

Математика. 10 класс

2 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1) Пусть a, b, c, d положительны, $a < c$, $d < b$. Докажите, что уравнения $x^6 + ax + b = 0$ и $x^6 + cx + d = 0$ не имеют общих корней.

2) На экзамен каждый участник принес или телефон, или три тетради, или четыре книжки. Но пользоваться ими было нельзя, поэтому организаторы сложили всё это на два стола. Телефонов было 58, и все они лежали на первом столе. Ещё там лежала пятая часть всех тетрадей и седьмая часть всех книжек. При этом на каждом столе лежало поровну предметов. Сколько человек пришло на экзамен?

3) Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, равна 30. Докажите, что радиус вписанной окружности r больше 12.

4) Какова вероятность, что произведение 15 случайно выбранных однозначных натуральных чисел кратно 14?

5) Дана функция $f(x) = \frac{1}{4^x + 2}$. Найдите сумму

$$A = f(0) + f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{99}{100}\right) + f(1).$$

Математика. 10 класс

3 вариант

Работа рассчитана на 240 минут.

Максимальная оценка за каждую задачу – 20 баллов.

Все решения должны быть полными и обоснованными.

1) Пусть a, b, c, d положительны, $a < c$, $d < b$. Докажите, что уравнения $x^4 + ax + b = 0$ и $x^4 + cx + d = 0$ не имеют общих корней.

2) На олимпиаду каждый участник принес или калькулятор, или две тетради, или три книжки. Но пользоваться ими было нельзя, поэтому организаторы сложили всё это на два стола. Калькуляторов было 64, и все они лежали на первом столе. Ещё там лежала седьмая часть всех тетрадей и пятая часть всех книжек. При этом на каждом столе лежало поровну предметов. Сколько было участников олимпиады?

3) Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, равна 18. Докажите, что радиус вписанной окружности r больше 7.

4) Какова вероятность, что произведение 11 случайно выбранных чисел из ряда $1, 2, \dots, 7, 8$ кратно 10?

5) Дана функция $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$. Найдите сумму

$$A = f(0) + f\left(\frac{1}{2021}\right) + f\left(\frac{2}{2021}\right) + \dots + f\left(\frac{2020}{2021}\right) + f(1).$$