

**Решения заданий заключительного этапа
олимпиады «Бельчонок» по физике
10 класс
Вариант 1**

Задание 1

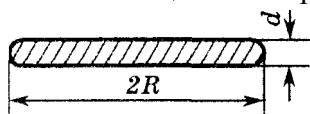
Решение:

1. Обозначим силу натяжения троса T .
Из условия равновесия фонаря следует, что:
 $2T \sin \alpha = mg \cos \varphi$
 2. С другой стороны, из закона Гука следует, что
 $T = ES \Delta L / 2L$ удлинение проволоки. $\Delta L = 2(1/\cos \alpha - 1)$
 3. Приравняв силы натяжения и считая угол α малым ($\sin \alpha = \alpha$)
Получаем $a = (mg \cos \varphi / ES)^{1/3}$
- Ответ: $a = (mg \cos \varphi / ES)^{1/3}$

Задание 2

Решение.

1. Поскольку ртутные шарики расположены симметрично, пластинка давит на каждый из них с силой $mg/4$. В результате каждый из шариков сплющивается в «блин» толщиной d и радиусом R (см. рисунок)



Будем предполагать, что $d \ll R$.

Объем «блина» $\pi R^2 d$ должен совпадать с начальным объемом шарика:

$$\pi R^2 d = 4\pi r_0^3 / 3$$

Давление внутри «блина» (избыточное над атмосферным) $p = mg / 4\pi R^2$

2. С другой стороны, это давление обусловлено кривизной боковой поверхности блина. Поскольку $d \ll R$, давление p будет таким же, как для цилиндрической прокладки с радиусом $d/2$, то есть $p = 2\sigma / d$ (сила поверхностного натяжения $2\sigma l$ (l — длина пластин), уравновешивает силу тяжести $mg = \rho 2Rlh g$. Получаем равенство $2\sigma l = \rho * 2Rlh * g$
 3. Из равенства $2\sigma l = \rho * 2Rlh * g$ получаем $h = \sigma / \rho g R$. Следовательно, давление в жидкости под поверхностью прокладки меньше атмосферного на величину $p = \sigma / R = 2\sigma / d$
 4. Итак, $mg / 4\pi R^2 = 2\sigma / d$.
Решая это уравнение, получаем: $d = 4r_0 (2\pi\sigma_0 / 3mg)^{1/2} = 0,2$ мм,
 - 5 $R = (mgr_0^3 / 6\pi \sigma)^{1/4} = 2,5$ мм.
- Предположение $d \ll R$ вполне оправдалось.
- Ответ: $d = 4r_0 (2\pi\sigma_0 / 3mg)^{1/2} = 0,2$ мм,

Задание 3

Решение.

1. Будем отсчитывать время t от момента прохождения стержнем нижнего положения. Тогда угол α отклонения стержня от вертикали удовлетворяет уравнению $\alpha = \omega t$.
2. Угловая скорость вращения будет сохраняться, если моменты приложенных к стержню сил (силы тяжести и силы Ампера $F_a = BIl$) уравниваются друг друга, т. е. $mg l (\sin \alpha)/2 = BIl/2$.
3. Сила Ампера и сила тяжести равномерно распределены по длине стержня, поэтому точкой их приложения можно считать середину стержня. Итак, индукционный ток I должен изменяться по закону
$$I = mg \sin \omega t / Bl$$
4. Согласно закону Ома для замкнутой цепи $IR = U - \varepsilon$
5. Где $\varepsilon = B\omega l^2/2$ — ЭДС индукции, которая согласно правилу Ленца стремится затормозить вращение.
6. Отсюда $U = B\omega l^2/2 + mgR \sin \omega t / Bl$ т. е. приложенное напряжение должно иметь постоянную и переменную составляющие.

Ответ: $U = B\omega l^2/2 + mgR \sin \omega t / Bl$

Задание 4

Решение.

1. В каждом из витков катушки при изменении магнитного поля индуцируется постоянная ЭДС ε . Ее модуль $\varepsilon = \pi r^2 \Delta B / \Delta t$ Суммарная ЭДС в катушке $\varepsilon = n\varepsilon$
2. Через конденсатор постоянный ток не может идти, поэтому сила тока в цепи равна нулю. Значит, равна нулю и полная напряженность электрического поля в проводах. Она представляет собой сумму напряженности E_i вихревого электрического поля и напряженности E_k электростатического (кулоновского) поля; таким образом, $E_i + E_k = 0$, т. е. $E_k = -E_i$.
3. Следовательно, при прохождении заряда через катушку работа кулоновского и вихревого полей отличается только знаком: $\varphi_1 - \varphi_2 = -\varepsilon$.
4. Заряд конденсатора $q = C(\varphi_1 - \varphi_2) = \pi n C r^2 \Delta B / \Delta t = 0,57 \text{ мкКл}$.

Ответ: $q = \pi n C r^2 \Delta B / \Delta t = 0,57 \text{ мкКл}$.

Задание 5

Решение.

1. Согласно условию, при всплытии двух пузырьков, объем не может измениться — ведь это привело бы к изменению объема воды или общего объема бака. Температура в системе, очевидно, тоже неизменна. Но тогда и давление в пузырьке не может измениться! Оно останется равным p_0 . Значит, таким же станет давление у верхней крышки бака. А давление на дно бака. При этом давление на дно станет $p = p_0 + pgh = 0,20 \text{ МПа}$.
2. Для одного пузырька:
Утверждать нельзя, что объемы пузырьков неизменны: неизменным должен оставаться только их суммарный объем.

Всплывший пузырек находится под давлением $p \sim pgh$, оставшийся у дна — под давлением p ; поэтому верхний пузырек должен расшириться до объема $V_1 = V_0 p_0 / (p - pgh)$

3. а нижний - сжаться до объема $V_1 = V_0 p_0 / p$ (здесь V_0 — начальный объем каждого пузырька).
4. Из условия $V_1 + V_2 = 2V_0$ получаем.
5. $p^3 - p(p_0 - pgh) + p_0 pgh/2 = 0$
6. Решая: $p = (pgh + p_0 + p_0^2 + (pgh)^2)/2$
(знак перед корнем выбирается с помощью простого соображения: при $h \rightarrow 0$ должно быть $p \rightarrow p_0$). Подстановка численных значений дает
 $p = 0,18$ МПа.

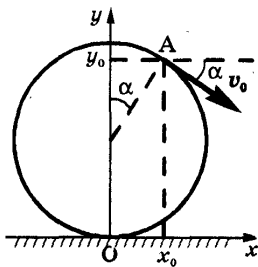
Ответ: $p = 0,18$ МПа.

**Решения заданий заключительного этапа
олимпиады «Бельчонок» по физике
10 класс
Вариант 2**

Задание 1

Решение

1 Выберем оси координат и выберем место, с которого тело начнет отрываться от поверхности шара:



После момента отрыва тело совершало движение в двух плоскостях:

1 $x = x_0 + v_{x0}t$ $v_{x0} = v_0 \cos \alpha$,

2 $y = y_0 + v_{y0}t - gt^2/2 = 0$ $v_{y0} = -v_0 \sin \alpha$.

3 Для определения угла и начальной скорости запишем закон сохранения энергии данного тела: $Mv^2/2 = mgR(1 - \cos \alpha)$

4 И второй закон Ньютона: $Mv^2/R = mg \cos \alpha - N$

Тогда сила реакции опоры $N = mg(3 \cos \alpha - 2)$,

5 так как сила давления на шар по мере соскальзывания убывает и обращается в 0, то $\cos \alpha = 2/3$. В этот момент тело оделится от шара и начнет свободно падать под действием силы тяжести на высоте

6 Начальная скорость $v_0 = (2gR/3)^{1/2}$

7 $y_0 = R(1 + \cos \alpha) = 5R/3$

$x_0 = R \sin \alpha = R\sqrt{5}/3$

8 Получаем из (1) и (2) $t = \sqrt{\frac{R}{3g}} * 10/3 * (1 - 1/\sqrt{10}) = 0.4c$

Ответ: $t = 0,4c$

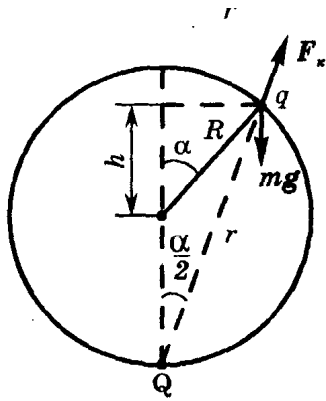
Задание 2

Решение 1.

1 Разумеется, кулоновская сила должна, по крайней мере, уравновешивать силу тяжести: $kQq/4R^2 > mg$

2 Однако этого мало. В верхней точке шарик должен иметь положение устойчивого равновесия, т. е. потенциальная энергия W_p при смещении шарика из верхнего положения должна увеличиваться. Эта энергия складывается из энергии mgh притяжения к Земле (высоту h можно, например, отсчитывать от уровня центра сферы) и энергии кулоновского отталкивания kQq/r (см. рисунок):

$W_p = mgh + kQq/r$



3 Рассмотрим изменение W_p при смещении шарика из верхнего положения (шарик не отрывается от поверхности сферы!). Величину смещения будем характеризовать углом α . Тогда (см. рисунок) $h = R \cos \alpha$; $r = 2R \cos \alpha / 2$. Потенциальную энергию W_p удобно записать как функцию величины

$x = \cos \alpha / 2$ тогда получим

$$W_p = mgR(2x^2 - 1) + kQq/2Rx$$

4 Нас интересует поведение этой функции вблизи $\alpha = 0$, т. е. вблизи $x = 1$. Для того, чтобы равновесие шарика в верхней точке было устойчивым, необходимо, чтобы увеличивалась при увеличении α , т. е. при уменьшении x . Это значит, что производная W_p' при $x = 1$ должна быть отрицательной:

$$W_p' = (4xmgR - kQq/2Rx^2) = 4mgR - kQq/2R < 0$$

Отсюда получаем

$$Q > 8mgR^2/kq$$

Мы видим, что условие устойчивости является более сильным, чем просто условие равновесия, т. е. неравенство $kQq/4R^2 > mg$

Решение 2.

1 Равновесие шарика будет устойчивым, если при малых углах, модуль проекции кулоновской силы F_k на касательную к окружности (см. рисунок) превышает модуль проекции силы тяжести mg на то же направление:

$$F \sin \alpha / 2 = mg \sin \alpha$$

Поскольку при малых углах α можно считать $\sin \alpha / 2 = (\sin \alpha) / 2$, получаем:

$$F_t > 2mg, \text{ откуда}$$

$$Q > 8mgR^2/kq$$

Ответ: $Q > 8mgR^2/kq$

Задание 3

- 1 В кольце действует постоянная ЭДС $\mathcal{E} = \pi r^2 \Delta B / \Delta t$. Значит, в нем протекает постоянный ток. Разумеется, сила тока одинакова во всех сечениях кольца, поэтому одинакова всюду и плотность тока j .
- 2 Однако поскольку удельные сопротивления меди и латуни различны, напряженность электрического поля разная в меди и латуни $\{E_m. \text{ и } E_l\}$.

3 Для определения E_M и E_L воспользуемся соотношениями: $j = E_M / \rho_M = E_L / \rho_L$

4 $\varepsilon = \pi r (E_M + E_L)$

5 Из этих соотношений находим

$$E_M = (\rho_M / \rho_M + \rho_L) r \Delta B / \Delta t = 2,9 \text{ В/м}$$

6 $E_L = (\rho_L / \rho_M + \rho_L) r \Delta B / \Delta t = 12 \text{ В/м}$

Ответ:

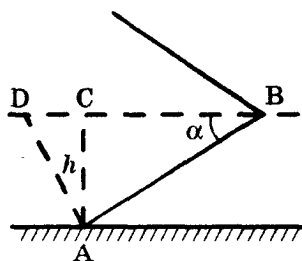
$$E_M = (\rho_M / \rho_M + \rho_L) r \Delta B / \Delta t = 2,9 \text{ В/м}$$

$$E_L = (\rho_L / \rho_M + \rho_L) r \Delta B / \Delta t = 12 \text{ В/м}$$

Задание 4

Решение:

1 Наблюдатель в точке А услышит звук (громкий хлопок), когда точки А достигнет поверхность звукового конуса, который ракета «тащит» за собой. К этому моменту ракета окажется в точке В (см. рисунок).



2 Дошедший до наблюдателя звук ракеты «родился» не в точке С, а в точке D.

3 Очевидно, $AB = h / \sin \alpha = 30 \text{ км}$, где $\sin \alpha = v / u = 1/3$

Ответ: 30 км

Задание 5

Решение:

1 Обозначим давление в нагретых шинах p_2 . Тогда согласно закону Шарля

$$p_2 / p_1 = T_2 / T_1 \quad \text{Здесь } T_2 \text{ и } T_1 \text{ абсолютные температуры, соответствующие } t_1 \text{ и } t_2.$$

2 Заметим, что сила давления шин на дорогу в обоих случаях одна и та же: она равна весу автомобиля (при этом надо учесть, что речь идет об избыточном давлении, т. е. о разности между давлением в шинах и атмосферным): $(p_1 - p_0) S_1 = (p_2 - p_0) S_2$

3 Из двух выписанных уравнений получаем: $S_1 / S_2 = 1,2$

4 Площадь соприкосновения уменьшится

Ответ: Площадь соприкосновения уменьшится в 1,2 раза