

Информатика, 4 класс

1 вариант

Решения и ответы

1. Лисёнок, Совёнок, Ежонок и Бельчонок устроили соревнования по сбору грибов. Оказалось, что все они собрали разное число грибов. На следующий день они сказали:
- Лисёнок: «Я не занял ни первое, ни последнее место».
- Совёнок: «Я занял не последнее место».
- Ежонок: «Я собрал больше всех грибов».
- Бельчонок: «Я собрал меньше всех грибов».
- Известно, что один из них солгал, но трое остальных сказали правду. Кто же победил в соревновании? Кто сказал неправду? Как могли быть распределены места между друзьями?

Решение:

- Если солгал Лисёнок, то он занял первое или последнее место в соревновании. Тогда высказывание Бельчонка или Ежонка так же будут ложными. Лисёнок говорит правду.
- Если солгал Совёнок, то он занял последнее место. Тогда Бельчонок тоже говорит неправду, что невозможно.
- Если солгал Ежонок, то он не занял первое место. Остальные зверята сказали правду: Бельчонок на последнем месте, Лисёнок на втором или третьем месте, Ежонок тоже, а Совёнок занял первое.
- Если солгал Бельчонок, то он занял не последнее место, однако по ответам других зверят, никто больше не занял последнее место, что невозможно.

Ответ: солгал Ежонок, Места могли быть распределены двумя способами: 4 – Бельчонок, 3 – Лисёнок, 2 – Ежонок, 1 – Совёнок или 4 – Бельчонок, 3 – Ежонок, 2 – Лисёнок, 1 – Совёнок

2. У Бельчонка 4 ореха в скорлупе. Известно, что три ореха хорошие, а один испорчен. Хорошие орехи имеют одинаковый вес, а испорченный орех отличается от них (неизвестно, тяжелее он или легче). Запишите алгоритм, который позволит Бельчонку за два взвешивания на рычажных весах найти испорченный орех.

Решение:

Пронумеруем орехи числами от 1 до 4.

Положим орех 1 и орех 2 на весы.

Если они в равновесии, то это оба ореха хорошие:

Заменим орех 1 на орех 3.

Если весы остались в равновесии, то

испорченным является орех 4;

Иначе испорченным является орех 3;

иначе они не в равновесии, и один из них испорчен:

Заменим орех 1 на орех 3;

Если весы теперь в равновесии, то

орех 1 испорчен;

Иначе орех 2 испорчен.

3. Валентина Потаповна решила испечь печенье. Известно, что печенье должно запекаться ровно 7 минут, но у Валентины Потаповны нашлись только песочные часы на 3 и 8 минут. Помогите ей отмерить ровно 7 минут.

Решение 1: поставим часы одновременно отсчитывать время. Как только в одних часах закончится песок, тут же их переворачиваем. Пока идет 8 минут на больших часах, перевернём трёхминутные часы один раз, и они отсчитают 6 минут. Большим часам останется 2 минуты, отмеряем ещё 3 минуты маленькими часами. К тому моменту, как большие часы отмерят 8 минут, в маленьких останется песка на 1 минуту. Как только в маленьких часах закончится песок в третий раз, ставим печенье. Вынимаем печенье, как только в больших часах закончится песок во второй раз.

Решение 2:

Каждая клетка означает 1 минуту. Верхняя строка делится на отрезки по 3 минуты (маленькие часы), нижняя строка – по 8 минут (большие часы). Когда маленькие часы трижды отмерят по 3 минуты, нужно начать приготовление (буква Н), а когда большие часы отмерят 8 минут во второй раз, закончить (буква К). Временной промежуток от Н до К равен ровно 7 минут ($2 \cdot 8 - 3 \cdot 3 = 7$)

									Н							
																К

Замечание: решение задачи сводится к решению уравнения $8x - 3y = 7$ в натуральных числах, где x – количество переворотов для часов на 8 минут, y – для часов на 3 минуты. Пар таких чисел бесконечно много.

4. На доске был записан пример. Но хулиган Вася стёр скобки (известно, что была только одна пара скобок), и на доске осталось лишь $96:8-2*3$. Сколько различных вариантов записи примера и ответов на него может быть?

Решение:

Если открывающая скобка стоит перед числом 96:

$$(96):8-2*3=6$$

$$(96:8)-2*3=6$$

$$(96:8-2)*3=30$$

$$(96:8-2*3)=6$$

Если открывающая скобка стоит перед числом 8:

$$96:(8)-2*3=6$$

$$96:(8-2)*3=48$$

$$96:(8-2*3)=48$$

Если открывающая скобка стоит перед числом 2:

$$96:8-(2*3)=6$$

$$96:8-(2)*3=6$$

Если открывающая скобка стоит перед числом 3:

$$96:8-2*(3)=6$$

Всего вариантов примера $4+3+2+1=10$, вариантов ответа всего три: 6, 30 и 48.

5. Найдите такое двузначное число, про которое известно следующее:

А) количество единиц в два раза меньше количества десятков;

Б) если из этого двузначного числа вычесть сумму его цифр, то получится 54.

Решение: двузначных чисел, в которых количество десятков в два раза меньше единиц всего 4 штуки: 21, 42, 63, 84. Проверим на них второе условие: $21-3=18$, $42-6=36$, $63-9=54$, $84-12=72$.

Ответ: число 63, оно единственно.

6. На доске записано пять раз число 5. Маша утверждает, что возможно расставить скобки, знаки сложения, вычитания, умножения и деления так, что в результате получится любое целое число от 0 до 10 включительно. Миша говорит, что получить все числа от 0 до 10 невозможно. Помогите Маше доказать свою правоту.

Решение:

$$(5+5+5)*(5-5)=0$$

$$(5+5):5-5:5=1$$

$$(5+5):5+(5-5)=2$$

$$(5+5):5+5:5=3$$

$$(5+5+5+5):5=4$$

$$5+5-5+5-5=5$$

$$5+5:5+(5-5)=6$$

$$5:5+5:5+5=7$$

$$(5+5+5):5+5=8$$

$$(5*5-5):5+5=9$$

$$5+5+5*(5-5)=10$$

Информатика, 4 класс

2 вариант

Решения и ответы

1. Бельчонок, Ежонок, Лисёнок и Совёнок собирали грибы. Оказалось, что они собрали по 5, 8, 13 и 15 грибов. Сколько грибов нашёл каждый из них, если Совёнок собрал не меньше всех, Ежонок собрал больше Совенка, а сумму всех грибов, которые собрали Лисёнок и Ежонок вместе, можно разделить на 3 без остатка?

Решение:

Совёнок собрал не меньше всех, значит, он собрал 8, 13 или 15 грибов. Но Ежонок собрал больше Совёнка, значит, у Ежонка может быть 13 или 15 грибов, а Совёнок не мог собрать 15. Сумма грибов у Лисёнка и Ежонка делится на 3, значит, Ежонок не мог собрать 15 грибов, так как 15 – единственное число из перечисленных, которое делится на 3. Тогда Ежонок собрал 13, Лисёнок 5 ($5+13=18$, кратно 3). Тогда Совёнок собрал 8, а Бельчонку осталось число 15.

Ответ: Лисёнок – 5, Совёнок – 8, Ежонок – 13, Бельчонок – 15.

2. У Бельчонка 4 ореха в скорлупе. Известно, что три ореха уже испортились, а один хороший. Испорченные орехи имеют одинаковый вес, а хороший орех отличается от них (неизвестно, тяжелее он или легче). Запишите алгоритм, который позволит Бельчонку за два взвешивания на рычажных весах найти испорченный орех.

Решение:

Пронумеруем орехи числами от 1 до 4.

Положим орех 1 и орех 2 на весы.

Если они в равновесии, то это оба испорченных ореха:

Заменяем орех 1 на орех 3.

Если весы остались в равновесии, то хорошим является орех 4;

Иначе хорошим является орех 3;

Иначе они не в равновесии, и один из них хороший:

Заменяем орех 1 на орех 3;

Если весы теперь в равновесии, то орех 1 хороший;

Иначе орех 2 хороший.

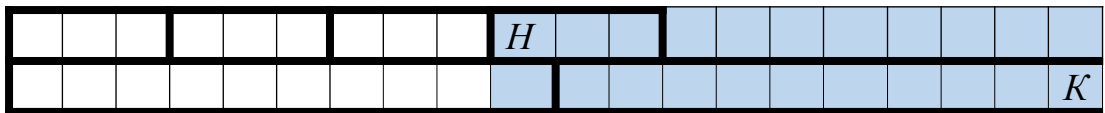
3. Валентина Потаповна решила испечь пирог. Известно, что пирог должен запекаться ровно 11 минут, но у Валентины Потаповны нашлись только песочные часы на 3 и 10 минут. Помогите ей отмерить ровно 11 минут.

Решение 1: поставим часы одновременно отсчитывать время. Как только в одних часах закончится песок, тут же их переворачиваем. Пока идет 10 минут на больших часах, перевернём трёхминутные часы дважды, и они отсчитают 9 минут. В этот момент ставим пирог. Большим часам останется 1 минута, затем большими часами засекаем ещё 10 минут. Итого 11 минут.

Решение 2:

Каждая клетка означает 1 минуту. Верхняя строка делится на отрезки по 3 минуты (маленькие часы), нижняя строка – по 8 минут (большие часы). Когда маленькие часы трижды отмерят по 3 минуты, нужно начать приготовление (буква Н), а когда большие часы отмерят 10 минут во второй раз, закончить (буква К).

Временной промежуток от Н до К равен ровно 11 минут ($2 \cdot 10 - 3 \cdot 3 = 11$)



Замечание: решение задачи сводится к решению уравнения $10x - 3y = 11$ в натуральных числах, где x – количество переворотов для часов на 10 минут, y – для часов на 3 минуты. Пар таких чисел бесконечно много.

4. На доске был записан пример. Но хулиган Вася стёр скобки (известно, что была только одна пара скобок), и на доске осталось лишь $72:9-3*2$. Сколько различных вариантов записи примера и ответов на него может быть?

Решение: пусть открывающая скобка стоит перед числом 72. Тогда может быть вариантов примера:

$$(72):9-3*2=2$$

$$(72:9)-3*2=2$$

$$(72:9-3)*2=10$$

$$(72:9-3*2)=2$$

Если открывающая скобка стоит перед числом 9:

$$72:(9)-3*2=2$$

$$72:(9-3)*2=24$$

$$72:(9-3*2)=24$$

Если отрывающая скобка стоит перед числом 3

$$72:9-(3)*2=2$$

$$72:9-(3*2)=2$$

Если открывающая скобка стоит перед числом 2:

$$72:9-3*(2)=2$$

Всего $4+3+2+1=10$ вариантов примера. Ответов всего три: 2, 10 и 24.

Замечание: записи примеров, в которых скобки не меняют порядка арифметических действий, но которые отличаются именно записью, должны считаться различными.

5. Найдите такое двузначное число, про которое известно следующее:

А) количество десятков в два раза меньше единиц;

Б) если из этого двузначного числа вычесть сумму его цифр, то получится 18.

Решение: двузначных чисел, в которых количество десятков в два раза меньше единиц всего 4 штуки: 12, 24, 36, 48. Проверим на них второе условие: $12-3=9$, $24-6=18$, $36-9=27$, $48-12=36$. Ответ: такое число 24, оно единственно.

6. На доске записано пять раз число 5. Таня утверждает, что возможно расставить скобки, знаки сложения, вычитания, умножения и деления так, что в результате получится любое целое число от 0 до 10 включительно. Аня говорит, что получить все числа от 0 до 10 невозможно. Помогите Тане доказать свою правоту.

Решение:

$$(5+5+5)*(5-5)=0$$

$$(5+5):5-5:5=1$$

$$(5+5):5+(5-5)=2$$

$$(5+5):5+5:5=3$$

$$(5+5+5+5):5=4$$

$$5+5-5+5-5=5$$

$$5+5:5+(5-5)=6$$

$$5:5+5:5+5=7$$

$$(5+5+5):5+5=8$$

$$(5*5-5):5+5=9$$

$$5+5+5*(5-5)=10$$

Информатика, 4 класс

3 вариант

Решения и ответы

1. Ежонок, Лисёнок и Совёнок решили сыграть в рыцарей и лжецов: каждый из них становится либо рыцарем и говорит только правду, либо становится лжецом и говорит только ложь. К ним подошел Бельчонок и каждому задал вопрос: «Сколько среди двух твоих друзей рыцарей?»

Ежонок ответил: «Ни одного».

Лисёнок ответил: «Один».

Что ответил Совёнок?

Решение:

Предположим, что Ежонок играл в рыцаря и сказал правду. Тогда Лисёнок и Совёнок – лжецы, однако Лисёнок в этом случае сказал правду. Противоречие.

Тогда Ежонок является лжецом, и есть хотя бы один рыцарь.

Допустим, Лисёнок тоже лжец, и тогда Совёнок тоже играет в лжеца, хотя должен быть по крайней мере один рыцарь.

Противоречие.

Тогда Лисёнок рыцарь, и в силу его ответа Совёнок тоже рыцарь.

Среди друзей Совёнка один лжец и один рыцарь, Совёнок ответит: «Один».

Ответ: он скажет: «Один».

2. У Бельчонка 4 ореха в скорлупе. Известно, что три ореха вкусные, а один невкусный. Вкусные орехи имеют одинаковый вес, а невкусный орех отличается от них (неизвестно, тяжелее он или легче). Помогите Бельчонку за два взвешивания на рычажных весах найти невкусный орех.

Решение:

Пронумеруем орехи числами от 1 до 4.

Положим орех 1 и орех 2 на весы.

Если они в равновесии, то эти оба ореха вкусные:

Заменим орех 1 на орех 3.

Если весы остались в равновесии, то

невкусным является орех 4;

Иначе невкусным является орех 3;

иначе они не в равновесии, и один из них невкусный.

Заменим орех 1 на орех 3;
Если весы теперь в равновесии, то
орех 1 невкусный;
Иначе орех 2 невкусный.

3. Валентина Потаповна решила испечь булочки. Известно, что булочки должны запекаться ровно 9 минут, но у Валентины Потаповны нашлись только песочные часы на 4 и 7 минут. Помогите ей отмерить ровно 9 минут.

Решение 1: поставим часы одновременно отсчитывать время. Как только в одних часах закончится песок, тут же их переворачиваем. Пока идут 14 минут на больших часах, перевернём четырёхминутные часы дважды, и они отсчитают 12 минут. Большим часам останется 2 минуты, ставим булочки в духовку. К тому моменту, как большие часы отмерят 14, булочки уже две минуты будут готовиться. Вынимаем булочки, как только в больших часах закончится песок в третий раз.

Решение 2:

Каждая клетка означает 1 минуту. Верхняя строка делится на отрезки по 4 минуты (маленькие часы), нижняя строка – по 7 минут (большие часы). Когда маленькие часы трижды отмерят по 4 минуты, нужно начать приготовление (буква Н), а когда большие часы отмерят 7 минут в третий раз, закончить (буква К). Временной промежуток от Н до К равен ровно 7 минут ($2 \cdot 8 - 3 \cdot 3 = 7$)

[illegible]

Замечание: решение задачи сводится к решению уравнения $7x-4y=7$ в натуральных числах, где x – количество переворотов для часов на 7 минут, y – для часов на 4 минуты. Пар таких чисел бесконечно много.

4. На доске был записан пример. Но хулиган Вася стёр скобки (известно, что была только одна пара скобок), и на доске осталось лишь $80:10-2*3$. Сколько различных вариантов записи примера и ответов на него может быть?

Решение: пусть открывающая скобка стоит перед числом 80:

(80): $10 - 2 * 3 = 2$

$$(80:10)-2*3=2$$

$$(80:10-2)*3=18$$

$$(80:10-2*3)=2$$

Если открывающая скобка стоит перед числом 10:

$$80:(10)-2*3=2$$

$$80:(10-2)*3=30$$

$$80:(10-2*3)=20$$

Если открывающая скобка стоит перед числом 2:

$$80:10-(2)*3=2$$

$$80:10-(2*3)=2$$

Если открывающая скобка стоит перед числом 3:

$$80:10-2*(3)=2$$

Всего $4+3+2+1=10$ вариантов примера. Ответов всего четыре: 2, 20, 30 и 18.

Замечание: записи примеров, в которых скобки не меняют порядка арифметических действий, но которые отличаются именно записью, должны считаться различными.

5. Найдите все такие двузначные числа, про которые известно следующее:

А) количество десятков в три раза меньше единиц;

Б) если из такого двузначного числа вычесть сумму его цифр, то получится двузначное число.

Решение: под первое условие подходят числа 13, 26 и 39. Проверим второе условие: $13-4=9$, $26-8=18$, $39-12=27$.

Ответ: 26 и 39. Больших таких чисел нет.

6. На доске записано пять раз число 5. Валя утверждает, что возможно расставить скобки, знаки сложения, вычитания, умножения и деления так, что в результате получится любое целое число от 0 до 10 включительно. Галя говорит, что получить все числа от 0 до 10 невозможно. Помогите Вале доказать свою правоту.

Решение:

$$(5+5+5)*(5-5)=0$$

$$(5+5):5-5:5=1$$

$$(5+5):5+(5-5)=2$$

$$(5+5):5+5:5=3$$

$$(5+5+5+5):5=4$$

$$5+5-5+5-5=5$$

$$5+5:5+(5-5)=6$$

$$5:5+5:5+5=7$$

$$(5+5+5):5+5=8$$

$$(5*5-5):5+5=9$$

$$5+5+5*(5-5)=10$$