ой.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 6 0 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 3 (продолжение)

После этого белки добрались 2-ого и прошли $4t_3$ пути до конца леса, а 1-ый прошел t_3 тоже до конца. Из этого можно сделать вывод:

$$\begin{cases} 4t_1 + t_2 + t_3 = 2,8 \\ t_1 + t_2 + 4t_3 = 2,8 \\ t_1 + 6t_2 + t_3 = 2,8 \end{cases}$$

$$4t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + t_2 + 4t_3$$

$$3t_1 = 3t_3$$

$$t_1 = t_3$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 5t_1 + t_2 = 2,8 \quad | : 6$$

$$t_1 + 6t_2 + t_3 = 6t_2 + 2t_1 = 2,8 \quad | : 7$$

$$6t_2 + 2t_1 + 14 = 30t_1 + 6t_2$$

$$28 + t_1 = 14 \quad t_1 = 0,5 = t_3$$

$$t_2 = 2,8 - 5t_1 = 2,8 - 0,5 = 0,3$$

$$t_{\text{одна}} = t_1 + t_2 + t_3 = 0,5 + 0,3 + 0,5 = 1,3 \text{ ч}$$

Ответ: 1,3 ч

№ 1

x - цена зеленого гриба y - цена желтого гриба

$$20x = 12y$$

$$5x = 3y$$

где это оп-ся?

покупки целого кол-ва грибов

$$20 + 12 + 14 + 16 + 18$$

5

= 16 - в среднем можно купить 16 грибов

ответ: 16



Вариант № 1

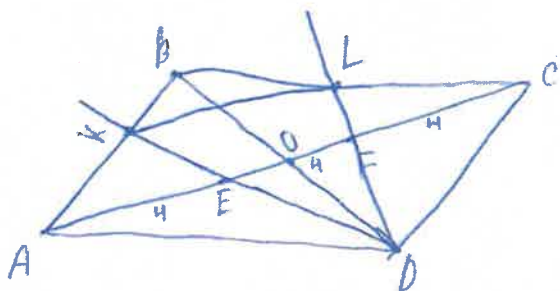
M A O O O 1 6 6 0 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N3



Дано: $ABCD$ - параллелограмм
 $AC=12$ $E \in AC$ $F \in AC$ $AE=EF=FC$
 $=4$ $DE \cap AB = K$ $DF \cap BC = L$

Найти: KL Решение: 1. Обозначим $BD \cap AC = O$ (см. рисунок).

$ABCD$ - параллелограмм $\Rightarrow AO = OC$ $BO = OD$
 $OE = \frac{EF}{2} = 2$ $OF = \frac{EF}{2} = 2$

2. $\triangle ABD$: AO - медиана ($BO = OD$), $OE : AE = 1 : 2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow OE$ - медиана \Rightarrow ~~$KE : DE = 1 : 2$~~ $KE : DE = 1 : 2, AK = KB$

3. $\triangle BCD$: CO - медиана ($BO = OD$) $OF : FC = 1 : 2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow OL$ - медиана $\Rightarrow FL : DF = 1 : 2, BL = LC$

4. $\triangle ABC$: опирается на пункт 2 и 3: KL - средняя линия $\Rightarrow KL \parallel AC \Rightarrow KL \parallel EF$

5. $KL \parallel EF \Rightarrow \triangle KLD \sim \triangle EFD$

$$\frac{KL}{ED} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{KD}{ED} = \frac{3}{2} \text{ а } \frac{LF}{FD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{LD}{FD} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{KL}{EF} = \frac{3}{2} \quad KL = EF \cdot \frac{3}{2} = 4 \cdot \frac{3}{2} = 6$$

Ответ: 6



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 1 0 4 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 2

$$xy = 12$$

$$6x + 6y - 3xy^2 + 2x^2y = 150$$

$$6x + 6y + xy(2x - 3y) = 150$$

Пусть $xy = 12$ подставим

$$6x + 6y + 12(2x - 3y) = 150$$

$$6x + 6y + 24x - 36y = 150$$

$$30x - 30y = 150 \quad | : 30$$

$$x - y = 5$$

возведем обе части уравнения в квадрат

$$(x - y)^2 = 5^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 25$$

$$x^2 + y^2 = 25 + 2 \cdot xy$$

$$xy = 12$$

$$x^2 + y^2 = 25 + 24$$

$$x^2 + y^2 = 49$$

$$\text{Ответ: } x^2 + y^2 = 49$$

Задача 1

найдём цену за кг корма в 1 магазине

$$400 : 3 = 133 \frac{1}{3} \text{ рублей}$$

во втором магазине

$$400 : 5 = 80 \text{ рублей}$$

найдём С.А. цену за 1 кг

$$\frac{133 \frac{1}{3} + 80}{2}$$

$$= 106 \frac{2}{3} \text{ рублей за 1 кг корма в среднем} \Rightarrow$$

$$400 : 106 \frac{2}{3} = 3,75 \text{ кг корма в среднем можно}$$

$$\text{купить за } 400 \text{ рублей}$$

$$\text{Ответ: } 3,75 \text{ кг корма}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	5	20	—	—	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 1 0 7 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3

Т.к. для квадрата бельчонок не хватило 7 минок => кол-во минок

минок $(x^2 - 7)$ из вариантов стороны прил-ка, которые можно сделать бельчонок таин

3 и 22	6
4 и 23	2
5 и 24	0
6 и 25	0
7 и 26	2
8 и 27	6
9 и 28	2
10 и 29	0
11 и 30	0
12 и 31	2
13 и 32	6
14 и 33	2
15 и 34	0
16 и 35	0
17 и 36	2
18 и 37	6
19 и 38	2

Это то на что заканчиваются эти произведения (кол-во ~~убавки~~ прибавки, которые затрачено на эту фигуру)

найдены на эту цифру больше заканчиваться ~~на эту цифру~~ число что бы $x^2 - 7$ давало 0, 2, 6 когда из этих цифр

$2^2 = 4 - 7 = (-3) = 7$ в числе числа т.к. ~~дана~~ при вписывании числа будет уже больше

$3^2 = 9 - 7 = 2$ ← подходит

$$4^2 = 16 - 7 = 9$$

$$5^2 = 25 - 7 = 18$$

$$6^2 = 36 - 7 = 29$$

$$7^2 = 49 - 7 = 42 = 2 \leftarrow \text{подходит}$$

$$8^2 = 64 - 7 = 57$$

$$9^2 = 81 - 7 = 74$$

$$0^2 - 7 = -7$$

нам нужно найти числа

и найти произведения тех, что оканчиваются на 3 или на 7

$$4 \cdot 23 = 92$$

$$7 \cdot 26 = 182$$

$$9 \cdot 28 = 252$$

$$12 \cdot 31 = 372$$

$$14 \cdot 33 = 462$$

$$17 \cdot 35 = 612$$

$$19 \cdot 38 = 722$$

$$3^2 = 9$$

$$7^2 = 49$$

$$13^2 = 169$$

$$17^2 = 289$$

$$23^2 = 529$$

$$27^2 = 729$$

$$9 - 7 = 2$$

$$49 - 7 = 42$$

$$169 - 7 = 162$$

$$289 - 7 = 282$$

$$529 - 7 = 522$$

$$729 - 7 = 722$$

у Бельчонка мог быть 722 минта размером 1x1

Ответ: их могло быть 722 минта

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

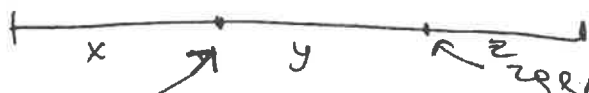
М А О О О 1 1 0 7 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 4.



где Архимед идет направо

возьмем эти промежутки за x, y, z

$\frac{x}{6} + \frac{y+z}{18}$ ← время затраченное Архимедом

$\frac{x+y}{18} + \frac{z}{6}$ ← время затраченное Атосом

$\frac{x+y}{18} + \frac{y+z}{18} + \frac{y}{18}$ ← время Портыса всё время между собой равно $\Rightarrow T_{Ар} = T_{Пор} \quad T_{Ар} = T_{Пор}$

$$\frac{x}{6} + \frac{y+z}{18} = \frac{x+y}{18} + \frac{y+z}{18} + \frac{y}{18}$$

$$\frac{x}{6} - \frac{x+y}{18} - \frac{y}{18} = 0$$

$$3x - x - y - y = 0$$

$$2x - 2y = 0$$

$$x = y$$

$$\frac{x+y}{18} + \frac{z}{6} = \frac{x+y}{18} + \frac{y+z}{18} + \frac{x}{18}$$

$$\frac{z}{6} - \frac{y+z}{18} - \frac{x}{18} = 0$$

$$3z - y - z - x = 0$$

$$2z - y - x = 0 \quad x = y \Rightarrow 2x = 2y$$

$$2z - 2y = 0$$

$$z = y = x \Rightarrow \frac{63}{3} = 21 \text{ км — каждый из них}$$

$$\frac{21}{6} + \frac{21+21}{18} = \frac{21}{6} + \frac{42}{18} = \frac{21}{6} + \frac{14}{6} = \frac{35}{6} = 5 \frac{5}{6} \text{ ч} = 5 \text{ часов } 50 \text{ мин}$$

Ответ: затрачено было 5 часов 50 минут

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 0 3 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	—	5	20	—	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

√2.

$$xy = 9$$

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

Выделим общий множитель xy :

$$11x - 7y + xy(3y + x) = 160$$

так как $xy = 9$, справедливо равенство:

$$11x - 7y + 9(3y + x) = 160$$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

разделим обе части на 20:

$$x + y = 8$$

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 64$$

так как $xy = 9$, то

$$x^2 + y^2 + 18 = 64$$

$$x^2 + y^2 = 46$$

Используем формулу суммы кубов:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

так как $x + y = 8$, $x^2 + y^2 = 46$, $xy = 9$, получим:

$$x^3 + y^3 = 8 \cdot (46 - 9) = 8 \cdot 37 = 296.$$

Ответ: 296.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 0 3 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Решение

есть N плиток 1×1 .

Пусть он может выложить прямоугольник с короткой стороной длиной x .
Тогда длинная сторона будет длиной $x+11$. ($x > 1$) ($x \in \mathbb{N}$).



т.к. длины натуральные, $x \geq 2$.

т.к. площадь прямоугольника - это произведение длин сторон, то
 $N = x(x+11)$

Пусть Мамвей выложил квадрат со стороной y . ($y \in \mathbb{N}$).

Тогда поскольку у него осталось 8 плиток, то общее количество плиток $N = y^2 + 8$.

получили, что $x(x+11) = y^2 + 8$

нам надо найти такие x , при которых $x^2 + 11x - 8$ будет квадратом натурального числа.

Заметим, что

при $x=8$, $x^2 + 11x - 8 = 64 + 88 - 8 = 144 = 12^2$

Заметим, что других пар решений нет.

$\Rightarrow y^2 + 8 = 12^2 + 8 = 152$.

Ответ: 152.

Решение

Пусть сумма денег = x

зеленый продукт стоит в $\frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6$ раз меньше, чем желтый

$\frac{x}{20}$ - цена зел.

$\frac{x}{12}$ - цена жел.

$\frac{\frac{x}{20} + \frac{x}{12}}{2} = \frac{8x}{60 \cdot 2} = \frac{x}{15}$ - средняя цена одной

$\Rightarrow \frac{x}{15} = 15$ - можно купить в среднем 30 штук

Ответ: 15.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

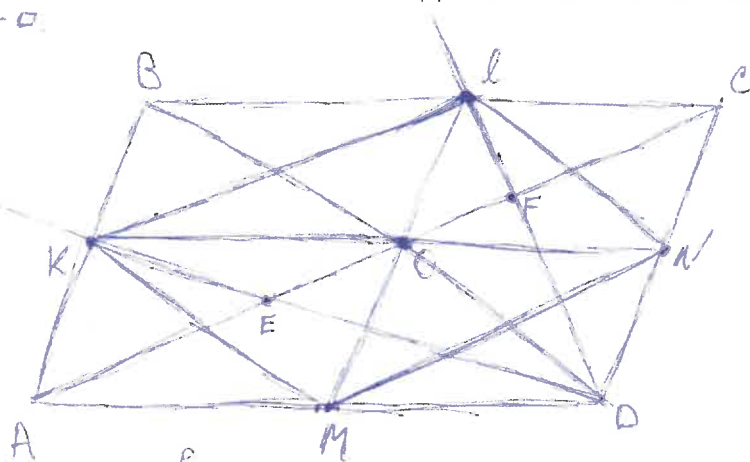
М А О О О 1 8 0 3 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Дано: $ABCD - \square$
 $AE = EF = FC = 4$
 Найти: KL .



Решение:

Построим отрезок MN , равный и параллельный KL симметрично относительно AC так, что M лежит на AD , а N лежит на BC .
 $\Rightarrow KEMN$ - параллелограмм (т.к. $KE \parallel MN$ и $KE = MN$ по построению).
 O - точка пересечения диагоналей.

$\square ABCD \Rightarrow AC = BD$ и $AO = CO$, так как $AE = FC \Rightarrow EO = EF = \frac{4}{2} = 2$.

В $\triangle ABD$, AO - медиана.
 т.к. все медианы в \triangle -ке делятся точкой пересечения медиан в отношении 2 к 1 от вершин, то через точку E проходят остальные медианы. $\Rightarrow DK$ - медиана и DM - медиана: $\Rightarrow AK = BK$
 аналогичные рассуждения можно провести для $\triangle BCD$ (в нём медианы проходят через точку F) $\Rightarrow BL = CL$, т.к. картинка симметрична.

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KBL$, коэффициент подобия равен 2.
 $\frac{AB}{KB} = \frac{BC}{BL} = 2$
 $\Rightarrow \frac{AC}{KL} = 2$. т.к. $AC = 12$, $\Rightarrow KL = \frac{12}{2} = 6$.
 Ответ: 6.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 3 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

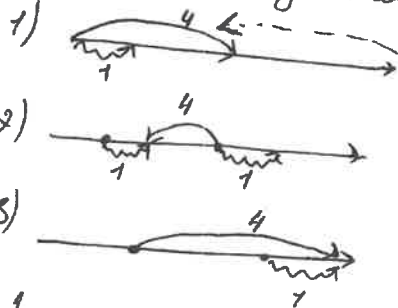
1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	20	5	20	-	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача 3.

Машина представляет маршрут бееки и дельтат. Везде едем.

Цифрами обозначим отношение отрезков на одном этапе.

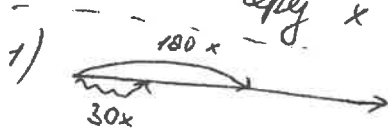


~ - Бельчонок

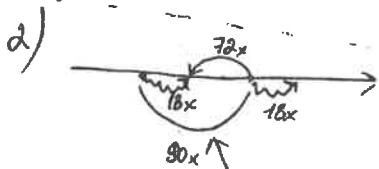
→ - Беека

Пусть длина этого отрезка $3:4:5$, тогда он равен $100x$.

Знают на изображении этап пути еще раз, но теперь подментав длину отрезков, выразим через x относительно всего пути.



$100:4 = 30$, т.к. $\frac{V_{Бееки}}{4}$, значит за одно и то же время он пройдет $\frac{1}{4}$ отрезка $<$ Бееки.

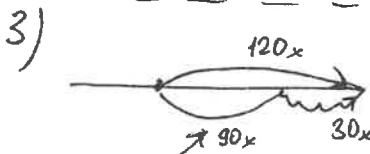


$$= 120x - 80x = 90x.$$

$$90x:5 = 18x - \text{крошечный дельчонок, значит Беека крошечная}$$

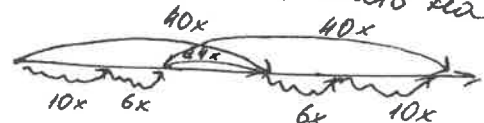
$$18 \cdot 4 = 72x$$

т.к. Бееката идет с дельчонком. $\frac{1}{4}$, то тот, что длиннее и идет тоже крошечный $18x$.



Знаем, что длина этого отрезка $72x + 18x = 90x$, значит длина пути, который крошечный дельчонок равен $90:3 = 30x$, а Беека $4 \cdot 30 = 120x$.

Теперь нарисовать сетку, выдвинуть, что можно сократить на 3.



Значит длина всего пути $10x + 16x + 104x + 16x + 10x = 56x$
 $2,8 \text{ км} = 2800 \text{ м}$

$$2800 \text{ м} : 56 = 50 \text{ м} - \text{длина } x.$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 3 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

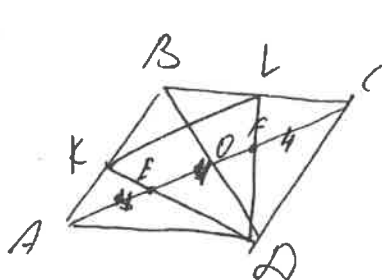
Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(Продолжение задачи №3)

Т.к. в тот момент времени, когда бежала белочка за другим бельчком, и 1^й и 2^й бельчонки шли одновременно, то эти ~~моменты времени~~ участки пути их набежали только для одного из них, т.е. за это время белочка шла так, как если бы один из них прошел $10x + 6x + 10x = 26x$.

Значит за это время он прошел бы $26 \cdot 50 = 1300 \text{ м} = 1,3 \text{ км}$, а т.к. во столько раз $1 \text{ км} / 2$, то он прошел бы это расстояние за $1,32$ (т.к. $t = \frac{S}{v}$), а т.к. и белочка и дельфин двигались непрерывно, то им понадобится $1,32$.

Ответ: 1,32.



Задача 5.

Дано:

$ABCD$ - ромб.

$AC = 12 \text{ см}$, $E \in AC$, $F \in AC$.

$AE = EF = FC$.

$DE \cap AB = K$, $DF \cap BC = L$.

Решение: Найти: KL

1) Т.к. BD - диагональ.

2) $BD \perp AC$, $BO = OD$, $AO = CO$, т.к. диагонали ромба пересекаются перпендикулярно, значит CO - медиана $\triangle BCD$, а AO - медиана $\triangle DAB$.

3) Т.к. $AO = CO$, то $EO = OF = x$, то $FC = AE = 2x$, значит медиана CO и медиана AO в точках F и E соответственно делится на отрезки в отношении $2:1$, значит F - точка пересечения медиан в $\triangle BCD$, а E - точка пересечения медиан в $\triangle DAB$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 3 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(Продолжение задачи N 5).

4) Из (3) следует, что DL — средняя линия, значит DL — медиана, DK — средняя линия, значит DK — медиана, значит KL — средняя линия $\triangle ABC$ по определению, то $KL = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ см.

Ответ: $KL = 6$.

N 1.

Если сложить 20 и 12, то найдем какое-то число, которое можно умножить на двойную сумму денег, зная за одну такую сумму денег можно купить $(20+12):2 = 16$ рублей.

Ответ: 16 рублей

N 2.

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy)$$

1) Найдем $(x+y)$:

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

$$11x - 7y + xy(3y+x) = 160$$

$$11x - 7y + 9(3y+x) = 160$$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$20(x+y) = 160$$

$$x+y = 8$$

2) Найдем $(x^2 + y^2)$:

$$xy^2 = y \cdot xy$$

$$xy^2 = 9 \cdot 9$$

$$xy^2 = x \cdot y^2$$

$$xy^2 = \frac{9}{y} \cdot y^2 = 9y$$

$$x^2y = \frac{9}{x} \cdot x^2 = 9x$$

$$xy^2 + x^2y = 9y + 9x$$

$$xy^2 + x^2y = 9(y+x)$$

$$xy^2 + x^2y = 9 \cdot 8$$

$$xy^2 + x^2y = 72$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что написано с этой стороны листа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 3 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(Продолжение задачи №2)

$$x^2 + y^2 = 72$$

$$x^2 = 72 - y^2$$

$$y^2 = \frac{72 - x^2}{y}$$

$$y^2 = \frac{72}{x} - xy$$

$$x^2 y = 72 - xy^2$$

$$x^2 = \frac{72}{y} - xy$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 + y^2 = \frac{72}{y} + \frac{72}{x} - 2xy$$

$$x^2 + y^2 = \frac{72x + 72y}{xy} - 2xy$$

$$x^2 + y^2 = \frac{72(x+y)}{xy} - 2xy$$

Ответ: $x^3 + y^3 = 296$

аналогично

$$\cancel{x^2 + y^2 = 72}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{72 \cdot 8}{9} - 2 \cdot 9$$

$$x^2 + y^2 = 8 \cdot 8 - 2 \cdot 9$$

$$x^2 + y^2 = 64 - 18 = 46$$

значит $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy) =$

$$= \cancel{8 \cdot (46)} = 8 \cdot (46 - 9) = 8 \cdot 37 = 296$$

Пусть a - меньшая сторона, а x^2 - меньший квадрат.

значит $a(a+1) = x^2 + 8$, т.е. $a^2 + 11a = x^2 + 8$.

Квадраты заканчиваются на 1, 4, 9, 6, 5.

значит $x^2 + 8$ может заканчиваться на 8, 3, 4, 7, 9.

Если заканчивается на 1:

(1) $\dots 1 + \dots 1 = 2 \checkmark$ не подходит.

(9) $\dots 1 + \dots 9 = 0 \times$ не подходит.

Если на 4:

(2) $\dots 4 + \dots 2 = 6 \times$

(8) $\dots 4 + \dots 8 = 2 \checkmark$

Если на 9:

(5) $\dots 5 + \dots 5 = 0 \times$

Если на 6:

(6) $\dots 6 + \dots 6 = 2 \checkmark$

(4) $\dots 6 + \dots 4 = 0 \times$

Если 9:

(3) $\dots 9 + \dots 3 = 2 \checkmark$

(7) $\dots 9 + \dots 7 = \dots 6 \times$

продолжение

значит a заканчивается на 1, 8, 6, 3, тогда на конце x^2 стоит 4, значит на конце x стоит либо 2, либо 8.

Пример: $a=8$, то $8 \cdot 19 = 144 + 8$, то $N=152$

Ответ: $N=152$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 4 7 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N^о 1.

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	20	5	20	-	65

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть цена 1 зеленой груши = x , цена 1 желтой груши = y , тогда:

$$20x = 12y = d;$$

$$x = \frac{d}{20}$$

$$y = \frac{d}{12}$$

За д.е. в среднем можно купить $\frac{20+12}{2} = \frac{32}{2} = 16$ груш.

Ответ: 16.

N^о 4

Пусть сторона (меньшая) прямоугольника = a , тогда

$$N = a(a+1), \quad a > 1;$$

Пусть сторона квадрата = b , тогда:

$$a(a+1) - b^2 = 8;$$

также заметим, что $2b+1 > 8$.

Пример для $N=152$ как нашли?

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	0	4	7	6	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$$N^{\circ} 2.$$

$$xy = 9$$

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 11x - 7y + 27y + 9x$$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$20(x + y) = 160$$

$$x + y = 8$$

$$(x + y)^2 = x^2 + yx \cdot 2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = 8^2$$

$$x^2 + y^2 + 18 = 64$$

$$x^2 + y^2 = 46$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 8(46 - 9) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: 296

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	0	0	0	1	0	4	7	6	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$N^{\circ} 3$



Пусть A - точка старта, B - финиш, O_1 - место, где белка высадилась первого белогонка, O_2 - место, где белка подобрала второго белогонка.

Пусть $AO_1 = a$;

$O_1O_2 = b$;

$O_1B = c$.

Тогда:

$$\frac{a+b}{4} = \frac{a-b}{1}$$

$$a+b = 4a-4b$$

$$5b = 3a$$

$$a = \frac{5}{3}b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AO_2 = \frac{2}{3}b = \frac{2}{3}O_1O_2$$

Также заметим, что

$$\frac{b+b+c}{4} = \frac{c}{1}$$

$$2b+c = 4c$$

$$2b = 3c$$

$$c = \frac{2}{3}b$$

$$AB = AO_2 + O_2O_1 + O_1B = \frac{2}{3}b + b + \frac{2}{3}b = \frac{7}{3}b$$

$$2,8 = \frac{7}{3}b$$

$$b = 1,2 \text{ км}$$

Путь белки (общий):

$$AO_2 + O_2O_1 + O_1O_2 + O_2B = \frac{2}{3}b + b + b + \frac{2}{3}b = 4b + \frac{1}{3}b = 5,2 \text{ км}$$

$$\text{Время белки} = \frac{5,2}{4} = 1,3 (\text{ч}) \text{ Ответ: } 1,32.$$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

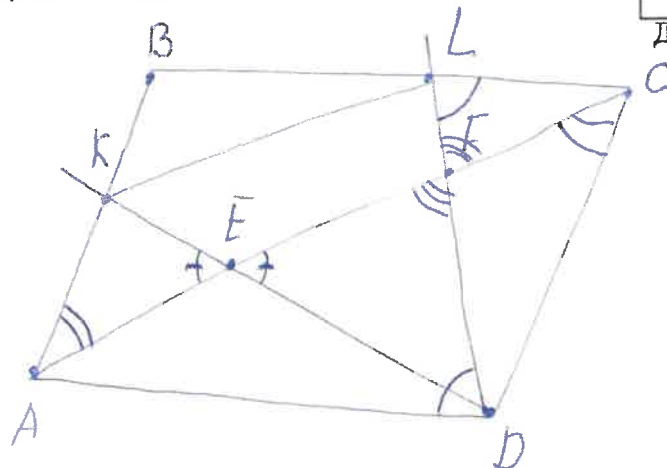
М А О О О 1 0 4 7 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N^o 5



$CL \parallel AD \Rightarrow \angle CLD = \angle ADL$ - как накрест лежащие
 $\angle AFD = \angle LFC$ - как вертикальные
 $\Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle CFL$ -

- по двум углам

$$\frac{AF}{FC} = \frac{DF}{FL}$$

$$\frac{DF}{FL} = \frac{2}{1}$$

$AB \parallel CD \Rightarrow \angle BAC = \angle ACD$ - как накрест лежащие
 $\angle KEA = \angle CED$ - как вертикальные
 $\Rightarrow \triangle KEA \sim \triangle CED$

$$\frac{CE}{EA} = \frac{DE}{EK}$$

$$\frac{DE}{EK} = \frac{2}{1}$$

Пусть $EK = x$, $FL = y$, тогда



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 4 7 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\frac{DL}{DF} = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{DK}{DE} = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$$

∠KDL - общий

} ⇒ Δ DEF ~ Δ DKL - по 2м сторонам
и углу между ними ⇒

$$\Rightarrow \frac{DK}{DE} = \frac{KL}{EF}$$

$$\frac{KL}{EF} = \frac{3}{2}$$

$$EF = AC : 3$$

$$EF = 4$$

$$\frac{KL}{4} = \frac{3}{2}$$

$$KL = 6$$

Ответ: 6

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 41

М А О О О 1 7 1 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	2	2	-	68

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

Найдём НОК $(20; 12) = 60$

60 р. — сумма денег на которую можно купить 20 пачек или 12 пачек. Тогда цена 3 пачек

~~(20 р.)~~ пачек равна: $60 : 20 = 3$ р., а цена

12 пачек равна: $60 : 12 = 5$ р.

Тогда средняя цена пачки равна:

$(3 + 5) : 2 = 4$ рубля

$60 : 4 = 15$ пачек — к средним можно купить на эти деньги
ответ: 15 пачек.

№ 4.

Раз у Матвея получилось собрать квадрат из N-8 квадратиков пикетов, то площадь этого квадрата как раз N-8 пикетов. Формула площади квадрата это $S_{\square} = a^2$, где a — сторона квадрата, значит N-8 является квадратом натурального числа.

N — это число равно площади прямоугольника стороны которого относятся как 1:1, значит $N = S_{\square} = 96$,
 $\frac{a}{b} = \frac{1}{1} \Rightarrow a = 116$ (a — большая сторона; b — меньшая ст.), $N = S_{\square} = 116^2$,
значит $116^2 - 8$ это квадрат натур. числа.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 1 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 4 (мод.)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

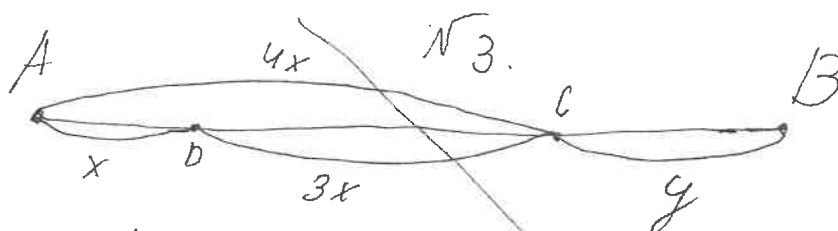
Теперь применим к формуле $11b^2 - 8 = \text{квадрат наст. числа}$ вместо подбора:

$b = 1; 11 \cdot 1^2 - 8 = 11 - 8 = 3$; 3 - не квадрат наст. числа

$b = 2; 11 \cdot 2^2 - 8 = 11 \cdot 4 - 8 = 44 - 8 = 36$ $36 = 6^2$, это квадрат натурального числа, а значит $S \square = 36$, тогда его сторона = 6.

Из формулы $N = S \square = 11b^2$ найдем N

$N = 11b^2 = 11 \cdot 2^2 = 11 \cdot 4 = 44$. Так как для решения нужно привести 1 пример.
 Ответ: 44 митки



x - время от выхода до ссадки 1 бельчонка
 y - время от ссадки 1 бельчонка до входа в сооружение
 AC - путь от выхода до ссадки 1 бельчонка
 CB - путь от ссадки 1 бельчонка до входа в лес
 AD - путь который проделал 2 бельчонка

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 1 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

√ 2

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$11x - 7y + 3xy^2 + xy^2 = 160$$

То свбу уравнения мы можем делить на 9 или на xy но по факту это будет отрицательное число, т.е. если мы xy делим на 9 то по факту это будет отрицательное число, т.к. $xy = 9$ по условию

Значит делим на:

$11x$ на xy

$-7y$ на xy

$3xy^2$ на 9

xy^2 на 9

160 на 9

Получим

$$11x^2y - 7xy^2 + 27xy^2 + 9x^2y = \cancel{1260} 1440$$

Приведем подобные

$$20x^2y + 20xy^2 = 1440 : 20$$

$$x^2y + xy^2 = 72$$

$$xy(x+y) = 72, \text{ т.к. } xy = 9, \text{ то}$$

$$9(x+y) = 72$$

$$x+y = 8$$

Возведем обе части в квадрат

$$(x+y)^2 = 8^2$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 1 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

12 (пог.)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$x^2 + 2xy + y^2 = 64$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) \text{ по формуле сокращ.$$

учетом того, что мы получили 2-ую скобку, т.е.

$x^2 - xy + y^2$, мы должны вычесть из полученного выражения $3xy$, а $3xy = 3 \cdot 9 = 27$.

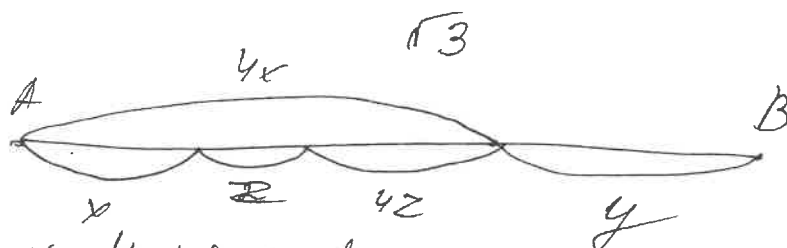
$$x^2 + 2xy + y^2 - 3xy = 64 - 27$$

$$x^2 - xy + y^2 = 37$$

$$x + y = 8$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: 296.



x - время от выхода до сжатия 1 бел.

Z - время от сжатия 1 бел до посадки 2 бел

y - время от посадки 2 бел до входа в лес.

4x - расстояние которое пробежала белка с 1 бел.

4Z - расстояние которое белка пробежала с 2 бел (забрали 2 бел и пробежала с ними)

S_1, t_1 - путь и время 1 бел; S_2, t_2 - путь и время 2 бел;

S_3, t_3 - путь и время белки

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 1 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

(Значит.)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$S_1 = 4x + y$$

$$t_1 = \frac{4x}{4} + \frac{y}{4} = x + \frac{y}{4}$$

$$S_2 = x + z + 4z + y$$

$$t_2 = \frac{x}{4} + \frac{z}{4} + \frac{4z}{4} + \frac{y}{4} = x + z + z + \frac{y}{4}$$

$$S_3 = 4x + 4z + 4z + y$$

$$t_3 = \frac{4x}{4} + \frac{4z}{4} + \frac{4z}{4} + \frac{y}{4} = x + z + z + \frac{y}{4}$$

где в знаменателях 4 там же была, где в знаменателе 1 там же был бельчонок сам.

П.к. они пришли в лес одновременно, то $t_1 = t_2 = t_3$
а $S_1 = S_2$ т.к. бельчата не возвращались.

~~$$4x + y = S_1 = S_2$$~~

~~$$4x + y = x + z + 4z + y$$~~

Также 1 бельчонок шел до соседнего леса, Биска пролетела 2 раза по $4z$ а также y

$$\frac{y}{4} = \frac{4z}{4} + \frac{4z}{4} + \frac{y}{4}$$

$$y = 2z + \frac{y}{4}$$

$$y = \frac{8}{3}z$$

Из пункта видно что $4x - x = z + 4z$; отсюда

$$3x = 5z$$

$$x = \frac{5}{3}z$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 7 1 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Подставим найденные x и y в формулу для t_1, S_1

$$t_1 = x + y = \frac{8}{3}z + \frac{8}{3}z$$

А т.к. t_1 — время не возвращение то оно $S = 2,8$ км

$$S_1 = 4 \cdot \frac{5}{3}z + \frac{8}{3}z = 2,8$$

$$\frac{20}{3}z + \frac{8}{3}z = 2,8$$

$$z = \frac{28}{10} \cdot \frac{3}{3}$$

$$z = \frac{3}{10}$$

Подставим в формулу t_1 (можно в любую другую t_2 или t_3)

$$t_1 = \frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 10} + \frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 10} = \frac{1}{2} + \frac{4}{5} = \frac{5}{10} + \frac{8}{10} = \frac{13}{10} \text{ ч} = 1 \frac{3}{10} \text{ ч} = 1 \text{ ч } 18 \text{ мин}$$

П.к. $t_1 = t_2 = t_3$ но выше доказывали, то

$$t_1 = t_2 = t_3 = 1 \text{ ч } 18 \text{ мин.}$$

Ответ: 1 ч 18 мин.

Дано:

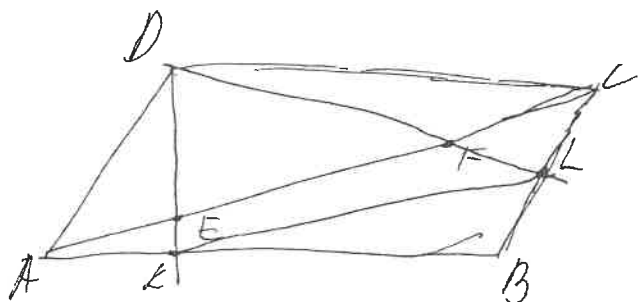
ABCD — ромб

$$CF = EF = AE$$

Найти

KL — ?

Решение



Докажем что EF — средняя линия $\triangle BDL$, тогда если EF — ср. линия в $\triangle BDL$, то $KL = 2EF$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 7 1 3 0 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

п. 5 в. 9.)

Тождество FL и DF докажем из $\triangle CLF \cong \triangle DCF$

Равенство EB и EK из $\triangle AEF \cong \triangle AED$.

$$AL = 2BF$$

$$EF = \frac{AC}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$L = 2 \cdot 4 = 8$$

Ответ: 8.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 4 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	15	5	2	-	62

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

~~20 з~~ ~~или 12 з~~, Пусть y - вся сумма, то

$\frac{1}{20}y$ - цена за зелёную утку, а $\frac{1}{12}y$ - цена за ^{зелёную} утку,

Нм надо найти сколько в среднем уток можно купить \Rightarrow Цена за среднюю утку $= \frac{(\frac{1}{20} + \frac{1}{12})}{2}y =$

$$= \frac{\frac{6}{120} + \frac{10}{120}}{2}y = \frac{\frac{16}{120}}{2}y = \frac{8}{120}y \text{ цена за ср. утку.}$$

$$y : \frac{8}{120}y = y(1 : \frac{8}{120}) = y(1 \cdot \frac{120}{8}) = y(1 \cdot \frac{15}{1}) = 15y \Rightarrow$$

можно купить 15 средних уток.

Ответ: в среднем можно купить 15 уток.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с той стороны листа

в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 4 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

√2.

$$xy = 9$$

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160, \quad x^3 + y^3 = ?$$

$$11x - 7y + xy(3y + x) = 160$$

$$11x - 7y + 9(3y + x) = 160$$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$20(x + y) = 160 \quad | : 20$$

$$x + y = 8$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = 8(x^2 + xy + y^2 + xy + 3xy)$$

$$x^3 + y^3 = 8(x(x + y) + y(x + y) - 3xy)$$

$$x^3 + y^3 = 8((x + y)(x + y) - 3xy)$$

$$x^3 + y^3 = 8(8 \cdot 8 - 3 \cdot 9)$$

$$x^3 + y^3 = 8(64 - 27)$$

$$x^3 + y^3 = 8 \cdot 37$$

$$x^3 + y^3 = 296$$

Ответ: $x^3 + y^3 = 296$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

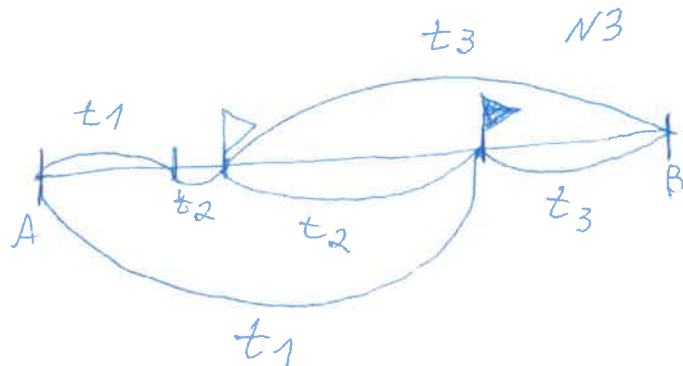
Вариант № 1

М А О О О 1 0 4 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



$$v_{\text{делки}} = 4 \text{ км/ч}$$

$$v_{\text{делмонки}} = 1 \text{ км/ч}$$

$$S = 2,8 \text{ км}$$

$$S = v \cdot t$$

Путь А - начало - 1 лее, а В - соседний лее.

► - законченный отрезок - лее, когда делка прошла 1 делмонку и покакала за бортом.

▲ - делый отрезок - лее, где делка поеджала 2 делмонки. Когда вылезл жакетик.

$$S(\text{►►}) = 4(t_2 \cdot 2)$$

$$S(\text{►} \text{ B}) = (t_3 \cdot 1)$$

$$S(\text{▲►}) = (t_1 \cdot 4)$$

$$S(\text{▲} \text{ B}) = (t_3 \cdot 4) - (t_2 \cdot 4)$$

$$S(\text{A} \text{ ►}) = (t_1 \cdot 4)$$

Но она же возвращается

$$S(\text{►} \text{ B}) = (t_3 \cdot 4)$$

$$S(\text{A} \text{ ►}) = (t_1 \cdot 1) + (t_2 \cdot 1)$$

$$S(\text{▲} \text{ ►}) = (t_1 \cdot 4) - (t_2 \cdot 4)$$

Кепонетр, тудио больше объяснений

Получаем:

$$(t_1 \cdot 1) + (t_2 \cdot 1) = (t_1 \cdot 4) - (t_2 \cdot 4)$$

Что время илется в лее.

$$t_1 + t_2 = 4t_1 - 4t_2$$

$$4t_1 - 4t_2 - t_1 - t_2 = 0$$

$$3t_1 - 5t_2 = 0, \text{ то } 3t_1 = 5t_2 \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{5}{3}t_2, \quad t_1 = 1\frac{2}{3}t_2$$

Есть 1-й бельчонок мен решил время $t_1 + t_2$, а 2-й - t_3 , то $t_3 = t_1 + t_2$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	0	4	4	6	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

✓3 (уверенность)

$$t_3 \cdot 1 = t_3 \cdot 4 - t_2 \cdot 4$$

$$t_3 = 4t_3 - 4t_2$$

$$4t_3 - 4t_2 - t_3 = 0$$

$$3t_3 - 4t_2 = 0$$

$$t_3 = \frac{4}{3}t_2$$

$$t_3 = 1\frac{1}{3}t_2$$

Получено

$$t_1 = 1\frac{2}{3}t_2, t_3 = 1\frac{1}{3}t_2 \Rightarrow t_1 = 1\frac{2}{3}t_2 = \frac{5}{4}t_3$$

Значит, АВ верно:

$$AB = (t_1 \cdot 4) - (t_2 \cdot 4) + (t_3 \cdot 4)$$

$$AB = (4x \cdot 4) - (1\frac{2}{3}x \cdot 4) + (1\frac{1}{3}x \cdot 4)$$

$$AB = 4x - 4\frac{2}{3}x + 5x$$

$$2,1x = 4x - 6\frac{2}{3}x + 5x$$

$$2,1x = 2\frac{1}{3}x$$

$$x = \frac{2,1}{2\frac{1}{3}}$$

$$x = \frac{2,1 \cdot 3}{2}$$

$$x = \frac{2,1 \cdot 3}{2}$$

$$x = \frac{2,1}{2}$$

$$x = 1,2 \text{ мин} = 72 \text{ секунды}$$

Ответ: Ору загрузили 72 мин.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 О 4 4 6 2 5

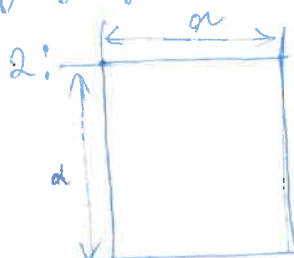
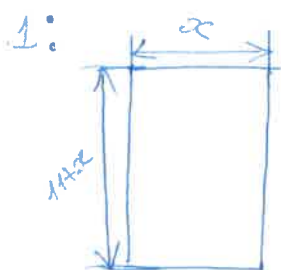
Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

НЧ

Всего N кв. клеток, из которых 1×1 , $x > 1$



8

Найдём, сколько клеток всего на фигурах

$$x \cdot (1+x) = 11x + x^2$$

Найдём значения, начиная с 2 м.к. $x > 1$

При $x=2$. $2 \cdot (13) = 26$, $26-8=18$, 18 — не квадрат

При $x=3$. $3 \cdot 14 = 42$, $42-8=34$, 34 — не квадрат

При $x=4$. $4 \cdot 15 = 60$, $60-8=52$, 52 — не квадрат

При $x=5$. $5 \cdot 16 = 80$, $80-8=72$, 72 — не квадрат

При $x=6$. $6 \cdot 17 = 102$, $102-8=94$, 94 — не квадрат

При $x=7$. $7 \cdot 18 = 126$, $126-8=118$, 118 — не квадрат

При $x=8$. $8 \cdot 19 = 152$, $152-8=144$, $144=12^2 \Rightarrow$

$N=152$.

Ответ: $N=152$ клеток

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

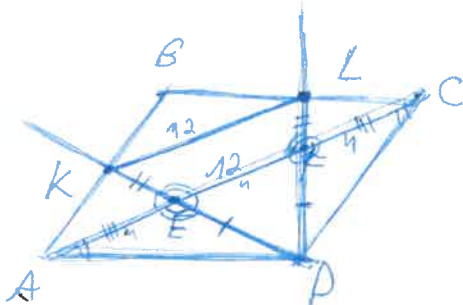
М А О О О 1 О 4 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N5

Дано:

$ABCD$ - параллелограмм

AC - диагональ

$AC = 12$ см

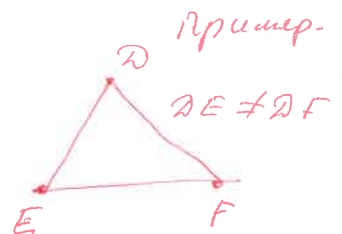
т. E , т. F $\in AC$

$AE = EF = FC = \frac{12}{3} = 4$ см

Прямая $DE \cap AB = K$

Прямая $DF \cap BC = L$

Найти:
 $KL = ?$



Решение:

① $DE = DF$ (как отрезки из 1 точки к различным точкам).

2) $AE = FC = 4$ т.к. $AC = 12$, а $AE = EF = FC = 4$.

3) Т.к. $DE = DF$ (по д.к.) $\Rightarrow \angle DEF = \angle DFC$ (как углы при

основании в равнобедренном треугольнике).

② $\angle AED = 180^\circ - \angle DEF$
 $\angle DFC = 180^\circ - \angle DFC \Rightarrow \angle AED = \angle DFC$

Значит $\triangle AED = \triangle CFD$ (по 2-м сторонам и углу между ними), то $\angle AED = \angle CFD$

③ $\triangle AKE = \triangle CLF$ т.к.

1) ~~$AE = FC = 4$~~

2) $\angle KEA = \angle LFC$ т.к.

$\angle KEA = 180^\circ - \angle AED$
 $\angle CFL = 180^\circ - \angle CFD \Rightarrow \angle KEA = \angle LFC$

3) $\angle KAE = \angle FCL$ т.к.

$\angle EAD = \angle FCD$ (из равенства $\triangle AED = \triangle CFD$)

$\angle KAD = \angle LCD$ т.к. $ABCD$ - параллелограмм (по усл.).

Значит $\triangle AKE = \triangle CLF$ (по стороне и 2-м углам), то $KE = LF$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М	А	О	О	О	1	0	4	4	6	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N5 (Магистерство)

④ 1) $KE = LF$ (по доказанному)

2) $\angle KEF = \angle LFE$ т.к.

~~$\angle KEA = \angle LFC$ (по доказанному)~~

$$\angle KEF = 180^\circ - \angle KEA$$

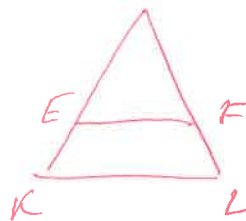
$$\angle LFE = 180^\circ - \angle LFC$$

$$\Rightarrow \angle KEF = \angle LFE \text{ т.к. } \angle KEA = \angle LFC \text{ (по доказанному)}$$

Значит $KLFE$ — трапеция т.к. ($\angle KEF = \angle LFE$ и $KE = LF$), но $KL = EF = 4$ (как стороны равнобедренного треугольника).

Ответ: $KL = 4$

На чертеже хорошо видно, что $KL \cong EF = 4$.



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 7 2 3 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	-	20	20	-	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2.

$$\begin{cases} xy=12 \\ 6x+6y-3xy^2+2x^2y=150 \end{cases}$$

г.к. $xy=12$, то $3xy^2=3 \cdot 12 \cdot y=36y$; $2x^2y=2 \cdot 12 \cdot x=24x$, значит
 $6x+6y-3xy^2+2x^2y=6x+6y-36y+24x=30x-30y$.

$$30x-30y=150 \quad \text{разделим все на 30}$$

$$x-y=5 \quad \text{выразим } x$$

$$x=5+y \quad \text{заменим } x \text{ в } xy=12 \text{ на } 5+y$$

$$(5+y)y=12$$

$$y^2+5y=12$$

$$y^2+5y-12=0$$

$$D=25+48=73$$

$$1) y_1 = \frac{-5+\sqrt{73}}{2}$$

$$\text{в данном случае } x = \frac{5+\sqrt{73}}{2} \quad \text{и } x^2+y^2 = \frac{25+10\sqrt{73}+73}{4}$$

$$2) y_2 = \frac{-5-\sqrt{73}}{2}$$

$$\text{в данном случае } x = \frac{5-\sqrt{73}}{2}$$

$$\text{в первом случае } x^2+y^2 = \frac{25+10\sqrt{73}+73}{4} + \frac{25-10\sqrt{73}+73}{4} = \frac{198}{4} = 49$$

$$\text{в втором случае } x^2+y^2 = \frac{25-10\sqrt{73}+73}{4} + \frac{73+10\sqrt{73}+25}{4} = \frac{196}{4} = 49$$

в обоих случаях ответ 49

Ответ: 49.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

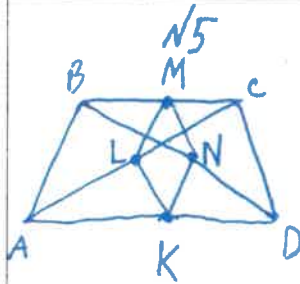
Вариант № 3

М А О О О 1 7 2 3 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



т.к. L — середина AC , а M — середина BC , то LM — средняя линия в $\triangle ABC$,
 $LM \parallel AB$.

т.к. L — середина AC , а K — середина AD , то LK — средняя линия в $\triangle ACD$,
 $LK \parallel CD$.

т.к. N — середина BD , а M — середина BC , то MN — средняя линия в $\triangle BCD$,
 $MN \parallel CD$.

т.к. N — середина BD , а K — середина AD , то KN — средняя линия в $\triangle ABD$,
 $KN \parallel AB$.

т.к. $KN \parallel AB$ и $LM \parallel AB$, то $KN \parallel LM$.

т.к. $LK \parallel CD$ и $MN \parallel CD$, то $MN \parallel LK$.

т.к. $KN \parallel LM$ и $LK \parallel MN$, то $KNLM$ — параллелограмм.

поскольку у параллелограмма $KNLM$ равны диагонали ($LN = KM$ по условию),
то он — прямоугольник, а значит $\angle MNK = 90^\circ$, а $\angle BNK = 90^\circ - \angle BNM$.

$\angle KND = 180^\circ - \angle BNK$ (смежные углы)

$\angle KND = 180^\circ - 90^\circ + \angle BNM = 90^\circ + \angle BNM$. Угол $BNM > 0$ (иначе бы $ABCD$ был бы параллелограммом).

значит $\angle KND > 90^\circ$.

т.к. KN — средняя линия в $\triangle ABD$, то $\angle KND = \angle ABD$, а значит $\angle ABD > 90^\circ$.

чт.д.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 7 2 3 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4

Пусть время которое Портос ехал с Атосом - x часов; время которое Портос проехал один - y часов, а время которое Портос ехал с Арамисом - z км. Всего Портос проехал $18x - 18y + 18z$ км (что равно 63 по условию) Атос проехал $6x + 6y + 18z$ км (что тоже 63 по условию), а Арамис проехал $6x + 6y + 18z$ км (что тоже равно 63 по условию). Раз все 3 выражения равны, то

$$\cancel{18x - 18y} + 18z = 18x + 6y + 6z$$

$$12z - 12x = 0$$

$$z - x = 0$$

$$z = x.$$

и $18x + 18z - 18y = 6x + 6y + 18z$ заменим z на x

$$36x - 18y = 6x + 6y$$

$$12x - 24y = 0$$

$$x - 2y = 0$$

$$x = 2y$$

$$y = \frac{1}{2}x.$$

Мы знаем, что $18x - 18y + 18z = 63$. заменим z на x , а y на $\frac{1}{2}x$

$$18x - 9x + 18x = 63$$

$$27x = 63$$

$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} = 2$ часа 20 минут, $z = 2$ часа 20 минут, $y = 1$ час 10 минут. и в сумме путь занял 5 часов 50 минут.

ОТВЕТ: 5 часов 50 минут.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 7 2 3 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что написано с этой стороны листа в рамке справа



№1

пусть A -набор элементов, где
первый элемент - ~~цена~~ кол-во

корма которое можно купить на 400 рублей в первом магазине, а

второй элемент - тоже самое но во втором магазине. тогда нас

$A = \{3; 5\}$. тогда среднее арифметическое всех эл-ов в A и

есть среднее кол-во корма.

$$\frac{3+5}{2} = 4 \text{ кг}$$

ответ 4 кг

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 7 6 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	5	10	5	—	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамках справа.



N2

$$\begin{cases} xy=2 \\ 9x-7y+xy^2+x^2y=340 \end{cases}$$

$$9x-7y+3y \cdot xy+x \cdot xy=340$$

$$9x-7y+24y+8x=340$$

$$17x+17y=340$$

$$x+y=20$$

$$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2=400$$

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=400-2 \cdot 8=384$$

Ответ: 384

N3

Пусть короткая сторона равна a , тогда длинная $a+7$

$$a(a+7)=N$$

$$N=k^2+17, \text{ где } k \in \mathbb{N}.$$

Т.к. не хватило 17 плиток, то

$N > 81$, иначе можно было бы выложить квадрат побольше.

$$\text{Пусть } k=9, N=81+17=98=2 \cdot 7 \cdot 7=14 \cdot 7=a(a+7)$$

$$a(a+7)=7(7+7)$$

$$a=7$$

$$a+7=14$$

Тогда N имеет быть равно 98.

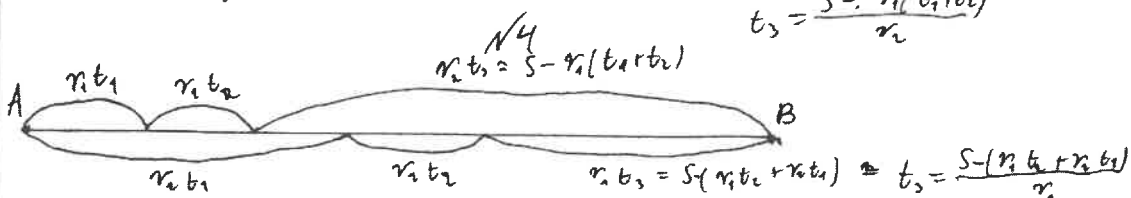
Ответ: 98

N4

$$1) \frac{300}{6} + \frac{300}{4} = \frac{50+75}{2} = 62,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) = \text{ср. скорость}$$

$$2) \frac{300}{62,5} = \frac{30 \cdot 1000}{625} = \frac{24}{5} = 4,8 (\text{м})$$

Ответ: 4,8 м.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 7 6 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$t_2 = \frac{S_2}{r_1 r_2} = t_1 \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} = \frac{16}{20} t_1 = \frac{4}{5} t_1$$

$$S_2 = (r_1 - r_2) t_1$$

Что такое S_2 ?

$$\frac{S - r_1 \cdot \frac{4}{5} t_1}{r_1} = \frac{S - r_1 \cdot \frac{4}{5} t_1 - r_1 \cdot t_1}{r_1}$$

200 5/6? Откуда это число?

$$S r_1 - r_1^2 \cdot \frac{4}{5} t_1 = S r_1 - r_1 r_2 \cdot \frac{4}{5} t_1 - r_1^2 t_1$$

$$r_1^2 t_1 + r_1 r_2 \cdot \frac{4}{5} t_1 - r_1^2 \cdot \frac{4}{5} t_1 = S(r_1 - r_2)$$

$$t_1 = \frac{S(r_1 - r_2)}{r_1^2 + \frac{4}{5} r_1 r_2 - \frac{4}{5} r_1^2} = \frac{80 \cdot 16}{200} = 4 \text{ ч}$$

$$r_1^2 + \frac{4}{5} r_1 r_2 - \frac{4}{5} r_1^2 = 400 - \frac{4}{5} \cdot 4 \cdot 20 - \frac{4}{5} \cdot 16 = 400 - \frac{160}{5} - \frac{64}{5} = 400 - \frac{224}{5} = 320 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$t_2 = \frac{8}{5} \text{ ч}$$

$$t_3 = \frac{S - r_1 \cdot \frac{4}{5} t_1}{r_1} = \frac{80 - 4 \cdot \frac{4}{5} \cdot 4}{20} = 4 - \frac{4}{5} = \frac{8}{5} \text{ ч}$$

$$T_{\text{од}} = t_1 + t_2 + t_3 = 4 + \frac{16}{5} \text{ ч} = \frac{36}{5} \text{ ч} = 7 \frac{1}{5} \text{ ч}$$

Ответ: $7 \frac{1}{5} \text{ ч}$.

Нет обоснованного решения, символы неразборчивы и не определены, ответ неверный. Но ход решения правильный.

1 сен.

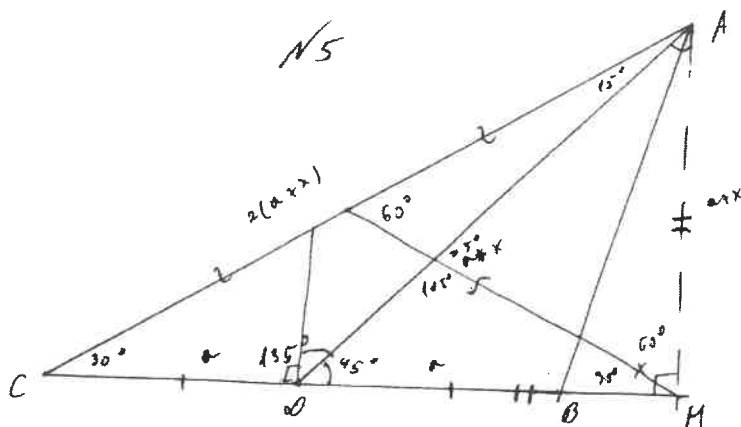
Дано:

$$BD = DC$$

$$\angle C = 30^\circ$$

$$\angle BDA = 45^\circ \text{ и т.д.}$$

Найти: $\angle BDA$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 4 9 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	5	15	20	-	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№ 1

$$1) 6 + 4 = 10 \text{ (м)} - \text{в сумме}$$

$$2) 10 : 2 = 5 \text{ (м)} - \text{в сред.}$$

Ответ: 5 м в среднем

№ 2

$$\begin{cases} xy = 8 \\ 9x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 340 \end{cases}$$

$$9x - 7y + xy(3y + x) = 340$$

$$9x - 7y + 8(3y + x) = 340$$

$$17x + 17y = 340$$

$$x + y = 20$$

$$\begin{cases} xy = 8 \\ x + y = 20 \end{cases}$$

~~Второй способ решения: ...~~

$$(x+y)^2 = 400$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = 400$$

$$x^2 + y^2 + 16 = 400$$

$$x^2 + y^2 = 384$$

Ответ: 384

№ 3

$$N = 98$$

$$98 - 17 = 81 \quad 81 = 9^2$$

$$98 = 14 \cdot 7$$

Ответ: 98

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 4 9 5 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

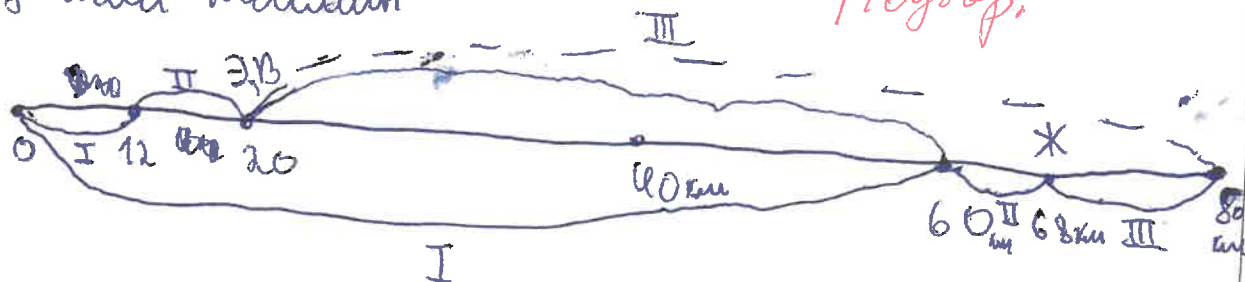
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ: Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

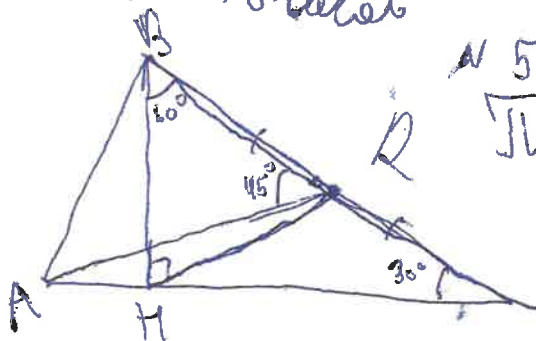


ИЧ
Сначала банк забрал Максим, провёл её 60 км, потом поехал за Эльзой, они встретились, Эльза успела пройти 20 км, посчитав он тенью от банка до королевства, в этот же момент туда пошла Максим



$$3+2+3=8 \text{ ч}$$

Ответ: 8 часов



А 5

Проведём высоту ВН

$$\angle HBC = 60^\circ$$

$$\angle BCH = 30^\circ$$

$$\angle DAN = 15^\circ$$

$BH = x$, $BD = DC = x$, проведём DH , $\triangle BDN$ - равнобедренный, $\angle BDN = 60^\circ$, $\angle ADN = 15^\circ = \angle DAN \Rightarrow \triangle ADN$ - р/б, $AN = HN = x \Rightarrow \triangle ANB$ - р/б, $\angle ABN = \angle BAN = 45^\circ \Rightarrow \angle BAD = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$

Ответ: 30°

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 4 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	20	—	—	—	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$xy = 9$$

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160 \quad \text{Вынесем } xy \text{ за скобки}$$

$$11x - 7y + xy(3y + x) = 160 \quad \text{Подставим } xy = 9$$

$$11x - 7y + 9(3y + x) = 160 \quad \text{Раскроем скобки}$$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160 \quad \text{Приведем подобные}$$

$$20x + 20y = 160 \quad \text{Разделим обе части уравнения на 20}$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 9 \end{cases} \quad \text{Получается система уравнений}$$

$$x = 8 - y \Rightarrow (8 - y)y = 9$$

$$8y - y^2 = 9$$

$$8y - y^2 - 9 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$y^2 - 8y + 9 = 0$$

$$D = 64 - 36 = 28$$

$$y_1 = \frac{8 + 2\sqrt{7}}{2} = 4 + \sqrt{7}$$

$$y_2 = \frac{8 - 2\sqrt{7}}{2} = 4 - \sqrt{7}$$

Найдем значения x , подставляя под значения y_1 и y_2 .

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 4 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№2 (продолжение).

Для этого подставим в

выражение $x+y=8$ значения $y_1=4+\sqrt{7}$ $y_2=4-\sqrt{7}$

$$x_1+4+\sqrt{7}=8$$

$$x_1=4-\sqrt{7}$$

$$x_2+4-\sqrt{7}=8$$

$$x_2=4+\sqrt{7}$$

тогда в первом случае сумма кубов

$$x_1^3+y_1^3=(4-\sqrt{7})^3+(4+\sqrt{7})^3, \text{ а во втором}$$

$$x_2^3+y_2^3=(4+\sqrt{7})^3+(4-\sqrt{7})^3, \text{ и т.д. от}$$

перемены мест слагаемых сумма не меняется

можно заметить, что $x_1^3+y_1^3=x_2^3+y_2^3$, потому что

$$x_1^3=y_2^3, x_2^3=y_1^3 \Rightarrow \text{можно посчитать}$$

сумму $(4-\sqrt{7})^3+(4+\sqrt{7})^3$ и это будет ответом на

$$x_1^3+y_1^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)=(4+\sqrt{7}+4-\sqrt{7})((4-\sqrt{7})^2-(4-\sqrt{7})(4+\sqrt{7})+(4+\sqrt{7})^2)=$$

$$=8((16-8\sqrt{7}+7)-(16-7)+(16+8\sqrt{7}+7))=$$

$$=8(23-8\sqrt{7}-9+23+8\sqrt{7})=8(46-9)=8 \cdot 37=$$

$$=296$$

Ответ: 296.

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 4 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

Пусть сумма денег = x ,
тогда цена зелёной уруши = $\frac{x}{20}$, пусть цена жел. уруши = z

$$z = \frac{x}{20}$$

Пусть цена желтой уруши = y , тогда $y = \frac{x}{12}$.
Чтобы пойти, сколько в среднем можно купить уруши
нужно разделить сумму денег на среднее арифметическое
цен на зелёные и желтые уруши, т.е:

$$x : \left(\frac{\frac{x}{20} + y}{2} \right) = \frac{2x}{z + y}, \text{ подставим } z = \frac{x}{20}, y = \frac{x}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{\left(\frac{\frac{x}{20} + \frac{x}{12}}{2} \right)} = \frac{2x}{\left(\frac{3x + 5x}{60} \right)} = \frac{2x}{\left(\frac{8x}{60} \right)} =$$

$$= \frac{2x}{\left(\frac{2x}{15} \right)} = \frac{2x : 2x}{15} = \frac{2x \cdot 15}{2x} = 15, \text{ т.е.}$$

количество уруши, которое получится купить
на эту сумму денег - 15.

Ответ: 15 уруши.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

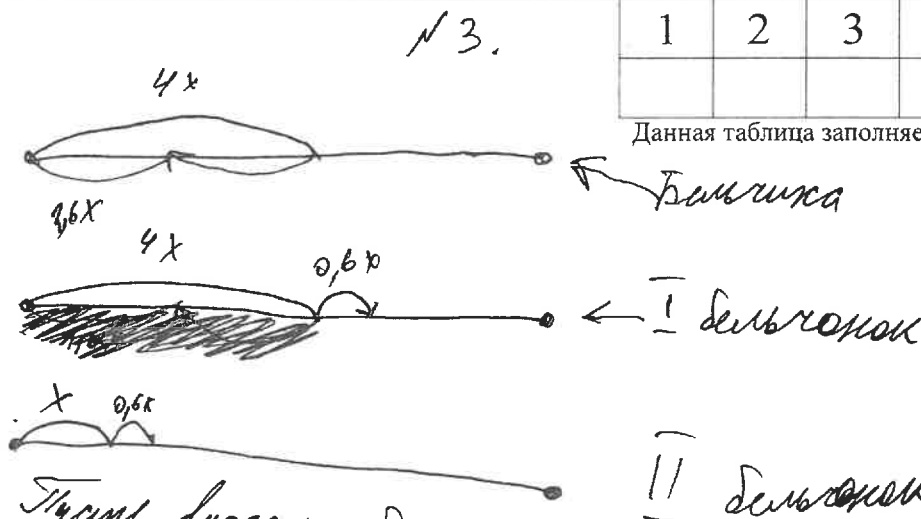
Вариант № 1

М А О О О 1 6 4 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Пусть вначале Бельчиха несла I Бельчонка. Время равно $4x$ и I Бельчонок прошел такое же расстояние, т.е. она несла его со скоростью 4 км/ч , а II Бельчонок прошел расстояние равное x , т.е. его скорость равна 1 км/ч . Потом Бельчиха оставила I Бельчонка и поехала к II Бельчонку, расстояние между ними равно $4x - x = 3x$, а скорость их сближения равна $4 \text{ км/ч} + 1 \text{ км/ч} = 5 \text{ км/ч}$, и получается время которое она ~~шла~~ шла к II Бельчонку равно $\frac{3x}{5} = 0,6x$, и I Бельчонок за это время прошел расстояние равное $4,6x$; а Бельчиха со II Бельчком прошла $1,6x$. Тогда Бельчихе со II Бельчком осталось пройти $2,8 \text{ км} - 1,6x$, а I Бельчонку осталось пройти $2,8 \text{ км} - 4,6x$, а тогда время за которое пройдут Бельчиха и II Бельчонок равно $\frac{2,8 \text{ км} - 1,6x}{4}$, и оно равно времени I Бельчонка, равного:

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 4 1 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\frac{2,8 - 4,6x}{1}$$

тогда составим и решим уравнение

$$\frac{2,8 - 1,6x}{4} = 2,8 - 4,6x$$

$$2,8 - 1,6x = 11,2 - 18,4x$$

$$16,8x = 8,4$$

$$x = \frac{8,4}{16,8}$$

$$x = 0,5$$

Теперь зная чему равен x , посчитаем общее время. Вначале они шли время равное x , потом Бельчонок возвращалась $0,5x$. И в этот момент преследовала $1,6x$, что равно $0,8$ т. И в этот момент I Бельчонок прошёл расстояние равное $4,6x$, то есть $4,6 \cdot 0,5 = 2,3$ км, значит ему осталось ещё $2,8$ км - $2,3$ км = $0,5$ км, ч.т.к. мы знаем его скорость, которая равна 1 км/т, можем посчитать его время, оно равно $0,5 = 0,5$ т, и через эти $0,5$ т они все одновременно окажутся в соседнем лесу. Общее время получается $0,8 + 0,5 = 1,3$ т, что равно 1 т 18 мин.

Ответ: 1 т 18 мин.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 2 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	—	5	15	20	—	60

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

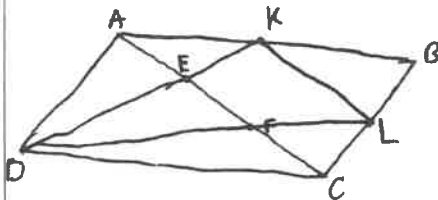
1. Обозначим за x сумму денег.

Стоимость 3. груши — $\frac{1}{20}x$,

к. груши — $\frac{1}{12}x$.

Тогда, 1 груша стоит в среднем $\frac{C_3 + C_k}{2} = \frac{16}{240}$ р.

На x можно купить $x : \frac{16}{240} = 15$ груш



нб.

AC = 12. AE = EF = FC

KL — ?

$\triangle FLC \sim \triangle AFD$ по I признаку подобия
($\angle LFC = \angle AFD$ как вертикальные, $\angle LCF = \angle DAC$ как
накрест лежащие при секущей AC).

$$\frac{AD}{LC} = \frac{AF}{FC} = 2 \Rightarrow LC = \frac{1}{2} AC.$$

$\triangle AЕК \sim \triangle DEC$ по I признаку подобия
($\angle AЕК = \angle CED$ как вертикальные, $\angle KЕC = \angle ECD$
как накрест лежащие при секущей AC).

$$\frac{DC}{AK} = \frac{EC}{AE} = 2 \Rightarrow AK = 0,5 AB.$$

$\triangle KBL \sim \triangle ABC$ по II признаку подобия
($\angle B$ общий, $\frac{LB}{BC} = \frac{KB}{AB} = 0,5$).

$$\frac{KL}{AC} = \frac{LB}{BC} = \frac{KB}{AB} = 0,5 \Rightarrow KL = 0,5 AC = 6$$

$$KL = 6$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 2 4 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

НЧ.
 $N = x^2 + 8 = y^2 + 11y$. $x \neq y$ т.к. в

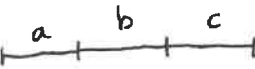
таком случае
 $x^2 + 8 = y^2 + 11y$
 $11y = 8$ и y не целое.

~~Поскольку, в данном случае $x \neq y$, то $x^2 + 8 = y^2 + 11y$~~

x лежит в промежутке $[y+1; y+10]$.

Подставляя x в выражение $x^2 + 8 = y^2 + 11y$, находим целые y и неравные 1 значения $y = 8$ и 33 .

В этих случаях $N = 152$ и 1452 .

НЗ.

 Путь белки - $a + 2b + c$, Путь 1-го бельчонка - $a + b + c$
 Путь 2-го бельчонка - $a + b + c$

Т.к. времена одинаковые:

Путь в
 $\frac{a + 2b + c}{4} = \frac{a + b}{4} + c = \frac{b + c}{4} + a$

Отсюда можно найти, что $b = 3c$ и $b = 3a$

$A = C = \frac{2,8 \text{ км}}{5} = 0,56 \text{ км}$.

Непохожю.

Находим время: $\frac{a + 2b + c}{4 \text{ км}} = \frac{8A \cdot 4}{4 \text{ км}} = 2A = 1,12 \frac{\text{км} \cdot \text{ч}}{\text{км}}$

$t = 1,12 \text{ ч}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 О О 5 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N1.

Средним количеством групп будет являться среднее арифметическое значений количества зелёных и ~~среднее~~ жёлтых групп, за данную цену, то есть $\frac{20+12}{2} = 16$ групп.

Ответ: 16 групп.

N2.

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

Поскольку $xy = 9$, то $3xy^2 = 27y$, а $x^2y = 9x$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$x + y = 8$$

Поскольку $xy = 9$, то $y = \frac{9}{x}$

$$x + \frac{9}{x} = 8$$

$$x^2 + 9 = 8x$$

$$x^2 - 8x + 9 = 0$$

$$D = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 28$$

$$x_1 = \frac{8 + \sqrt{28}}{2} = 4 + \sqrt{7} \quad x_2 = \frac{8 - \sqrt{28}}{2} = 4 - \sqrt{7}$$

при $x = 4 + \sqrt{7}$ $y = 8 - (4 + \sqrt{7}) = 4 - \sqrt{7} \Rightarrow (x_1)^3 + (y_1)^3 = (x_2)^3 + (y_2)^3$ и нам без разницы какой x брать из уравнения выше.

$$\begin{aligned} (4 + \sqrt{7})^3 + (4 - \sqrt{7})^3 &= 64 + 48\sqrt{7} + 84 + 7\sqrt{7} + 64 - 48\sqrt{7} + 84 - 7\sqrt{7} = \\ &= 296 \end{aligned}$$

Ответ: $x^3 + y^3 = 296$.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 0 0 5 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№3.

Подбор

Сначала белка с первым белгонком пройдёт 2 км за 0,5 часа. За это время второй белгонок пройдёт 0,5 км. Далее белка добежит до второго белгонка 1,2 км за 0,3 часа. За это время первый и второй белгата пройдут 0,3 км. За ~~следующие~~ следующие 0,5 часа белка со вторым белгонком дойдёт оставшиеся 2 км и первый белгонок пройдёт оставшиеся 0,5 км. Суммарно им понадобится $0,5 + 0,3 + 0,5 = 1,3$ часа.

Ответ: 1,3 часа.

№5.

$\triangle LFC \sim \triangle AFD$ по I призм. ($\angle LCF = \angle FAD$, как накрестлежащие, $\angle FLC = \angle ADF$, как накрестлежащие). Их коэффициент подобия = 2, так как $AF = 2FC$, значит $LC = 0,5AD$, а так как в параллелограмме противоположные стороны равны, то L — середина BC. $\triangle AKE \sim \triangle ECD$ по I призм. ($\angle AKE = \angle EDC$, как накрестлежащие, $\angle AEK = \angle DEC$, как вертикальные). Их коэффициент подобия равен 2, так как $AE = 0,5EC$, значит $AK = 0,5CD$, а так как в параллелограмме противоположные стороны равны, то K — середина AB. Значит KL — средняя линия $\triangle ABC$, а значит равна $0,5AC$, то есть Ответ: $KL = 6$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 О О 5 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Нч.

Есть вариант с

$$N=152, \text{ где } x(x+1)=y^2+8 \quad 8 \cdot 19 = 144 + 8$$

$$152 = 152$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 2 2 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№1

У первого можно купить за 800 рублей - 6 кг картофеля, у второго - 4 кг.

В среднем можно купить $\frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5$ кг.

Ответ: 5 кг.

№2

$$9x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 340$$

$$9x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 9x - 7y + 3 \cdot xy \cdot y + xy \cdot x =$$

$= 9x - 7y + 24y + 8x$ - Мы получили это, заменив $xy = 8$ т.к. по условию $xy = 8$, то можем заменить xy на 8.

$$9x - 7y + 24y + 8x = 17x + 17y = 17(x + y) = 340$$

$$17(x + y) = 340 \Rightarrow \frac{x+y}{2} = 20$$

$$x + y = 20 \Rightarrow (x + y)^2 = 400 = 20^2$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 400 \Rightarrow x^2 + y^2 = 400 - 2xy =$$

$$= 400 - 2 \cdot 8 = 384$$

Ответ: 384

№3

Бельчонок может быть считать прямоугольник у которого меньшая сторона - меньше большей на 7. Обозначим длину меньшей стороны этого прямоугольника за b , а длину за $b+7$. Тогда всего у бельчонка $b \cdot (b+7) = b^2 + 7b$ миток.

№4

Тратить всего на дорогу попутным x часам, из которых выехать без звезды - y часов.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 2 8 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Посчитаем расстояние которое проехала Зина. у часов ее без бенз, оставшееся время она шла пешком. $y \cdot 20 + (x-y) \cdot 4 = 80 \text{ км}$.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Посчитаем расстояние через Машин. В то время когда бенз без Зину она шла пешком - проехала 4.у. Потом бенз оставил Зину и поехал к Машин. Расстояние между ними было $20y - 4y = 16y$. Бенз и Машин идут друг к другу со скоростью $20 + 4 = 24 \text{ км/ч}$. До того момента, пока бенз не встретит Машин она проехала $4y + \frac{16y}{24} \cdot 4 \text{ (км)}$

$4y + \frac{16y}{24} \cdot 4 = 4y + \frac{16y}{6} \left(\frac{16y}{24} - \text{время которое потребовалось бензу на путь от того как он перестал возить Зину, до того как Машин поехала на бенз. И проехала } (x-y - \frac{16y}{24}) \cdot 20 \text{ км (x - время всего, y - шла пешком, } \frac{16y}{24} - \text{пока бенз не встретит Машин, до этого пояснения)}$

$$\begin{aligned} & \text{Всего Машин проехала } (x-y - \frac{16y}{24}) \cdot 20 + 4y + \frac{16y}{6} = \\ & = 80 \text{ км} = y \cdot 20 + (x-y) \cdot 4 \\ & \left(x-y - \frac{16y}{24} \right) \cdot 20 + 4y + \frac{16y}{6} = \frac{24x - 40y - 16y}{24} \cdot 20 + 4y + \frac{16y}{6} = \\ & = \frac{24x - 40y}{24} \cdot 20 + 4y + \frac{16y}{6} = \frac{24x - 40y}{6} \cdot 5 + 4y + \frac{16y}{6} = \\ & = \frac{120x - 200y}{6} + 4y + \frac{16y}{6} = 80 \text{ км. Должны все сбиться на 3. Получим } \frac{120x - 200y}{2} + 12y + \frac{48y}{6} = 240 = \end{aligned}$$

$= 60x - 100y + 12y + 8y = 240$
Расстояние, рассчитанное через Зину тоже должно быть на 3, получим $(y \cdot 20 + (x-y) \cdot 4) \cdot 3 = 60y + 12x - 12y = 48y + 12x$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 2 8 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Запишем равенство.

$$48y + 12x = 60x - 100y + 12y +$$

$$+ 8y = 240$$

$$48y + 12x = 60x - 80y = 240$$

$$128y = 48x = 240$$

$$\frac{48x}{128y} = \frac{24x}{64y} = \frac{3x}{8y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{3}{8}x - \frac{3}{8} \text{ пути времени}$$

Эльза эхала на велосипеде, а $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ времени шла пешком.

$$\frac{3}{8}x \cdot 20 + \frac{5}{8}x \cdot 4 = 80 \Rightarrow x \left(\frac{60}{8} + \frac{20}{2} \right) = 80$$

$$x \left(\frac{60}{8} + \frac{20}{2} \right) = 80$$

$$x \cdot \frac{80}{8} = 80 \Rightarrow x = 8 \text{ часов.}$$

Ответ: 8 часов.

Бельчонок может выложить прямоугольник у которого короткая сторона меньше длинной на 7. Обозначим длину короткой стороны за b . Тогда длина длинной стороны $b+7$. Всего у Бельчонка $b(b+7) = b^2 + 7b$ плиток.

В квадрат со стороной b мы можем пострелить потому что $b^2 + 7b > b^2$ и плиток нам хватит.

Рассмотрим случай когда Бельчонок строит квадрат со стороной $b+1$.

1. случай сторона квадрата $- b$.

тогда $b^2 + 7b = b^2 + 17$ (17 плиток по условию осталось.)

тогда $7b = 17$ не возможно, ведь b - целое число.

(По условию он строит только из плиток 1×1 .)
поэтому Бельчонок не сможет выложить.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 2 8 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

случай 2: сторона квадрата b

$$-b+1$$

$$(b+1)^2 + 17 = b^2 + 7b$$

$$b^2 + 2b + 1 + 17 = b^2 + 7b$$

$$18 = 5b$$

не подходит, ведь b -ое число должно быть.

случай 3: ст. квадрата $b+2$

$$17 + (b+2)^2 = b^2 + 7b$$

$$17 + b^2 + 4b + 4 = b^2 + 7b$$

$$21 = 3b$$

$$b = 7 - \text{Подходит. Тогда всего пиктов: } (b+7)b = 14 \cdot 7 =$$

$$= 98$$

случай 4: сторона квадрата $b+3$

$$(b+3)^2 + 17 = b^2 + 7b$$

$$b^2 + 6b + 9 + 17 = b^2 + 7b$$

$$26 = b \text{ подходит. Всего пиктов тогда } (26+7) \cdot 26 =$$

$$= 33 \cdot 26 = 858$$

случай 5: сторона квадрата $b+4$

$$(b+4)^2 + 17 = b^2 + 7b$$

$$b^2 + 8b + 16 + 17 = b^2 + 7b$$

$$8b + 33 = 7b$$

$$33 = -b \text{ не возможно ведь } b - \text{положительное,}$$

т.к. сторона прямоугольника не может быть меньше 0.

случай 6: сторона квадрата $b+y$ где $y > 4$

$$(b+y)^2 + 17 = b^2 + 7b$$

$$y^2 + b^2 + 2 \cdot y \cdot b + 17 = b^2 + 7b$$

$$y^2 + 2yb + 17 = 7b$$

$$2yb > 7b \text{ ведь}$$

$$2yb > 2 \cdot y \cdot 4 \geq 8y > 7y$$

$y^2 + 17 + 2yb > 7b \Rightarrow$ любой такой случай не подойдет.



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 1 6 2 8 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Рассмотрим случаи где сторона квадрата меньше b .

сторона квадрата равна $b-x$

где $x > 0$.

$$b(b+x) = (b-x)^2 + 17$$

$$b^2 + bx = (b-x)^2 + 17$$

$$b^2 - (b-x)^2 = 17 - bx$$

$$b^2 - (b-x)^2 > 0 \Rightarrow b^2 - (b-x)^2 > 0$$

По условию $b > 2$. (сторона прямоугольника, которая короткая больше 2)

$$17 - bx < 0 \text{ ведь } bx \geq 21 \text{ (т.к. } b > 2)$$

тогда $b^2 - (b-x)^2 \neq 17 - bx$ ведь число большее 0 не может равняться числу меньшему нулю.

Значит эти случаи не подходят.

Мы разобрали все случаи и поняли что подходящих чисел всего 2. $N = 98$ и $N = 858$.

Ответ: Может равняться 98 и 858.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа

в рамке справа



Вариант № 3

М А О О О 1 5 3 4 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №1.

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	2	20	17	-	59

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Пусть в первом магазине 1 кг корма стоит x рублей, а во втором y рублей. Тогда:

$$\begin{cases} 3x = 400 \\ 5y = 400 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 5y = 800 \quad | : 2 \\ 1,5x + 2,5y = 400 \end{cases}$$

Значит в среднем на 400 рублей возможно купить $1,5 + 2,5 = 4$ (кг) корма.

Ответ: 4 кг

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Вариант № 3

М	А	0	0	0	1	5	3	4	7	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задание №2

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$\underline{6x+6y} - \underline{3xy^2} + \underline{2x^2y} = 150$$

$$2x \cdot (3+xy) - 3y \cdot (3+xy) + 15y = 150$$

$$(3+xy) \cdot (2x-3y) = 150 - 15y$$

Мы знаем, что $xy=12$, которое и подставим в уравнение

$$(3+12) \cdot (2x-3y) = 15 \cdot (10-y)$$

$$15 \cdot (2x-3y) = 15 \cdot (10-y) \quad | :15$$

$$2x-3y = 10-y$$

$$2x-3y+y = 10$$

$$2x-2y = 10$$

$$2 \cdot (x-y) = 10$$

$$x-y = \frac{10}{2} = 5$$

~~мы знаем, что~~~~мы знаем, что~~~~мы знаем, что~~

$$(x-y)^2 = 5^2 = 25$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 25, \text{ где } -2xy = -2 \cdot 12 = -24$$

$$x^2 - 24 + y^2 = 25$$

$$\text{Значит } x^2 + y^2 = 25 + 24 = 49$$

Ответ: 49

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



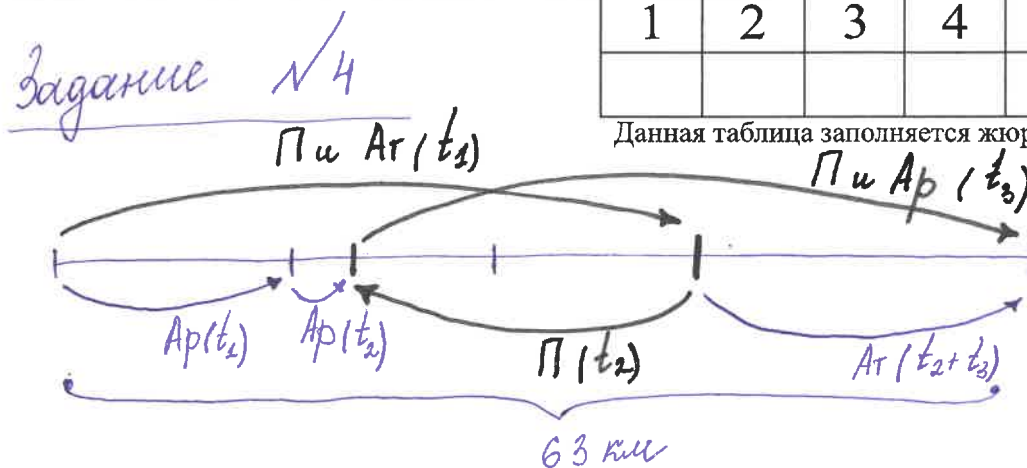
Вариант № 3

М А О О О 1 5 3 4 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



18 км/ч — на коне П — Портос; Ат — Атос; Ар — Арamis
6 км/ч — пешком

Обозначим время разных отрезков t_1 ; t_2 ; t_3 . На рисунке в скобках для каждого расстояния указано время его прохождения.

$$\begin{cases} 18t_1 + 6 \cdot (t_2 + t_3) = 63 \\ 6(t_1 + t_2) + 18t_3 = 63 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 18t_1 + 6t_2 + 6t_3 = 63 \\ 6t_1 + 6t_2 + 18t_3 = 63 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18t_1 + 6t_2 + 6t_3 - 6t_1 + 6t_2 + 18t_3 = 63 - 63 = 0$$

$$12t_1 - 12t_3 = 0$$

$$12t_1 = 12t_3$$

$$t_1 = t_3$$

Также мы знаем, что $18t_1 - 18t_2 = 6t_1 + 6t_2$

$$12t_1 - 24t_2 = 0$$

$$12t_1 = 24t_2$$

$$t_1 = 2t_2$$

Вариант № 3

М А О О О 1 5 3 4 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Продолжение задания №4

В уравнении $18t_1 + 6t_2 + 6t_3 = 63$, заменим все переменные на t_1 , т.к. $t_1 = t_3$ и $t_2 = 2t_1$

Получится $18t_1 + 3t_1 + 6t_1 = 63$
 $27t_1 = 63$

$$t_1 = \frac{63}{27}$$

Тогда, если все время равно $\underbrace{t_1 + t_2 + t_3}_{t_1 + 0,5t_1 + t_1}$, то его можно представить, как $2,5t_1$

$$\text{Общее время равно } \frac{63}{27} \cdot 2,5 = \frac{63}{27} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{63}{27} \cdot \frac{5}{2} = \frac{315}{54} = 5\frac{45}{54}$$

Ответ: $5\frac{45}{54}$ ч. $= 5\frac{5}{6}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 3

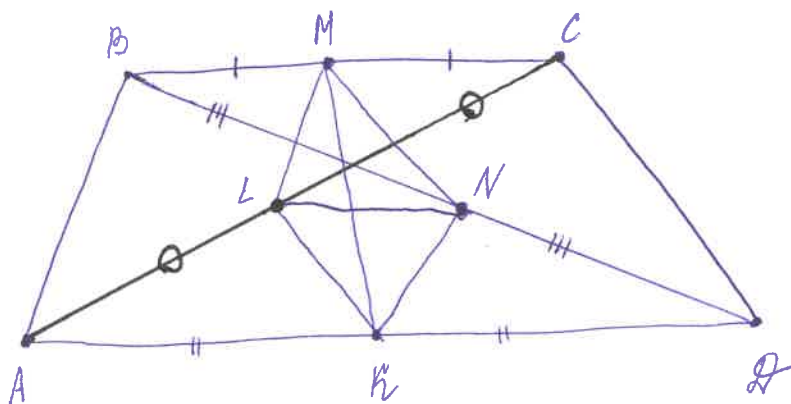
М А О О О 1 5 3 4 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №5



Заметим, что в $\triangle ABC$ ML - средняя линия, значит $ML \parallel AB$. Но и в $\triangle ABD$ KN - средняя линия, значит $KN \parallel AB \Rightarrow ML \parallel KN$. В $\triangle BCD$ MN - средняя линия $\Rightarrow MN \parallel CD$, а в $\triangle ACD$ LK - средняя линия $\Rightarrow LK \parallel CD$. Получается, что $LK \parallel MN$. $ML \parallel KN$ и $LK \parallel MN \Rightarrow LMK$ - паралл. Приведем $LN = KM \Rightarrow \angle LMK$ - прямоугольник $\Rightarrow \angle LMN = 90^\circ \Rightarrow \angle ABD > 90^\circ$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 3

М А О О О 1 5 3 4 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3

$n = x \cdot (x+19)$, т.к. удаётся составить прямоугольник

тогда из $x \cdot (x+19) + 7$ можно составить квадрат, в котором y палочек.

$$x \cdot (x+19) + 7 = y$$

$$x^2 + 19x + 7 - y = 0$$

$$D = 19^2 - 4 \cdot (7 - y) = 361 - 28 + 4y = 333 + 4y$$

$x_1 = \frac{-19 - \sqrt{D}}{2}$, что получается < 0 , но x должен быть $> 0 \Rightarrow$ этот вариант не подходит

$$x_2 = \frac{-19 + \sqrt{D}}{2}$$

подходит

$$x_2 = \frac{-19 + \sqrt{333 + 4y}}{2}$$

$$2x_2 = -19 + \sqrt{333 + 4 \cdot (n-4)}$$

$$2x_2 = -19 + \sqrt{333 + 4 \cdot (x^2 + 19x - 4)}$$

$$2x_2 = -19 + \sqrt{333 + 4x^2 + 76x - 16}$$

$$2x_2 = -19 + \sqrt{305 + 4x^2 + 76x}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 8 2 2 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



N1

~~Рассчитаем среднюю цену корма в каждом магазине.~~

~~в 1: $\frac{3}{400}$ килограммов за рубль~~

~~в 2: $\frac{5}{400}$ килограммов за рубль~~

~~теперь найдем среднее кал.-входило, которое потратили за рубль~~

П.к. в одном магазине мы купили 3 кг за одну цену, а в другом 5 за такую же \Rightarrow в среднем мы могли купить

$$\frac{3+5}{2} = 4 \text{ кг корма}$$

Ответ: 4 кг

N2

$$\begin{cases} xy = 12 \\ 6x + 6y - 3xy^2 + 2x^2y = 150 \end{cases}$$

$$6x + 6y - 3 \cdot 12 \cdot y + 2 \cdot 12 \cdot x = 150$$

$$30x - 30y = 150$$

$$30x - 30y = 150$$

$$x - y = 5$$

$$y = x - 5 \Rightarrow xy = x(x - 5) = x^2 - 5x = 12$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (x - 5)^2 = x^2 + x^2 - 10x + 25$$

$$x^2 + y^2 = (x^2 - 5x) \cdot 2 + 25 = 12 \cdot 2 + 25 = 49$$

Ответ: 49

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	-	20	18	-	58

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

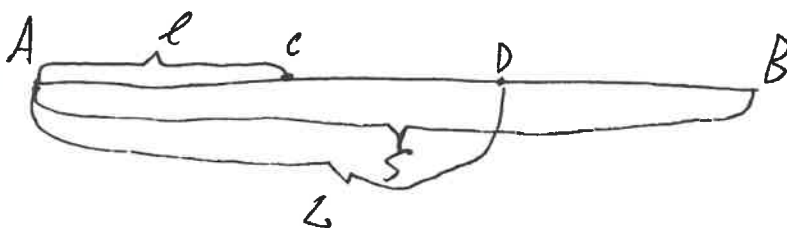
М А 0 0 0 1 8 2 2 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 4



Точка А - старт, точка В - лэ рателъ

Точка С - место, где Портос посадил Атоса на коня

Точка D - место, где Портос ссадил Атоса.

v_k - скорость на коне, v_n - скорость пешком

$$S = 63 \text{ км}; v_k = 18 \frac{\text{км}}{\text{ч}}; v_n = 6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

t_1 - время, ~~за которое~~ от старта до посадки Атоса на коня

$$t_1 = \frac{l}{v_n}$$

$$t_1 = \frac{L}{v_k} + \frac{L-l}{v_k} = \frac{2L-l}{v_k}$$

$$\Rightarrow \frac{l}{v_n} = \frac{2L-l}{v_k}$$

$$l v_k = 2L v_n - l v_n$$

$$l(v_k + v_n) = 2L v_n$$

$$l = L \cdot \frac{2v_n}{v_k + v_n} = \frac{12}{24} L = \frac{1}{2} L$$

Пусть t_2 - время от высадки Атоса до финиша

$$t_2 = \frac{S-l}{v_n} \quad t_2 = \frac{S-L}{v_n}$$

$$t_2 = \frac{L-l}{v_k} + \frac{S-l}{v_k} = \frac{L+S-2l}{v_k}$$

$$\Rightarrow \frac{S-L}{v_n} = \frac{L+S-2l}{v_k}$$

$$(S-L)v_k = (L+S-2l)v_n$$

$$S(v_k - v_n) = L v_k$$

$$L = \frac{S(v_k - v_n)}{v_k} = \frac{12}{18} S = \frac{2}{3} S$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 1 8 2 2 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

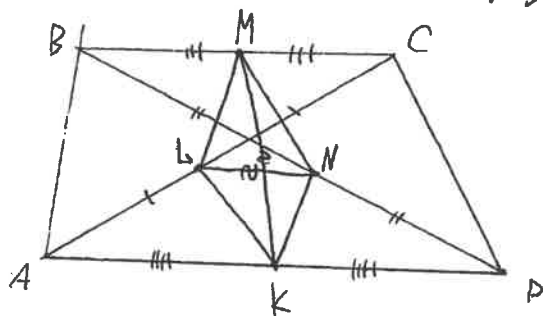
Значит, $l = \frac{1}{2}L = \frac{1}{3}S$

Если t - время всего пути, получим такое уравнение:

$$t = \frac{L}{v_k} + \frac{L-l}{v_k} + \frac{S-l}{v_k} = \frac{\frac{2}{3}S + \frac{2}{3}S - \frac{1}{3}S + S - \frac{1}{3}S}{v_k} = \frac{\frac{5}{3}S}{v_k} = \frac{5 \cdot 630}{3 \cdot 18} \text{ ч} = \frac{35}{6} \text{ ч} = \frac{35 \cdot 60}{6} \text{ мин} = 350 \text{ мин}$$

Ответ: 350 минут

N5



Заметим, что $MLKN$ - параллелограмм Вариньона, т.к. его вершины лежат на серединах сторон четырёхугольника $BCAD$.

Также т.к. ^{это параллелограмм} диагонали MK и LN равны, это - ^{прямоуг-ик} квадрат \Rightarrow

$\Rightarrow \angle MNK = 90^\circ$ и $\angle BNK < 90^\circ$, т.к. он лежит внутри $\angle MNK$.

Значит, смежный ему $\angle DNK > 90^\circ$

NK - средняя линия треугольника $ABD \Rightarrow NK \parallel AB$ и $\angle DNK = \angle ABD$ (при сек. BD , соотв.) $\Rightarrow \angle ABD > 90^\circ$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 2 8 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
18	20	20	-	-	-	58

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

~1

$$x \text{ руб} - 20z$$

$$x \text{ руб} - 12z$$

$$z - \frac{x}{20} \text{ руб}$$

$$2x - \frac{x}{12} \text{ руб}$$

Стоимость = цена • количество

$$\frac{\text{Стоимость}}{\text{цена}} = \text{количество}$$

$$\frac{x}{\frac{x}{20} + \frac{x}{12}} = \frac{2x}{\frac{x}{20} + \frac{x}{12}} \quad (\div x) \quad \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{12}} = \frac{1}{\frac{3}{60} + \frac{5}{60}} = \frac{1}{\frac{8}{60}} = \frac{60}{8} = \frac{15}{2}$$

$$= \frac{1}{\frac{2}{30}} = \frac{30}{2} = 15 \quad (\div 2) \quad \frac{2x}{\frac{6x}{120} + \frac{10x}{120}} = \frac{2x}{\frac{16x}{120}} = \frac{240x}{16x} = 15 \text{ (руб)}$$

$$= \frac{2x}{\frac{16x}{120}} = \frac{240x}{16x} = 15 \text{ (руб)}$$

Ответ: средняя цена 15 рублей

~2

$$\begin{cases} xy = 9 \\ 11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160 \end{cases}$$

$$11x - 7y + 27y + 9x = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 9 \end{cases}$$

$$x + \frac{9}{x} = 8$$

$$x^2 + 9 = 8x$$

$$x^2 - 8x + 9 = 0$$

$$D = (4)^2 - 9 = 7$$

$$\begin{cases} x = 4 + \sqrt{7} \\ x = 4 - \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4 + \sqrt{7} \\ y = 4 - \sqrt{7} \end{cases}$$

Оно значение.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 3 2 8 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

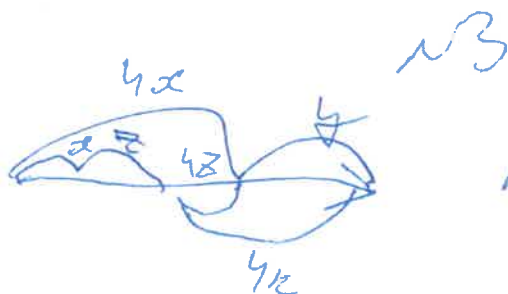
1	2	3	4	5	6	7

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

12 (по условию)
(проверка)

$$\begin{aligned} (4-\sqrt{x})^3 + (4+\sqrt{x})^3 &= (4+\sqrt{x})^3 - (4-\sqrt{x})^3 = \\ &= 64 - 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{x} + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{x} - \sqrt{x}^3 + 64 + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{x} + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{x} - 64 - 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x}^3 = \\ &= 2 \cdot 148 = 296 \end{aligned}$$

Ответ: 296



пусть x, y, z и k — это время, когда

$4x, y, 4z, 4x, 4y, 4z$ — расстояние

$$4y = 4x + 4z$$

$$4x + y = 2,8$$

$$x + z + y + 4z = 2,8$$

$$4x + y = 2 + z + 4y - 4z$$

$$3x + 3z = 3z$$

$$y = x + z$$

$$\begin{cases} 4x + y = 2,8 \\ x + z + y + 4z = 2,8 \\ y = x + z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + z = 2,8 \\ 2x + 6z = 2,8 \\ 5x + z = 2,8 \\ x + 3z = 1,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(1,4 - 3z) + z = 2,8 \\ z - 14z = 2,8 \\ 14z = 4,2 \\ z = 0,3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 1,4 - 3z = \\ &= 1,4 - 0,9 = 0,5 \end{aligned}$$

$$y = 0,5 + 0,3 = 0,8$$

$$x + y = 0,5 + 0,8 = 1,34$$

Ответ: время зайца 1,34

$x + y$ — искомое
14
матрица 4x4
если матрица
100 100 0 0 = 60 18

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 7 9 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	20	30	5	2	-	57

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N1

x - ширина дорожки z - количество дорожек n - количество клеток

$$x = 20z \Rightarrow 12 = \frac{x}{20}$$

$$x = 12n \Rightarrow 1n = \frac{x}{12}$$

Нужно найти сред. ариф.

$$1) \frac{\frac{x}{20} + \frac{x}{12}}{2} = \frac{\frac{3x}{60} + \frac{5x}{60}}{2} = \frac{8x}{60} : 2 = \frac{4x}{60} = \frac{x}{15} - \text{количество клеток в среднем}$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ клеток в среднем (количество)}$$

Ответ: 15 клеток

N4

x - ширина $x > 1$

$11+x$ - длина

$\sqrt{N-8}$ - целое число

$$x \cdot (11+x) = 11x + x^2 \Rightarrow N = 11x + x^2$$

А значит корень из $11x + x^2 - 8$ также целое число

Пример: при $x=8$:

также N всегда четное, т.к.

$11x + x^2$ образует четное число

$$1) 11 \cdot 8 + 64 = 152$$

$$2) 152 - 8 = 144 = 12^2$$

$N = 152$ решение



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 6 7 9 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№2

$$xy = 9$$

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

$$11x - 7y + 3 \cdot \underbrace{x \cdot y \cdot y}_9 + \underbrace{x^2 \cdot y}_9 = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - x$$

$$2) \quad x \cdot (8 - x) = 9$$

$$8x - x^2 = 9$$

$$-x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$D = 64 - 36 = 28$$

$$x_1 = \frac{-8 - \sqrt{28}}{-2} = \frac{8 + 2\sqrt{7}}{2} = 4 + \sqrt{7} \Rightarrow y_1 = 4 - \sqrt{7}$$

$$x_2 = 4 - \sqrt{7} \Rightarrow y_2 = 4 + \sqrt{7}$$

$$3) \quad x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2), \text{ где } x = 4 + \sqrt{7}$$

$$x^2 = (4 + \sqrt{7})^2 = 16 + 8\sqrt{7} + 7$$

$$y^2 = (4 - \sqrt{7})^2 = 16 - 8\sqrt{7} + 7$$

$$-xy = -9$$

⇓

$$8 \cdot (16 + 8\sqrt{7} + 7 - 9 + 16 - 8\sqrt{7} + 7)$$

$$8 \cdot 34 = 272$$

$$\underline{x^3 + y^3 = 296}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

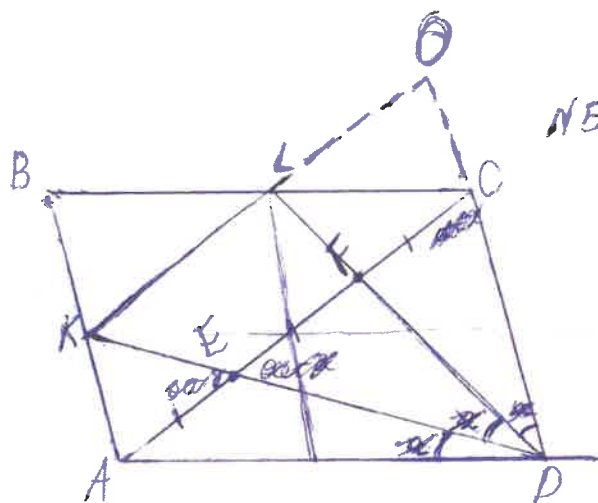
Вариант № 1

М А О О О 1 6 7 9 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Дано: $\angle C = 12^\circ$; $AE = EF = FC = 1$;
 $ABCD$ - ромб

Решение:

Докажем:

~~$\triangle DEC \cong \triangle DFC$ (п.п. DF - общая и $\angle EDC = \angle FDC$) $\Rightarrow DE = DF$~~

1) $AKLC$ - параллелограмм, так как $KL \parallel AC$, тогда $EF \parallel KL$, тогда в ромбе $AKOD$

$\angle A + \angle D = 180^\circ$, $\angle LKA + \angle KOD = 360^\circ - 180^\circ \Rightarrow \angle A = \angle LKA$
 $\Rightarrow \angle KAC + \angle ACD = 180^\circ$ тогда $AKOC$ - параллелограмм, при этом K и L лежат на сторонах AD и BC соответственно $\Rightarrow EF$ - средняя линия

$\triangle KLD \Rightarrow KL = 9 : 2 = 8$

Ответ: 8

13



5,8 км. $V_{\text{вып.}} = (V_{\text{вып.}} + V_{\text{вып.}})$

Пусть x - длина отрезка AX , а y - длина отрезка XB , тогда $x + y = 5,8$ км.

1) Тогда длина отрезка AX равна x , а длина отрезка XB равна y .
 2) Тогда длина отрезка AX равна x , а длина отрезка XB равна y .
 3) Тогда длина отрезка AX равна x , а длина отрезка XB равна y .

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А 0 0 0 1 2 3 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	5	20	10	-	55

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Среднее арифметическое -

это сумма всех развёрнутое на их количество.

План как на 300 рублей можно купить 6 кг или 4 кг. и всего значений 2, то:

в среднем картошка на 300 рублей можно ку-

$$\text{путь} = \frac{6 \text{ кг} + 4 \text{ кг}}{2} = \frac{10 \text{ кг}}{2} = 5 \text{ кг}$$

Ответ: 5 кг

№2.

Из условия нам дано:

$$xy = 8 \quad \text{и} \quad 9x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 340$$

давайте во втором неравенстве заменим xy на 8

$$9x - 7y + 3 \cdot 8 \cdot y + 8 \cdot x = 340$$

$$9x - 7y + 24y + 8x = 340$$

$$17y + 17x = 340$$

$$y + x = 20$$

сложим на 17

Заметим, что $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, тогда:

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

подставим

$$x^2 + y^2 = (20)^2 - 2 \cdot 8$$

$$x^2 + y^2 = 400 - 16$$

$$x^2 + y^2 = 384$$

Ответ: 384

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 2 3 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа



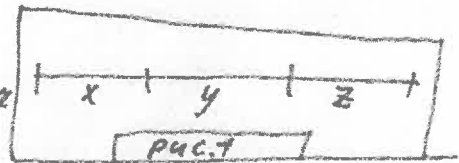
№ 4 (начало)

Разделим весь путь (80 км) на 3 участка, длиной:

x , y , z км. И считаем, что если велос без

жасмин несколько раз, то объединим эти расстояния в одно $= x+y$. И считаем, что если велос без Эльзы несколько раз, то объединим эти расстояния в одно равное $y+z$.

То есть, велос без Жасмин $x+y$ расстояния, и за время, когда велос и возвращался Эльза пром.



на x расстояние. Далее велос взял Эльзу и пром. $y+z$, и за это время Жасмин прошла расстояние z . Пусть они пришли в одинаковое время, одновременно.

Заметим, что время за которое велос без Эльзы и возвращался к Жасмин $=$ время, которое Жасмин прошла, до того как её взял велос:

$$\frac{x+y+y}{10 \text{ км/ч}} = \frac{x}{4 \text{ км/ч}} \Rightarrow 4x+8y=20x \Rightarrow 8y=16x \Rightarrow y=2x$$

Заметим, что время за которое велос без Эльзы поспешит чтобы встретить Эльзу, когда велос без Жасмин и когда велос без Эльзы $=$ времени которое Жасмин прошла, до того как её взял велос:

$$\frac{z}{4 \text{ км/ч}} = \frac{y+y+z}{10 \text{ км/ч}} \Rightarrow 10z=8y+4z \Rightarrow 16z=8y \Rightarrow 2z=y$$

Заметим, что $y=2x$ и $y=2z \Rightarrow 2x=2z \Rightarrow x=z$

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 2 3 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение)

мы знаем, что $x + y + z = 80$

и т.к. $x = z$ и $2x = y$

~~$x = z = 20$~~ , то $x + x + 2x = 80 \Rightarrow 4x = 80 \Rightarrow x = 20$.

$x = 20$; $x = z = 20$; $2x = y \Rightarrow x = \frac{y}{2} \Rightarrow 20 = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 40$ рис. 3

Решение Волк

Рассчитаем время относительно Маши:

расстояние x она шла пешком:

$$\frac{20 \text{ км}}{4 \text{ км/ч}} = 5 \text{ ч}$$

расстояние $y + z$ её провёз волк:

$$\frac{40 \text{ км} + 20 \text{ км}}{20 \text{ км/ч}} = \frac{60 \text{ км}}{20 \text{ км/ч}} = 3 \text{ ч}$$

$$5 \text{ ч} + 3 \text{ ч} = 8 \text{ ч}$$

Пто, что Маша и Волк придут в одно и то же время доказано ранее \Rightarrow время за которое до доберутся тоже равно

Ответ: 8 ч

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

x	y	z
20	40	20
рис. 2		

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 2 3 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



№ 3.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Так как меньшая сторона прямоугольника 7, то значит 7,3, обозначим её за $3+a$, где 10.

Так другая сторона, больше на 7, то она

$3+a+7 = 10+a \Rightarrow n = (3+a)(10+a)$

$$3+a+7 = 10+a \Rightarrow n = (3+a)(10+a)$$

Итак нам при разложении и обозначим сторону квадрата, который

собирает бельчонок за $x \Rightarrow n = x^2 + 17$

так как $n = (3+a)(10+a)$ и $n = x^2 + 17$, то:

$$(3+a)(10+a) = x^2 + 17$$

$$30 + a^2 + 3a + 10a = x^2 + 17$$

$$a^2 + 13a + 13 = x^2$$

Итак

Так как в условии нас просят найти подходящее n , то рассмотрим случаи, что $a=4$;

$$4^2 + 13 \cdot 4 + 13 = 81 = 9^2$$

$$n = x^2 + 17 \Rightarrow n = 9^2 + 17 = 98$$

проверим:

$$n = 98$$

стороны прямоугольника: 7 и 14

$7 > 3$ и $7+7=14$ и $7 \cdot 14 = 98$ - подходит

сторона квадрата = 9

$9^2 = 81$ и лишнее $98 - 81 = 17$ - подходит

Ответ: 98

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

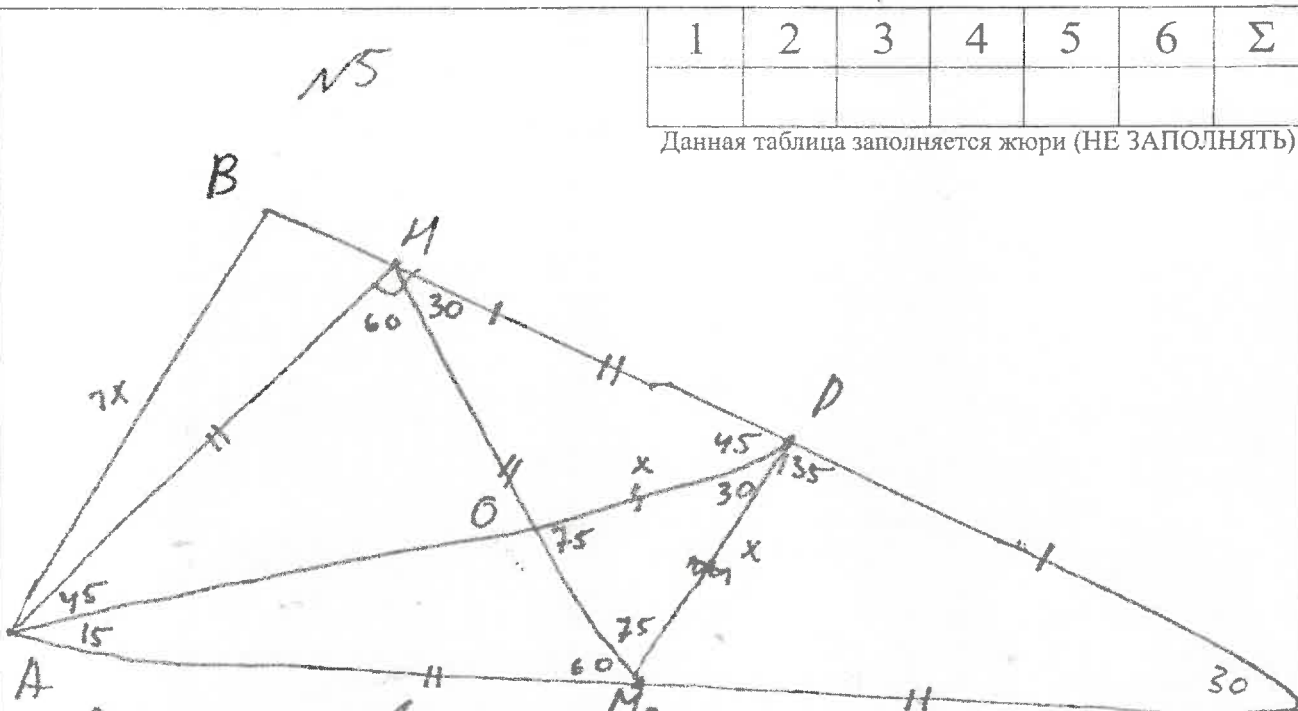
М А О О О 1 2 3 4 6 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Опустили из вершины A, на сторону BC высоту CH. Заметили $\angle DAM = 180 - 90 - 45 = 45 \Rightarrow AM = MD$

Заметили, что $\angle CDA = 180 - 45 = 135$

$\angle DAC = 180 - 135 - 30 = 15$

Заметили, что $\triangle AHC$ с углами 30, 60, 90 \Rightarrow

$\Rightarrow 2AH = AC$. Отметим середину $AC = M$, и значит $AM = MC = AH$

Проведём отрезок MD, заметили, что

DM - средняя линия $\triangle ABC$ ($BD = DC$ и $AM = MC$) \Rightarrow

$\Rightarrow BA \parallel DM$ и $AB = 2DM$

Проведём отрезок HM

$\angle AHM = \angle AMH \Rightarrow \angle AHM = \angle AMH = \frac{180 - 45 - 15}{2} = \frac{120}{2} = 60$

$\angle DHM = \angle DHA - \angle MHA = 90 - 60 = 30$

$\triangle AHM$ - равнобедренный (все углы по 60) $\Rightarrow AH = AM$

$\triangle MHD$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle HMA = \angle HDM = \frac{180 - 30}{2} = 75$

$\angle ADM = 75 - \angle AMD = 75 - 45 = 30 \Rightarrow \angle DOM = 180 - 30 - 75 = 75$

$\Rightarrow DO = DM = x \Rightarrow AB = 2x$

Не записано

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

M	A	0	0	0	1	8	8	0	4	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Звук № 1

чтобы найти среднюю ст.

~~нужно найти~~ - нужно найти среднее арифметическое
справ. Нормы = 10% от нормы в среднем по жалобам.

Всего элементов 20 элементов

жен, а модальность 12 месяцев после отъезда

по количеству зеленого ~~и желтого~~ ^{зеленого} цвета. $\frac{1}{50}$ с, а

а среднее значение $\frac{1}{12}$ дождя их среднее прир.

$\frac{S_1}{2} + \frac{S_2}{2}$

$$\frac{\frac{1}{12} S + \frac{1}{20} S}{2} = \frac{\frac{5}{60} S + \frac{3}{60} S}{2} = \frac{\frac{8}{60} S}{2} = \frac{8}{120} S = \frac{1}{15} S, \text{ und}$$

означает, что на общую цену с поправку-
нуть в среднем \approx ~~20%~~ ^{20%}
ответ: 75 мин прошл t_1

ответ: 15 минут

Задан номер 3

матрица обозначим \mathbf{B}

т.е. - выпуск оставшихся реформ деловых...

t_2 -Werte Komponenten in Formeln

der Komplex

t_3 - все внутренние в среднем году

переходящая в правление движения $0,19$ делит и делен $0,19$ делит

Год делового оборота закрывается на конец

$$9t_1 - (1t_2 + 4t_2) + 4t_3 = 5$$

гидростатика Архив

$$4t_1 + t_2 + t_3 = 4$$

гид. Губарова Маргарита

$$t_1 + t_2 + 4t_3 = 5$$

От какой минуты
отсчитывается наше время?
до не знаю

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 8 0 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

мы видим, что все уравнения
равны 5, поэтому из этого
что-то найдем:

$$4t_1 - 3t_2 + 4t_3 = 4t_1 + t_2 + t_3 = 5$$

$$3t_3 = 4t_2$$

$$t_3 = t_2 \cdot \frac{4}{3}$$

$$4t_1 - 3t_2 + 4t_3 = t_1 + t_2 + 4t_3$$

$$3t_1 = 4t_2$$

$$t_1 = \frac{4}{3} \cdot t_2$$

подставим найденные значения в любое из уравнений
получим ответ 1

$$4 \cdot \frac{4}{3} \cdot t_2 + t_2 + \frac{4}{3} t_2 = 3,8 \text{ км}$$

$$\frac{16}{3} t_2 + t_2 + \frac{4}{3} t_2 = 3,8$$

$$\frac{24}{3} t_2 = 3,8 \quad | \cdot 10$$

$$24 t_2 = 38$$

$$240 t_2 = 380$$

$$t_2 = \frac{380}{240}$$

$$t_2 = \frac{19}{12} \text{ ч} = \frac{19 \cdot 60}{12} \text{ мин} = 95 \text{ мин}$$

найти время движения автомобиля
 $t_1 + t_2 + t_3 = t_{\text{всего}}$

$$\frac{4 \cdot 4}{3} + \frac{19}{12} + \frac{4 \cdot 4}{3} = \frac{36}{12} + \frac{19}{12} + \frac{36}{12} = \frac{91}{12} \text{ ч} = 7 \frac{7}{12}$$

ответ: $7 \frac{7}{12}$ ч $1 \frac{1}{7}$ ч $\frac{8}{3}$ ч $\frac{8}{28}$ ч $\frac{8}{28}$ ч $\frac{24}{21}$ ч $\frac{8}{7}$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 8 8 0 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача номер 2.

$$xy = 1$$

$$1+x-7y+3x \quad x^2+x^2y=160$$

$$xx(3x+x)+3x+x+10x-10y=160$$

$$xx(3x+x)+(3x+x)+10(x-x)=160$$

$$(xx+1)(3x+x)+10(x-x)=160$$

~~$$(x+1)(3x+x)+10(x-x)=16$$~~

$$10(2x+2x)=160 \quad | :10$$

$$2x+2x=16$$

$$x+x=8$$

$$(x+x)^2 = (y-x)^2 + 4xy = (y^2 - xy + x^2) + 3xy = (y^2 - xy + x^2) + 27 = x^2 - xy + x^2 = 37$$

$$x^2+y^2 = (x+y)(x^2-xy+y^2) = 8 \cdot 7 = 56$$

ответ: $x^2+y^2=56$

Задача номер 4

$$N-8=y^2$$

$$N=x(x+1), \text{ где } x \geq 1 \quad \Rightarrow \quad x^2+11x-8=y^2 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x^2+11x-8}=y, \text{ где } x \in \mathbb{N}, \text{ и } x \geq 1$$

методом подбора можно найти, что единственная пара $x; y$, удовлетворяющая условиям это $(8; 12)$, тогда единственное возможное N это $8 \cdot 9 = 72$

ответ: 72

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 6 3 0 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
10	10	20	5	-	-	55

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1. Пусть изначальная сумма = $x_0 \Rightarrow$ стоимость з. у. $\frac{x}{20}$,

а ж. у. $\frac{x}{12}$. Найдём среднюю цену $-\frac{(\frac{x}{20} + \frac{x}{12})}{2} = \frac{8x}{120} = \frac{x}{15} \Rightarrow$
 $\Rightarrow 15$ у. Ответ: 15 у.

№2

Пусть сначала с I-ым бельчонком белка бежала x ч. и пробежала $(4x)$ км, далее I-ый бел. бежал сам $(2,8 - 4x)$ км. В ^{Получу?} ~~точении $3,4 - 4x$ км. II-ой б. за это время прошёл x км. Нока~~

~~они шли навстречу друг другу они прошли $(3x)$ км за $\frac{3x}{5x} = 0,6$ ч. До леса стало $(2,8 - 4x + 0,6 - 4) = (0,4 - 4x)$ т. е. его~~

скорость = 1 км/ч; часть своего пути он ~~б.~~ прошёл с белкой за x ч; а II-ю часть за $(2,8 - 4x)$ ч. \Rightarrow время его пути $= 2,8 - 4x + x = (2,8 - 3x)$ ч; а т. к. все добрались одновременно, то ответ:

$2,8 - 3x = x + 0,6(\frac{4x - x}{5x}) + \frac{2,8 - 4x}{4} = 0,6 + 0,7 = 1,3$ ч. Верно, но плохо изложено.

Из условия видно, что $a^2 + 8 = b(b+1)$, т. к. остаётся

8 т. начнём с $b=8$: $8 \cdot (8+1) = 8 \cdot 9 = 152$, а $12^2 + 8 = 144 + 8 = 152$.

\Rightarrow число шишек = 152

Ответ: 152

№2

$$17x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

$$xy^2 = xy \cdot y = 9x$$

$$x^2y = 9x$$

$$\Rightarrow 17x - 7y + 3 \cdot 9x + 9x = 160 =$$

$$= 20x + 20y = 160 \Rightarrow x + y = \frac{160}{20} = 8$$

$$\Rightarrow y = 8 - x$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 = 8^3 = 64 \cdot 8 = 512$$

$$x^3 + y^3 \neq (x+y)^3$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 2

М А О О О 1 5 3 9 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №1

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	5	20	10	-	55

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1й продавец: 6 т — 300 руб

2й продавец: 4 т — 300 руб

Найдем среднее кол-во картофеля

Потратив у 1го и 2го продавцов по 300
мы получили 10 т картофеля
значит в среднем за 600 руб

можно купить 10 т картофеля
составим пропорцию

10 т — 600 руб где x — искомый x т — 300 руб вычисляем среднюю кол-во картофеля

$$\frac{10}{x} = \frac{600}{300} = 2 \Rightarrow 2x = 10$$

$$x = 5 \text{ т}$$

Ответ: в среднем на 300 рублей
можно купить 5 т картофеля



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 5 3 9 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №2

Запишем условие задачи в виде системы уравнений

$$\begin{cases} 9x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 340 \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = ? \end{cases}$$
 Рассмотрим первое выражение

$$9x + x^2y - 7y + 3xy^2 = 340$$
 Сгруппируем так, чтобы в скобках получались известные величины $xy = 8$

$$x(9 + xy) - y(7 - 3xy) = 340$$

$$9 + xy = 9 + 8 = 17; \quad 7 - 3xy = 7 - 24 = -17$$

$$17x + 17y = 340 \quad | : 17$$

$$x + y = 20 \quad \text{Найдем } x^2 + y^2$$

$$\text{возведем } (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 20^2$$

$$x^2 + y^2 = 400 - 2xy = 400 - 16 = 384$$

$$x^2 + y^2 = \underline{384}$$

Ответ: 384

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 5 3 9 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3

Сделаем схематический чертёж

Прямоугольник; квадрат
 $a+7$ b

$$a \quad \boxed{a(a+7)}$$

$$b \quad \boxed{b^2}$$

Пусть длины меньшей стороны прямоугольника $= a$
 тогда длины большей $= a+7$ где $a > 2$ (по условию)

Пусть длины стороны квадрата $= b$, тогда же прямоугольником бельчонок затратил $N = a(a+7)$

плиток 1×1 ; на квадрат $= b^2$ a, b — натуральные

По условию

Найдём N ; приравняем

$$\begin{cases} N = a(a+7) & \text{первое уравнение} \\ N = b^2 + 17 & \text{по второму} \end{cases}$$

$$a(a+7) = b^2 + 17$$

$a^2 + 7a = b^2 + 17$ Подберём различные варианты

$$a^2 - b^2 = 17 - 7a \quad a > 2$$

$$a = 3$$

$$9 - b^2 = 17 - 21$$

$$9 - b^2 = -4$$

$$b^2 = 13$$

Не подходит

т.к. b — натуральное число

$$a = 4$$

$$16 - b^2 = 17 - 28$$

$$16 - b^2 = -11$$

$$b^2 = 27$$

неподходит

$$a = 6$$

$$36 - b^2 = 17 - 42$$

$$b^2 = 61$$

неподходит

$$a = 5$$

$$25 - b^2 = 17 - 35$$

$$b^2 = 43$$

неподходит

$$a = 7$$

$$49 - b^2 = 17 - 49$$

$$b^2 = 81$$

$$b = 9$$

подходит

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

МАООО1539525

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №3 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$$a = 7; b = 9$$

нам подходит наименьшее значение N

$$N = 7(7+7) = 7 \cdot 14 = 98$$

Проверим

Другие значения,

то есть $N > 98$

$$N = 17 = 1 + 16 \text{ подходит}$$

но не может быть т.к. при увеличении числа, оно увеличивается еще больше, а

значит после $a = 7; b = 9$ разность квадратов

$a^2 - b^2 = 17 - 7a$ будет недостаточной для того,

чтобы найти новое значение N Ответ: $N = 98$

Задача №4

$$v_3 = v_m = 4 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - \text{скорости принцессы}$$

$$v_b = 20 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - \text{скорость воина}$$

$S_0 = 80 \text{ км}$ - весь путь; t_0 - исходное время

Пусть воин встретит принцессу на протяжении времени t ,

$$\text{тогда } S(\text{воин; принцесса}) = v_b t_1 = 20 t_1$$

$$S(\text{машин}) = v_m t_1 = 4 t_1$$

т.е. $S(\text{машин})$ - расстояние, которое проехала

машина за $t_1 \Rightarrow$ различие расстояний

между воином и машиной $\Delta S = S(b; 2) - S(m) = 16 t_1$

$$\text{тогда также останется пройти } S_{\text{ост}} = S_0 - S(b; 2) = 80 - 20 t_1 = 80 - 20 t_1$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 5 3 9 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задачи №1 (продолжение)

Пусть t_2 - время возвращения и машин

$$\text{тогда } t_2 = \frac{2S}{v_n + v_b} = \frac{16t_1}{24} = \frac{2t_1}{3}$$

\Rightarrow вагон встретит машин $\frac{2}{3}$ на расстоянии

$$S_{\text{встр}} = 4t_1 + \frac{2t_1}{3} \cdot 4 = 4t_1 + \frac{8t_1}{3} = \frac{20t_1}{3} - \text{расстояние}$$

($S_{\text{встр}} = S_{\text{м.1}} + t_2 v_m$) от тридцатого королевства, на котором вагон встретит

тогда им оставалось машин проехать

$$S_{\text{ост2}} = 80 - \frac{20t_1}{3} = \frac{240}{3} - \frac{20t_1}{3} = \frac{240 - 20t_1}{3}$$

тогда время, за которое они добегут до тридцатого королевства: $t_3 = \frac{S_{\text{ост2}}}{v_b} = \frac{240 - 20t_1}{3 \cdot 20} = \frac{240 - 20t_1}{60}$

В свою очередь Эльзи после поездки на вагон добегает до тридцатого королевства за время:

$$t_2 = \frac{S_{\text{ост}}}{v_2} = \frac{30 - 20t_1}{4} = 20 - 5t_1$$

тогда, т.к. все прибывают одновременно

$$t_0 = t_1 + t_2 = t_1 + t_2 + t_3$$

$$t_1 + t_2 = t_1 + t_2 + t_3 \Rightarrow t_2 = t_2 + t_3$$

$$20 - 5t_1 = \frac{2t_1}{3} + \frac{24 - 2t_1}{6}$$

$$20 - 5t_1 = \frac{4t_1}{6} + \frac{24 - 2t_1}{6} = \frac{2t_1 + 24}{6}$$

$$\Rightarrow 120 - 30t_1 = 2t_1 + 24 \Rightarrow 96 = 32t_1 \Rightarrow t_1 = 3 \text{ часа}$$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Вариант № 2

М А 0 0 0 1 5 3 9 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задача №4 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

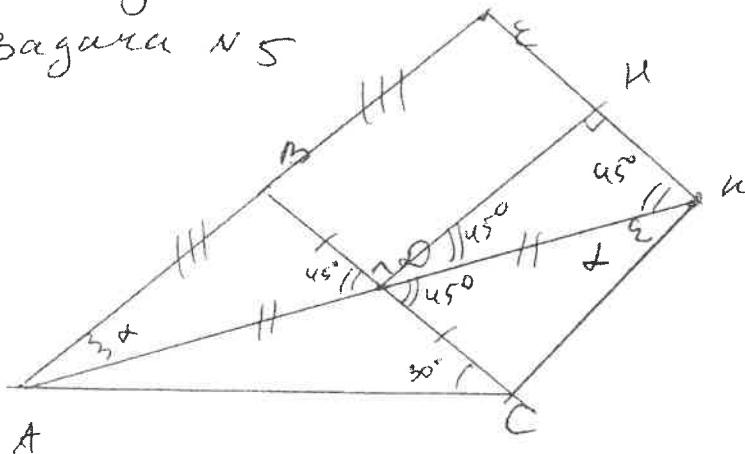
$t_1 = 3$ часа
найдем $t_0 = t_2 + t_1 = 20 - 5t_1 + t_1 = 20 - 4t_1 = 8$ часов

Выполним проверку:

$$t_0 = t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + \frac{2t_1}{3} + \frac{24 - 2t_1}{6} = \frac{6t_1 + 4t_1 + 24 - 2t_1}{6} = \frac{8t_1 + 24}{6} = \frac{24 + 24}{6} = \frac{48}{6} = 8 \text{ часов}$$

Ответ: им понадобится 8 часов, чтобы попасть в тридцатое королевство

Задача №5



А

Выполним доп построение:

удвоим отрезок AD до точки K так, что

$AD = DK$; продлим AB до точки E так, что

$AB = BE$; проведем EK

BD - отрезок, соединяющий середины сторон

AE и AK в $\triangle AEC \Rightarrow BD$ - средняя линия

тогда $BD \parallel EK$; $EK = 2BD$, но D - середина

BC - по условию $\Rightarrow BC = 2BD = EK$

Вариант № 2

М А О О О 1 5 3 9 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Задачи №5 (продолжение)

Проведем KE ,

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$\angle KDC = \angle BDA = 45^\circ = \angle EKD$ т.к. $BD \parallel KE$
(как соответственные углы) $\Rightarrow \angle EKD = \angle KDC = 45^\circ$

$BC \parallel KE \Rightarrow BEKC$ — параллелограмм
т.к. $KE = BC$; $KE \parallel BC$

$\angle EBD$ — внешний угол $\triangle ABD \Rightarrow \angle EBD = 45^\circ + \alpha$
где $\angle BAD = \alpha$ — исконый угол тогда т.к.

$BEKC$ — параллелограмм, то $\angle EBC = \angle EKC = 45^\circ + \alpha$
тогда т.к. $\angle EKC = 45^\circ + \angle DKC = 45^\circ + \alpha$
 $\Rightarrow \angle DKC = \alpha$

Проведем $DH \perp KE$ $\angle BDH = 180^\circ - \angle BDA = 135^\circ$ $KE \parallel BD \Rightarrow \angle KHD = \angle BDH = 90^\circ$ $\angle BDH = \angle BDH + \angle HDK \Rightarrow \angle HDK = 45^\circ$ $BC \parallel KE \Rightarrow DC \parallel KH \Rightarrow \angle DKC = \angle HDK = 45^\circ$

как накрест лежащие $\angle DKC = \alpha = 45^\circ$
 $\Rightarrow \angle BAD = \alpha = 45^\circ$ — исконый угол

Ответ: $\angle BAD = 45^\circ$

ВНИМАНИЕ! Проверяться только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 0 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	10	20	5	-	-	55

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 2

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160 \quad xy = 9$$

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$x^3 - x^3 + 3x^2y - 2x^2y + 3xy^2 + y^3 - y^3 + 11(x-7y) = 160$$

$$(x+y)^3 - x^3 - y^3 - 2x^2y + 11(x-7y) = 160$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$(x+y)^3 - (x+y)(x^2 - xy + y^2) - 2x^2y + 11(x-7y) = 160$$

$$(x+y)((x+y)^2 - x^2 + xy - y^2) - 2x^2y + 11(x-7y) = 160$$

$$(x+y)(x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + xy - y^2) - 2x^2y + 11(x-7y) = 160$$

$$3xy(x+y) - 2x^2y + 11(x-7y) = 160$$

$$3xy(x+y) - x(2xy + 11) - 7y = 160$$

$$27(x+y) - x(18-11) - 7y = 160$$

$$27(x+y) - 7x - 7y = 160$$

$$27(x+y) - 7(x+y) = 160$$

$$20(x+y) = 160$$

$$x+y = 8$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - 2xy + y^2) = (x+y)(x^2 + 2xy - 4xy + y^2) = (x+y)(x^2 - 2xy + y^2) = (x+y)(x-y)^2$$

$$8(8^2 - 4 \cdot 9) = 8(64 - 36) = 8 \cdot 28 = 224$$

Ответ: 224



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 0 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

13

Идельчонок Жика Идельчонок

$$x + y + 4z$$

$$4x - 4y + 4z$$

$$4x + y + z$$

Пусть x - время, которое Жика тратит на Идельчонок, y - время, которое Оля возмущается за выходы; z - время, которое она тратит на И. Тогда выражение, которое нужно

Идельчонок $4x + y + z$, Жика $4x - 4y + 4z$; Идельчонок $x + y + 4z$

$$4x + y + z = 4x - 4y + 4z = x + y + 4z \Rightarrow -x - y - z$$

$$3x = 3x - 5y + 3z = 3z \Rightarrow -5y + 3z = 0$$

$$x = x - \frac{2}{3}y + z = z$$

$$x = z$$

$$x + y + 4x = 4x - 4y + 4x = 4x + y + x$$

$$5x + y = 8x - 4y \Rightarrow -1 - 5x - y$$

$$3x - 5y = 0$$

$$3x = 5y$$

$$y = 0,6x$$

$$4x - 0,6x \cdot 4 + 4x = 2,8$$

$$8x - 2,4x = 2,8 : 4$$

$$2x - 0,6x = 0,7$$

$$1,4x = 0,7$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 0 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (Уточнение 1)

$$l, k = 0, 7$$

$$x = 0, 5$$

$x + y + z$ - все время

$$y = 0, 6x$$

$$z = x$$

$$0, 5$$

$$2, 6x = 2, 6 \cdot 0, 5 = 1, 3$$

Ответ: ~~1, 3~~ 1, 3 часа

№4

число x - количество шагов, когда гуляет $x+1$, число шагов квадрата y , но $y^2 + 8$ - количество чисел; $x(x+1)$ - количество чисел

$$y^2 + 8 = x(x+1), \quad x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$$

~~Решение~~

$$x(x+1) - 8 = y^2$$

x	x^2	$y = \sqrt{x^2 - 8}$
2	4	$y = \sqrt{4-8} \notin \mathbb{N}$
3	9	$y = \sqrt{9-8} = 1 \in \mathbb{N}$
4	16	$y = \sqrt{16-8} = \sqrt{8} \notin \mathbb{N}$
5	25	$y = \sqrt{25-8} = \sqrt{17} \notin \mathbb{N}$
6	36	$y = \sqrt{36-8} = \sqrt{28} \notin \mathbb{N}$
7	49	$y = \sqrt{49-8} = \sqrt{41} \notin \mathbb{N}$
8	64	$y = \sqrt{64-8} = \sqrt{56} \notin \mathbb{N}$

$$y^2 = x^2 - 8$$

$$y = \sqrt{64-8} = \sqrt{56}$$

Ответ: y может быть равно 56.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 0 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

нл

Пусть x - зернышек зеленой улитки, а y - зернышек черной улитки.
тогда $20x = 12y$

$$y \text{ зернышек улитки} = \frac{x+y}{2}$$

$$20x = 12y \quad | :20$$

$$x = 0,6y$$

$$\frac{x+y}{2} = \frac{0,6y+y}{2} = 0,8y - \text{средняя улитка 1 улитки}$$

$$\frac{12y}{0,8y} = \frac{120}{8} = 15$$

Ответ: 15 улитки

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 5 4 2 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
0	20	17	18	-	-	55

№1

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Среднее кол-во кг. корма, которого можно купить на 400 рублей, будет рассчитываться по формуле среднего арифметического:

$$\text{Ср. число кг. корма} = \frac{3+5}{2} = 4 \text{ кг}$$

Ответ: в среднем 4 кг корма можно купить за 400р.

№2

$$6x + 6y - 32y^2 + 2x^2y = 150 \text{ (так как } 2y = 12)$$

$$6x + 6y - 36y + 242 = 150$$

$$30x - 30y = 150$$

$$30(x - y) = 150 \quad | : 30$$

$$x - y = 5$$

$$(x - y)^2 = 5^2 = 25$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 25$$

$$x^2 - 2 \cdot 12 \cdot y + y^2 = 25$$

$$x^2 - 24y + y^2 = 25$$

$$x^2 + y^2 = 49$$

Ответ: 49.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 5 4 2 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№ 4

$N = (x+2)(x+24)$, где x — целое неотрицательное

$x^2 + 2x$

Заметим, что так как они явились и явились ~~то~~ или в одном направлении или в тоже время, то они одинаковое расстояние (x) прошли на коке и одинаковое расстояние (y) прошли пешком. Изобразим движение Пятки.



Так как в крепости они попали одновременно, то:

$$\frac{y}{20} + \frac{x}{20} = \frac{x}{20} + \frac{x-y}{20} + \frac{x}{20}$$

$$\frac{y}{20} = \frac{x-y+2x}{20}$$

$$\frac{y}{20} = \frac{2x-y}{20}$$

$$y = \frac{2x-y}{20}$$

$$y \cdot 20 = 2x - y$$

$$4y = 2x$$

$$2y = x$$

Весь путь равен 63 км = $x + y$

$$63 \text{ км} = 3y$$

$$y = 21 \text{ км}$$

Время, потраченное на часть, которую явились шел пешком:

$$t_1 = \frac{y}{20} = \frac{21 \text{ км}}{20 \text{ км/ч}} = 2,5 \text{ ч}$$

Время, потраченное на часть,

которую явились шел на коке:

$$t_2 = \frac{x}{20} = \frac{42 \text{ км}}{20 \text{ км/ч}} = 2 \frac{1}{3} \text{ ч}$$

$$t = t_1 + t_2 = 2,5 + 2 \frac{1}{3} = 4 \frac{5}{6} \text{ ч} = 4 \text{ ч. } 50 \text{ мин}$$

(так как все они пришли одновременно, то все время соответствует каждому)

Ответ: 4 ч. 50 мин.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

М А О О О 1 5 4 2 5 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3

$N = (x+2)(x+2+1)$, где x неотрицательное, целое.

$$x^2 + 23x + 42 + 7 = y^2 \quad (y \text{ целое})$$

$$x^2 + 23x + 49 = y^2$$

$$\cancel{x^2 + 23x + 49 = y^2}$$

$$x(x+23) = (y-7)(y+7)$$

$$(x+7)^2 + 9x = y^2$$

$$9x = y^2 - (x+7)^2$$

$$9x = (y - (x+7))(y + (x+7))$$

↓

Поскольку x - неотрицательное $\Rightarrow 9x \geq 0 \Rightarrow y - (x+7) \geq 0 \Rightarrow y \geq x+7$

Пусть $y = x+8$:

$$x^2 + 28x + 49 = (x+8)^2$$

$$x^2 + 28x + 49 = x^2 + 16x + 64$$

$$12x = 15$$

$$x = \frac{15}{12} \text{ (не целое; не подходит)}$$

Пусть $y = x+9$

$$x^2 + 23x + 49 = (x+9)^2$$

$$x^2 + 23x + 49 = x^2 + 18x + 81$$

$$5x = 32$$

$$x = \frac{32}{5} \text{ (не целое; не подходит)}$$

Пусть $y = x+10$:

$$x^2 + 29x + 49 = (x+10)^2$$

$$x^2 + 29x + 49 = x^2 + 20x + 100$$

$$9x = 51$$

$$x = \frac{51}{9} \text{ (не целое; не подходит)}$$

Пусть $y = x+11$

$$x^2 + 23x + 49 = (x+11)^2$$

$$x^2 + 23x + 49 = x^2 + 22x + 121$$

$$x = 72 \checkmark$$

Остался последний вариант

Пусть $y = x+7$:

$$x^2 + 23x + 49 = (x+7)^2$$

$$x^2 + 23x + 49 = x^2 + 14x + 49$$

$$9x = 0$$

$$x = 0 \checkmark$$

Пусть $y = x+12$ (пробовала)

$$x^2 + 27x + 49 = (x+12)^2$$

$$x^2 + 27x + 49 = x^2 + 24x + 144$$

$$0 = 2x + 95$$

Получено не может быть, ведь

$x - \text{что} > 0 \Rightarrow$ и при всех $x > 0$, тоже будет возникать противоречие.

Тогда всего кубиков либо:

$$(10+2)(10+2+1) = 42 \text{ - не подходит, сторона } > 2$$

$$(72+2)(72+2+1) = 6882$$

либо

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 8 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
18	18	5	-	15	-	53

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

1 пр: 6 кг за 300 руб \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{цена}_1 = \frac{300 \text{ руб}}{6 \text{ кг}} = 50 \text{ руб/кг}$$

2 пр: 4 кг за 300 руб $\Rightarrow \text{цена}_2 = \frac{300 \text{ руб}}{4 \text{ кг}} = 75 \text{ руб/кг}$

$$\text{средняя цена} = \frac{50 + 75}{2} = \frac{125}{2} = 62,5 (\text{руб/кг})$$

$$\text{за 300 руб получается: } \frac{300 \text{ руб}}{62,5 \text{ руб/кг}} = \underline{4,8 \text{ кг}}$$

Ответ: 4,8 кг

№2

$$xy = 8$$

$$9x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 340$$

$$x^2 + y^2 = 2$$

разделим 2 уравнение: $9x - 7y + 3xy^2 + x^2y =$

$$= 9x - 7y + 3xy \cdot \frac{y}{x} + xy \cdot x = 9x - 7y + 3 \cdot \frac{8}{x} + 8x = 17x + 17y =$$

$$= 17(x+y)$$

$$17(x+y) = 340$$

$$\begin{cases} x+y=20 \\ xy=8 \end{cases} \quad \begin{cases} xy=20-x \\ x(20-x)=8 \end{cases}$$

$$20x - x^2 = 8$$

$$x^2 - 20x + 8 = 0$$

Ищем квадратное уравнение: $k = \frac{b}{2} = -10$
 $\Delta_k = k^2 - ac = (-10)^2 - 1 \cdot 8 = 100 - 8 = 92$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{\Delta_k}}{a} = 10 \pm \sqrt{92} = 10 \pm 2\sqrt{23}$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М	А	0	0	0	1	6	8	7	8	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

$\sqrt{2}$ (приб.)

$$x_{1,2} = 10 \pm 2\sqrt{23} \Rightarrow$$

$$y_{1,2} = 20 - 10 \pm 2\sqrt{23} = 10 \pm 2\sqrt{23} = x_{1,2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 2x^2 = 2(10 \pm 2\sqrt{23})^2 = 2(100 \pm 40\sqrt{23} + 92) =$$

$$= 2(192 \pm 40\sqrt{23}) = 384 \pm 80\sqrt{23}$$

Ответ: $x^2 + y^2 = 384 \pm 80\sqrt{23}$

44

Ответ: ~~2750 мм ± 20 мм~~ 107 ± 40 мм

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

М А О О О 1 6 8 7 8 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



~~$$x_{1,2} = 10 \pm \sqrt{23} = \frac{20 \pm 2\sqrt{23}}{2}$$~~
~~$$\Rightarrow x_{1,2} = 20 - 10 \pm \sqrt{23} = 10 \pm \sqrt{23} = x_{1,2} \Rightarrow$$~~
~~$$\Rightarrow x^2 + 8 = x^2 + x^2 = 2x^2 = 2(10 \pm \sqrt{23})^2 = 2(100 \pm 40\sqrt{23} + 23) =$$~~
~~$$= 200 \pm 160\sqrt{23} + 46 = 2(100 \pm 40\sqrt{23} + 23) = 2(192 \pm 40\sqrt{23}) =$$~~
~~$$= 384 \pm 80\sqrt{23}$$~~
~~Ответ: $200 \pm 160\sqrt{23} + 46$ $384 \pm 80\sqrt{23}$~~

x — кор. см. трапеции; $x > 2$

$x+7$ — длин. см.

n — см. квадрата

$$x(x+7) = S_{\text{трап}}$$

$$n^2 = S_{\text{кв.}}$$

N — всего

$$N - n^2 = 17$$

$$S_{\text{трап}} = N \Rightarrow x(x+7) - n^2 = 17$$

$$x(x+7) - 17 = n^2 \Rightarrow x(x+7) - 17 = m, \text{ где } m \in \mathbb{Z}$$

Перебор:

$$x=3: 3 \cdot 10 - 17 = 30 - 17 = 13 - \text{нел}$$

$$x=4: 4 \cdot 11 - 17 = 44 - 17 = 27 - \text{нел}$$

$$x=5: 5 \cdot 12 - 17 = 60 - 17 = 43 - \text{нел}$$

$$x=6: 6 \cdot 13 - 17 = 78 - 17 = 61 - \text{нел}$$

$$x=7: 7 \cdot 14 - 17 = 98 - 17 = 81 = 9^2 - \text{переходим} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 98; \text{ проверим: } 7 \cdot 14 = 98 = N$$

$$9 \cdot 9 + 17 = 81 + 17 = 98 = N$$

Ответ: $N = 98$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 2

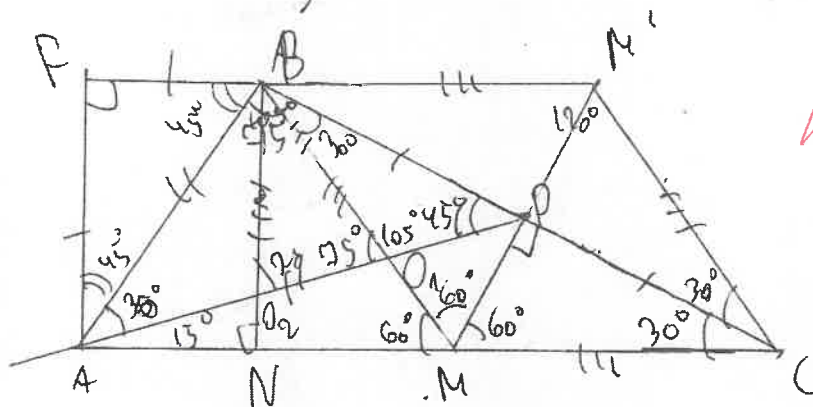
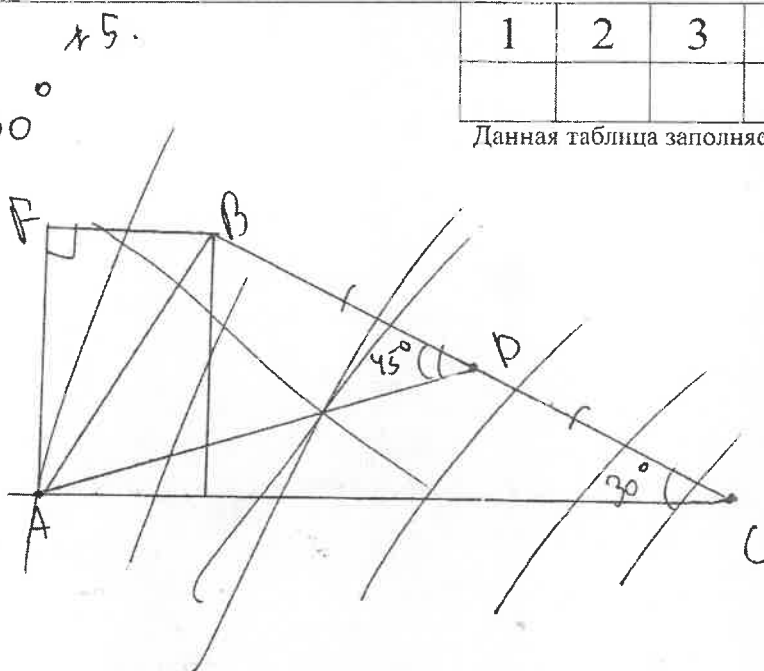
МАООО1687825

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Условие: 30°



Нет обобщений

150°

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 0 6 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
18	20	10	5	—	—	53

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1

20 зеленых грибов стоят x

12 желтых грибов стоят x

1 зел. стоит $\frac{x}{20}$

1 желт. стоит $\frac{x}{12}$

y - кол-во грибов каждого вида

$$y \left(\frac{x}{20} + \frac{x}{12} \right) = x$$

$$y \left(\frac{3x}{60} + \frac{5x}{60} \right) = x$$

$$y \cdot \frac{8x}{60} = x$$

$$y \cdot \frac{2x}{15} = x$$

$$y = x \cdot \frac{2x}{15}$$

$$y = \frac{x \cdot 15}{2x}$$

$$y = 7,5$$

Всего $7,5 + 7,5 = 15$

Ответ. 7,5

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 0 6 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$$

$$x(11 + xy) + y(3xy - 7) = 160$$

~~Подставим~~ Подставим xy , знае, что $xy = 9$ из условия.

$$x(11 + 9) + (3 \cdot 9 - 7) \cdot y = 160$$

$$20x + 20y = 160$$

$$20(x + y) = 160$$

$$x + y = 8$$

$$x^3 + y^3 = (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2)$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy$$

$$x^3 + y^3 = (x + y) \cdot ((x + y)^2 - 3xy) = 8 \cdot (8^2 - 3 \cdot 9) = 8 \cdot 37 = 296$$

Ответ: 296.

~~4/4~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

M	A	O	O	O	1	1	O	6	4	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

п. колво чиници

1	2	3	4	5	6	Σ

а - короткая сторона прямоугольника

--	--	--	--	--	--	--	--

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Tr. be shown 1×1 , no a-year mass

Длина стороны прямоугольника - $a + 11$

X ~~11~~ - сторона квадрата, который Матвей попробовал выложить минимальная S' прямоугольника = $2(11+2) = 26$ (т.к. мин. возможно $a = 2$.)

Второй вариант, значит $x \neq 1, 2, 3, 4$, тогда S' будет меньше, чем минимально возможное.

Т.к. S' произвольника равно, составим уравнение

$$a(a+11) = x^2 + 8$$

$$a^2 + 11a = x^2 + 8$$

$$a^2 + 11a - x^2 - 8 = 0$$

т.к. $x^2 + 8$ - какое-то целое число, ~~то~~ можем найти дискриминант

$$D: b^2 - 4ac = 121 - 4(-x^2 - 8) = 121 + 4x^2 + 32 = 153 + 4x^2$$

D - квадрат какого-то целого числа, ~~иначе~~ иначе ~~мы~~ а
 не будет целым числом $\left(a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \right)$ ($-b$ - целое, $2a$ - целое, значит
 \sqrt{D} тоже должен быть
 целым). ~~иначе~~ минимальный ~~корень~~ квадрат, который

$$183 + 7x^2 = 169$$

$$4x^2 = 16$$

$x^2 - 4$

$$x = \pm 2$$

(х²-2, от т.к. сторона
квадрата не может быть
тригонометрическим значением) — то

но мы знаем, что $X \neq 2$.

no money of 163

далее перебираем по порядку все ~~целые~~ квадраты
нечетных чисел. ^{квадрат} ~~нечетного~~ четного - четный
четное число - 153. Будет нечетное число,
а $4x^2$ - четное, поэтому квадрат
~~нечетного~~ ^{чет.} числа не получится.

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 1 0 6 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

√4 (предположение)

перебором, прихожу к числу

729 (квадрат 27).

$$729 - 153 = 576$$

$$576 = 24^2$$

$$4x^2 = 576$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \pm 12$$

x ≠ -12 т.к. сторона квадрата не равна отрицательному числу.
Значит x = 12

$$n = x^2 + 8 = 144 + 8 = 152$$

Ответ: 152.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 0 6 4 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N 3

x - время, которое Белка несла первого Бельчонка.

Т.к. скорости Белки = 4 км/з , то она прошла $4x$ (км), несла первого Бельчонка.

Значит осталось идти ~~2,8 км~~ $2,8 - 4x$ км.

Значит первый Бельчонек прошёл сам это расстояние за то же время, что Белка вернулась за вторым и прошла до конца с ним.

Т.к. скорости Бельчонка = 1 км/з , то второй Бельчонек прошёл сам x км.

Значит разница в расстоянии, пройденном Белкой с первым Бельчонком и пройденном вторым Бельчонком = $3x$ (км).

Значит Белка возвращалась $3x$ км ^{он продолжает идти навстречу} ~~до~~ ^{она} второго Бельчонка, имея с ним $3x$ км, и имея остаток пути, равный $2,8 - 4x$ км, то же время, что и шел этот остаток пути ~~и~~ первый Бельчонек. Составим уравнение.

$$\frac{2,8 - 4x}{1} = \frac{3x + 3x + 2,8 - 4x}{1}$$

$$2,8 - 4x = 0,5x + 0,7$$

$$4,5x = 2,1$$

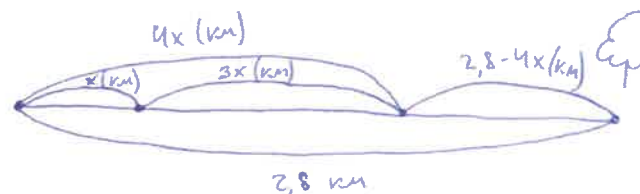
$$x = \frac{7}{15}$$

Белка всего прошла $4x + 3x + 3x + 2,8 - 4x = 6x + 2,8$ (км)

Подставим x . $6 \cdot \frac{7}{15} + 2,8 = \frac{28}{5}$ (км)

Т.к. x - то время, которое Белка несла 1 Бельчонка, то x - то время, за которое Белка прошла $4x$ (км). $4x = \frac{4 \cdot 7}{15} = \frac{28}{15}$

Если Белка проходит $\frac{28}{15}$ км за $\frac{7}{15}$ часа, то $\frac{28}{5}$ км она пройдет за $\frac{28}{5} : \frac{28}{15} = \frac{28}{5} \cdot \frac{15}{28} = 3$, $3 \cdot \frac{7}{15} = 1,4$ (часа). Ответ: 1,4 часа.



2,8 км

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 1 5 9 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
20	10	20	2	-	-	52

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Пусть x - цена денег, на которую можно купить или 20 зелёных улит, или 12 желтых, а - цена за одну зелёную улит, в - цена за одну желтую улит. По условию $20a = x$ и $12b = x$. Т.к. $20a = x$, то $a = \frac{1}{20}x$, т.к. $12b = x$, то $b = \frac{1}{12}x$. Пусть z - среднее кол-во улит, которое можно купить за x . Тогда $z(a+b) = 2x$, т.к. $20a + 12b = 2x$. Подставим сюда:

$$z \left(\frac{1}{20}x + \frac{1}{12}x \right) = 2x$$

$$z \cdot \frac{8}{60}x = 2x$$

$$z = \frac{2x}{\frac{8x}{60}} = \frac{120x}{8x} = 15$$

Значит, в среднем можно купить 15 улит.
Ответ: 15 улит.

№2. По условию $xy = 9$ и $11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160$.

$$11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 11x - 7y + xy(3y + x) = 11x - 7y + 9(3y + x) = 11x - 7y + 27y + 9x = 20x + 20y, \quad 20x + 20y = 160 \quad | : 20$$

$$x + y = 8.$$

$$\begin{cases} x+y=8 & (1) \\ xy=9 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8-y \\ y(8-y)=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8-y \\ 8y-y^2=9 \end{cases}$$

$$(2) \quad 8y - y^2 = 9$$

$$-y^2 + 8y - 9 = 0$$

$$a = -1; b = 8; c = -9$$

$$D = b^2 - 4ac = 64 - 36 = 28 > 0 \Rightarrow 2x.$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{28}}{-2} = \frac{-8 \pm \sqrt{4 \cdot 7}}{-2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{7}}{-2} = \frac{-2(4 \pm \sqrt{7})}{-2} = 4 \pm \sqrt{7}$$

$$y = \frac{-b \mp \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 \mp \sqrt{28}}{-2} = \frac{-8 \mp \sqrt{4 \cdot 7}}{-2} = \frac{-8 \mp 2\sqrt{7}}{-2} = \frac{-2(4 \mp \sqrt{7})}{-2} = 4 \mp \sqrt{7}$$

Найдём $x^3 + y^3$

$$x^3 + y^3 = (4 - \sqrt{7})^3 + (4 + \sqrt{7})^3 = \frac{(4 - \sqrt{7})(16 - 4\sqrt{7} + 7) + (4 + \sqrt{7})(16 + 4\sqrt{7} + 7)}{1} = 23x + 4\sqrt{7} \cdot x + 23y - 4\sqrt{7} \cdot y = 23(x+y) + 4\sqrt{7}(x-y) = 23 \cdot 8 + 4\sqrt{7}(4 - \sqrt{7} - 4 + \sqrt{7}) = 184 + 4\sqrt{7} \cdot (-2\sqrt{7}) = 184 - (2 \cdot 7) = 184 - 14 = 170$$

Ответ: $x^3 + y^3 = 170$.

Вариант № 1

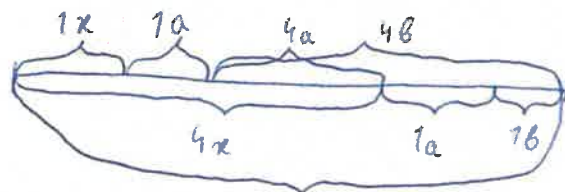
М А О О О 1 1 5 9 2 2 3

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3.



2,8 км.

Посчитаем, сколько ^{времени} пробежала белка — $(4x - 4a + 4b = 2,8 \text{ км})$,
1-ый бельчонок — $(4x + 1a + 1b = 2,8 \text{ км})$, 2-ой бельчонок — $(1x + 1a + 4b = 2,8 \text{ км})$, где x — время, когда белка бежала 1-го бельчонка,
 a — время, которое белка бежала обратно за 2-ым бельчком
 b — время, когда белка бежала к 2-ому бельчонку.

$$4x - 4a + 4b = 2,8$$

$$\text{так } 5a = 3x \text{ и } 5a = 3b, \text{ то } 3x = 3b = 5a$$

$$x + a + 4a = 4x$$

$$x + a + 4b = 2,8$$

$$x + a + 4a - 4a + 4b = 2,8$$

$$b + \frac{3}{5}b + 4b = 2,8$$

$$x + a + 4b = 2,8$$

$$5,6b = 2,8$$

$$4x + a + b = 2,8$$

$$b = 0,5 = x.$$

$$x + a + 4a + a + b = 2,8$$

$$0,5 + a + 2 = 2,8$$

$$x + 6a + b = 2,8$$

$$a = 0,3.$$

$$6a + b = a + 4b$$

$$5a = 3b$$

$$a + b + x = 0,3 + 0,5 + 0,5 = 1,32, \text{ т.е. } 1,32 = 12 \text{ } 18 \text{ мин.}$$

Ответ: 12 18 мин.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 1 5 9 2 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4 N - кол. во клеток. По условию $x > 1$, $y = x + 11$, тогда
Пусть $a^2 = 5$ - квадрат, тогда $x(x+11) = a^2 + 8$,

$$x^2 + 11x - 8 = a^2$$

Подберем такие значения, чтобы из $x^2 + 11x - 8$ можно было извлечь корень. Пусть $a = 4$, тогда $x^2 + 11x - 12 = 0$

$$a = 1; b = 11; c = -12$$

$$D = b^2 - 4ac = 121 + 48 = 169 > 0 \Rightarrow 2 \text{ к.}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-11 + 13}{2} = 1 = 1, \text{ не подх.}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-11 - 13}{2} = -12 \leq 1, \text{ не подх.}$$

Пусть $a = 16$, тогда $x^2 + 11x - 24 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = 121 + 96 = 217$$

ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 3

М А 0 0 0 1 7 2 5 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
5	20	2	20	5	-	52

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. Имеем корни 2-го уравнения $\frac{400}{3} \pm 80y$, где $\frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}$, а $\frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}$

Если 1 корень положительный, то корни x и y являются целыми, а 2-ой - отрицательный, то $\frac{400}{3} + 80y = 400$, или $80y = 400 - \frac{400}{3} = \frac{800}{3}$, откуда $y = \frac{10}{3}$, что не целое.

Если 2 корень отрицательный, то $x + y = 4$ и $\frac{400}{3} + 80y = 400$. Решим систему.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ \frac{400}{3} + 80y = 400 \end{cases}$$

$$\frac{400}{3} + 80y = 400$$

$$\frac{400}{3} + 80y = 400$$

$$-760y = 400 - \frac{400}{3} = 100$$

$$y = 2,5 \Rightarrow x = 4 - 2,5 = 1,5$$

$$\frac{400}{3} + 80 \cdot 2,5 = 200 + 200 = 400$$

Итак, мы получили 4 корня. Ответ: 4.

2. $x > 2, y = x + 19$ (по условию) $\Rightarrow xy = N = 7^2 + 19x$, а $z^2 = N + 7 \Rightarrow$

$$z^2 = x^2 + 19x + 7 \Rightarrow x^2 + 19x + 7 - z^2 = 0$$

Дискриминант уравнения $\Rightarrow D = 19^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 361 - 28 = 332$

$$x = \frac{-19 \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{-19 \pm \sqrt{332}}{2} = \frac{-19 \pm 2\sqrt{83}}{2} = -\frac{19}{2} \pm \sqrt{83}$$

$\sqrt{D} = \sqrt{332}$, так как $18^2 = 324$, $19^2 = 361$, то $18 < \sqrt{332} < 19$, значит, $\sqrt{332}$ не целое.

$$19^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 361 - 28 = 332 \Rightarrow 4z^2 + 332 = a^2 \Rightarrow a^2 - 4z^2 = 332$$

a	z	a^2 - 4z^2
1	1	-3
2	2	-12
3	3	-27
4	4	-40
5	5	-51
6	6	-60
7	7	-67
8	8	-72
9	9	-75
10	10	-76
11	11	-75
12	12	-72
13	13	-67
14	14	-60
15	15	-51
16	16	-40
17	17	-27
18	18	-12
19	19	3
20	20	12
21	21	27
22	22	40
23	23	51
24	24	60
25	25	67
26	26	72
27	27	75
28	28	76
29	29	75
30	30	72
31	31	67
32	32	60
33	33	51
34	34	40
35	35	27
36	36	12
37	37	3
38	38	-12
39	39	-27
40	40	-40
41	41	-51
42	42	-60
43	43	-67
44	44	-72
45	45	-75
46	46	-76
47	47	-75
48	48	-72
49	49	-67
50	50	-60
51	51	-51
52	52	-40
53	53	-27
54	54	-12
55	55	3
56	56	12
57	57	27
58	58	40
59	59	51
60	60	60
61	61	67
62	62	72
63	63	75
64	64	76
65	65	75
66	66	72
67	67	67
68	68	60
69	69	51
70	70	40
71	71	27
72	72	12
73	73	3
74	74	-12
75	75	-27
76	76	-40
77	77	-51
78	78	-60
79	79	-67
80	80	-72
81	81	-75
82	82	-76
83	83	-75
84	84	-72
85	85	-67
86	86	-60
87	87	-51
88	88	-40
89	89	-27
90	90	-12
91	91	3
92	92	12
93	93	27
94	94	40
95	95	51
96	96	60
97	97	67
98	98	72
99	99	75
100	100	76

3. Пусть t_1 - все время, а t_2 - время движения поезда по пути \Rightarrow $t_1 = t_2 + 18$ ~~$t_1 = t_2 + 18$~~
 Тогда $180 \cdot t_1 + 60 \cdot t_2 = 60 \cdot t_1 + 60 \cdot t_2 + 20 \cdot 18 = 60 \cdot t_1 + 360$
 Расстояние между станциями равно $60 \cdot t_1 + 360$, а время $t_1 - t_2 = 18$, а их
 скорость \Rightarrow расстояние между станциями равно $60 \cdot 18 = 1080$ \Rightarrow $t_1 = 18$ \Rightarrow $t_2 = 0$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 3

M A 0 0 0 1 7 2 5 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 2. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 3. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 4. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 5. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 6. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 7. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 8. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 9. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 10. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

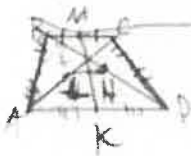
$$\Rightarrow \text{behave as hydrogen } P_{H_2} = 2212 - 750 = 1462$$
$$70t + 90t_1 - 24t_1 = 18t - 78t_1 = 63$$

тогда в таблице выписаны следующие показатели:

$$78(t - t_1) = 6(t + 2t_1) \quad | : 6$$
$$C - 3C_1 = 8C + 2C_1$$
$$2T = 5T_1 \Rightarrow T = 2,5T_1$$
$$\Rightarrow 6(1+2t_1) = 6(2,5t_1 + 2t_1) = 6(4,5t_1) = 27 \Rightarrow t_1 = \frac{27}{27} = 1 \Rightarrow t_2 = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

⇒ 0.001 g/liter $\frac{35}{6} \%$

Answer: $\frac{35}{6} \text{ m}$



5 *Dorazma mombai*

2.

Вспомогательная система уравнений $xy = -3y(x+y) + 2y(x+y) =$

$$-3x^2y^2 = -30 \cdot 12 \cdot 2 \cdot 2y = 2x \cdot 12 \cdot 2 \cdot 2y - 3x^2y^2 \cdot 2x^2y = 0$$
$$= 5x + 6y - 300 + 24x = 29x - 300 = 150 \Rightarrow 29x - y = 5 \Rightarrow x = y + 5 \Rightarrow$$
$$xy = 14 + 51y = y^2 + 5y = \cancel{y^2 + 5y} - 12 \Rightarrow 0 \Rightarrow 24$$
$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(-7)(-7)}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 196}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{-171}}{2} = \frac{-5 \pm i\sqrt{171}}{2}$$

~~Thy~~ $y = \frac{1}{2} \sqrt{25 - 16x^2} = \frac{1}{2} \sqrt{25 - 16x^2} = \frac{1}{2} \sqrt{25 - 16x^2}$

~~Handwritten scribbles and numbers, including "278" and "49-500".~~

~~1-25-707100-3~~ ~~1-25-707100-4~~ ~~1-25-707100-5~~ ~~1-25-707100-6~~ ~~1-25-707100-7~~ ~~1-25-707100-8~~ ~~1-25-707100-9~~ ~~1-25-707100-10~~ ~~1-25-707100-11~~ ~~1-25-707100-12~~ ~~1-25-707100-13~~ ~~1-25-707100-14~~ ~~1-25-707100-15~~ ~~1-25-707100-16~~ ~~1-25-707100-17~~ ~~1-25-707100-18~~ ~~1-25-707100-19~~ ~~1-25-707100-20~~ ~~1-25-707100-21~~ ~~1-25-707100-22~~ ~~1-25-707100-23~~ ~~1-25-707100-24~~ ~~1-25-707100-25~~ ~~1-25-707100-26~~ ~~1-25-707100-27~~ ~~1-25-707100-28~~ ~~1-25-707100-29~~ ~~1-25-707100-30~~ ~~1-25-707100-31~~ ~~1-25-707100-32~~ ~~1-25-707100-33~~ ~~1-25-707100-34~~ ~~1-25-707100-35~~ ~~1-25-707100-36~~ ~~1-25-707100-37~~ ~~1-25-707100-38~~ ~~1-25-707100-39~~ ~~1-25-707100-40~~ ~~1-25-707100-41~~ ~~1-25-707100-42~~ ~~1-25-707100-43~~ ~~1-25-707100-44~~ ~~1-25-707100-45~~ ~~1-25-707100-46~~ ~~1-25-707100-47~~ ~~1-25-707100-48~~ ~~1-25-707100-49~~ ~~1-25-707100-50~~ ~~1-25-707100-51~~ ~~1-25-707100-52~~ ~~1-25-707100-53~~ ~~1-25-707100-54~~ ~~1-25-707100-55~~ ~~1-25-707100-56~~ ~~1-25-707100-57~~ ~~1-25-707100-58~~ ~~1-25-707100-59~~ ~~1-25-707100-60~~ ~~1-25-707100-61~~ ~~1-25-707100-62~~ ~~1-25-707100-63~~ ~~1-25-707100-64~~ ~~1-25-707100-65~~ ~~1-25-707100-66~~ ~~1-25-707100-67~~ ~~1-25-707100-68~~ ~~1-25-707100-69~~ ~~1-25-707100-70~~ ~~1-25-707100-71~~ ~~1-25-707100-72~~ ~~1-25-707100-73~~ ~~1-25-707100-74~~ ~~1-25-707100-75~~ ~~1-25-707100-76~~ ~~1-25-707100-77~~ ~~1-25-707100-78~~ ~~1-25-707100-79~~ ~~1-25-707100-80~~ ~~1-25-707100-81~~ ~~1-25-707100-82~~ ~~1-25-707100-83~~ ~~1-25-707100-84~~ ~~1-25-707100-85~~ ~~1-25-707100-86~~ ~~1-25-707100-87~~ ~~1-25-707100-88~~ ~~1-25-707100-89~~ ~~1-25-707100-90~~ ~~1-25-707100-91~~ ~~1-25-707100-92~~ ~~1-25-707100-93~~ ~~1-25-707100-94~~ ~~1-25-707100-95~~ ~~1-25-707100-96~~ ~~1-25-707100-97~~ ~~1-25-707100-98~~ ~~1-25-707100-99~~ ~~1-25-707100-100~~

$$y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$$
$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{17}}{2} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$$
$$x^2 - y^2 = x^2 + y^2 - 2xy + 2xy = (x - y)^2 + 2xy = 5^2 + 2 \cdot 7 \cdot 2$$

Аналогично $-37y^2$ и т.д. перенесем $xy = 72 \Rightarrow -37y^2 = -37x$

$$2xy' = 2x(4x) = 2x \cdot 4 = 8x \rightarrow (x, y) \rightarrow 2xy' = 2x \cdot 4 = 8x$$
$$x - y = 5$$
$$x^2 + y^2 = n^2 - 2xy \cdot y^2 + 2xy = (n - y)^2 + 2xy = 5 + 2 \cdot 4 = 13$$

Amberg 23

~~form
 ABCD - rhombus
 AD = BC
 AD > BC
 AK = KD, BM = MC
 AL = LC, BN = ND
 AKM = LBN~~

Box 2: LAD 790

Лист 2 из 3

Олимпиада школьников «БЕЛЫЧОНОК»

Вариант № 3

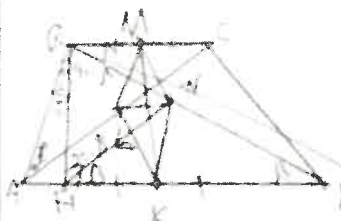
М А О О О 1 7 2 5 7 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

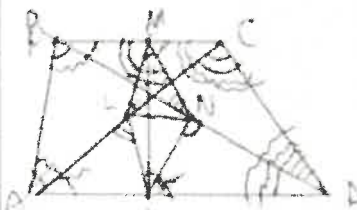
1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

ВНИМАНИЕ! Проставляется только то, что написано с этой стороны листа в правом купоне



Доказательство:
 Пусть $\angle ABD = \alpha$, $\angle ADB = \beta \Rightarrow$
 $\angle DBC = \beta$ (т.к. перпендикулярные при $AD \parallel BC$); $\angle A = 180^\circ - \alpha - \beta$
 $BH \perp AD \Rightarrow \angle AHB = 90^\circ$, $\angle ABH = 90^\circ - 180^\circ - \alpha - \beta = \alpha + \beta - 90^\circ$; $BH \perp AD$
 $AD \parallel BC \Rightarrow BH \perp BC \Rightarrow \angle HBC = 90^\circ \Rightarrow \angle HBD = 90^\circ - \beta \Rightarrow$ если
 $\alpha + \beta - 90^\circ \leq \beta$, то $\alpha \leq 90^\circ$, т.к. $\alpha = \alpha + \beta - 90^\circ \Rightarrow \beta \geq 90^\circ - \alpha$
 $HN = BN = ND$ (т.к. медиана из $\angle = 90^\circ$), $\Rightarrow HND$ - равнобедренный



Доказательство

$AK = KD$, $BN = ND \Rightarrow KN$ - средняя линия $\triangle ABD$
 LK, NM, LN - медианы $\triangle ACD, \triangle BCD, \triangle ABC$
 LN - средняя линия

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

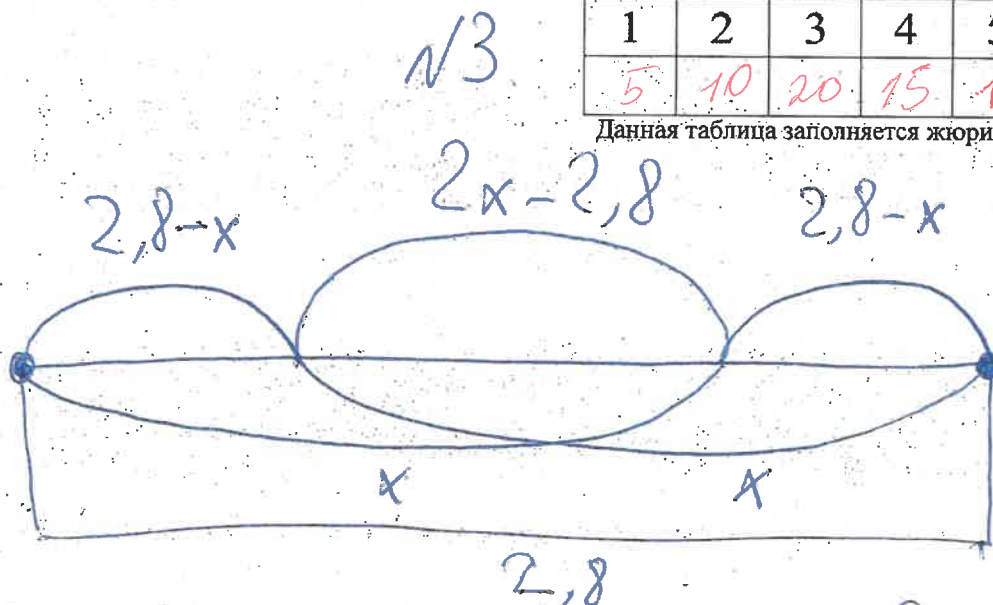
Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 4 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ
5	10	20	15	1	-	51

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



Заметим, что т.к. оба бельчонка по-
пали в лес в одно время \Rightarrow пешка и
на ~~сразу~~ бельчонке они проехали оди-
наково. Пусть x - путь на белке $\Rightarrow 2.8$
- x путь пешки, $2x - 2.8$ путь белки
без белочат.

$$t_1 = \frac{2.8 - x}{1 \text{ км/ч}} = 2.8 - x - \text{время 1-го белочка}$$

$$t_2 = \frac{x}{4 \text{ км/ч}} -$$

$$t_3 = \frac{x}{4} + \frac{x}{4} + \frac{2x - 2.8}{4} = \frac{4x - 2.8}{4} = x - 0.7$$

$$t_1 + t_2 = t_3 \text{ т.к. пришли в одно время} \Rightarrow$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 4 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№3 (продолжение)

$$\Rightarrow 2,8 - x + \frac{x}{4} = x - 0,7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3,5 = \frac{7}{4}x \Rightarrow \boxed{x = 2 \text{ км}}$$

$$t_0 = \frac{S_{\text{Белки}}}{v_{\text{Белки}}} = \frac{2x + 2x - 2,8}{4} = x - 0,7 = 1,32$$

Ответ: 1,32

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 4 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

N2

$$\begin{cases} xy = 9 \\ 11x - 7y + 3xy^2 + x^2y = 160 \end{cases} \quad x, y \neq 0$$

выразим через x

$$xy = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{x}$$

$$11x - 7 \cdot \frac{9}{x} + 3x \cdot \left(\frac{9}{x}\right)^2 + x^2 \cdot \frac{9}{x} = 160 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11x - \frac{63}{x} + \frac{243}{x} + 9x = 160 \quad | \cdot x$$

$$20x^2 + 180 - 160x = 0$$

Получим 2 уравнения $x^2 - 8x + 9 = 0$ с одинаковыми коэффициентами $\Rightarrow x = y$ т.к. $xy = 9$

$$\text{заменяем } x^2 = 9 \quad x = \pm 3 \quad y = \pm 3 \text{ полу-}$$

$$\text{чаем два решения } \begin{matrix} x=3 & y=3 \\ x=-3 & y=-3 \end{matrix}$$

подставляем в итоговую формулу и получа-
ем $x^3 + y^3 = \pm 54$

$$\text{Ответ: } x^3 + y^3 = \pm 54$$

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А 0 0 0 1 5 2 4 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№4.

Заметим, что

$$1) N = x(x+11) = x^2 + 11x \text{ при } x > 1, x \in \mathbb{N}$$

$$2) N = p^2 + 8 \text{ при } p \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 + 11x = p^2 + 8$$

$$\text{т.к. } x > 1, 11x > 8 \Rightarrow x^2 < p^2$$

То есть квадрат который ~~не~~ соберёт Матвей после, его сторона > меньшей стороны начального прямоугольника, но это значит что мы как бы берём к квадрату $x \cdot x$ дооборываем дополнительные строки и столбцы из x прямоугольников $x \cdot 11$ (т.к. $x(x+11) = x^2 + 11x$), так же заметим, что нам не удастся собрать квадрат со стороной $x+6$ и более ведь

$$(x+6)^2 = x^2 + 12x + 36 > x^2 + 11x \Rightarrow$$

~~\Rightarrow надо рассмотреть 5 случаев (от 1 до 5)~~

$$(x+y)^2 = x^2 + 11x \Rightarrow$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 4 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

⁴
(подождем)

$$x^2 + 2xy + y = x^2 + 11x \Rightarrow 2xy + y = 11x$$

$$y=1 \Rightarrow 2x+1=11x \quad 1=9x \text{ (не подходит)}$$

$$y=2 \Rightarrow 4x+2=11x \quad 2=7x \text{ (не подходит)}$$

$$y=3 \Rightarrow 6x+3=$$

$$(x+6)^2 + 8 = x^2 + 12x + 44 > x^2 + 11x \Rightarrow$$

оставшиеся

\Rightarrow рассмотрим 5 случаев (y от 1 до 5)

$$(y+x)^2 + 8 = x^2 + 2xy + y^2 + 8 = x^2 + 11x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2xy + y^2$$

$$y=1 \quad 2x+9=11x \quad 9x=9 \quad x=1 \text{ (не подходит)}$$

$$y=2 \quad 4x+12=11x \quad x=\frac{12}{7} \text{ (нет)}$$

$$y=3 \quad 6x+17=11x \quad x=\frac{17}{5} \text{ (нет)}$$

$$y=4 \quad 8x+24=11x \quad x=8 \text{ (да)}$$

$$y=5 \quad 10x+33=11x \quad x=33 \text{ (да)}$$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант №

1

М А О О О 1 5 2 4 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

✓4
(продолжение)

проверка:

при $x = 8$ $x + 11 = 19$

всего квадратов $\frac{19 \cdot 8}{8} = 152 = 144 + 8 = 12^2 + 8$

при $x = 33$ $x + 11 = 44$

всего $33 \cdot 44 = \frac{44^2 - 4^2}{4} = 38^2 + 8$

Ответ: 152, $33 \cdot 44 = 1452$



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 4 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

№1.

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

Таблица того сколько можно купить
жёлтых и зелёных яблок на одну сумму

Жёлтых Зелёных Всего

12

0

12 ✓

11

1

12

10

2

12

10

3

13

9

4

13

9

5

14 ✓

8

6

14

7

7

14

7

8

15

6

9

15

6

10

16

5

11

16 ✓

4

12

16

4

13

17

3

14

17

3

15

18

2

16

18 ✓

Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 4 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	17	18
1	18	19
0	19	19
0	20	20 ✓

Нам подходят только те где
задана вся сумма ~~дана~~ (вм выде-
лены галочкой)

$$\text{Ср ар} = \frac{12 + 14 + 16 + 18 + 20}{5} = \frac{16 \cdot 5}{5} = 16$$

Ответ: в среднем 16
(или можно было сразу $\frac{20 + 12}{2} = 16$)

ВНИМАНИЕ! Проверять только то, что записано с этой стороны листа
в рамке справа



Олимпиада школьников «БЕЛЬЧОНОК»

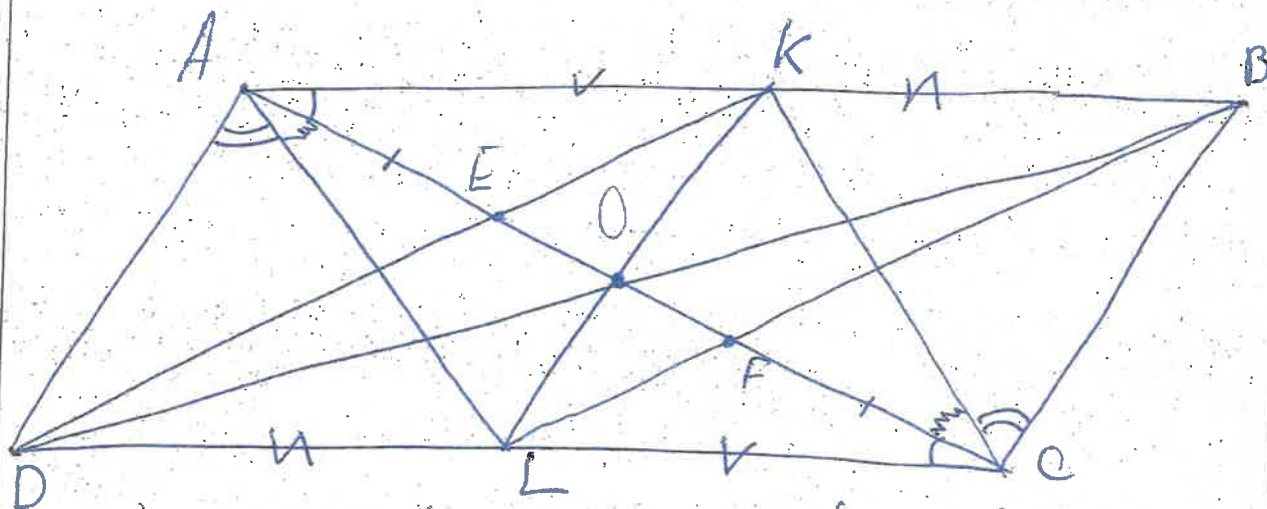
Вариант № 1

М А О О О 1 5 2 4 3 2 5

Шифр (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)

1	2	3	4	5	6	Σ

Данная таблица заполняется жюри (НЕ ЗАПОЛНЯТЬ)



~~AO = OC~~ $AO = OC$ т.к. (диаг. в пар-ме т.

пересекаются пополам)

$\angle AOK = \angle LOC$ — верт.

$\angle CAB = \angle ACD$ — н/д.

$\triangle AOK = \triangle LOC \Rightarrow AK = LC \Rightarrow AKCL$ — пар-м

так же $AD = BC$ и $DL = KB \Rightarrow \triangle ADL = \triangle BKC$

$\Rightarrow \angle LDA = \angle KCB$.

у этого пар-ма явно
другое отношение
 AK к $KL \Rightarrow$ задача
не имеет решения.

Чертеж неверный
В условии DL

