

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

3 КЛАСС

Общее количество баллов **100**. Решение каждой задачи оценивается **Жюри из 20 баллов** в соответствии с разработанными критериями и методикой оценки:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
20	Полное (верное) решение.
16-20	Верное решение. Имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
12-16	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрены отдельные случаи, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
8-12	Верно рассмотрен один из двух существенных случаев.
6-8	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
2-6	Рассмотрены частные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0-2	Решение начато, но продвижение незначительное.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Указания к оцениванию отдельных задач содержатся в комментариях к решениям.

Вариант 1

1. Из спичек на рисунке выложено неверное равенство. Покажите, как переложить одну спичку так, чтобы равенство стало верным, но ответ другим.

$$13 + 17 = 36$$

$$13 + 17 = 30$$

Решение. См. рисунок

Комментарий. Верный ответ без объяснений – 20 баллов.

2. Студенты Вася и Петя покрасили забор из досок около Сибирского федерального университета. Каждая доска была покрашена ровно один раз. Если посмотреть на забор слева направо, то каждая седьмая доска покрашена в синий цвет, каждая восьмая доска – в зелёный цвет, каждая девятая доска – в жёлтый цвет. Остальные доски покрасили в оранжевый цвет. Доска №53 оказалась с дыркой, а всего забор содержит чётное число досок. Найдите количество досок в заборе.

Ответ. 54.

Решение. Первая доска, которую пришлось бы покрасить синим и зелёным цветами, имеет номер $7 \cdot 8 = 56$, синим и жёлтым – $7 \cdot 9 = 63$, зелёным и жёлтым – $8 \cdot 9 = 72$. Значит, так как каждая доска по условию покрашена одним цветом, досок не могло быть

более 55. С другой стороны, их не менее чем 53 – это доска с дыркой. Так как число досок чётно, то единственный подходящий вариант – 54 доски.

Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Доказано, что досок не могло быть более 55 – 10 баллов; досок не могло быть не менее чем 53 – 8 баллов; после этого установлено, что досок 54 – 2 балла. Баллы суммируются. Рассмотрены частные случаи при отсутствии решения – 6 баллов. Только верный ответ без объяснений – 4 балла.

3. Три девочки вспоминали, какие ягоды растут на даче у бабушки.

Маша: «Там растёт малина. А смородины нет.»

Даша: «Ежевика вот точно нет.»

Катя: «Малины нет. А ежевика есть.»

Две девочки сказали всё верно, а одна всё неверно. Какие ягоды растут на даче?

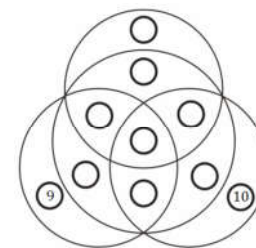
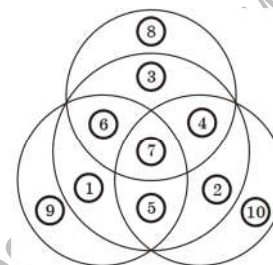
Ответ. Малина.

Решение. Пусть ошиблась Маша. Даша и Катя тогда сказали верно, но они по-разному сказали про ежевику. Противоречие. Пусть ошиблась Даша. Маша и Катя тогда сказали верно, но они по-разному сказали про малину. Противоречие. Пусть ошиблась Катя. Тогда малина есть, а ежевики нет, и Даша сказала правду. Маша тоже сказала верно, поэтому смородины нет.

Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Верно рассмотрен случай, когда ошибалась Маша – 6 баллов; когда ошибалась Даша – 6 баллов; когда ошибалась Катя – 8 баллов. Баллы суммируются. Только верный ответ – 4 балла.

4. Расставьте числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 в кружочки на рисунке справа так, чтобы суммы чисел во всех четырех боковых кругах, были равными.

Решение. См. рисунок.



Комментарий. Верный ответ без объяснений – 20 баллов.

5. Коля написал компьютерную программу, которая генерирует числовые пароли следующим образом: для введенного числа вычисляется остаток при делении на 3, далее вместо введенного числа на экране монитора появляется новое по следующему алгоритму:

- если остаток от деления равен 0, то из числа вычитается 2;
- если остаток от деления равен 1, то из числа вычитается 1;
- если остаток от деления равен 2, то к числу прибавляется 1.

Если в программу первоначально ввести число 200, то какое число получится после 123 ходов её работы?

Ответ. 18.

Решение. Начнем выполнять действия с 200:

1 ход: при делении 200 на 3 остаток 2, $200 + 1 = 201$.
2 ход: при делении 201 на 3 остаток 0, $201 - 2 = 199$.
3 ход: при делении 199 на 3 остаток 1, $199 - 1 = 198$.
4 ход: при делении 198 на 3 остаток 0, $198 - 2 = 196$.
5 ход: при делении 196 на 3 остаток 1, $196 - 1 = 195$.

Теперь видно, что будет происходить дальше – при делении на 3 будут чередоваться остатки 0 и 1. Значит, мы будем поочередно вычитать 1 и 2. За каждые два хода, таким образом, будем вычитать 3. Осталось совершить 118 ходов, это 59 пар ходов. Так как за каждую пару мы уменьшаем число на 3, то за 59 пар мы уменьшим на 177. Значит, после 123-го хода получим 18.

Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла.

Вариант 2

1. Из спичек на рисунке выложено неверное равенство. Покажите, как переложить одну спичку так, чтобы равенство стало верным.

$$\begin{array}{c} 29 + 12 = 38 \\ 26 + 12 = 38 \end{array}$$

Решение. См. рисунок.

Комментарий. Верный ответ без объяснений – 20 баллов.

2. Каждому из двух ленивых бельчат, Васе и Пете, нужно перенести по 1500 граммов орехов из их тайного места X в другое тайное место Y , расстояние между которыми 15 метров. Вася перемещается со скоростью 3 метра в минуту, но может за раз унести 50 граммов орехов, Петя – со скоростью 5 метров в минуту, но может унести лишь 30 граммов орехов. Кто из них и на сколько быстрее доставит все орехи в тайное место Y ? Скорости бельчат с орехами не отличаются от скоростей бельчат без орехов.

Ответ. Вася справится на 2 минуты раньше.

Решение. Чтобы донести груз, Васе нужно сделать 30 рейсов из места X в место Y и 29 обратных рейсов из места Y в место X . На один рейс у него уходит 5 минут, а на весь путь уйдет $5 \cdot (30 + 29) = 295$ минут. Пете нужно сделать 50 рейсов из места X в место Y и 49 обратных рейсов из места Y в место X . У него на один рейс уходит 3 минуты, а на весь путь уйдет $3 \cdot (50 + 49) = 297$ минут. Поэтому Вася окончит свою работу раньше на 2 минуты.

Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Если в решении учитывается, что бельчата в конце возвращаются в исходное место – не более 8 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла.

3. В квадрате на рисунке обведите кружком четыре числа так, чтобы в каждом столбце, в каждой строке и на двух главных диагоналях было по одному обведенному числу, и, чтобы сумма чисел в кружках равнялась 32.

Решение. См. рисунок.

11	16	1	5
4	7	10	13
12	2	15	8
14	9	6	3

⑪	16	1	5
4	7	10	⑬
12	②	15	8
14	9	⑥	3

Комментарий. Верный ответ без объяснений – 20 баллов.

4. Девочки Катя и Лена чистят картошку.

Лена сказала: «Я почистила больше картошек, чем Катя».

Катя сказала: «Маша! Лена почистила картошек больше меня!».

Маша: «Не волнуйся! Вы обе почистили одинаковое количество картошек».

Известно, что правду сказала только одна из троих девочек. Кто почистил больше картошек: Катя или Лена?

Ответ. Катя и Лена почистили одинаковое количество картошек.

Решение. Лена и Катя утверждают одно и то же. Поэтому эти утверждения либо оба истинны, либо оба ложны. Поскольку не могло быть больше одного истинного утверждения, то Лена и Катя обе солгали, а правду сказала Маша. Но это означает, что Лена и Катя почистили одинаковое количество картошек.

Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла.

5. В столовой для бельчат несколько видов орехов, несколько видов грибов и несколько видов ягод. Обед состоит из ореха, гриба и ягоды. Бельчонок, стоя в очереди, понял, что обед можно выбрать больше, чем восемнадцать способами, но меньше, чем двадцатью пятью. Каким точным числом способов бельчонок может выбрать обед и почему?

Ответ. 20 или 24 способов.

Решение. Количество видов орехов, грибов и ягод не менее 2, так как написано «несколько». Посмотрим, какой выбор для составления обеда может быть. Обозначим выбор из, например, 2 видов орехов, 2 видов грибов и 2 видов ягод как (2,2,2). Значит, наборы могут быть такие (с точностью до перестановки): (2,2,5), (2,2,6), (2,3,4). Во всех остальных наборах будет нарушаться условие задачи. Итого, бельчонок может выбрать обед 20 или 24 способами.

Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла.

Вариант 3

1. Из спичек на рисунке выложено неверное равенство. Покажите, как переложить одну спичку так, чтобы равенство стало верным.

$$\begin{array}{c} 65 - 99 = 27 \\ 65 - 38 = 27 \end{array}$$

Решение. См. рисунок.

Комментарий. Верный ответ без объяснений – 20 баллов.

2. Каждому из двух ленивых бельчат, Васе и Пете, нужно перенести по 2000 граммов орехов из их тайного места X в другое тайное место Y , расстояние между которыми 20 метров. Вася перемещается со скоростью 4 метра в минуту, но может за раз унести 50 граммов орехов, Петя – со скоростью 5 метров в минуту, но может унести лишь 40 граммов орехов. Кто из них и на сколько быстрее доставит все орехи в тайное место Y ? Скорости бельчат с орехами не отличаются от скоростей бельчат без орехов.

Ответ. Вася справится на 1 минуты раньше.

Решение. Чтобы донести груз, Васе нужно сделать 40 рейсов из места X в место Y и 39 обратных рейсов из места Y в место X . На один рейс у него уходит 5 минут, а на весь путь уйдет $5 \cdot (40 + 39) = 395$ минут. Пете нужно сделать 50 рейсов из места X в место Y и 49 обратных рейсов из места Y в место X . У него на один рейс уходит 4 минуты, а на весь путь уйдет $4 \cdot (50 + 49) = 396$ минут. Поэтому Вася окончит свою работу раньше на 1 минуту.

Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Если в решении учитывается, что бельчата в конце возвращаются в исходное место – не более 8 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла.

3. В квадрате на рисунке обведите кружком четыре числа так, чтобы в каждом столбце, каждой строке и на двух главных диагоналях было по одному обведенному числу, и, чтобы сумма чисел в кружках равнялась 36.

Решение. См. рисунок.

12	17	2	6
5	8	11	14
13	3	16	9
15	10	7	4

12	17	2	6
5	8	11	14
13	3	16	9
15	10	7	4

Комментарий. Верный ответ без объяснений – 20 баллов.

4. Мальчики Гриша и Дима собирали плоские камешки.

Дима сказал: «Я собрал больше камушков, чем Гриша».

Гриша сказал: «Коля! Дима собрал больше меня!».

Коля: «Не волнуйся! Вы оба собрали одинаковое количество камушков».

Известно, что правду сказал только один из троих мальчиков. Кто собрал больше плоских камушков: Гриша или Дима?

Ответ. Гриша и Дима собрали поровну плоских камушков.

Решение. Дима и Гриша утверждают одно и то же. Поэтому эти утверждения либо оба истинны, либо оба ложны. Поскольку не могло быть больше одного истинного утверждения, то Дима и Гриша оба солгали, а правду сказал Коля. Но это означает, что Дима и Гриша собрали поровну плоских камушков.

Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла.

5. В столовой для бельчат несколько видов орехов, несколько видов грибов и несколько видов ягод. Обед состоит из ореха, гриба и ягоды. Бельчонок, стоя в очереди, понял, что обед можно выбрать больше, чем шестнадцатью способами, но меньше, чем девятнадцатью. Каким точным числом способов бельчонок может выбрать обед и почему?

Ответ. 18 способов.

Решение. Количество видов орехов, грибов и ягод не менее 2, так как написано «несколько». Давайте посмотрим, какой выбор для составления обеда может быть. Обозначим выбор из, например, 2 видов орехов, 2 видов грибов и 2 видов ягод как $(2,2,2)$. Значит, наборы могут быть такие (с точностью до перестановки): $(2,2,2)$, $(2,2,3)$, $(2,3,3)$, $(2,2,4)$ и т.д. Если в наборе хотя бы две тройки, то количество обедов уже не менее $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$, а это уже больше 15 дней. Если в наборе есть хотя бы одна 4, то наименьшее количество обедов $2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$, это тоже много. $(2,2,2)$ – это 8 комбинаций, но это меньше 9 способов. Остается только $(2,2,3)$ – это 12 комбинаций.

Комментарий. Полное правильное решение – 20 баллов. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи – 6-8 баллов. Только верный ответ – 4 балла.